UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - IM

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALAYNNE CRISTINA VIEIRA DOS SANTOS

MATEMÁTICA NA ARTE: Como se dá essa relação e qual sua contribuição no processo de ensino aprendizagem.

MACEIÓ-AL

2022

ALAYNNE CRISTINA VIEIRA DOS SANTOS

MATEMÁTICA NA ARTE: Como se dá essa relação e qual sua contribuição no processo de ensino aprendizagem.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de aprovação do grau de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. André Luiz Flores.

MACEIÓ-AL

2022

Catalogação na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

S237m Santos, Alaynne Cristina Vieira dos.
Matemática na arte : como se dá essa relação e qual sua contribuição no processo de ensino aprendizagem / Alaynne Cristina Vieira dos Santos. - 2022.
71 f. : il.

Orientador: Márcio Cavalcante Melo.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2022.

Bibliografia: f. 70-71.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Arte. 3. Interdisciplinaridade. I. Título.

CDU: 372.851:7

A Deus, que em sua infinita bondade e misericordia nos capacita todos os dias para grandes coisas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus, porque dEle, por Ele e para Ele são todas as coisas.

A minha família, em especial aos meus pais, pelo amor, apoio e força até o fim.

A família que formei, meu maior motivo de estar de pé.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr André Flores, pelo direcionamento e motivação.

Aos professores e colegas do Instituto de Matemática.

RESUMO

A Matemática e a Arte sempre estiveram presente em nossas vidas, desde os tempos mais remotos, e suas contribuições para o nosso desenvolvimento são incontestáveis. Mas, atualmente, a Matemática tem sido desvinculada de outras disciplinas, e por isso hoje a Matemática é vista como um desafio pelos alunos do ensino básico, que muitas vezes desistem de buscar o conhecimento matemático, por acreditarem que a Matemática não tem relação com o mundo a sua volta. Não é à toa que, quando nós professores, apresentamos um novo conteúdo somos questionados quanto a sua aplicabilidade. No presente trabalho – Matemática na Arte - apontamos uma alternativa pouco convencional, porém produtiva: a interação entre a Arte e a Matemática. Dois campos do conhecimento aparentemente opostos, de um lado a razão, a objetividade e exatidão, do outro a emoção, a intuição e subjetividade, no entanto, como vamos observar, complementam-se de forma fascinante, uma contribuindo com a outra. E para comprovar que essa conexão tem bons resultados, selecionamos cinco grandes artistas que usaram a Matemática como base de suas obras. A interdisciplinaridade entre essas duas disciplinas foi o meio que usamos para dá significatividade a Matemática. A estratégia didática de explicar a Matemática com recursos visuais acarreta grandes vantagens, dentre elas está o despertar interesse e a fixação do conteúdo. Neste projeto comprova-se a eficácia da interdisciplinaridade, visando contribuir no processo ensino-aprendizagem de forma significativa e prazerosa e desmistificando a Matemática que outrora era rígida, impossível e para poucos, agora encontra-se aplicável e acessível.

Palavras-chave: Matemática, Arte, interdisciplinar, ensino.

ABSTRACT

Mathematics and Art have always been present in our lives, since the most remote times, and their contributions to our development are undeniable. But, currently, Mathematics has been disconnected from other disciplines, and for this reason it is seen as a challenge by elementary school students, who often give up on seeking mathemathematical knowledge, because they believe that Mathematics is not related to the world aroud you. It is no wonder that when we teachers present new content we are questioned about its applicability. In the present work - Mathematics in Art - we point out an unconventional, but productive alternative: the interaction between Art and Mathematics. Two apparently opposing fields of knowledge, reason, objectivity and accuracy on the one hand, and emotion, intuition and subjectivity on the other, however, as we will see, they complement each other in a fascinating way, one contributing to the other. And to prove that this connection has good results, we selected five great artists who used Mathematics as the basis of their works. The interdisciplinarity between these two disciplines was the means we used to give significance to Mathematics. The didactic strategy of explaining Mathematics with visual resources brings great advantages, among them is the awakening of interest and the fixation of the content. This project proves the effectiveness of interdisciplinarity, aiming to contribute to the teaching-learning process in a meaningful and pleasant way and demystifying mathematics that was once rigid, impossible and for few, is now applicable and accessible.

Keywords: Mathematics, art, teaching and interdisciplinarity.

SUMÁRIO

1 O SURGIMENTO DA MATEMÁTICA E DA ARTE

Nesse capítulo discorremos um pouco sobre dois fatos cruciais na história do pensamento humano: o surgimento da Matemática e o da Arte. Como entendemos o mundo e como conseguimos expor esse entendimento através do pensamento racional e artístico que até em sua forma mais remota contribuiu e ainda contribui com o nosso desenvolvimento de forma mútua e significativa.

1.1 Como surgiu a Matemática

Diferente de que muitos pensam, a Matemática não surgiu em sua forma mais complexa, com símbolos e cálculos sofisticados, ela surgiu muito antes de haver escrita, ou mesmo civilização, com o processo de contagem e a identificação das formas geométricas na natureza.

O processo de contagem teve início quando o homem começou a comparar conjuntos de objetos associando-os um a um. Um exemplo desse fato histórico está registrado em cavernas, paus e ossos no qual o homem primitivo desenhava mãos e traços representando quantidades, sejam elas, ovelhas, dias ou até mesmo a frequência de fenômenos naturais.

A evidência mais antiga do pensamento matemático é o Osso de Lebombo encontrado nas montanhas de Lebombo, o qual é datado em 35000 a.C, acredita-se que os entalhes no osso podem ser as divisões do calendário, ciclos lunares, levando em conta a semelhança dos entalhes das varas do calendário usados pelos povos bosquímanos até hoje.

A Figura 1 apresenta outra evidência do uso da Matemática na pré-história é o osso de Ishango datado em 20000 a.C descoberto entre o Congo e a Uganda. Alguns historiadores acreditam que o osso com 168 entalhes era uma ferramenta que auxiliava na contagem.

Figura 1- Osso de Ishango

Fonte: Matemática é fácil (2020)

Embasado nessas e em outras evidências do uso da contagem na pré-história, Neto Rosa afirma que

> O início da história da Matemática se deu na época do paleolítico inferior, onde o homem vivia da caça, coleta, competição com animais e utilizava-se de paus, pedras e fogo, ou seja, vivia de tudo aquilo que pudesse retirar da natureza. (NETO ROSA, 1998, p.8)

Esse fato também é enfatizado por Lorenzato (1995) que diz que o homem primitivo procurava entender e explicar os fenômenos da natureza, através de desenhos, medidas e anotações. A curiosidade em entender as diversas formas encontradas na natureza favoreceu o surgimento da Geometria.

A Figura 2 datada 13000 a.C representa exatamente o contexto histórico do homem que Neto Rosa e Lorenzato descreve, tanto em relação à contagem quanto a geometria.

Figura 2-Pinturas rupestres na caverna da Serra da Capivara

Fonte:G1 Piauí (2016)

Até então o homem fazia matemática de forma mais intuitiva, através de comparações, desenhos geométricos e proporções em seus registros.

Ao longo de muitos anos o homem se desenvolveu em todas as áreas da sua vida e agora vivendo em comunidades, obtendo posses como terrenos e rebanhos era imprescindível o uso de uma matemática mais sofisticada para resolver problemas do cotidiano. Nessa época não havia o uso de símbolos ou números, mas a geometria e o raciocínio lógico davam conta de solucionar os problemas até então apresentados. Podemos dizer que a Matemática se desenvolveu juntamente com o homem. Quanto mais complexas eram as perguntas, maior conhecimento matemático era necessário para respondê-las.

Para entender melhor o processo que a matemática sofreu durante todos esses anos em todo mundo, dividimos o desenvolvimento da Matemática em três estágios: o retórico, o qual era totalmente verbal, o sincopado, que consistia em abreviações de palavras e o simbólico, que como o próprio nome diz caracteriza-se pelos símbolos.

O estilo retórico foi marcado pela descrição dos procedimentos. Esse estilo, segundo Eves (2005) foi muito usado pelos babilônicos, que registravam seus documentos, inclusive os estritamente matemáticos em tabuletas de argila cozida, desenvolvendo algoritmos e solucionando equações cúbicas somente usando processos verbais. Além dos babilônicos os gregos aproximaram a Matemática da

Filosofia, originando daí o método dedutivo. A partir de então começou a distinção entre o que era abstrato na Matemática e o que era aplicação prática. Os gregos desenvolveram a então chamada álgebra geométrica grega. Todo esse desenvolvimento era em forma de descrição verbal.

Mas somente no século III d.C Diofanto de Alexandria impulsionou a álgebra utilizando o estilo sincopato, ou seja, utilizando palavras abreviadas para escrever equações, esse foi o primeiro passo à notação algébrica.

Segundo Baumgart (1992), o estilo sincopato utilizado, até então, somente pelos babilônicos e gregos influenciou a Matemática hindu quando a Índia passou por diversas invasões. Com isso o estilo sincopato recebeu outras representações com o matemático Brahmagupta. Vale salientar que nesse tempo os algébricos hindus solucionaram a equação do segundo grau completando quadrados e começaram a surgir os primeiros métodos gerais para solucionar equações indeterminadas.

Com tantos avanços e a expansão do islamismo, a Índia ganhou notoriedade entre os povos, o que provocou mais invasões. Com isso, os árabes tiveram acesso às produções científicas dos gregos e dos hindus, que foram traduzidas para o árabe.

Utilizando o estilo sincopato, o matemático árabe Al-khwarizmi publicou dois livros: o Livro da Restauração e da Redução e o livro sobre o método hindu de adição e subtração. As obras de Al-khwarizmi foram traduzidas para o latim, o que influenciou muito no desenvolvimento da Matemática europeia.

A Matemática simbólica começou a surgir em 1500 em um processo lento que durou aproximadamente 200 anos até se tornar estável, lembrando que estamos falando de uma construção intelectual extremamente complexa, que é conceito final de um número. O desenvolvimento e a padronização da notação simbólica facilitaram os cálculos, que até então eram feitos por extenso, ábaco ou com números romanos e expandiu o pensamento algébrico contribuindo assim para o desenvolvimento da matemática em vários ramos.

Na Europa essa troca de sistema se deu quando o italiano Leonardo Fibonacci introduziu a notação indo-arábica; causando assim uma grande polêmica entre os abaquistas, que utilizavam o ábaco e os números romanos para fazer os cálculos, e os algebristas que pretendiam substituir o sistema pelo indo-arábico por sua praticidade.

O conflito entre esses dois grupos se originou quando começou a traduzir para o latim as obras dos tratados árabes de aritmética. Esse conflito chegou ao ponto de ser proibido, em alguns lugares da Europa, o uso de algoritmos, mas não adiantou, pois os algebristas utilizavam em secreto, até que, com o surgimento da imprenta e a possibilidade de se obter papel em abundância, essa nova notação foi inserida.

Essa fase tão importante na história da Matemática foi retratada na Figura 3 por Gregor Reisch em 1508:

Figura 3- Madame Arithmetica

Fonte: Research Gate (2012)

Analisando a figura podemos ver em lados opostos um algebrista com semblante feliz e do outro lado um abaquista com semblante confuso e triste e no meio a aritmética representada por uma mulher.

A partir desse momento, a Matemática pôde desenvolver-se mais rápido e tornar-se a Matemática que conhecemos na atualidade.

1.2 Como surgiu a Arte

O surgimento e o desenvolvimento da arte ocorreram paralelamente ao desenvolvimento humano. Na pré-história o homem utilizava-se da arte para registrar seu dia a dia, como caçadas, rituais, lutas, enfim, o cotidiano do homem paleolítico. Podemos encontrar esses registros que chamamos de arte rupestre, em cavernas e lugares rochosos.

A palavra arte se origina do latim “ars” e tem por significado técnica ou habilidade. Pode-se dizer que a Arte é uma manifestação humana comunicativa muito antiga e existente em todas as culturas.

A Arte além de expor a história cultural de cada sociedade, ela reflete a essência humana. Para Aristóteles a Arte é uma imitação da realidade, o que foi e ainda é refutado, pois se acredita que a Arte é resultado da criatividade de seu autor independente da realidade. Talvez nenhuma das duas concepções esteja errada, mas se completem, pois desde os tempos mais remotos até os atuais surgiram e surgem autores que seguem uma dessas vertentes e até aqueles que se arriscam nas duas.

A arte rupestre segue a linha de concepção de Aristóteles, por se retratar do cotidiano daqueles homens, das suas experiências, dos seus medos e é dividida em dois tipos: pinturas e gravuras. Na pintura o indivíduo usava argilas, minerais, carvão e vegetais. Por outro lado, para gravuras eram utilizados objetos pontiagudos para fazer as fissuras em rochas, pedaços de madeira ou até mesmo em ossos.

Com o passar do tempo a Arte virou um instrumento para contar histórias àqueles que eram analfabetos, essa metodologia era aplicada com fins religiosos, como na Figura 4.

Figura 4- A lamentação

Fonte: Giotto Di Bondone (1303)

Há também a Arte que retrata a realidade e a Arte que valoriza somente a obra pura, como nas figuras 5 e 6:

Figura 5- Os jogadores de xadrez

Fonte: Honoré Daumier (1863)

Figura 6- Alerquim com violão

Fonte: Juan Gris (1917)

Estes três tipos de finalidades artísticas são chamadas respectivamente de utilitária, naturalista e formalista.

1.3 Relação entre a Matemática e a Arte

Podemos observar através da história que tanto a Arte quanto a Matemática surgiram da observação da natureza e da necessidade de explicar ou registrar a mesma. De acordo com Boyer (1996, p. 1-5) acredita-se que pode ter havido uma preocupação do homem pré-histórico com configurações e relações, e a origem da Matemática oriunda do seu sentimento estético e no prazer que lhe dava a beleza das formas. Nas palavras de Atalay (2007), "a natureza inspira tanto o artista quanto o cientista". As gravuras que o homem primitivo deixava nas cavernas nos mostra que a Arte e a Matemática surgiram juntas com o mesmo objetivo e com padrões de surgimento e desenvolvimento análogos em todo o mundo. A Matemática era expressa através da Arte. Sobre isso Zaleski afirma:

> Analisando as origens dos registros da Arte e da Matemática em um tempo mais remoto, podemos perceber que os desenhos e as figuras do homem neolítico, que embora possa ter menos tempo para o lazer e pouca necessidade de medir terras, mostram preocupação com as relações espaciais que abriram o caminho para a Geometria. Desenhos em potes, tecidos e cestas são exemplos de simetria que são conceitos tratados pela Geometria Elementar. (ZALESKI FILHO, 2013, p.39)

A imagem 7 mostra a geometria usada pelo homem neolítico.

Figura 7- Vaso neolítico

Fonte: Arte Ifes (2012)

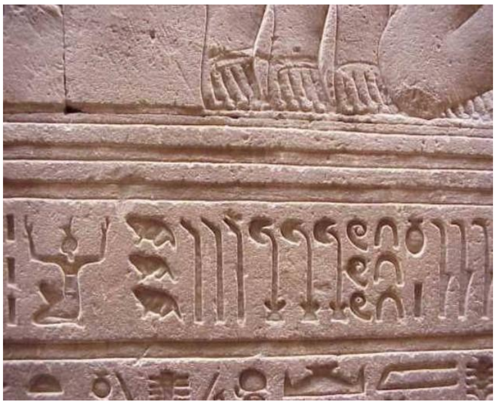
Como diz o professor de Matemática Ubiratan D'ambrósio em entrevista para o programa Arte e Matemática da TV Cultura, esses artefatos "revelam uma Matemática quase que espontânea e se diz que a Matemática é própria da espécie humana".

Ainda sobre a relação entre as duas ciências afirma Luiz Barco, matemático, escritor e apresentador da série Arte e Matemática, da TV Cultura: "paralelamente à História da Matemática, está a História da Arte. Aparentemente antagônicas, tanto Matemática quanto Arte surgiu das necessidades humanas". (CULTURA MARCAS, 2002, programa 1).

A Arte Rupestre que representava o cotidiano do homem primitivo era a mesma que o auxiliava na contagem. Por isso que Nunes afirmava que a Matemática e a Arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade. (FAINGUELERNT e NUNES, p.18).

