# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS UNIDADE ACADÊMICA CENTRO DE TECNOLOGIA CURSO DE ENGENHARIA QUÍMICA

ALINE RODRIGUES NUNES

## ESTUDO NUMÉRICO DOS REGIMES DE ESCOAMENTO NO INTERIOR DE TAMBORES ROTATÓRIOS

Maceió – AL

ALINE RODRIGUES NUNES

# ESTUDO NUMÉRICO DOS REGIMES DE ESCOAMENTO NO INTERIOR DE TAMBORES ROTATÓRIOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Química da Universidade Federal de Alagoas como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Junqueira Brandão.

## Catalogação na fonte Universidade Federal de Alagoas Biblioteca Central Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária:	Taciana Sc	ousa dos S	Santos –	CRB-4 – 1	2062

N972e	Nunes, Aline Rodrigues. Estudo numérico dos regimes de escoamento no interior de tambores rotatórios / Aline Rodrigues Nunes. – 2022. 68 f. : il. color.
	Orientador: Rodolfo Junqueira Brandão. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Química) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2022.
	Bibliografia: f. 54-56. Apêndices: f. 57-68.
	1. Tambores rotatórios. 2. Regime de escoamento. 3. Velocidade de centrifugação. I. Título.
	CDU: 66.0

Dedico aos meus pais, Maria José e José Severino.

"Que nada nos limite, que nada nos defina, que nada nos sujeite. Que a liberdade seja nossa própria substância, já que viver é ser livre."

- Simone de Beauvoir

### AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida e por me guiar na busca pelos meus sonhos.

Aos meus pais, Maria José e José Severino, por todo amor, carinho e cuidado recebido e por não medirem esforços em prol dos meus estudos. Essa conquista também é de vocês.

A minha irmã, minhas tias e tios, primos e primas que sempre estiveram comigo e com quem eu sempre pude contar.

Ao meu namorado, Rafael Nobre, meu parceiro de graduação e parceiro da vida, que tornou essa trajetória muito mais leve e com quem eu aprendi o que é o amor.

Aos meus amigos José Raimundo, Martha, Natália e Willieny pelos longos bons anos de amizade e por toda parceria desenvolvida, é muito gratificante saber que posso contar com vocês.

Aos meus amigos de turma, Carol, Elber, Marcos e Solleti, por todo conhecimento compartilhado durante o processo de aprendizado nas disciplinas do curso.

Ao Laboratório de Computação Científica e Visualização – LCCV/UFAL por todos os ensinamentos e vivência na área computacional em mais de 3 anos de projetos.

Ao Programa Especial de Capacitação Discente – PEC/UFAL por contribuir com a minha formação durante a graduação e a seus membros pelos bons momentos partilhados, em especial minhas amigas Karla e Francine.

Ao meu orientador, professor Dr. Rodolfo Junqueira Brandão por toda a atenção e esforço durante a realização desse trabalho e por fazer a diferença no Curso de Engenharia Química.

Ao Laboratório de Processamentos Paralelos da Universidade Federal de Uberlândia pela disponibilização de seus equipamentos para execução esse trabalho.

Ao curso de Engenharia Química e a Universidade Federal de Alagoas por me permitirem realizar esse trabalho.

A todos que partilharam comigo essa etapa da minha vida.

### RESUMO

Os tambores rotatórios são amplamente utilizados nas indústrias, especialmente no setor de fármacos, fertilizantes e de alimentos, e em operações unitárias como secagem e mistura. Esses equipamentos são conhecidos por possuir geometria relativamente simples, sendo composto por uma estrutura cilíndrica que gira em torno do seu próprio eixo, movimentando as partículas existentes no seu interior. Porém, o comportamento dessas partículas não é simples, sendo necessário um estudo dos seus regimes de escoamento de modo a entender as condições mais adequadas para cada aplicação, verificando a influência de variáveis como velocidade de rotação do tambor, diâmetro e densidade da partícula, diâmetro e comprimento do tambor e grau de preenchimento. Para compreender o funcionamento do equipamento foram realizadas simulações aplicando o Método dos Elementos Discretos (DEM) utilizando o resolvedor numérico LIGGGHTS 3.8, um software livre para modelagem de material granular. A partir de uma geometria cilíndrica construída através do Gmsh 4.9, os resultados obtidos foram analisados qualitativamente através do software livre para visualização científica interativa ParaView 5.8.1, e quantitativamente utilizando a linguagem de programação Python 3.8.6, para customização de gráficos, e análise estatísticas através do software Statistica 7.0. Com os resultados obtidos foi possível entender o comportamento de cinco regimes de escoamento (avalanche, deslizamento, cascateamento, catarateamento e centrifugação) em função da velocidade de rotação. Além disso, verificou-se que propriedades como diâmetro da partícula, diâmetro do tambor e grau de preenchimentos exercem influência nos regimes de escoamento através da velocidade crítica de centrifugação. Foi possível constatar que mudanças na densidade da partícula e alteração do comprimento do tambor não apresentam mudanças significativas nos regimes de escoamento.

**Palavras-Chave:** regimes de escoamento, velocidade de centrifugação, tambor rotatório, método dos elementos discretos.

### ABSTRACT

Rotary drums are widely used in industries, especially in the pharmaceutical, fertilizer and food sector, and in unit operations such as drying and mixing. These equipments are known for having relatively simple geometry, being composed of a cylindrical structure that rotates around its own axis, moving the particles inside it. However, the behavior of these particles is not simple, requiring a study of their flow regimes in order to understand the most suitable conditions for each application, verifying the influence of variables such as drum rotation speed, particle diameter and density, drum diameter and length and degree of filling. To understand the operation of the equipment, simulations were performed applying the Discrete Element Method (DEM) using the numerical solver LIGGGHTS 3.8, a free software for modeling granular material, from a cylindrical geometry built using Gmsh 4.9. The results were analyzed qualitatively using the free software for interactive scientific visualization ParaView 5.8.1, and quantitatively using the Python 3.8.6 programming language, for graphics customization, and statistical analysis through the Statistica 7.0 software. With the results obtained, it was possible to understand the behavior of five flow regimes (avalanche, sliding, cascading, cataracting and centrifugation) as a function of rotation speed. Furthermore, it was found that properties such as particle diameter, drum diameter and degree of filling influence the flow regimes through the critical centrifugation speed. It was possible to verify that changes in particle density and changes in drum length do not present significant changes in flow regimes.

**Keywords**: flow regimes, centrifugation speed, rotating drum, discrete element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tambor rotativo industrial	17
Figura 2: Regimes de escoamento em um tambor rotatório	19
Figura 3: Regime de Avalanche	20
Figura 4: Regiões do leito granular em regime de rolamento	21
Figura 5: Formato do leito granular no regime cascateamento	22
Figura 6: Transição do regime de catarateamento (a) para centrifugação (b).	22
Figura 7: Refinamento de malha feito no software Gmsh	26
Figura 8: Simulação de um funil de descarga feito no LIGGGHTS	27
Figura 9: Interface gráfica do ParaView	28
Figura 10: Malhas dos tambores utilizados:	30
Figura 11: Regime Avalanche	36
Figura 12: Regime Rolamento	37
Figura 13: Regime de Cascateamento	37
Figura 14: Regime de Catarateamento	38
Figura 15: Regime de centrifugação	38
Figura 16: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função	da
velocidade de rotação	39
Figura 17: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função	da
velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do tamanho da partíc	ula.
	41
Figura 18: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função	da
velocidade de rotação: verificação numérica do efeito da densidade da partíc	ula.
	43
Figura 19: Gráfico de Pareto	44
Fonte: Autor, 2022. Figura 20: Perfil de velocidade média de todas as partícu	ılas
em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do diâme	etro
do tambor	46
Figura 21: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função	da
velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do comprimento	do
tambor	49

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação do número da faixa de Froude com o regime de escoamento.
Tabela 2: Equações de velocidades críticas de centrifugação
Tabela 3: Planejamento Experimental
Tabela 4: Equações utilizadas para cálculo do número de partículas
Tabela 5: Número de partículas nas simulações DEM       32
Tabela 6: Dados utilizados para cada simulação
Tabela 7: Regimes de escoamento em função da velocidade de rotação 35
Tabela 8: Avaliação qualitativa do tamanho da partícula na dinâmica granular.
Tabela 9: Avaliação qualitativa da densidade da partícula na dinâmica granular.
Tabela 10: Avaliação qualitativa do diâmetro do tambor na dinâmica granular.
Tabela 11: Avaliação qualitativa do comprimento do tambor na dinâmica
granular
Tabela 12 Avaliação qualitativa do grau de preenchimento na dinâmica granular.
Tabela 13: Velocidades de centrifugação calculadas e simulada

## LISTA DE ABREVIATURAS

DEM	Método dos Elementos Discretos
GMSH	A three-dimensional finite element mesh generator with built in pre and post processing facilities
LIGGGHTS	LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulation
LAMMPS	Large Atomic and Molecular Massively Parallel Simulator
PCC	Planejamento Composto Central
VTK	Visualization Toolkit Legacy
STL	STereoLithography

