



Trabalho de Conclusão de Curso

Controle preditivo aplicado ao manipulador DENSO-VP6242 utilizando quatérnios duais

de Arthur da Costa Vangasse

orientado por

Prof. Glauber Rodrigues Leite

Prof. Dr. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Computação
Maceió, Alagoas
14 de Fevereiro de 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
Instituto de Computação

**CONTROLE PREDITIVO APLICADO AO MANIPULADOR
DENSO-VP6242 UTILIZANDO QUATÉRNIOS DUAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
ao Instituto de Computação da Universidade
Federal de Alagoas como requisito parcial
para a obtenção do grau de Engenheiro de
Computação.

Arthur da Costa Vangasse

Orientador: Prof. Glauber Rodrigues Leite

Coorientador: Prof. Dr. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo

Banca Avaliadora:

Heitor Judiss Savino

Dr., Ambev

Allan de Medeiros Martins Prof. Dr., DEE-UFRN

Maceió, Alagoas
14 de Fevereiro de 2021

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 - 1767

V253c Vangasse, Arthur da Costa.

Controle preditivo aplicado ao manipulador DENSO-VP6242
utilizando quatérnios duais / Arthur da Costa Vangasse. – 2021.
[14], 33 f. : il.

Orientador: Glauber Rodrigues Leite.

Coorientador: Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo.

Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia de
Computação) - Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Computação.
Maceió.

Bibliografia: f. 32-33.

1. Controle preditivo - Modelos. 2. Quatérnios duais. 3. Robótica fixa. 4.
Sistemas de controle multivariáveis. I. Título.

CDU: 511.84

Dedicatória

Aos que sonham.

Agradecimentos

À minha família. Meus pais Carlos e Elissandra que me ensinaram o sacrifício, me deram apoio e todas as condições de buscar o que quer que sonhasse. Aos meus irmãos Gabriel e Elissa pela paciência e companhia na jornada até aqui e na que se seguirá. Minha avó Sandra e minha tia Eliana, pelo enorme carinho e meu avô Elias, *in memoriam*, quem primeiro me contou sobre meu dia de formatura.

Aos meus mentores. Meu orientador Prof. Glauber Leite, por ser um grande partilhador do gosto pelo que fazemos, companheiro do abismo. Ao meu coorientador Prof. Ícaro Araújo, quem na academia me abriu quantas portas lhe foram possíveis. Ao Dr. Heitor Savino, uma fonte inesgotável de inspiração aos aficionados pela inovação. Aos que compõem o corpo docente do Instituto de Computação, e prezam pela realização de uma belíssima estrutura para o ensino, em especial àqueles do seguimento da engenharia, Prof. Davi Bibiano, Prof. Erick Barboza, Prof. João Raphael, Prof. Thiago Cordeiro, Prof. Tiago Vieira. Ao Prof. Carlos Argolo e Me. Pedro Barros, os quais me despertaram para a vida acadêmica.

Aos companheiros de labuta. Com estes, vejo mais uma vez que há grande força no convívio, em que somos motivados e crescemos juntos. Andressa Martins, Bruno Georgevich, Bruno Lima, Eduardo Miranda, Gregory Albertt, Jonatha Oliveira, Luís Felipe, Lucas Raggi, Rafael Laranjeira, Roger Matos e Maria Júlia. Hoje, grandes amigos por quem tenho ainda maior admiração.

Àqueles que junto dos quais não há dia ruim. Ao meu primeiro amigo, Victor Romero e o que veio no mesmo dia, Rodrigo Romero. Aos amigos da infância em mares distantes e das memórias mais caras, Coxxas, João, Paulinho, Tutu e Vitão. Aos que vieram um pouco mais tarde, Camila, Jean, Matheus, Mich, Padilha, Rogato, Volnier e Zé. À trupe, Carlos, Dumas, Handrej, Léo e Xandão. Aos Bizarros e à Roda.

“O seu coração está onde está o seu tesouro. E seu tesouro precisa ser encontrado, para que tudo possa fazer sentido.”

O Alquimista, Paulo Coelho

Resumo

Este trabalho apresenta uma aplicação de controle preditivo não linear baseado em modelo (NMPC), combinado à modelagem cinemática baseada em quatérnios duais para um manipulador robótico comercial. Foi utilizado o manipulador serial de 6 graus de liberdade VP-6242 fabricado pela Denso Robotics. Tendo desenvolvido o modelo explícito do sistema, são computadas as ações de controle ótimo em um horizonte de predição de acordo com uma função de custo a ser minimizada. Neste problema de otimização, são consideradas as restrições físicas determinadas pelo sistema robótico em uso, garantindo a integridade do mesmo. A álgebra dos quatérnios duais oferece robustez diante de singularidades e vantagens computacionais se comparada ao uso de matrizes de transformações homogêneas. Para o NMPC, é possível lidar com problemas multivariáveis de natureza não linear, cuja solução programada é provida pela *MATLAB MPC Toolbox*. Resultados de simulações são apresentados, mostrando que a solução implementada gera rotas factíveis e suaves para o sistema de alta complexidade.

Palavras-chave: Controle Preditivo Baseado em Modelo; Quatérnios Duais; Robótica fixa; Sistemas de controle multivariáveis.

Abstract

This work presents an application of non-linear model predictive control (NMPC), combined to a kinematic model based in dual quaternion of a comercial robotic manipulator. The 6—DOF serial manipulator, VP-6242 by Denso Robotics was used as reference. Having developed the system's explicit model, optimal control actions are computed in a prediction horizon according to an objective function to be minimized. The optimization problem, considers the structure constraints determined by the robotic system, guaranteeing physical integrity. Dual quaternion algebra adds robustness to the model regarding singularities and computational advantages when compared to traditional homogeneous transformation matrices methods. For NMPC, is possible to deal with multiple variable problems of non-linear nature, which solution is provided by MATLAB MPC Toolbox. Simulation results are presented, showing that the implemented algorithm is capable of generating safe and smooth routes to the highly complex system.

Keywords: Model Predictive Control; Dual Quaternions; Fixed Robots; MIMO Control Systems.

Lista de Figuras

4.1	Esquema de componentes empregadas em controladores MPC.	17
5.1	Ilustração do modelo cinemático do manipulador de série VP-6242.	21
5.2	Arquitetura do sistema, transformações e sinais.	22
6.1	Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de regulagem.	24
6.2	Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de regulagem.	25
6.3	Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de reposicionamento.	27
6.4	Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de reposicionamento.	27
6.5	Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de seguimento de trajetória circular.	29
6.6	Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de seguimento de trajetória circular.	29

Lista de Tabelas

2.1	Tabela de Parâmetros DH do Modelo Denso VP-6242 com medidas no SI.	7
5.1	Restrições no espaço das juntas.	21
6.1	Parâmetros do controlador NMPC sintonizados para o problema de regulação.	23
6.2	Desempenho do controlador na tarefa de regulação sob as métricas IAE e ITAE por estado.	25
6.3	Parâmetros do controlador NMPC sintonizados para o problema de reposicionamento.	26
6.4	Desempenho do controlador na tarefa de reposicionamento sob as métricas IAE e ITAE por estado.	28
6.5	Parâmetros do controlador MPC-ORCA sintonizados para o problema de seguimento de trajetória circular.	28
6.6	Desempenho do controlador na tarefa de seguimento de trajetória circular sob as métricas IAE e ITAE por estado.	30

Lista de Símbolos

- \mathbb{R} Conjunto dos números reais.
- \mathbb{Q} Espaço das juntas.
- \mathbb{H} Conjunto dos quatérnios.
- \mathcal{H} Conjunto dos quatérnios duais.
- $\mathcal{P}(\cdot)$ Componente primal de um quatérnio dual.
- $\mathcal{D}(\cdot)$ Componente dual de um quatérnio dual.
- \mathcal{F} *Frame* de um objeto.
- $\dot{x}(t)$ Derivada de $x(t)$ no tempo.
- M^\top Transposta da matriz M .
- I_n Matriz identidade de ordem n .
- $\mathbf{H}_4^+(\cdot); \mathbf{H}_4^-(\cdot)$ Operadores de Hamilton.

Lista de Abreviaturas

DH *Denavit-Hartenberg*

DOF *Degrees of Freedom*

FMINCON *Find Minimum of Constrained Nonlinear Multivariable Function*

IC *Instituto de Computação*

LTI *Linear Time Invariant*

MIMO *Multiple Input Multiple Output*

MPC *Model Predictive Control*

NLP *NonLinear Programming*

NMPC *Nonlinear Model Predictive Control*

SQP *Sequential Quadratic Program*

QP *Quadratic Programming*

ROS *Robot Operating System*

SISO *Single Input Single Output*

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Justificativa	2
1.2	Objetivos	3
1.2.1	Objetivos Gerais	3
1.2.2	Objetivos Específicos	3
1.3	Organização do Trabalho	3
2	Definição do problema	4
2.1	Pose de um Corpo Rígido	4
2.2	Modelo Cinemático	5
2.2.1	Transformações Homogêneas	5
2.2.2	Convenção de Denavit-Hartenberg	6
2.2.3	Cinemática Inversa	7
2.2.4	Cinemática Diferencial	8
3	Cinemática por Quatérnios Duais	10
3.1	Quatérnios	10
3.2	Quatérnios Duais Unitários	11
3.3	Modelo Cinemático	13
3.3.1	Convenção de Denavit-Hartenberg	14
3.3.2	Modelo Cinemático Diferencial	14
3.4	Modelo em Espaço de Estados	15
4	Controle Preditivo Baseado em Modelo	16
4.1	Definição do problema MPC	17
4.2	Programação Não Linear	19
5	Simulação	20
5.1	Modelagem Cinemática por DQ Robotics	20
5.2	NMPC por MPC Toolbox	20
5.3	Arquitetura	22

6 Resultados	23
6.1 Problema de Regulagem	23
6.1.1 Reposicionamento de Objetos	26
6.1.2 Trajetória Circular	28
Bibliografia	32

Capítulo 1

Introdução

A robótica, reconhecidamente um dos pilares da manufatura competitiva da atualidade, nutre há tempos um relacionamento íntimo com a indústria. Em sua fundação, muitas das soluções em planejamento de movimentos e controle foram inicialmente pensadas com aplicações industriais em mente. Desde então, atividades como manuseio, pintura e soldagem passaram a ser tipicamente reproduzidas por robôs, sobretudo na indústria automotiva. Além do mais, testemunha-se que indústrias de grande representatividade, como de alimentos, eletrônica e logística, tal como processos emergentes, por exemplo, de colagem e revestimento, tendem a se tornar cada vez mais dependentes de tecnologias avançadas em robótica (Siciliano and Khatib, 2016).