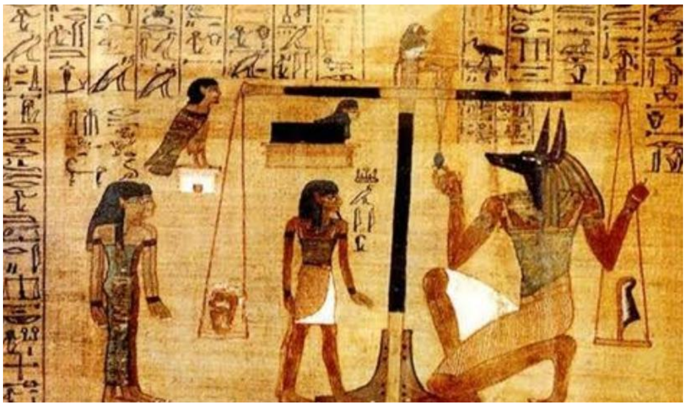
Um exemplo dessas conexões é o povo egípcio que descrevia um pouco da sua vida cotidiana utilizando a Arte e a Matemática como instrumentos para o desenvolvimento do seu povo. Veja as Figuras 8 e 9 que representam, respectivamente, o sistema numérico e artístico.

Figura 8- Numerais egípcios



Fonte: Matemagia (2013)

Figura 9- Anúbis



Fonte: Arte Vislumbre (2014)

No campo da Matemática os egípcios se destacavam por seu sistema de numeração sofisticado. Com sua Matemática conseguiam controlar as inundações do rio Nilo com sistemas hidráulicos, construir pirâmides e mumificar seus mortos. Enquanto que na arte, era rica em cores e detalhes e carregava em si suas crenças religiosas, como por exemplo na Figura 9, na qual os egípcios retrataram o deus Anúbis pesando os pecados de um morto, colocando em um prato o seu coração e no outro uma pena.

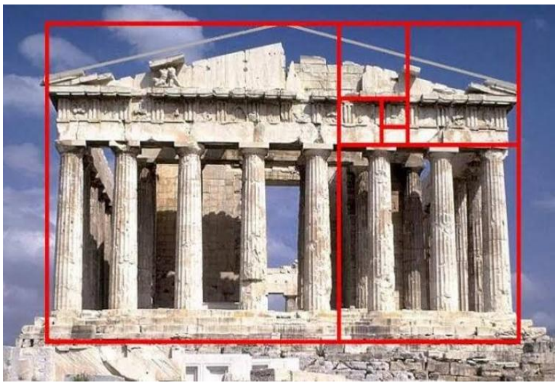
Com o passar do tempo tanto a Matemática quanto a Arte se desenvolveram, mas não deixaram de ser aliadas. Muitos artistas plásticos começaram a utilizar a Matemática, agora de forma consciente, para expressar sua maneira de ver o mundo através de suas obras, buscando sempre a perfeição.

Para alcançar a tão sonhada perfeição, pintores, escultores e arquitetos lançaram mão da proporção áurea acreditando que essa razão promovia uma harmonia estética à vista tornando-se assim sinônimo de perfeição. Não se sabe ao certo em que momento da história ou mesmo quem descobriu a proporção áurea, no entanto acredita-se que a razão divina, como também é chamada, foi descoberta através da observação da natureza.

Sobre este fato o matemático alemão Zeizing formulou o seguinte princípio: “Para que um todo dividido em duas partes desiguais pareça belo do ponto de vista da forma, deve apresentar a parte menor e a maior a mesma relação que entre esta e o todo”.

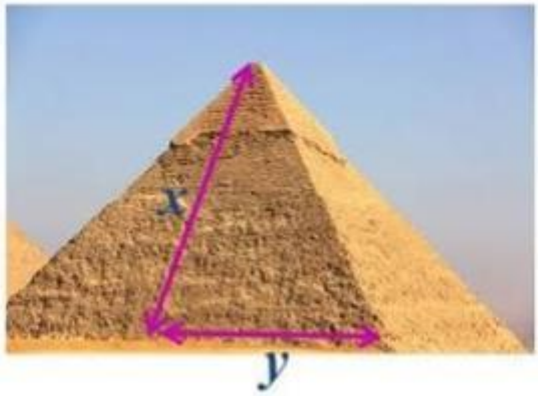
Vejamos abaixo alguns exemplos da utilização da razão áurea.

Figura 10- Paternon Grego



Fonte: Viva Decorapro (2019)

Figura 11- Pirâmide de Khéops

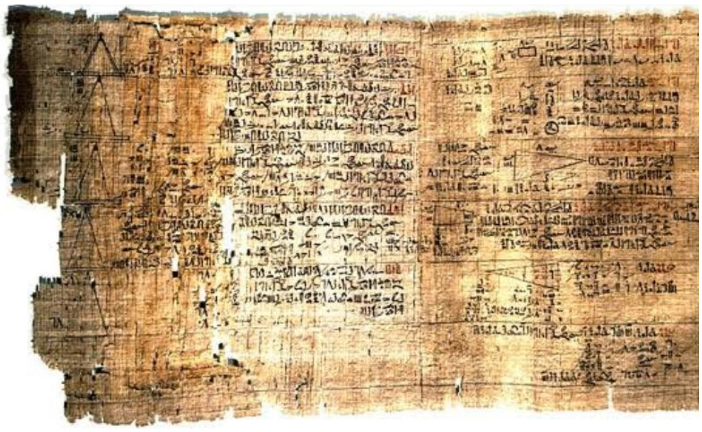


Fonte: Houari Gomes (2015)

A figura 10 mostra o Partenon Grego construído por volta de 447 e 433 a.C, que teve sua fachada projetada contendo a razão áurea. Na figura 11 temos uma das pirâmides de Gisé construídas no antigo Egito há aproximadamente 4500 anos que também foi projetada contendo o número de ouro que é o resultado da divisão entre o apótema x e a metade do lado da base y.

Outro exemplo de que a proporção áurea era usada na antiguidade é o Papiro de Rhind datado aproximadamente no ano de 1650 a.C, nele encontramos um texto matemático na forma de manual prático contendo 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes. Esse texto refere-se a uma “razão sagrada” que acredita-se ser o número de ouro.

Figura 12- Parte do Papiro de Rhind



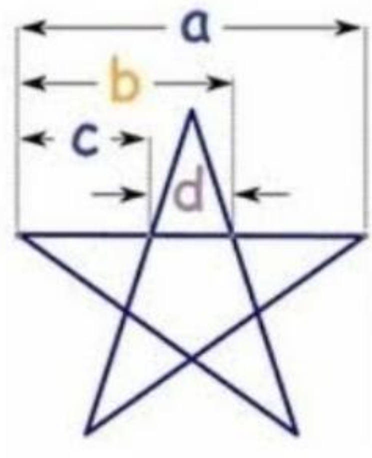
Fonte: Antigo Egito (2019)

A razão áurea está presente também no pentagrama inventado pelo filósofo e matemático Pitágoras, pentagrama este que era emblema sagrado da Irmandade Pitagórica.

Os pitagóricos, como eram chamados os seguidores de Pitágoras, se encantavam com o fato de que ligando as pontas da estrela por meio de linhas obtem-se outro pentágono e a intersecção dessas linhas em seu interior formam outro pentágono dentro do qual podemos formar outra estrela menor, mas cujas proporções são as mesmas da primeira e assim por diante.

Essa propriedade não é a única que fascinava os pitagóricos. Eles também se maravilhavam com o fato dessas linhas se organizarem segundo a proporção áurea.

Figura 13- Pentagrama e proporção áurea



Fonte: Modificado de Catiadg (2011)

Os pitagóricos perceberam as seguintes relações: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 1{,}618$ ..., no entanto, como não conseguiam expressar essas razões como quocientes entre dois números inteiros, chamaram esse resultado de irracional. Esse foi o primeiro número irracional de que se teve consciência de que o era: o número de ouro.

Posteriormente, os gregos consideraram que o retângulo que possuía esta relação apresentava uma harmonia estética especial e lhe atribuíram o nome de retângulo áureo. Esse critério estético que os gregos descobriram virou um padrão para diversas civilizações e se consolidou ao longo do tempo.

Ensinadas nas escolas de belas artes no mundo inteiro, muitos arquitetos e pintores usaram essas proporções, mas ninguém consegue explicar o que as faz tão atraentes e harmoniosas. A razão áurea está presente em incontáveis obras de arte e monumentos arquitetônicos e só após o renascimento por ter se tornado repetitiva e árida essa proporção foi substituída por outras técnicas aliadas a Matemática, como por exemplo, a perspectiva e a geometria plana e espacial.

2 ARTISTAS E SUAS OBRAS

Neste capítulo veremos a contribuição da Matemática nas obras de cinco artistas e como o resultado dessa união fica esplêndido, mostrando ao mundo que a ciência e a Arte podem andar de mãos dadas. Teremos também a oportunidade de olhar as obras e o artista de outro ponto de vista, não com um olhar romantizado e sentimentalista, mas com um olhar racional e matemático.

Os artistas escolhidos são: Da Vinci, usando em suas obras perspectiva, proporção e razão áurea; Escher, usava geometria espacial e plana, perspectiva, superfícies não-orientáveis, divisão regular do plano e topologia; Maxxi Bill representava conceitos e teoremas através da geometria plana e também criou muitas esculturas com superfícies não-orientáveis; Luiz Sacilotto encontrava na geometria plana uma forma de obter ilusões de óptica e por fim, Antônio Peticov que em suas obras usa geometria plana e espacial, brincadeiras matemáticas, perspectiva, razão áurea e divisão regular do plano.

2.1. Da Vinci

Leonardo di Ser Piero da Vinci (1452-1519) nasceu em Toscana na Itália e foi criado por sua madrasta e por sua avó. Passou a juventude na cidade de Florença, num período de grande expansão artística e cultural.

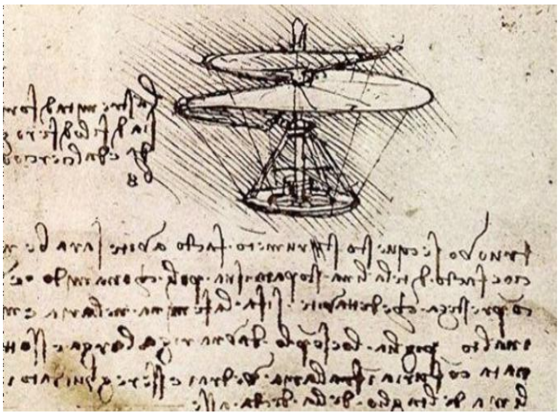
Considerado o artista mais completo de todos os tempos, Leonardo empregava sua genialidade e talento nas áreas de medicina, engenharia, arquitetura e física.

Da Vinci viveu um importante período na Europa entre a Idade Média e a Idade Moderna: o Renascimento. Apesar de ser conhecido por suas obras de arte, ele realizou inúmeros estudos nas áreas da Arquitetura, Engenharia Civil, Matemática, Escultura, Ótica e Anatomia Humana. Seus estudos carregavam em si certa peculiaridade, pois Da Vinci conseguia unir a Arte e a Ciência com maestria.

O artista registrava todos os seus estudos e rascunhos em cadernos, algumas anotações eram escritas utilizando códigos e até de trás para frente.

Veja essas duas imagens de seus cadernos de anotações:

Figura 14- Parafuso helicoidal aéreo



Fonte: UOL (2021)

Figura 15- Anatomia humana

Fonte: Ateliê Editorial (2013)

Com riqueza de detalhes, Da Vinci ilustrava seus estudos de forma magnífica e suas anotações favoreceram o avanço da ciência muitos anos mais tarde.

A Figura 15 revela a profundidade de seus conhecimentos da anatomia humana. Segundo o físico Fritjof Capra, Da Vinci colocava

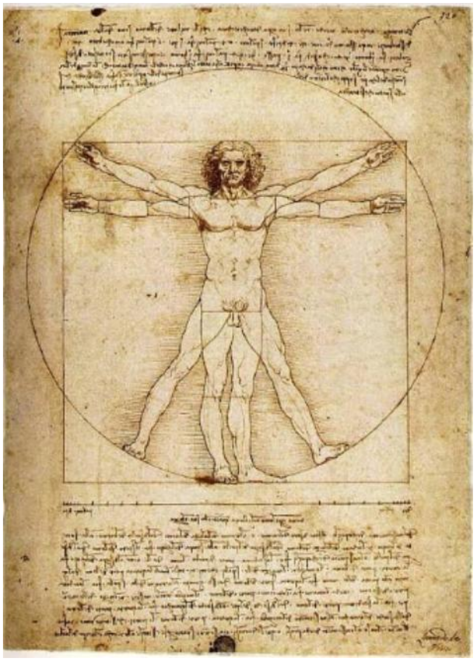
> ...a vida no centro de tudo, mostrando que os fenômenos naturais são interdependentes e interligados. Ele foi o primeiro anatomista moderno, um ecofilósofo e ecocientista que não viu o corpo humano apenas como uma máquina. (O ESTADO DE SÃO PAULO, 2013).

O renascentista Da Vinci também estudava a anatomia de animais, dentre eles os pássaros e morcegos, para compreender e recriar em máquinas os movimentos dos mesmos, o que rendeu-lhe a antecipação do avião e do helicóptero. É o que nos mostra a Figura 14.

Outra imagem bastante conhecida de Leonardo Da Vinci é o Homem Vitruviano. O que poucos sabem é que Marcus Vitruvius Pollio, escritor e arquiteto romano, afirmou em sua obra intitulada Ten Books n Architecture, que suas construções teriam como base a analogia nas medidas do corpo humano bem formado, ou seja, cuja a altura é igual a medida do alcance dos braços estendidos. Essas medidas formavam um quadrado que enceraria o corpo inteiro e uma circunferência cujo centro seria o umbigo. (LIVIO, 2008, P.156-161).

Séculos depois Da Vinci ilustra essa ideia e seu desenho torna-se referência de proporção.

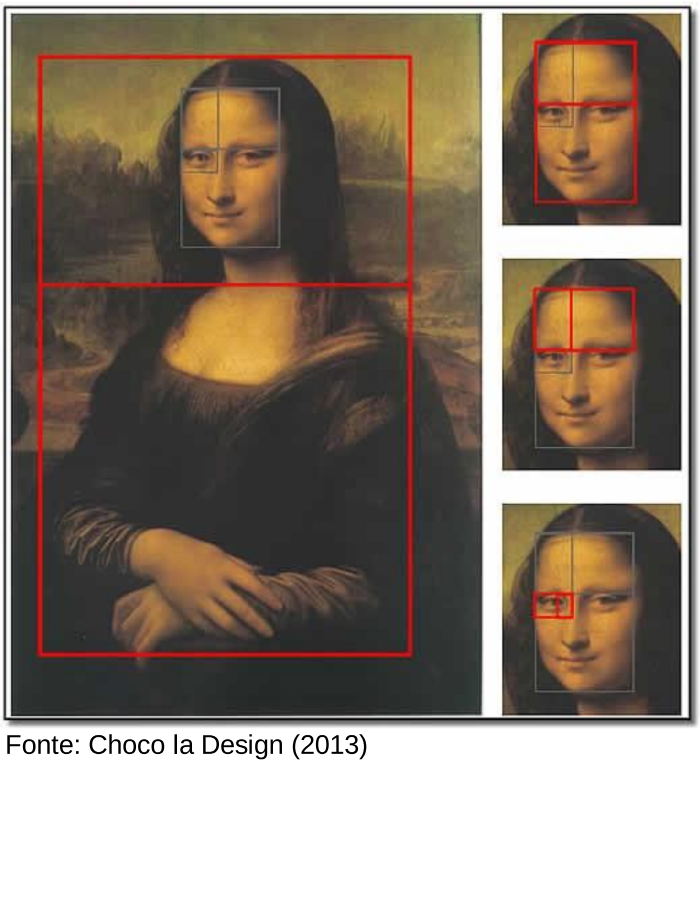
Figura 16- Homem vitruviano



Fonte: História das Artes (2017)

Os renascentistas tinham em si o perfeccionismo e isso era notório também nas obras de Da Vinci, que para chegar mais próximo da perfeição usava a secção áurea em suas obras, inclusive na mais clássica delas: Mona Lisa, quadro tão apreciado por Leonardo, que não foi vendido, mas ficou em sua posse até sua morte. (OSTROWER, 1991, p.292).