## LISTA DE SÍMBOLOS

- r Raio da partícula
- d Diâmetro da partícula
- ρ Densidade da partícula
- n Número de partículas
- R Raio do tambor
- D Diâmetro do tambor
- L Largura do tambor
- Vp Velocidade da partícula
- ω Velocidade de rotação do tambor
- $\omega_c$  Velocidade de centrifugação
- f Grau de preenchimento do tambor
- $\sigma_p$  Módulo de Young
- $m_i g$  Força gravitacional
- $M_{t,ij}$  Torque gerado por forças tangenciais
- $M_{r,ij}$  Torque gerado por atrito de rolamento
- $M_{n,ij}$  Torque adicional para elipsoides
- *Q<sub>i</sub>* Quantidade das partículas de tipo i

## SUMÁRIO

1	INTRODU	JÇÃO	15
2	OBJETIV	'OS	16
	2.1 Gera	Ι	. 16
	2.2 Espe	cíficos	. 16
3	. REVISÃ	O BIBLIOGRÁFICA	17
	3.1 TAMI	BOR ROTATÓRIO	. 17
	3.2 REG	IMES DE ESCOAMENTO	. 18
	3.2.1 Re	gime de Deslizamento	. 19
	3.2.2 F	Regime de Avalanche	. 20
	3.2.3 F	Regime de Rolamento	. 20
	3.2.4 F	Regime de Cascateamento	. 21
	3.2.5 F	Regime de Catarateamento	. 22
	3.2.6 F	Regime de Centrifugação	. 22
	3.3 MÉT	ODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS	. 24
	3.4 FERF	RAMENTAS COMPUTACIONAIS	. 25
	3.4.1.	Gmsh	. 25
	3.4.2.	LIGGGHTS	. 26
	3.4.3.	ParaView	. 27
	3.4.4.	Python	. 28
	3.4.5.	Statistica	. 29
4	. METOD	OLOGIA	30
	4.1 Mode	elagem do problema	. 30
	4.2 Ambi	ente computacional	. 30
	4.3 Plane	ejamento Experimental	. 31
	4.4 Scrip	ts de Simulação	. 33

4.5 Tratamento de Dados	34
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
5.1 Influência da velocidade de rotação	35
5.2 Influência do Tamanho Granular	39
5.3 Influência da Densidade Granular	41
5.4 Influência do Diâmetro do Tambor	44
5.4 Influência do Comprimento do Tambor	47
5.5 Influência do Grau de Preenchimento	49
5.6 Análise de outros modelos	51
6. CONCLUSÃO	53
REFERÊNCIAS	54
APÊNDICES	57

### 1 INTRODUÇÃO

Os tambores rotatórios possuem vasta utilização na indústria, ocasionada pela sua geometria relativamente simples e sua possibilidade de operação com elevadas capacidades, sendo utilizados desde a indústria alimentícia à indústria de fertilizantes. Estes equipamentos são constituídos de uma estrutura cilíndrica horizontal que gira em torno do seu próprio eixo, promovendo a movimentação das partículas existentes no seu interior.

O fluxo de partículas em um tambor rotatório parcialmente preenchido exibe uma variedade de fenômenos complexos, como avalanche, mistura e segregação. Além disso, os tambores são dispositivos comuns na indústria para processos de mistura, secagem, moagem, revestimento e granulação. (YANG et al, 2008).

O estudo do comportamento das partículas em tambores rotatórios cresceu nos últimos anos, principalmente aqueles voltados para o processo de mistura. Neste contexto, este trabalho tem como obetivo estudaro comportamento do fluxo granular em tambores rotatórios, partindo dos regimes de escoamento já conhecidos: deslizamento, avalanche, rolamento, cascateamento, catarateamento e centrifugação, avaliando as principais variáveis que podem vir a influenciar na alteração do comportamento granular como a velocidade de rotação, grau de preenchimento e as propriedades granulares

A modelagem e a simulação numérica de tambores rotatórios ainda são, juntamente com os trabalhos experimentais, um grande desafio devido à complexa dinâmica granular no interior do equipamento. No entanto, como uma ferramenta complementar, as simulações numéricas surgem como um auxílio à compreensão do escoamento dos materiais granulares, superando as limitações impostas por questões de segurança de operação e de custo na confecção de plantas piloto, além de possibilitar, com maior nível de detalhamento, a visualização de fenômenos que ocorrem em nível granular, como o fenômeno de segregação. (BRANDÃO, 2019).

A utilização do Método dos Elementos Discretos para realizar a modelagem numérica de um fluxo granular tem sido amplamente utilizada, uma vez que permite a obtenção de informações dinâmicas sobre cada partícula, como o detalhamento de forças. Resultados obtidos através do DEM mostram que esta é uma forma eficaz de entender e modelar o fluxo de partículas. (YANG et al, 2008).

### **2 OBJETIVOS**

### 2.1 Geral

Estudar numericamente os regimes de escoamento no interior de tambores rotatórios avaliando a influência de algumas propriedades físicas granulares, como tamanho e densidade das partículas, propriedades geométricas do tambor rotatório, como diâmetro e comprimento e condições operacionais como velocidade de rotação e grau de preenchimento.

### 2.2 Específicos

- Estudar os regimes de escoamento em um tambor rotatório;
- Realizar simulações DEM através do software LIGGGHTS;
- Avaliar a influência do tamanho granular e densidade nos regimes de escoamento;
- Avaliar a influência do diâmetro e comprimento do tambor nos regimes de escoamento;
- Avaliar a influência da velocidade de rotação e grau de preenchimento nos regimes de escoamento;

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 TAMBOR ROTATÓRIO

Tambores rotatórios são utilizados principalmente para o processamento de materiais granulares em operações como mistura, secagem, moagem, entre outros. São equipamentos cilíndricos que promovem a movimentação de partículas existentes no seu interior através de um movimento circular em torno do seu próprio eixo. (SANTOS et al., 2015). Na Figura 1 é apresentado um tambor rotativo industrial.

Um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos na dinâmica de um tambor rotativo, passa necessariamente pelo desenvolvimento de uma modelagem com base nas equações de conservação de massa, momento e energia, com suas equações constitutivas pertinentes. (SILVERIO et al, 2014).



Figura 1: Tambor rotativo industrial.

Fonte: BENJIA JI, 2022.

Para o adequado projetor e utilização de um tambor rotatório é preciso entender como se movimentam as partículas no seu interior e onde ocorrem os fenômenos de transferência de massa e calor. (GRAJALES et al, 2012). A depender das condições de operação do tambor e das partículas utilizadas o comportamento do leito granular é diferente, podendo ser agrupados em diferentes regimes de escoamentos. O regime de escoamento em que opera o tambor tem um impacto significativo no objetivo final da utilização dessa geometria, como a influência na sua capacidade de mistura da carga (MELLMANN, 2001)

### **3.2 REGIMES DE ESCOAMENTO**

Dependendo de algumas características geométricas e operacionais, tais como, velocidade de rotação, fração de preenchimento, diâmetro do tambor e propriedades do material particulado, tambores rotatórios podem apresentar diferentes regimes de escoamento em seu interior (SCATENA, 2014).

A forma mais comum de caracterizar o fluxo de partículas em um tambor rotatório é pelo número de Froude, Fr, que é a razão entre a força inercial e a força gravitacional no leito de partículas, conforme apresentado na Equação 3.3, onde  $\omega$ , R e g são a velocidade de rotação do tambor, o raio do tambor e a aceleração gravitacional respectivamente. (BRANDÃO, 2017).

$$F_r = \frac{\omega^2 R}{g} \tag{3.1}$$

A relação entre o número de Froude e o regime de escoamento é apresentada na Tabela 1. É importante observar que essa relação leva em consideração apenas o raio do tambor e sua velocidade de rotação.

Faixa de Froude	Regime
$0 < F_r < 10^{-4}$	Deslizamento
$10^{-5} < F_r < 10^{-3}$	Avalanche
$10^{-4} < F_r < 10^{-2}$	Rolamento
$10^{-3} < F_r < 10^{-1}$	Cascateamento
$10^{-1} < F_r < 10^0$	Catarateamento
$F_r > 10^0$	Centrifugação

Tabela 1: Relação do número da faixa de Froude com o regime de escoamento.

Fonte: Brandão, 2017. (Adaptado)

Na Figura 2 é possível observar os seis regimes de escoamento: deslizamento, avalanche, rolamento, cascateamento, catarateamento e centrifugação, representados nas imagens a, b, c, d, e, f, respectivamente. As cores azul, verde, amarelo e vermelho representam a velocidade das partículas, sendo azul e vermelho a menor e maior velocidade, respectivamente.



Figura 2: Regimes de escoamento em um tambor rotatório.

Fonte: YANG et al, 2009.