Em 2020, o estoque de robôs operando em fábricas pelo mundo alcançou o número de 2,7 milhões de unidades, marcando um crescimento de 85% entre os anos 2014 e 2019, com 373.000 novas unidades instaladas em 2019 (IFR, 2020). E, muito embora, se encontre bastante desenvolvida, tendo assumido como solucionado o problema de produção em larga escala padronizada, a robótica continua a apresentar desafios na busca por respostas eficientes ao comportamento dinâmico dos consumidores e transições competitivas ao redor do globo, desafios estes que incluem superar as barreiras que impedem a robótica de alcançar a pequena e média manufatura.

Com isto, espera-se no futuro que a robótica não se mantenha restrita a uma mera extrapolação do estado em que se encontra. Na fronteira da tecnologia, desdobramentos na área incluem *especificações amigáveis de tarefa*, buscando simplificar a maneira que o humano comanda um robô, por meio da fala, gestos ou outros modos naturais. *Interações intuitivas entre humanos e robôs* buscam incorporar a fluidez que normalmente se dá durante a cooperação entre humanos ao realizarem uma atividade. Em Vochten et al. (2021), os autores executam a passagem de um objeto a um manipulador robótico que detecta a intenção da entrega e agarra-o de maneira suave. Na *manufatura sustentável* a produtividade é buscada, onde se preza pela economia de energia e recursos, em Liu et al. (2019) é apresentado um sistema de colaboração humano-robô para desmontagem visando a reutilização de recursos.

Nota-se desta maneira, o aumento da complexidade dos sistemas robóticos para que se tornem capazes de operar em ambientes também altamente complexos, manipular de maneira habilidosa objetos inapropriados ou ainda, interagir com outros robôs e humanos (Adorno, 2021). Para gerenciar toda essa complexidade atribuída aos sistemas robóticos, busca-se implementar técnicas sofisticadas de modelagem e controle, imprescindíveis para o sucesso das missões.

Neste trabalho, opta-se pela modelagem pelo uso dos *Quaternios Duais* sobre as mais disseminadas *Transformações Homogêneas* devido à forma mais compacta, com poderosas propriedades algébricas, além de poder ser utilizada diretamente na lei de controle sem a necessidade de extração de parâmetros. A fundação para o uso de quatérnios duais na modelagem de sistemas vem desde Yang (1963), lidando com aspectos cinemáticos e estáticos de corpos rígidos no espaço, ainda que não associados diretamente a robôs. Já em Dooley and McCarthy (1993) a dinâmica de robôs cooperativos é modelada em quatérnios duais no então chamado espaço da imagem operacional (do inglês, *operational image space*). Ainda mais recentemente, Perez and McCarthy (2004) faz uso de quatérnios duais na construção de sistemas robóticos dotados de restrições.

Em conjunto, aplica-se o controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*), uma metodologia para projeto de sistemas de controle ótimo em que deve ser especificado um modelo explícito de planta, sendo comumente associada a problemas de controle multivariável cujas restrições precisam ser levadas em conta (Camacho and Alba, 2013). Em geral processos industriais, embora não lineares, podem ser controlados por aplicações MPC baseadas em modelos lineares quando estes são facilmente identificados e quando a planta opera numa vizinhança próxima o suficiente ao ponto de linearização para prover bons resultados. Quando essa abordagem não se faz suficiente, controladores não lineares se tornam essenciais.

1.1 Justificativa

Tendo em vista do aumento do número de robôs em operação no setor fabril e a densificação dos sistemas robóticos compartilhando o mesmo chão de fábrica, arquiteturas de sistemas robóticos passam a assumir perfis cada vez mais descentralizados, cooperativos e autônomos (Graetz and Michaels, 2018). Ainda, a cooperação entre robôs e humanos impõe desafios relacionados à coordenação das tarefas e reitera a preocupação com a segurança na operação.

Com isto, buscando contribuir para a realização dessas classes de problemas, neste trabalho é realizada a implementação cinemática por meio da álgebra de quatérnios duais como proposta por (Adorno, 2015), do manipulador robótico Denso Série VP-6242 fornecendo uma abordagem compacta, segura e computacionalmente eficiente. Em conjunto, aplica-se a metodologia de controle preditivo não linear baseado em modelo, implemen-

tada usando o *software* de cálculo numérico MATLAB através da *Model Predictive Control Toolbox*, para seguimento de trajetórias, lidando com o problema de controle multivariável e com restrições.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

Implementar um sistema de controle capaz de descrever trajetórias factíveis para um manipulador robótico antropomórfico de 6 graus de liberdade. Ao manipulador, durante o percurso, será permitida a correção da trajetória em tempo real a nível de controle, ou seja sem a necessidade de replanejamento.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Estudar a modelagem cinemática tradicional de manipuladores seriais;
- Estudar a modelagem cinemática baseada na álgebra dos quatérnios duais;
- Implementar a modelagem por quatérnios duais para o manipulador Denso VP-6242;
- Implementar o controle preditivo não linear baseado em modelo;
- Analisar o comportamento do controlador.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho foi organizado em capítulos que relatam as etapas do desenvolvimento da solução entrando em detalhes teóricos e de aplicação das tecnologias envolvidas. O Capítulo 2 define o problema descrevendo como é abordado da maneira mais tradicional, exibindo as ferramentas utilizadas na modelagem cinemática de um manipulador robótico. O Capítulo 3 sugere uma nova base algébrica para o processo de modelagem, a álgebra dos quatérnios duais, culminando na produção de um modelo que permite ao NMPC realizar predições sobre os estados futuros das variáveis de interesse. O Capítulo 4 traz detalhes sobre a metodologia MPC e o desenvolvimento de um controlador utilizando técnicas não lineares de otimização. Com isto, o trabalho parte à implementação e simulação. O Capítulo 5 traz as tecnologias elencadas na simulação e detalhes na definição do modelo desenvolvido. O capítulo 6 relata características de cenários especiais e parâmetros de sintonia, discutindo os resultados obtidos.

Capítulo 2

Definição do problema

Este capítulo apresenta a base para a modelagem cinemática tradicional de um manipulador robótico para aplicações de controle, permitindo estimar as posições e velocidades no espaço das juntas correspondentes às indicadas no espaço de trabalho.

Um manipulador robótico pode ser esquematicamente representado, de um ponto de vista mecânico, por uma cadeia de corpos rígidos - *elos* - conectados por meio de articulações - *juntas* - rotacionais ou prismáticas (Siciliano et al., 2009). É considerado neste trabalho, que uma das duas extremidades dessa cadeia é fixada a uma base, enquanto à outra é acoplado um efetuador. Com a finalidade da manipulação de qualquer corpo rígido disposto no espaço, se dá a necessidade do mapeamento da posição e orientação do efetuador diante de um movimento, tomando em conta as contribuições de cada um dos elos envolvidos no mesmo.

2.1 Pose de um Corpo Rígido

Para a localização de um objeto tal como o efetuador robótico no espaço, posição e orientação são descritas sobre um sistema de referência - *frame* - global $O-xyz$. Toma-se por $O-xyz$ um sistema de referência ortonormal, com origem em O e x, y, z , os vetores unitários dos eixos do mesmo sistema.

A posição O' do corpo rígido sobre o sistema de coordenadas $O-xyz$ é expresso pela relação

$$o' = o'_x x + o'_y y + o'_z z \quad (2.1)$$

Em que o'_x, o'_y, o'_z representam as componentes do vetor $o' \in \mathbb{R}^3$ sobre os eixos do sistema de referência global.

Quanto à orientação, é válido tomar o sistema de referência relativo ao próprio corpo $O'-x'y'z'$, de origem O' e x', y', z' , os vetores unitários dos eixos do mesmo sistema. Tais

vetores são descritos com relação ao sistema de referência global pelas equações:

$$\begin{aligned}x' &= x'_x x + x'_y y + x'_z z \\y' &= y'_x x + y'_y y + y'_z z \\z' &= z'_x x + z'_y y + z'_z z\end{aligned}\tag{2.2}$$

As componentes de cada vetor unitário são cossenos diretores dos eixos do sistema $O'-x'y'z'$ com relação ao sistema de referência $O-xyz$.

2.2 Modelo Cinemático

Choset et al. (2005) define por $q \in \mathbb{Q}$, a configuração de um sistema robótico pela especificação completa da posição de todos os pontos do sistema, sendo \mathbb{Q} o conjunto de todas as configurações que o sistema pode compreender, o espaço de configurações. Em adendo, a dimensão do espaço de configurações \mathbb{Q} define o número de graus de liberdade de um sistema robótico, ou seja, o menor número de parâmetros necessários para descrever uma configuração.

A modelagem cinemática tem como objetivo estabelecer as relações entre o espaço de configurações de um sistema robótico - *espaço das juntas* - e o espaço de trabalho, definido por todas as possíveis poses do efetuador, e vice-versa. A cinemática, busca deste modo descrever o movimento do robô, ainda sem se preocupar com a origem desse movimento. Nesta seção serão abordadas problemáticas do escopo e as soluções recorridas.

2.2.1 Transformações Homogêneas

De início, deseja-se descrever a transformação que define um frame \mathcal{F}_i em referência a outro \mathcal{F}_{i-1} , ambos pertencentes a um mesmo sistema robótico. Para isto, considera-se a localização de um ponto arbitrário \mathbf{P} no espaço. Faz-se \mathbf{p}^{i-1} o vetor de coordenadas de \mathbf{P} com relação ao frame de referência \mathcal{F}_{i-1} , de origem O_{i-1} e $\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{y}_{i-1}, \mathbf{z}_{i-1}$, os vetores unitários dos eixos do sistema. Considerando então o segundo frame \mathcal{F}_i no espaço $O_i - \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i$, tem-se o vetor \mathbf{o}_i^{i-1} , descritor da origem do frame \mathcal{F}_i com relação ao frame \mathcal{F}_{i-1} . Faz-se ainda, \mathbf{p}^i , vetor das coordenadas de \mathbf{P} sobre o frame \mathcal{F}_i .

Assim, a posição do ponto \mathbf{P} com relação à referência \mathcal{F}_{i-1} é expressa

$$\mathbf{p}^{i-1} = \mathbf{o}_i^{i-1} + \mathbf{R}_i^{i-1} \mathbf{p}^i\tag{2.3}$$

em que \mathbf{R}_i^{i-1} a matriz de rotação de \mathcal{F}_i para \mathcal{F}_{i-1} . Deste modo, a equação 2.3 representa uma transformação de coordenadas através de uma rotação e uma translação. É possível então, descrever a transformação de coordenadas em termos da matriz

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^{i-1} & \mathbf{o}_i^{i-1} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

sendo \mathbf{A} uma *matriz de transformação homogênea*. Por fim, é estabelecido que uma sequência de transformações de coordenadas pode ser composta da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_n^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \dots \mathbf{A}_n^{n-1} \quad (2.5)$$

ainda, deduz-se que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}^0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \dots \mathbf{A}_n^{n-1} \begin{bmatrix} \mathbf{p}^n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

o que denota a transformação de um vetor no n -ésimo sistema de coordenadas ao sistema de coordenadas global.