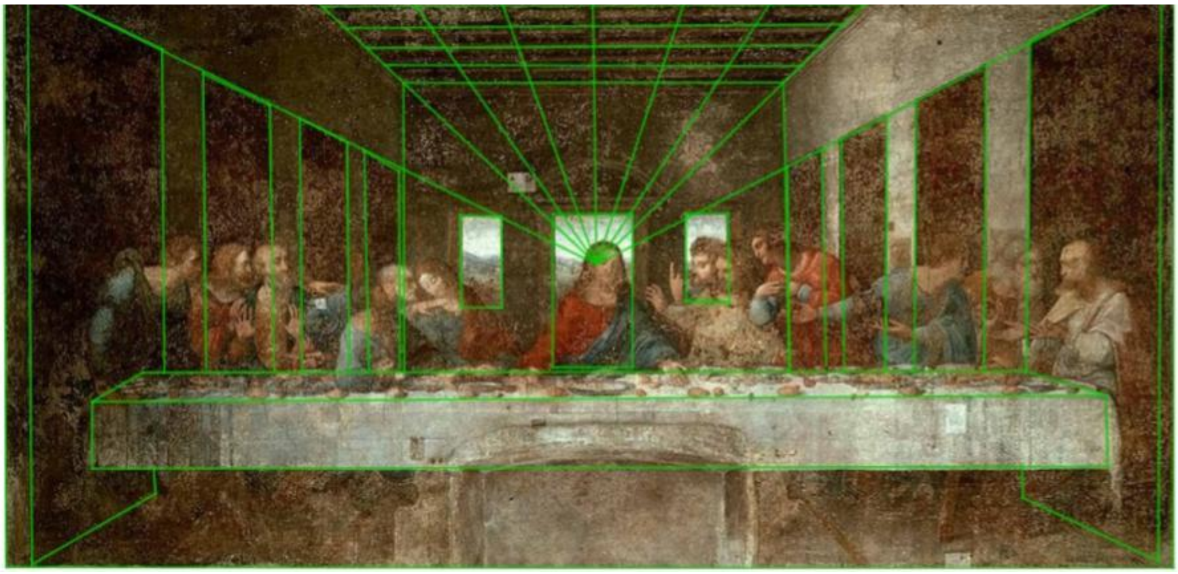
Figura 17- Mona Lisa



Fonte: Choco la Design (2013)

Em um dos capítulos do livro “De Arquimedes a Einstein”, Thuillier (1994) enfatiza essa necessidade que os artistas renascentistas tinham de usar recursos matemáticos como a perspectiva e a razão áurea. (THUILLIER, 1994, p. 57-113). Perspectiva esta, que podemos identificar facilmente na obra “Última Ceia”.

Figura 18- Ú ltima Ceia



Fonte: Modificado de Cultura Genial (2017)

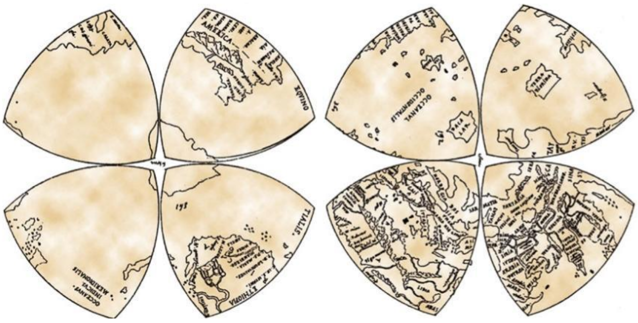
A pintura mostrada acima se encontra na Igreja e Convento Santa Maria Delle Grazie, em Milão, Itália. Até hoje é uma das obras mais estudadas por especialistas, pois acredita-se conter diversas mensagens subliminares, uma vez que Da Vinci usava códigos com frequência em seus estudos.

A técnica utilizada para dar uma noção de profundidade, consistia em desenhar sobre um esquema de semirretas que se unem num ponto chamado de fuga.

Observando a figura percebemos que a disposição das retas nos causa a impressão de que a sala onde está acontecendo a ceia é um lugar profundo. Observe também que o ponto de fuga foi colocado estrategicamente na fronte de Cristo, fazendo com que o espectador direcione seu olhar primeiramente para Ele.

Outro trabalho bastante interessante são os mapas de Da Vinci a seguir:

Figura 19- Mapa Mundi



Fonte: Alpoma (2018)

Figura 20- Ímola, Itália em 1502 e 2016 respectivamente

Fonte: Genial Guru (2019)

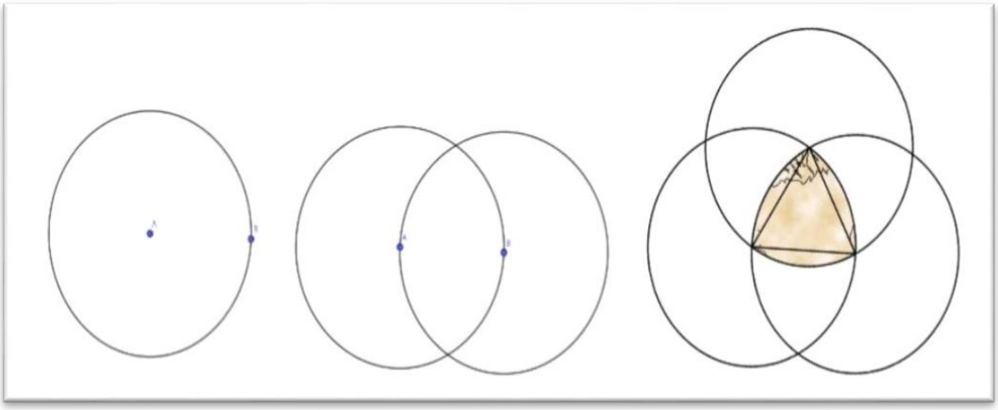
Há mais de 500 anos atrás, quando não havia nenhuma tecnologia ou recurso que permitisse a visão aérea, Da Vinci mais uma vez surpreendia com sua genialidade também na cartografia. Ele desenhava com tanta precisão que Fritjof Capra declarou em seu livro “A alma de Leonardo Da Vinci” que:

> Ele empregava técnicas cartográficas que superavam qualquer coisa tentada pelos cartógrafos medievais e renascentistas. Seus mapas muitas vezes mostram distâncias baseadas em cuidadosas leituras odométricas, obtidas graças aos instrumentos engenhosos construídos por ele mesmo. (FRITJOF CAPRA, 2012, p.267).

Ao comparar os mapas de Leonardo com imagens de satélite, como mostra a Figura 20, podemos perceber a precisão em cada detalhe. Segundo seus manuscritos, ele acreditava que conhecer a superfície da Terra é ousar e nutrir a mente humana.

A Figura 19 nos mostra o mapa mundi que foi resultado de muito estudo de Geometria para entender as projeções do globo terrestre. Neste mapa especificamente, ele dividiu o globo terrestre em oito partes. Cada parte foi representada pelo triângulo circular mais conhecido como triângulo de Reuleaux. O triângulo circular é a figura plana cuja largura é constante, mesma propriedade da circunferência. Vejamos na Figura 21 como é o processo de construção desse triângulo em três passos simples:

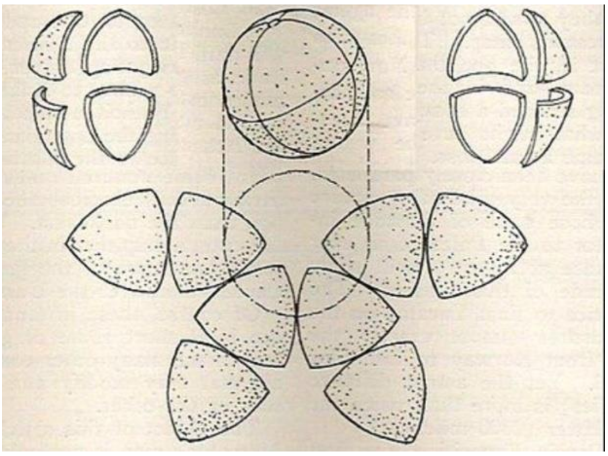
Figura 21- Construção do triângulo circular



Fonte: Alaynne Santos (2017)

Essa construção consiste em fazer uma circunferência de raio qualquer, depois desenhamos outra circunferência de mesmo raio, de modo que o seu centro esteja sobre a primeira. Em seguida construímos uma última circunferência também de mesmo raio, mas esta, com o centro em umas das intersecções das duas circunferências anteriores. O desenho formado pelos três arcos unidos pelas intersecções é o triangulo circular. Triângulo este, que Da Vinci usou para dar a impressão que estaríamos olhando para um sólido, para um oitavo do globo terrestre, como exemplifica a Figura 22.

Figura 22- Projeção octante



Fonte: Wikiwand sd

2.2. M. C. Escher

Mauritis Cornelis Escher (1898-1972) foi um artista gráfico holandês que ficou conhecido com suas obras com ilusão de óptica. Mas no início de sua carreira entre os anos de 1922 a 1935, Escher assemelhava-se a um artista clássico retratando paisagens, natureza e vistas urbanas e dizia-se muito tradicional, esse período é considerado como uma fase à parte em seu desenvolvimento artístico, por não ter nenhuma conexão com o resto de suas obras. E somente em 1937 se redescobriu como artista.

O mesmo, por influência de seu pai, o engenheiro civil George Arnold Escher, ingressou em 1919 no curso de Arquitetura na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas de Haarlen, mas ao perceber o talento do jovem estudante, seu professor de técnicas de gravura artística Samuel Jessurun de Mesquita propôs-lhe a mudança para o curso de Artes Decorativas. (ERNST, 1991)

Apesar de sua originalidade e habilidades, Escher era visto pelo meio artístico como mais intelectual que poético e até a matemática Doris Schattschneider ao observar suas obras e o processo de construção das mesmas, declarou que Escher foi um “matemático intuitivo”. Quanto a isso, Escher afirmava que:

> ...apesar de não possuir qualquer conhecimento ou treino nas ciências exactas, sinto muitas vezes que tenho mais em comum com os matemáticos do que com os meus colegas artistas. (1967, cit. in APM, 1998, p. 9).

Escher também foi estimulado pelo seu pai a aprender carpintaria, o que lhe trouxe o interesse na técnica da xilogravura, que consiste em fazer entalhes na madeira. Essa técnica possibilita a reprodução do desenho entalhado por impressão e assemelha-se a um carimbo.

Embora fosse notável sua excelência em xilogravuras, Escher se destacava em suas obras que apresentam estruturas impossíveis, pavimentações, transformações e representações do infinito. Obras estas que remetiam a imagens da natureza tais como: peixes, aves, repteis, etc.

Sobre suas obras, Gardner faz a seguinte observação:

> Alguns trabalhos seus têm uma aparência misteriosa e surrealista, não sendo bem as fantasias oníricas de um Salvador Dali, ou de um René Magritte, mas antes sutis observações filosóficas que pretendem evocar aquilo que o poeta Howard Nemerov denominou de o mistério, o paradoxo, por vezes até terror deste mundo. (GARDNER, 1966, apud CATÁLOGO EXPOSIÇÃO: OBRAS DE ESCHER- EXPOSIÇÃO NO BRASIL 1993-1994)

Em seus trabalhos podemos facilmente enxergar conceitos fundamentais da matemática, como por exemplo: simetria, proporção, perspectiva, translação e padrões de repetição, o que acabou chamando a atenção dos matemáticos Penrose e Coxeter. Este último nota que

> … a qualidade estética da sua obra enriquece a dimensão matemática, da lógica, da geometria e do paradoxo e é por ela enriquecida…” (1988,cit. in Martinho, 1996).

Ao analisar as obras de Escher, Joly (2002) em sua dissertação acrescenta às obras do artista os conteúdos matemáticos: sequências numéricas, progressões aritiméticas e geométricas. Segundo o próprio Escher:

> As leis da Matemática não são apenas invenções ou criações humanas. Elas simplesmente "são"; elas existem de forma bastante independente do intelecto humano. O mais que qualquer (um)… pode fazer é descobrir que elas estão lá e tomar conhecimento delas. (SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA, 2018).

A obra a seguir mostra a inclinação de Escher à Matemática:

Figura 23- Fita de Moebius

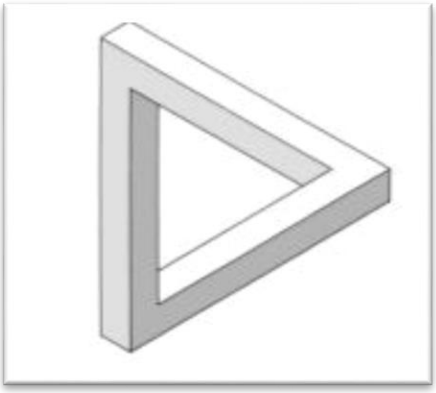
Fonte: Educare (2014)

A fita de Moebius criada pelo matemático e astrônomo alemão August Ferdinand Möbius, é um espaço topológico não orientável, ou seja, não é possível determinar qual é a parte de cima e a de baixo, a de dentro e a de fora. Sobre a fita escreveu Escher:

> Uma fita circular fechada, tem em geral, duas superfícies, uma interior e uma exterior. Sobre esta fita, contudo, andam nove formigas vermelhas, uma atrás da outra, e elas passam sobre o lado exterior e também sobre o interior. Assim, a fita tem só uma superfície. (CATÁLOGO: O Mundo Mágico de Escher 2010).

Outra estrutura interessante é o triângulo tribar de Penrose, que também é conhecido como tribarra, foi criado pelo artista sueco Oscar Reutersvärd em 1934, mas foi somente nos anos 50 que o matemático Roger Penrose o popularizou descrevendo-o como "impossível em sua forma pura". Apesar disto, existem formas tridimensionais sólidas que, quando vistas de certo ângulo, parecem ter todas as características da tribarra. Também foi Roger Penrose que, juntamente com seu pai, o matemático Lionel, que sugeriram a Escher a ideia de representar o triângulo numa obra. Esta obra é chamada de Queda d'água.

Figura 24- Triângulo de Penrose



Fonte: Research Gate (2001)

Figura 25- Queda d'água

Fonte: Da Matemática à reflexão sobre a Matemática, (2002)

Nas palavras de Escher:

> A água de uma cascata que move a pedra do moleiro corre em suave zigue-zague por uma calha montada sobre as torres até formar a cascata e cair novamente. Assim, o moleiro pode manter seu moinho funcionando perpetuamente, vez por outra acrescentando um balde de água para compensar a perda por evaporação.
> Embora as torres sejam da mesma altura, a da esquerda tem um pavimento a mais. Os poliedros nos topos não têm nenhuma importância especial. Eu os desenhei ali simplesmente porque gosto muito deles; no da esquerda temos a interseção de três cubos e, no da direita, três octaedros.
> O tema desta cascata autossustentável, até onde sei, trata-se de uma criação de Roger Penrose, filho do inventor da "cascata contínua". Vale a pena citar suas próprias palavras em artigo publicado no The British Journal of Psychology, edição de fevereiro de 1958: 'Eis aqui um desenho de perspectiva em que cada parte é aceita como representante de uma estrutura retangular tridimensional. Entretanto, os traços do desenho se conectam de modo a reproduzir uma impossibilidade. Se seguirmos com os olhos as linhas desta figura, de repente fazem-se necessárias mudanças súbitas na interpretação da distância entre o objeto e o observador'. (CATÁLOGO: O Mundo Mágico de Escher 2010).

A Fita de Moebius e o triângulo de Penrose que foram representados com exelência por Escher, nos leva a comprovar a inserção da Matemática na Arte e da Arte na Matemática, que se conectam sem detrimento uma da outra.
Ainda sobre estruturas impossíveis temos os exemplos abaixo:

Figura 26- Escada acima escada abaixo

Fonte: Bemglô (2015)

Figura 27- Subindo e descendo

Fonte: Com Ciência (2015)

Na obra da Figura 26 podemos perceber

> … três forças gravitacionais operam perpendicularmente uma em relação às outras. Figuras masculinas movimentam-se em sentidos cruzados no piso e nas escadas. Alguns deles, embora pertencendo a mundos diferentes, aproximam-se muito, mas não percebem a existência dos outros. (M.C. ESCHER, 1953).

A segunda obra representada na Figura 27

> … apresenta um complexo de edificações, uma espécie de monastério com um pátio interno retangular, que ao invés de telhado tem no topo um circuito fechado de lances de escadas que permite aos moradores andar na cobertura de sua residência. O tema dessa escada contínua não é minha invenção. Devo-a ao matemático L. S. Penrose. (M.C. ESCHER, 1960)

Sobre essas duas figuras escreveu Douglas Hofstader:

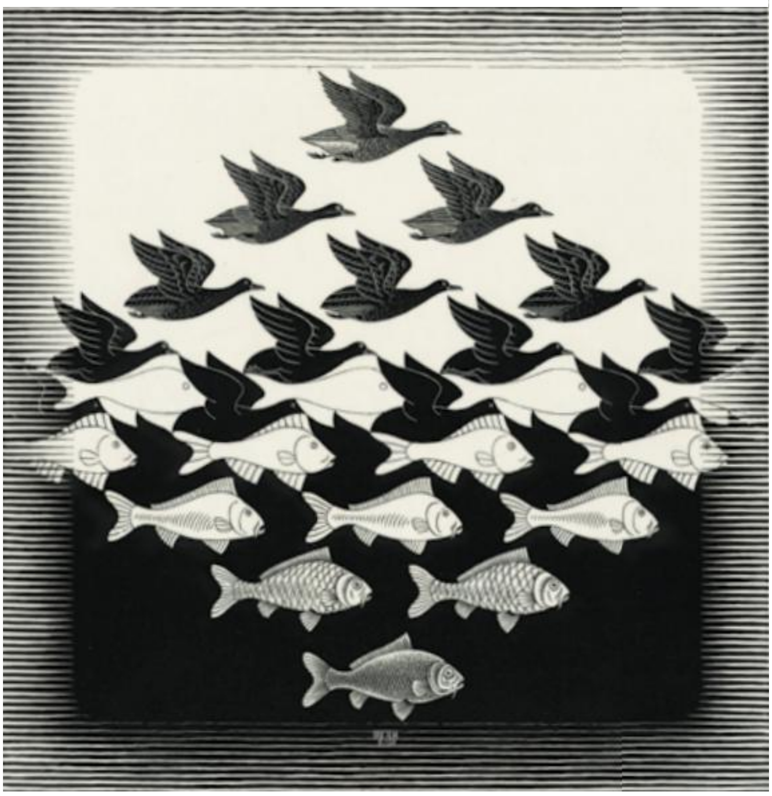
> O gênio Escher está em que ele não só imaginou, mas na verdade, descreveu dezenas de mundos semirreais e semimísticos, mundos repletos de voltas

> estranhas aos quais ele parece convidar seus espectadores. (DOUGLAS HOFSTADER, 1979, p.26)

Escher também tinha um profundo interesse em metamorfose e pavimentação do plano, esta última consiste em preencher todo o plano com figuras que se encaixam perfeitamente sem sobrepor uma a outra, esta técnica também é chamada de tesselação ou ladrilhamento. Ele considerava a tesselação o tema mais importante, uma maneira de expressar sua fascinação pela eternidade e pelo infinito.

