

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

WILLIANE COSTA FERREIRA

**O JOGO DIGITAL QUIZ PG PARA O APRENDIZADO DE PROGRESSÃO  
GEOMÉTRICA**

Maceió  
2020

WILLIANE COSTA FERREIRA

**O JOGO DIGITAL QUIZ PG PARA O APRENDIZADO DE PROGRESSÃO  
GEOMÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira.

Maceió  
2020

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

- F383j Ferreira, Williane Costa.  
O jogo digital Quiz PG para o aprendizado de progressão geométrica /  
Williane Costa Ferreira. – 2020.  
163 f. : il., figs. e tabs. color. + material adicional
- Orientador: Carloney Alves de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –  
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-  
Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2021.  
Inclui produto educacional.
- Bibliografia: f. 137-145.  
Apêndices: f. 147-163.
1. Progressão geométrica. 2. Quiz PG (Jogo digital). 3. Recursos didáticos. 4. Aprendizagem. 5. *App Inventor*. 6. Sequências didáticas. 7. Matemática (Ensino médio). I. Título.

CDU: 51: 371.3

WILLIANE COSTA FERREIRA

“O jogo digital Quiz PG para o aprendizado de progressão geométrica”

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 27 de novembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA



---

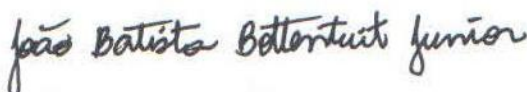
Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira  
Orientador  
(Cedu/Ufal)

Lynn Rosalina  
Gama Alves

Assinado de forma digital por  
Lynn Rosalina Gama Alves  
Dados: 2020.11.27 16:19:03  
-03'00'


---

Profa. Dra. Lynn Rosalina Gama Alves  
(UFBA)



---

Prof. Dr. João Batista Bottentuit Júnior  
(UFMA)



---

Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra  
(IM/Ufal)

*Aos meus pais, Verônica Costa Ferreira e  
Bianchini Santos Ferreira e ao Prof. Dr. Carloney  
Alves de Oliveira pelos ensinamentos construídos  
e pelo apoio recebido.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por mais uma conquista, por sempre guiar os meus passos e estar comigo em todos os momentos.

Aos meus pais, familiares e amigos, pelo apoio, incentivo e compreensão durante mais uma etapa acadêmica.

Ao Franklin Luiz Soares dos Santos que me incentivou a cursar o mestrado e me deu apoio em todo o tempo.

Agradeço também ao Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira por acreditar em mim, no meu potencial, por todo apoio, incentivo e orientação ao longo dos eventos acadêmicos e das leituras e organização deste trabalho. Sem dúvidas, tenho uma enorme admiração pela pessoa maravilhosa que ele é, tanto que o tenho considerado como meu pai acadêmico.

Aos professores e professora da banca de qualificação e defesa: Dr. Carloney Alves de Oliveira, Dra. Lynn Rosalina Gama Alves, Dr. João Batista Bottentuit Junior e Dr. Ediel Azevedo Guerra, pela disposição e envolvimento na avaliação que corroborou para o aperfeiçoamento e conclusão desta dissertação.

Aos meus colegas de mestrado, em especial, Agda Isabele Gonsalves Honorato, Cássia Vanesa de Sousa Silva, Joenneyres Raio de Souza Amancio, Mariana Santana de Jesus e Viviane Patrícia Pereira Félix, que sempre estiveram próximos a mim, me incentivando nos estudos pertinentes ao curso, compartilhando experiências, produzindo trabalhos acadêmicos, construindo conhecimento.

Ao Grupo de Estudo e Pesquisa em Tecnologias Educativas e Práticas Pedagógicas na Educação Matemática (GPTPEM), da Universidade Federal de Alagoas, por todo apoio recebido.

Aos professores e coordenadores do curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática que contribuíram significativamente em minha formação acadêmica.

À direção, coordenação e alunos da Escola Estadual Profa. Margarez M<sup>a</sup> Santos Lacet que tornou possível a produção dos dados desta pesquisa.

A todos e todas que contribuíram direta e/ou indiretamente no desenvolvimento deste trabalho.

*“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades  
para a sua própria produção ou a sua construção”.*  
*Paulo Freire*

## RESUMO

A Progressão Geométrica é um conteúdo da Matemática que faz parte do currículo escolar da Educação Básica e, tendo em vista que a cultura digital tem atraído muitas pessoas da atualidade, esta pesquisa teve como objetivo principal analisar quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.). Como objetivos específicos, pretendeu-se identificar as possibilidades e limitações do jogo digital Quiz PG na construção do conhecimento de P.G. dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio; verificar como o jogo digital Quiz PG contribui no processo de aprendizagem tomando como base a percepção dos alunos; comparar o desenvolvimento do aprendizado de P.G. por intermédio de notas de aula, atividades propostas em papel A4 e por meio do jogo digital; desenvolver o jogo digital Quiz PG utilizando a linguagem do *App Inventor*; elaborar um manual didático para professores de Matemática com uma proposta de sequência didática para utilização do jogo digital Quiz PG. Esta pesquisa é de cunho exploratório do tipo participante e abordagem qualitativa, realizada com 16 alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M<sup>a</sup> Santos Lacet. A produção dos dados se deu mediante as atividades realizadas em momentos de construção do aprendizado por meio de notas de aula no quadro e resolução de problemas executados manualmente, bem como a utilização do *game* construído com a linguagem de programação do *App Inventor 2* (AI2). Além disso, foi aplicado um questionário com perguntas objetivas e discursivas a respeito da avaliação que cada participante fez da interface do *game* utilizado durante o processo de ensino e aprendizagem de P.G. Além desses registros, foi utilizado o método da observação participante e utilização de diário de campo, onde constam registros dos acontecimentos que foram relevantes no decorrer da pesquisa, bem como das ideias e inquietações que foram emergindo. Constatou-se que uma minoria de alunos participou de forma ativa da aula expositiva e explicativa do conteúdo de P.G., com o uso das notas de aula no quadro. O jogo digital Quiz PG elaborado no AI2 contribuiu no processo de aprendizagem, devido a sua interatividade, possibilidade de acesso ao conteúdo via YouTube, mobilidade, *feedback* imediato das respostas aos problemas, entretenimento, experiência de jogo com resolução de problemas matemáticos e teve boa aceitação dos alunos devido a motivação proveniente do ato de jogar, propiciando assim o engajamento de todos os participantes da pesquisa durante o jogo. Foi possível também perceber que os sujeitos envolvidos se sentiram mais motivados em responder os problemas propostos no jogo devido ao *feedback* que recebiam. Como produto educacional, foi elaborado um manual didático para professores de Matemática com uma proposta de sequência didática para utilização do jogo digital Quiz PG.

**Palavras-chave:** Progressão geométrica. *App Inventor 2*. Jogos digitais. Ensino e aprendizagem de matemática. Ensino médio.



## ABSTRACT

Geometric Progression is a content of Mathematics that is part of the school curriculum of Basic Education and, as digital culture has attracted many people today, this research aimed to analyze what results the digital game Quiz PG can produce from its didactic use for learning the content of Geometric Progression (P.G.). The specific objectives were to identify the possibilities and limitations of the Quiz PG digital game in building the P.G. knowledge of first year high school students; to see how the Quiz PG digital game contributes to the learning process based on students' perception; to compare the development of P.G. learning. G. through class notes, proposed activities on A4 paper and through the digital game; developing the digital Quiz PG game using the language of the Inventor App; developing a textbook for mathematics teachers with a proposed didactic sequence to use the digital Quiz PG game. This research is exploratory of the participant type and qualitative approach, conducted with 16 students from a first year high school class, in the State School Prof. Margarez M<sup>a</sup> Santos Lacet. The production of the data took place through the activities performed in moments of learning construction through class notes on the board and problem solving executed manually, as well as the use of the game built with the programming language of App Inventor 2 (AI2). In addition, a questionnaire was applied with objective and discursive questions regarding the evaluation that each participant made of the game interface used during the teaching and learning process of P.G. In addition to these records, the method of participant observation and the use of field diary was used, which contains records of events that were relevant during the research, as well as ideas and concerns that emerged. It was noted that a minority of students actively participated in the lecture and explanation of P.G.'s content, using the lecture notes on the board. The digital game Quiz PG elaborated in AI2 contributed to the learning process due to its interactivity, possibility of accessing the content via YouTube, mobility, immediate feedback of the answers to the problems, entertainment, game experience with mathematical problem solving and had good acceptance by the students due to the motivation coming from the act of playing, thus providing the engagement of all the participants of the research during the game. It was also possible to notice that the subjects involved felt more motivated to respond to the problems proposed in the game due to the feedback they received. As an educational product, a teaching manual for mathematics teachers was developed with a proposed didactic sequence to use the digital Quiz PG game.

**Keywords:** Geometric progression. *App Inventor 2*. Digital games. Teaching and learning mathematics. High school.

## LISTA DE SIGLAS

AI2	<i>App Inventor 2</i>
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CTDC	Catálogo de Teses e Dissertações da Capes
EJA	Educação de jovens e Adultos
DGBL	<i>Digital Game-Based Learning</i>
GPTPEM	Grupo de Estudo e Pesquisa em Tecnologias Educativas e Práticas Pedagógicas na Educação Matemática
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i> (Instituto de Tecnologia de Massachusetts)
P.A.	Progressão Aritmética
PC	<i>Personal Computer</i>
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
P.G.	Progressão Geométrica
RPG	<i>Role Playing Game</i>
RSL	Revisão Sistemática de Literatura
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TD	Tecnologias Digitais
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Fragmento do Papiro Moscou.....	23
<b>Figura 2:</b> Fragmento do Papiro Rhind.....	24
<b>Figura 3:</b> Problema 79 do Papiro de Rhind .....	25
<b>Figura 4:</b> Frações dos olhos do deus Hórus.....	26
<b>Figura 5:</b> Aquiles e a tartaruga .....	30
<b>Figura 6:</b> Gráfico de uma função exponencial .....	43
<b>Figura 7:</b> Gráfico dos montantes a juros simples e a juros compostos .....	44
<b>Figura 8:</b> Reprodução das amebas .....	44
<b>Figura 9:</b> Notas musicais .....	45
<b>Figura 10:</b> Triângulo de Sierpinski .....	45
<b>Figura 11:</b> Fractal de Cantor.....	46
<b>Figura 12:</b> Curva de Koch .....	47
<b>Figura 13:</b> Curva do floco de neve de Koch.....	47
<b>Figura 14:</b> Filme e jogo <i>Prince of Persia</i> .....	56
<b>Figura 15:</b> Interfaces do aplicativo Agenda. ....	83
<b>Figura 16:</b> Interfaces do Aplicativo CoronaGames.....	83
<b>Figura 17:</b> Interfaces do aplicativo VIAJA CON ÁLVARO .....	84
<b>Figura 18:</b> Interface do aplicativo Calculadora IMC .....	84
<b>Figura 19:</b> Interface do aplicativo Controle Megatron.....	85
<b>Figura 20:</b> Tela da Interface <i>Designer</i> do <i>App Inventor 2</i> .....	86
<b>Figura 21:</b> Tela da Interface <i>Blocks</i> do <i>App Inventor 2</i> .....	86
<b>Figura 22:</b> Imagem das telas dos Aplicativos Calculadora do IMC e Média de notas .....	92
<b>Figura 23:</b> Tela Forma Geral das Funções e Tela Plotar Gráfico.....	93
<b>Figura 24:</b> Interfaces do Aplicativo <i>Similar Triangle</i> .....	94
<b>Figura 25:</b> Interfaces do Quiz de Análise Combinatória.....	94
<b>Figura 26:</b> Interfaces do Quiz PG.....	95
<b>Figura 27:</b> <i>Feedback</i> do Quiz PG no Problema 1.....	96
<b>Figura 28:</b> <i>Feedback</i> do Quiz PG no Problema 12.....	97
<b>Figura 29:</b> Registro de explicação do Problema 1.....	107
<b>Figura 30:</b> Registros de cálculos do Problema 2 .....	108
<b>Figura 31:</b> Registro de cálculo do Problema 3 efetuado corretamente .....	109
<b>Figura 32:</b> Registro de cálculo do Problema 3 efetuado erroneamente.....	109

<b>Figura 33:</b> Registro de cálculo do Problema 4 efetuado erroneamente.....	110
<b>Figura 34:</b> Ilustração realizada pelo aluno do movimento da bola no Problema 4 .....	111
<b>Figura 35:</b> Registro de cálculo do Problema 5 efetuado corretamente .....	111
<b>Figura 36:</b> Registro de cálculo do Problema 5 efetuado erroneamente.....	112
<b>Figura 37:</b> Registros de cálculos do Problema 7 efetuados corretamente.....	113
<b>Figura 38:</b> Registro de resolução do Problema 10 efetuado corretamente.....	115
<b>Figura 39:</b> Registro de resolução do Problema 10 efetuado erroneamente.....	115
<b>Figura 40:</b> Registro de tentativa de resolução do Problema 11 .....	116

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1:</b> Classificação da Progressão Geométrica .....	31
<b>Quadro 2:</b> Revisão Sistemática da Literatura sobre Ensino e Aprendizagem de P.G.....	34
<b>Quadro 3:</b> Síntese dos principais achados da RSL sobre o ensino e aprendizagem de P.G. ..	41
<b>Quadro 4:</b> Pautas e sugestões para realizar pesquisas na área de DGBL .....	61
<b>Quadro 5:</b> RSL sobre Jogos Digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática .....	63
<b>Quadro 6:</b> Síntese dos principais achados da RSL sobre JD nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática .....	78
<b>Quadro 7:</b> Síntese dos instrumentos utilizados e atividades realizadas nos encontros .....	102
<b>Quadro 8:</b> Categorias e subcategorias temáticas da Análise de Conteúdo .....	104
<b>Quadro 9:</b> Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 1.....	106
<b>Quadro 10:</b> Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 2.....	118
<b>Quadro 11:</b> Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 3.....	122
<b>Quadro 12:</b> Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 4.....	125
<b>Quadro 13:</b> Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 5.....	128

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Desempenho dos alunos no Problema 1 .....	106
<b>Tabela 2:</b> Desempenho dos alunos no Problema 2 .....	107
<b>Tabela 3:</b> Desempenho dos alunos no Problema 3 .....	108
<b>Tabela 4:</b> Desempenho dos alunos no Problema 4 .....	110
<b>Tabela 5:</b> Desempenho dos alunos no Problema 5 .....	111
<b>Tabela 6:</b> Desempenho dos alunos no Problema 6 .....	112
<b>Tabela 7:</b> Desempenho dos alunos no Problema 7 .....	113
<b>Tabela 8:</b> Desempenho dos alunos no Problema 8 .....	113
<b>Tabela 9:</b> Desempenho dos alunos no Problema 9 .....	114
<b>Tabela 10:</b> Desempenho dos alunos no Problema 10 .....	114
<b>Tabela 11:</b> Desempenho dos alunos no Problema 11 .....	116
<b>Tabela 12:</b> Desempenho dos alunos no Problema 12 .....	117
<b>Tabela 13:</b> Acesso a computador .....	118
<b>Tabela 14:</b> Acesso à internet .....	119
<b>Tabela 15:</b> Frequência com a qual o <i>gamer</i> joga .....	119
<b>Tabela 16:</b> Saber da existência do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa .....	120
<b>Tabela 17:</b> Utilização do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa .....	120
<b>Tabela 18:</b> Utilização de outro <i>software</i> educacional para atividades de Matemática .....	121
<b>Tabela 19:</b> Interface do Quiz PG .....	122
<b>Tabela 20:</b> Aprendizagem com o Quiz PG .....	123
<b>Tabela 21:</b> Utilização do <i>game</i> após a pesquisa .....	123
<b>Tabela 22:</b> O que os alunos programariam no AI2 .....	124
<b>Tabela 23:</b> Finalização do <i>game</i> .....	125
<b>Tabela 24:</b> Nível de dificuldade na utilização do Quiz PG .....	126
<b>Tabela 25:</b> Dificuldades encontradas ao jogar o Quiz PG .....	126
<b>Tabela 26:</b> Interesse dos alunos em aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .....	128
<b>Tabela 27:</b> Opinião dos alunos sobre a diferença entre aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .....	129
<b>Tabela 28:</b> Interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática ....	130
<b>Tabela 29:</b> Comparação do desempenho dos alunos na Resolução de Problemas de P.G. ...	131

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>2. PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (P.G.) NA EDUCAÇÃO BÁSICA</b> .....	21
2.1 Recorte histórico sobre P.G. ....	21
2.2 Do que se trata o conteúdo de P.G. ....	30
2.3 Possibilidades e contextos da P.G. nas aulas de Matemática.....	33
<b>3. JOGOS DIGITAIS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA</b> .....	49
3.1 Concepções pedagógicas sobre os Jogos Digitais .....	50
3.2 Os Jogos Digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.....	62
3.3 <i>App Inventor</i> e suas interfaces em tempos de mobilidade .....	81
3.4 Aprendizagem ubíqua e o uso do <i>App Inventor</i> nas aulas de Matemática .....	88
<b>4. METODOLOGIA</b> .....	99
4.1 Tipo de pesquisa.....	99
4.2 Abordagem da pesquisa .....	100
4.3 Lócus da pesquisa .....	100
4.4 Participantes da pesquisa.....	101
4.5 Instrumentos para produção dos dados .....	102
4.6 Análise dos dados produzidos.....	103
<b>5. O JOGO DIGITAL QUIZ PG NO PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE P.G.</b> .....	106
5.1 Desempenho dos alunos na Resolução de Problemas de P.G. em papel A4.....	106
5.2 Características dos participantes da pesquisa .....	117
5.3 Possibilidades e limitações do Quiz PG .....	121
5.4 Dificuldades dos alunos ao utilizar o Quiz PG para jogar.....	125
5.5 As contribuições do Quiz PG para o ensino e aprendizagem de Matemática.....	127
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	133
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	137

<b>APÊNDICES .....</b>	<b>146</b>
<b>PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>164</b>



## 1. INTRODUÇÃO

Meu interesse pela Matemática surgiu desde que estudava no Ensino Fundamental I e com o passar dos anos, esse interesse foi aumentando, ao perceber que a Matemática está presente no nosso cotidiano de diversas maneiras e ao notar o quanto eu precisava aprender mais, devido às lacunas que ainda precisavam ser preenchidas no meu aprendizado em Matemática. Durante o Ensino Médio, tive um professor de Matemática que levou a turma toda para o laboratório de Informática e nos apresentou um *software* chamado LOGO. Nele construímos uma série de desenhos geométricos (propostos pelo professor) a partir de comandos simples executados nesse *software*. Esse foi meu primeiro acesso a uma linguagem de programação.

Iniciei minha trajetória acadêmica em agosto de 2010, quando comecei a cursar Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Alagoas (UFAL) no Campus A. C. Simões. No curso tive acesso a linguagem de programação MatLab, ao cursar a disciplina de Introdução a Computação, que contribuiu para que eu tivesse mais interesse em linguagens de programação, embora eu tivesse pouca ou nenhuma habilidade nesse campo do conhecimento. Durante a graduação, já comecei a ministrar aulas, inicialmente na rede privada de ensino e posteriormente como professora contratada da rede estadual de ensino de Alagoas.

Enquanto eu buscava passar nas disciplinas do curso e ao mesmo tempo lidar com meus vários alunos que possuíam pouco interesse em Matemática e tinham muitas dificuldades de aprendizagem, comecei a pensar em como poderia contribuir para obter resultados satisfatórios quanto à aprendizagem e o interesse desses alunos por esta área do conhecimento. Então fui instigada a trabalhar com uma linguagem de programação chamada *Scratch*<sup>1</sup>, em que os próprios alunos manipularam, programaram e fizeram suas construções, para desenvolver o aprendizado sobre as áreas de figuras planas. Esta investigação foi tema do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Graduação.

Na intenção de dar continuidade às investigações sobre o ensino e aprendizagem de matemática por meio de uma linguagem de programação, o prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira propôs a realização da minha pesquisa de mestrado utilizando como recurso didático o *App Inventor*. Este *software* livre foi inicialmente desenvolvido pelo professor Hal Abeson juntamente com uma equipe do *Google Education*. Atualmente está sendo conduzido por

---

<sup>1</sup>Criada pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), sua programação consiste em montagem de blocos de encaixe e pode ser utilizada gratuitamente, tanto *online* quanto *off-line*. O site oficial do software é <<https://scratch.mit.edu/>>.

integrantes do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT) – *MIT's Center for Mobile Learning*. Por meio deste dispositivo de código aberto é possível programar e criar aplicativos, possuindo interface interativa e linguagem acessível. Com esta pesquisa também se intencionou incentivar os alunos à percepção da presença das P.G. no cotidiano deles, na natureza, que conforme Carvalho (1997) e Eves (2011), a temática surge desde a antiguidade, onde os povos babilônicos encontravam padrões e os egípcios, tendo a necessidade de analisar o padrão de enchente do Rio Nilo, desenvolviam as sequências matemáticas e as progressões.

A proposta desta pesquisa surge do fato de perceber, de acordo com estudos bibliográficos realizados previamente, que já existem muitos trabalhos nos repositórios da Capes, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no Google Acadêmico em que o conteúdo de P.G. foi explorado, porém nenhum dos trabalhos analisados se aproximam da temática proposta nesta investigação, utilizando jogos digitais nos processos de ensino e aprendizagem de P.G. Segundo Soares (2011), ao se fixar apenas no uso das fórmulas, o aluno não evolui no raciocínio lógico, muito menos desenvolve a capacidade de solucionar os problemas propostos e, de acordo com Valmorbidia (2018) a aprendizagem da Matemática voltada apenas para a teoria, sem atribuição de significado aos conteúdos, contribui para que o aluno enxergue como “[...] uma disciplina distante da realidade, sem envolvimento com os fenômenos que ocorrem na natureza, na ciência, na tecnologia, entre outros.” (VALMORBIDA, 2018, p. 17). Neste aspecto há que se considerar a importância do contexto histórico nas aulas de Matemática, pois, de acordo com Miguel (1997, p. 82), a “história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino”. Além disso, há que se destacar que as poucas pesquisas existentes sobre a aprendizagem de P.G. dão mais ênfase ao método de Resolução de Problemas e quando se trata da utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ensino e aprendizagem de P.G., a quantidade de pesquisas com este viés se restringe ainda mais. Deste modo, propõe-se a utilização do jogo digital Quiz PG como ambiente de aprendizagem de P.G., buscando elucidação para a seguinte questão: Quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.)?

Como objetivo principal desta pesquisa buscou-se analisar quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de P.G. Ademais, esta investigação buscou: identificar as possibilidades e limitações do jogo digital Quiz PG na construção do conhecimento de P.G. dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio; verificar como o jogo digital Quiz PG contribui no processo de aprendizagem tomando como base a percepção dos alunos; comparar o desenvolvimento do aprendizado de P.G. por

intermédio de notas de aula, atividades propostas em papel A4 e por meio do jogo digital; desenvolver o jogo digital Quiz PG utilizando a linguagem do *App Inventor*; elaborar um manual didático para professores de Matemática com uma proposta de sequência didática para utilização do jogo digital Quiz PG. Para tanto, a pesquisa baseia-se em autores como: Eves (2011) e Boyer (2012) que discutem em suas obras sobre a História da Matemática; Coutinho e Alves (2016) que discutem sobre Jogos Digitais e Aprendizagem; Tonéis (2015) que disserta sobre A experiência matemática no universo dos Jogos Digitais; Costa e Pinto (2017) que abordam as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação (TDIC); entre outros autores.

A pesquisa realizada é de cunho exploratório do tipo participante e possui abordagem qualitativa. Foi realizada com 16 alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio do horário matutino, da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M<sup>a</sup> Santos Lacet. A produção dos dados se deu mediante as atividades realizadas em momentos de construção do aprendizado por meio de notas de aula no quadro e resolução de problemas executados manualmente, bem como o uso do jogo digital educativo construído no *App Inventor 2* (AI2). Além disso, foi aplicado um questionário a respeito da avaliação que cada participante fez da interface do *game* utilizado durante o processo de ensino e aprendizagem de P.G. Durante os momentos de pesquisa de campo também foi empregado o método da observação participante e utilização do diário de campo, onde constam registros dos acontecimentos que foram relevantes no decorrer da pesquisa, bem como das ideias e inquietações que foram emergindo.

Embora ainda existam sujeitos que não têm acesso às TDIC e que portanto não estão imersos na cultura digital, atualmente as tecnologias digitais fazem parte do cotidiano de muitas pessoas, seja por meio do uso de celular ou de outro aparelho digital, o indivíduo tem utilizado cada vez mais as redes sociais, aplicativos de conta bancária, aplicativos de fotografia, editor de texto, jogos online, entre outros tantos exemplos. Para Bortolazzo (2016, p. 12) a “[...] existência de interatividade<sup>2</sup>, interconexão<sup>3</sup> e inter-relação<sup>4</sup> entre homens, informações e máquinas” que se tornou possível com a evolução das TDIC, está associada ao que se denomina “cultura digital”, também associada à “cibercultura”. Esta é definida como “[...] o conjunto de técnicas, de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço” (LÉVY, 2010, p. 17). Já o ciberespaço é “[...]

---

<sup>2</sup> Interação entre o homem e a máquina.

<sup>3</sup> A humanidade conectada por intermédio do ciberespaço em tempo real recebendo e enviando todo tipo de informação.