2.2.2 Convenção de Denavit-Hartenberg

Sabe-se que qualquer corpo rígido pode ser cinematicamente descrito através de quatro parâmetros, os quais representam translações e rotações dos sistemas de coordenadas do próprio corpo rígido e de sua referência. Estendendo o conceito aos sistemas robóticos, analogamente, entende-se que qualquer robô pode ser descrito pela mesma relação entre seus elos, em que cada um dos elos é descrito por uma tupla composta por esses quatro parâmetros. Portanto a convenção de Denavit-Hartenberg oferece uma forma sistemática de descrever a geometria de uma cadeia serial de elos e juntas (Corke and Khatib, 2011).

São eles:

- θ_i : diferença angular entre frames sobre o eixo-z;
- d_i : distância entre frames sobre o eixo-z;
- a_i : distância entre frames sobre o eixo-x;
- α_i : diferença angular entre frames sobre o eixo-x;

Com isto, é descrita a transformação homogênea \mathbf{T}_i^{i-1} que descreve um frame arbitrário i sobre outro $i - 1$ pela relação

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{T}_{R_z}(\theta_i) \mathbf{T}_{P_z}(d_i) \mathbf{T}_{P_x}(a_i) \mathbf{T}_{R_x}(\alpha_i) = DH(\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i), \quad (2.7)$$

em que:

$$\mathbf{T}_{R_z}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{T}_{P_z}(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{T}_{P_x}(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{T}_{R_x}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A definição de mecanismos por meio desses parâmetros compõe a convenção conhecida como *Convenção de Denavit-Hartenberg* (Denavit and Hartenberg, 1955). Para juntas do tipo rotacional, que compõem todas as envolvidas no modelo VP-6242 em que foi baseado este trabalho, é comum que θ_i seja denominada variável de junta, enquanto as demais tratam-se de parâmetros fixos.

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg, ou *parâmetros DH*, referentes ao modelo VP-6242 são descritos na Tabela 2.1, extraídos com auxílio dos manuais distribuídos pela fabricante.

Elo	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0.125	0	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0	0.210	0
3	$\theta_3 - \frac{\pi}{2}$	0	-0.075	$-\frac{\pi}{2}$
4	θ_4	0.210	0	$\frac{\pi}{2}$
5	θ_5	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
6	θ_6	0.070	0	0

Tabela 2.1: Tabela de Parâmetros DH do Modelo Denso VP-6242 com medidas no SI.

Com isto, por meio das matrizes de transformação homogênea deduzidas com o auxílio dos parâmetros DH apropriados, é alcançado o objetivo de relacionar as posições das juntas à do efetuador. Resultando na solução para o que é conhecido como *problema de cinemática direta*.

2.2.3 Cinemática Inversa

O *problema de cinemática inversa*, propõe que se estabeleça a relação que determina os valores das variáveis de juntas correspondentes a uma dada posição e orientação do

efetuador. A solução deste problema está estritamente ligada à capacidade de se comandar as juntas de maneira correspondente às especificações de um movimento designado ao efetuador no espaço de trabalho, tarefa de suma importância para diversas técnicas de controle.

Porém, diferentemente do que se percebe na cinemática direta, em que uma vez estabelecidas as variáveis de juntas um único resultado referente à posição e orientação do efetuador pode ser computado, o problema de cinemática inversa se mostra consideravelmente mais complexo para a categoria de robôs estudadas neste trabalho, pelos seguintes motivos:

- As equações envolvidas são, em geral, não-lineares, para as quais nem sempre é possível encontrar soluções fechadas;
- Múltiplas soluções podem existir;
- Podem não haver soluções.

Diante de um cenário como este, é natural que se recorra a diferentes técnicas que sejam capazes de contornar essas dificuldades, de modo que seja ainda permitido estimar as soluções desejadas de maneira satisfatória. É o caso da técnica *resolved-rate control* (Craig, 2009), cujo caminho é aberto pela *cinemática diferencial* proposta a seguir.

2.2.4 Cinemática Diferencial

O *problema de cinemática diferencial*, consiste em estabelecer as relações entre velocidades das juntas e as velocidades correspondentes à rotação e translação do efetuador. Relações estas, representadas por meio de uma matriz *Jacobiana*, a qual é dependente da configuração do manipulador e está presente na equação de velocidade do mesmo:

$$\dot{\mathbf{x}}_E = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.12)$$

em que $\dot{\mathbf{x}}_E$ representa as velocidades de translação e rotação, \mathbf{J} a matriz Jacobiana e $\dot{\mathbf{q}}$ as velocidades das juntas do manipulador robótico. Deste modo, cabe seguir ao método de computação da matriz. Em que para isto, é conveniente executar o processo separadamente para velocidades lineares e angulares do efetuador.

A computação da Jacobiana como descrita em Siciliano et al. (2009), pode ser realizada considerando as componentes de translação e rotação separadamente, essa abordagem é conhecida como cálculo geométrico da jacobiana. Em resumo, a matriz Jacobiana vai empilhar os vetores \mathbf{j}_{P_i} e \mathbf{j}_{O_i} resultando na seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{P_1} & \dots & \mathbf{j}_{P_n} \\ \mathbf{j}_{O_1} & & \mathbf{j}_{O_n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

em que, são consideradas somente juntas rotacionais,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{j}}_{P_i} \\ \dot{\mathbf{j}}_{O_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \times (\mathbf{p}_e - \mathbf{p}_{i-1}) \\ \mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Com isto, se dispõe uma maneira algorítmica de computação da Jacobiana. Restando definir \mathbf{z}_{i-1} , \mathbf{p}_{i-1} e \mathbf{p}_e , em função das juntas.

Aqui, \mathbf{z}_{i-1} é dado pela terceira coluna da matriz de rotação \mathbf{R}_{i-1}^0 , ou seja,

$$\mathbf{z}_{i-1} = \mathbf{R}_1^0(q_1) \cdots \mathbf{R}_{i-1}^{i-2}(q_{i-1}) \mathbf{z}_0 \quad (2.15)$$

com $\mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ executando a dita seleção.

O vetor \mathbf{p}_e é descrito pelos três primeiros elementos da quarta coluna da matriz de transformação \mathbf{T}_e^0 , em sua forma homogênea $\tilde{\mathbf{p}}_e$ pode ser expresso:

$$\tilde{\mathbf{p}}_e = \mathbf{A}_1^0(q_1) \cdots \mathbf{A}_n^{n-1}(q_n) \tilde{\mathbf{p}}_0 \quad (2.16)$$

em que $\tilde{\mathbf{p}}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$, seleciona a quarta coluna.

Por fim, \mathbf{p}_{i-1} é dado pelos três primeiros elementos da quarta coluna da matriz de transformação \mathbf{T}_{i-1}^0 podendo deduzido por meio da relação

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i-1} = \mathbf{A}_1^0(q_1) \cdots \mathbf{A}_{i-1}^{i-2}(q_{i-1}) \tilde{\mathbf{p}}_0. \quad (2.17)$$

Neste capítulo, foram expostas soluções para os problemas de *cinemática direta* e *cinemática diferencial* para o movimento de corpos rígidos no espaço. De forma que os meios para a solução de tais problemas se deram através da composição das matrizes de transformações homogêneas.

Embora seja ampla a utilização de transformações homogêneas para representação cinemática, na robótica a técnica requer maior atenção ao projeto de controle do efetuador. Uma problemática notável está na parametrização no espaço de tarefa, que é dada por um vetor e não propriamente pela matriz de transformação homogênea, o que por sua vez torna necessária a escolha da parametrização e a extração das variáveis da transformação homogênea que representa a posição do efetuador. Uma forma de mitigar esse problema é através da utilização de uma abordagem alternativa que possa eliminar a necessidade de parametrização, como a álgebra de quatérnios duais.

Capítulo 3

Cinemática por Quatérnios Duais

Neste capítulo, será exposta a teoria de Quatérnios Duais, aplicada ao problema de modelagem cinemática estudado neste trabalho. Considerando que a melhor base teórica é aquela capaz de explicar o máximo com os menores e mais simples parâmetros (Adorno, 2015), a álgebra de quatérnios duais oferece vantagens na representação cinemática do manipulador, como ser capaz de eliminar os passos intermediários de parametrização do espaço de tarefas.

3.1 Quatérnios

Os quatérnios podem ser vistos como uma extensão dos números complexos, em que três unidades quaterniônicas imaginárias $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ são definidas com as seguintes propriedades (Hamilton, 1844):

$$\hat{i}^2 = \hat{j}^2 = \hat{k}^2 = \hat{i}\hat{j}\hat{k} = -1 \quad (3.1)$$

Deste modo, o conjunto \mathbb{H} dos quatérnios é definido formalmente como:

$$\mathbb{H} \triangleq \{h_1 + \hat{i}h_2 + \hat{j}h_3 + \hat{k}h_4 : h_1, h_2, h_3, h_4 \in \mathbb{R}\} \quad (3.2)$$

De maneira análoga aos complexos, os quatérnios podem ter suas partes real e imaginária denotadas $Re(h)$ e $Im(h)$ respectivamente, em que da Equação (3.2) têm-se, $Re(h) = h_1$ e $Im(h) = \hat{i}h_2 + \hat{j}h_3 + \hat{k}h_4$. As definições de adição e multiplicação para o conjunto podem também ser visitadas de maneira análoga aos complexos, fazendo uso de propriedades de unidades imaginárias.

Na adição, são preservadas as propriedades algébricas mais essenciais de associatividade, comutatividade e existência dos elementos neutro e inverso. Na multiplicação por outro lado, apresentam-se as mesmas propriedades com exceção de uma, a comutatividade, ainda podendo ser proposta por meio de operadores Hamiltoniano,s assim satisfazendo a propriedade comutativa.

A operação ao fazer uso dos operadores Hamiltonianos toma a seguinte forma:

$$vec_4(\mathbf{h}\mathbf{h}') = \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{h}) vec_4(\mathbf{h}') = \overset{-}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{h}') vec_4(\mathbf{h}) \quad (3.3)$$

Em que o operador vec_4 empilha os coeficientes do quatérnio em um vetor de maneira que $vec_4(\mathbf{h}) = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]^T$, ou seja, realizando o mapeamento $vec_4 : \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{R}^4$. E os operadores Hamiltonianos $\overset{+}{\mathbf{H}}_4(\cdot)$ e $\overset{-}{\mathbf{H}}_4(\cdot)$ são dados:

$$\overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} h_1 & -h_2 & -h_3 & -h_4 \\ h_2 & h_1 & -h_4 & h_3 \\ h_3 & h_4 & h_1 & -h_2 \\ h_4 & -h_3 & h_2 & h_1 \end{bmatrix}, \quad \overset{-}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{h}') = \begin{bmatrix} h'_1 & -h'_2 & -h'_3 & -h'_4 \\ h'_2 & h'_1 & h'_4 & -h'_3 \\ h'_3 & -h'_4 & h'_1 & h'_2 \\ h'_4 & h'_3 & -h'_2 & h'_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Tendo visto as operações mais básicas, são tratadas as transformações relacionadas ao movimento em três dimensões dos corpos rígidos com quatérnios.