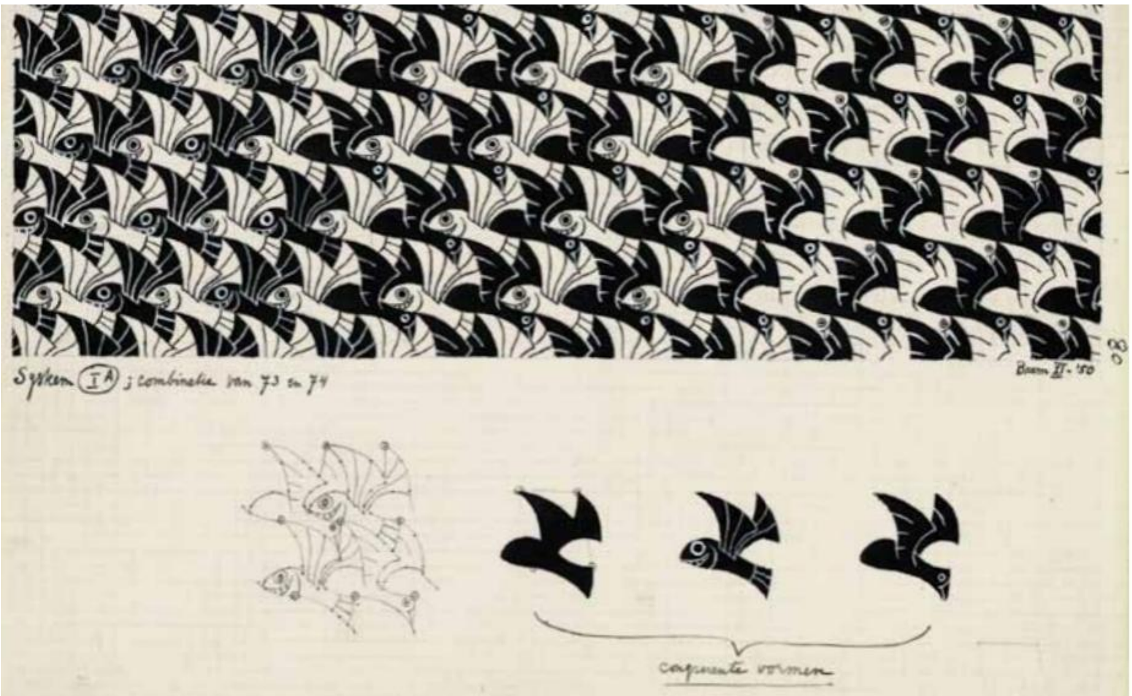
Vejamos abaixo o exemplo de metamorfose e tesselação, respectivamente:

Figura 28- Céu e àgua



Fonte: O tempo (2013)

Figura 29- Pavimentação Peixes e pássaros



Fonte: Olhares da Arte (2011)

Sobre a Figura 28 o artista escreveu:

> Da mesma forma que associamos “pássaros voando” com o “céu”, também associamos água com “peixes”…O quadrado é dividido exatamente em duas metades por uma faixa horizontal central na qual os componentes branco e preto são equivalentes. As silhuetas dos peixes brancos se fundem para formar o “céu” para as aves, enquanto a metade inferior, os pássaros pretos se misturam para dar forma à “água” para os peixes. (M.C. ESCHER 1938)

Em muitos dos seus trabalhos Escher misturava esses dois conceitos, um exemplo disto é a obra Répteis, que trás a pavimentação do plano numa folha de papel e a metamorfose acontece de um desenho plano para um tridimensional, aparentemente o desenho cria vida e segue um ciclo sempre voltando ao seu estado original.

Figura 30- Répteis

Fonte: Da Matemática à reflexão sobre a Matemática (2002)

Apesar dessas surpreendentes obras, Escher conseguiu sobressair-se com os seus trabalhos que representavam o infinito. Veja a Figura 31 e 32:

Figura 31- Limite circular IV

Fonte: Da Matemática à reflexão sobre a Matemática (2002)

Sobre a Figura 31 Escher diz que

> ...os componentes se reduzem de dentro para fora. os seis maiores, três anjos brancos e três demônios pretos, estão ordenados radialmente em volta do centro. O disco está dividido em seis setores, onde dominam anjos, frente a um fundo preto, e os demônios, frente a um fundo branco. Céu e inferno aparecem alternadamente seis vezes… (M.C. ESCHER 1960).

Figura 32- Cada Vez mais pequeno

Fonte: Da Matemática à reflexão sobre a Matemática (2002)

> Aqui temos outro exemplo de diminuição de tamanho em direção ao centro do trabalho. Aqui os componentes são sucessivamente reduzidos à metade. Nesta xilogravura, adotei uma redução contínua e quase maníaca até alcançar o limite da execução na prática. (M. C. ESCHER 1958).

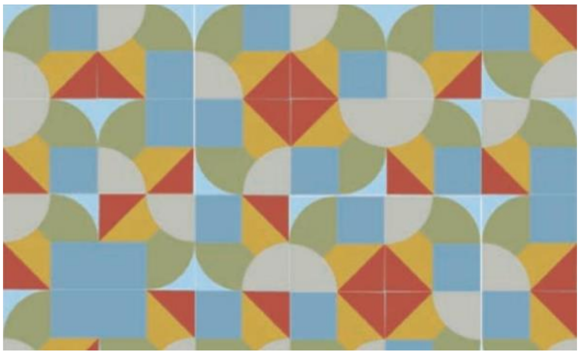
2.3 Antonio Peticov

Atualmente alguns artistas também laçam mão da Matemática em suas obras. Um deles é o pintor, desenhista, escultor e gravurista Antonio Peticov nascido em 1946 em Assis, São Paulo, que aos doze anos tinha em si a certeza de que a Arte seria seu ofício.

Antonio Peticov consolidou sua formação artística através de pesquisas pessoais em História da Arte e pela sua integração aos movimentos artísticos de vanguardas. Logo após especializou-se em Geometria Sagrada que é o estudo das ligações entre proporções e formas geométricas contidas na natureza, também se especializou na Secção Áurea agregando às suas obras um caráter matemático.

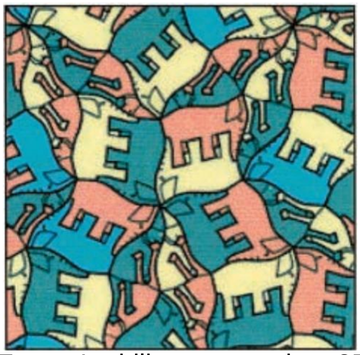
Outra área que é de domínio do artista Peticov é o ladrilhamento periódico e aperiódico.

Figura 33- Ladrilho periódico com rotação



Fonte: Ladrilhamento, sd, p. 9

Figura 34- Ladrilho aperiódico



Fonte: Ladrilhamento, sd, p. 35

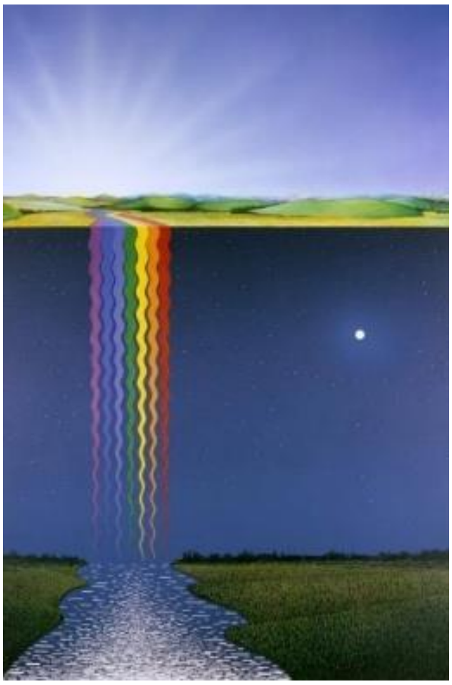
Em seu livro chamado “Ladrilhamento” Peticov define o ladrilhamento periódico como o preenchimento do plano com formas poligonais podendo variar de acordo com sua rotação, translação ou reflexão, mas sem deixar espaço, ou seja, é a pavimentação que já conhecemos nos trabalhos de Escher. No entanto o ladrilhamento aperiódico é aquele cujo desenho formado pelos ladrilhos tem um início central que se expande sem jamais se repetir como na Figura 34.

Além do ladrilhamento e outros conceitos matemáticos, Peticov utiliza conceitos físicos, relacionados ao espectro de cores e à luz. A exemplo disso temos as obras 1,618 e Daybreak

Figura 35- 1,618

Fonte: Antonio Peticov (1983)

Figura 36- Daybreak



Fonte: Antonio Peticov (1982)

Nas obras abaixo o triângulo de Penrose foi usado como inspiração:

Figura 37- Estrela de Davi

Fonte: Antonio Peticov 1972

Figura 38- To Oscar

Fonte: Antonio Peticov 2007

Nos trabalhos a seguir, Peticov utiliza seus conhecimentos matemáticos como fundo para sua criatividade:

Figura 37- Malucks

Fonte: Antonio Peticov (2006)

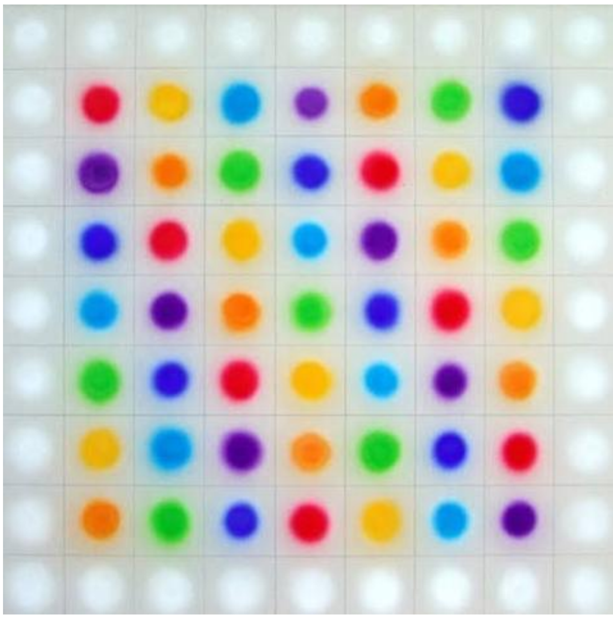
Figura 8- The seven doors

Fonte: Antonio Peticov 1976

Na Figura 39 ele coloca diversos sólidos embaralhados que mais parecem um amontoado de objetos. Enquanto que na figura 40 o autor usa de sua experiência com sombreamento e proporção para dar a impressão de profundidade, o que chamamos de Perspectiva.

E finalmente temos a obra abaixo que destaca a genialidade do artista:

Figura 41- Quadrado Mágico



Fonte: Antonio Peticov (2007)

Nesta obra, Peticov retrata um quadrado mágico. Como sabemos no quadrado mágico a soma dos números na vertical, na horizontal ou na diagonal é a mesma. Mas no lugar dos números temos cores, pois o artista se encanta com o fato da cor branca ser resultado da junção, ou podemos dizer soma, das sete cores.

Essa descoberta foi feita por Isaac Newton, que utilizando um prisma triangular, atravessou sobre ele um feixe de luz branca, tendo como resultado as sete cores que compõem a obra de Peticov.

Observe que esse quadrado mágico, diferente dos convencionais, trás em si o resultado, a cor branca.

Outra curiosidade dessa obra é que as cores não se repetem na vertical, horizontal ou em suas diagonais e além de não se repetirem, cada cor se movimenta como o cavalo no xadrez.

2.4 Luiz Sacilotto

O pintor, escultor e desenhista Luiz Sacilotto (1924-2003) nasceu em Santo André, São Paulo e foi um dos pioneiros no Brasil do Concretismo, movimento artístico que investia em cores, linhas, planos e formas. Buscava objetividade, uma realidade calculável, encontrada por meio da Matemática e da Geometria.

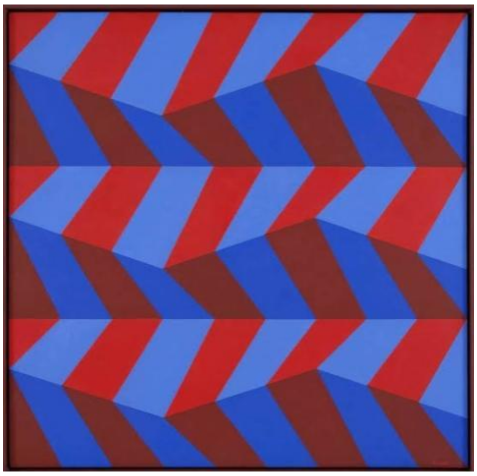
O artista plástico Luiz Sacilotto estudou pintura e decoração na Escola Profissional Masculina do Brás e tornou-se mestre em pintura pela Escola Getúlio Vargas.

Apesar de ter várias obras em diferentes estilos, Sacilotto encontrou-se no Concretismo e foi onde se destacou. Sobre seu trabalho, declarou Nancy Betts professora de Evolução das Artes Visuais:

> O concreto transformado num jogo cheio de prazer e oculta sensibilidade. Módulos, malhas, redes, grades, progressões, matemática e geometria são os meios pelos quais Sacilotto tece um resultado onde ordem, clareza e definição são esperados.
> Mas, toda essa estrutura é subvertida por efeitos óticos/cinéticos que geram movimentos e ritmos inesperados.
> Inspirados por Modrian e pela Gestalt, pesquisa efeitos combinantes de figura/fundo a força do vazio em relação a forma. Apaixona-se por (linhas) paralelas por que estas permitiam uma leitura ambivalente da relação cheio-vazio, positivo-negativo. E é na ambivalência que está a essência do prazer do jogo de transgredir o calculado e, deste modo, ir além do previsto. (NANCY BETTS, 1998).

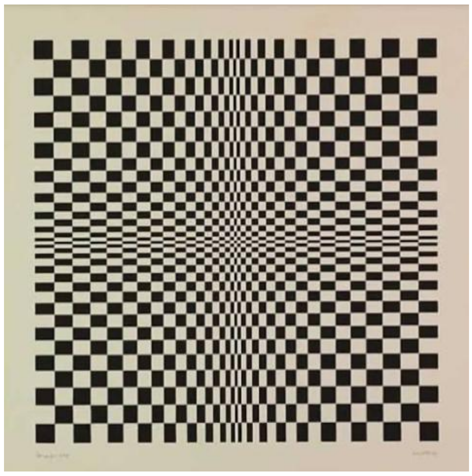
As obras de Luiz Sacilotto se destacam pela sua originalidade, fazendo quase um jogo óptico o artista consegue atrair a atenção para suas pinturas que mais parecem ser o relevo de dobraduras.