<sup>4</sup> Relação mútua.

o espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial dos computadores e das memórias dos computadores” (LÉVY, 2010, p. 94). Bortolazzo (2016) afirma que a cultura digital “[...] poderia ser pensada como a própria representação de uma fase contemporânea das tecnologias de comunicação, que segue a cultura impressa do século XIX e a cultura eletrônica do final do século XX” (BORTOLAZZO, 2016, p.12). De acordo com Lemos (2005, p. 2) “O desenvolvimento da cibercultura se dá com o surgimento da microinformática nos anos 70, com a convergência tecnológica e o estabelecimento do *personal computer*<sup>5</sup> (PC)”.

É possível ocorrer o ensino e aprendizagem do indivíduo por meio das TDIC, visto que a cultura digital já se encontra inserida no contexto social da geração atual, tornando o processo de aprendizagem mais instigante, atrativo e, ao inserir as tecnologias em sala de aula, ocorre uma inter-relação entre a cultura contemporânea e o ensino que, por meio de práticas pedagógicas adequadas, pode proporcionar uma aprendizagem com motivação, onde os alunos participam ativamente desse processo. O ensino e aprendizagem por meio das TDIC podem ocorrer por meio da imersão em redes colaborativas de aprendizagem, acessando vídeos e *blogs* com conteúdos escolares, utilizando jogos educativos e vários aplicativos que contribuem para uma aprendizagem com atribuição de sentido real para estes sujeitos; onde o professor deixa de ser o centro da atenção e se transforma no mediador do conhecimento.

Ao refletir sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, que está presente em tudo que fazemos e ao nosso redor, percebeu-se, de acordo com leituras já realizadas pela pesquisadora e por sua própria experiência, que quando o aluno está em sala de aula, muitas das vezes identifica-a como sendo tediosa, fatigante, sem relevância para sua vida social e profissional, pois nem sempre o professor enfatiza o motivo de estudar cada conteúdo do currículo escolar, nem traz uma abordagem que atraia a atenção do aluno, afim de que o mesmo se torne participante das atividades propostas. De acordo com Moraes (2009, p. 8):

[...] se o ensino tem sido por aulas expositivas e resolução de listas de exercícios repetitivas que mais trabalham a mecanização do processo do que o fundamental raciocínio matemático, este fato pode tornar a matemática, na visão dos estudantes, um conteúdo exaustivo e sem qualquer vínculo com o cotidiano, se tratando de um ensino e de uma aprendizagem descontextualizados que dificulta a verdadeira e ampla compreensão dos conteúdos.

Desta maneira, a pesquisa objetiva “[...] desenvolver a capacidade investigativa do aluno, para que com isso, ele passe a ver a matemática não só como uma infinidade de fórmulas complicadas as quais não sabem a sua origem, mas veja como algo mais simples e necessário para seu cotidiano [...]” (SOARES, 2011, p. 15) e a P.G. está presente em nosso dia a dia, seja

---

<sup>5</sup> Computador pessoal.

em formas geométricas na natureza e em construções humanas (como o Fractal de Georg Cantor, o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch), no crescimento populacional de bactérias ou em aplicações financeiras (onde a taxa de juros aplicada somada a um inteiro pode ser caracterizada como a razão de uma P.G.). Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 2000), nesta etapa escolar o aluno deve ter direito a “[...] compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.” (PCNEM, 2000, p. 96). Logo, no que se refere à aprendizagem sobre P.G., se faz necessário que o aluno aprenda a respeito deste saber matemático, a fim de promover a formação do desenvolvimento pessoal, da cidadania e da vida em sociedade deste indivíduo.

Ainda sobre o aprendizado de P.G., há que se destacar a relevância da inserção das TDIC nesta pesquisa, a fim de aproximar o conteúdo trabalhado à realidade do aluno, já que o universo digital faz parte de seu contexto social e visto que o “[...] ensino da computação e da linguagem de programação gráfica, desde os primeiros anos de escolaridade, ajudam a desenvolver o pensamento criativo, a literacia digital e a adquirir conceitos matemáticos e computacionais.” (MIGUÉNS, 2017, p. 8). E, quanto à incorporação das TDIC na educação, Costa e Pinto (2017, p. 28) destacam que a “[...] utilização pedagógica requer dos alunos a participação ativa no processo de aprendizagem, desenvolvendo estratégias e práticas que se distanciem da forte influência do paradigma da transmissão de informações”, onde o aluno poderá desenvolver a criatividade e o raciocínio ao buscar solução para os problemas propostos, deixando de ser indivíduo passivo para se tornar participante ativo no processo de aprendizagem. Quanto ao ensino de Matemática, as TDIC podem contribuir para motivar os alunos a participar ativamente do processo de aprendizagem, facilitar o acesso aos conteúdos matemáticos e a aplicativos que auxiliem no aprendizado de matemática.

Segundo Kleinubing (2016, p. 16) “através da aplicação do jogo educacional, o aluno aprenderá no seu ritmo e conforme suas necessidades”. É por meio do jogo educacional que o indivíduo consegue desenvolver estratégias, raciocínio lógico, espírito competitivo – onde o mesmo irá desenvolver competências e habilidades que contribuirão para o seu desenvolvimento pessoal, seja para disputar uma vaga de emprego ou um curso de nível superior futuramente, seja em outras situações da vida cotidiana – e constrói o conhecimento acerca do assunto proposto por meio do jogo educacional.

Sendo assim, espera-se que o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de P.G. com o uso das TDIC possa se dar de maneira eficaz, em que o aluno possa fazer conexões com a realidade em que vive e possa aprender efetivamente, onde o mesmo possa desenvolver o

raciocínio matemático, ao invés de apenas decorar definições e aplicar fórmulas durante a resolução de problemas que envolvem esta temática. Espera-se também que a pesquisa possa contribuir para a Educação Matemática na perspectiva de que outros professores possam conhecer novas possibilidades de lecionar conteúdos matemáticos, possibilidades estas que estimulem o aluno a participar ativamente do processo de ensino e aprendizagem nessa área de conhecimento, sendo atribuído a este saber um significado real na vida do mesmo.

A dissertação foi organizada com as seguintes divisões: na seção 1 consta a introdução do trabalho, onde está exposto o tipo de pesquisa, o problema norteador da mesma, o objetivo geral e os objetivos específicos a serem alcançados, bem como a justificativa da pesquisa.

Na seção 2 discute-se sobre a P.G. na educação básica, trazendo um recorte histórico sobre o conteúdo, em seguida descrevendo a definição da P.G., a sua classificação e finalmente, destacando as possibilidades e contextos da P.G. nas aulas de Matemática.

A seção 3 trata de apresentar as concepções pedagógicas acerca dos Jogos Digitais, sobre os processos de ensino e aprendizagem de Matemática por meio dos Jogos Digitais, além de discorrer sobre o *software App Inventor 2* e suas interfaces em tempos de mobilidade, bem como trata de explicitar a aprendizagem ubíqua e discutir o uso *App Inventor 2* nas aulas de Matemática.

A seção 4 descreve os procedimentos metodológicos utilizados, apresentando o tipo de pesquisa proposto, bem como a abordagem da pesquisa, o lócus da pesquisa, os participantes, os instrumentos utilizados para a produção dos dados da pesquisa e o tipo de análise dos dados.

Na seção 5, por meio da análise dos dados produzidos, baseado no método da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2004), apresenta-se como resultado da pesquisa o desempenho dos alunos na resolução dos problemas de P.G. propostos, as contribuições, possibilidades e limitações do *App Inventor 2* para o ensino e aprendizagem de Matemática, bem como relata sobre as dificuldades dos alunos ao utilizar o App Inventor durante o jogo proposto em aula.

Finalmente, a dissertação traz as considerações finais da pesquisa, as referências, os apêndices e o produto educacional, sendo este um manual para professores de Matemática com uma proposta de Sequência Didática e sugestão de como o jogo digital Quiz PG pode ser utilizado nos processos de ensino e aprendizagem de P.G.

## 2. PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (P.G.) NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A P.G. é um conteúdo de matemática que faz parte do currículo da Educação Básica, de acordo com a BNCC (2018). Este geralmente é estudado por alunos que estão no primeiro ano do Ensino Médio. É um conteúdo que por vezes é compreendido apenas como mais um conteúdo de aplicação de fórmula e sem muita usabilidade para o sujeito que aprende. Desta maneira, a fim de que se haja compreensão da utilidade das P.G. desde a antiguidade, de como o ensino desse conteúdo vem sendo realizado na educação básica e de quais são as possibilidades para o aprendizado da mesma, esta seção foi subdividida como se segue.

### 2.1 Recorte histórico sobre P.G.

Conhecer o contexto histórico sobre as P.G. torna-se relevante para a construção do conhecimento deste ramo da Matemática, pois, por meio da História é possível fazer com os alunos percebam: “[...] as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; [...] as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemáticas; [...] as conexões existentes [...]” (MIGUEL, 1997, p. 77), bem como é um recurso motivador para o ensino e aprendizagem de Matemática. Roque (2012) cita os elementos que ratificam as potencialidades pedagógicas da História na Educação Matemática (ROQUE, 2012, p. 18):

[...] desenvolver nos alunos atitudes e valores mais favoráveis diante dos conhecimentos matemáticos; servir como instrumento de resgate da própria identidade cultural dos estudantes; auxiliar na compreensão das relações entre os avanços tecnológicos de hoje e a herança cultural das gerações passadas; contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre os objetos matemáticos e desempenhar o papel de uma fonte de caminhos diferenciados para a abordagem de conceitos matemáticos.

Segundo Eves (2011), desde a Idade da Pedra, que perpassou provavelmente entre 5 milhões a.C. e 3000 a.C., já havia a necessidade do raciocínio matemático, pois por volta de 20.000 a.C. “As pessoas comerciavam entre si e havia necessidade de anotar a parte de cada família na caçada; ambas as atividades dependiam da ideia de contar, um prelúdio do pensamento científico” (EVES, 2011, p. 23). Durante o período que se estende entre 3000 a.C. e 525 a.C., de acordo com Eves (2011, p. 56):

Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram das névoas da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo e Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritas; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio; e geraram classes superiores que tinham tempo bastante de lazer para se deter e considerar os mistérios da natureza. Depois de milhões de anos, afinal a humanidade tomava a trilha das

realizações científicas.

A partir desse período, a Matemática Babilônica e Egípcia começou a evoluir cada vez mais, inicialmente com ênfase na Aritmética, surgindo em seguida um enfoque para a Álgebra e a Geometria. Quanto à Matemática na China e na Índia neste mesmo período, Eves (2011) afirma que pouco se conhece devido ao fato de que “[...] os primitivos chineses e indianos usavam material muito perecível, como casca de árvore e bambu” (EVES, 2011, p. 58), para registrar materiais de escrita e de teor matemático. Segundo Eves (2011) a matemática primitiva surgiu no Oriente antigo devido a cálculos necessários na agricultura e engenharia da época, havendo a necessidade de desenvolver um sistema padronizado de pesos e medidas para utilização na contagem dos alimentos, além de cálculos efetuados na divisão de terras, sistema financeiro e atividades mercantis. Essa matemática era puramente aritmética. Ainda de acordo com Eves (2011), mais de meio milhão de tábulas de argila já foram desenterradas por arqueólogos e dentre elas, “[...] quase 400 foram identificadas como estritamente matemáticas, constituídas que são de tábuas e listas de problemas matemáticos” (EVES, 2011, p. 58). E a partir dessas tábulas foi possível ter conhecimento sobre a matemática babilônica antiga. Conforme Eves (2011, p. 60):

As tábulas mostram que os sumérios antigos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos. Há tábulas que são documentos de empresas comerciais e outras que lidam com sistemas de pesos e medidas.

Já a Geometria babilônica originou-se da mensuração de áreas, de volumes, de distâncias longas, do tempo. Durante o período de 2000 a.C. a 1600 a.C., os babilônicos já produziam cálculos das áreas de várias figuras planas e calculavam volumes de sólidos geométricos. Eles também tinham conhecimento sobre semelhança de figuras planas, proporcionalidade e conheciam o Teorema de Pitágoras, de acordo com Eves (2011). Os babilônios também tinham conhecimento sobre P.G. Boyer (2012) afirma que os babilônicos possivelmente conheciam as fórmulas gerais para a soma de uma P.G., muito embora não se encontrem essas fórmulas nas tábulas babilônicas, apenas “[...] casos específicos” (BOYER, 2012, p. 48), ou seja, exemplos onde a P.G. se verifica.

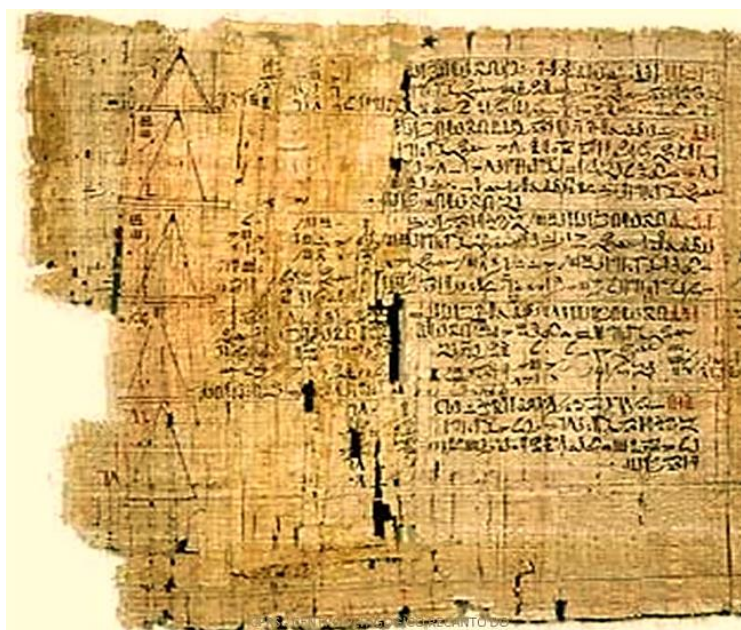
Próximo de 2000 a.C. a álgebra babilônica já havia se desenvolvido, onde “Não só se resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao de substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrados, como também se discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro)” (EVES, 2011, p. 61). Segundo Soares (2011, p. 26):



A Matemática babilônica teve um maior desenvolvimento que a Matemática do Egito, uma das possíveis explicações para essa superioridade dos babilônios é que a Babilônia estava localizada no centro das rotas de navios, e com isso, eles viviam em constante troca de saberes, enquanto isso os egípcios e num regime de semi-isolamento. No entanto, os egípcios desempenharam um papel de suma importância, preservando vários papiros que vieram a contribuir com o conhecimento na Matemática atual.

Quanto à Matemática no Egito Antigo, de acordo com Eves (2011), existe um cetro real egípcio com data de 3100 a. C., em um museu de Oxford. “Nesse cetro estão gravados em hieróglifos<sup>6</sup> egípcios alguns números da ordem de centenas de milhares e milhões, superestimando os resultados de uma vitoriosa campanha militar” (EVES, 2011, p. 67). Este é um dos registros que comprovam que os egípcios sabiam contar. Os egípcios costumavam registrar suas anotações em papiros. Segundo Eves (2011), em 1850 a. C., aproximadamente, o Papiro Moscou foi construído e nele foi escrito “[...] um texto matemático que contém 25 problemas já antigos quando o manuscrito foi compilado” (EVES, 2011, p. 69). Esse papiro “[...] que foi adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador russo Golenischev, agora se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou. Ele foi publicado com um comentário editorial em 1930. O mesmo tem cerca de 18<sup>7</sup> pés de comprimento por cerca de três polegadas de altura” (EVES, 2011, p. 69). A Figura 1 ilustra um fragmento desse papiro.

**Figura 1:** Fragmento do Papiro Moscou



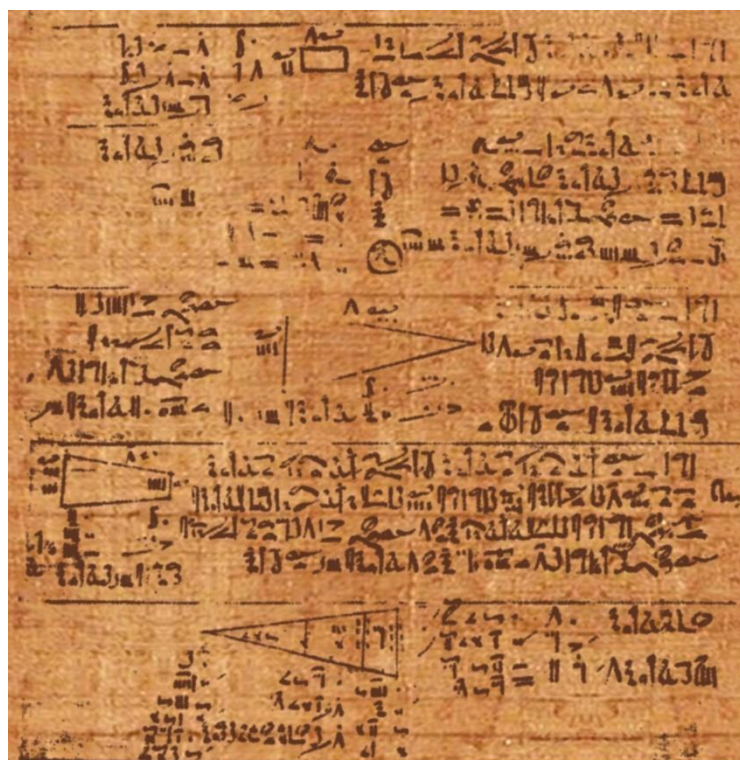
**Fonte:** Imagem do site <<https://www.matematicafacil.com.br/2015/11/papiros-da-matematica-egipcia-papiro-moscou.html>>.

<sup>6</sup> Escrita sagrada egípcia.

<sup>7</sup> 1 pé  $\approx$  30,48 cm.

Segundo Bissi (2016, p. 45): “Os escritos dos papiros matemáticos funcionavam como uma espécie de manual didático, com interpretações e ‘receitas’ para a resolução de problemas nem um pouco práticos” e, de acordo com Eves (2011), foram escritos 85 problemas no Papiro Rhind (datado de 1650 a.C., aproximadamente), dentre os quais há problemas envolvendo sequências, progressões aritméticas e geométricas. Segue na Figura 2 um fragmento do Papiro Rhind.

**Figura 2:** Fragmento do Papiro Rhind



**Fonte:** Imagem do site <<http://www.fisica-interessante.com/image-files/egito-rhind1.jpg>>

O papiro Rhind foi copiado pelo escriba Ahmes e foi comprado por Henry Rhind em 1858, numa cidade à beira do rio Nilo, segundo Boyer (2012). Este papiro foi publicado em 1927 e revela historicamente a utilidade da Matemática para os egípcios na antiguidade. Ele “[...] descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos” (EVES, 2011, p. 70). Conforme Eves (2011): “Todos os 110 problemas incluídos nos papiros Moscou e Rhind são numéricos, e boa parte deles é muito simples. Embora a maioria tenha origem prática, há alguns de natureza teórica” (EVES, 2011, p. 72), envolvendo também a álgebra. Quanto à geometria egípcia, “26 dos 110 problemas dos papiros Moscou e Rhind são geométricos. Muitos deles decorrem de fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras

e volumes de grãos” (EVES, 2011, p. 75). Um dos problemas que constam no papiro Rhind tem os seguintes dados, ilustrados na Figura 3:

**Figura 3:** Problema 79 do Papiro Rhind

Bens	
Casas	7
Gatos	49
Ratos	343
Espigas de trigo	2 401
Hecates de grãos	16 807
	<hr/>
	19 607

**Fonte:** Eves (2011, p. 75).

Esse registro não contém mais detalhes sobre os “Bens”, mas, de acordo com Boyer (2012, p. 33), “É presumível que o escriba estava tratando de um problema, talvez bem conhecido, em que cada uma das sete casas havia sete gatos, cada um deles come sete ratos, cada um dos quais havia comido sete espigas, cada uma delas teria produzido sete medidas de grão”. Este problema claramente expõe uma sequência numérica de potências<sup>8</sup> de 7. Se considerarmos: 7 referente a Casas, 49 referente a Gatos, 343 referente a Ratos, 2.401 referente a Espigas de trigo e 16.807 referente a Hecates de grãos; teríamos a sequência numérica finita:  $(7^1, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5)$ , ou seja, teríamos a sequência finita  $(7, 49, 343, 2.401, 16.807)$ . Como cada termo subsequente é gerado pelo anterior multiplicado por 7 (já que  $49 = 7 \times 7$ ,  $343 = 49 \times 7$ ,  $2.401 = 343 \times 7$  e  $16.807 = 2.401 \times 7$ ), então podemos considerar que essa sequência numérica é uma P.G. finita, que possui cinco termos, onde o número 7 é chamado de razão  $q$ , pois é o número multiplicador na sequência, e cada número é chamado de termo da P.G., ou seja, nessa P.G. finita, o primeiro termo é  $a_1 = 7$ , o segundo é  $a_2 = 49$ , o terceiro,  $a_3 = 343$ , o quarto,  $a_4 = 2.401$  e o quinto,  $a_5 = 16.807$ . Quanto ao valor 19.607, este obviamente refere-se à soma de todos os termos da P.G., pois  $7 + 49 + 343 + 2.401 + 16.807 = 19.607$ .

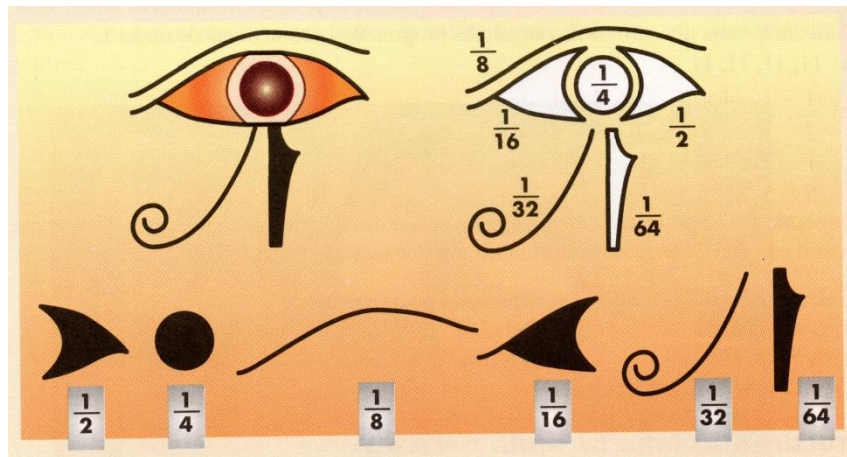
O papiro Rhind, de acordo com Carvalho (1997), também apresenta uma progressão formada pelas frações do hekat<sup>9</sup>. As frações são:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$ . “Os termos dessa sequência são conhecidos como frações dos olhos do deus Hórus, porque elas eram escritas com sinais distintos, que se pareciam com as partes do olho desse deus” (CARVALHO, 1997, p. 39). A

<sup>8</sup> É o resultado de um número multiplicado por ele mesmo uma ou várias vezes. Exemplo:  $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$ , onde 7 é o número que se repete na multiplicação (base) e 3 é a quantidade de vezes que a base se repete (expoente).  $7^3$  é uma potência.

<sup>9</sup> Unidade comum de volume usada para medir quantidade de grãos (CARVALHO, 1997, p. 39).

Figura 4 ilustra a relação dessas frações com as partes dos olhos de Hórus:

**Figura 4:** Frações dos olhos do deus Hórus



Fonte: Carvalho (1997, p. 39).

Segundo Carvalho (1997), os egípcios costumavam realizar a soma de P.G. com seis termos, utilizando a multiplicação por um fator comum. Para realizar “[...] a soma  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ . Os egípcios multiplicariam todos os elementos por 64 (o último denominador) e encontrariam:  $64 \cdot S = 64 \cdot \frac{1}{2} + 64 \cdot \frac{1}{4} + 64 \cdot \frac{1}{8} + 64 \cdot \frac{1}{16} + 64 \cdot \frac{1}{32} + 64 \cdot \frac{1}{64}$ . Então  $64 \cdot S = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 63$ . Daí  $S = \frac{63}{64}$ ” (CARVALHO, 1997, p. 39).

Alguns matemáticos se destacam por suas contribuições nos estudos da P.G. Conforme Eves (2011), Euclides de Alexandria escreveu o livro “Os Elementos”. Este “[...] livro se compõe de 465 proposições distribuídas em 13 livros” (EVES, 2011, p. 169), com volumes de I a XIII. No Volume VIII, Euclides escreve sobre a relação entre as proporções contínuas e a progressão geométrica: “Se temos uma proporção contínua  $a : b = b : c = c : d$ , então  $a, b, c, d$  formam uma progressão geométrica” (EVES, 2011, p. 173). No livro de Volume IX, de acordo com Boyer (2012), consta a Proposição 35, “[...] uma fórmula para a soma de números em progressão geométrica, expressa em termos elegantes, mas pouco usuais: [...]” (BOYER, 2012, p. 96). Essa proposição é a seguinte: “Se tantos números quantos quisermos estão em proporção continuada, e se subtrairmos do segundo e último números iguais ao primeiro, então assim como o excesso do segundo está para o primeiro, o excesso do último estará para todos os que o precedem” (EUCLIDES, apud BOYER, 2012, p. 96), onde a mesma “[...] é equivalente à fórmula  $\frac{a_{n+1}-a_1}{a_1+a_2+\dots+a_n} = \frac{a_2-a_1}{a_1}$ , que por sua vez equivale a  $S_n = \frac{a-ar^n}{1-r}$ .” (BOYER, 2012, p. 96), para  $r \neq 1$ . Além de Euclides, outros matemáticos publicaram trabalhos envolvendo as P.G.