### 3.2.1 Regime de Deslizamento

O regime de deslizamento é caracterizado por um leito de material estático deslizando sobre a parede do tambor sem nenhum grau de mistura entre as partículas (FERREIRA et al, 2014). Este regime usualmente ocorre em baixas velocidades de rotação e baixa carga de material, apresentando também dependência com do tipo de material que reveste internamente o cilindro. Esse regime ocorre quando a rugosidade da parede é baixa. Por não possuir grau de mistura esse regime é indesejado na prática, não possuindo assim aplicação industrial. É necessário evitá-lo com alguns recursos como a utilização de paredes ásperas ou a incorporação de acoplamentos como suspensores, ou de uma maior velocidade de rotação do tambor.

### 3.2.2 Regime de Avalanche

O regime de avalanche, também chamado de caimento, possui velocidade de rotação um pouco maior que no regime deslizamento, provocando a movimentação das partículas que estão na parte superior do leito. Essas partículas começam a deslizar pela superfície, formando uma avalanche. Segundo Brandão (2017) é aplicado em equipamentos como granuladores, secadores, resfriadores e misturadores.

De acordo com Heilbuth (2017) o movimento de avalanche ocorre de forma periódica e em função do aumento de velocidade, quando mais rápido for a rotação do tambor menor o tempo entre avalanches. Neste regime, o leito granular acompanha a rotação do tambor até um ângulo superior ( $\theta_U$ ) e a avalanche ocorre até atingir um ângulo inferior ( $\theta_L$ ), o que pode ser visualizado na Figura 3.





Fonte: HEILBUTH, 2017.

### 3.2.3 Regime de Rolamento

O incremento de velocidade de rotação no regime de avalanche faz com que não ocorram oscilações nos ângulos superior ( $\theta_U$ ) e inferior ( $\theta_L$ ), existindo um novo comportamento das partículas.

O leito granular pode ser dividido em duas regiões, conforme apresentado na Figura 4, a região passiva, na qual as partículas são transportadas para cima pela parede do tambor, e a região ativa, na qual as partículas que estão na parte superior do leito se movimentam para baixo com elevada velocidade.



Figura 4: Regiões do leito granular em regime de rolamento.

Segundo Brandão (2017), o processo de mistura do regime rolamento ocorre principalmente na região ativa, sendo desprezível o grau de mistura na região passiva. Nesse caso, o grau de mistura está relacionado a renovação das partículas na região ativa.

O regime de rolamento é o mais comumente aplicado quando se trata do processo de mistura no interior de tambores rotatórios, justificado pela maior à eficiência de mistura e uniformidade do comportamento do leito granular (BHATTACHARYA, 2021).

### 3.2.4 Regime de Cascateamento

A característica principal do regime de cascateamento é o formato das partículas que se assemelham a letra "S" ou a um grão de feijão, conforme apresentado na Figura 5. No cascateamento as partículas que estão em contato com a parede começam a adquirir uma maior velocidade, sendo ligeiramente lançadas para cima, dando origem ao formato apresentado na Figura 5. De

Fonte: BRANDÃO, 2017

acordo com MELLMANN (2001), a altura alcançada pelas partículas aumenta conforme há incrementos de velocidade.

Figura 5: Formato do leito granular no regime cascateamento.



Fonte: SCATENA, 2014.

### 3.2.5 Regime de Catarateamento

Com aumento da velocidade de rotação, as partículas passam a atingir maiores alturas ao serem lançadas com o movimento do tambor. A transição do regime de cascateamento para o catarateamento ocorre a partir do momento que as partículas lançadas ultrapassam o centro da geometria.

A Figura 6a mostra a evolução do regime catarateamento, ao aumentar a velocidade de rotação as partículas adquirem maior energia cinética, alcançando maior altura e se separando do leito granular, formando um véu de partículas.

Figura 6: Transição do regime de catarateamento (a) para centrifugação (b).



Fonte: SCATENA, 2014.

### 3.2.6 Regime de Centrifugação

Ao atingir altas velocidades de rotação em um tambor rotatório ocorre a transição para o regime centrifugação, caracterizado pela aderência de partículas na superfície lateral do tambor. O regime é atingindo quando as

partículas estão aderidas as paredes do equipamento e seguem o movimento de rotação, quando não mais caem da parte superior. Nesse momento todas as partículas possuem a mesma velocidade.

Na Figura 6b é apresentado regime de centrifugação, no qual uma camada de partículas com aderência a parede é formada no interior do tambor. É importante citar que, assim como o deslizamento, esse regime é indesejado na sua utilização, uma vez que não há grau de mistura, todas as partículas se movem de maneira constante com alta velocidade.

Uma das formas de prever a velocidade de transição para o regime de centrifugação é a partir da relação de Froude (Eq. 3.1), sabendo que Fr = 1 quando esse regime é atingindo, momento no qual há o equilíbrio da força inercial e gravitacional que atua sobre as partículas. São apresentados na literatura diversos estudos voltados para o desenvolvimento de equações em torno da velocidade crítica de centrifugação, como os trabalhos de Rose e Sullivan (1957), Ristow (1998) e Santos (2015). Essas relações são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Equações de velocidades críticas de centrifugação.

Froude Unitário 
$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}}$$
 (3.2)

Rose e Sullivan, 1957  $\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{(D-d)}}$ (3.3)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R (1 - f)}} \tag{3.4}$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g[1 + \lambda \exp(-\tau f)]}{R}}$$
(3.5)



Ristow, 1998

Santos, 2015

### 3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

O método dos elementos discretos é uma técnica computacional frequentemente utilizada para simular o comportamento de sistemas em fase discreta em sistemas particulados e de materiais granulares para entender seu comportamento em função de suas propriedades físicas e geométricas (SILVERIO, 2015).

No Método dos Elementos Discretos, as forças de contato e os deslocamentos de uma montagem tensionada de partículas são encontrados por meio de uma série de cálculos que rastreiam os movimentos das partículas individuais. Esses movimentos são o resultado da propagação por meio de perturbações originadas nas fronteiras, um processo dinâmico. A velocidade de propagação é uma função das propriedades físicas do meio discreto (CUNDALL et al, 1979).

Segundo He (2018) os movimentos realizados por uma partícula podem ser determinados por duas equações baseadas na segunda Lei de Newton. A Equação 3.6 está relacionada ao movimento translacional e a Equação 3.7 se refere ao movimento rotacional. O DEM realiza resolve essas equações para cada partícula (índice *i*) simulada a cada passo de tempo, o que eleva o custo computacional das simulações.

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_{j=1}^{\kappa_c} (f_{c,ij} + f_{d,ij}) + m_i g$$
(3.6)

$$I_{i}\frac{d\omega_{i}}{dt} = \sum_{j=1}^{k_{c}} (M_{t,ij} + M_{r,ij} + M_{n,ij})$$
(3.7)

O método baseia-se na ideia de que o intervalo de tempo escolhido para a simulação pode ser tão pequeno que, durante um intervalo de tempo único, as perturbações não podem se propagar para mais nenhuma partícula além de suas vizinhas imediatas. Então, em todos os momentos, as forças resultantes em qualquer partícula são determinadas exclusivamente por sua interação com as quais está em contato (CUNDALL & STRACK, 1979). O intervalo de tempo utilizado está relacionado tempo de Rayleigh (Equação 3.8) de modo a garantir que todas as interações entre as partículas serão medidas e que a estabilidade computacional do processo seja elevada.

$$T_R = \frac{\pi r * \sqrt{\frac{\rho}{G}}}{(0,1613 * \sigma_p + 0,8766)}$$
(3.8)

#### **3.4 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS**

#### 3.4.1. Gmsh

GMSH é uma ferramenta de código aberto desenvolvida para gerar malhas de elementos finitos, sendo composta por quatro módulos, ou seja, quatro etapas: a geometria, a malha, a resolução e o pós-processamento.

Na etapa de geometria é definido a entidade geométrica da malha, com base nas entidades elementares geométricas, para a parametrização. A próxima etapa é a geração da malha de elementos finitos.

A malha de elementos finitos é um "mosaico" de um dado subconjunto do espaço tridimensional por elementos geométricos de vários formatos, no caso do Gmsh: linhas, triângulos, quadriláteros, tetraedros, prismas, pirâmides e hexaedros (MALAGONI, 2012).

A etapa de resolução (solver) engloba um solucionador externo que permite realizar os cálculos da simulação e explorar seus resultados. Por fim, a etapa de pós-processamento permite a customização da visualização dos resultados para melhor entendimento, como adição de cores aos mapas, modificações de intervalos, criação de animações e gráficos vetoriais. A Figura 7 apresenta um exemplo de geometria que passa pelo processo de refinamento da malha no Gmsh 4.9.3.



Figura 7: Refinamento de malha feito no software Gmsh.

Fonte: GEUZAINE, 2021.