Figura 42- Concreção 9767



Fonte: Luiz Sacilotto (1997)

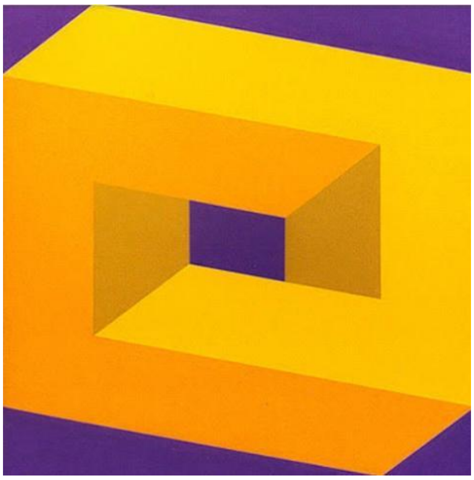
Figura 43- Concreção 7959



Fonte: Luiz Sacilloto (1979)

Os artistas plásticos que têm a Matemática como base de suas obras parecem ter um deslumbramento com estruturas impossíveis, o que não é diferente com Sacilotto que representou uma dessas estruturas na obra da Figura 44:

Figura 44- Concreção 8693



Fonte: Luiz Sacilotto (1986)

2.5 Max Bill

O designer mais influente do mundo Max Bill (1908-1994) nasceu em Winterthur, na Suíça, começou a estudar Arte em Zurique aos 16 anos, mas seguiu para escola de Bauhas, centro de design alemão para intensificar seus estudos, lá ele aprendeu Design, Arquitetura e Arte.

Apesar de ter se destacado como designer e pintor, Max Bill também atuou como arquiteto, professor e escultor com magnificência.

Assim como Luiz Sacilotto, Max era um concretista adepto a Matemática e acreditava que ela deveria ser usada com precisão em suas obras. Por esse motivo, seus trabalhos artísticos ficaram caracterizados pela Geometria e Lógica.

Max acreditava que a Matemática deveria ser o guia final do artista concreto. Em seu artigo “The Mathematical Aproach in Comporary Art” declarou:

> Estou convencido de que é possível desenvolver uma nova forma de arte na qual o trabalho do artista poderia basear seu conteúdo num grau bastante substancial na linha de abordagem Matemática. (MAX BILL, 1954).

A faixa de Moebius causava tanta fascinação em Max que nela foram baseadas diversas esculturas. Dentre elas estão:

Figura 45-Superfície dupla

Fonte: Max Bill (1980)

Figura 46- Fita sem fim

Fonte Max Bill (1953)

Outra superfície matematicamente interessante é a unidade tripartida, que segundo Max é composta por um sistema de círculos cujos centros estão nos vértices de um triângulo equilátero.

Figura 47- Unidade Tripartida

Fonte: Max Bill (1908)

Quanto as pinturas, Max também agregava sua paixão pela Matemática e como um bom concretista, usava da geometria para criar suas obras. Veja nas Figura 48 e 49:

Figura 48- Variação 1

Fonte: Max Bill (1938)

Figura 49- Unitled

Fonte: Max Bill (1967)

A Figura 48 obra faz parte de uma série gráfica e foi construída usando polígonos regulares a começar pelo triângulo. Observe que o número de lados dos polígonos aumenta uma unidade de dentro para fora e todos os polígonos têm lados de mesmo tamanho.

Na Figura 49, Max representa o símbolo do infinito formado pela união de triângulos e losangos.

Outra obra que chama atenção por seu conteúdo matemático é o Teorema de Pitágoras

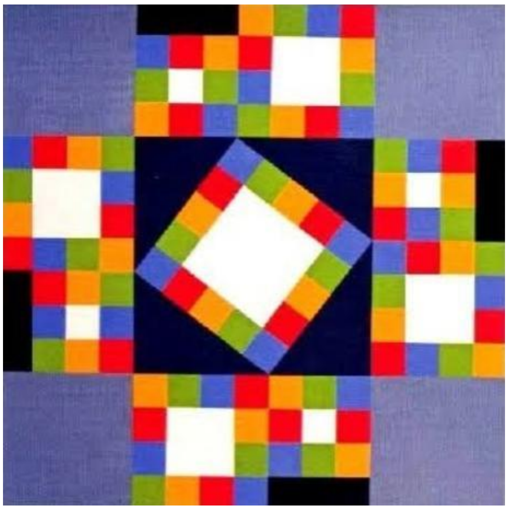
Figura 50- Teorema de Pitágoras

Fonte: Max Bill (1980)

Essa obra é a representação da demonstração do Teorema de Pitágoras usando áreas que diz que o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. Nesse caso em especial, Max usa o triplo pitagórico, no qual a hipotenusa mede cinco unidades e os catetos quatro e três.

O Teorema de Pitágoras também foi alvo de Max Bil nas obras “Construction on the 3-4-5 theme” e “triângulo pitagórico no quadrado II”.

Figura 51- Construction on the 3-4-5



Fonte: Max Bill (1980)

Figura 52- Triângulo pitagórico no quadrado II

Fonte: Max Bill (1980)

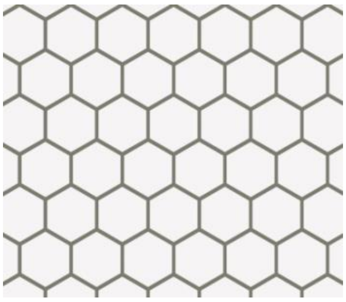
3 PAVIMENTAÇÕES

3.1 Técnicas de pavimentação no plano.

Como vimos no capítulo anterior a pavimentação é o ato de preencher o plano com figuras de forma que as mesmas não se sobreponham nem deixem espaços vazios entre elas, assim como em um quebra-cabeça. No livro “ladrilhamento” de Antônio Peticov, o autor apresenta alguns métodos de pavimentação que brevemente explicaremos.

A pavimentação pode ser feita com um único tipo de polígono regular, como no exemplo abaixo, na qual é utilizado hexágonos regulares.

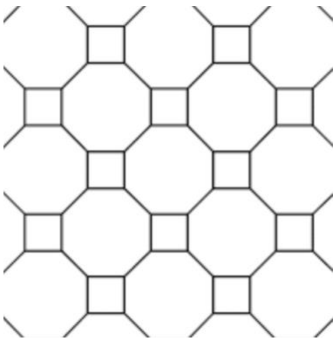
Figura 53- Hexágonos



Fonte: Peticov, (2014).

Podemos também promover a pavimentação com tipos diferentes de polígonos regulares, como na imagem a seguir, na qual foram utilizados quadrados e octógonos.

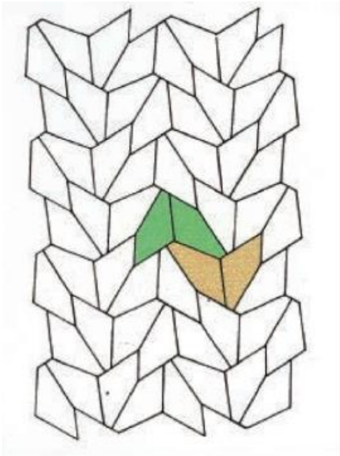
Figura 54- Quadrados e octógonos



Fonte: Peticov, (2014).

Outra forma de tesselação é usar polígonos irregulares como na Figura 55 a seguir.

Figure 55- Polígono irregular

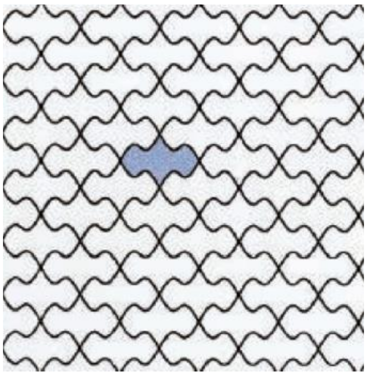


Fonte: Peticov, (2014).

Todas as maneiras de preenchimento do plano citadas até então, são de certa forma simples, pois os polígonos proporcionam um melhor encaixe devido aos lados serem segmentos de reta.

Mas as figuras usadas podem ser das mais diversas. Veja:

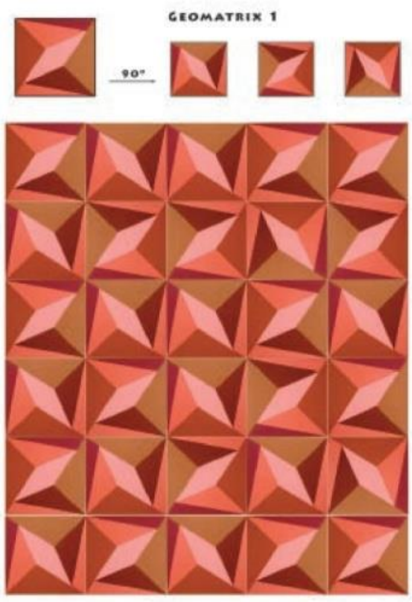
Figure 55- Desenhos curvos



Fonte: Peticov, (2014).

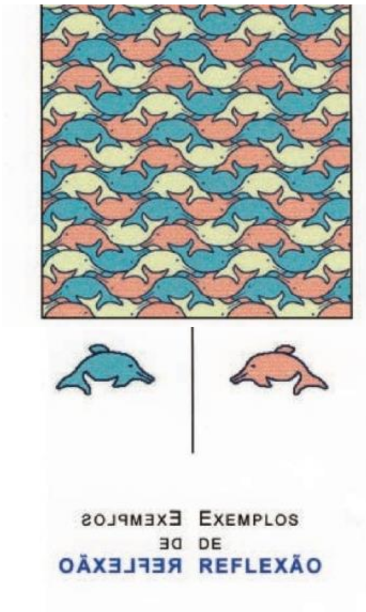
Existem três tipos de encaixe, a translação, onde a imagem e mantida na forma original, só mudando de lugar no plano, como na Figura 55. O segundo modo é rotacionando as imagens como na Figura 56 e por fim podemos espelhar a imagem como na Figura 57.

Figura 56- Rotação



Fonte: Peticov, (2014).

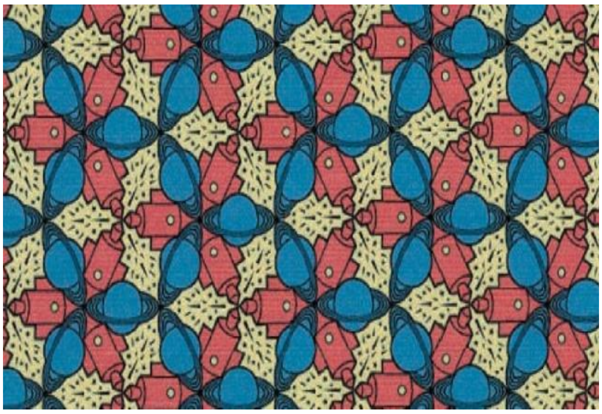
Figura 57- Reflexão



Fonte: Peticov, (2014).

Essas três formas de encaixe podem também ser mescladas como na figura abaixo:

Figure 58- Três ladrilhos



Fonte: Peticov, (2014)

Até agora vimos um ladrilhamento periódico, ou seja, aquele em que desenho formado pelos seus ladrilhos se encontra repetido em outras regiões dentro da área que cobre. Mas existe também o ladrilhamento não-periódico no qual o desenho formado pelos seus ladrilhos tem um início central que se expande sem jamais se repetir, a exemplo temos a Figura 59:

Figura 59- A spiral tiling

Fonte: Heinz Voderberg (1936)

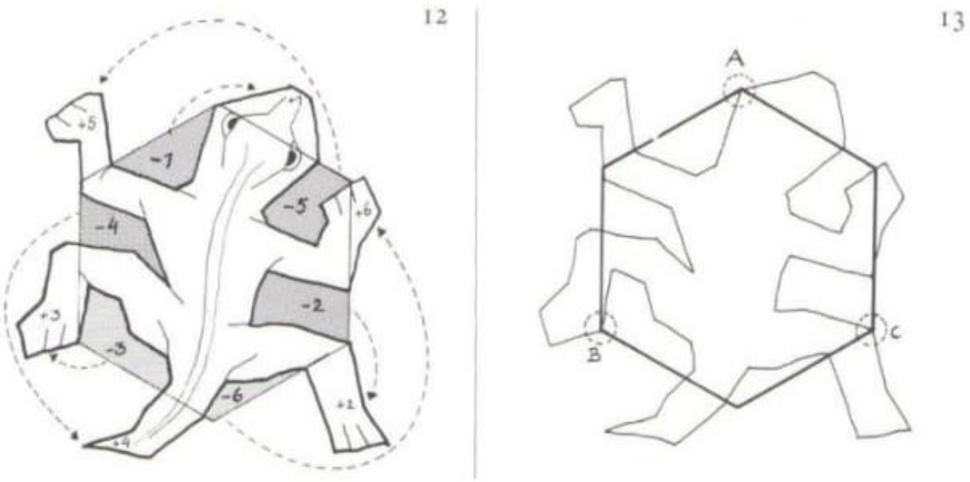
Aprofundando mais no tema o autor Ruy Madsen publicou o livro intitulado "descobrindo padrões em mosaicos", no qual desvenda a elaboração dos padrões de repetição das obras de M.C. Escher. Como por exemplo, a obra Lagartos que a princípio, se acredita que os lagartos se encaixam, mas na verdade temos hexágonos se encaixando, hexágonos esses, que sevem de base para o desenho plano.

Figura 60- Lagartos

Fonte: Modificado "Da Matemática à reflexão sobre a Matemática" (2002)

Observe na Figura 61 que em cada hexágono temos todas as partes de um lagarto:

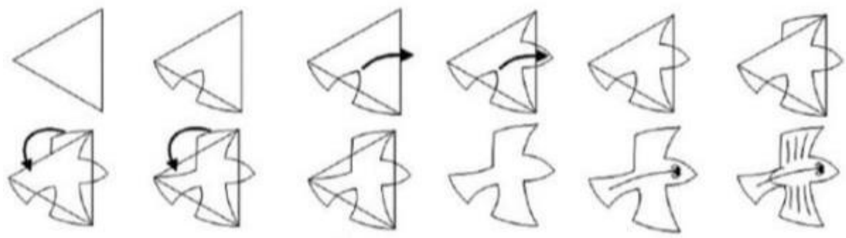
Figura 61- Construção de Lagartos



Fonte: Orla Plástica (2012)

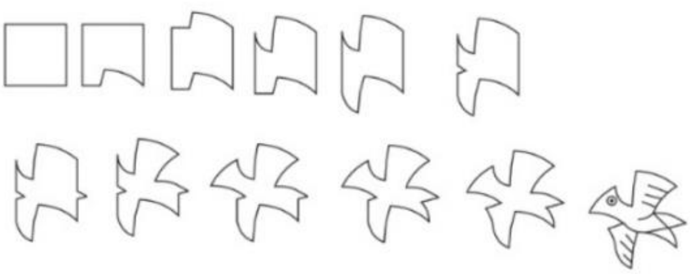
Processos semelhantes ocorrem quando o ladrilhamento tem por base o triângulo, o quadrado e o losango, como nas Figuras 62, 63 e 64, respectivamente:

Figura 62- Peixe com base triangular



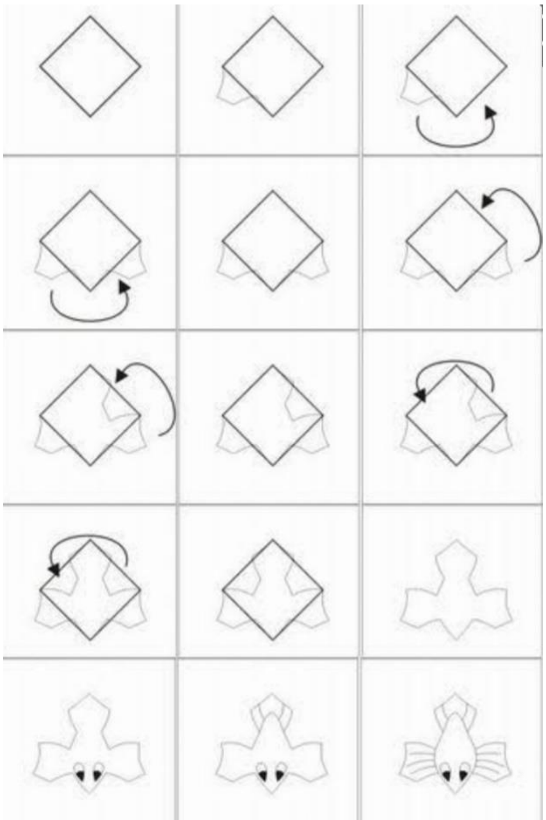
Fonte: Clubes de Matemática OBMEP (2015)

Figura 63- Pássaro com base quadrada



Fonte: Matemática viva (2000)

Figura 64- Peixe com losango de base

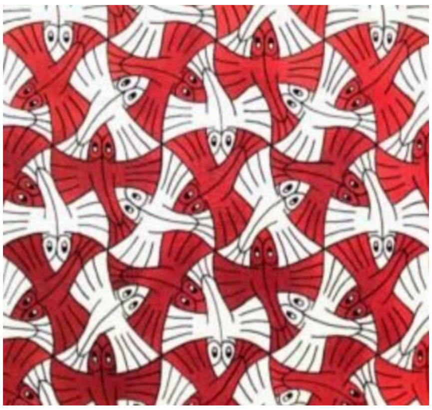


Fonte: Portal do professor (2010)

Escher acreditava que a divisão regular do plano fosse a fonte mais rica da Arte e apesar da semelhança significativa das construções, as sutis diferenças causam um efeito magnífico no resultado do trabalho.