Arquimedes, “[...] natural da cidade grega de Siracusa, situada na ilha da Sicília, figura entre os maiores matemáticos de todos os tempos e certamente foi o maior da Antiguidade. Nasceu por volta de 287 a.C. e morreu durante o saque de Siracusa em 212 a.C” (EVES, 2011, p. 192). Este matemático, segundo Boyer (2012), foi responsável pela descoberta de como calcular a soma de uma P.G. infinita.

Conforme Eves (2011), Diofanto de Alexandria contribuiu consideravelmente “[...] para o desenvolvimento da álgebra e uma grande influência sobre os europeus que posteriormente se dedicaram à teoria dos números. [...] a maioria dos historiadores tende a situá-lo no século III de nossa era” (EVES, 2011, p. 207). Diofanto, segundo Eves (2011), escreveu três trabalhos: *Aritmética*, *Sobre números poligonais* e *Porismas*. Do primeiro, considerado o mais importante, restaram apenas 6 dos 13 livros produzidos. No livro IV de *Aritmética*, consta o Problema 21, que tem o seguinte enunciado: “Encontre três números em progressão geométrica de maneira que a diferença entre dois quaisquer deles é um número quadrado. (Resposta de Diofanto:  $81/7$ ,  $144/7$  e  $256/7$ .)” (EVES, 2011, p. 208).

Bháskara foi um matemático hindu de grande importância para sua época. Em 1150 escreveu sua obra *Siddhānta S’iromani*<sup>10</sup> que continha duas partes consideradas as mais importantes: *Lilavati*<sup>11</sup> e *Vijaganita*<sup>12</sup>. *Lilavati* trata da Aritmética e *Vijaganita* sobre a Álgebra. Conforme Eves (2011, p. 255): “Os hindus somavam progressões aritméticas e geométricas e resolviam problemas comerciais envolvendo juros simples e compostos, descontos e regras de sociedade. [...] Grande parte do conhecimento da aritmética hindu provém do texto *Lilavati* de Bháskara” e de acordo com Boyer (2012, p. 161), o *Lilavati* “[...] contém numerosos problemas sobre os tópicos favoritos dos hindus: equações lineares e quadráticas, tanto determinadas quanto indeterminadas, simples mensuração, progressões aritméticas e geométricas, [...]”.

O matemático Michael Stifel, que de acordo com Boyer (2012), foi “[...] um ex-monge, que se tornou pregador luterano itinerante, e foi, por algum tempo professor de Matemática em Jena [...]” (BOYER, 2012, p. 199), escreveu a obra *Arithmetica integra*, publicada em 1544. Esta, “Divide-se em três partes dedicadas, respectivamente, aos números racionais, números irracionais e álgebra. Na primeira parte Stifel salienta as vantagens de se associar uma progressão aritmética a uma geométrica [...]” (EVES, 2011, p. 301) e conforme Boyer (2012, p. 199), “[...] como Chuquet<sup>13</sup> fizera com as potências de dois de 0 a 20, Stifel estendeu a tabela

---

<sup>10</sup> Diadema de um sistema astronômico.

<sup>11</sup> Bela.

<sup>12</sup> Extração de raízes.

<sup>13</sup> Matemático francês Nicolas Chuquet.

incluindo  $2^{-1} = 1/2$  e  $2^{-2} = 1/4$  e  $2^{-3} = 1/8$  (sem, no entanto, usar notação exponencial)”, ou seja, Stifel também se dedicou a estudar sequências de potências sucessivas com expoente negativo.

Há que se destacar o estudo de John Napier, que segundo Boyer (2012) foi barão de Merchiston, um proprietário escocês. Ele se interessava mais por assuntos referentes à computação e à trigonometria. Logo, Napier conhecia bem as Fórmulas de Werner (quatro identidades trigonométricas), onde o intuito das fórmulas era o de transformar o produto<sup>14</sup> de dois números quaisquer na soma ou subtração de dois outros números. Então Napier, relacionando os termos de uma progressão aritmética com os de uma geométrica, desenvolveu o logaritmo natural ( $\ln$ ), também conhecido como Logaritmo de Napier. De acordo com Eves (2011, p. 343):

[...] a abordagem de Napier para eliminar o fantasma das longas multiplicações e divisões difere consideravelmente da prostaférese<sup>15</sup>, e se baseia no fato de que, associando-se aos termos de uma progressão geométrica  $b, b^2, b^3, b^4, \dots, b^m, \dots, b^n, \dots$  os da progressão aritmética  $1, 2, 3, 4, \dots, m, \dots, n, \dots$  então o produto  $b^m b^n = b^{m+n}$  de dois termos da primeira progressão está associado à soma  $m + n$  dos termos correspondentes da segunda progressão. Para manter os termos da progressão geométrica suficientemente próximos de modo que se possa usar interpolação para preencher as lacunas entre os termos na correspondência precedente, deve-se escolher o número  $b$  bem próximo de 1. Com essa finalidade Napier tomou  $1 - 1/10^7 = 0,9999999$  para  $b$ . Para evitar decimais, ele multiplicava cada potência por  $10^7$ . Então se  $N = 10^7(1 - 1/10^7)^L$ , ele chamava  $L$  de “logaritmo” do número  $N$ . Segue-se que o logaritmo de Napier de  $10^7$  é 0 e o de  $10^7(1 - 1/10^7) = 0,9999999$  é 1.

Diz a lenda, narrada pelo calculista persa Beremiz Samir e registrada no livro *O Homem que Calculava* de Malba Tahan (2013), que um rei hindu muito rico e generoso chamado Iadava, estava amargurado pela perda de seu filho, o príncipe Adjamir, que morreu em combate na guerra contra Varangul (que se considerava príncipe de Caliã). Ao saber da profunda tristeza do rei, um jovem chamado Lahur Sessa começou a solicitar uma audiência com o mesmo, até que finalmente o rei ordenou que levassem o jovem à sua presença. Sessa se apresentou e contou ao rei que o motivo que o levou a ir até ele foi o de ter inventado um jogo como presente para distração e alegria de seu soberano. O jogo possuía um tabuleiro com 64 quadradinhos iguais, intercalados pelas cores preta e branca, que continha duas coleções de peças, entre peões, elefantes de guerra, cavalaria, vizires do rei, rei e rainha, que totalizavam 32 peças; o famoso jogo de xadrez, que se assemelhava ao campo de batalha. O rei logo se interessou em saber as regras do jogo e rapidamente começou a disputar várias partidas com seus vizires. Muito satisfeito com a engenhosidade do jogo e disposto a recompensar Sessa pelo maravilhoso

<sup>14</sup> Multiplicação

<sup>15</sup> “[...] método de conversão de produtos em somas e diferenças” (EVES, 2011, p. 343).

presente que recebeu, o rei perguntou-lhe qual era seu desejo. Porém o jovem não demonstrou interesse em ser recompensado e, descontente com a pouca ambição de Sessa, o rei insistiu em querer recompensá-lo. Então Sessa respondeu (TAHAN, 2013, p. 101):

[...] Vou, pois, aceitar, pelo jogo que inventei, uma recompensa que corresponde à vossa generosidade; não desejo, contudo, nem ouro, nem terras ou palácios. Peço o meu pagamento em grãos de trigo. [...] Dar-me-eis um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro; dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, e assim dobrando sucessivamente, até a sexagésima quarta e última casa do tabuleiro. Peçovos, ó Rei, de acordo com a vossa magnânima oferta, que autorizeis o pagamento em grãos de trigo, e assim como indiquei!

O rei Iadava, assim como os que estavam presentes, achou o pedido um tanto insensato, pois ao invés de pedir ouro, joias, ou um palácio em alguma província, Sessa escolheu uma recompensa aparentemente insignificante. Mesmo assim, ordenou aos algebristas mais hábeis que calculassem a porção de trigo que o jovem súdito havia pedido, para que a recompensa fosse concedida. No entanto, ao concluírem os cálculos, os algebristas informaram ao rei que a quantidade de grãos solicitada por Sessa “[...] equivale a uma montanha que, tendo por base a cidade de Taligana, seria cem vezes mais alta do que o Himalaia! A Índia inteira, semeados todos os seus campos, taladas todas as suas cidades, não produziria em dois mil séculos a quantidade de trigo [...]” (TAHAN, 2013, p. 102) que o rei prometera pagar. A quantidade de grãos pedida era impossível de ser dada como recompensa. Como o tabuleiro possuía 64 casas, a quantidade de grãos pedida por Sessa era a soma dos 64 primeiros termos da P.G. (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...) de razão 2, ou seja, um total de 18.446.744.073.709.551.615 grãos. O jovem Sessa, ciente de que o rei não poderia cumprir a promessa de recompensá-lo, declarou publicamente que abriria mão do pedido que fez ao soberano Iadava. Admirado com tamanha sabedoria e honestidade do jovem súdito, o rei o nomeou como seu primeiro-vizir. “E Lahur Sessa, distraído o rei com engenhosas partidas de xadrez e orientando-o com sábios e prudentes conselhos, prestou os mais assinalados benefícios ao povo e ao país, para maior segurança do trono e maior glória de sua pátria” (TAHAN, 2013, p. 102).

Outra história interessante provém do Paradoxo de Zeno (filósofo de Eleia) – *o Aquiles*. Conforme Boyer (2012, p. 72):

[...] Aquiles aposta corrida com uma tartaruga que sai com vantagem e é argumentado que Aquiles, por mais depressa que corra, não pode alcançar a tartaruga, por mais devagar que ela caminhe. Pois, quando Aquiles chegar à posição inicial da tartaruga, ela já terá avançado um pouco; e quando Aquiles cobrir essa distância, a tartaruga terá avançado um pouco mais. E o processo continua indefinidamente, com o resultado que Aquiles nunca pode alcançar a lenta tartaruga.

Com esse paradoxo, Zeno argumentava “[...] que o movimento é impossível sob a hipótese de subdivisibilidade infinita do espaço e do tempo; [...]” (BOYER, 2012, p. 72), o que é não é verdade. A Figura 5 ilustra a corrida entre Aquiles e a tartaruga.

**Figura 5:** Aquiles e a tartaruga



**Fonte:** Imagem do site <<https://www.ecum.uminho.pt/pt/Media/Documents/Correio%20do%20Minho/2014/10-10-2014.pdf>>

Supondo que Aquiles e a tartaruga vão disputar uma corrida, onde Aquiles consiga correr com o dobro da velocidade que a tartaruga percorre e que, por este motivo, a tartaruga saiu com uma vantagem de 1 metro à frente de Aquiles, então, quando Aquiles percorrer 1 metro para alcançá-la, a tartaruga terá avançado mais 1/2 metro. Aquiles, ao percorrer mais 1/2 metro no intuito de alcançá-la, não a alcançará, visto que a tartaruga terá percorrido mais 1/4 metro, e assim prosseguiriam infinitamente, com a tartaruga sempre à frente. Porém, essa ideia de que Aquiles nunca a alcançará ocorre por uma percepção equivocada de espaço, tempo e movimento e, ao observar cada etapa das distâncias percorridas por Aquiles no intuito de alcançar a tartaruga, é notório o surgimento da P.G.  $(1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots)$ , com razão  $q = 1/2$  e a soma dos termos infinitos desta P.G é igual a 2 metros (resultado este que será demonstrado na subseção 2.2). Sendo assim, Aquiles alcançaria a tartaruga ao atingir os primeiros 2 metros percorridos e após este instante, Aquiles ultrapassaria a tartaruga.

## 2.2 Do que se trata o conteúdo de P.G.

A P.G. é uma sequência<sup>16</sup> numérica  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  “[...] na qual é constante o quociente da divisão de cada termo, a partir do segundo, pelo seu antecedente. Esse quociente é representado por  $q$  e chamado de razão” (MORGADO et al., 2001, p. 20). Ou seja, a P.G é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto (multiplicação) do termo anterior por uma constante  $q$  real, a qual se denomina *razão* da P.G.,

<sup>16</sup> “[...] um conjunto de números colocados numa certa ordem, com primeiro termo (ou elemento), segundo termo, terceiro termo, e assim por diante” (CARVALHO, 1997, p. 9).



como por exemplo, a P.G. finita (7, 49, 343, 2.401, 16.807) do Problema 79 do Papiro Rhind e a P.G. infinita (1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ...) do Paradoxo de Aquiles. Dependendo do valor da razão  $q$  e do primeiro termo da P.G. (considere  $a_1$  como primeiro termo), esta P.G. tem uma classificação. De acordo com Iezzi et al (2010, p. 206), a classificação da P.G. se dá como no Quadro 1:

**Quadro 1:** Classificação da Progressão Geométrica

Classificação da Progressão Geométrica	
Crescente	Cada termo é maior que o termo antecedente. Ocorre quando $a_1 > 0$ e $q > 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$ .
Decrescente	Cada termo é menor que o termo antecedente. Ocorre quando $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $q > 1$ .
Constante	Cada termo é igual ao termo antecedente. Ocorre quando $q = 1$ ou quando $a_1 = 0$ e $q$ é qualquer.
Alternada ou oscilante	Os termos são alternadamente positivos e negativos. Ocorre quando $q < 0$ .
Estacionária	É uma P.G. constante a partir do segundo termo. Ocorre quando $a_1 \neq 0$ e $q = 0$ .

**Fonte:** Tabela construída pela autora a partir de informações do Iezzi et al (2010).

De acordo com a classificação estabelecida no Quadro 1, pode-se verificar alguns exemplos de P.G. e a sua respectiva classificação. A P.G. (1, 2, 4, 8, 16,...) tem razão  $q = 2$  e é classificada como crescente, bem como a P.G.  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$ , que possui razão  $q = \frac{1}{2}$ . Já as P.G.  $\left(3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}\right)$  e  $(-1, -5, -25, -125, \dots)$  de razões  $q = 1/3$  e  $q = 5$  respectivamente, são classificadas como decrescentes. As P.G. (7, 7, 7, 7) de razão  $q = 1$  e (0, 0, 0, 0,...) de razão  $q \in \mathbb{R}$  respectivamente, são classificadas como constantes. Já as P.G. (4, -12, 36, -108, ...) de razão  $q = -3$  e (-1, 6, -36, 216, -1296) de razão  $q = -6$  são consideradas progressões alternadas ou oscilantes. Por fim, temos como exemplo a P.G. (9, 0, 0, 0, 0,...) que é classificada como estacionária. Há que se destacar que as P.G. podem ser finitas (quando tem uma quantidade finita de termos) ou infinitas (quando não possui uma quantidade limitada de termos).

Para encontrar um termo qualquer  $a_n$  (para todo  $n \in \mathbb{N}$ ) que ocupa a  $n$ -ésima posição em uma P.G., por exemplo, basta utilizar a fórmula do termo geral da P.G.:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ .

“**Prova:** Temos  $\frac{a_2}{a_1} = q, \frac{a_3}{a_2} = q, \frac{a_4}{a_3} = q, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$ . Multiplicando essas  $n - 1$  igualdades, obtemos  $\frac{a_n}{a_1} = q^{n-1}$ . Daí,  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ” (MORGADO et al., 2001, p. 21). Por exemplo: dada

uma P.G. de razão  $q = 7$  e primeiro termo  $a_1 = 7$ , encontre o termo  $a_5$ . Para encontrar o valor de  $a_5$  basta calcular  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$  para  $n = 5$ . Logo,  $a_5 = 7 \cdot 7^{5-1} = 7 \cdot 7^4 = 7^5 = 16.807$ , como já afirmado no Problema 79 do Papiro Rhind.

Já para calcular a soma dos  $n$  primeiros termos de uma P.G.  $(a_n)$  de razão  $q \neq 1$ , utilizamos:  $S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$ . “**Prova:**  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$  e multiplicando por  $q$ , obtemos  $qS_n = a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n + a_n \cdot q$ . Subtraindo essas igualdades, obtemos  $S_n - qS_n = a_1 - a_nq = a_1 - a_1q^n$ , ou seja,  $S_n(1 - q) = a_1(1 - q^n)$ . Daí, já que  $q \neq 1$ , temos  $S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$ .” (MORGADO et al., 2001, p. 23). Porém, se  $q = 1$ , então a soma será:  $S_n = n \cdot a_1$ , pois para  $q = 1$ ,  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \underbrace{a_1 + a_1 + a_1 + \dots + a_1}_{n \text{ vezes}} = n \cdot a_1$ . Assim, pode-se verificar o exemplo da soma dos grãos solicitados por Sessa na lenda do jogo de xadrez da seguinte maneira: dada a P.G.  $(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, \dots)$ , encontre a soma dos 64 primeiros termos desta P.G. Como  $a_1 = 1$  e  $q=2$ , então  $S_{64} = 1 \cdot \frac{1-2^{64}}{1-2} = \frac{1-2^{64}}{-1} = \frac{-(2^{64}-1)}{-1} = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$ .

No caso de uma P.G.  $(a_n)$  de razão  $|q| < 1$ , ou seja, para  $-1 < q < 1$ , com  $q \in \mathbb{R}$ , temos que  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ . “**Prova:** Se  $q = 0$ , escolhido  $\varepsilon > 0$ , temos que  $|q^n - 0| = 0 < \varepsilon$ , para todo  $n > 0$ . Se  $q \neq 0$ , escolhido  $\varepsilon > 0$  e pondo  $h = \frac{1}{|q|} - 1$ ,  $h$  será positivo e  $|q^n - 0| = \frac{1}{(1+h)^n} \leq \frac{1}{1+nh} < \frac{1}{nh} < \varepsilon$  se  $n > \frac{1}{\varepsilon h}$ ” (MORGADO, et al. 2001, p. 26). Da mesma maneira, dada a P.G.  $(a_n)$  de razão  $|q| < 1$ , temos que o limite da soma  $S_n$  dos  $n$  primeiros termos da P.G.  $(a_n)$  é igual a  $S_n = \frac{a_1}{1-q}$ . “**Prova:** Escolhido  $\varepsilon > 0$ , seja  $h = \frac{1}{|q|} - 1$ . Observe que  $h > 0$  e que  $1 - q > 0$ . Temos  $|S_n - S| = \left| a_1 \frac{1-q^n}{1-q} - \frac{a_1}{1-q} \right| = \frac{|a_1|}{1-q} |q|^n$ . Se  $a_1 = 0$ , temos  $|S_n - S| = 0 < \varepsilon$  para todo  $n$  natural e, se  $a_1 \neq 0$  temos  $|S_n - S| = \frac{|a_1|}{1-q} \cdot \frac{1}{(1+h)^n} \leq \frac{|a_1|}{1-q} \cdot \frac{1}{1+nh} < \frac{|a_1|}{(1-q)nh} < \varepsilon$ , se  $n > \frac{|a_1|}{\varepsilon h(1-q)}$ ” (MORGADO et al., 2001, p. 26). Intuitivamente se pode verificar esse resultado, notando que, para  $|q| < 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} \right)$ . Como  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( a_1 \cdot \frac{1-0}{1-q} \right) = \frac{a_1}{1-q}$ . Voltando ao Paradoxo de Zeno, especificamente em relação à soma dos termos infinitos da P.G  $(1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots)$ , de razão  $q = 1/2$ , correspondente a cada etapa das distâncias percorridas por Aquiles no intuito de alcançar a tartaruga, tem-se que, como  $a_1 = 1$ , então a soma dos infinitos termos desta P.G. é  $S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ , como foi afirmado na subseção 2.1.

Para calcular o produto dos  $n$  primeiros termos de uma P.G.  $(a_n)$ , pode-se utilizar a fórmula  $P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$ , pois, conforme Iezzi et al (2010), sendo  $P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$  e

usando a fórmula do termo geral da P.G., temos que:  $P_n = a_1 \cdot \underbrace{a_1 \cdot q}_{a_2} \cdot \underbrace{a_1 \cdot q^2}_{a_3} \cdot \dots \cdot \underbrace{a_1 \cdot q^{n-1}}_{a_n}$   
 $\Rightarrow P_n = \underbrace{a_1 \cdot a_1 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_1}_{a_2} \cdot q \cdot q^2 \cdot \dots \cdot q^{n-1} \Rightarrow P_n = a_1^n \cdot q^{1+2+\dots+(n-1)}$ . Já que o expoente de  $q^{1+2+\dots+(n-1)}$  corresponde a soma dos  $n - 1$  primeiros termos da P.A. (1, 2, 3, ...,  $n - 1$ ), então  $P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{[1+(n-1)] \cdot (n-1)}{2}} \Rightarrow P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}}$ . Por exemplo, para calcular o produto dos seis primeiros termos da P.G. (3, 6, 12,...), com termo  $a_1 = 3$  e  $q = 2$ , temos que:  $P_6 = 3^6 \cdot 2^{\frac{6 \cdot (6-1)}{2}} = 3^6 \cdot 2^{\frac{6 \cdot 5}{2}} = 3^6 \cdot 2^{\frac{30}{2}} = 3^6 \cdot 2^{15} = 729 \cdot 32.768 = 23.887.872$ .

Compreender demonstrações de fórmulas matemáticas nem sempre é tão trivial, requer tempo, dedicação e paciência, e é importante que os conceitos e as demonstrações matemáticas estejam presentes no currículo escolar do aluno, inter-relacionando a Matemática abstrata e a concreta, buscando uma contextualização, para que ele tenha uma formação científica, crítica e reflexiva, sendo este capaz de perceber a Matemática como (BNCC, 2018, p. 540):

[...] um conjunto de conhecimentos inter-relacionados, coletivamente construído, com seus objetos de estudo e métodos próprios para investigar e comunicar seus resultados teóricos ou aplicados. Igualmente significa caracterizar a atividade matemática como atividade humana, sujeita a acertos e erros, como um processo de buscas, questionamentos, conjecturas, contraexemplos, refutações, aplicações e comunicação.

Desta maneira, é válido ressaltar a necessidade de que, no aprendizado de P.G. e de outros conteúdos matemáticos, o aluno seja capaz de resolver problemas, de formular conjecturas e argumentar sua validação, de realizar explicações, bem como ser capaz de refutar afirmações e de deduzir fórmulas matemáticas.