### 3.4.2. LIGGGHTS

LIGGGHTS é a sigla para LAMMPS Improved General Granular and Granularheat transfer simulations. O LAMMPS (http://lammps.sandia.gov/) é um software de simulação de dinâmica molecular clássica e um acrônimo para Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator. A partir dele, foi derivado o LIGGGHTS®-PUBLIC, cujas simulações se baseiam na modelagem DEM.

No seu desenvolvimento, foram incorporadas algumas propriedades características às simulações do DEM, como a formulação das forças de contato Hertz-Mindlin/Hooke, forças coesivas, forças de atrito de rolamento e condução de calor entre partículas. Foram herdados do LAMMPS a estrutura do código, a escalabilidade de paralelização pela ferramenta MPI (*message passing interface*) e uma variedade de campos de força da dinâmica molecular que podem ser usados junto com os modelos granulares. O código do LIGGGHTS®-PUBLIC é escrito na linguagem C++ e pode ser executado em um único processador ou em paralelo (HEILBUTH, 2017).

As simulações são construídas a partir de um script de execução em que o usuário deve especificar parâmetros como o domínio, a geometria, quais modelos serão usados, as propriedades dos materiais envolvidos e a região em que as partículas serão criadas (CAMPOS, 2020).

A Figura 8 apresenta um exemplo de simulação de um funil de descarga feita através do software LIGGGHTS 3.8. É mostrado o instante de tempo de 3,75 segundos da simulação, onde é possível verificar o gradiente de velocidade das partículas, sendo as colorações mais frias associadas as velocidades menores.



Figura 8: Simulação de um funil de descarga feito no LIGGGHTS.

Fonte: CFDEM, 2021.

### 3.4.3. ParaView

O ParaView é um software de código aberto construído com arquitetura cliente-servidor para permitir análise e visualização científica interativa de dados. Na Figura 9 é apresentada sua flexível e intuitiva interface gráfica.

Os usuários do ParaView 5.8.1 podem criar visualizações para analisar seus dados usando técnicas qualitativas e quantitativas. A exploração de dados pode ser feita interativamente em 3D ou programaticamente usando os recursos de processamento em lote do ParaView.



Figura 9: Interface gráfica do ParaView.

Fonte: Autor, 2022.

### 3.4.4. Python

A linguagem de programação Python se tornou uma das mais populares nos últimos anos, ultrapassando as consolidadas linguagens Java e C. É uma linguagem muito poderosa, além de possuir uma sintaxe simples e uma grande quantidade de bibliotecas disponíveis. Python também conta com uma grande comunidade ativa de usuários, a linguagem é de código aberto com desenvolvimento da comunidade.

Pandas e Numpy são as duas bibliotecas mais utilizadas atualmente. Pandas é utilizado para manipulação e análise de dados, facilitando a interpretação e manipulação de conjuntos de dados através de suas ferramentas. A biblioteca Numpy foi feita para sustentar análises matemáticas e estatísticas, permitindo trabalhar com estruturas de dados mais complexas, como vetores e matrizes. Para representar dados graficamente, Python3.8.6 disponibiliza a biblioteca Matplotlib que permite a plotagem 2D de conjuntos de dados.

### 3.4.5. Statistica

O uso de pacotes estatísticos para a análise de dados é de grande importância no que se refere à análise, interpretação de resultados e validação de dados. Também se fazem necessários no planejamento experimental de um estudo, sendo possível definir quais as melhores condições a serem utilizadas no processo.

O software Statistica 7.0 tem como objetivo realizar análises estatísticas, partindo de análises descritivas como o teste T e análises de variância, regressões polinomiais e análise de fatores até tarefas mais complexas, como análises gráficas, mineração de dados, design de experimentos e análises multivariáveis (HILBE, 2007).

#### 4. METODOLOGIA

#### 4.1 Modelagem do problema

Para estudar os regimes de escoamento em tambores rotatórios foi criada a geometria de um tambor no formato de um cilindro reto com diâmetro e comprimento de 10 cm, chamado de D10L10, utilizando o software Gmsh 4.9.3, originando uma malha 3D refinada da geometria desejada (Figura 10a). De modo a avaliar a influência da geometria do tambor, foram criados mais dois tambores, um com 20 cm de diâmetro e 10 cm de comprimento, chamado de D20L10, (Figura 10b), e outro com 10 cm de diâmetro e 20 cm de comprimento, chamado de D10L20 (Figura 10c).



Fonte: Autor, 2022.

### 4.2 Ambiente computacional

Para a realização desse trabalho foi feita uma parceria com o Laboratório de Processamento Paralelo da Universidade Federal de Uberlândia para que fosse possível realizar as simulações em tempo hábil, o que não é viável em um computador pessoal pelo tempo de execução.

O equipamento utilizado possuía uma placa de vídeo AMD R9 Fury nano e um processador Intel Xeon CPU E5-2620 com 24 núcleos. Cada simulação realizada levou em média 3 dias de duração para ser finalizada, chegando até 2 semanas de execução para a mais longa. Isso evidencia o custo computacional elevado do Método dos Elementos Discretos e, por isso, algumas adaptações precisaram ser feitas.

#### 4.3 Planejamento Experimental

De modo a avaliar a influência de algumas variáveis no comportamento do leito granular no interior de um tambor rotatório foi desenvolvido um planejamento experimental escolhido de modo a reduzir esforço computacional das simulações. O planejamento foi do tipo composto central (PCC) com 10 experimentos, sendo uma réplica no ponto central, analisando duas variáveis: raio da partícula e densidade da partícula. Na

Tabela 3 é apresentado o planejamento experimental feito no software Statistica 7.0.

Tabela 3: Planejamento Experimental

Fonte: Autor, 2022.

Foi definido o grau de preenchimento de 20% para o tambor D10L10 (Figura 10a), valor comumente utilizado nas operações industriais. A partir do grau de preenchimento foi possível calcular a quantidade de partículas em cada uma das simulações, utilizando as equações da Tabela 4, informação necessária para simular no software LIGGGHTS.

O valor encontrado para o número de partículas de cada simulação é apresentado na Tabela 5. Nos cálculos para determinação do número de partículas foi avaliada o valor da porosidade do leito ( $\Psi$ ) de 0,37, valor utilizado para partículas esféricas.

Volume do tambor	$V = \frac{\pi * R^2 * L}{2}$	(4.1)
Volume preenchido no tambor	$V_T = V * f$	(4.2)
Volume útil do tambor	$V_U = V_T * (1 - \Psi)$	(4.3)
Volume de uma partícula	$V_P = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$	(4.4)
Quantidade de partículas	$n = rac{V_U}{V_p}$	(4.5)

Tabela 4: Equações utilizadas para cálculo do número de partículas.

Fonte: Autor, 2022.

#### Tabela 5: Número de partículas nas simulações DEM

Simulação	Número de		
Simulação	Partículas		
1	32406		
2	2551		
3	32406		
4	2551		
5	7000		
6	7000		
7	85442		
8	1824		
9	7000		
Fonte: Autor, 2022.			

Com o objetivo de analisar o efeito da geometria do tambor, duas novas simulações (10 e 11) foram realizadas, com propriedades da partícula iguais às da simulação 8, porém com propriedades geométricas diferentes. As simulações foram feitas com geometria diferente, a simulação 10 operou com o dobro do diâmetro, 20 cm (Figura 10b), e a simulação 11 com o dobro do comprimento, 20 cm (Figura 10c).

Ademais, com a finalidade de avaliar o efeito do grau de preenchimento do tambor, mais 2 simulações,12 e 13, foram realizadas, utilizando as propriedades granulares e geometria do tambor da simulação 8, com grau de preenchimento 30% e 40%, respectivamente. Além disso, a escolha da simulação 8 está relacionada ao número de partículas existentes, por possuir o menor valor é a simulação com menor custo computacional.

Na Tabela 6 é apresentado um compilado de todas as informações definidas no planejamento para a realização de cada simulação.

Simulação	r (mm)	ρ (kg/m³)	D (m)	L (m)	f(-)	n ( - )
1	0,9	735	0,1	0,1	0,2	32406
2	2,1	735	0,1	0,1	0,2	2551
3	0,9	1715	0,1	0,1	0,2	32406
4	2,1	1715	0,1	0,1	0,2	2551
5	1,5	532	0,1	0,1	0,2	7000
6	1,5	1918	0,1	0,1	0,2	7000
7	0,7	1225	0,1	0,1	0,2	85442
8	2,3	1225	0,1	0,1	0,2	1824
9	1,5	1225	0,1	0,1	0,2	7000
10	2,3	1225	0,2	0,1	0,2	7295
11	2,3	1225	0,1	0,2	0,2	3648
12	2,3	1225	0,1	0,1	0,3	2736
13	2,3	1225	0,1	0,1	0,4	3648

Tabela 6: Dados utilizados para cada simulação.

Fonte: Autor, 2022.