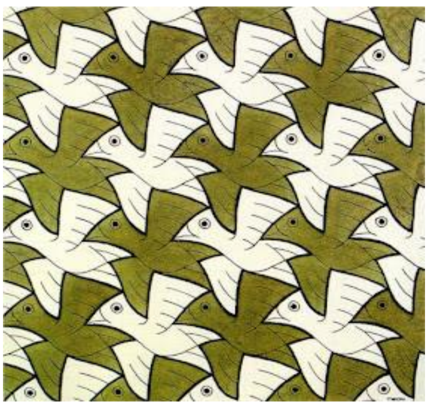
Comparando o resultado da construção de base quadrada com a triangular, podemos perceber que os pássaros se encaixam um atrás do outro enquanto que os peixes se encaixam de formando um círculo.

Figura 65- Sistema triangular 99



Fonte: M. C. Escher, sd.

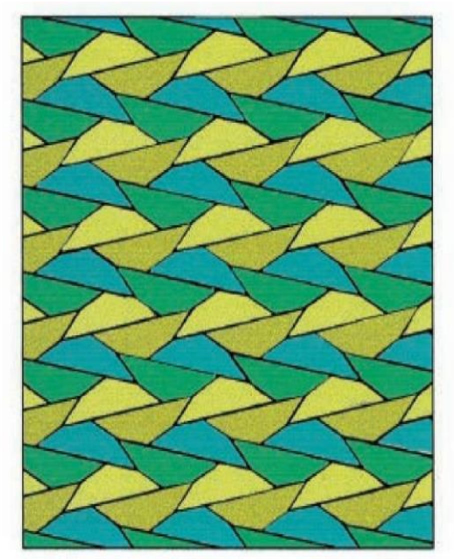
Figura 66- Sistema quadrado 106



Fonte: M.C. Escher, sd.

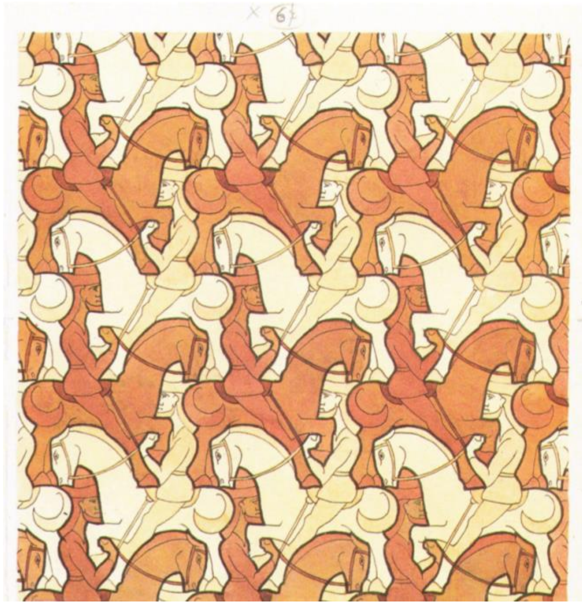
3.2 Imagens

Figura 67- Polígonos irregulares



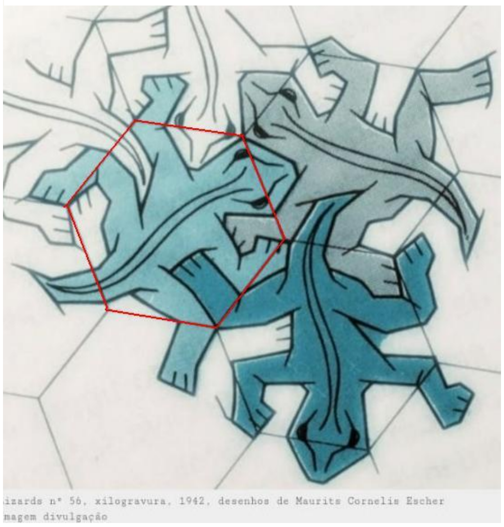
Fonte: Peticov (2014)

Figura 68- Horseman



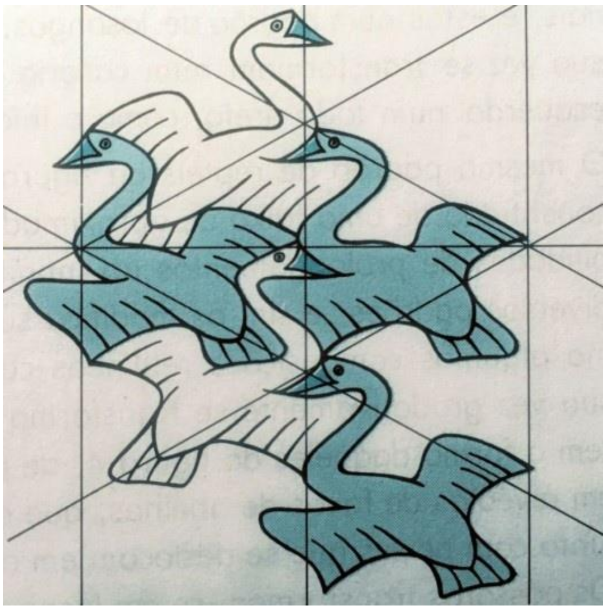
Fonte: M.C. Escher (1946)

Figura 69- Estudo lagartos



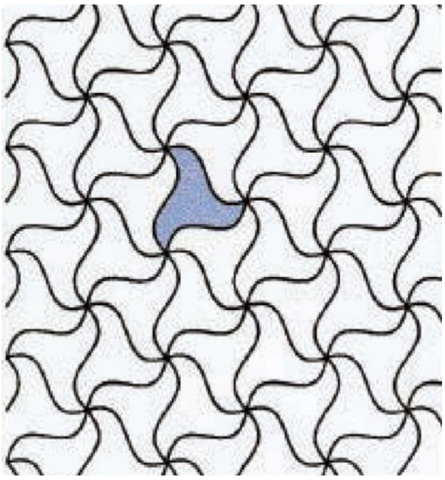
Fonte: M.C. Escher (1942)

Figura 70- Estudo gansos



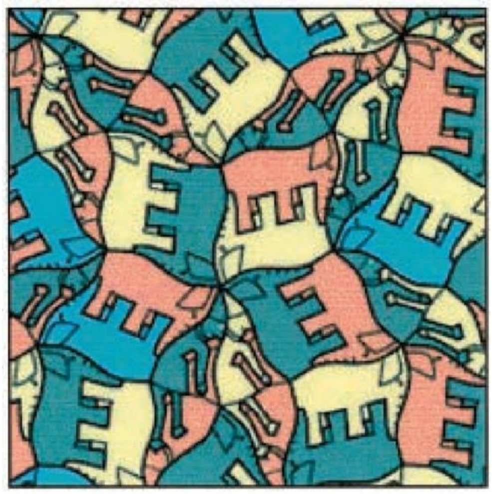
Fonte: M.C.Escher (1942)

Figura 71- Pavimentação com figuras curvas



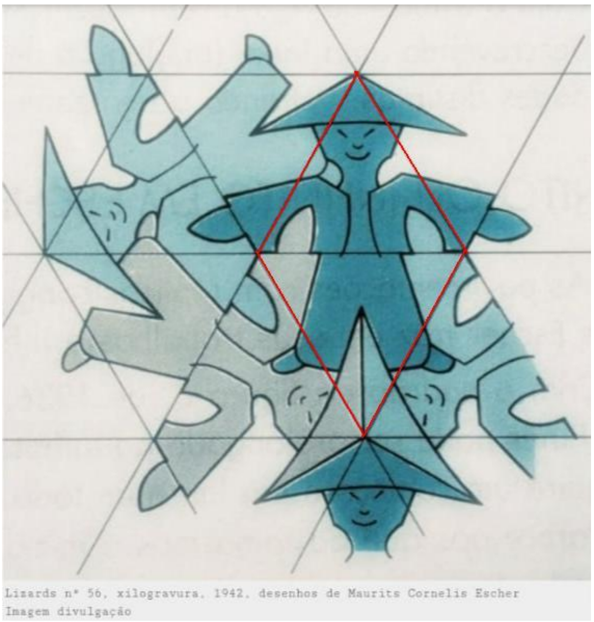
Fonte: Peticov (2014)

Figura 72- Elefante



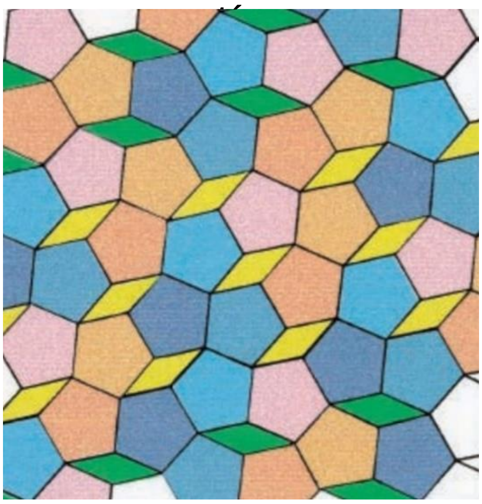
Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 73- Homem



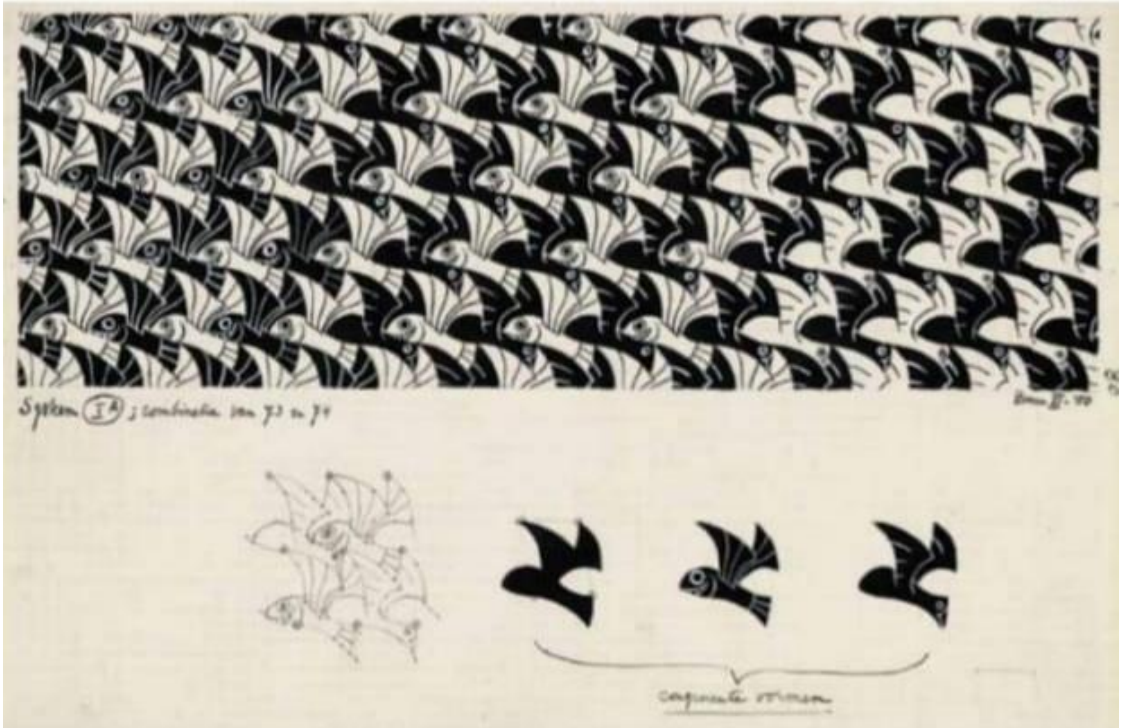
Fonte: M.C. Escher (1942)

Figura 74- Quadrilátero e



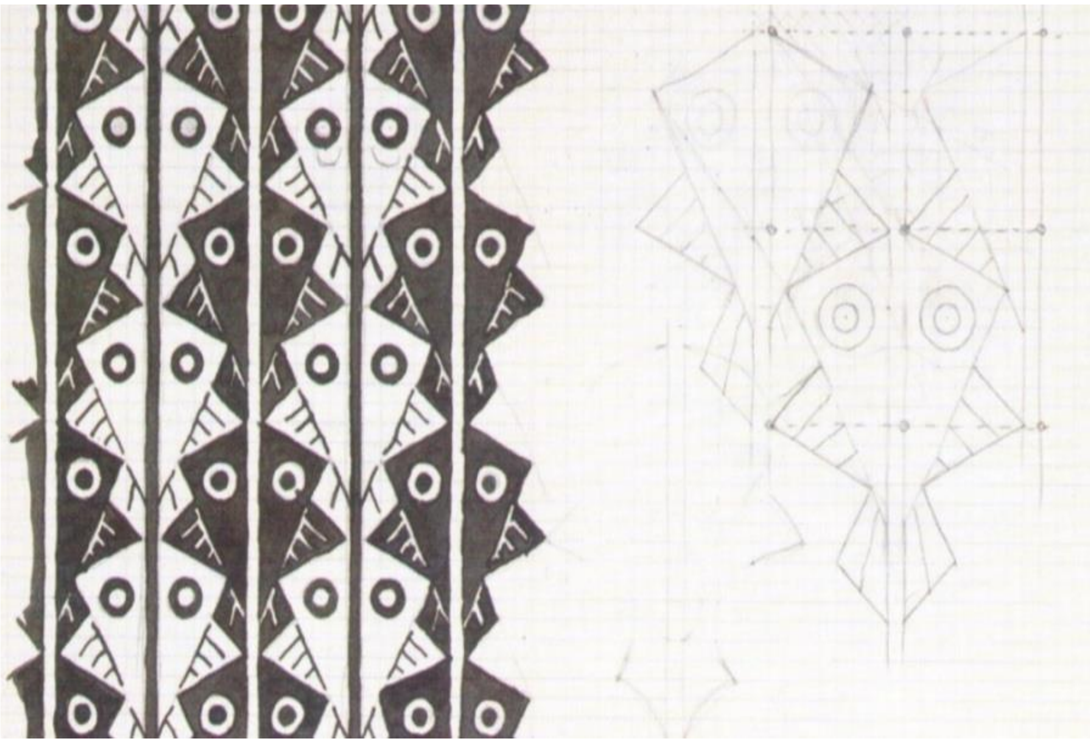
Fonte: Peticov (2015)

Figura 75- Aves e peixes



Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 76- Peixes

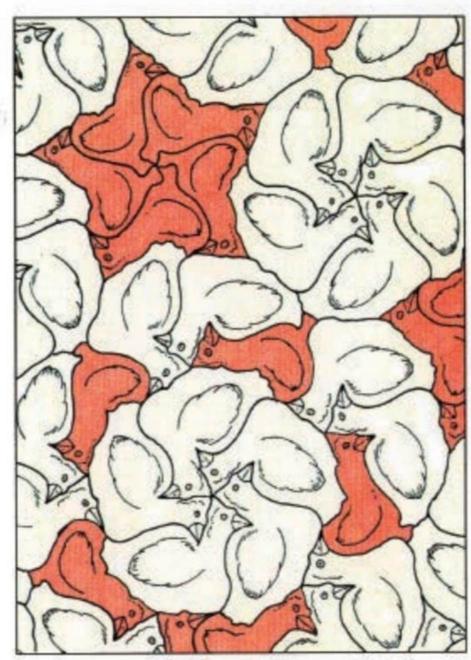


Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 77- Pássaros

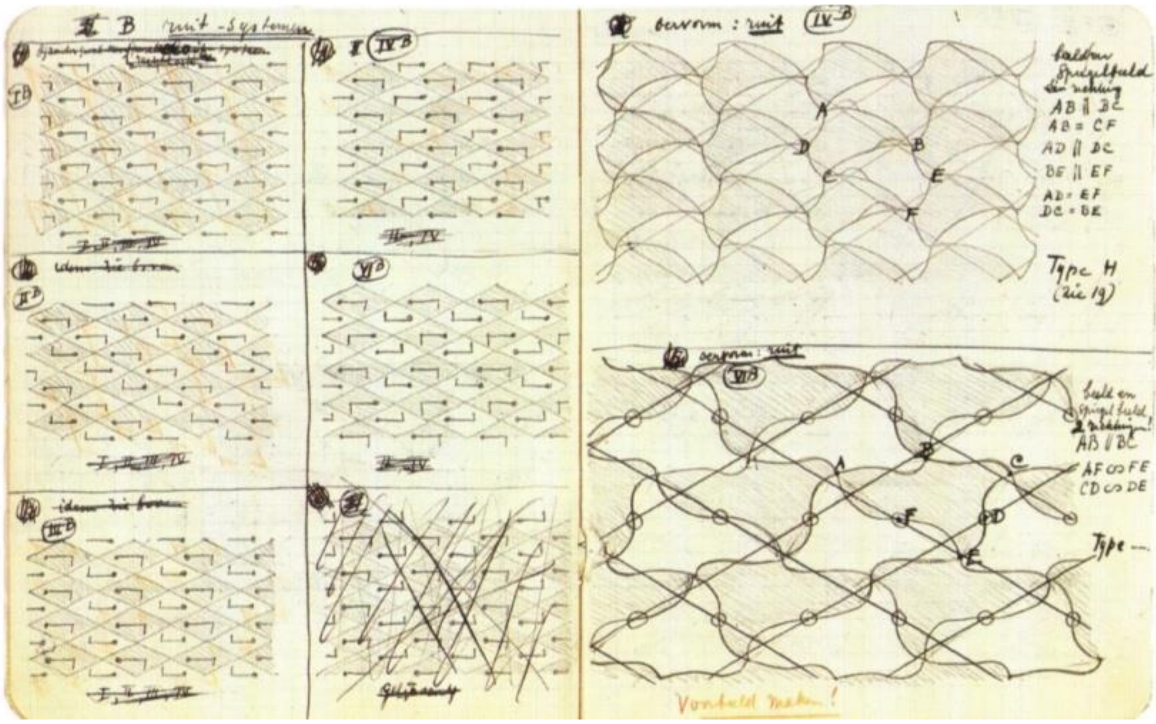
Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 78- Galinha



Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 79- Estudos sobre tesselação



Fonte: M.C. Escher, sd.