### 2.3 Possibilidades e contextos da P.G. nas aulas de Matemática

A fim de identificar pesquisas já realizadas sobre o ensino e aprendizagem do conteúdo de P.G., foi feita uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) no que se refere a: “Ensino”; “Aprendizagem”; “Ensino Médio”; “Progressão” AND “Geométrica” (utilizadas como palavras-chave). Quanto aos critérios de inclusão e exclusão, foram pesquisadas apenas teses e dissertações que possuíam título e objetivos relacionados ao conteúdo de P.G., durante o período compreendido entre 2014 e 2019, no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes (CTDC), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Google Acadêmico. Este intervalo de tempo foi delimitado devido a uma quantidade muito grande de trabalhos encontrados ao se realizar uma busca prévia sobre esta temática. Quando não se identificava os objetivos no resumo do trabalho, realizava-se uma análise dos objetivos no corpo

do trabalho. As buscas e refinamentos dos trabalhos nas bases de dados foram realizadas entre novembro de 2019 e fevereiro de 2020. Ao pesquisar no intervalo de tempo delimitado entre 2014 e 2019 surgiram 43 trabalhos no repositório da Capes, 4 trabalhos na BDTD e 1.830 trabalhos no Google Acadêmico (pesquisa por páginas em português). Mas, ao analisar os que de fato estavam relacionados ao ensino e aprendizagem de P.G. e que atendiam aos critérios de seleção para o estudo, ficaram apenas 18 trabalhos, conforme os resultados que estão demonstrados no Quadro 2:

**Quadro 2:** Revisão Sistemática da Literatura sobre Ensino e Aprendizagem de P.G.

TÍTULO DO TRABALHO	OBJETIVOS	AUTORES	ANO	INSTITUIÇÃO
<b>Progressão Geométrica Integrada à Função Exponencial:</b> uma Abordagem ao Ensino Médio	<b>Geral:</b> Propor que a progressão geométrica e função exponencial sejam trabalhadas de forma integrada por possuírem características semelhantes. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho).	Anderson Silva Sena	2014	Universidade Federal do Pará
<b>Matemática Financeira e suas Aplicações</b>	<b>Geral:</b> mostrar de uma maneira bem clara e simplificada que as fórmulas de rendas podem ser provadas com as fórmulas do termo geral e da soma finita de uma Progressão Geométrica. <b>Específicos:</b> apresentar e discutir conceitos de Progressão Geométrica, na parte de soma finita e termo geral; interpretar e calcular problemas envolvendo essa soma na matemática financeira; perceber que a soma de uma PG finita pode provar as fórmulas de Renda na matemática financeira; interpretar e utilizar a fórmula da soma para resolver problemas de poupança e de financiamentos valor presente e valor futuro em renda na matemática financeira; mostrar que através da resolução de tais problemas, podemos promover a discussão sobre perspectivas e possíveis ações a serem adotadas.	Cláudio Lourenço dos Reis	2015	Universidade Federal de Goiás
<b>Inter-Relação entre Progressão Geométrica e Função:</b> aplicada ao Ensino Médio	<b>Geral:</b> trazer algumas opções para o docente trabalhar o assunto, tratando o tópico como sequência, relacionando o conceito de funções e mostrando algumas aplicações destas relações, isso é: buscando unificar os dois assuntos em questão. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho).	Ivonzil José Soares Junior	2015	Universidade Federal do Paraná.
<b>Sequências Numéricas no Ensino Médio</b>	<b>Geral:</b> apresentar uma proposta didática que aborda o ensino-aprendizagem de sequências numéricas no ensino médio, desde sua definição ao tratamento dos casos	Joab dos Santos Silva	2015	Universidade Estadual da Paraíba

	<p>particulares, a saber, a progressão aritmética e a progressão geométrica.</p> <p><b>Específicos:</b> apresentar um recorte histórico sobre sequências; apresentar sequências numéricas históricas como números figurados; utilizar materiais manipuláveis para, a partir do processo de redescoberta, conduzir os discentes a percepção de padrões e formulação de conjecturas para com isso definir formalmente sequência por meio de função; representá-las graficamente e ilustrá-las com exemplos de aplicação direta e através da resolução de situações problema.</p>			
<p><b>Modelagem matemática através da utilização de softwares no ensino médio para o estudo de Sequências Numéricas:</b> progressão aritmética e progressão geométrica</p>	<p><b>Geral:</b> propor o uso da Modelagem Matemática como ferramenta de Ensino Aprendizagem no estudo de Sequências Numéricas no Ensino Médio.</p> <p><b>Específicos:</b> tratar do software Modellus como ferramenta educacional no ensino de modelagem matemática e desenvolver ferramentas matemáticas para a modelagem.</p>	<p>Marcelo Tadeu Uchôa Pinto</p>	<p>2016</p>	<p>Universidade Federal do Amapá</p>
<p><b>Relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica</b></p>	<p><b>Geral:</b> mostrar a relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica e a importância de se trabalhar de forma integrada esses dois conceitos.</p> <p><b>Específicos:</b> melhorar a compreensão do aluno com relação a esses dois conceitos já que os problemas em que se aplicam Funções Exponenciais são essencialmente os mesmos em que se usam Progressões Geométricas; mostrar para o professor a importância de trabalhar com esses conteúdos de forma integrada, apesar do currículo mínimo proposto pela SEEDUC apresentar esses conteúdos em anos distintos.</p>	<p>Isabela Ramos da Silva de Sousa</p>	<p>2016</p>	<p>Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro</p>
<p><b>Número Áureo e Progressões Geométricas:</b> a Matemática na Música</p>	<p><b>Geral:</b> explicitar elos existentes entre a matemática e a música e elaborar atividades didáticas para o estudo da razão áurea em partituras musicais e das progressões geométricas presentes na escala igualmente temperada.</p> <p><b>Específicos:</b> elaborar um texto didático abordando relações existentes entre a matemática e a música; elaborar um produto educacional contendo atividades didáticas, elaboradas com inspiração fenomenológica, para o estudo da razão áurea e de progressões geométricas ligando música e matemática; aplicar o produto educacional com estudantes do ensino médio; relatar e analisar a aplicação</p>	<p>Christian James Henschel</p>	<p>2017</p>	<p>Universidade Regional de Blumenau</p>

	das atividades que constituem o produto educacional.			
<b>Um estudo de sequências numéricas e suas aplicações no ensino das progressões</b>	<b>Geral:</b> estudar acerca da metodologia de ensino de sequências numéricas e suas aplicações durante as aulas sobre progressões aritméticas e geométricas. <b>Específicos:</b> analisar sequências numéricas com aplicações de conceitos como convergência, limitação e monotonicidade no ensino das progressões aritmética e geométrica, contextualizando com assuntos do ensino fundamental e médio; mostrar que o ensino da Matemática deve privilegiar todo o conhecimento e experiência de vida do aluno.	Deusdete Gomes de Almeida Júnior	2017	Universidade Federal de Sergipe
<b>A Observação de Padrões – Modelagem Matemática Através de Sequências Numéricas e Objetos Geométricos</b>	<b>Geral:</b> mostrar algumas aplicações de conceitos matemáticos, que muitas vezes são considerados por estudantes como inúteis, mas que na realidade estão presentes em seu cotidiano. <b>Específicos:</b> mostrar a presença dos conceitos matemáticos em áreas que a maioria das pessoas não imaginam, como é o caso da música.	Luana Miranda Baltazar Titoneli	2017	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
<b>Uma Proposta de Ensino envolvendo os temas Juros Compostos, Função Exponencial e Progressão Geométrica</b>	<b>Geral:</b> apresentar uma proposta de ensino envolvendo os temas juros compostos, função exponencial e progressão geométrica. <b>Específicos:</b> instigar o professor, otimizar o tempo ensinando os temas de forma simultânea, fortalecer e ampliar a autonomia do professor e dos estudantes.	Raimundo do Socorro Coelho Barra	2017	Universidade Federal do Pará
<b>O Ensino de Progressão Geométrica de Segunda Ordem no Ensino Médio</b>	<b>Geral:</b> apresentar a definição e propriedades de progressões geométricas de 2º grau. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho).	Fernando Henrique Lopes	2017	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
<b>O uso do <i>software</i> GeoGebra no estudo de progressões aritméticas e geométricas, e sua relação com funções afins e exponenciais</b>	<b>Geral:</b> verificar como o aluno pode visualizar e compreender a relação entre progressões e funções. <b>Específicos:</b> investigar (diagnóstica) quais são os conhecimentos prévios dos alunos referentes ao conteúdo funções afins e exponenciais; verificar como um roteiro de atividades, envolvendo gráficos traçados com o auxílio do <i>software</i> GeoGebra, promove a manipulação e a compreensão dos conteúdos no contexto das práticas diárias de sala de aula.	Raquel Marchetto	2017	Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul
<b>Sequências e Séries: uma abordagem mais aprofundada para o Ensino Médio</b>	<b>Geral:</b> realizar estudo sucinto, porém, mais aprofundado dos conteúdos relativos a sequências e séries do que aqueles geralmente abordados no ensino médio.	Joseldo Alasson Moreira Araújo	2017	Universidade Federal do Amazonas

	<b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho)			
<b>Sobre Progressões Aritméticas e Geométricas</b>	<b>Geral:</b> realizar um breve estudo em um nível intermediário sobre a teoria das progressões aritméticas e geométricas, procurando distingui-las e entender suas particularidades de uma forma sucinta. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho).	Francisco Romel Gomes Bezerra	2017	Universidade Federal do Cariri
<b>Uma contribuição para o Ensino Aprendizagem dos Números Racionais:</b> a relação entre Dízimas Periódicas e Progressões Geométricas	<b>Geral:</b> Apresentar uma contribuição para o ensino aprendizagem dos números racionais, explorando a relação existente entre dízimas periódicas e progressões geométricas. <b>Específicos:</b> Enfatizar a relação existente entre dízimas periódicas e progressões geométricas; analisar a abordagem proposta nos livros didáticos utilizados atualmente nas escolas públicas; favorecer a compreensão dos estudantes na abordagem dos temas dízimas periódicas e progressões geométricas; explorar as sequências didáticas propostas nos livros didáticos; sugerir atividades e/ou abordagens alternativas para o ensino de dízimas periódicas e progressões geométricas.	Raphael Neves de Matos	2017	Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
<b>Uma Sequência Didática a partir da folha de papel sulfite</b>	<b>Geral:</b> desenvolver uma sequência didática explorando atividades práticas que auxiliem os alunos no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos de sequências, progressões geométricas e logaritmos, que constam no currículo da 1ª Série do Ensino Médio. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho)	Veridiana Carla Zanetti	2017	Universidade Federal de São Carlos
<b>Uma proposta de atividades para o estudo de Progressões Geométricas utilizando Fractais e o software GeoGebra</b>	<b>Geral:</b> elaborar uma sequência didática a fim de tornar significativo o estudo das Progressões Geométricas, a partir de Fractais Clássicos construídos no <i>software</i> GeoGebra. <b>Específicos:</b> proporcionar conhecimento dos Fractais; apresentar e divulgar o <i>software</i> GeoGebra; elaborar e executar uma oficina voltada para o ensino dos principais conceitos de Progressões Geométricas; estabelecer uma conexão entre a Matemática e a tecnologia de informação e comunicação.	Juliana Maria Valmorbida	2018	Universidade Federal da Fronteira Sul
<b>Ensino de Progressões sob a abordagem de uma aprendizagem cooperativa mediada pelo Classroom</b>	<b>Geral:</b> analisar a relevância da aprendizagem cooperativa, mediada pelo Google Classroom, no ensino de progressões no 1º ano do ensino médio.	Valcineide dos Santos Malta	2019	Universidade Federal do Amazonas

	<p><b>Específicos:</b> refletir sobre como essa ferramenta pode ser fator motivacional para o aprendizado dos conhecimentos matemáticos pelos alunos assim como, mostrar a tão notável participação do professor no desenvolvimento do método.</p>			
--	--	--	--	--

**Fonte:** A autora (2020).

Dos 18 trabalhos analisados entre os anos 2014 e 2019 envolvendo estudos sobre Ensino e Aprendizagem de P.G., cujos títulos e objetivos estão demonstrados no Quadro 2, todos são dissertações de mestrado. Ao analisar estes trabalhos, percebeu-se que as pesquisas se voltam para o aprofundamento de conceitos das P.G., bem como à sua relação com: função exponencial, matemática financeira, número áureo, dízimas periódicas, música, geometria, fractais e logaritmos. Além disso, é possível perceber nesses trabalhos um enfoque para a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática. Vale salientar que destes 18 trabalhos, apenas 4 utilizaram as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em suas pesquisas. Estas 4 dissertações pertencem aos pesquisadores: Pinto (2016), Marchetto (2017), Valmorbida (2018) e Malta (2019). Três das dissertações envolveram um *software* (GeoGebra ou Modellus) e uma utilizou uma plataforma virtual de aprendizagem (*Google Classroom*). Desse modo, é notória a escassez em pesquisas voltadas para o uso das TDIC no ensino e aprendizagem de P.G entre 2014 e 2019.

Ao realizar sua pesquisa de mestrado, Pinto (2016) buscou investigar o uso do *software* Modellus no ensino e aprendizagem de Progressão Aritmética (P.A.) e P.G, por meio da Modelagem Matemática. Ele realizou um levantamento bibliográfico sobre a temática, investigou as possibilidades e limitações do *software* e construiu um roteiro com propostas de atividades de exploração e de criação de modelos matemáticos sobre Sequências Numéricas, P.A e P.G., utilizando o Modellus. O autor afirma que o *software*

[...] apresentou várias possibilidades de utilização como a facilidade de construção de modelos pelos alunos assim como apresentou também em alguns casos suas limitações, seja nos aspectos gráficos, de aproximação matemática (erro) e além de em alguns casos não apresentar funções como somatório e produto na aba de itens matemáticos (PINTO, 2016, p. 61).

Vale ressaltar que apesar de Pinto (2016) não ter realizado a aplicação das atividades que ele propõe em sua dissertação, o autor afirma que seu trabalho “[...] trouxe perspectivas a serem exploradas e desenvolvidas no campo das TIC’s” (PINTO, 2016, p. 61).

Marchetto (2017), em sua pesquisa, buscou verificar como o aluno pode visualizar e compreender a relação entre progressões e funções, utilizando o GeoGebra como um recurso



pedagógico. A mesma afirma que a escolha da temática se justifica pelo fato de perceber que “[...] ao trabalhar com as progressões aritméticas e geométricas, os alunos não demonstravam interesse em saber o que os valores da ‘sequência’ significavam, só queriam aplicar a ‘fórmula’ correspondente e calcular” (MARCHETTO, 2017, p. 15), bem como enfatiza que o GeoGebra pode “[...] facilitar o entendimento e a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas, através da representação gráfica relacionando-as com funções afins e exponenciais” (MARCHETTO, 2017, p. 15). A autora desenvolveu roteiros de atividades para realizar no GeoGebra com alunos do 2º ano do Ensino Médio e afirma que ao finalizar a pesquisa, os dados revelaram que os alunos “[...] mostraram evolução na compreensão das associações entre os conceitos de funções e progressões, enquanto transitavam entre os registros analíticos (algébricos) e geométricos” (MARCHETTO, 2017, p. 77). A autora também afirma que:

Os resultados positivos obtidos mostram que o uso de tecnologias pode trazer relevantes contribuições para se repensar o processo de ensino, pois auxiliam na construção do conhecimento, estimulando o pensamento matemático acerca do objeto de estudo. Além dos alunos demonstrarem mais autonomia, eles também se mostraram estar mais motivados nas explorações das atividades investigativas (MARCHETTO, 2017, p. 78).

Valmorbida (2018) desenvolveu uma sequência didática para o estudo de P.G. que foi aplicada em uma turma de alunos do 1º ano do ensino Médio, bem como foi aplicado um questionário diagnóstico inicial sobre o acesso às TIC e conhecimentos matemáticos prévios e um questionário final sobre as atividades desenvolvidas. O intuito era contribuir para uma aprendizagem significativa do assunto, por meio de Fractais<sup>17</sup> construídos no *software* Geogebra. Para a autora, a Geometria dos Fractais “possibilita a visualização de representações matemáticas, cujas formas estão presentes na natureza” (VALMORBIDA, 2018, p 17). Em sua dissertação, Valmorbida (2018) disserta sobre o GeoGebra como um *software* que auxilia no ensino da Matemática, traz definições sobre P.G., faz um recorte histórico sobre os primeiros estudos dos fractais, apresenta a sequência didática desenvolvida com os alunos e faz uma análise das respostas dos alunos aos questionários aplicados. A autora considera que “[...] as aulas ministradas com a contribuição dos recursos tecnológicos podem proporcionar melhores resultados, rendimentos e comportamentos. [...] despertam o engajamento e o encantamento nos alunos, atitudes que devem ser consideradas no planejamento das aulas” (VALMORBIDA, 2018, p. 81). A autora também considera que a aplicação da sequência didática

---

<sup>17</sup> Figuras que ao serem fragmentadas em pedaços, cada pedaço constitui uma reprodução da figura inicial, ou seja, “os Fractais possuem uma cópia de si, em cada uma de suas partes. Suas partes são semelhantes a todo o conjunto” (VALMORBIDA, 2018, p. 32).

[...] proporcionou participação dos alunos em todo o processo de ensino. [...] As atividades promoveram o espírito de colaboração, interação e comunhão entre os alunos participantes. Houve ainda, a troca de experiências e diferentes possibilidades de simular matematicamente situações da realidade. Os estudantes construíram os conceitos de Fractais e Progressões Geométricas, relacionando-os e investigando os fundamentos que definem estes conteúdos por meio de simulações. O GeoGebra facilitou o entendimento dos conceitos envolvidos, pois foi possível criar e explorar representações das atividades realizadas (VALMORBIDA, 2018, p. 83).

Malta (2019) em sua pesquisa de mestrado realizou um estudo sobre o método da aprendizagem cooperativa, que “[...] consiste num aprendizado em conjunto (grupos de alunos), cujo propósito é construir conhecimento por meio da troca de experiências” (MALTA, 2019, p. 8). O método foi mediado pelo recurso digital chamado *Google Classroom*, ou Google Sala de aula, um ambiente virtual de aprendizagem acessado via Gmail, onde o professor pode criar várias turmas, vincular seus alunos nestas turmas e inserir os conteúdos e atividades propostas neste ambiente. Desta forma, cada turma tem acesso a uma pasta com esses materiais. Neste ambiente, o professor pode também criar testes via Formulário do Google (*Google Forms*), onde o aluno responde as questões do teste e já pode ter acesso à sua nota imediatamente após o envio das respostas. O público-alvo de Malta (2019) foram alunos do 1º ano do Ensino Médio e o objeto de estudo foi o ensino de P.A. e P.G. Sua justificativa em utilizar o *Google Classroom* se dá pelo fato de que seu público-alvo faz parte “[...] de uma geração que nasceu em um mundo que estava se transformando em uma grande rede global com uma grande mobilidade nas comunicações: internet, e-mails, redes de relacionamento, recursos digitais [...] caracterizados por estarem sempre conectados [...]” (MALTA, 2019, p. 9). Para a autora, os alunos da atualidade precisam ser os protagonistas da aprendizagem e o professor passa a assumir o papel de mediador dessa aprendizagem. Malta (2019) reuniu os dados produzidos pelos alunos em 6 etapas. Nestas etapas, os alunos conheceram o método de aprendizagem colaborativa e o *Google Classroom*, foram separados em equipes para apresentar seminários sobre P.A. e P.G., participaram de um simulado disposto no *Classroom* que foi respondido em casa, foram submetidos a uma avaliação em formato de gincana e por fim foram avaliados de forma individual, por escrito e sem consulta em sala de aula. Para Malta (2019), a pesquisa atingiu seus objetivos e segundo ela:

O ensino de progressões tornou-se mais dinâmico e os alunos puderam utilizar seus conhecimentos prévios e intercalar com a aplicação deles no cotidiano. [...] Pôde-se constatar que o ensino é mais dinâmico quando é feito de forma coletiva e aliado a tecnologias torna-se muito atrativo para os estudantes, estimulando-os a uma verdadeira aprendizagem (MALTA, 2019, p. 50).

A partir dos trabalhos de Pinto (2016), Marchetto (2017), Valmorbida (2018) e Malta (2019) é possível concluir que as possibilidades de uso dos recursos digitais são muitas em prol

do ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula e para além do âmbito escolar. O Quadro 3 apresenta uma síntese dos principais achados da RSL sobre o ensino e aprendizagem de P.G. entre os anos 2014 e 2019.

**Quadro 3:** Síntese dos principais achados da RSL sobre o ensino e aprendizagem de P.G.

AUTOR	TIPO DE PESQUISA	CONTEÚDOS INTER-RELACIONADOS A P.G.	INSTRUMENTOS UTILIZADOS NA PESQUISA	METODOLOGIA	PARTICIPANTES ANTES DA PESQUISA
<b>Sena (2014)</b>	Estudo bibliográfico	Função exponencial	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Reis (2015)</b>	Estudo bibliográfico	Matemática financeira	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Soares Jr. (2015)</b>	Estudo bibliográfico	Função exponencial	Material bibliográfico	Não identificado no trabalho	Não houve intervenção
<b>Silva (2015)</b>	Estudo bibliográfico	Função exponencial	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Pinto (2016)</b>	Estudo bibliográfico	Não identificado no trabalho	<i>Software Modellus</i> e material bibliográfico	Modelagem matemática	Não houve intervenção
<b>Sousa (2016)</b>	Estudo exploratório	Função exponencial	Sequência didática e diário de campo	Resolução de problemas	Alunos do Ensino Médio
<b>Henschel (2017)</b>	Estudo exploratório	Música e razão áurea	Sequência didática	Oficina temática	Alunos do Ensino Médio
<b>Almeida Jr. (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Função exponencial, geometria e matemática financeira	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Titoneli (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Matemática financeira, música, geometria dos fractais	Material bibliográfico	Modelagem matemática	Não houve intervenção
<b>Barra (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Juros compostos e função exponencial	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Lopes (2017)</b>	Estudo exploratório	Função exponencial	Lista de problemas matemáticos	Resolução de problemas	Alunos do Ensino Médio e do Ensino Superior
<b>Marchetto (2017)</b>	Estudo exploratório	Função exponencial	Atividade diagnóstica, roteiros de atividades utilizando o <i>software GeoGebra</i> e questionário aos alunos	Oficina temática	Alunos do Ensino Médio
<b>Araújo (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Função exponencial	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção
<b>Bezerra (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Não identificado no trabalho	Material bibliográfico	Não identificado no trabalho	Não houve intervenção
<b>Matos (2017)</b>	Estudo bibliográfico	Dízimas periódicas	Material bibliográfico	Resolução de problemas	Não houve intervenção

<b>Zanetti (2017)</b>	Estudo exploratório	Geometria, função exponencial e Logaritmo	Sequência didática com folhas de papel sulfite A4	Oficina	Alunos do Ensino Médio
<b>Valmorbida (2018)</b>	Estudo exploratório	Geometria dos fractais	Questionários diagnósticos, sequência didática e <i>software Geogebra</i>	Oficina	Alunos do Ensino Médio
<b>Malta (2019)</b>	Estudo exploratório e explicativo	Dízimas periódicas	<i>Google Classroom</i> , apresentações dos alunos, simulado, avaliação individual, questionário ao aluno e observação participante	Seminários e gincana	Alunos do Ensino Médio

**Fonte:** A autora (2020).

Durante o dia a dia, os alunos podem perceber padrões na numeração das casas e apartamentos, nas estações do ano, nas placas de automóveis, nos intervalos de tempo de tomar um remédio receitado pelo médico. No Ensino Fundamental, especificamente em Matemática, os alunos se deparam com padrões e sequências numéricas, como por exemplo, ao estudar o conjunto dos números: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais. Além disso, esses padrões podem ser percebidos pelos mesmos em problemas que envolvem Potenciação, Proporcionalidade e Figuras Geométricas. No Ensino Médio, quanto à Matemática e suas Tecnologias, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, “propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental” (BNCC, 2018, 517). Além disso, a BNCC (2018) propõe o desenvolvimento de competências e habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias. A Competência Específica 5, possui o seguinte objetivo (BNCC, 2018, p. 531):

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Para esta Competência Específica, a BNCC (2018) propõe 11 Habilidades, dentre as quais, tem-se a Habilidade (EM13MAT508): “Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BNCC, 2018, p. 533). Ou seja, no que se refere a P.G., a BNCC (2018) propõe que no Ensino Médio haja um aprofundamento de estudos e que sejam estabelecidas conjecturas sobre os conceitos e propriedades das P.G. (levando-se em consideração as demonstrações de tais propriedades, quando cabíveis), bem como a inserção de Tecnologias Digitais (TD) durante o aprendizado das P.G. Ademais, a BNCC (2018) também

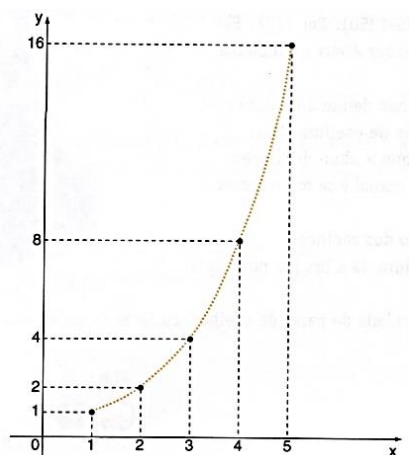
sugere que durante o Ensino Médio os alunos façam conexões das P.G. com funções exponenciais, análise de propriedades e resoluções de problemas. Isso não significa que se deva limitar o estudo de P.G. a estas abordagens, pois também é possível relacioná-la a outros conteúdos de matemática e/ou outras áreas do conhecimento.

Como já exposto na RSL sobre ensino e aprendizagem de P.G., esta tem relação com vários conteúdos e áreas da Matemática: matemática financeira, proporção de perímetro e área de figuras geométricas planas, crescimento populacional, função exponencial. De modo geral “[...] esse instrumento matemático foi criado para descrever grandezas que variam com taxa de crescimento constante” (LIMA et al, 2006, p. 49).

Para além da Matemática, a P.G. também se aplica a outras áreas do conhecimento e na literatura é possível identificar algumas destas aplicações, como na Biologia (reprodução das amebas) e na Música. Sendo assim, discorre-se a seguir sobre algumas aplicações da P.G. presentes na literatura, tanto a relação deste com outros conteúdos, como aplicações em outras áreas do conhecimento.

Dada a P.G. (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...) de razão  $q = 2$ , esta é uma função exponencial  $f(x) = 2^x$ , com domínio em  $\mathbb{N}^*$ , como mostra a Figura 6, em que o eixo  $x$  refere-se à ordem dos termos da P.G. ( $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ ) que correspondem aos valores do eixo  $y$  (1, 2, 4, 8, 16):

**Figura 6:** Gráfico de uma função exponencial

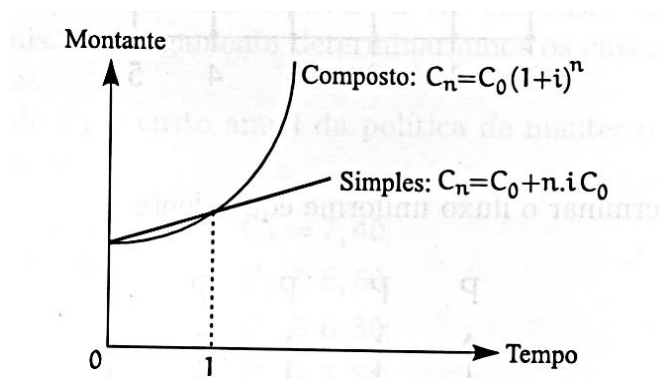


Fonte: Iezzi et al (2010, p. 217).

Já em relação à Matemática Financeira é dado o seguinte teorema: “No regime de juros compostos de taxa  $i$ , um principal  $C_0$  transforma-se, em  $n$  períodos de tempo, em um montante igual a  $C_n = C_0(1 + i)^n$ ” (MORGADO et al, 2001, p. 45), que relaciona a P.G. ao regime de juros compostos. Segue a demonstração deste teorema: “Para cada  $k$ , seja  $C_k$  a dívida após  $k$  períodos de tempo. Temos  $C_{k+1} = C_k + iC_k = (1 + i)C_k$ . Daí  $(C_k)$  é uma progressão

geométrica de razão  $1 + i$  e  $C_n = C_0(1 + i)^n$  ” (MORGADO et al, 2001, p. 45). A Figura 7 ilustra um gráfico que mostra os montantes de uma aplicação com juros compostos e de uma aplicação com juros simples, em que é possível verificar uma função exponencial para um montante a juros compostos.