#### 4.4 Scripts de Simulação

Cada caso definido no planejamento precisa de três scripts do LIGGGHTS 3.8 (ver Apêndice A, B e C) para executar toda a simulação: um arquivo variables, que contém os valores de todas as varáveis que serão utilizadas; um arquivo *fillingdrum*, responsável por preencher o tambor com as partículas definidas; um arquivo *rotatingdrum*, que realiza a rotação do tambor nas velocidades estabelecidas.

Para todas as simulações foram determinadas as seguintes velocidades de rotação: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25 rad/s. Esses valores foram escolhidos de modo a permitir avaliar os regimes de escoamento

em cada simulação, incluindo o regime de centrifugação, necessário para fazer análise dos resultados. Para cada velocidade foram simulados 30 segundos, totalizando 480 segundos de simulação da rotação do tambor.

#### 4.5 Tratamento de Dados

Ao final da execução dos scripts de simulação no resolvedor númerico LIGGGHTS 3.8 o resultado é obtido através de três arquivos: a geometria do tambor em extensão STL (STereoLithography); dados a respeito do leito granular em extensão VTK (Visualization Toolkit Legacy); informações da fronteira do sistema em extensão VTK. Cada arquivo possui a respectivo item (geometria, leito granular ou fronteira) a cada segundo de simulação, de um total de 480 segundos, com suas respectivas propriedades.

Após a realização das simulações, os arquivos gerados podem então ser avaliados com o auxílio de um software de pós-processamento, Paraview 3.8.1. Inicialmente realizou-se a avaliação qualitativa dos resultados, obtida a partir da identificação dos regimes através do comportamento granular apresentado. Em sequência, a análise quantitativa foi iniciada com a extração dos dados em função do tempo de simulação, função existente no ParaView 3.8.1.

Os arquivos em formato VTK comprimem as informações em um formato não intuitivo e de difícil interpretação e tratamento de dados, assim, com o intuito de favorecer a etapa de análise de dados, os arquivos em formato VTK foram convertidos no formato CSV, facilitando o tratamento dos dados com a linguagem de programação Python 3.8.6.

Os arquivos gerados pelo software Paraview 3.8.6.1 contemplam toda as informações como as forças aplicadas, raio e a posição das partículas nos eixos X, Y e Z, entre outros. Para as analises feitas neste trabalho foram utilizadas apenas a velocidade média das partículas a cada passo de tempo e o tempo, com a seleção de dados feitas no Paraview 3.8.1.

Os dados obtidos foram tratados por um *script* em Python 3.8.6 que lê todas as informações geradas e extrai apenas as informações de tempo e velocidade da partícula, além da velocidade de rotação do tambor. Com essas informações, o *script* gera um gráfico com a velocidade média das partículas em função da velocidade de rotação.

#### **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

De posse dos resultados das simulações do leito granular no interior de tambores utilizando o Método dos Elementos Discretos foi possível analisar, qualitativamente e quantitativamente, os regimes de escoamentos em função das variações de velocidade de rotação, diâmetro e densidade das partículas do leito granular, diâmetro e comprimento do tambor rotatório e grau de preenchimento. A análise qualitativa foi realizada através da visualização do movimento granular com auxílio do ParaView 5.8.1 e a quantitativa através da criação de gráficos utilizando a linguagem de programação Python 3.8.6.

#### 5.1 Influência da velocidade de rotação

De modo a avaliar qualitativamente a influência da velocidade de rotação sobre os regimes de escoamento as simulações foram analisadas, inicialmente, de modo qualitativo, comparando as imagens da simulação com as características estudadas em cada regime de escoamento.

A simulação 9 foi avaliada de modo a definir o regime de escoamento para cada intervalo de velocidades de rotação. As propriedades granulares e as condições operacionais dessa simulação são: r = 1,5mm;  $\rho$  = 1225 kg/m<sup>3</sup>; n = 7000, R = 0,05m, L = 0,1m. Os regimes caracterizados em cada velocidade são apresentados na Tabela 1. Nas Figuras 11, 12, 13, 14 e 15 são apresentas as imagens de cada um dos regimes atingidos.

ω (rad/s)	Regime Observado
1 < ω < 3	Avalanche
$3 < \omega < 5$	Rolamento
5 < ω < 15	Cascateamento
19 < ω <22	Catarateamento
$23 < \omega < 25$	Centrifugação

Tabela 7: Regimes de escoamento em função da velocidade de rotação.

Fonte: Autor, 2022.

No início da simulação, quando  $\omega = 1$  rad/s, o regime identificado foi avalanche, apresentado na Figura 11. É possível perceber que as partículas da região superior possuem velocidade ligeiramente maior que o restante do leito granular, característica do regime avalanche. Visto que essa simulação começa no regime avalanche, identifica-se que não há deslizamento nas condições operacionais utilizadas, o que é comum de acontecer uma vez que esse regime existe apenas nas condições de baixa rugosidade superficial interna do tambor e em baixas velocidade de rotação.

Figura 11: Regime Avalanche



Fonte: Autor, 2022.

A partir de 3 rad/s as partículas em contato direto com as paredes do tambor adquirem velocidade, formando uma região ativa e uma região passiva, identificando-se o regime de rolamento (Figura 12). Os regimes iniciais (deslizamento, avalanche e rolamento) são mais sensíveis às mudanças de velocidade, sendo encontrados em um menor intervalo. Ao incrementar um pouco mais a velocidade, atingindo o valor de 5 rad/s é caracterizado o regime de cascateamento (Figura 13), sendo identificado pela ocorrência de alguns lançamentos de partículas e pelo formato do leito granular se moldando como um "S".





Fonte: Autor, 2022.

Figura 13: Regime de Cascateamento



Fonte: Autor, 2022.

Para atingir o regime de catarateamento (Figura 14) o tambor precisou operar a uma velocidade de 19 rad/s, no qual as partículas estavam sendo lançadas de modo a atingir as paredes laterais e superior, dispersando as partículas no interior do tambor. A partir de 22 rad/s as partículas aderiram as paredes do tambor e possuem velocidade constante, proporcional a velocidade de rotação, característica do regime de centrifugação. O perfil de velocidade desse sistema é apresentado na Figura 15.





Fonte: Autor, 2022.

Figura 15: Regime de centrifugação.





É apresentado na Figura 16 o comportamento da velocidade das partículas entre as velocidades de rotação de 1 rad/s e 25 rad/s. Ao analisar o gráfico é possível analisar um salto da velocidade média das partículas quando o tambor atinge a velocidade crítica de centrifugação.

Ao analisar de maneira qualitativa, na Tabela 1, foi encontrado o regime de centrifugação a partir de uma velocidade 23 rad/s. A partir da análise da Figura 16, é possível identificar quantitativamente que esta é a velocidade crítica de centrifugação para a Simulação 9.

Figura 16: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação.



Fonte: Autor, 2022.

### 5.2 Influência do Tamanho Granular

Com a finalidade de avaliar o efeito do tamanho das partículas sobre a formação dos regimes de escoamento foram analisadas duas simulações que apenas diferem no raio da partícula utilizada: a simulação 1 conta com partículas de 0,9 mm, enquanto que a simulação 2, com partículas de 2,1 mm de raio. Na Tabela 8 são apresentados os resultados qualitativos.

Inicialmente, na velocidade 3 m/s, já é possível identificar diferença no regime de escoamento, enquanto a Simulação 1 atingiu o cascateamento, a Simulação 2 se encontra em deslizamento. Com o aumento da velocidade fica claro que a Simulação 1 atinge os níveis de escoamento em velocidades menores que a Simulação 2. Esse fenômeno é explicado pelo DEM, a quantidade de partículas no primeiro caso é consideravelmente maior que no segundo, o que aumenta a quantidade de interações ou choques do tipo partícula-partícula e partícula-parede, os quais são convertidos em energia cinética, aumentando a velocidade das partículas do leito.

Tabela 8:	Avaliação qualitativa do tamanho d	da partícula na dinâmica granular.
	Simulação 1	Simulação 2
ω	r = 0,9 mm, $\rho$ = 735 kg/m <sup>3</sup> ,	r = 2,1 mm, $\rho$ = 735 kg/m <sup>3</sup> ,
	<i>f</i> = 0,2, R = 0,05 m e L = 0,1 m	<i>f</i> = 0,2, R = 0,05 m e L = 0,1 m
3 rad/s		
9 rad/s		
15 rad/s		
21 rad/s		
25 rad/s		

Fonte: Autor, 2022.

Para identificar a velocidade crítica de cada uma das simulações avaliadas, foi construído o gráfico do perfil de velocidade média, apresentado na Figura 17 Nota-se que a velocidade das partículas na Simulação 1 é superior em todas as velocidades de rotação, confirmando a influência do raio da partícula na dinâmica granular. Além disso, percebe-se que nesse caso há a antecipação do regime de centrifugação, ocorrendo com 21 rad/s comparado a 23 rad/s do segundo caso.

Figura 17: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do tamanho da partícula.



Fonte: Autor, 2022.