Em primeiro lugar, a translação tira proveito do fato de quatérnios puros - os quais são compostos por parte imaginária somente - poderem ser diretamente relacionados a vetores no \mathbb{R}^3 e assim, translações no espaço. O quatérnio de translação $\mathbf{p} = p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k}$ tem cada uma de suas coordenadas sobre os eixos ortogonais representadas pelas unidades imaginárias.

Já uma rotação de ϕ em torno de um eixo de rotação arbitrário $\mathbf{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} + n_z\hat{k}$ é dada pela relação

$$\mathbf{R}(\mathbf{n}) = \mathbf{r}\mathbf{n}\mathbf{r}^*, \quad (3.5)$$

assumindo o quatérnio unitário $\mathbf{r} = \cos \phi/2 + \mathbf{n} \sin \phi/2$. E por fim, a projeção de um ponto p^i do frame \mathcal{F}_i pode ser feita para o frame \mathcal{F}_j por meio da relação

$$\mathbf{p}^j = \mathbf{r}_i^j \mathbf{p}^i (\mathbf{r}_i^j)^* \quad (3.6)$$

em que \mathbf{r}_i^j denota a rotação do frame \mathcal{F}_i ao frame \mathcal{F}_j .

3.2 Quatérnios Duais Unitários

Como resultado da última seção, tem-se as operações que possibilitam a descrição do movimento de corpos rígidos por meio de quatérnios. A este ponto, nota-se que essas combinações de rotações e translações são executadas através de pares de quatérnios que podem ser substituídos por uma representação mais compacta.

Uma possível representação é tratada neste trabalho, o *quatérnio dual unitário*, cuja álgebra pertence à dos números duais introduzida em (Clifford, 1871). Para definir o

quatérnio dual, é adicionada às unidades imaginárias $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, uma nova unidade algébrica de nome *unidade dual* ε que carrega as seguintes propriedades:

$$\varepsilon \neq 0, \quad \varepsilon^2 = 0. \quad (3.7)$$

De modo geral, um número dual pode ser decomposto em parte primária pelo operador $\mathcal{P}(\cdot)$ e parte dual pelo operador $\mathcal{D}(\cdot)$. Assim, o número dual $\underline{\mathbf{a}}$ pode ser representado

$$\underline{\mathbf{a}} = \mathcal{P}(\underline{\mathbf{a}}) + \varepsilon \mathcal{D}(\underline{\mathbf{a}}). \quad (3.8)$$

Comumente os casos especiais em que as partes primária e dual de um número dual consistem de quatérnios, ganham o nome de quatérnios duais, definindo o conjunto:

$$\mathcal{H} \triangleq \{h_1 + \varepsilon h_2 : h_1, h_2 \in \mathbb{H}, \varepsilon \neq 0, \varepsilon^2 = 0\}. \quad (3.9)$$

Agora levando em conta o operador ε , as operações de soma, subtração e multiplicação são definidas a seguir. A começar por soma e subtração, são supostos $\underline{\mathbf{h}}$ e $\underline{\mathbf{h}'}$ quatérnios duais e assim:

$$\underline{\mathbf{h}} \pm \underline{\mathbf{h}'} = \mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}}) \pm \mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'}) + \varepsilon(\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}}) \pm \mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}'})). \quad (3.10)$$

A multiplicação, assumindo novamente os quatérnios duais h e h' , é definida:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{h}}\underline{\mathbf{h}'} &= (\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}}) + \varepsilon\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}}))(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'}) + \varepsilon\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}'})) \\ &= \mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'}) + \varepsilon(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}'}) + \mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'})\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}})) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Mais uma vez, como é o caso dos quatérnios, a operação de multiplicação definida não apresenta a propriedade de associatividade. Devido a isto, para reescrevê-la de maneira análoga à equação (3.3), faz-se o uso do seguinte isomorfismo $vec_8 : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}^8$ dado $h \in \mathcal{H}$:

$$vec_8(\underline{\mathbf{h}}) = \begin{bmatrix} vec_4(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})) \\ vec_4(\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}})) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

A multiplicação é reescrita:

$$vec_8(\underline{\mathbf{h}}\underline{\mathbf{h}'}) = \overset{+}{\mathbf{H}}_8(\underline{\mathbf{h}}) vec_8(\underline{\mathbf{h}'}) = \overset{-}{\mathbf{H}}_8(\underline{\mathbf{h}'}) vec_8(\underline{\mathbf{h}}) \quad (3.13)$$

em que,

$$\overset{+}{\mathbf{H}}_8(\underline{\mathbf{h}}) = \begin{bmatrix} \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})) & \mathbf{0}_4 \\ \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}})) & \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})) \end{bmatrix}, \quad \overset{-}{\mathbf{H}}_8(\underline{\mathbf{h}'}) = \begin{bmatrix} \overset{-}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'})) & \mathbf{0}_4 \\ \overset{-}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}'}) & \overset{-}{\mathbf{H}}_4(\mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}'})) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

são os operadores de Hamilton estendidos aos quatérnios duais.

Outras duas importantes definições são conjugado e norma de quatérnios duais, as quais serão abordadas a seguir. A começar pelo conjugado que para o quatérnio dual $\underline{\mathbf{h}} = Re(\underline{\mathbf{h}}) + Im(\underline{\mathbf{h}})$ é

$$\underline{\mathbf{h}}^* \triangleq Re(\underline{\mathbf{h}}) - Im(\underline{\mathbf{h}}) \quad (3.15)$$

é fácil ver em seguida que

$$\underline{\mathbf{h}}^* = \mathcal{P}(\underline{\mathbf{h}})^* + \varepsilon \mathcal{D}(\underline{\mathbf{h}})^*. \quad (3.16)$$

Por último, a norma do quatérnio dual, é dada:

$$\|\underline{\mathbf{h}}\| = \sqrt{\underline{\mathbf{h}}\underline{\mathbf{h}}^*} = \sqrt{\underline{\mathbf{h}}^*\underline{\mathbf{h}}}. \quad (3.17)$$

Com isto, torna-se finalmente possível definir o *quatérnio dual unitário* como sendo aquele de norma unitária, de suma importância na representação do movimento de corpos rígidos. Este, pode ser escrito da seguinte forma pela composição de rotações e translações:

$$\underline{\mathbf{h}} = \mathbf{r} + \varepsilon \frac{1}{2} \mathbf{p}\mathbf{r} \quad (3.18)$$

com $\mathbf{r} = \cos(\phi/2) + \sin(\phi/2)\mathbf{n}$, onde $\mathbf{n} = \hat{i}n_x + \hat{j}n_y + \hat{k}n_z$ e $\mathbf{p} = \hat{i}p_x + \hat{j}p_y + \hat{k}p_z$.

3.3 Modelo Cinemático

Paralelamente à seção 2.2 ao tratar do modelo cinemático, serão apresentados os métodos para obtenção do modelo de cinemática direta pela convenção de Denavit-Hartenberg para quatérnios duais, seguida da dedução da matriz jacobiana da cinemática diferencial.

Reitera-se que a pose de um efetuador no espaço de tarefa se dá por sua relação com a configuração do robô no espaço das juntas. Para o caso do manipulador serial de juntas rotacionais e n elos, é estabelecida a transformação $\underline{\mathbf{x}}_i^{i-1}$ que descreve a configuração do elo i com base no elo anterior da cadeia. Assim, a pose do efetuador $\underline{\mathbf{x}}_E$, um quatérnio dual unitário, é descrita pela composição das transformações ao longo da cadeia:

$$\underline{\mathbf{x}}_E = \underline{\mathbf{x}}_1^0 \underline{\mathbf{x}}_2^1 \cdots \underline{\mathbf{x}}_n^{n-1}. \quad (3.19)$$

Essa composição é realizada a partir da operação de multiplicação entre quatérnios duais com operadores de Hamilton estendidos, apresentada anteriormente.

3.3.1 Convenção de Denavit-Hartenberg

A representação da convenção em quatérnios duais pode ser também interpretada pela composição das seguintes transformações: de início uma rotação em θ em torno do eixo z , seguida pela translação em d também sobre o eixo z , a translação em a sobre o eixo x e por fim a rotação em α em torno do eixo x . O processo é descrito pelo produto dos quatro quatérnios duais respectivamente correspondentes a cada transformação (Spong, 2006; Dombre and Khalil, 2013):

$$\underline{\mathbf{x}}_{DH} = \mathbf{r}_{z,\theta} \underline{\mathbf{p}}_{z,d} \underline{\mathbf{p}}_{x,a} \mathbf{r}_{x,\alpha} \quad (3.20)$$

para a qual $\mathbf{r}_{z,\theta} = \cos(\theta/2) + \hat{k} \sin(\theta/2)$, $\mathbf{r}_{x,\alpha} = \cos(\alpha/2) + \hat{i} \sin(\alpha/2)$, $\underline{\mathbf{p}}_{z,d} = 1 + \varepsilon(d/2)\hat{k}$ e por fim $\underline{\mathbf{p}}_{x,a} = 1 + \varepsilon(a/2)\hat{i}$.

3.3.2 Modelo Cinemático Diferencial

Em consideração aos pontos levantados nas seções 2.2.3 e 2.2.4, segue a dedução da jacobiana de um quatérnio dual, a matriz que satisfaz a equação:

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_E = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (3.21)$$

em que $\dot{\underline{\mathbf{x}}}_E$ é a primeira derivada do quatérnio dual que representa a pose do efetuador e $\dot{\mathbf{q}}$ a velocidade das juntas.