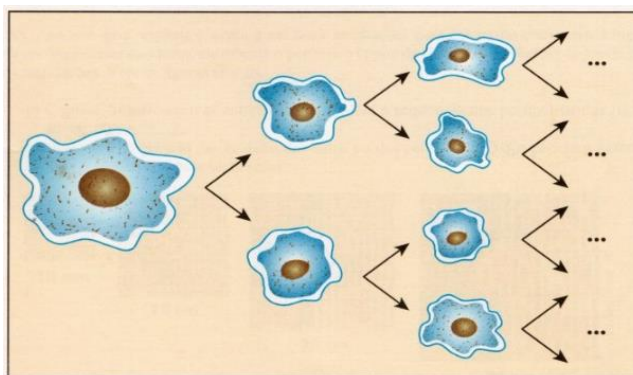
**Figura 7:** Gráfico dos montantes a juros simples e a juros compostos



Fonte: Morgado et al (2001, p. 56).

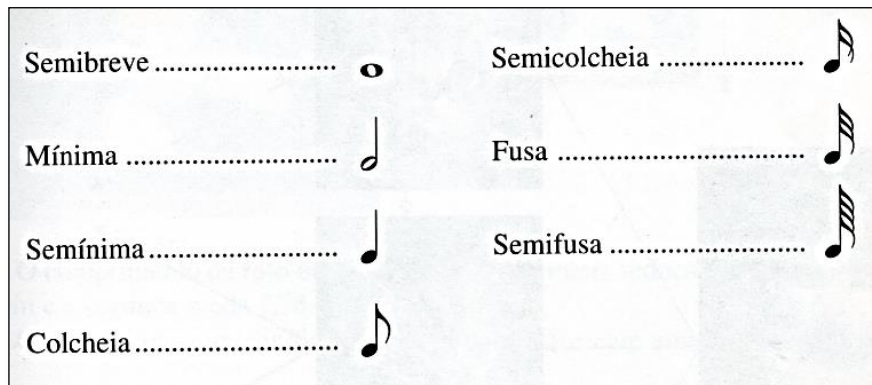
Outra aplicação da P.G. é na reprodução das amebas (protozoários), que se multiplicam através do processo de divisão. Depois de evoluir até “[...] um certo tamanho, uma ameba se divide ao meio para reproduzir outras duas. No período de um dia, aproximadamente, cada uma se divide ao meio formando quatro amebas no total. No dia seguinte existirão oito, [...]” (CARVALHO, 1997, p. 28), e assim sucessivamente, surgindo então a P.G. infinita (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...). Esse processo de divisão está ilustrado na Figura 8:

**Figura 8:** Reprodução das amebas



Fonte: Carvalho (1997, p. 28).

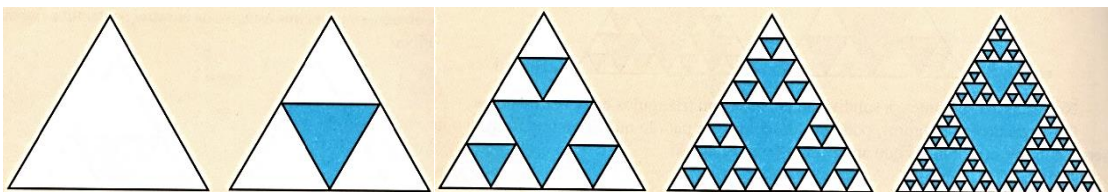
Na música, “Os sons musicais se escrevem por meio de sinais chamados notas. [...] Para indicar a duração dos sons, são dadas às notas formas diferentes. As formas (ou figuras) das notas são sete” (CARVALHO, 1997, p. 31) e estas notas estão ilustradas na Figura 9:

**Figura 9:** Notas musicais

Fonte: Carvalho (1997, p. 31).

A semibreve é a nota musical que representa uma unidade rítmica. A Mínima equivale à metade do valor rítmico da semibreve, a semínima corresponde à metade do valor rítmico da mínima, e assim por diante, chegando à semifusa que possui metade do valor rítmico da fusa. Assim sendo, se a semibreve for considerada como primeiro termo da P.G., tem-se a seguinte sequência:  $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}\right)$ , de razão  $q = \frac{1}{2}$  correspondente aos valores rítmicos de cada nota musical.

De acordo com Carvalho (1997), um matemático polonês chamado Waclaw Sierpinski (1882-1969) criou em 1916 uma curva que ficou conhecida como Triângulo de Sierpinski. A partir de um triângulo equilátero “[...] tomamos os pontos médios de seus três lados. Encontramos, assim, quatro triângulos congruentes, dos quais retiramos o central. [...] Os três triângulos restantes têm os comprimentos dos lados exatamente iguais à metade do comprimento do lado do triângulo original” (CARVALHO, 1997, p. 30). Em seguida, o processo que foi realizado com o triângulo inicial é realizado com esses três triângulos, e assim continuamente. Esse processo está ilustrado na Figura 10:

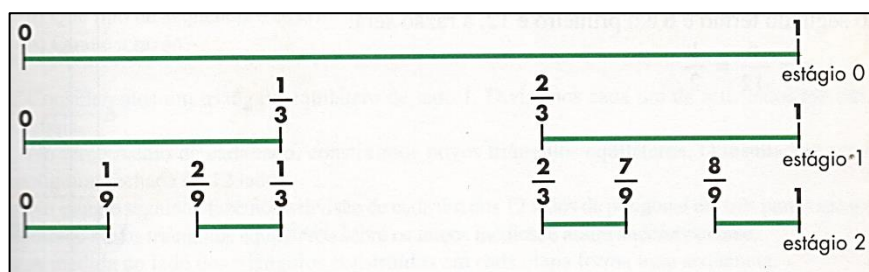
**Figura 10:** Triângulo de Sierpinski

Fonte: Carvalho (1997, p. 30).

O Triângulo de Sierpinski é considerado um fractal<sup>18</sup>, já que é uma figura auto semelhante, pois “cada triângulo obtido em cada etapa é uma pequena réplica do original [...]” (CARVALHO, 1997, p. 30). Este fractal considera em todas as etapas apenas os triângulos de cor branca, ou seja, a figura original possui um triângulo, a segunda figura contém três triângulos, a terceira tem nove triângulos, a quarta, 27 triângulos e assim sucessivamente, gerando a P.G. (1, 3, 9, 27, 81,...) de razão  $q = 3$ .

Outro fractal interessante é o do conjunto de Georg Cantor (1845-1918). Se for considerado o intervalo de números entre 0 e 1, a partir deste intervalo, é realizada uma divisão em três intervalos e se retira o intervalo que ficou no meio, ou seja, o terço médio, conforme Carvalho (1997). Dos intervalos que restaram, cada um é dividido em três novamente, retirando em seguida o terço médio destes intervalos e assim por diante. Esse fractal, “[...] que é formado por todos os números que não foram retirados dos intervalos quando repetimos o processo indefinidamente” (CARVALHO, 1997, p. 43) é o Conjunto de Cantor. A Figura 11 ilustra o início desse processo de divisão.

**Figura 11:** Fractal de Cantor



Fonte: Carvalho (1997, p. 43).

No estágio inicial (zero), nota-se que existe apenas um intervalo e a partir do estágio 1 tem-se dois subintervalos, no estágio 2 existem quatro subintervalos e, realizando a próxima divisão que gera o estágio 3, surgem oito subintervalos. Ou seja, cada estágio subsequente segue o padrão da P.G. infinita (1, 2, 4, 8, 16,...). Além disso, ao analisar a medida do comprimento dos intervalos que vão aparecendo ao longo dos estágios, nota-se a presença da P.G.  $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\right)$ , de razão  $q = \frac{1}{3}$ , em que o primeiro termo se refere à medida do comprimento do estágio zero, o segundo termo se refere à medida do comprimento do estágio 1, e assim sucessivamente.

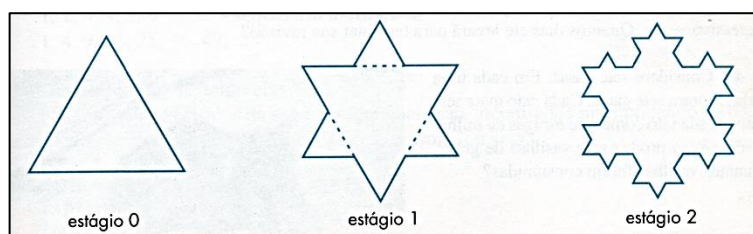
Dado um triângulo equilátero de lado 1, considere que seja realizado os seguintes procedimentos: efetua-se a divisão de “[...] cada um de seus lados em três partes iguais. No

<sup>18</sup> Advindo da palavra “*fractus*”, significa fração, quebrado, fragmentado.



terço médio de cada lado, construímos novos triângulos equiláteros. [...] No estágio seguinte, fazemos a divisão de cada um dos 12 lados da poligonal em três partes iguais e construímos novos triângulos equiláteros [...]” (CARVALHO, 1997, p. 43) nos terços médios da figura e assim por diante. Este processo está ilustrado na Figura 12:

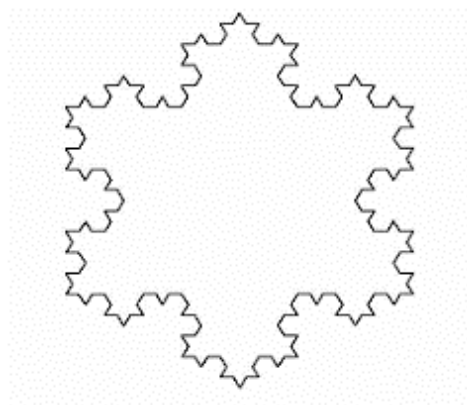
**Figura 12:** Curva de Koch



**Fonte:** Carvalho (1997, p. 43).

Ao analisar a medida do lado dos triângulos construídos em cada estágio, percebe-se o aparecimento da P.G.  $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\right)$ , que também aparece no Fractal de Cantor. Ao continuar este processo de divisão, chegando-se no estágio 4, tem-se a curva conhecida como curva do floco de neve de Koch, pois se assemelha a um floco de gelo. A Figura 13 ilustra a curva do floco de neve de Koch:

**Figura 13:** Curva do floco de neve de Koch



**Fonte:** Fuzzo et al (2009, p. 4).

Existe uma variedade de possibilidades e contextos das P.G. nas aulas de Matemática e no texto acima foram expostas algumas delas. Sendo assim, faz-se essencial que na aprendizagem desse saber matemático fiquem evidentes para o aluno as aplicações da P.G. a outras áreas de conhecimento, seja na biologia, na botânica ou na música, e que este educando não se atenha às fórmulas apenas, mas consiga escrever toda a sequência, por exemplo, nos

casos em que a P.G. possui poucos termos, sem necessitar utilizar tais mecanismos, pois desta maneira será proporcionado ao aluno uma aprendizagem que atribui sentido real para o mesmo.

A seção 3 versa sobre os jogos digitais no ensino e aprendizagem de Matemática, suas concepções pedagógicas, bem como explicita o *App Inventor 2* como um recurso útil no processo de ensino e aprendizagem da Matemática em tempos de mobilidade e ubiquidade.

### 3. JOGOS DIGITAIS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Os jogos digitais estão presentes no cotidiano de muitas crianças, adolescentes, jovens, adultos, embora existam sujeitos que não jogam, seja por não terem condições de acesso a este tipo de entretenimento, seja por não terem interesse em jogar, são resistentes. Mas, referindo-se aos jogadores de *games*, geralmente estes são utilizados para distração nas horas livres, onde podem se sentir completamente vivos, empoderados, com a sensação de serem verdadeiros heróis, de acordo com McGonigal (2017). Segundo a mesma autora, a nível mundial, a quantidade de jogadores *online* já ultrapassa 484 milhões de pessoas, pois os jogos digitais muitas vezes proporcionam experiências e recompensas que a realidade não oferece. Para McGonigal (2017), existem quatro características que definem um jogo: 1) metas a serem alcançadas; 2) regras; 3) sistema de *feedback*; 4) participação voluntária de quem joga. Para Huizinga (2018), o jogo pode ser considerado como

[...] Atividade livre, conscientemente tomada como ‘não-séria’ e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras. (HUIZINGA, 2018, p. 16).

De acordo com Alves (2013), o jogo em formato digital teve sua expansão na segunda metade do século XX a partir da evolução da indústria do entretenimento. Ainda segundo Alves (2013), a indústria de *games* superou a indústria do cinema em nível de faturamento e a partir de então, o jogo digital tem sido utilizado em *tablets*, *smartphones*, *notebooks*, entre outros aparatos tecnológicos digitais, por jogadores de variadas idades em diversos países, também chamados de *gamers*<sup>19</sup>. O jogo digital é “[...] um *software* desenhado para fins de entretenimento em uma ou mais plataformas [...] é o que se faz com o *software* e a partir dele” (TELLES e ALVES, 2016, p. 126). Petry (2016) considera ser jogo uma atividade com regras, com objetivos (embora nem todos possuam), pode envolver conflitos, em sua maioria com início e fim definidos e envolve tomada de decisões por parte de quem joga. Além disso, o autor citado considera jogo digital aquele que “[...] utiliza uma tela de vídeo digital de algum tipo, de alguma forma” (PETRY, 2016, p. 25), sendo este um objeto de uma cultura pós-moderna, segundo ele. Coutinho e Alves (2016) compreende o jogo digital “[...] como algo além de uma ferramenta tecnológica, um espaço criativo, em que curiosidades possam ser suscitadas e, ao mesmo tempo, mobilizadoras de outras” (COUTINHO e ALVES, 2016, p. 116). Além disso, os jogos digitais são “[...] interativos, oferecem experiências imediatas e também podem

---

<sup>19</sup> Jogadores de videogames.

oferecer narrativas não lineares, hipertextuais” (TONÉIS, 2015, p. 34). Segundo Poeta (2013, p. 13):

Para as gerações atuais o Jogo Digital é levado a sério e praticado para a disputa de campeonatos mundiais, ao passo que, hoje os jogos digitais não são mais apreciados somente por crianças, mas têm se tornado, nos últimos anos um elemento cotidiano de boa parte das pessoas, [...] os praticantes de jogos digitais vêm crescendo não somente em quantidade, mas também em idade e a escola precisa envolver também este público em suas práticas pedagógicas com jogos digitais, [...].

Desta forma, com o intuito de compreender quais as concepções pedagógicas acerca dos jogos digitais, sobre como se dão os processos de ensino e aprendizagem de Matemática por meio dos jogos digitais, sobre as possibilidades do uso de jogos digitais nas aulas de Matemática em tempos de mobilidade e suas contribuições no que se refere à aprendizagem ubíqua, esta seção foi subdividida como se segue.

### **3.1 Concepções pedagógicas sobre os Jogos Digitais**

Tendo em vista que os jogos digitais já fazem parte da rotina dos alunos fora do contexto escolar, ao utilizá-lo pedagogicamente, a inserção do jogo digital nas aulas poderá facilitar o processo de aprendizagem do aluno, além de poder ocorrer o despertar de um olhar diferenciado para o conteúdo abordado por meio do jogo digital, pois “Aprendemos melhor quando vivenciamos, experimentamos, sentimos. [...] quando equilibramos e integramos o sensorial, o racional, o emocional, o ético, o pessoal e o social. [...] quando interagimos com os outros [...] Aprendemos pelo interesse, [...]” (MORAN, 2013, p. 28). Além disso, de acordo com Moran (2013, p. 29):

Aprendemos também pelo estímulo, pela motivação [...] pelo prazer, [...] Aprendemos mais, quando conseguimos juntar todos os fatores: temos interesse, motivação clara; desenvolvemos hábitos que facilitam o processo de aprendizagem; e sentimos prazer no que estudamos e na forma de fazê-lo.

Sendo assim, na condição de professores, “Nosso papel fundamental na educação escolar é de ser mediadores interessantes, competentes e confiáveis entre o que a instituição propõe em cada etapa e o que os alunos esperam, desejam e realizam” (MORAN, 2013, p. 12), pois “Não são os recursos que definem a aprendizagem, são as pessoas, o projeto pedagógico, as interações, a gestão. Mas não há dúvida de que o mundo digital afeta todos os setores, as formas de produzir, de vender, de comunicar-se e de aprender” (MORAN, 2013, p. 12). Ainda segundo Moran (2013, p. 33), “Os jogos digitais estarão cada vez mais presentes nessa geração, como atividades de aprendizagem”. Conforme Ramos e Cruz (2018, p. 23):

Os jogos digitais podem motivar a aprendizagem de acontecimentos, fatos e informações relevantes extrapoladas ou não para fora do espaço lúdico, quando ocorre a transferência do conhecimento para outros contextos. E o aprender sobre coisas envolve, principalmente, os conteúdos conceituais e factuais.

Por meio do jogo digital é possível propiciar: a interação entre os alunos; a participação ativa nas atividades em sala de aula e fora dela; a aprendizagem de conteúdos e conceitos. A interação entre os alunos durante o jogo pode ocorrer tanto em caráter competitivo, como para troca de experiências entre os jogadores. A participação ativa é decorrente do próprio ato de jogar em sala de aula, bem como em outros ambientes extraescolares. Além disso, de acordo com Ramos e Cruz (2018), por meio dos jogos digitais é possível: aprender a saber, aprender a fazer e aprender a ser. Segundo as autoras citadas acima, o “aprender a saber” se refere a aprendizagem conceitual, o “aprender a fazer” envolve a aprendizagem procedimental e o “aprender a ser” corresponde a aprendizagem atitudinal.

Sobre a aprendizagem conceitual, “Um dos gêneros mais populares e conhecidos que exploram a aprendizagem de fatos e conceitos é o ‘quiz’<sup>20</sup> geralmente construído por desafios de perguntas e respostas, possibilitando competir com outros jogadores para alcançar melhores resultados” (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 23). De acordo com as autoras citadas acima:

Na aprendizagem dos conceitos destaca-se que o jogo pode estimular a memorização, pois envolve a repetição de ações vinculadas ao contexto e desafios do jogo. Muitos jogos podem reforçar e apresentar novos conteúdos de modo divertido e desafiador, através da interação e da repetição, auxiliando na fixação de forma lúdica, sequencial e gradativa, indo do mais simples ao mais complexo. [...] Os jogos digitais podem propor situações e contextos em que os conceitos podem ser aplicados ou revistos, favorecendo a sua aprendizagem (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 24).

Em relação à aprendizagem procedimental, Ramos e Cruz (2018) afirmam que ao jogar, há a necessidade de tomar atitudes para alcançar um objetivo, realizar procedimentos, agir intencionalmente. Conforme as mesmas autoras:

Essa ação envolve o exercício de um fazer e de habilidades cognitivas. Ao definir estratégias, o jogador precisa analisar situações, mobilizar seus conhecimentos e experiências prévias, fazer um planejamento e monitorar o quanto as ações que estão sendo realizadas contribuem para o alcance dos objetivos. Além disso, o jogador precisa estar atento a muitas variáveis, exercitando sua atenção, mantendo em mente as ações a executar sem perder de vista o objetivo a ser alcançado, o que por sua vez envolve a memória operacional (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 25).

Além disso, Ramos e Cruz (2018) também afirmam que a interatividade é uma das características dos jogos digitais, dando um *feedback* imediato para quem joga, pois “[...] o jogo responde às ações de forma dinâmica à tomada de decisões do jogador. [...] A ação e a reflexão

---

<sup>20</sup> Significa jogo em formato de questionário.

são a base dos conteúdos procedimentais, os quais envolvem o seu domínio da exercitação múltipla, da aplicação em diferentes contextos e da reflexão” (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 26). As autoras anteriormente citadas ainda ressaltam que quando as ações tomadas são realizadas num contexto educacional, essas ações podem ser “[...] mediadas, problematizadas e discutidas, sendo que o jogador pode receber auxílio e trocar experiências” (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 27), tornando possível a oportunidade de aprender com o outro, alunos interagindo entre si.

Quanto à aprendizagem atitudinal, Ramos e Cruz (2018) afirmam que o exercício de modos de ser acontece ao jogar jogos digitais, assumindo papéis/funções, efetuando ações, enfrentando as consequências dessas ações, interagindo com outros participantes do jogo, agindo de acordo com as regras do jogo. Desta forma, “[...] possibilitam a abordagem dos conteúdos atitudinais que se relacionam ao aprender a ser, ou seja, envolvem valores, atitudes e normas. [...] As regras e o feedback se configuram como importantes elementos que podem auxiliar na aprendizagem de conteúdos atitudinais” (RAMOS e CRUZ, 2018, p. 28).

Ao propor o ensino e aprendizagem por meio dos jogos digitais, o interesse por parte do aluno torna-se ainda maior, já que a “[...] popularidade dos jogos digitais tem vindo a conquistar diferentes faixas etárias, dos mais pequenos aos mais velhos. Eles presenteiam os jogadores com uma grande diversidade de emoções e de desafios, que lhes permite alcançar uma sensação de satisfação, [...]” (CARVALHO, 2017, p. 114), bem como permitem a imersão dos jogadores. Ainda de acordo com Carvalho (2017), no jogo digital, o participante vai: necessitar atender as regras colocadas; aprender a recuperar suas perdas, ao analisar em que momento errou na partida e refazer a jogada; superar obstáculos; ter mais agilidade nas decisões a serem tomadas; oportunizar a interação social. Além disso, “Os jogos digitais exigem do jogador atenção, memória, tomada de decisão, destrezas cognitivas e motoras, persistência, saber lidar com o fracasso e o sucesso.” (CARVALHO, 2017, p. 116). Conforme Ramos e Cruz (2018, p. 41):

Na interação com os jogos exercitamos procedimentos e habilidades, repetimos as ações, refletimos sobre seus resultados e aprimoramos nosso desempenho. Desse modo, os jogos oferecem um campo de experimentação que possibilitam a oportunidade de superar uma condição a priori, por meio da exploração, da ação e da reflexão, muitas vezes de forma tão envolvente que tornam a aprendizagem mais divertida e atraente.

Ao realizar uma pesquisa em 2013, em Portugal, sobre o interesse em aprender os conteúdos escolares através de jogos, Carvalho (2017) revela que, dos 2303 jogadores questionados em sua pesquisa, a maior parte dos entrevistados respondeu positivamente à pergunta, “[...] com 80% dos jogadores do 2º CEB ao Ensino Secundário e com 78% do Ensino Superior” (CARVALHO, 2017, p. 117), bem como informaram os diferentes tipos de jogos que

geralmente usavam para diversão, ficando assim uma evidência de que para este público, os jogos digitais são um potencial para aprendizagem.

Segundo Carvalho (2017) “Os jogos educativos digitais têm como preocupação central permitir ao jogador aprender determinado conteúdo em consonância com o currículo escolar e, por isso, distinguem-se dos jogos de entretenimento” (CARVALHO, 2017, p. 117). Estes são chamados de *serious games*, ou simplesmente “jogos sérios”. Referem-se aos jogos construídos para fins educacionais, onde o objetivo principal é a aprendizagem. Segundo Poeta (2013, p. 12):

O jogo digital em sala de aula tem o objetivo de despertar o interesse pela aula através de uma metodologia envolvente, lúdica e desafiadora, e também de possibilitar diferentes estratégias para a abordagem de conteúdos e construção de saberes a partir de tomadas de decisões, raciocínio lógico, planejamento, análise de resultados, retomada de conceitos e objetivos e a reestruturação de procedimentos praticados durante o jogo.

Os jogos digitais possuem vários formatos e plataformas e Alves (2004) cita seis categorias básicas de classificação de jogos digitais: “jogos de aventura, de estratégia, jogos de arcade, simuladores, jogos de esporte e RPG<sup>21</sup>” (ALVES, 2004, p. 54). Além dessas categorias, Sato e Cardoso (2008) também cita os seguintes tipos de jogos digitais: ação, emulação, *puzzle* (quebra-cabeça) e propõe uma classificação para estes, de acordo com a mecânica do jogo, considerando “[...] as seguintes variáveis: características dos desafios (para o jogador realizar a ação), liberdade/variedade de escolhas ao longo do jogo para se realizar os objetivos, jogabilidade, e a relação ação-reação entre jogo e jogador” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 59).

Segundo Sato e Cardoso (2008) os jogos de aventura possuem pouca flexibilidade na estrutura narrativa e “[...] possuem como desafios principais a exploração do universo do jogo, a coleta e seleção de itens, a solução de enigmas e quebra-cabeças. Nesses desafios, o jogador tem a liberdade de escolhas, isto é, dentre várias opções de enigmas, ele pode escolher os que vai realizar” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 61). Como exemplos de jogos digitais de aventura, os autores acima citam os jogos: *Myst*, *The Legend of Zelda: Wind Waker* e *Okami*.

Os jogos de estratégia “[...] caracterizam-se por seu caráter de análise e reflexão para se encontrar a tática mais adequada. Trata-se de jogos nos quais o fator da conquista territorial e/ou material é evidente” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 61). Ainda de acordo com Sato e Cardoso (2008), nos jogos de estratégia as escolhas são variadas, podem mudar durante a jogada e não existe um final fixo nesse tipo de jogo. Como exemplo de jogo de estratégia, Sato e Cardoso (2008) citam o jogo *Age of Empire III*.