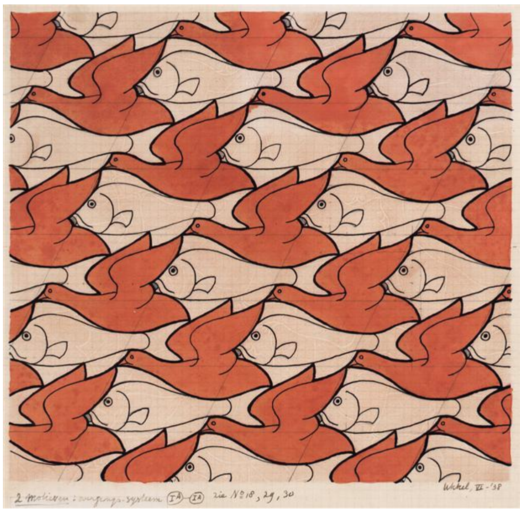
Figura 80- Camarão

Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 81- Pégasus

Fonte: M.C. Escher (1946)

Figura 82- Ave e peixe

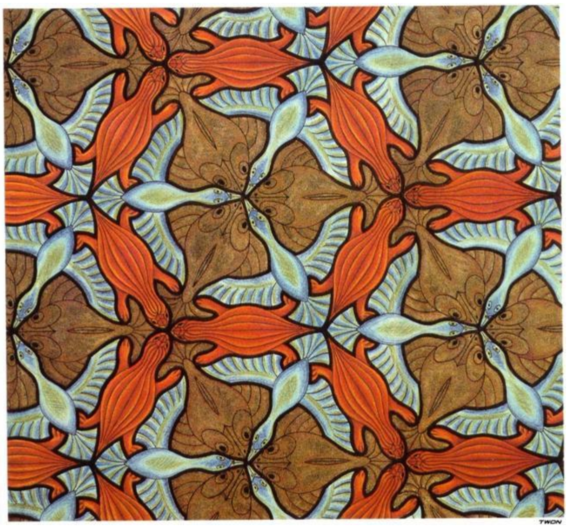


Fonte: M.C. Escher (1938)

Figura 83- Conchas e estrelas do mar

Fonte: M.C. Escher (1941)

Figura 84- Aves e animais marinhos

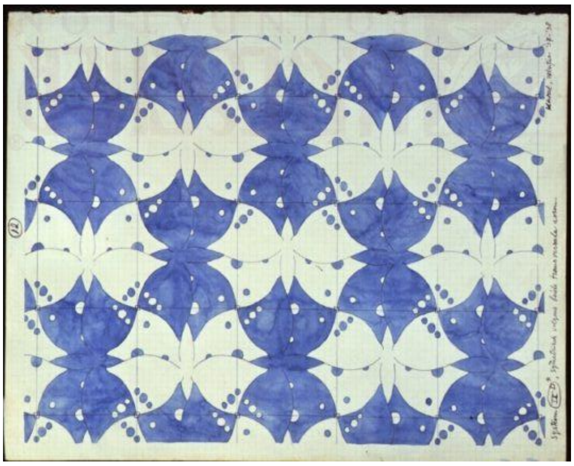


Fonte: M.C. Escher, sd.

Figura 85- Oito cabeças

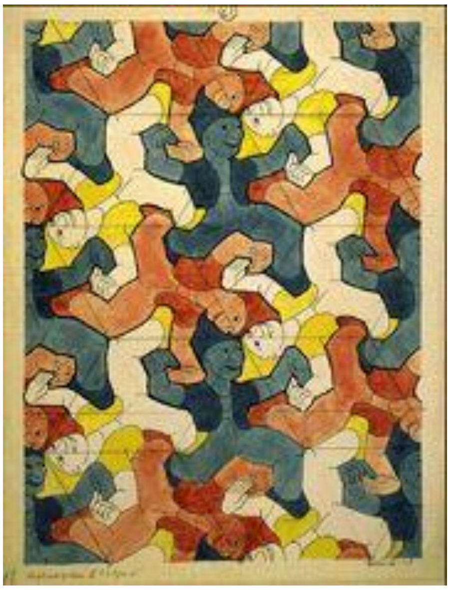
Fonte:M.C.Escher, sd.

Figura 86- Borboletas



Fonte: M.C. Escher (1948)

Figura 87- Clones



Fonte: M.C. Escher (1938)

3.3 técnicas de pavimentação tendendo ao infinito.

As pavimentações de Escher, no entanto, foram muito além, ele tinha um verdadeiro fascínio pelo infinito e representava isso com suas xilogravuras nas quais, as figuras da pavimentação diminuíam ou aumentavam, exponencialmente, dando a impressão de que as obras tendiam ao infinito. Veja a Figura 88:

Figura 88- Limite quadrado

Fonte: M.C. Escher (1964)

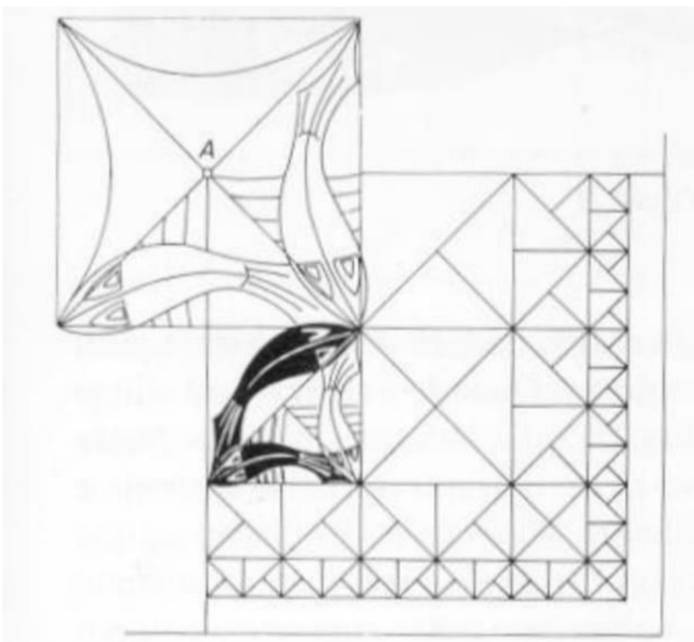
Observe que como a obra é simétrica podemos dividir a imagem em quatro partes, como na Figura 89, para analisarmos o seu processo de construção.

Figura 88- Divisão da obra

Fonte: Vedhuysen (2006)

A Figura 89 mostra mais detalhadamente o esqueleto da obra:

Figura 89- Esboço do Limite quadrado



Fonte: Vedhuvsen (2006)

Como podemos ver, o polígono base dessa obra é o triângulo isósceles reto, os seguintes são metade dos anteriores imediatos.

Sobre o limite quadrado 1964 diz Escher:

> ... o professor Coxeter chamou-me a atenção para o método da redução de dentro para fora, o qual anos em vão, tinha procurado, pois uma redução de fora para dentro (como Cada vez mais pequeno I) não traz nenhuma satisfação filosófica porque assim não resulta nenhuma composição logicamente acabada e perfeita... (cit, in Ernest, 1978, p. 104-105).

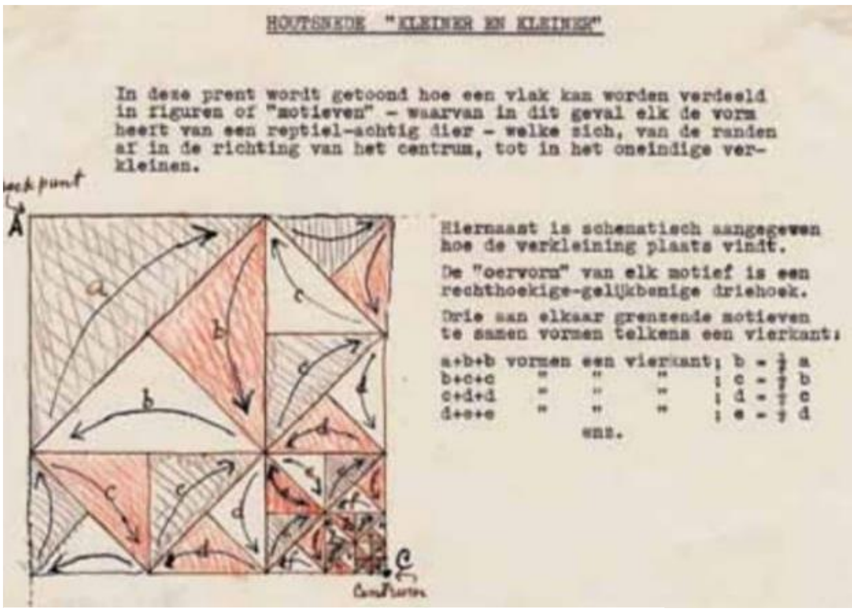
Na obra “Cada vez menor” Escher faz uma abordagem contrária a obra anterior. Nesta, ele reduz os lagartos de fora para dentro.

Figura 90- Cada vez menor

Fonte: M.C. Escher (1958)

Que segundo Escher, tem uma construção mais simples como mostra um de seus rascunhos abaixo.

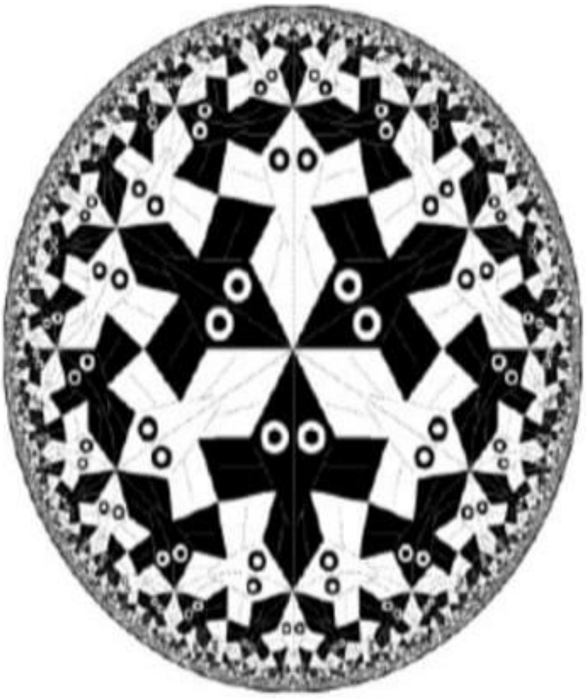
Figura 91- Estrutura da obra Cada Vez Menor



Fonte: M.C. Escher, sd

Outra representação do infinito que chamou a atenção de Escher foi descoberta num livro de H. S. M. Coxeter. Os diagramas do livro inspiraram Escher em uma série de obras com o tema limite circular. A exemplo temos:

Figura 92- Limite circular I



Fonte: M.C. Escher (1958)

Sobre essa obra o autor escreveu:

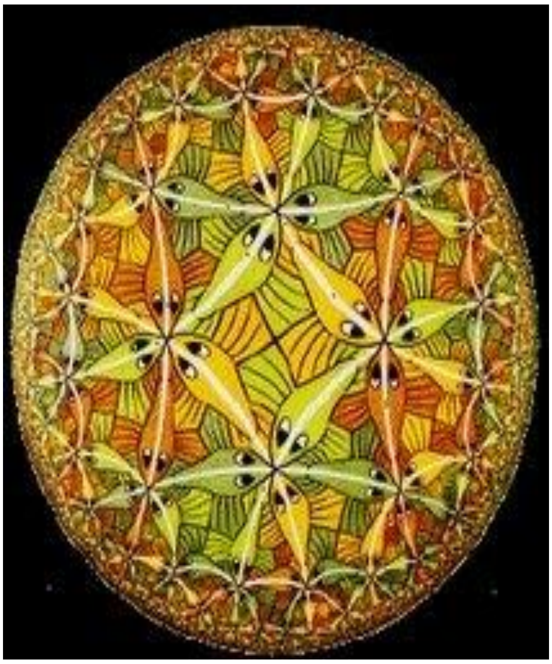
> Para além das três linhas rectas que passam pelo ponto central o esqueleto desta figura consiste em menos arcos de circunferência com um raio sempre mais curto, quanto mais se aproxima da periferia, além disto todas se intersectam em ângulo recto...”. (cit, in Ernest, 1978, p.108).

Apesar da complexidade da obra, Escher acreditava não ter sido um trabalho bem sucedido:

> ... sendo a primeira tentativa, mostra um número de defeitos. Não só a forma dos peixes desenvolvidos em abstrações retilíneas (...), mas também o seu arranjo (...) deixa muito a desejar (...) (cit, in Ernest, 1978, p108).

Não se dando por satisfeito, M. C. Escher criou outras obras, dentre elas o limite circular III:

Figura 93- Limite circular III



Fonte: M.C. Escher (1958)

Comparando as duas obras, Escher escreveu que:

> ...na xilogravura a cores Limite Circular III, as deficiências do Limite Circular I estão aqui consideravelmente eliminadas (...). foram necessárias quatro cores, para que cada fileira se distinga claramente das outras. Como todas estas fileiras de peixes, vindas duma distância infinita, sobem verticalmente como foguetes, da periferia e de novo para lá se dirigem, nem uma componente alcançará alguma vez o limite. Pois para além é o <<nada absoluto>>. E, no entanto, este mundo redondo não pode existir sem vácuo à sua volta_ não simplesmente porque um interior pressupõe um exterior, mas também porque é no <<nada>> que, ordenados com exactidão geométrica, estão os pontos imateriais médios dos arcos, com que o sistema é construído...” (cit. In Ernest, 1978 p.109).

Escher nos surpreende mais ainda com sua criatividade e racionalidade nas gravuras em espiral:

Figura 94- Senda da vida II

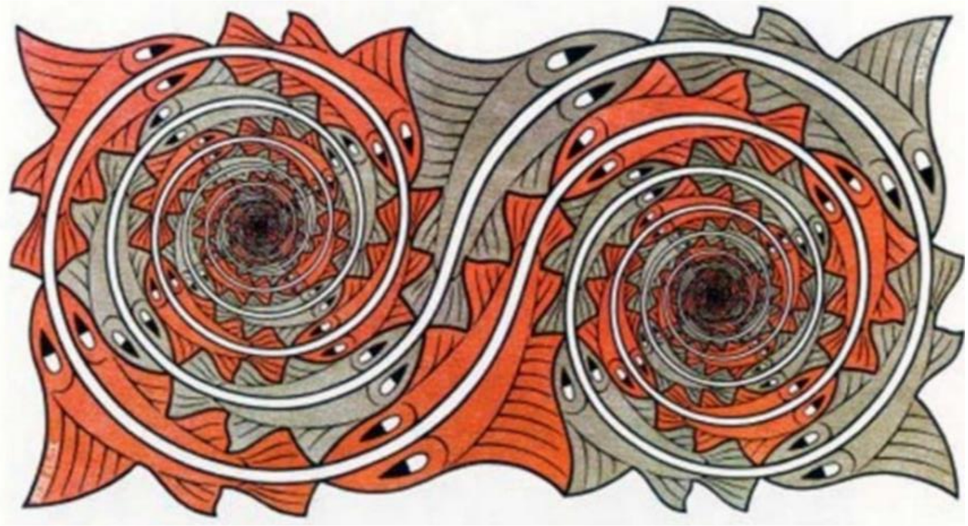
Fonte: M.C. Escher (1958)

A estrutura que está na base é uma série de espirais logarítmicas. Mas como todo bom artista, Escher não queria apenas apresentar a infinitude em suas obras. Nessa, especialmente ele estabelece uma analogia ao ciclo da vida: nascimento, crescimento e morte. Sobre a construção Escher diz que:

> ... o limite do infinitamente pequeno fica no centro, tentei nisso minorar o mal do limite ilógico. A superfície é preenchida com figuras em forma de raias brancas e cinzentas, cujos eixos longitudinais são acentuados por linhas pretas. Do centro salientam-se quatro fileiras e raias em forma de espiral, nadando com a cabeça de uma, pegada a cauda da outra. Os quatro exemplares maiores, que terminem a área quadrada, mudam de direção e cor; as suas caudas brancas pertencem ainda aos cardumes que partem do centro, enquanto as suas cabeças cinzentas já se viram para dentro e são parte da fileira cinzenta que regressa ao centro. (Escher, 1994, p.9).