A dedução de \mathbf{J} tem início a tomar:

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_E = \sum_{i=0}^{n-1} \underline{\mathbf{x}}_i^0 \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{i+1}^i \underline{\mathbf{x}}_n^{i+1}. \quad (3.22)$$

Em Adorno (2015), está definido $\underline{\boldsymbol{\xi}}_{i+1}^i$, o quatérnio dual puro que satisfaz a equação:

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_{i+1}^i = \frac{1}{2} \underline{\boldsymbol{\xi}}_{i+1}^i \underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i \quad (3.23)$$

onde é provado que $\underline{\boldsymbol{\xi}}_{i+1}^i = \boldsymbol{\omega}_{i+1}^i + \varepsilon(\mathbf{v}_{i+1}^i + \mathbf{p}_{i+1}^i \times \boldsymbol{\omega}_{i+1}^i)$. Assim, escreve-se (3.23) em (3.22):

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_E = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \underline{\mathbf{x}}_i^0 \underline{\boldsymbol{\xi}}_{i+1}^i \underline{\mathbf{x}}_0^i \underline{\mathbf{x}}_E. \quad (3.24)$$

Uma vez que $\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i$ é descrito em função de q_{i+1}^i ,

$$\underline{\boldsymbol{\xi}}_{i+1}^i = 2 \underline{\dot{\mathbf{x}}}_{i+1}^i (\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i)^* = 2 \frac{\delta \underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i}{\delta q_{i+1}^i} (\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i)^* \dot{q}_{i+1}^i. \quad (3.25)$$

Define-se:

$$\underline{\omega}_{i+1}^i \triangleq 2 \frac{\delta \underline{x}_{i+1}^i}{\delta q_{i+1}^i} (\underline{x}_{i+1}^i)^*. \quad (3.26)$$

Com isto, é reescrita (3.24):

$$\dot{\underline{x}}_E = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \underline{x}_i^0 \underline{\omega}_{i+1}^i \underline{x}_0^i \underline{x}_E \dot{q}_{i+1}. \quad (3.27)$$

É definido ainda,

$$\underline{z}_i \triangleq \frac{1}{2} \underline{x}_i^0 \underline{\omega}_{i+1}^i (\underline{x}_i^0)^*, \quad (3.28)$$

e (3.27) se torna finalmente

$$\dot{\underline{x}}_E = \sum_{i=0}^{n-1} \underline{z}_i \underline{x}_E \dot{q}_{i+1}. \quad (3.29)$$

Finalmente, de (3.21) sendo $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{j}_1 & \cdots & \mathbf{j}_n \end{bmatrix}$ com \mathbf{j}_i vetores coluna,

$$\mathbf{j}_{i+1} = \text{vec}_8(\underline{z}_i \underline{x}_E), i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (3.30)$$

3.4 Modelo em Espaço de Estados

Com isto, é obtido um modelo não linear por espaço de estados do manipulador robótico de marca Denso, modelo VP-6242 disposto na equação (3.31). Como o trabalho se concentrou na descrição do movimento do manipulador, dando enfoque ao seguimento de trajetórias no espaço de trabalho, o modelo proposto trata exclusivamente da cinemática do manipulador.

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_E \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{I}_6 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.31)$$

Notadamente, o modelo desconsidera a modelagem dinâmica, uma vez que o manipulador já contava com controladores de alta frequência embutidos na sua estrutura. Dessa forma, as forças causadoras do movimento podem ser desprezadas. Além disso, recursos imprescindíveis para o modelo dinâmico, como massa, momentos de inércia, entre outros, não foram disponibilizados pelo fabricante.

Por fim, a dedução do modelo representado pela equação (3.31), é suficiente para possibilitar predições sobre o comportamento do sistema como sugere a metodologia de controle preditivo baseado em modelo.

Capítulo 4

Controle Preditivo Baseado em Modelo

O termo Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*), é designado a uma ampla metodologia de projeto de controladores para automação de sistemas. Essa metodologia comumente resulta em controladores com características bastante similares, empregando um conjunto de técnicas de previsão e otimização, fazendo uso de modelos explícitos de plantas para obter o sinal de controle ao minimizar uma função de custo (Camacho and Bordons, 2007). De modo geral, considera-se um horizonte de previsões dos estados futuros pelo problema de otimização, este horizonte é limitado e recalculado a cada iteração, que aplicará apenas a primeira ação de controle na planta real, quando um novo problema de otimização é resolvido com novas medições do sistema. Esta característica é chamada de horizonte retrocedente.

Um sistema SISO (do inglês, *Single Input Single Output*), tem seu comportamento ilustrado na figura 4.1. Nesta, em um instante k tem-se estabelecida a referência $\mathbf{r}(k)$, $\mathbf{r}(k+1)$, ..., $\mathbf{r}(k+N)$ a ser seguida, dentro de um horizonte de previsão de tamanho $N \in \mathbb{N}$, assumindo um tempo de amostragem $T_s \in \mathbb{R}$. O Modelo e as leituras passadas poderão contribuir para que o algoritmo designado possa estimar as saídas $\mathbf{y}(k)$, $\mathbf{y}(k+1)$, ..., $\mathbf{y}(k+N)$ otimizando as ações de controle $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{u}(k+1)$, ..., $\mathbf{u}(k+N)$ futuras. O suposto algoritmo, um problema de otimização, é fundamentado sobre uma função objetivo que seleciona os sinais de entrada de modo a fazer com que a saída do sistema se comporte como manda a referência. A função objetivo pode ainda considerar outros fatores, tais como referências para sinais de entrada, a variação desses sinais (*control effort*) ou até mesmo violações de restrições.

O conceito originário do MPC é datado de meados da década de 1960, sendo considerada uma técnica madura para sistemas lineares e relativamente mais lentos que os comumente abordados na robótica. Sistemas mais complexos, não lineares, híbridos ou muito rápidos, foram por muito tempo considerados destoantes do escopo do MPC. Porém, com o aumento do poder computacional e da eficiência das técnicas de otimização alcançado

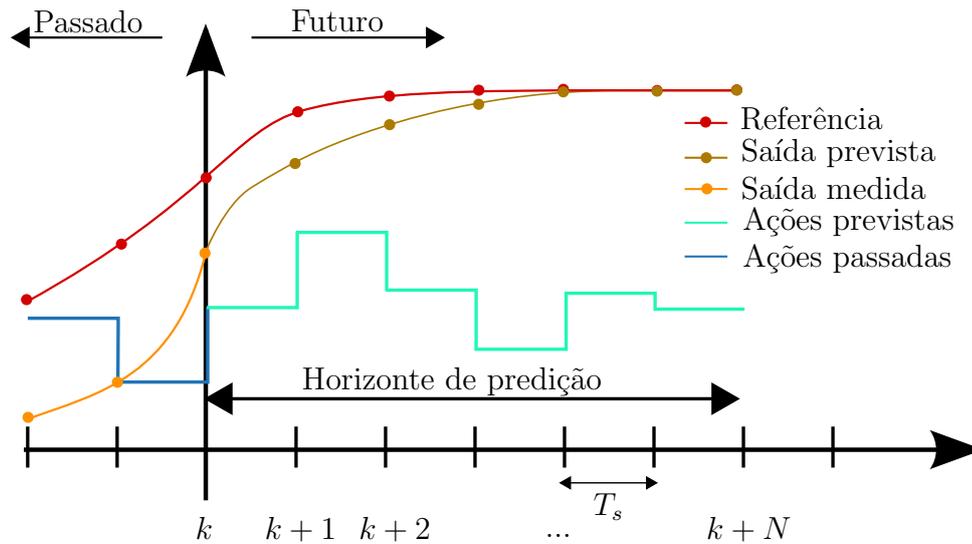


Figura 4.1: Esquema de componentes empregadas em controladores MPC.

nas últimas décadas, bons resultados nesses campos têm aparecido na literatura.

4.1 Definição do problema MPC

Por se tratar de uma metodologia, diversas combinações de modelagens, estratégias de predição e algoritmos de otimização configuram uma estrutura MPC. Neste trabalho, o projeto de MPC Não Linear é baseado no método proposto pelo guia do usuário da *MATLAB MPC Toolbox*, em que é definido um problema de otimização com as seguintes características:

- Função objetivo, ou, de custo: medida escalar, não negativa da performance do controle a ser minimizada;
- Restrições: condições que a solução deve satisfazer, tais como os limites físicos dos sinais de entrada e saída;
- Decisão: os ajustes dos sinais de entrada que minimizam a função de custo enquanto obedecem às restrições.

Deste modo, o problema MPC proposto para cada ajuste das variáveis manipuladas z_k no intervalo de controle k é definido:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & J(z_k) = J_y(z_k) + J_u(z_k) + J_{\Delta u}(z_k), \\
\text{sujeita a} \quad & \mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \\
& \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{x}_{\max}, \\
& \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{\max}, \\
& \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

A função de custo $J(z_k)$ a ser minimizada é composta pela soma dos seguintes termos, cada um representando um aspecto particular na performance do controlador:

$$\begin{aligned}
J_y(z_k) &= \sum_{i=0}^N [\mathbf{r}(k+i+1) - \mathbf{x}(k+i+1)]^T \mathbf{Q} [\mathbf{r}(k+i+1) - \mathbf{x}(k+i+1)] \\
J_u(z_k) &= \sum_{i=0}^N [\mathbf{u}(k+i)]^T \mathbf{R}_u [\mathbf{u}(k+i)] \\
J_{\Delta u}(z_k) &= \sum_{i=0}^N [\mathbf{u}(k+i) - \mathbf{u}(k+i-1)]^T \mathbf{R}_{\Delta u} [\mathbf{u}(k+i) - \mathbf{u}(k+i-1)].
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Com todas as variáveis de estados do sistema observáveis, em J_y considera-se que o vetor de estados seja a própria saída do sistema, portanto $\mathbf{r}(k) - \mathbf{x}(k)$ representa o erro com relação à trajetória definida para o manipulador. Em J_u , deseja-se que os sinais de controle $\mathbf{u}(k)$ estimados sejam tão econômicos quanto possível. Por fim, $J_{\Delta u}(z_k)$ é chamada supressão de movimento, suavizando as taxas $\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)$ dos sinais de entrada. As matrizes \mathbf{Q} , \mathbf{R}_u e $\mathbf{R}_{\Delta u}$ são de parâmetros sintonizáveis do controlador, associando pesos aos critérios de distanciamento da referência, ações de controle e supressão de movimento respectivamente. Estas, devem ser positivas semi-definidas, podendo variar no decorrer do horizonte de predição.

A possibilidade de imposição de restrições ao comportamento do sistema é outra característica imensamente atraente vista no MPC. Neste problema, foram consideradas restrições rígidas que delimitam a região em que a otimização deve ocorrer, representada pela cinemática do sistema através da função f . Ainda, limites físicos do sistema são implementados para posição por \mathbf{x}_{\min} e \mathbf{x}_{\max} , e para velocidades por \mathbf{u}_{\min} e \mathbf{u}_{\max} . É imposto também que a condição inicial seja dada pela leitura atual \mathbf{x}_0 .

Ao assumir uma função f não linear, a presente metodologia diverge das abordagens mais clássicas de MPC, caracterizando uma forma de NMPC. Neste, preza-se para que as relações não lineares do modelo se mantenham fieis durante a otimização, quando o horizonte de predição se estende e as linearizações não são capazes de representar as mudanças no modelo do sistema, exigindo diferentes estratégias de otimização e predição.