#### 5.3 Influência da Densidade Granular

Além da avaliação do raio da partícula, também foi investigado como a densidade granular interfere nos regimes de escoamento. Para isso, foram utilizadas as simulações 5 e 6, as quais diferem apenas na densidade da partícula utilizada, possuindo valores de 532 kg/m<sup>3</sup> e 1917 kg/m<sup>3</sup>, respectivamente.

Na Tabela 9 são apresentadas as imagens de cada tambor nas velocidades 3, 9, 15, 21 e 25 rad/s. Analisando uma a uma, acredita-se que o mesmo regime de escoamento é encontrado em cada velocidade, não existindo diferenças significativas. Essa condição pode ser confirmada através do perfil das velocidades médias das partículas para cada simulação, apresentado na Figura 18, onde as curvas encontram-se sobrepostas.



Tabela 9: Avaliação qualitativa da densidade da partícula na dinâmica granular.

Fonte: Autor, 2022.

Figura 18: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito da densidade da partícula.



Fonte: Autor, 2022.

Foi realizada uma análise de variância com o objetivo de avaliar a influência das variáveis raio e densidade da partícula na velocidade crítica de centrifugação. O resulto obtido é apresentado na Figura 19, onde Var1 e Var2 representam, respectivamente, o raio e a densidade da partícula.

Analisando os resultados obtidos na análise de variância não foi possível encontrar nenhuma variável significativa (nível de significância menor que 0,05), apesar de as análises anteriores mostrarem que o tamanho da partícula influencia na velocidade de crítica de centrifugação.

Dessa forma, é necessário fazer análises complementares, avaliando se existe influência de variáveis adicionais, como o diâmetro, comprimento e grau de preenchimento do tambor.



### Figura 19: Gráfico de Pareto.

### 5.4 Influência do Diâmetro do Tambor

Para avaliar se existe relação entre o diâmetro do tambor e o regime de escoamento do leito granular em seu interior foram utilizadas as simulações 8 e 10, esta última possuindo raio do tambor duas vezes maior que o da primeira. As figuras obtidas das duas simulações são mostradas na Tabela 10.

A primeira observação a ser feita está relacionada a quantidade de partículas, a simulação 10 possui quatro vezes mais partículas que a simulação 8, uma vez que o número de partícula é proporcional ao raio ao quadrado. Nas velocidades iniciais de rotação já é possível observar que os regimes são diferentes nas duas simulações, o que é acentuado com os incrementos de velocidade.

No momento em que opera a 15 rad/s a Simulação 10 está em regime de catarateamento, enquanto a Simulação 8 está em cascateamento. É possível perceber que a simulação 10 atinge a centrifugação operando com velocidade inferior ao comparar àquela que possui a metade do valor do raio do tambor, evidenciando que há relação entre essa condição operacional e os regimes de escoamentos. Este resultado está coerente com a literatura, visto que

matematicamente a velocidade crítica de centrifugação é inversamente proporcional ao raio, conforme mostrado nas equações da Tabela 2. Esta influência fica evidente na equação da mecânica clássica, Froude é unitário, onde a variação da velocidade depende unicamente da variável R, sendo g constante.



Fonte: Autor, 2022.

Figura 20: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do diâmetro do tambor.



Fonte: Autor, 2022.

### 5.4 Influência do Comprimento do Tambor

As simulações 8 e 11 possuem as mesmas propriedades granulares, diferindo apenas na geometria do tambor, mais especificamente em seu comprimento. A primeira possui um tambor com 10 cm de comprimento e a segunda tem valor 2 vezes maior, 20 cm de comprimento. A influência dessa variável pode ser analisada através das figuras da Tabela 11.

É possível perceber que para todas as velocidades apresentadas o regime de escoamento é o mesmo. Apesar da simulação 10 possuir maior número de partículas, a distribuição das partículas no eixo Z para as duas simulações é similar, isso ocorre porque não há movimento considerável do leito granular nesse eixo.

As curvas dos perfis de velocidade, Figura 21, são semelhantes, indicando que a varável avaliada não exerce influência sobre a resposta, conforme foi possível prever através das imagens.

	Simulação 9	
ω	$r = 2,3 \text{ mm}, \rho = 1918 \text{ kg/m}^3$	$r = 2,3 \text{ mm}, \rho = 1918 \text{ kg/m}^3,$
	f = 0,2, R = 0,05 m e L = 0,1	m $f = 0,2, R = 0,05 \text{ m e L} = 0,2 \text{ m}$
3 rad/s		
9 rad/s		
15 rad/s		
21 rad/s		
25 rad/s		

Tabela 11: Avaliação qualitativa do comprimento do tambor na dinâmica granular.

Fonte: Autor, 2022.

Figura 21: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do comprimento do tambor.



Fonte: Autor, 2022.

### 5.5 Influência do Grau de Preenchimento

A última variável a ser analisada foi o grau de preenchimento. Nas simulações 8, 12 e 13 as propriedades granulares e a geometria do tambor eram idênticas, diferindo apenas no grau de preenchimento: 0,2, 0,3 e 0,4, respectivamente. Essa modificação é refletida na quantidade de partículas, conforme pode ser observado na Tabela 12.

Através das imagens é possível perceber que há antecipação dos regimes de escoamento ao elevar o grau de preenchimento do tambor, indicando que a varável avaliada exerce influência sobre a resposta. Pode-se confirmar essa influência através do perfil de velocidade das simulações, Figura 22, o qual mostra que há antecipação do regime de centrifugação em 15 rad/s, para 40% de grau de preenchimento e 21 rad/s, para 30%, em comparação com a simulação de 20% de grau de preenchimento, que ocorre em 23 rad/s.



Tabela 12 Avaliação qualitativa do grau de preenchimento na dinâmica granular.

Fonte: Autor, 2022.

Figura 22: Perfil de velocidade média de todas as partículas em função da velocidade de rotação: verificação numérica do efeito do grau de preenchimento do tambor.



Fonte: Autor, 2022.

Nesse contexto, é possível perceber que além do raio da partícula, os regimes de escoamentos e consequentemente a velocidade crítica de centrifugação, também são influenciados pelo raio e grau de preenchimento do tambor.

### 5.6 Análise de outros modelos

Na literatura existem diferentes modelos com diferentes complexidades para avaliar a velocidade crítica de centrifugação, levando em conta diferentes parâmetros, conforme apresentado na Tabela 4.

A partir dos dados do planejamento experimental foram calculados os valores de centrifugação crítica esperado para cada modelo, apresentados na Tabela 13, juntamente com os valores encontrados experimentalmente.

É possível perceber que os valores obtidos na simulação estão distantes dos calculados, isso ocorre porque as três equações da literatura não levam em consideração os três parâmetros como raio partícula, diâmetro e grau de preenchimento do tambor, variáveis que podem influenciar na velocidade de centrifugação. Assim, para prever com maior exatidão a velocidade de centrifugação é necessária uma equação que considera a influência desses fatores.

Simulação	$\omega_c$ (rad/s)	$\omega_c$ (rad/s)	$\omega_c$ (rad/s)	$\omega_c$ (rad/s)
	Froude Unitário	Rose e Sullivan	Raistow	Simulada
1	14,0	14,3	14,8	21
2	14,0	14,1	14,8	23
3	14,0	14,3	14,8	21
4	14,0	14,2	14,8	23
5	14,0	14,2	14,8	23
6	14,0	14,1	14,8	23
7	14,0	14,3	14,8	23
8	14,0	14,2	14,8	23
9	14,0	14,3	14,8	23
10	9,9	10,0	10,5	17
11	14,0	14,3	14,8	23
12	14,0	14,3	15,3	19
13	14,0	14,0	15,9	17

Tabela 13: Velocidades de centrifugação calculadas e simulada.

Fonte: Autor, 2022.

### 6. CONCLUSÃO

De modo a entender as condições mais adequadas para utilização de tambor rotatório se faz necessário avaliar o comportamento do seu leito granular, caracterizado na literatura por seis regimes de escoamento. Neste trabalho foi utilizado o Método dos Elementos Discretos através do resolvedor numérico LIGGGHTS 3.8. para entender a movimentação das partículas em um tambor rotatório.

A partir dos resultados obtidos foi possível analisar a influência de algumas variáveis como a velocidade de rotação do tambor, o tamanho e a densidade da partícula granular, o diâmetro, comprimento e grau de preenchimento do tambor nos regimes de escoamento e na magnitude da velocidade crítica de rotação.

Nesse contexto, verificou-se que o comprimento do tambor e a densidade granular não interferem nos regimes de escoamento, enquanto variáveis como tamanho granular, diâmetro, grau de preenchimento e velocidade do tambor apresentaram influência e causam antecipação dos regimes.

Com os estudos realizados, foi possível afirmar que a velocidade crítica de centrifugação depende não somente do diâmetro do tambor, conforme já evidenciado em equações da literatura, mas também do raio da partícula, do diâmetro e do grau de preenchimento do tambor.