---

<sup>21</sup> Role Playing Game

Os jogos de arcade ou fliperama fazem parte da primeira fase dos jogos digitais, segundo Tonéis (2015). Segundo este autor, os jogos de arcade são videogames montados em um

[...] gabinete grande que inclui o monitor e sistema de som, quase sempre, mantidos em estabelecimentos comerciais – Fliperamas. jogos de consoles domésticos que tem a jogabilidade igualmente curta e rápida. Um console de videogame é o aparelho em si, enquanto o joystick ou controle é um periférico de entrada e a televisão o dispositivo de saída (TONÉIS, 2015, p. 124).

Nos jogos de arcade, os jogadores necessitam de moedas/créditos para começar uma partida. A mecânica do jogo é intuitiva e possui pouca flexibilidade em sua narrativa. Além disso, são jogos que geralmente tem duração rápida em cada fase. Como exemplos de jogos de arcade tem-se o *Pong* e o *PAC-MAN*.

Os jogos de simulação possuem uma narrativa flexível e “[...] oferecem uma experiência mais próxima da condição real ao jogador. Nestes casos o objetivo é voltado para o aprendizado e/ou treinamento do usuário na realização de determinado procedimento ou tarefa tal qual na vida real ou a finalização vitoriosa do jogo” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 62). Como exemplo desta categoria de jogo, Sato e Cardoso (2008) destacam o *Flight Simulator*.

Os jogos de esporte são jogos que simulam a real prática de diversos esportes. Neste tipo de jogo os desafios geralmente aumentam conforme o avanço para as próximas fases. As cenas dos jogos geralmente são realistas, onde o nível de imersão no jogo é alto. Além disso, os objetivos destes jogos são bem definidos, existe flexibilidade de narrativa e possibilidade de interação com vários jogadores. Como exemplos de jogos de esporte, tem-se o *FIFA 20* e o *Pro Evolution Soccer*.

Os jogos digitais de RPG são jogos de representação de papéis, onde o jogador incorpora em um personagem para realizar as ações do jogo, segundo Sato e Cardoso (2008). “Embora um RPG possa ter seus personagens fixos, com suas características pré-determinadas, quando jogados por diferentes indivíduos, resultam em diferentes construções narrativas” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 55). Além disso, os personagens “[...] são submetidos às regras e condução de outro jogador [...] conhecido como um mestre (*Game Master*, abreviadamente GM). Este GM atua mais como um vigilante para evitar que os jogadores trapaceiem utilizando recursos não disponíveis no jogo” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 55). O RPG tem como características a “[...] coleta de itens, solução de enigmas, reações rápidas diante de uma situação do jogo. O foco nos RPGs é na evolução do personagem adotado ou construído pelo jogador” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 60). Como exemplos, tem-se os jogos: *Final Fantasy*, *EVE-Online*, *World of Warcraft*.

Os jogos de ação “[...] enfatizam a habilidade e destreza do jogador em controlar os



comandos (movimentação, ataque, esquiva, defesa) por meio de combos ou sequências rápidas. [...] não oferecem muitas variações ou liberdade de escolhas e decisões para o jogador” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 60) e possuem narrativa pouco flexível e restrita ao jogador. “O objetivo principal em jogos de ação é vencer (derrotando inimigos ou realizando a tarefa em menor tempo ou ser o primeiro a chegar em um ponto determinado pelo jogo)” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 60). Como exemplo, os autores citados classificam os jogos da série *God of War*, bem como os jogos: *Tekken5: Dark Resurrection* (jogo de luta); *Counter Strike* (jogo de tiro); *Sonic*, *Mario*, *Loco Roco* (jogos de obstáculo).

Os jogos de emulação tem como uma das principais características “[...] o fato de transportarem ou adaptarem aspectos próximos da vida (real) ou verossímeis, encontrados na realidade (mundo real), porém sem a relação completa de variáveis ou situações ou possibilidades e fatos encontrados na vida real” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 62). De acordo com os autores citados acima, neste tipo de jogo o jogador pode estabelecer objetivos próprios e permanecer no jogo sem nunca precisar concluí-lo, já que este estilo de jogo tem uma narrativa bem flexível. Como exemplos de jogos emuladores, Sato e Cardoso (2008) propõem: *Need for Speed* e *The Sims*.

Quanto aos jogos *puzzles*, “[...] estes jogos caracterizam-se pela observação e utilização do raciocínio lógico e solução de problemas e/ou enigmas. Embora a possibilidade narrativa tenha pouca flexibilidade, os jogos podem oferecer algumas escolhas ao jogador” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 62). Os *puzzles* possuem desafios, em que o grau de dificuldade de cada um deles aumenta “[...] conforme o aprendizado e/ou tempo empreendido pelo jogador” (SATO e CARDOSO, 2008, p. 62). Como exemplos desse tipo de jogo tem-se os jogos digitais *Echochrome* e *C.R.U.S.H.*, conforme afirmam os autores citados acima.

Além destas classificações, Poeta (2013) também considera outras três classificações: jogos digitais em primeira pessoa, jogos digitais em terceira pessoa e MMO<sup>22</sup>. O primeiro tipo refere-se à *games* “[...] onde o jogador percebe o ambiente do jogo como o próprio personagem, vê tudo com a visão do seu jogador” (POETA, 2013, p. 23). Já os *games* em terceira pessoa são jogos “[...] onde o jogador vê seu próprio jogador além dos demais jogadores. Tem visão total do jogo” (POETA, 2013, p. 23). Quanto aos jogos MMO, ou simplesmente jogos massivos, referem-se a jogos digitais “[...] onde muitos jogadores podem estar presentes no cenário e interagirem entre si. Este gênero inclui todos os tipos de jogos (POETA, 2013, p. 24).

Os amantes dos jogos, segundo Alves (2013, p. 179), “[...] são seduzidos pela

---

<sup>22</sup> “*Massively Multiplayer Online*” (POETA, 2013, p. 24).

interatividade, pelo caráter imersivo, pelo realismo das cenas e pelas narrativas envolventes que são ampliadas para distintos produtos transmidiáticos<sup>23</sup>[...] cujas histórias são ampliadas em livros, filmes e em outras mídias, [...]” como o jogo *Prince of Persia*, ilustrado na Figura 14. Já os pais dos jogadores e especialistas ficam “[...] preocupados com a interação das crianças e jovens que vivem imersos no mundo das telas, especialmente das telas dos games, pois acreditam que esse universo midiático tem o poder de provocar comportamentos hediondos” (ALVES, 2013, p. 179), embora o resultado de sua tese aponte que “[...] os games podem se constituir em espaços de aprendizagem e ressignificação de desejos, atualizando-os, sem necessariamente levar os jogadores a comportamentos e atitudes hediondas e socialmente inaceitáveis” (ALVES, 2004, p. 8). Para a autora citada acima, a violência está relacionada a questões afetivas e socioeconômicas.

**Figura 14:** Filme e jogo *Prince of Persia*



**Fonte:** Imagens do site <<http://g1.globo.com/tecnologia/games/noticia/2014/03/lista-tem-games-que-se-tornaram-filmes-mesmo-com-maldicao.html>>.

Quanto às concepções pedagógicas sobre os jogos digitais, Alves (2013, p. 179) revela que “[...] a Educação, área que, nos últimos dez anos, mais produziu conhecimento sobre games, ainda apresenta resistência em interagir com as tecnologias digitais e telemáticas, especialmente os games”, bem como a autora afirma que os *games* chegam à sala de aula por meio dos alunos que jogam e não pelos professores. Isso pode ocorrer talvez pela falta de estrutura e suporte tecnológico da escola ou simplesmente pela ausência de capacitação e de interesse do professor em desenvolver atividades de aprendizagem por meio dos jogos digitais. Alves (2013, p. 184) afirma que:

<sup>23</sup> A transmídia é amplamente utilizada na construção de histórias com a finalidade de desenvolver um universo complexo e detalhado dividido em diversas mídias integradas nesta narrativa. O objetivo é fazer com que o público tenha contato com diversos aspectos da história contada em cada interação realizada (OLIVEIRA et al, 2016, n.p).

[...] é preciso que os resultados das pesquisas cheguem ao universo da escola e possam contribuir para a ressignificação do fazer pedagógico mais sintonizado com o desejo e demanda dos sujeitos que já vivem imersos, de forma direta e indireta, no mundo digital e, especialmente, no mundo dos games. A intenção não é transformar a escola em uma *lan house*, mas trazer a linguagem que seduz os jogadores para o espaço escolar.

Gee (2009) afirma que os bons jogos digitais incorporam princípios de aprendizagem e fornece uma lista de 16 princípios. São eles: 1) *identidade* (compromisso com o jogo, adquirindo uma identidade virtual); 2) *interação* (por meio da ação de quem joga e da reação do jogo, ou seja, o jogo concede um resultado, um *feedback*); 3) *produção* (o jogador também pode construir e modificar o jogo); 4) *riscos* (o jogador pode errar, pois tem a possibilidade de consertar o erro ao reiniciar o jogo); 5) *customização* (é possível inserir no jogo as características próprias do jogador); 6) *agência* (sentido de propriedade/domínio sobre o jogo); 7) *boa ordenação dos problemas* (no jogo a ordem dos problemas inicia pelos mais simples, permitindo a formulação de hipóteses e estratégias que levam o jogador a resolver os problemas mais complexos nas etapas seguintes); 8) *desafios e consolidação* (o jogo possui um conjunto de problemas desafiadores que permitem que o jogador formule sua estratégia para vencer o primeiro desafio e continue formulando as estratégias dos próximos níveis do jogo, a partir a estratégia inicial); 9) *“na hora certa” e “a pedido”* (o jogo dispõe de informações verbais na hora que o jogador necessita delas); 10) *sentidos contextualizados* (o jogador consegue entender o significado de uma palavra e aprende novos significados/palavras por meio de associações de ações, imagens e diálogos relacionados a essas palavras); 11) *frustração prazerosa* (o jogador percebe o jogo como um desafio, bem como a possibilidade de vencer); 12) *pensamento sistemático* (pensamento sobre as ramificações de suas ações, ou seja, reflexão sobre os efeitos das suas ações em suas futuras ações e nas ações do seu adversário); 13) *explorar, pensar lateralmente, repensar os objetivos*; 14) *ferramentas inteligentes e conhecimento distribuído* (os personagens virtuais são ferramentas inteligentes e emprestam suas habilidades e conhecimentos ao jogador); 15) *equipes transfuncionais* (permitem que equipes de jogadores com diferentes habilidades participem do jogo); 16) *performance anterior a competência*, onde “[...] jogadores podem ter desempenho antes de serem competentes, apoiados pelo *design* do jogo, pelas ‘ferramentas inteligentes’ oferecidas pelo jogo e também, frequentemente, pelo apoio de outros jogadores mais avançados” (GEE, 2009, p. 173).

Segundo Gee (2009, p. 169) “Os bons *videogames* cativam os jogadores por meio da identidade. Ou os jogadores herdaram uma personagem atraente e fortemente formada [...] ou constroem uma personagem desde o começo”, onde os jogadores “[...] se comprometem com o novo mundo virtual no qual vivem, aprendem e agem através de seu compromisso com sua

nova identidade” (GEE, 2009, p. 170).

Quanto à interação no jogo, Gee (2009, p. 170) afirma que “[...] nada acontece até que o jogador aja e tome decisões. Daí em diante, o jogo reage, oferecendo *feedback* e novos problemas ao jogador. Em um bom jogo, as palavras e os atos são colocados no contexto de uma relação interativa entre o jogador e o mundo”.

Sobre a produção no jogo, Gee (2009, p. 170) expõe que “[...] os jogadores são produtores, não apenas consumidores; eles são ‘escritores’, não apenas ‘leitores’. Mesmo no nível mais simples, os jogadores co-desenham os jogos pelas ações que executam e as decisões que tomam”. Ou seja, para Gee (2009), um bom jogo digital permite que os jogadores o modifiquem, seja na construção de novos roteiros, seja na construção de um novo jogo, permitindo que o jogador aja com autoria e criatividade.

Gee (2009) afirma também que os bons jogos digitais “[...] reduzem as consequências das falhas dos jogadores; quando erram, eles sempre podem voltar ao último jogo que salvaram. Os jogadores são assim encorajados a correr riscos, a explorar, a tentar coisas novas. Na verdade, fracassar em um *game* é uma coisa boa” (GEE, 2009, p. 170) e por meio dos erros os jogadores também aprendem. Aprendem a planejar novas estratégias para alcançar os objetivos do jogo, aprendem a não repetir os mesmos erros.

Os bons jogos digitais também “[...] permitem que os jogadores solucionem problemas de diferentes maneiras. Em um jogo de interpretação (*role-playing game*), os diferentes atributos que cada jogador escolhe para seu papel determinam o modo como o *game* será jogado” (GEE, 2009, p. 170). Assim, os jogadores customizam os jogos de acordo com seu estilo, preferências, interesses.

Quanto ao princípio de agência nos bons jogos digitais, “[...] os jogadores dos *games* têm uma real sensação de agência e controle. Eles têm um verdadeiro sentido de propriedade em relação ao que estão fazendo [...]” (GEE, 2009, p. 171), ou seja, eles podem administrar os jogos digitais com autonomia.

Nos bons jogos digitais, segundo Gee (2009), há uma boa ordenação dos problemas a serem resolvidos em cada fase do jogo, ou seja, “[...] os problemas enfrentados pelos jogadores estão ordenados de modo a que os anteriores sejam bem construídos para levar os jogadores a formularem hipóteses que funcionam bem para resolver problemas posteriores mais difíceis” (GEE, 2009, p. 171).

Sobre o princípio de aprendizagem “desafios e consolidação”, Gee (2009, p. 171) afirma que

[...] os bons jogos oferecem aos jogadores um conjunto de problemas desafiadores e então os deixam resolver esses problemas até que tenham virtualmente rotinizado ou automatizado suas soluções. Então o jogo lança uma nova classe de problemas aos jogadores, exigindo que eles repensem sua recém adquirida maestria, que aprendam algo novo e que integrem este novo aprendizado ao seu conhecimento anterior. Essa nova maestria, por sua vez, é consolidada pela repetição (com variações) para ser novamente desafiada. [...] é o modo como cada um se torna *expert* em qualquer coisa em que valha a pena ser *expert*.

Gee (2009, p. 171) também afirma que “[...] as pessoas têm dificuldade em lidar com montanhas de palavras fora de contexto [...]”. Desta maneira os bons *games* auxiliam com *feedbacks*, “[...] quase sempre dão as informações verbais ‘na hora certa’ – ou seja, quando os jogadores precisam dela e podem usá-la – ou ‘a pedido’, ou seja, quando o jogador sente necessidade dela, a deseja, está pronto para ela e pode fazer bom uso dela” (GEE, 2009, p. 171).

De acordo com Gee (2009, p. 172) “As pesquisas recentes sugerem que as pessoas apenas sabem o que as palavras significam e aprendem novas palavras quando conseguem ligá-las aos tipos de experiências a que elas se referem [...] Isto dá sentidos contextualizados às palavras, não apenas sentidos verbais”. E para o autor citado acima, os bons jogos digitais “[...] sempre contextualizam os significados das palavras em termos das ações, imagens e diálogos a que elas se relacionam e mostram como eles variam através de diferentes ações, imagens e diálogos” (GEE, 2009, p. 172).

Quanto à frustração prazerosa presente nos bons *games*, Gee (2009) afirma que estes jogos “[...] são percebidos como ‘factíveis’, mas desafiadores. Este é um estado altamente motivador para os aprendizes” (GEE, 2009, p. 172). O fato de ser desafiador, leva o jogador a tentar vencer, mesmo sabendo que corre o risco fracassar, condicionando-o a mais uma jogada, na busca pela vitória.

Conforme Gee (2009, p. 172), “[...] os *videogames* encorajam os jogadores a pensar sobre as relações, não sobre eventos, fatos e habilidades isolados. [...] Em nosso mundo complexo e global, tal pensamento sistemático é crucial para todos”, pois enquanto sociedade, é necessário pensar na coletividade e não apenas de maneira individual.

Quanto a explorar, pensar lateralmente, repensar os objetivos, Gee (2009, p. 172) afirma que os bons *games* “[...] encorajam os jogadores a explorar detalhadamente antes de irem adiante rápido demais, a pensar lateralmente e não só linearmente e a usar essa exploração e esse pensamento lateral para repensar os próprios objetivos de vez em quando”.

Segundo Gee (2009), os bons jogos digitais também possuem ferramentas inteligentes e conhecimento distribuído, ou seja, “Os personagens virtuais têm habilidades e conhecimentos próprios que emprestam ao jogador. [...] O conhecimento central necessário para jogar o jogo é distribuído entre um conjunto de pessoas reais e seus espertos personagens virtuais” (GEE,

2009, p. 173). Isso significa que o jogador não precisa saber e fazer tudo no jogo, pois aquilo que ele não precisa fazer ou saber, quem realiza e sabe é o personagem virtual, como por exemplo, os movimentos realizados pelo personagem do jogo.

Em bons *games*, de acordo com Gee (2009), existem equipes que são transfuncionais, ou seja, em jogos de múltiplos jogadores em que eles podem jogar em equipe, “[...] cada jogador tem um conjunto diferente de habilidades [...]. Cada jogador deve dominar sua própria especialidade (função), [...] mas entende o suficiente das especialidades dos demais para integrar-se e coordenar-se com eles (compreensão transfuncional)” (GEE, 2009, p. 173).

Para Gee (2009) os bons jogos digitais também permitem que haja uma performance do jogador, mesmo que este ainda não possua competência para jogar o *game*. Ou seja, nos bons *games*, o jogador realiza a jogada mesmo sem ter um completo conhecimento do jogo. O sujeito pode aprender a jogar jogando, tendo ao seu dispor as ferramentas inteligentes do jogo e uma rede de jogadores mais avançados que pode auxiliá-lo.

Falkembach (2006) traz em seu trabalho alguns tipos de jogos digitais educacionais. São eles: jogos de estratégia, de ação, jogos lógicos, jogos de aventura, jogos interativos, jogos treino e prática, jogos de simulação, jogos de adivinhar, jogos de passar tempo, jogos de aprender. Além disso, Falkembach (2006) relata algumas vantagens do ensino e aprendizagem por meio dos jogos digitais (FALKEMBACH, 2006, p. 5):

[...] fixa os conteúdos, ou seja, facilita a aprendizagem; permite a tomada de decisão e avaliações; dá significado a conceitos de difícil compreensão; requer participação ativa; socializa e estimula o trabalho de equipe; motiva, desperta a criatividade, o senso crítico, a participação, a competição sadia e o prazer de aprender.

Porém, Falkembach (2006) também expõe algumas desvantagens como: perda do objetivo do jogo se não for aplicado adequadamente; nem todos os conceitos podem ser explicados por meio dos jogos; a ludicidade pode se extinguir pela interferência demasiada do professor; o aluno é contrariado ao jogar por obrigação, por exigência do professor; os alunos ficam desmoteados, se as regras estabelecidas no jogo não forem compreendidas; quando a avaliação não é realizada de maneira correta, o objetivo não é alcançado.

Quanto à avaliação e a eficácia da aprendizagem baseada em jogos digitais, ou *Digital Game-Based Learning* (DGBL), que, conforme Contreras-Espinosa e Eguia-Gómez (2016), condiz à utilização de jogos digitais como suporte para o processo de ensino e aprendizagem, não há uma metodologia geral para avaliar a eficiência e a eficácia da aprendizagem por meio dos jogos digitais. Porém, estes autores destacam que “Identificar as emoções que se produzem, assim como a que se dirige a atenção do aluno, serviria para melhorar a ajuda e o *feedback*

durante o processo de ensino/aprendizagem” (CONTRERAS-ESPINOSA e EGUIA-GÓMEZ, 2016, p. 63). Além disso, destacam que:

Tanto métodos quantitativos como qualitativos, utilizando entrevistas para medir as atitudes perante o jogo, as experiências etc., e a observação para o rendimento, o comportamento depois de jogar, a tomada de decisões e as reações emocionais durante o jogo foram utilizados no contexto dos estudos da efetividade da DGBL (CONTRERAS-ESPINOSA e EGUIA-GÓMEZ, 2016, p. 63).

Contreras-Espinosa e Eguia-Gómez (2016) relatam também que as avaliações formativas e somativas estão presentes na literatura relacionada a DGBL, estando a avaliação formativa vinculada a “[...] uma avaliação progressiva e contínua que representa um processo de *feedback* que dá informações com o objetivo de melhorar o rendimento do aluno” (CONTRERAS-ESPINOSA e EGUIA-GÓMEZ, 2016, p. 67). Já a avaliação somativa “[...] determina o que um aluno aprendeu, obtendo um indicador de qualidade que normalmente é uma nota numérica” (CONTRERAS-ESPINOSA e EGUIA-GÓMEZ, 2016, p. 67).

Embora Contreras-Espinosa e Eguia-Gómez (2016) afirmarem não existir um caminho único para avaliar a efetividade da DGBL, os pesquisadores apontam algumas pautas e sugestões sobre como conduzir as pesquisas relacionadas à área, sendo estas pautas e sugestões, segundo os autores acima citados, fundamentadas em pesquisas realizadas em classes de ensino fundamental, ao passo que os mesmos são conscientes de que elas não podem ser aplicadas de maneira generalizada. As pautas e sugestões de Contreras-Espinosa e Eguia-Gómez (2016) estão listadas no Quadro 4:

**Quadro 4:** Pautas e sugestões para realizar pesquisas na área de DGBL

1. Antes do jogo	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Prestar atenção às experiências prévias, assim como às habilidades e competências com as quais contam tanto o professor como o aluno em relação à tecnologia.</li> <li>▪ Observar a atitude tanto do professor como do aluno como um ponto-chave para a investigação. No aluno pode ser um fator para desenvolver a motivação intrínseca e a extrínseca; no professor, a via para que as atividades com jogos se realizem com normalidade.</li> <li>▪ Observar o contexto: O grupo de estudantes, o compromisso da instituição, a atitude do professor etc.</li> </ul>
2. Durante o jogo	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Avaliar o rendimento do jogo com base em pontuações, no tempo alcançado pelos jogadores e/ou erros cometidos. Esse último ponto é necessário para tentar prever problemas de forma personalizada.</li> <li>▪ Avaliar a experiência vivida pelos usuários quanto ao fluxo, à imersão alcançada e aos elementos do contexto que influíram na partida.</li> </ul>
3. Depois do jogo	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observar o compromisso alcançado assim como a experiência obtida durante a sessão do jogo.</li> <li>▪ Avaliar a satisfação do jogador com o jogo; a usabilidade; teste de <i>likeability</i>; a ajuda proporcionada pelo professor (durante a sessão de jogo); a interação/colaboração/cooperação com outros estudantes e a identificação dos jogadores com o avatar.</li> </ul>
4. Em relação à aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observar a aprendizagem a curto prazo, individual e em relação aos demais estudantes.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Avaliar a satisfação do jogador com a aprendizagem alcançada, e se ela foi percebida pelo usuário.</li> <li>▪ Avaliar as alterações nos conhecimentos, nas atitudes, habilidades e intenções de comportamento.</li> <li>▪ Avaliar as alterações percebidas no grupo com a ajuda do professor.</li> </ul>
--	---

**Fonte:** Adaptado de Contreras-Espinosa e Eguia-Gómez (2016, p. 71).

Portanto, ao utilizar este recurso em prol do ensino e aprendizagem, faz-se necessário que o professor esteja disposto a ensinar por meio dos jogos digitais, investigando as possibilidades de aplicação dos jogos, explorando, planejando e organizando atividades com jogos digitais que propiciem a interação dos alunos de forma motivada, tendo em mente qual o objetivo a ser alcançado com a utilização dos *games*, fazendo boas escolhas dos jogos a serem utilizados, ou seja, utilizando jogos digitais que incorporem bons princípios de aprendizagem, levando em consideração os jogos pelos quais os alunos possam se interessar. Além disso, ao utilizar jogos digitais em contexto educacional, o professor necessita realizar uma avaliação adequada da aprendizagem por meio deste recurso.

### 3.2 Os Jogos Digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática

Os jogos digitais têm grande relevância no aprendizado do conhecimento matemático, quando propostos pelo docente de modo adequado, ou seja, quando o professor sabe (FALKEMBACH, 2006, p. 2):

[...] planejar, organizar e controlar as atividades de ensino utilizando os recursos tecnológicos apropriados a fim de criar as condições ideais para que os alunos dominem os conteúdos, desenvolvam a iniciativa, a curiosidade científica, a atenção, a disciplina, o interesse, a independência e a criatividade.