4.2 Programação Não Linear

O problema de otimização por programação não linear (NLP, do inglês *Nonlinear Programming*), pode ser especificado pela forma:

$$\text{minimizar } \mathbf{J}(\mathbf{x}), \quad \text{sujeita a } \begin{cases} c(\mathbf{x}) \leq 0, \\ c_{eq}(\mathbf{x}) = 0, \\ \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{A}_{eq}\mathbf{x} = \mathbf{b}_{eq}, \\ \mathbf{lb} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{ub}. \end{cases} \quad (4.3)$$

Em que $c(\mathbf{x})$ e $c_{eq}(\mathbf{x})$ são funções do vetor de estados, de forma que $c(\mathbf{x})$ caracteriza as desigualdades não lineares e $c_{eq}(\mathbf{x})$ as igualdades não lineares presentes no problema. A matriz \mathbf{A} e o vetor \mathbf{b} representam termos de desigualdades lineares enquanto a matriz \mathbf{A}_{eq} e o vetor \mathbf{b}_{eq} representam termos de igualdades também lineares. Os termos \mathbf{lb} (*lower bounds*) e \mathbf{ub} (*upper bounds*), são vetores que representam respectivamente os limites inferiores e superiores empregados ao vetor de estados \mathbf{x} .

A abordagem optada oferece possibilidades relevantes para o cenário. O modelo de predição pode ser não linear, além de incluir parâmetros variantes no tempo. As igualdades e desigualdades que representam restrições, podem também ser não lineares. Por último, mas não menos importante, a função de custo a ser minimizada pode não ser quadrática como dada por padrão, podendo assumir outra forma não linear arbitrária.

Para a solução do problema de programação não linear, neste trabalho foi empregado o solucionador *fmincon* (do inglês, *Find minimum of constrained nonlinear multivariable function*), do pacote *MATLAB Optimization Toolbox*, que por sua vez executa um algoritmo *SQP* (do inglês, *sequential quadratic programming*), apropriado para problemas de otimização de natureza não linear.

Algoritmos SQP tentam resolver um problema não-linear através de sucessivas aproximações do problema, convertendo-o em vários subproblemas de otimização convexa. A cada passo do solucionador, é estipulada uma variável de direcionamento que leva a aproximação do problema não-linear ao subproblema convexo apropriado para resolver a função de custo e suas restrições.

A integração dos solucionadores de programação não linear ao problema MPC se dá durante a implementação do NMPC com o auxílio da *MPC Toolbox*. De modo que a modelagem do problema, incorporando função de custo e todas as restrições que caracterizam o MPC são mapeadas na função de custo e nas restrições do problema de programação não linear e possibilitando sua execução.

Capítulo 5

Simulação

Para validação do modelo desenvolvido e aplicação da lei de controle implementada para o sistema robótico, recorreu-se ao desenvolvimento de um ambiente de simulação. Deste modo, os experimentos ocorrem sem por em risco recursos importantes antes de confirmada a viabilidade da técnica.

5.1 Modelagem Cinemática por DQ Robotics

Com o objetivo de explorar a produção ágil proporcionada pelo programa de cálculo numérico MATLAB, recorreu-se à biblioteca DQ Robotics (Adorno and Marinho, 2020) para a modelagem do manipulador robótico de marca Denso, série VP-6242, sendo essa biblioteca capaz de fornecer a álgebra de quatérnios e algoritmos de cálculos de cinemática.

A modelagem cinemática tem base nos parâmetros DH dispostos na tabela 2.1. Os quais são declarados de maneira a servirem de entrada à função geradora do modelo representando as devidas transformações, a qual é implementada pela biblioteca DQ Robotics. O modelo resultante é ilustrado na figura 5.1

5.2 NMPC por MPC Toolbox

A *Model Predictive Control Toolbox*, fornece toda uma estrutura contemplando funções, aplicações e blocos da ferramenta *Simulink* para o projeto e simulação de controladores lineares e não lineares, utilizando controle preditivo baseado em modelo (MPC). Por meio desta, é oferecida uma implementação de controle preditivo não linear baseado em modelo usada neste trabalho, que permite computar controles ótimos sobre um horizonte de predição fazendo uso de modelo não linear.

À implementação do algoritmo NMPC, foi necessária a definição de propriedades essenciais que caracterizam o problema. A propriedade *Model.StateFunction* contém o modelo não linear no espaço de estados da planta conforme desenvolvido em 3.4. A chamada

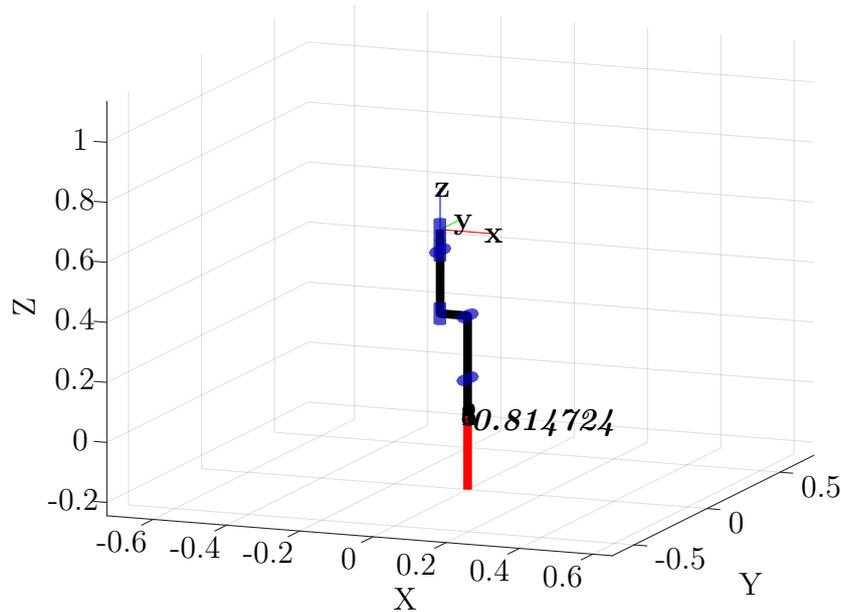


Figura 5.1: Ilustração do modelo cinemático do manipulador de série VP-6242.

Jacobian.StateFunction, por sua vez, contém a jacobiana do espaço de estados, a mesma descrita conforme 3.3.2. Tanto o modelo quanto a jacobiana do sistema, podem ser implementados em sua forma contínua, o controlador realiza automaticamente a discretização pela regra trapezoidal. Os argumentos não sintonizáveis foram definidos: 14 variáveis de estado (n_x), 14 variáveis de saída (n_y), 6 variáveis manipuladas (n_u). A função de custo foi mantida como descrita em (4.1), implementada por padrão pela própria *Toolbox*, tal como a função de saída representada pelo próprio estado do sistema.

Por último, as restrições de posição definidas para a estrutura do robô assim como informado pelo fabricante, são apresentadas na tabela 5.1, uma vez que todas as restrições de velocidade excedem o valor de $180^\circ/s$, este foi utilizado para limitar todas as juntas. As demais variáveis envolvidas no problema são sintonizáveis e serão abordadas no capítulo 6.

Junta	Posição Mínima	Posição Máxima
1	-160°	160°
2	-120°	120°
3	-160°	-19°
4	-160°	160°
5	-120°	120°
6	-360°	360°

Tabela 5.1: Restrições no espaço das juntas.

5.3 Arquitetura

A arquitetura implementada pelo algoritmo é ilustrada na figura 5.2. Na imagem, assume-se que um planejador de trajetória, externo ao escopo deste trabalho, fornece o plano detalhado para execução de um movimento representado por $z(t)$.

Com trajetória em mãos, o NMPC gera sinais de controle ótimos $\dot{\theta}$, estes passam por um processo de integração numérica sendo somados ao último estado do sistema e compondo as posições atuais das juntas θ . Finalmente, aplica-se a cinemática direta (FKM) possibilitada pelo modelo cinemático (5.1), finalizando a computação do estado atual do robô.

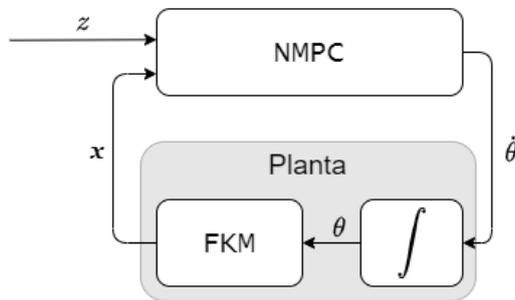


Figura 5.2: Arquitetura do sistema, transformações e sinais.

O algoritmo é também capaz de resolver problemas de natureza regulatória, em que a referência tem seu início definido em um local diferente da posição inicial do efetuador. Para os casos em que o número de pontos definidos pela trajetória estipulada é menor que o tamanho do horizonte de previsão, o algoritmo irá estender o estado final desejado, aumentando a trajetória até que o horizonte caiba na mesma.

Capítulo 6

Resultados

Neste capítulo são apresentados os detalhes de implementação, incluindo a definição de cenários de simulação, sintonia de parâmetros dos controladores e aplicação de métricas de desempenho. Os cenários, buscam corresponder a atividades recorrentemente empregadas a manipuladores robóticos como de reposicionamento de objetos, soldagem e pintura. Os parâmetros e métricas são selecionados para possibilitar a observação das capacidades dos controladores. Os códigos implementados das simulações estão disponíveis no repositório do grupo EASY-SPARC¹.

6.1 Problema de Regulagem

O primeiro cenário foi construído para avaliar a capacidade do controlador de conduzir o efetuador robótico a partir de uma posição inicial $\mathbf{p}_{inicial}$ e orientação $\phi_{inicial}$ até outras arbitrárias \mathbf{p}_{final} e ϕ_{final} . A tabela 6.1 a seguir, apresenta os parâmetros sintonizáveis selecionados para o experimento.

Parâmetro	Valor
$\mathbf{Q}(k)$	$\text{diag}(40, 40, 40, 40, 100, 100, 100, 100, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^2$
$\mathbf{R}_u(k)$	$\text{diag}(6, 5, 4, 3, 2, 1)^2$
$\mathbf{R}_{\Delta u}(k)$	$\text{diag}(30, 25, 20, 15, 10, 5)^2$
$\mathbf{p}_{inicial}$	$(-0.075, 0, 0.615)$
\mathbf{p}_{final}	$(0.2, 0, 0.2)$
$\phi_{inicial}$	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$
ϕ_{final}	$(0^\circ, 180^\circ, 0^\circ)$
N	10
T_s	0.1s
t_{max}	10s

Tabela 6.1: Parâmetros do controlador NMPC sintonizados para o problema de regulagem.

¹Disponível em <https://github.com/EASY-SPARC/dq-denso-model/tree/denso-nlmpc>

²A função $\text{diag} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ retorna uma matriz diagonal com elementos definidos pelos argumentos.

A escolha de \mathbf{Q} prioriza as unidades quaterniônicas relacionadas à translação, as quais demandam maior esforço das juntas para a realização do trajeto, assim penalizando com maior intensidade o erro de posição. As matrizes \mathbf{R} e $\mathbf{R}_{\Delta u}$ são proporcionais e penalizam a atuação das juntas mais próximas à base devido ao esforço relacionado à movimentação dos demais elos do robô. A penalização mais intensa da variação dos sinais de entrada se deu pela eficácia na suavização destes sinais sem comprometimento observado da execução da trajetória.