### REFERÊNCIAS

BHATTACHARYA, T. Controlling mixing and segregation in time periodic granular flows. Tese de Doutorado – Swanson School of Engineering, 2011.

BRANDÃO, R. J. Estudo da Segregação de Material Granular em Tambor Rotatório Empregando a Abordagem Numérica Lagrangeana. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

BRANDÃO, R. J, Investigação Numérica e Experimental do Escoamento Granular e dos Fenômenos de Segregação Radial e Axial em Tambor Rotatório. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

CAMPOS, João Pedro Ferreira de. Implementação, validação e aplicação de um modelo de força de lubrificação em simulações CFD-DEM de um leito fluidizado. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Química) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

CFDEM®project. Dedicated to open source high performance scientific computing in fluid mechanics and particle Science. A project by DCS Computing and CFDEMresearch. Disponível em: < https://www.cfdem.com/>. Acesso em 10 de janeiro de 2022.

CUNDALL, P. A. & STRACK, O. D. L. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. (1979). Géotechnique 29, No. 1, 47–65.

FERREIRA, L. C., SCATENA, R., DUARTE, C. R. Estudo dos Diferentes Regimes de Escoamento Presentes em um Tambor Rotatório. XIX Jornada em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, 2014.

GEUZAINE, C. & REMACLE, J. Gmsh, a three-dimensional mesh generator with builtin pre- and post-processing facilities. Disponível em: <a href="https://gmsh.info/>">https://gmsh.info/></a>. Acesso em 10 de janeiro de 2022.

Grajales, Lina & Xavier, Natália & Henrique, João & Thomeo, Joao. (2012). Mixing and motion of rice particles in a rotating drum. Powder Technology. 222. 167–175. 10.1016/j.powtec.2012.02.028. He, S. Y., Gan, J. Q., Pinson, D., & Zhou, Z. Y. PARTICLE SHAPE-INDUCED RADIAL SEGREGATION OF BINARY MIXTURES IN A ROTATING DRUM. Powder Technology, v. 341, p. 157-166, 2018. doi:10.1016/j.powtec.2018.06.005

HEILBUTH, RAFAEL RAMOS. Estudo da mistura e segregação de material granular em tambor rotatório com suspensores empregando a abordagem numérica Lagrangeana. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

Hilbe, J. M. (2007). STATISTICA 7. The American Statistician, 61(1), 91–94. doi:10.1198/000313007x172998

MALAGONI, JULIANA AMÂNCIO. The finite element method in electromagnetics study using the software Gmsh/GetDP. 2012. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

MELLMANN, J. The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behavior. Powder Technology, v. 118, n. 3, p. 251-270, 2001. https://doi.org/10.1016/S0032-5910(00)00402-2

PARAVIEW. Disponível em https://www.paraview.org/. Acesso em 14 de janeiro de 2022.

Santos, D. A., Scatena, R., Duarte, C. R., & Barrozo, M. A. S. (2016). TRANSITION PHENOMENON INVESTIGATION BETWEEN DIFFERENT FLOW REGIMES IN A ROTARY DRUM. Brazilian Journal of Chemical Engineering, 33(3), p. 491–501. https://doi.org/10.1590/0104-6632.20160333s20150128

SCATENA, R., FERREIRA, L.C., SANTOS, D.A., DUARTE, C.R., BARROZO, M. A. S. Caracterização dos Diferentes Regimes de Escoamento Presentes em um Tambor Rotatório. XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química – COBEQ, 2014.

SILVERIO, B.C. SANTOS, D. B. L., RESENDE, I. A. DUARTE, C. R., SANTOS,
K. G., BARROZO, M. A. S. Avaliação de Parâmetros do Método de Elementos
Discretos na Simulação de um Tambor Rotativo de Bancada com Fertilizantes.
Congresso Brasileiro de Engenharia Química – COBEC, 2014.

YANG, R.Y. YU, A.B. MCELROY, L. BAO, J. Numerical Simulation of Particle Dynamics in Different Flowregimes in a Rotating Drum. Powder Technology, v. 188, p. 170-177, 2008.

Jiangsu Pengfei Group . Granulador de Tambor Rotativo. Disponível em: <a href="http://www.cement-machine.com.pt/rotary-drum-granulator.html">http://www.cement-machine.com.pt/rotary-drum-granulator.html</a> Acesso em: 03 jan 2022.

### **APÊNDICES**

### **APÊNDICE A – SCRIPT LIGGGHTS PARA DEFINIÇÃO DE VARIAVEIS**

```
#ALL UNITS IN SI.
echo both
units si
#particle 1 data\
#
                      universe 735.0
variable Rhol
                                      #particle 1 density
variable Dp1
                       universe 0.0018
                                      #particle 1 diameter
                       equal 0.5*${Dp1}
variable Rp1
                                      #particle 1 radius
                       universe 0.39
variable Poros1
                                      #bed porosity
variable PartFrac1 equal 1.0-${Poros1}
                                      #particle volume fraction
                      equal 4.0/3.0*PI*(${Rp1})^3.0
variable VolP1
                                      #particle volume
variable YM1 universe 5.0e6
                                #particle 1 young Modulus
variable PR1
                         universe 0.2
                                #particle 1 Poisson Ratio
                  equal (${YM1}/2.0*(${PR1}+1.0))
variable G1
                                #particle 1 shear modulus
#equipmentdata
variable Rho
                      universe 7000.0
                                #equpment density
variable YM
                 universe 5.0e6
                                #equipment young Modulus
variable PR
                         universe 0.3
                                #equipment Poisson Ratio
                   equal (${YM}/2.0*(${PR}+1.0))
variable G
                                #equpment shear modulus
##interacions
#restitution coefficient
variable eP1P1
                   universe 0.5
                                #particle 1 - particle 1 friction coefficient
variable eP1W
                   universe 0.5
                                #particle 1 - wall friction coefficient
variable eWP1
                   equal 1.0*${eP1W}
                                #wall-particle 1 friction coefficient
                         universe 0.5
variable eWW
                                      #wall-wal friction coefficient
#friction coefficient
```

variable msP1P1 universe 0.46 #particle 1 - particle 1 friction coefficient variable msP1W universe 1.03 #particle 1 - wall friction coefficient equal 1.0\*\${msP1W} variable msWP1 #wall-particle 1 friction coefficient variable msWW universe 0.5 #wall-wal friction coefficient #rolling coefficcient variable mrP1P1 universe 0.0082 #particle 1 - particle 1 friction coefficient variable mrP1W universe 0.08 #particle 1 - wall friction coefficient variable mrWP1 equal 1.0\*\${mrP1W} #wall - particle 1 friction coefficient variable mrWW universe 0.05 #wall - wal friction coefficient ## Neighbor listing variable binsize equal 1.5\*\${Dp1} #bin size #time-related variables variable timecreation universe 2.5 variable tempo universe 300.0 #time to be simulated variable Rayleigh equal ((PI\*\${Rp1}/(0.163\*\${PR1}+0.8166))\*(\${Rho1}/\${G1})^0.5) #Rayleigh number variable MyDt equal ((20.0/100.0)\*\${Rayleigh}) #time step variable writeInterval universe 1.0 #write interval variable bkpInterval universe 5.0 #backup interval variable timeSC equal round(\${timecreation}/\${MyDt}) equal round(\${writeInterval}/\${MyDt}) variable saveEvery #saving interval variable bkpEvery equal round(\${bkpInterval}/\${MyDt}) #write restart interval variable nTimeStep equal round(\${tempo}/\${MyDt}) #no. of time steps during filling phase variable nTimeStep10 equal round(\${nTimeStep}/10.0) #Particles number #modifcar variable nP1 universe 32406.0 #total number of particles 1 #rotation speed #variable aceleration equal 1.0

#variable omega	equal 1.0 #rotarional speed
#geometry specs	
variable diameter	equal 0.1
variable radius	equal (\${diameter}/2.0)
variable lenght0	equal 0.0
variable lenght1	equal 0.1
variable width	equal (\${radius}/(2.0^0.5))