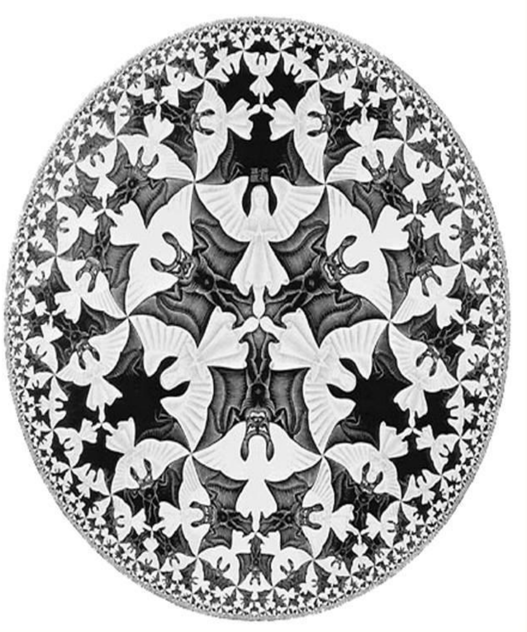
3.4. Imagens

Figura 94- Rendemoinhos



Fonte: M. C. Escher (1957)

Figura 96- Limite circular IV

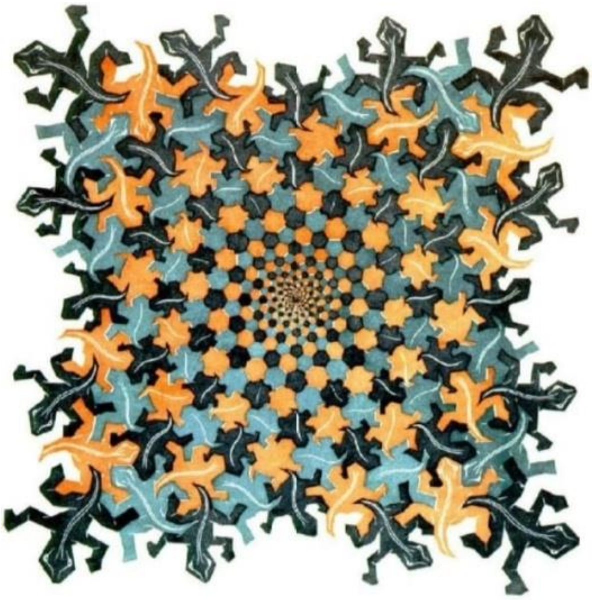


Fonte: M.C. Escher (1960)

Figura 97- Borboletas

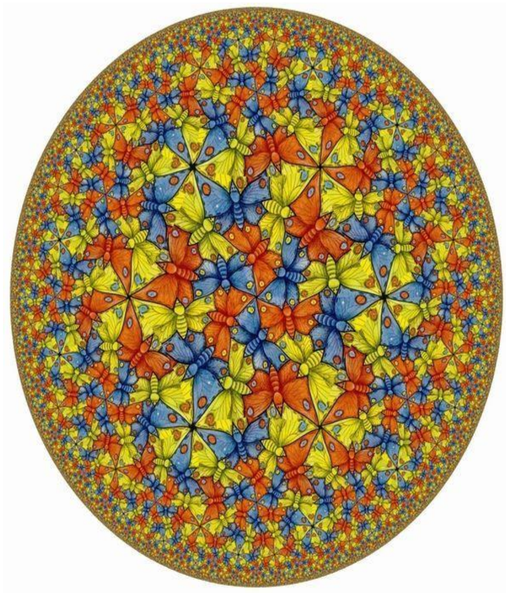
Fonte: M.C. Escher (1950)

Figura 98- Development II



Fonte: M.C. Escher (1960)

Figura 99- Aquarela borboletas

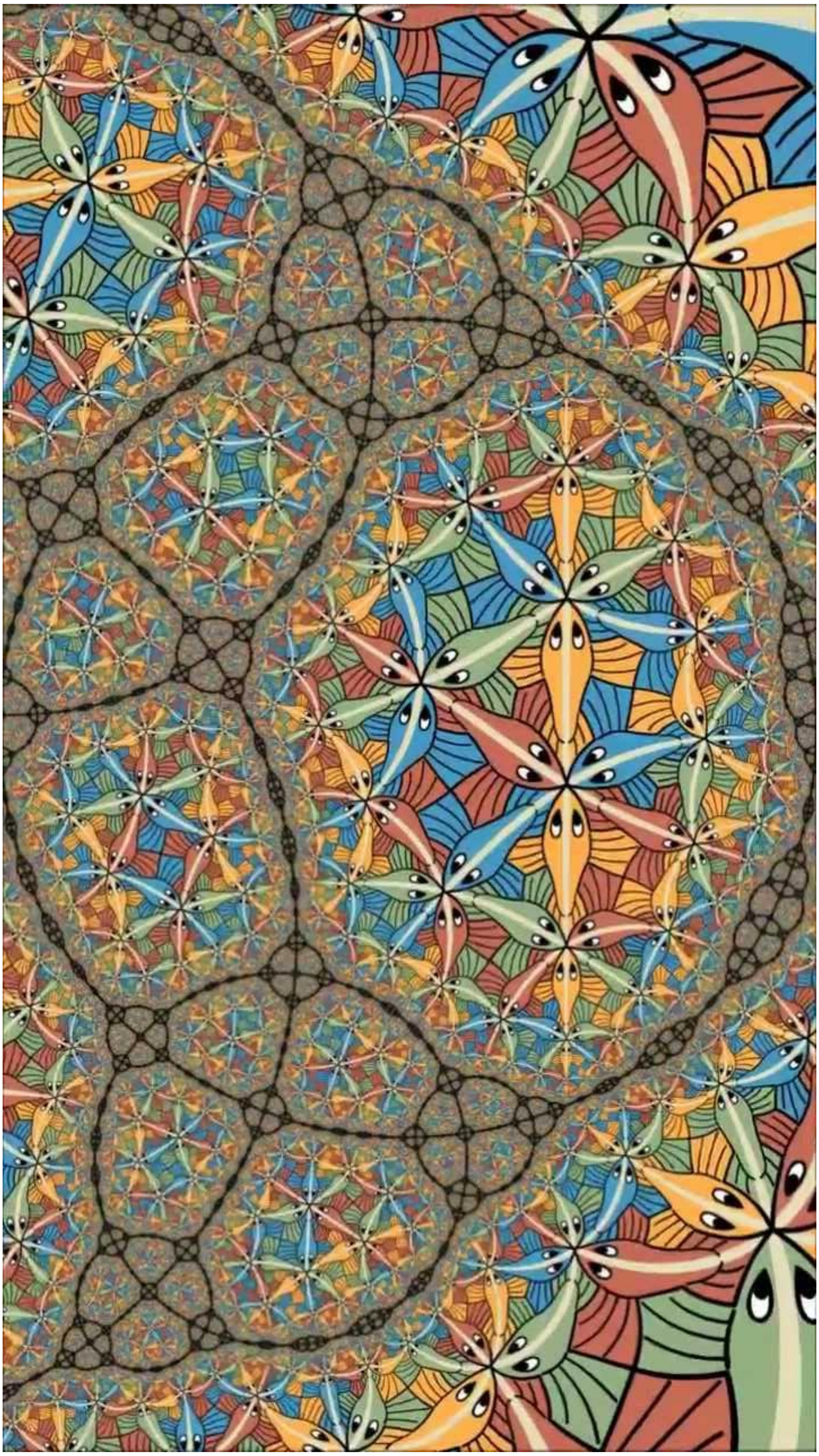


Fonte: M.C. Escher (1948)

Figura 100- Cobras

Fonte: M.C. Escher (1969)

Figura 101- Limite circular III em fractal



Fonte: Vladimir Bulatov 2012

4 MATEMÁTICA APLICADA A ARTE NO ÂMBITO ESCOLAR

É notório que há muita dificuldade no âmbito escolar na assimilação dos conteúdos matemáticos, principalmente pela falta de habilidade em identificar elementos matemáticos abstratos, tais como, retas, pontos, planos, etc.

Essa dificuldade segundo D'ambrósio (2005, p.) se deve ao fato de que os gregos teriam removido a Geometria dos estudos matemáticos, tornando-os mais teóricos e racionais. E isso, de acordo com Santos e Ormenzzano perdurou até os dias atuais, nos quais o distanciamento da Geometria dos currículos escolares é notável (SANTOS e ORMENZZANO, 2005, p. 9).

Por isso, a importância de estabelecer relações entre duas mais disciplinas, que conforme Grunett e Rogers (2000, p.) é a interdisciplinaridade que auxilia no processo de aprendizagem, e isto de vido a três aspectos:

- Aspecto filosófico: a necessidade de visualização da Matemática como atividade humana e suas relações socioculturais.
- Aspecto interdisciplinar: a compreensão do conteúdo matemático se torna mais efetiva mediante a ligações históricas entre diversas áreas do conhecimento.
- Aspecto cultural: a análise das contribuições de várias culturas ou de uma cultura específica para a evolução da ciência Matemática.

Nesse capítulo é relatado como a Arte contribuiu no ensino da Matemática no trabalho cujo título é Matemática na Arte desenvolvido no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) na Escola Estadual Moreira e Silva, sob orientação dos coordenadores Prof. Dr. André Luiz Flores e Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo.

4.1 Experiência

A ideia de aplicar em sala de aula a interdisciplinaridade entre Matemática e arte surgiu quando assisti ao episódio denominado "Do zero ao infinito" da TV Escola, comandado pelo professor Luiz Barco, esse episódio é o primeiro de uma série que traz inúmeras conexões entre as duas disciplinas, e o que achei mais interessante: conceitos Matemáticos sendo usados de forma consciente, contribuindo significativamente com a Arte.

Como eu já participava do PIBID, sugeri aos, até então, coordenadores Prof. Dr. André Luiz Flores e Prof. Dr. Vânio, aplicar essa ideia na Escola Estadual Moreira e Silva, na qual estávamos atuando, sob orientação do professor Antônio Messias, ambos aceitaram a proposta e foram essenciais para que esse trabalho fosse desenvolvido.

A princípio, a ideia era expor as obras selecionadas assim como numa galeria de artes, com quadros grandes e uma curadoria que seria formada pelos alunos que apresentariam as obras de forma convencional, falando sobre os autores, títulos, datação das obras e curiosidades, mas diferente das exposições comuns , os alunos explicariam todo o processo de criação que envolvia a Matemática.

Até esse momento tínhamos a intensão de participar somente do Matexpo, até que surgiu a oportunidade de participar também do MOCITEPIAL (Mostra Científica de Inovação e tecnologia da Escola Epial) em Arapiraca. Com o projeto aprovado em ambas exposições, agora só faltava tirar a ideia do papel.

Durante a nossa preparação vimos que o formato de apresentação idealizado seria financeiramente inviável. Além disso, precisaríamos de um espaço do que o que nos foi fornecido em ambas exposições.

Decidimos então imprimir todas as obras no tamanho A4 e fizemos molduras com dobraduras, ficando na forma da Figura 102:

Figura 102- quadros emoldurados

Fonte: Alaynne Santos (2017)

Construímos também uma espécie de quebra-cabeças no qual dragões se encaixam perfeitamente, com uma base retangular. Veja a Figura 103:

Figura 1103- Quebra-cabeça dragões

Fonte: Alaynne Santos (2017)

4.2 Apresentações (MOCITEPIAL e MatFest)

Material pronto e estudado, no dia 17 de outubro de 2017 apresentamos na Epial (Escola Professora Isaura Antônia Lisboa), garantindo o primeiro lugar, ganhando dois vouchers, um nacional e um internacional.

Figura 104- Epial

Fonte: Site de ciências MOCITEPIAL (2017)

Figura 105- Epial

Fonte: site e ciências MOCITEPIAL (2017)

No dia 23 de outubro apresentamos nosso trabalho no Matfest no IM (Instituto de Matemática).

Figura 106- Apresentação MatFest

Fonte: Alaynne Santos (2017)

Figura 107- Apresentação MatFest

Fonte: Alaynne Santos (2017)

Figura 107- Apresentação MatFest

Fonte: Alaynne Santos (2017)

4.3 Considerações finais

Durante esse processo pude observar que os alunos envolvidos nesse trabalho, passaram por quatro momentos no que se diz respeito a aprendizagem:

- A curiosidade: o fato de não acreditarem que a Matemática pudesse contribuir com a Arte fez com que eles se questionassem sobre o fato.
- A busca por conhecimento: como não sabiam que podia existir essa conexão entre as duas disciplinas, se sentiram desafiados a buscar mais sobre esse assunto.
- Participar das exposições: fez com que eles estudassem com afinco, para então, terem condições de explicar o conteúdo para o público.
- Fixação do conteúdo: ao explicar o assunto, os alunos puderam fixar de forma significativa tudo o que aprenderam durante seus estudos.

Desta maneira podemos afirmar o que Faingulernt e Nunes (2006, p. 28) enfatizam: que a riqueza de detalhes de um trabalho artístico oferece uma grane vantagem didática e pedagógica para as aulas de Matemática. Ainda segundo as autoras, identifica-se e comprova-se a beleza e a utilização de ideias matemáticas manifestadas em trabalhos artísticos nos quais a Matemática e a Arte complementam-se.

REFERÊNCIAS

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo Arte com Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2006, p.18

ATALAY, B. **A Matemática e a Monalisa, a confluência da arte com a ciência.** São Paulo: Mercuryo, 2007.

ROSA NETO, E. **Didática da Matemática.** 11 ed. p. 7-26. São Paulo: Ática, 1998.

CULTURA MARCAS. **Arte e Matemática.** Programa: do zero ao infinito. São Paulo: 2002.

LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.** n.4 p.3-12. São Paulo: 1995.

BAUNGART, J. K. **Álgebra.** Trad. Hygino H. domingues. São Paulo: Atual,1992, 112p. (tópicos da história da Matemática para uso em sala de aula. V.4).

EVES, H. **Introdução à história da Matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2005, 844p.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher,1996, p. 1-5.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte.** Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2013, p.39.

CAPRA, F. **A alma de Da Vinci.** 1 ed. p. 267. Cultrix, 2012, ISBN-10: 8531611997.

D'AMBRÓSIO, U. **Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da Matemática.** São Paulo: Cortez, 2005.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R.A. **Fazendo Arte com a Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2006, p.28.

JOLY, L. F. **Matemática e Arte: Um Estudo de Sequências e Progressões como Modelo para Construção Teórica da Estética da Matemática.** Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba: UFPR, 2002.

ESCHER, M. C. **M. C. Escher, gravuras e desenhos.** Germany: taschen, 2004.

CHOCO LA DESIGN. **Geometria Sagrada- Proporção Áurea.** Disponível em https://medium.com/chocoladesign/geometria-sagrada-propor%C3%A7%C3%A3o-C3%A1urea-50d644deb06d . Acesso em: 5 de Janeiro de 2022.

VITRUVIUS. **A Matemática das Pavimentações**. Disponível em https://vitruvius.com.br/revistas/read/resenhasonline/19.218/7638 . Acesso em: 9 de janeiro de 2022.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo Padrões em Mosaicos.** São Paulo: Atual Editora, 1993.

SEMMER, S.; SILVA, R. C. S.; NEVES, D. C. M.; PILATTI, A. L. **Fractais, contextualização de Matemática e Arte.** Espacios, 2015, p. 10.

CENTRO CULTURAL BANCO DO BRASIL. Catálogo: **O Mundo Mágico de Escher.** São Paulo, 2011.

CIÊNCIAS ULISBOA. **Da Matemática á Reflexão Sobre à Matematica**. Disponível em https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/escher/prosto.html acesso em: 8 de janeiro de 2022.

PETICOV, A. **Ladrilhamento periódico e não-periódico.** Disponível em https://www.peticov.com.br acesso em 12 de dezembro de 2021.

THUILLIER, P. **De Arquimedes a Einstein - A face oculta da invenção científica.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994, p. 57-113.