A fim de identificar pesquisas que foram realizadas no contexto dos Jogos Digitais nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, foi realizada uma RSL de dissertações e teses com os descritores “Jogos Digitais” AND “Matemática” (utilizadas como palavras-chave). Quanto aos critérios de inclusão e exclusão, foram pesquisadas apenas teses e dissertações que possuíam título e objetivos relacionados ao contexto dos JD nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, durante o período entre 2014 e 2019, no CTDC, na BDTD e no Google Acadêmico. Esta delimitação de tempo se deu devido a uma quantidade grande de trabalhos encontrados nas bases de dados quando foram realizadas pesquisas prévias sobre esta temática. Caso não fossem identificados os objetivos no resumo dos trabalhos analisados, realizava-se uma investigação dos objetivos no corpo do trabalho. As buscas e refinamentos dos trabalhos nas bases de dados ocorreram entre março de 2020 e julho de 2020. Ao pesquisar no intervalo de tempo delimitado, surgiram 59 trabalhos no CTDC, 45 trabalhos na BDTD e



4.070 trabalhos no Google Acadêmico (pesquisa por páginas em português). Mas, ao analisar os que de fato estavam relacionados aos JD nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática e que se enquadravam nos critérios de inclusão da RSL, ficaram apenas 24 trabalhos, os quais estão dispostos no Quadro 5:

**Quadro 5:** RSL sobre Jogos Digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática

TÍTULO DO TRABALHO	OBJETIVOS	AUTORES	ANO	INSTITUIÇÃO
<b>D.O.M.:</b> um modelo de game para a aprendizagem das Funções Quadráticas no Ensino Médio	<b>Geral:</b> propor a utilização de um módulo da Linguagem de Modelagem Unificada (U.M.L.) no processo de Desenvolvimento Ágil - Scrum, durante a modelagem do game denominado D.O.M. (Dispositivo Oral Móvel), de modo a possibilitar a construção de um jogo digital que permita explorações matemáticas sobre o comportamento das funções quadráticas para alunos do Ensino Médio. <b>Específicos:</b> identificar quais conceitos relativos às funções quadráticas são mais importantes e que devem ser abordados no game; utilizar das potencialidades da Linguagem de Modelagem Unificada (U.M.L.) no processo de Desenvolvimento Ágil do D.O.M..	William de Souza Santos	2014	Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC
<b>Jogo Digital Educativo para o Ensino de Matemática</b>	<b>Geral:</b> avaliar a motivação dos alunos criada a partir de um jogo digital educativo construído para o ensino de matemática. <b>Específicos:</b> relacionar algumas das principais teorias de aprendizagem com o uso de jogos digitais; mapear elementos da engenharia de software no processo de construção de jogos com propósitos educacionais; projetar e implementar um jogo educativo com ação focada na solução de problemas matemáticos; avaliar os efeitos do jogo sobre a motivação dos alunos.	Pedro Lealdino Filho	2014	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática em atividades didáticas de construção de jogos digitais</b>	<b>Geral:</b> evidenciar quais competências e habilidades da Matemática e do Pensamento Computacional podem ser mobilizadas e desenvolvidas por alunos mediante atividades didáticas que envolvam a construção de jogos digitais. <b>Específicos:</b> como conhecimentos prévios em Matemática podem ser mobilizados durante o desenvolvimento do Pensamento Computacional? Que competências e habilidades do Pensamento Computacional são desenvolvidas pelos alunos durante uma oficina de construção de jogos digitais? Como a construção de jogos digitais influencia a motivação dos alunos para	Thiago Schumacher Barcelos	2014	Universidade Cruzeiro do Sul

	<p>mobilizar e/ou desenvolver competências e habilidades? Como as competências e habilidades matemáticas dos alunos se modificam ao longo da participação em uma oficina de construção de jogos digitais?</p>			
<p><b>Jogos Digitais no ensino de Matemática – o desenvolvimento de um instrumento de apoio ao diagnóstico das concepções dos alunos sobre diferentes representações dos Números</b></p>	<p><b>Geral:</b> apresentar uma ferramenta gerada para o apoio do diagnóstico das dificuldades e facilidades dos alunos, para que o professor melhore suas aulas, por meio da construção, validação e análise de um programa de computador baseado em conceitos de <i>game design</i>, com abordagem de conteúdos da matemática para o ensino fundamental.</p> <p><b>Específicos:</b> compreender como aplicar as teorias do <i>game design</i> na construção de <i>software</i> para uso educacional; identificar formas de uso deste tipo de <i>software</i> em atividades voltadas para o ensino de matemática; diagnosticar as dificuldades individuais e coletivas dos estudantes, após a utilização do <i>software</i> desenvolvido.</p>	<p>Helio Fernando Gomes Maziviero</p>	<p>2014</p>	<p>Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP</p>
<p><b>Saberes docentes para promoção de aprendizagem em Ciências e Matemática a partir do desenvolvimento de Jogos Digitais</b></p>	<p><b>Geral:</b> identificar saberes docentes para a adoção de uma proposta pedagógica de ensino e a aprendizagem de ciências e matemática baseada no desenvolvimento de jogos digitais, e identificar as fontes dos saberes mobilizados por professores no planejamento de uma proposta pedagógica experimental de desenvolvimento de jogos digitais na educação.</p> <p><b>Específicos:</b> observar, descrever e analisar uma experiência de desenvolvimento de jogos digitais em uma escola pública de ensino médio; desenvolver, realizar e pesquisar um curso semipresencial de formação continuada para professores interessados em utilizar o DJDE<sup>24</sup>; identificar os saberes mobilizados pelos professores participantes do curso semipresencial de DJDE.</p>	<p>Fernando Celso Villar Marinho</p>	<p>2014</p>	<p>Universidade Federal do Rio de Janeiro</p>
<p><b>O Jogo em jogo: a contribuição dos games no processo de aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental</b></p>	<p><b>Geral:</b> investigar como a utilização de jogos digitais contribui com o processo de aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental.</p> <p><b>Específicos:</b> mapear os principais processos cognitivos utilizados pelos estudantes no momento do jogo; identificar como o jogo auxilia na formação de conceitos, a partir da aprendizagem proposta pelo game; avaliar a influência do contexto sócio-interacional na aprendizagem com jogos digitais.</p>	<p>Carla Alexandre Barboza de Sousa</p>	<p>2015</p>	<p>Universidade Federal de Pernambuco</p>

<sup>24</sup> Desenvolvimento de Jogos Digitais na Educação básica

<p><b>A Experiência Matemática no Universo dos Jogos Digitais:</b> o processo do jogar e o raciocínio lógico e matemático</p>	<p><b>Geral:</b> identificar e analisar as ações dos jogadores ao jogarem um <i>game</i>, elaborado por nós, e solucionarem <i>puzzles</i>. <b>Específicos:</b> investigar se e quais experiências matemáticas emergem desse ato de jogar.</p>	Cristiano Natal Tonéis	2015	Universidade Anhanguera de São Paulo
<p><b>Os Jogos Online como ferramentas na Resolução de Problemas com o uso de Tecnologias Digitais</b></p>	<p><b>Geral:</b> promover a integração da atividade de resolução de problemas, na aula de Matemática, recorrendo à utilização pedagógica de recursos tecnológicos para favorecer a aprendizagem da Matemática. <b>Específicos:</b> explorar aplicativos, em especial, jogos online e investigar a forma como eles podem potencializar a resolução de problemas de Matemática; promover a atividade da resolução de problemas nas aulas de Matemática juntamente com a utilização pedagógica de recursos tecnológicos na resolução de problemas de Matemática.</p>	Neiva Althaus	2015	Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social-FUVATES
<p><b>Jogos pedagógicos digitais na formação inicial de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental</b></p>	<p><b>Geral:</b> compreender e analisar como o currículo de licenciatura em pedagogia tem preparado docentes competentes para ensinar conteúdos da matemática veiculados nos anos iniciais do ensino fundamental, valendo-se também dos recursos digitais da informação e da comunicação em particular os jogos digitais. <b>Específicos:</b> identificar, explicitar e analisar as concepções que os estudantes de pedagogia apresentam sobre tecnologia, desenvolvimento humano, aprendizagem e matemática; identificar e analisar as percepções que os estudantes de pedagogia apresentam sobre jogos pedagógicos digitais no ensino de matemática; analisar como nos planos de ensino das disciplinas estão presentes as TIC e demais condições relacionadas com a formação de um professor capaz de organizar uma educação de qualidade; identificar o uso que os alunos fazem dos recursos da tecnologia e as dificuldades encontradas no manejo destes recursos.</p>	Alan de Santana Brito	2016	Universidade Cruzeiro do Sul
<p><b>Uso de jogos digitais como artefatos para o ensino de função do primeiro e segundo graus</b></p>	<p><b>Geral:</b> explorar os jogos digitais Angry Birds, Cut The Hope e Terraria, utilizando-os como artefatos para o ensino de função do primeiro e segundo graus. <b>Específicos:</b> pesquisar o interesse e hábitos dos alunos frente a jogos digitais; identificar os tipos de dispositivos tecnológicos digitais utilizados pelos alunos; conhecer outras investigações que utilizam o uso de jogos digitais na educação; criar ambientes virtuais de comunicação para promover debates</p>	Rodrigo Farias Gama	2016	Universidade Federal de Pelotas

	entre os alunos (Blog, Facebook, WhatsApp); analisar o desempenho dos alunos frente às atividades com o uso de jogos digitais; elaborar ao final do trabalho uma proposta de como utilizar o jogo digital como artefato auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.			
<b>Jogos Digitais e o Ensino de Matemática a partir dos Estilos de Aprendizagem de Felder</b>	<b>Geral:</b> analisar os impactos proporcionados pelo uso dos jogos digitais selecionados para os alunos do quinto ano do ensino fundamental de nove anos, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a partir das contribuições relativas aos estilos de aprendizagem apresentados por Felder. <b>Específicos:</b> classificar os alunos de acordo com os estilos de aprendizagem apresentados por Felder; selecionar os jogos digitais a partir dos estilos de aprendizagem apresentados por Felder; analisar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a partir do uso dos jogos digitais, considerando o referencial teórico de Vygotsky; refletir sobre as contribuições do uso dos estilos de aprendizagem de Felder na construção de estratégias de ensino para a aprendizagem de Matemática no 5º ano do ensino fundamental.	Carmen Horacina da Silva Carvalho	2016	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense
<b>Construção de conhecimento matemático a partir da produção de Jogos Digitais em um ambiente construcionista de aprendizagem: possibilidades e desafios</b>	<b>Geral:</b> compreender o processo de construção do conhecimento de matemática a partir da elaboração e desenvolvimento de jogos digitais de estudantes do Ensino Fundamental em um ambiente construcionista de aprendizagem. <b>Específicos:</b> construir um projeto de matemática, denominado <i>Mattics</i> (lê-se Matíquis), com alunos do ensino fundamental, que se estrutura e se remonta como campo, além de pedagógico, investigativo à presente pesquisa tanto para a produção de dados, quanto para construção das categorias/movimentos de análise; refletir sobre os conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados ao construir um jogo digital na região de investigação do ensino fundamental; refletir sobre como se dá o processo dessa construção em um ambiente de aprendizagem construcionista,	Greiton Toledo de Azevedo	2017	Universidade Federal de Goiás
<b>Jogos digitais educativos e o ensino da matemática: diferentes olhares e experiências</b>	<b>Geral:</b> analisar a percepção dos docentes sobre a utilização dos jogos digitais da plataforma Mangahigh no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, buscando identificar as possíveis contribuições e limitações do uso de games na matemática realizado a partir das modalidades “sala” e “kit”	Jocilea de Souza Tatagiba	2017	Universidade do Estado do Rio de Janeiro

	<p>oferecidas pelo programa Sesi Matemática.</p> <p><b>Específicos:</b> contextualizar o processo de gamificação que utiliza jogos digitais voltados para o ensino de matemática no ambiente escolar; angariar pistas sobre a percepção do professor quanto ao desenvolvimento de habilidades relacionadas ao uso dos jogos digitais da plataforma Mangahigh.</p>			
<p><b>Aplicativos do Sistema Operacional Android na aprendizagem de Matemática:</b> aplicativos e jogos digitais</p>	<p><b>Geral:</b> analisar as potencialidades de alguns aplicativos e jogos digitais do sistema Android como ferramenta de mediação, na aprendizagem de Matemática.</p> <p><b>Específicos:</b> discutir a contribuição dos aplicativos contidos no sistema Android frente ao processo de aprendizagem da Matemática; utilizar de aplicativos e jogos digitais nas aulas de função exponencial; identificar os dispositivos móveis como ferramentas facilitadoras na aprendizagem da Matemática; fazer uso das tecnologias existentes, na escola, como ferramentas motivacionais, na aprendizagem da Matemática.</p>	Leonardo Augusto de Figueiredo Gomes	2017	Universidade Estadual da Paraíba
<p><b>Ensino de Matemática e Jogos Digitais:</b> um estudo etnomatemático nos Anos Iniciais</p>	<p><b>Geral:</b> investigar os jogos de linguagem matemáticos que emergem na forma de vida digital de alunos do Quarto Ano do Ensino Fundamental e suas semelhanças de família com aqueles usualmente presentes na Matemática Escolar.</p> <p><b>Específicos:</b> proporcionar a duas turmas de alunos do Quarto Ano do Ensino Fundamental, por meio de práticas pedagógicas investigativas, atividades centradas em jogos digitais; examinar os jogos de linguagem relativos à prática de brincadeiras que emergem na infância dos antepassados e suas semelhanças de família com aqueles exercidos pelos discentes; problematizar mudanças ocorridas, ao longo das décadas, nas brincadeiras com a introdução dos jogos digitais.</p>	Tatiane Cristine Bernstein	2017	Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social - FUVATES
<p><b>Estudo sobre as potencialidades do Jogo Digital Minecraft para o ensino de Proporcionalidade e tópicos de Geometria</b></p>	<p><b>Geral:</b> analisar as potencialidades do jogo digital Minecraft para o ensino de proporcionalidade e tópicos de geometria plana e espacial em uma situação real de aprendizado.</p> <p><b>Específicos:</b> verificar como os estudantes relacionam os conhecimentos explorados na sequência de ensino com a construção de conceitos de proporcionalidade e tópicos de geometria plana e espacial; analisar a ocorrência, ou não, de uma mudança significativa na motivação e na relação com a aprendizagem desses conceitos e de outras habilidades, tais como, a</p>	Hudson William da Silva	2017	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

	colaboração entre os estudantes, a visão crítica do conteúdo a ser estudado, a criatividade dos estudantes na resolução das sequências.			
<b>A interatividade dos jogos digitais na aprendizagem Matemática:</b> uma discussão em Neurociência	<b>Geral:</b> verificar as funções cognitivas de atenção e memória de estudantes em atividade com jogos digitais online de Matemática. <b>Específicos:</b> (não encontrado no trabalho)	Síndia Liliâne Demartini da Silva	2017	Universidade Federal da Fronteira Sul
<b>Mundo virtual Minecraft:</b> Um contexto de aprendizagens de conceitos geométricos	<b>Geral:</b> verificar se o game digital Minecraft, em sua versão comercial, contribui para o avanço dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. <b>Específicos:</b> Fazer atividades que levantem as dificuldades dos alunos e para saber em qual nível de Van Hiele eles se encontram; Utilizar o jogo digital Minecraft como mediação para construir conceitos geométricos.	Ana Lúcia da Silva	2018	Universidade Estadual da Paraíba
<b>Os jogos digitais como qualificadores da aprendizagem de frações</b>	<b>Geral:</b> investigar os benefícios no processo de aprendizagem de frações evidenciados com o uso de jogos digitais com diferentes representações semióticas dos números fracionários. <b>Específicos:</b> introduzir o jogo digital na aula de frações; desmistificar a visão estereotipada da matemática por parte dos alunos; aproximar os conceitos trabalhados com o cotidiano do aluno; estimular o trabalho em grupo; associar diferentes representações semióticas a um mesmo número fracionário; reduzir a cronologia do processo cognitivo.	Leandro Boszko	2018	Universidade de Passo Fundo
<b>Jogos Digitais e Probabilidades:</b> uma possibilidade de Ensino Interdisciplinar	<b>Geral:</b> desenvolver jogos pedagógicos digitais para o ensino de probabilidade em uma perspectiva interdisciplinar com alunos do Ensino Fundamental. <b>Específicos:</b> analisar as indicações das pesquisas na área da Educação/Educação Matemática/Ensino de Ciências quanto ao ensino de probabilidade para o desenvolvimento de jogos pedagógicos digitais; observar se há motivação dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade frente aos jogos pedagógicos digitais Roleta Probabilística e Meteoritos.	Josevandro Barros Nascimento	2018	Universidade Federal da Paraíba
<b>Jogos Digitais no Ensino da Matemática:</b> uma intervenção colaborativa no laboratório de Informática	<b>Geral:</b> analisar os resultados de uma intervenção na aula de Informática, por meio de jogos digitais que contemplem o conteúdo matemático, com alunos do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. <b>Específicos:</b> identificar estudos (teses e dissertações) que relacionaram jogos digitais e o ensino de matemática na escola; analisar os resultados de uma	Lisandra Costa Pereira Kirnew	2018	Universidade Pitágoras Unopar

	<p>intervenção realizada por meio de jogos digitais que contemplem o conteúdo matemático; conhecer as percepções de professores e alunos sobre o uso das tecnologias para o ensino e aprendizagem da matemática; conhecer as percepções de professores e alunos sobre o uso dos jogos digitais para o ensino e aprendizagem da matemática, após intervenção; conhecer as percepções de professores e alunos sobre a articulação dos conteúdos trabalhados no ensino regular com a aula de Informática.</p>			
<p><b>Interação com Jogos Digitais de Matemática no Ensino Médio:</b> um estudo de caso envolvendo o tópico de área</p>	<p><b>Geral:</b> identificar e analisar as contribuições de jogos digitais para o processo de ensino e aprendizagem do tópico de área em uma turma de 2ª Série do Ensino Médio de uma escola estadual de Linhares – ES.</p> <p><b>Específicos:</b> identificar características de usabilidade de alguns jogos digitais; avaliar o aprendizado do conceito de área por estudantes da 2ª Série do Ensino Médio durante a interação com jogos digitais educativos.</p>	<p>Aminadabe de Farias Aguiar Queiroz</p>	<p>2019</p>	<p>Universidade Federal do Espírito Santo</p>
<p><b>A utilização e o desenvolvimento de Jogos Digitais para o Ensino de Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.</b></p>	<p><b>Geral:</b> analisar se a utilização e construção de jogos no 9º ano do ensino fundamental II promovem uma melhor aprendizagem em matemática.</p> <p><b>Específicos:</b> avaliar, por meio de atividades aplicadas aos alunos participantes da pesquisa e pertencentes ao 9º ano, antes e após a utilização, se a construção do jogo digital contribuiu para a aprendizagem matemática; verificar, por meio de questionários aplicados aos alunos participantes da pesquisa e pertencentes ao 9º ano, se as estratégias empregadas na utilização e construção dos jogos, despertaram mais motivação na aprendizagem dos alunos; realizar comparação entre as notas dos alunos participantes da pesquisa e pertencentes ao 9º ano, do 1º bimestre sem o trabalho com jogos e 2º bimestre após o trabalho com jogos, a fim de verificar se houve melhora no desempenho dos mesmos.</p>	<p>Daniela Costa Parada Sampaio</p>	<p>2019</p>	<p>Universidade Metropolitana de Santos</p>
<p><b>Avaliação do estado de interesse e do estado de fluxo por meio de Jogos Digitais Educacionais no Ensino da Matemática</b></p>	<p><b>Geral:</b> investigar se a experiência de fluxo em jogos educacionais digitais está relacionada com o estado de interesse do estudante no ensino da Matemática.</p> <p><b>Específicos:</b> avaliar a ocorrência do estado de fluxo e de interesse do aluno durante o jogo; verificar se a experiência de fluxo se relaciona com o interesse do aluno; verificar se o interesse promove o estabelecimento de novas ligações de conteúdo.</p>	<p>Ivana Lima Lucchesi</p>	<p>2019</p>	<p>Universidade Federal do Rio Grande do Sul</p>

Fonte: A autora (2020).

Dos 24 trabalhos analisados entre os anos 2014 e 2019 que discutem sobre Jogos Digitais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, cujos títulos e objetivos estão dispostos no Quadro acima, 4 trabalhos são teses e 20 são dissertações. Os conteúdos abordados nos trabalhos listados no Quadro 5 foram variados: função afim; função quadrática; função exponencial; plano cartesiano; intervalos numéricos; proporcionalidade; números naturais; números inteiros; números racionais; sistema de numeração decimal; sistema monetário; equações lineares; conjuntos; análise combinatória; matrizes e determinantes; raciocínio lógico e matemático; geometria plana; geometria espacial; geometria analítica; trigonometria; operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão); probabilidade; progressão aritmética. Vale ressaltar que, em cada trabalho, os jogos digitais abordavam um ou mais de um conteúdo. Além disso, destaca-se que o conteúdo de P.G. não foi abordado em nenhum jogo digital dos 24 trabalhos encontrados. Destes, 20 utilizaram jogos digitais educacionais. Em 4 trabalhos destes 20, os jogos digitais foram construídos pelos alunos investigados na pesquisa e em 7 dos mesmos 20 trabalhos, o jogo foi elaborado ou customizado pelo pesquisador. Destes 7 trabalhos, em apenas 6 deles o jogo foi aplicado e foram produzidos os dados sobre a utilização do jogo digital. Estes 6 trabalhos pertencem aos autores: Lealdino Filho (2014), Maziviero (2014), Tonéis (2015), Boszko (2018), Nascimento (2018) e Lucchesi (2019).

A pesquisa de Lealdino Filho (2014) foi do tipo experimental com abordagem qualitativa e quantitativa, utilizando um grupo controle e um grupo experimental (alunos do 6º ano do Ensino Fundamental), com o objetivo de “avaliar a motivação dos alunos criada a partir de um jogo digital educativo construído para o ensino de matemática” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 14). Este jogo foi construído pelo autor por meio da linguagem de programação *Flash ActionScript*, em plataforma *flashplayer*. O jogo é classificado como jogo de aventura, “[...] onde o personagem principal deve resolver problemas matemáticos para alcançar o objetivo final do jogo” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 32), foi programado para utilização em computador e o nome do jogo é “As aventuras de Simon Bile”. O jogo em questão possui duas fases e os conteúdos matemáticos nele abordados tratam “[...] sobre os dois primeiros descritores do conteúdo Espaço e Forma, presentes na matriz de referência da Prova Brasil” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 43). O autor acima citado considerou em hipótese inicial “[...] que a motivação das crianças com relação à resolução de problemas em matemática não seria positiva mesmo com a utilização de um jogo digital educativo de matemática” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 62). Além disso, outra hipótese foi levantada: a de “[...] que o desempenho na resolução de problemas de matemática dos alunos do grupo experimental seria igual ao grupo



de controle” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 62). A primeira hipótese foi negada a partir da análise dos instrumentos utilizados na pesquisa. De acordo com Lealdino filho (2014, p. 62):

O questionário apontou em todas as categorias assinaladas, índices positivos. Isso mostra que é possível ter um direcionamento dos alunos à favor da resolução de problemas de matemática. As filmagens mostram alunos que se esforçam para realizar a atividade proposta e ficam tristes quando não conseguem passar de fase ou quando acabam o jogo.

Quanto à segunda hipótese, o autor citado acima revela que obteve “[...] resultados positivos para o grupo experimental mas não estatisticamente significativos. Talvez um resultado mais significativo fosse possível se tivéssemos mais fases no jogo ou mais detalhamento em alguns problemas” (LEALDINO FILHO, 2014, p. 62) e conclui que:

[...] não foi possível realizar um estudo com uma amostra que nos permitisse tirar conclusões definitivas sobre o desempenho dos alunos que utilizaram o jogo daqueles que não utilizaram. Mas, para o foco principal do trabalho, tivemos resultados positivos sobre a motivação dos alunos após a utilização do jogo. Portanto é possível melhorar a motivação dos alunos com relação a matemática introduzindo práticas que envolvam jogos digitais educativos que, momentaneamente, mudam a opinião dos alunos perante a prática da disciplina (LEALDINO FILHO, 2014, p. 63).

A pesquisa de Maziviero (2014) teve abordagem qualitativa e quantitativa, com o objetivo de utilizar o jogo digital construído por ele como recurso para diagnosticar as “[...] dificuldades e facilidades dos alunos, para que o professor melhore suas aulas, por meio da construção, validação e análise de um programa de computador baseado em conceitos de *game design*” (MAZIVIERO, 2014, p. 22). Esta pesquisa foi realizada com um grupo de alunos de uma única turma de 9º ano do Ensino Fundamental e com o professor da referida turma. O jogo digital utilizado na pesquisa foi construído com tecnologia HTML5<sup>25</sup> baseado em *Javascript*, sendo considerado como jogo multiplataforma, funcionando tanto em computador, quanto em dispositivos móveis. Os conteúdos abordados no jogo são: números naturais, números inteiros e números racionais. “O jogo contempla três elementos básicos: a interface do aluno, composta por elementos jogáveis; a interface do professor, composta por elementos de análise em tempo real; e o servidor de transmissão e armazenamento dos dados” (MAZIVIERO, 2014, p. 10). O tema do jogo digital é um campeonato de futebol e é composto por 8 níveis básicos mais níveis extras. O nível 1 contém desafios relativos aos números naturais, os níveis 2 e 3 referentes aos números inteiros e, entre os níveis 4 e 8, os desafios referem-se aos números racionais.

Durante a aplicação do jogo, o professor da turma acompanhou o desempenho dos alunos utilizando um *tablet* e também foi entrevistado pelo autor da pesquisa. Segundo

---

<sup>25</sup> *Hypertext Markup Language* – versão 5

Maziviero (2014, p. 99): “Com os jogos digitais, o aluno pode aprender sem a pressão de cometer erros e sentir-se constrangido. A partir desses erros, os professores também podem aprender mais sobre seus alunos, gerando material para uma aula melhor preparada”. Além disso, o autor citado acima conclui, a partir dos resultados de sua pesquisa, que “[...] os jogos digitais utilizados como ferramenta de diagnóstico dos alunos representam uma contribuição relevante que deve ser estimulada” (MAZIVIERO, 2014, p. 99). O autor citado acima considera ter alcançado os objetivos da pesquisa e afirma que seu trabalho traz as seguintes contribuições para o ensino de Matemática: oferece “[...] um jogo digital com capacidade de gerar informações suficientes para que o professor identifique as características de seus alunos em relação a conteúdos de matemática, melhorando seu processo de ensino” (MAZIVIERO, 2014, p. 100), sendo este um recurso “[...] de apoio individualizado em tempo real, pelo qual o professor consegue ensinar seus alunos individualmente, sem que haja uma dispersão dos outros estudantes, pois estão participando do processo de outra forma” (MAZIVIERO, 2014, p. 100).