A figura 6.1 representa as 8 unidades quaterniônicas que variam no tempo compondo os comportamentos: desejado (x_d) e medido (x_m), durante 10 segundos de simulação.

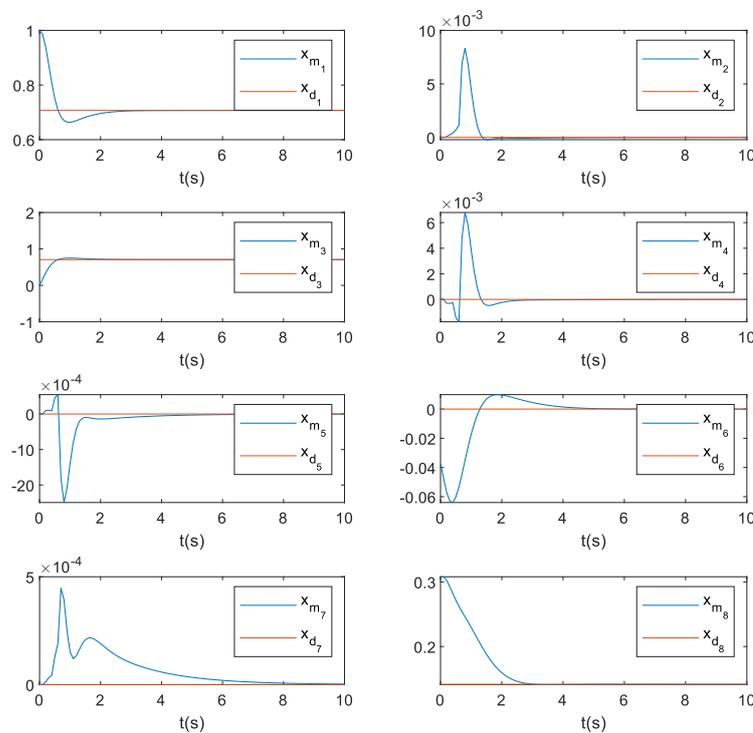


Figura 6.1: Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de regulagem.

A figura 6.2, contém as ações de controle representando velocidades aplicadas às juntas 1 a 6, expressas pelos estados 9 ao 14 do modelo do manipulador. Nota-se que o sistema encontra-se muito próximo ao repouso já entre o quarto e sexto segundos de simulação. A tabela 6.2 traz os índices de desempenho dos estados que compõem o quatérnio dual nas métricas IAE e ITAE. Deste modo, confirmou-se possível alcançar a referência de maneira suave prezando por todos os requisitos impostos pela estrutura do manipulador.

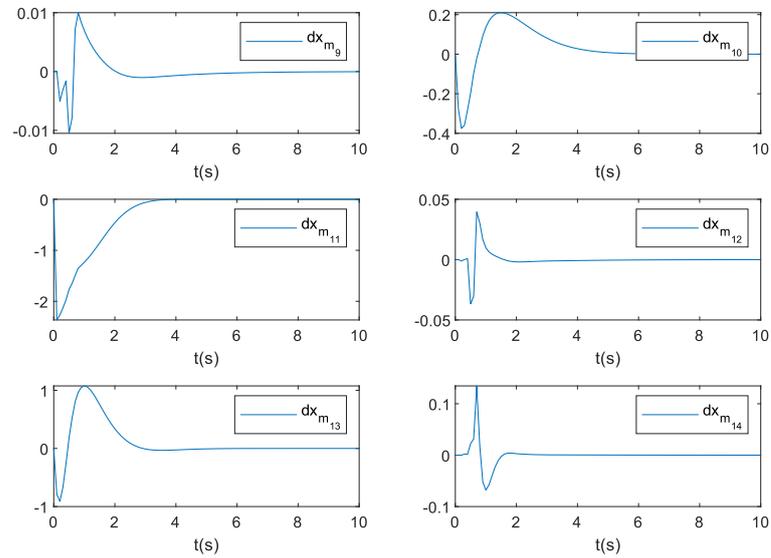


Figura 6.2: Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de regulagem.

Estado	IAE	ITAE
x_1	0.8156	1.2705
x_2	0.0357	0.0354
x_3	0.8715	1.7169
x_4	0.0347	0.0329
x_5	0.0206	0.0140
x_6	0.6474	0.6453
x_7	0.0158	0.0066
x_8	1.4151	1.7849

Tabela 6.2: Desempenho do controlador na tarefa de regulagem sob as métricas IAE e ITAE por estado.

6.1.1 Reposicionamento de Objetos

A tarefa de reposicionamento de objetos, ou, *Pick and Place*, foi pensada de maneira a representar a capacidade do controlador de levar o manipulador a alcançar um objeto em uma linha de produção e reposicioná-lo em outro ponto arbitrário de seu espaço de trabalho. Para isto, estendeu-se o problema de regulagem por um novo objetivo. Passa-se a assumir que o robô parte de uma posição inicial $\mathbf{p}_{inicial}$ a outra arbitrária \mathbf{p}_1 onde tomaria o objeto, tornando à posição inicial e seguindo a um segundo ponto \mathbf{p}_2 onde posicionaria o objeto. Durante o processo, a orientação ϕ foi definida fixa mantendo o efetuador apontado sempre para baixo. A tabela 6.3 contém os parâmetros definidos e sintonizados para esta tarefa.

Parâmetro	Valor
$\mathbf{Q}(k)$	$\text{diag}(40, 40, 40, 40, 200, 200, 200, 200, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^2$
$\mathbf{R}_u(k)$	$\text{diag}(6, 5, 4, 3, 2, 1)^2$
$\mathbf{R}_{\Delta u}(k)$	$\text{diag}(30, 25, 20, 15, 10, 5)^2$
$\mathbf{p}_{inicial}$	(0.21, 0, 0.41)
\mathbf{p}_1	(0.2, 0.2, 0.2)
\mathbf{p}_2	(0.2, -0.2, 0.2)
ϕ	(0°, 90°, 0°)
N	10
T_s	0.1s
t_{max}	20s

Tabela 6.3: Parâmetros do controlador NMPC sintonizados para o problema de reposicionamento.

Em vista das mudanças bruscas que a trajetória sugere, foi necessária a alteração da matriz \mathbf{Q} , mais precisamente as unidades relacionadas à translação para que fosse alcançado efetivamente o objetivo. Na figura 6.3, são percebidos os picos de erro nos momentos em que a trajetória indica que o efetuador deveria estar posicionado sobre o próximo ponto do objetivo. Os picos são inevitáveis dadas as limitações físicas do manipulador, ainda assim, a tarefa pôde ser realizada de maneira satisfatória, tendo sido visitado precisamente cada ponto indicado pela mesma.

As ações de controle, vistas na figura 6.4, mostram um comportamento dentro do esperado, cabendo nas limitações impostas.

A tabela 6.4 traz os índices de desempenho dos estados que compõem o quatérnio dual nas métricas IAE e ITAE. Como esperado, erros mais significativos são observados devido às mudanças bruscas na referência, em especial na métrica ITAE, que pune severamente alterações em momentos avançados da simulação.

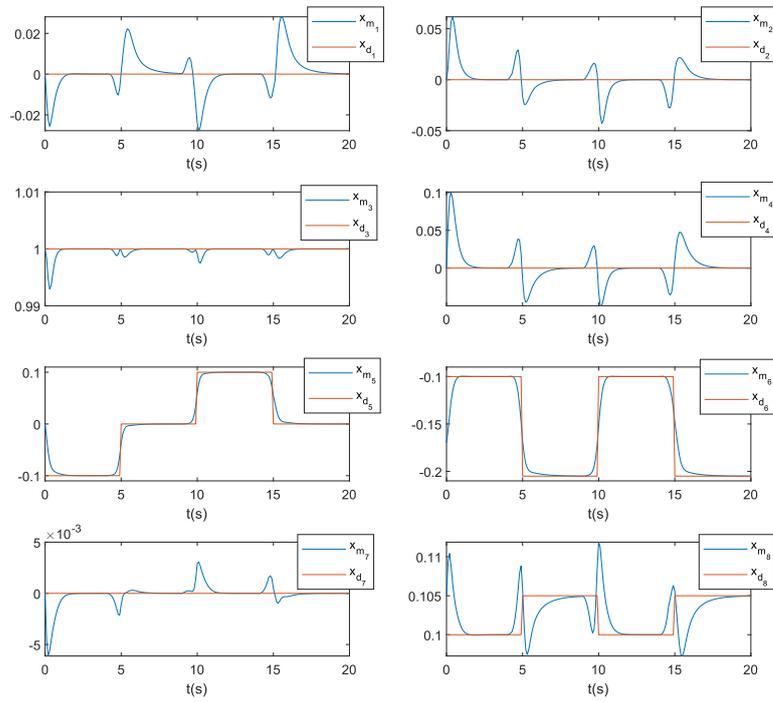


Figura 6.3: Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de reposicionamento.

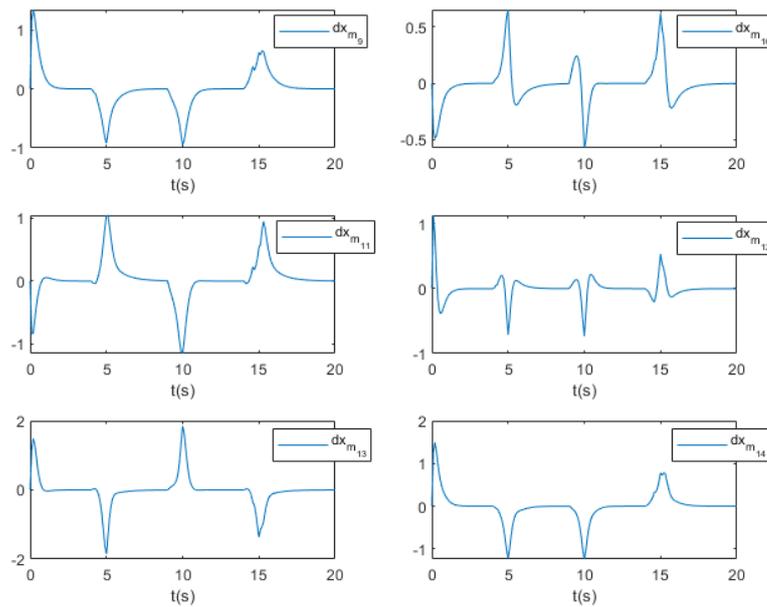


Figura 6.4: Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de reposicionamento.