## APÊNDICE B – SCRIPT LIGGGHTS PARA INSERIR PARTÍCULAS NO TAMBOR

### Tambor alimentacao ### Initialization # Preliminaries units si atom style sphere atom modify map array fff boundary newton off single vel yes communicate echo both #processors 1 1 8 processors include in.variables # Declare domain domain block -\${radius} \${radius} -\${radius} region \${radius} \${lenght0} \${lenght1} units box create box 2 domain # Neighbor listing neighbor \${binsize} bin neigh modify delay 0 ### Setup # Material and interaction properties required fix m1 all property/global youngsModulus peratomtype \${YM1} \${YM} fix m2 all property/global poissonsRatio peratomtype \${PR1} \${PR} fix m3 all property/global coefficientRestitution peratomtypepair 2 \${eP1P1} \${eP1W} \${eWP1} \${eWW} fix m4 all property/global coefficientFriction peratomtypepair 2 \${msP1P1} \${msP1W} \${msWP1} \${msWW} fix m5 all property/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 2 \${mrP1P1} \${mrP1W} \${mrWP1} \${mrWW} # Particle insertion fix pts1 all particletemplate/sphere 15485863 atom\_type 1 density constant \${Rho1} radius constant \${Rp1} fix pdd1 all particledistribution/discrete 32452843 1 pts1 1.0 #Factory domain region factory1 block -\${width} \${width} -\${width} \${uidth} \${lenght0} \${lenght1} units box # Import mesh from cad:

fix cad all mesh/surface file meshes/d10110.stl type 2 # Use the imported mesh as granular wall fix meshwalls all wall/gran model hertz tangential history rolling friction cdt mesh n meshes 1 meshes cad # Define the physics gran model hertz tangential history rolling friction cdt pair style \* \* pair coeff ### Detailed settings # Integrator fix integrate all nve/sphere # Gravity grav all gravity 9.81 vector 0.0 -1.0 0.0 fix # Time step \${MyDt} timestep # Thermodynamic output settings thermo\_style custom step atoms time cu thermo \${saveEvery} thermo modify norm no lost ignore # Check time step and initialize dump file ctg all check/timestep/gran 1 0.01 0.01 fix run 1 upto unfix ctq fix ins1 all insert/pack seed 67867967 distributiontemplate pdd1 insert every once overlapcheck no particles in region  $\{nP1\}$  region factory1 ntry mc 10000 \${timeSC} upto run unfix ins1 # Create imaging information dump dmp all custom/vtk \${saveEvery} post/granularfillingdrum\*.vtk id type type x y z vx vy vz fx fy fz radius dump dumpstl all mesh/stl \${saveEvery} post/geometryfillingdrum\*.stl restart \${bkpEvery} backup\*.restart ## Fill the drum and let the particles settle run \${timeSC} upto write restart post/restart/gparticulas.restart

# **APÊNDICE C – SCRIPT LIGGGHTS PARA ROTACIONAR O TAMBOR**

### Tambor rotacao	
### Initialization	
# Preliminaries	
units si	
atom_style	sphere
atom_modify	map array
boundary	fff
newton	off
communicate	single vel yes
echo both	
#processors	
processors	1 1 8
include in.variables	
# Declare domain	
region \${radius} \${lenght0} \${	domain block -\${radius} \${radius} -\${radius} lenght1} units box
read_restart	<pre>post/restart/gparticulas.restart</pre>
# Neighbor listing	
neighbor	<pre>\${binsize} bin</pre>
neigh_modify	delay 0
### Setup	
# Material and interact	ion properties required
fix m1 all property/glo	bal youngsModulus peratomtype \${YM1} \${YM}
fix m2 all property/glo	bal poissonsRatio peratomtype \${PR1} \${PR}
<pre>fix m3 all property/gl \${eP1W} \${eWP1} \${eWW}</pre>	<pre>obal coefficientRestitution peratomtypepair 2 \${eP1P1}</pre>
<pre>fix m4 all property/g \${msP1W} \${msWP1} \${msW</pre>	<pre>lobal coefficientFriction peratomtypepair 2 \${msP1P1} W}</pre>
<pre>fix m5 all property \${mrP1P1} \${mrP1W} \${mr</pre>	<pre>/global coefficientRollingFriction peratomtypepair 2 WP1} \${mrWW}</pre>
<pre># Particle insertion</pre>	
fix pts1 all particlet \${Rho1} radius constant	<pre>emplate/sphere 15485863 atom_type 1 density constant \${Rp1}</pre>
fix pdd1 all particledi	stribution/discrete 32452843 1 pts1 1.0
#Factory domain	
region factoryl bloc} \${lenght1} units box	<pre>c -\${width} \${width} -\${width} \${width} \${lenght0}</pre>
<pre># Import mesh from cad:</pre>	
fix cad all mesh/surfac	e file meshes/d10110.stl type 2

# Use the imported mesh as granular wall fix meshwalls all wall/gran model hertz tangential history rolling friction cdt mesh n meshes 1 meshes cad # Define the physics pair style gran model hertz tangential history rolling friction cdt \* \* pair coeff ### Detailed settings # Integrator fix integrate all nve/sphere # Gravity fix grav all gravity 9.81 vector 0.0 -1.0 0.0 # Time step timestep \${MyDt} # Thermodynamic output settings thermo style custom step atoms time cu thermo \${saveEvery} thermo modify norm no lost ignore # Check time step and initialize dump file fix ctg all check/timestep/gran 1 0.01 0.01 1 run unfix ctg # Create imaging information dump dmp all custom/vtk \${saveEvery} post/granular\*.vtk id type type x y z vx vy vz radius dump dumpstl all mesh/stl \${saveEvery} post/geometry\*.stl #restart \${bkpEvery} backup.restart #moving mesh variable omegal equal 1.0 fix movecad1 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omegal # Rotating the drum \${nTimeStep10} run unfix movecad1 #moving mesh variable omega2 equal 3.0 fix movecad2 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega2 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run unfix movecad2

63

#moving mesh variable omega3 equal 5.0 fix movecad3 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v\_omega3 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run movecad3 unfix #moving mesh variable omega4 equal 7.0 fix movecad4 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega4 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run unfix movecad4 #moving mesh equal 9.0 variable omega5 fix movecad5 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega5 # Rotating the drum run \${nTimeStep10} unfix movecad5 #moving mesh variable omega6 equal 11.0 fix movecad6 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v\_omega6 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run unfix movecad6 #moving mesh variable omega7 equal 13.0 fix movecad7 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega7 # Rotating the drum run \${nTimeStep10} unfix movecad7 #moving mesh variable omega8 equal 15.0 fix movecad8 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v\_omega8 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run

unfix movecad8 #moving mesh variable omega9 equal 17.0 fix movecad9 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega9 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run movecad9 unfix #moving mesh variable omega10 equal 19.0 fix movecad10 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega10 # Rotating the drum \${nTimeStep10} run unfix movecad10 #moving mesh variable omegal1 equal 20.0 fix movecadl1 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omegall # Rotating the drum run \${nTimeStep10} unfix movecad11 #moving mesh equal 21.0 variable omega12 fix movecad12 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v omega12 # Rotating the drum run \${nTimeStep10} unfix movecad12 #moving mesh variable omega13 equal 22.0 fix movecad13 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v\_omega13 # Rotating the drum run \${nTimeStep10} unfix movecad13 #moving mesh equal 23.0 variable omega14 fix movecad14 all move/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0. 1. omega v\_omega14 # Rotating the drum

run	<pre>\${nTimeStep10}</pre>
unfix	movecad14
#moving mesh	
variable omega15	equal 24.0
fix movecad15 all mo 1. omega v_omega15	ove/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0.
# Rotating the drum	
run	<pre>\${nTimeStep10}</pre>
unfix	movecad15
#moving mesh	
variable omegal6	equal 25.0
fix movecad16 all mo 1. omega v_omega16	ove/mesh mesh cad rotate/variable origin 0. 0. 0. axis 0. 0.
# Rotating the drum	
run	<pre>\${nTimeStep10}</pre>
unfix	movecad16

# APÊNDICE D – SCRIPT PYTHON PARA CRIAÇÃO DO PERFIS DE VELOCIDADE

```
from matplotlib import pyplot as plt
import csv
simulacoes = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
for i in simulacoes:
                'C:\\Users\\aline\\Documents\\Graduacao\\TCC\\Simulacoes
   path
           =
                                                                             -
Resultados \20\0' + str(i) + '\resultados \''
   time = []
   w = []
   v = []
   with open(path + 'data.csv', 'r') as csv file:
        csv_reader = csv.reader(csv_file, delimiter=',')
        for row in csv reader:
            if (row[0] != 'Time'):
                time.append(int(row[0]))
                v.append(float(row[1]))
    for j in time:
        if (0 <= j <= 29):
            valor = 1
        if (30 <= j <= 59):
           valor = 3
        if (60 <= j <= 89):
            valor = 5
        if (90 <= j <= 119):
           valor = 7
        if (120 <= j <= 149):
            valor = 9
        if (150 <= j <= 179):
           valor = 11
        if (180 <= j <= 209):
            valor = 13
        if (210 <= j <= 239):
            valor = 15
        if (240 <= j <= 269):
            valor = 17
        if (270 <= j <= 299):
            valor = 19
```

```
if (300 <= j <= 329):
       valor = 20
    if (330 <= j <= 359):
       valor = 21
    if (360 <= j <= 389):
       valor = 22
    if (390 <= j <= 419):
       valor = 23
    if (420 <= j <= 459):
       valor = 24
    if (460 <= j <= 479):
       valor = 25
    w.append(valor)
plt.plot(w,v, label = 'Simulacao ' + str(i))
plt.legend()
plt.ylabel('Vp (m/s)')
plt.xlabel('\u03C9 (rad/s)')
plt.savefig(str(i) + '.png')
plt.close()
```