Estado	IAE	ITAE
x_1	0.9795	9.2581
x_2	1.3793	10.5272
x_3	0.0704	0.4306
x_4	2.2378	17.2043
x_5	0.8367	6.5204
x_6	0.9307	8.1222
x_7	0.0815	0.5008
x_8	0.3380	3.0474

Tabela 6.4: Desempenho do controlador na tarefa de reposicionamento sob as métricas IAE e ITAE por estado.

6.1.2 Trajetória Circular

Com a finalidade de ilustrar atividades de pintura ou soldagem, foi definida uma trajetória circular perpendicular ao eixo-y, centrada em $(0.3, 0, 0.3) \in \mathbf{R}^3$ de raio 0.05m representada em quatérnios duais. Sobre esta, o efetuador executa duas voltas com orientação ϕ_d após partir da posição e orientação iniciais: $\mathbf{p}_{inicial}$ e $\phi_{inicial}$. Na tabela 6.5 se encontram os parâmetros utilizados pelo controlador para a execução deste experimento.

Parâmetro	Valor
$\mathbf{Q}(k)$	$\text{diag}(125, 125, 125, 125, 300, 300, 300, 300, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^2$
$\mathbf{R}_u(k)$	$\text{diag}(6, 5, 4, 3, 2, 1)^2$
$\mathbf{R}_{\Delta u}(k)$	$\text{diag}(30, 25, 20, 15, 10, 5)^2$
$\mathbf{p}_{inicial}$	$(-0.075, 0, 0.615)$
$\phi_{inicial}$	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$
ϕ_d	$(0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$
N	10
T_s	0.1s
t_{max}	10s

Tabela 6.5: Parâmetros do controlador MPC-ORCA sintonizados para o problema de seguimento de trajetória circular.

Os pesos elevados na matriz \mathbf{Q} , em comparação com o problema de regulagem, se dão pela urgência no seguimento de uma trajetória mais detalhada que aproxima o problema a um de controle servo. A figura 6.5 apresenta a trajetória em quatérnios duais e o comportamento obtido durante a reprodução da trajetória. O erro exagerado ao começo da execução se dá pelo fato de que efetuador e trajetória desejada não têm início no mesmo ponto, com isto, o controlador deve fazer um esforço para alcançar a trajetória desejada e acompanhá-la em seguida, o que ocorre até os 2 segundos de simulação.

A figura 6.6 mostra os sinais de controle bem comportados respeitando limites físicos do manipulador e confirmando mais uma vez ser possível a execução do movimento.

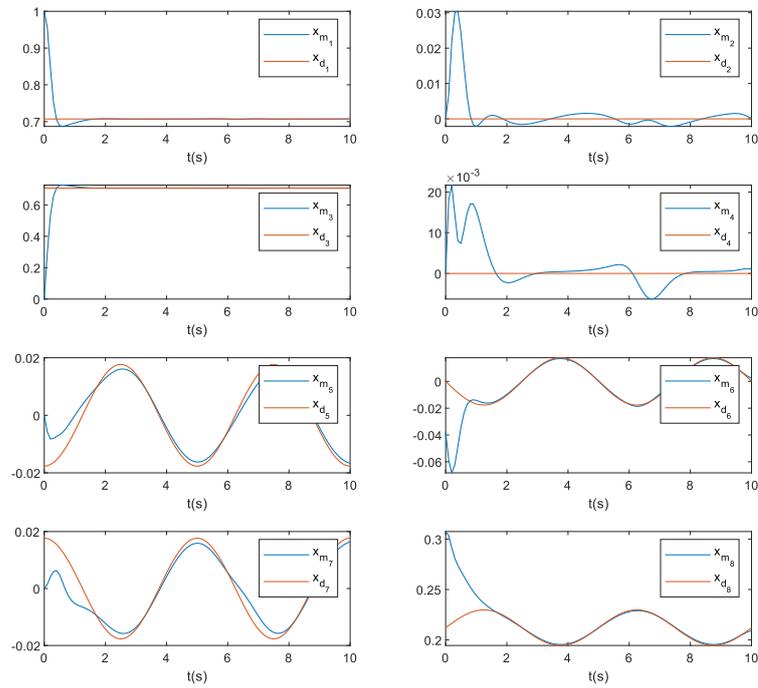


Figura 6.5: Referência (x_d) e resultado (x_m) alcançado no emprego do NMPC ao problema de seguimento de trajetória circular.

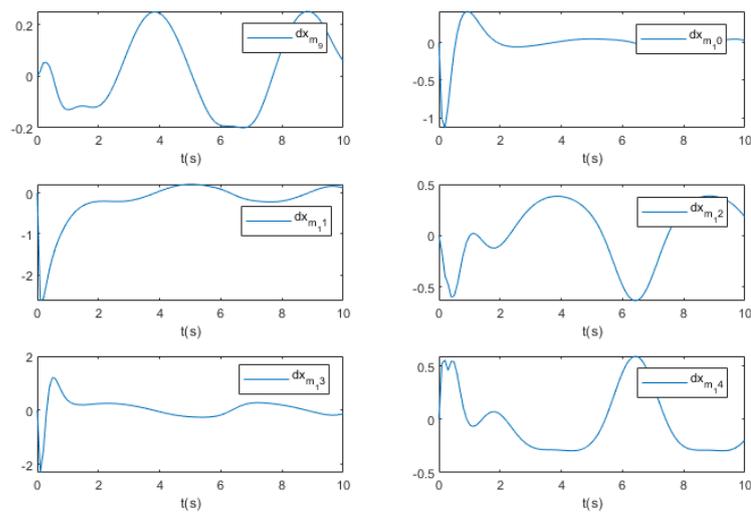


Figura 6.6: Sinais de controle representando as velocidades aplicadas às juntas durante a execução do problema de seguimento de trajetória circular.

A tabela 6.6 traz os índices de desempenho dos estados que compõem o quatérnio dual nas métricas IAE e ITAE. Baixos números são observados devido à natureza do problema que se aproxima de um problema servo, em que somente nos momentos iniciais o efetuator tem distância significativa da referência, sendo o controlador induzido a realizar grandes esforços para anular o erro.

Estado	IAE	ITAE
x_1	0.5766	0.2710
x_2	0.2294	0.5665
x_3	0.7781	0.2929
x_4	0.2976	0.8146
x_5	0.2242	0.6897
x_6	0.4096	0.8091
x_7	0.2996	0.8747
x_8	0.6181	0.8665

Tabela 6.6: Desempenho do controlador na tarefa de seguimento de trajetória circular sob as métricas IAE e ITAE por estado.

Conclusão

Este trabalho apresentou uma aplicação de controle preditivo não linear baseado em modelo (NMPC), combinado à modelagem baseada em quatérnios duais para um manipulador robótico. Para cada iteração de um horizonte de predição, foram computadas ações de controle ótimas respeitando todas as limitações físicas impostas por um modelo de manipulador comercial.

Foi utilizado um manipulador serial de 6 graus de liberdade de fabricante Denso, modelo VP-6242, o qual impõe restrições cinemáticas e dinâmicas ao modelo não linear desenvolvido. No entanto, o manipulador foi capaz de exercer movimentos seguros sem a interferência de singularidades, e suaves executando trajetórias inicialmente distantes de sua localização inicial. Uma grande vantagem desta técnica sobre outras lineares está na possibilidade de extensão do horizonte de predição sem os riscos de se distanciar do modelo linearizado.

Tendo dado o enfoque às correções de trajetória considerando somente a modelagem cinemática do manipulador, o trabalho pode ser aprimorado pela dedução das componentes dinâmicas do problema, impossibilitada pela negação do acesso às matrizes de inércia do robô e outros parâmetros envolvidos na modelagem dinâmica, sendo possível de maneira alternativa, realizar a identificação do modelo. Por fim, tendo sido implementado para MATLAB, o algoritmo pode ser acoplado ao sistema de comando proporcionado pela Quanser do manipulador em posse do Instituto de Computação, localizado na Universidade Federal de Alagoas.

Bibliografia

- Adorno, B. V. (2015). Robot kinematic modeling and control: a dual quaternion approach.
- Adorno, B. V. (2021). Complex robotic systems-modeling, control and planning using dual quaternion algebra.
- Adorno, B. V. and Marinho, M. M. (2020). Dq robotics: A library for robot modeling and control. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, pages 1–15.
- Camacho, E. F. and Alba, C. B. (2013). *Model predictive control*. Springer science & business media.
- Camacho, E. F. and Bordons, C. (2007). *Model Predictive control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer London, London, 2nd edition.
- Choset, H., Lynch, K. M., Hutchinson, S., Kantor, G. A., and Burgard, W. (2005). *Principles of robot motion: theory, algorithms, and implementations*. MIT press.
- Clifford (1871). Preliminary sketch of biquaternions. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1-4(1):381–395.
- Corke, P. I. and Khatib, O. (2011). *Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB*, volume 73. Springer.
- Craig, J. J. (2009). *Introduction to robotics: mechanics and control, 3/E*. Pearson Education India.
- Denavit, J. and Hartenberg, R. S. (1955). A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices. *Journal of Applied Mechanics*, 22(2):215–221.
- Dombre, E. and Khalil, W. (2013). *Robot manipulators: modeling, performance analysis and control*. John Wiley & Sons.
- Dooley, J. and McCarthy, J. M. (1993). On the geometric analysis of optimum trajectories for cooperating robots using dual quaternion coordinates. In *[1993] Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1031–1036. IEEE.

- Graetz, G. and Michaels, G. (2018). Robots at Work. *The Review of Economics and Statistics*, 100(5):753–768.
- Hamilton, W. R. (1844). Lxxviii. on quaternions; or on a new system of imaginaries in algebra: To the editors of the philosophical magazine and journal. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 25(169):489–495.
- IFR (2020). IFR presents World Robotics Report 2020.
- Liu, Q., Liu, Z., Xu, W., Tang, Q., Zhou, Z., and Pham, D. T. (2019). Human-robot collaboration in disassembly for sustainable manufacturing. *International Journal of Production Research*, 57(12):4027–4044.
- Perez, A. and McCarthy, J. M. (2004). Dual quaternion synthesis of constrained robotic systems. *J. Mech. Des.*, 126(3):425–435.
- Siciliano, B. and Khatib, O. (2016). Robotics and the handbook. In *Springer Handbook of Robotics*, pages 1–6. Springer.
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., and Oriolo, G. (2009). Modelling, planning and control. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*. Springer,.
- Spong, M. (2006). Hutchinso, n. seth, and mv vidyasagar, “robot modeling and control,” john wiley& sons.
- Vochten, M., Vanroye, L., Lambeau, J., Meylemans, K., Decré, W., and De Schutter, J. (2021). Specification and control of human-robot handovers using constraint-based programming. In *14th International Workshop on Human-Friendly Robotics (HFR 2021)*, Date: 2021/10/28-2021/10/29, Location: Bologna, Italy.
- Yang, A. T. (1963). *Application of quaternion algebra and dual numbers to the analysis of spatial mechanisms*. Columbia University.