Tonéis (2015), em sua pesquisa de doutorado, teve como objetivo “[...] elaborar um *game*, identificar e analisar as ações dos jogadores ao jogarem esse *game* e solucionarem *puzzles*. Especificamente diante da imersão e exploração neste universo vamos investigar se e quais experiências matemáticas emergem deste ato de jogar.” (TONÉIS, 2015, p. 27). A metodologia utilizada em sua pesquisa foi o *Design Based Research*<sup>26</sup> (DBR) e os participantes da pesquisa foram três alunos que estavam no 3º semestre de graduação em Tecnologia em Jogos Digitais. Os alunos investigados foram gravados enquanto jogavam e suas conversas foram transcritas para posterior análise.

O nome do jogo digital em 3D elaborado por Tonéis (2015), juntamente com os colaboradores Gabriel Marques e Eoghan Cowan, é *Wind Phoenix: Tales of Prometheus*, classificado com jogo de RPG com aventura e *puzzles* lógico-matemáticos. Inicialmente, a plataforma do jogo escolhida foi a linguagem *Unreal Developer Kit* (UDK), migrando depois para a *Unreal 4* (U4). No *game*, os jogadores são desafiados por meio de *puzzles* que envolvem raciocínio lógico e matemático, sem focar em um conteúdo específico. Segundo Tonéis (2015) o jogo digital *Wind Phoenix* é um jogo epistemológico, tornando fundamental a presença de *puzzles* no *game* elaborado por ele, pois considera o *puzzle* como sendo uma “[...] estrutura ou ainda como um espaço propício para o desenvolvimento e produção de conhecimentos mediante a ação” (TONÉIS, 2015, p. 20). O autor acima citado também considera que um jogo epistemológico é

---

<sup>26</sup> Pesquisa baseada em Design

[...] todo jogo digital que por meio de uma narrativa e de uma estrutura composta por *puzzles* ofereça ao jogador um espaço plural que favoreça encontros ou descobertas em meio a situações e ações que demandem o desenvolvimento e utilização do *raciocínio lógico e matemático* (TONÉIS, 2015, p. 20).

Tonéis (2015) elaborou um *game* que pode ser utilizado em ambiente escolar e para além dele, visando a “[...] produção de *games* que, desenvolvendo o raciocínio lógico e matemático, formem aprendizes capazes de refletir, planejar, testar” (TONÉIS, 2015, p. 22). Este, é “[...] um universo no qual o jogador possa aventurar-se e encontrar personalidades da história da Matemática, tais como Pitágoras, Tales de Mileto, Arquimedes, Sócrates, Platão, Aristóteles entre muitos outros nomes, [...]” (TONÉIS, 2015, p. 24), favorecendo o desenvolvimento de estratégias, a solução dos desafios, o enfrentamento dos obstáculos. O *Wind Phoenix* é, de acordo com Tonéis (2015, p. 26):

[...] um *game* cuja narrativa ou história se passa na Grécia Antiga nos estabelece um novo contexto, uma nova dinâmica, proporcionando nas descobertas pessoais o processo de pesquisa que emerge por meio de contrastes destas experiências vividas. Experiências que carregam fatores emocionais e fortalecem o engajamento na história da mesma forma que podem servir como pano de fundo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático por meio dos *puzzles*.

Conforme Tonéis (2015, p. 56), o universo dos *games* é “uma extensão do mundo vivido”. O autor acima citado também considera “[...] os jogos digitais como um espaço propício para a produção de conhecimento via nossas ações” (TONÉIS, 2015, p. 61), onde o jogador, por meio da imaginação e criatividade, desenvolve o raciocínio lógico e matemático em busca da resolução dos problemas e desafios propostos e, a avaliação desse desenvolvimento, da produção do conhecimento durante o jogo, é realizada pelo resultado das ações do jogador no *game*. Como resultados, Tonéis (2015) elenca alguns objetos matemáticos que emergiram nas ações dos jogadores durante o jogo. São eles:

O processo de enunciação de problemas lógicos – *puzzle*; Superação da “tentativa e erro” para processos de resolução de problemas, com criação de conjecturas, levantamento de dados e testes e análise do efeito; Capacidade de pensamento estratégico; Atenção e observação aos detalhes do *game*, como *bugs* ou efeitos/*feedbacks*, denotando um significativo aumento na capacidade de concentração nas ações; A temática do *puzzle* do reservatório era sequências de figuras e padrões, então ao superarem esse *puzzle* demonstraram compreender a mecânica e completaram a sequência corretamente; Contextualizar questões de porcentagem dentro do *game*, como nível de vida a partir da porcentagem de dano; Ampliação da criatividade, ao passo que assumem um papel no jogo e a constante produção de simulações; A ideia de proporção em termos fracionários, ou seja, o nível de exploração do mapa do jogo dado pela quantidade de *puzzles* existentes e resolvidos questionados pelos jogadores (TONÉIS, 2015, p. 105-106).

Tonéis (2015) ainda elenca “três aspectos que impactaram diretamente nos objetos matemáticos observados” (TONÉIS, 2015, p. 106). São eles: a escolha da linguagem de

programação UDK; a “mecânica proposta na parametrização dos *puzzles*” (TONÉIS, 2015, p. 106) e a “composição narrativa do *game* e a adequação dos *puzzles*” (TONÉIS, 2015, p. 106). Ademais, o autor citado acima também apresenta três aspectos que ficaram evidentes a partir de sua pesquisa (TONÉIS, 2015, p. 108):

É possível desenvolver jogos epistemológicos em 3D com qualidade comercial; A utilização com o caráter de convite, aparentemente descomprometida, se apresenta de forma prazerosa e assim motivadora; A utilização de jogos digitais em ambientes de aprendizagens tangencia uma proposta pedagógica que deve implicar a produção do próprio *game* ou em sua escolha.

Assim, Tonéis (2015, p. 110) conclui que “[...] com os desafios que aceitamos e enfrentamos de forma contextualizada em uma aventura de um jogo digital encontramos diversas formas da Matemática se apresentar e nos tocar em sua forma essencial, para a vida”.

Boszko (2018), em sua pesquisa de abordagem qualitativa, teve como objetivo principal investigar os benefícios dos jogos digitais no processo de aprendizagem de frações em suas diferentes representações semióticas, com base na teoria da representação semiótica de Reymond Duval, bem como na teoria histórico-cultural de Vigotsky. Os participantes de sua pesquisa foram 9 alunos de uma turma de 8º ano do Ensino fundamental de uma escola indígena e o conteúdo abordado foi Frações. Boszko (2018) elaborou uma sequência didática contendo aula expositiva dialogada, bem como 5 jogos digitais e aplicou para os participantes da pesquisa. Também aplicou um questionário diagnóstico antes da sequência didática e um questionário final, após a sequência. Dos 5 jogos utilizados na pesquisa, o autor citado acima elaborou o *game* chamado Show da fração, que foi utilizado no último encontro. O jogo foi construído pelo Power Point e possui dois níveis em forma de quiz, onde o objetivo do jogo é acertar até a última pergunta e ganhar um milhão! A turma foi dividida em dois grupos e cada grupo respondeu a 16 questões com grau de dificuldade semelhante, segundo Boszko (2018). Cada grupo tinha 90 segundos para responder cada pergunta. Se errassem, o jogo reiniciava. O grupo vencedor seria o que respondesse as 16 questões corretamente em menos tempo. Segundo o autor citado anteriormente, a escolha pelo 8º ano se deu pelo fato de que os alunos da escola em questão

[...] até o quinto ano trabalha exclusivamente com letramento em Kaingang; iniciando os trabalhos com a língua portuguesa somente a partir do sexto ano. Este fato impossibilita/dificulta a interpretação de problemas matemáticos e a utilização de representações simbólicas no processo de construção de conceitos, [...] Além disso, os conceitos relacionados às frações são quase nulos no sexto ano, [...] (BOSZKO, 2018, p. 41).

Ao analisar o questionário diagnóstico inicial, Boszko (2018) percebeu que o aprendizado sobre frações estava aquém do esperado para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental “[...] e que a interpretação do enunciado das questões é um problema no tangente a língua. Por outro lado, a percepção a partir de figuras é extremamente aguçada” (BOSZKO, 2018, p. 45). O autor citado acima também identificou, durante as aulas expositivas dialogadas, o quanto era frágil o conhecimento dos alunos acerca da equivalência de frações. Encerrada a sequência didática, Boszko (2018) aplicou o questionário final e percebeu que houve “[...] um avanço em relação ao primeiro questionário aplicado; eles não deixaram de responder nenhuma questão, [...] Houve questões com margens grandes de acertos, e os acertos se sobrepuseram aos erros” (BOSZKO, 2018, p. 49). O autor também afirma que “[...] a aplicação dos jogos digitais envolvendo diversos tipos de representação semiótica fizeram com que os alunos reconhecessem o conceito da parte-todo representado de diversas formas, bem como conseguissem realizar as atividades com maior índice de acertos” (BOSZKO, 2015, p. 52). Em suma, o autor citado acima conclui que o *game* “[...] trouxe aos alunos algo então inédito: o uso de computadores para a aprendizagem. E trouxe a mim algo esperado: a notável contribuição na aprendizagem do conceito de frações” (BOSZKO, 2018, p. 54).

Nascimento (2018) realizou uma pesquisa com abordagem qualitativa, onde o objetivo principal foi “[...] desenvolver jogos pedagógicos digitais para o ensino de probabilidade em uma perspectiva interdisciplinar com alunos do Ensino Fundamental” (NASCIMENTO, 2018, p. 3). Os dois jogos digitais construídos pelo pesquisador foram “Roleta Probabilística” e “Meteoritos”, por meio da modelagem computacional. Os *games* foram construídos para utilização em computador, porém o autor não informa que *software* utilizou para a construção deles. Estes *games* foram utilizados pelos alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, os quais participaram de sua pesquisa. Especificamente, os jogos foram construídos no intuito de

[...] retomar conceitos matemáticos importantes para a compreensão dos conceitos probabilísticos, [...] No jogo Roleta Probabilística exploramos a análise das chances de números pares e ímpares serem sorteados em uma roleta, identificação dos números pares e ímpares, conceitos probabilísticos clássico e frequentista. O jogo Meteoritos envolve a análise das chances de destruir o maior número de meteoritos a partir da percepção de conceitos geométricos de diversas variáveis como: distância, posição relativa e diâmetro (NASCIMENTO, 2018, p. 49).

Tanto o jogo digital Roleta Probabilística, quanto o Meteoritos, possuem 3 fases. Em ambos os *games*, aparecem perguntas a serem respondidas pelo jogador, bem como é dado um *feedback* sobre sua resposta à pergunta lançada. No *game* Roleta Probabilística, 29 alunos jogaram individualmente no primeiro encontro e no segundo, 28 alunos jogaram em duplas o

*game* Meteoritos. Os instrumentos para a produção dos dados foram: gravação de áudio das falas dos alunos; capturas de tela dos jogos; diário de campo do professor-pesquisador. Quanto ao jogo Roleta Probabilística, Nascimento (2018, p. 75) conclui, após a análise dos dados produzidos, que o jogo “[...] pode proporcionar o aprendizado da matemática significativo e dinâmico, pode ainda trazer alguns dados importantes para o professor, como a avaliação da compreensão de números pares e ímpares e de probabilidades clássica e frequentista”. Quanto ao Meteoritos, o autor citado acima afirma que o *game* pode

[...] indicar dados importantes para o professor, como a avaliação da compreensão de conceitos geométricos como posição relativa, distância, diâmetro/área e suas relações com probabilidade no contexto apresentado no jogo. O jogo pode desencadear reflexões sobre os conceitos frequentista, axiomático e geométrico de probabilidades (NASCIMENTO, 2018, p. 80).

Nascimento (2018, p. 81) também acredita que “[...] o jogo pelo jogo pode não trazer o resultado esperado como recurso de ensino e aprendizagem, mas aliado às discussões e problematizações promovidas pelo professor no coletivo da sala de aula, seus objetivos podem ser potencializados”. Além disso, o autor citado anteriormente afirma que foi possível observar o envolvimento dos alunos de maneira “[...] autônoma e dinâmica nos jogos. Eles manifestaram adrenalina e sentimento de prazer em realizar as fases” (NASCIMENTO, 2018, p. 82), podendo assim “[...] contribuir com a formação do pensamento probabilístico dos alunos no ensino fundamental” (NASCIMENTO, 2018, p. 83).

Lucchesi (2019) em sua pesquisa objetivou “investigar se a experiência de fluxo<sup>27</sup> em jogos educacionais digitais está relacionada com o estado de interesse do estudante no ensino da Matemática” (LUCCHESI, 2019, p. 17), com uma abordagem qualitativa e quantitativa do tipo experimental. Participaram da pesquisa alunos de turmas do Ensino Médio noturno. Cada turma foi dividida em dois grupos: o grupo controle e o grupo experimental. O jogo digital utilizado na pesquisa de Lucchesi (2019) foi um *game* de aventura em 2D, que está disponível para customização na plataforma Recursos Educacionais Multiplataforma Abertos na Rede (REMAR)<sup>28</sup>, programado em linguagem HTML5 e tem por título “Em busca do Santo Grau”. Portanto, este *game* não foi elaborado por Lucchesi (2019), mas foi customizado por ela.

---

<sup>27</sup> “[...] é um estado subjetivo de profundo envolvimento durante a qual as pessoas sentem-se motivadas a persistir na tarefa, estado alcançado quando os desafios estão alinhados as habilidades, visando o alcance de uma meta clara” (LUCCHESI, 2019, p. 5).

<sup>28</sup> “[...] um projeto iniciado no Laboratório de Objetos de Aprendizagem (LOA) da Universidade Federal de São Carlos, que tem apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP)” (LUCCHESI, 2019, p. 51).

De acordo com Lucchesi (2019), a plataforma *Web REMAR* disponibiliza os recursos digitais para três perfis de usuários: “desenvolvedores, professores e estudantes” (LUCCHESI, 2019, p. 52). Para professores, a plataforma permite: a customização dos *games*; a criação de grupo de alunos na plataforma, sendo possível compartilhar com eles os *games* customizados e acompanhar o desempenho deles nos jogos; o acesso aos *games* customizados nos formatos *Web*, *Desktop* e *Android*; a coleta de metadados. Lucchesi (2019) afirma que, no *game* utilizado na pesquisa, o jogador “[...] assume o papel da protagonista do jogo ‘Ariel’ que se move no ambiente acadêmico de uma universidade fictícia, resolvendo enigmas, quebra-cabeças e *quizzes*, acumulando pontos e passando por obstáculos para o alcance do diploma: ‘O Santo Grau’” (LUCCHESI, 2019, p. 53). Segundo a autora citada acima, neste jogo digital “[...] as questões dos *quizzes* foram customizadas de acordo com o conteúdo conceitual explorado em cada experimento. Os temas customizados foram: progressão aritmética, geometria analítica, matrizes e determinantes” (LUCCHESI, 2019, p. 54). Este *game* é constituído por seis fases, possuindo desafios em forma de *puzzles* e *quizzes*. “A customização do jogo referiu-se exclusivamente às perguntas dos *quizzes* em cada fase do jogo” (LUCCHESI, 2019, p. 55).

Segundo Lucchesi (2019, p. 78), “Os relatos do grupo experimental foram 100% positivos em relação ao uso do jogo e a resultados alcançados na aprendizagem. Os alunos entrevistados atribuíram ao jogo o interesse de aprender os conteúdos de aula”. Além disso,

Percebeu-se, empiricamente, que a oportunidade que os alunos tiveram com o jogo educacional representou uma satisfação para todos os envolvidos e mobilizou os estudantes para a aprendizagem. Na sala de informática, os participantes contribuíram com a pesquisa, de modo que auxiliavam uns aos outros na resolução das dificuldades apresentadas no processo, cooperavam com a professora pesquisadora, organizando os computadores e auxiliando colegas que não conseguiam atingir as metas ou não conseguiam compreender a mecânica do jogo. Em sala de aula, os alunos associavam os conteúdos de aula ao jogo e, durante a execução das atividades do material complementar, contribuíam verbalmente para a socialização do conhecimento (LUCCHESI, 2019, p. 78).

Os relatos do grupo experimental também revelam, segundo Lucchesi (2019), que o tempo de aprendizagem foi favorecido pela experiência de fluxo no *game*, bem como estimulou a atenção dos alunos, aumentou o interesse de estudar em casa. Quanto aos relatos do grupo controle, Lucchesi (2019, p. 80) afirma que os alunos

[...] mostraram ter tido dificuldades em interpretar os exercícios do livro e os exercícios de aula, embora tenham gostado do conteúdo desenvolvido em aula [...] afirmaram que o conteúdo trabalhado em sala de aula não despertou a curiosidade a ponto de se sentirem motivados para estudar por conta própria ou em suas casas [...] manifestaram a vontade de participar do jogo numa próxima rodada em função dos resultados alcançados por outros colegas que jogaram.

Lucchesi (2019) também afirma que os alunos dos dois grupos demonstraram interesse em jogar o *game* customizado em outro momento oportuno. A autora citada acima conclui então, com base nos resultados de sua pesquisa, que: ocorreu estado de fluxo e de interesse durante o jogo; houve relação entre fluxo e interesse; o interesse do aluno pelo conteúdo conceitual presente no jogo contribuiu para a ocorrência de novas associações ao assunto.

Empiricamente, constatou-se que o jogo educacional teve impacto positivo no processo educativo, de maneira tal que aqueles que jogaram *interagiram* durante as aulas, *proporcionando maior envolvimento e colaboração* com os alunos que não jogaram. Observou-se que alunos infrequentes retornaram às aulas seguintes, participaram das atividades e relataram ter vontade de repetir a tarefa e aprender por meio do jogo. Na nova unidade de conteúdo, o jogo foi ofertado aos alunos que não haviam jogado [...] estimular experiências de fluxo por meio de jogos digitais educacionais contribui para fomentar o interesse do aluno pelo conteúdo conceitual, notadamente no ensino da Matemática, visto que o aluno em fluxo concentra-se na tarefa, supera desafios e percebe seu senso de controle sobre a tarefa (LUCCHESI, 2019, p. 83-84).

A partir dos trabalhos de Lealdino Filho (2014), Maziviero (2014), Tonéis (2015), Boszko (2018), Nascimento (2018) e Lucchesi (2019), percebe-se que, mesmo com diferentes sujeitos, conteúdos matemáticos e *games* em cada pesquisa, os alunos demonstram interesse em jogar, sentem-se motivados durante as atividades com os *games*, desenvolvem as atividades em colaboração, aprendem Matemática. O Quadro 6 apresenta uma síntese dos principais achados da RSL sobre os JD nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

**Quadro 6:** Síntese dos principais achados da RSL sobre JD nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática

AUTOR	TIPO DE JOGO	CONTEÚDOS TRABALHADOS	METODOLOGIA	PARTICIPANTES DA PESQUISA
SANTOS, W. S. (2014)	Plataforma, <i>single player</i> , educacional.	Função quadrática.	Modelagem computacional	Não houve intervenção.
LEALDINO FILHO, P. (2014)	Aventura, educacional.	Resolução de problemas com conteúdos diversos.	Engenharia de <i>software</i> , pesquisa do tipo experimental, abordagem qualitativa e quantitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
BARCELOS, T. S. (2014)	Tiro, arcade, educacional.	Pontos no plano cartesiano, intervalos numéricos, proporcionalidade e expressões numéricas.	Pesquisa etnográfica com oficina de produção de jogos.	Alunos de graduação em computação.
MAZIVIERO, H. F. G. (2014)	Multiplataforma, educativo.	Números Naturais, Inteiros e Racionais.	<i>Game Design</i> , pesquisa qualitativa e quantitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.



<b>MARINHO, F. C. V. (2014)</b>	Educacional.	Conceitos matemáticos: variável, parâmetro, sistema cartesiano, geometria analítica, plana e espacial, entre outros conteúdos.	<i>Game Design</i> , Construcionismo, pesquisa qualitativa do tipo exploratória.	Professores e alunos do Ensino Médio e Superior.
<b>SOUSA, C. A. B. (2015)</b>	Aventura, educacional.	Conjuntos numéricos, combinação e matrizes.	Engenharia didática, Teoria das Situações Didáticas, pesquisa qualitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>TONÉIS, C. N. (2015)</b>	RPG com aventura e <i>puzzle</i> , educacional.	Raciocínio lógico e matemático.	<i>Design Based Research</i> , resolução de problemas.	Alunos do Ensino Superior.
<b>ALTHAUS, N. (2015)</b>	Jogos <i>online</i> , educacionais.	Adição, geometria plana e lógica.	Resolução de problemas e jogos computacionais, pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>BRITO, A. S. (2016)</b>	Jogo de tabuleiro, de aventura, <i>quiz</i> , educacionais.	Sistema de numeração decimal, frações, operações matemáticas com números inteiros, localização.	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.	Alunos do Ensino Superior.
<b>GAMA, R. F. (2016)</b>	Ação, aventura, estratégia, jogos comerciais.	Função afim e função quadrática.	Pesquisa qualitativa do tipo participante.	Alunos do Ensino Médio Técnico.
<b>CARVALHO, C. H. S. (2016)</b>	Jogos <i>online</i> , de aventura, estratégia, educacionais e comerciais.	Operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão).	Estilos de aprendizagem de Felder, pesquisa de intervenção pedagógica.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>AZEVEDO, G. T. (2017)</b>	Estratégia, educacionais.	Plano cartesiano, pares ordenados, variáveis, medidas de tempo, teoria dos conjuntos numéricos, números racionais, desigualdade, operações matemáticas.	Construcionismo, pesquisa qualitativa do tipo descritiva e exploratória.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>TATAGIBA, J. S. (2017)</b>	Aventura, estratégia, <i>quiz</i> , <i>online</i> , educacionais.	Operações matemáticas, plano cartesiano, equações lineares, geometria plana, trigonometria, fatoração, entre outros.	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.	Professores e alunos do Ensino Fundamental e Médio.
<b>GOMES, L. A. F. (2017)</b>	<i>Puzzle</i> , jogos comerciais.	Matrizes e determinantes, funções, equações e inequações, estatística, análise	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.	Alunos do Ensino Médio.

		combinatória, operações com polinômios.		
<b>BERNSTEIN, T. C. (2017)</b>	Estratégia, <i>quiz</i> , <i>online</i> , educacionais.	Sistema de numeração decimal, algoritmos, sistema monetário, operações matemáticas.	Etnomatemática, pesquisa qualitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>SILVA, H. W. (2017)</b>	<i>Sandbox</i> , estratégia, simulação, comercial.	Proporcionalidade, tópicos de geometria plana e espacial.	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>SILVA, S. L. D. (2017)</b>	Estratégia, jogos <i>online</i> , educacionais.	Operações matemáticas, expressões numéricas, cálculo mental, raciocínio lógico-matemático.	Pesquisa empírica com abordagem qualitativa, oficinas com atividades de jogos <i>online</i> .	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>SILVA, A. L. (2018)</b>	<i>Sandbox</i> , estratégia, simulação, comercial.	Perímetro, área e volume.	Pesquisa de intervenção pedagógica com abordagem qualitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>BOSZKO, L. (2018)</b>	Aventura, estratégia, <i>quiz</i> , educacionais.	Frações.	Sequência didática, Representação Semiótica de Duval, pesquisa qualitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>NASCIMENTO, J. B. (2018)</b>	Estratégia, educacionais.	Probabilidade.	Modelagem Matemática, pesquisa qualitativa.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>KIRNEW, L. C. P. (2018)</b>	Estratégia, educacionais.	Sistema de numeração decimal, reta numérica, multiplicação e divisão com números naturais.	Pesquisa qualitativa do tipo descritiva e exploratória.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>QUEIROZ, A. F. A. (2019)</b>	Jogos <i>online</i> de estratégia e simulação, educacionais.	Áreas de figuras geométricas planas e de superfícies de objetos tridimensionais.	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso etnográfico.	Alunos do Ensino Médio.
<b>SAMPAIO, D. C. P. (2019)</b>	Aventura, educacionais.	Plano cartesiano, função afim e quadrática.	Pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação.	Alunos do Ensino Fundamental.
<b>LUCCHESI, I. L. (2019)</b>	Aventura, <i>quiz</i> , <i>puzzle</i> , educacional.	Progressão aritmética, geometria analítica, matrizes e determinantes.	Pesquisa qualitativa e quantitativa do tipo experimental.	Alunos do Ensino Médio.

Fonte: A autora (2020).

Moita (2006, p. 102) afirma que, mesmo os jogadores estando em um ambiente não escolar, numa *LAN House*, ainda que “[...] de forma sutil, o pedagógico naquele espaço vai-se enriquecendo de forma lúdica e cultural que permite, por exemplo, que a lógica matemática dos

jogos possa ir para a escola assim como uma lógica matemática aprendida na escola [...] vá para o contexto dos *games*". Porém, a referente autora defende que "[...] mais importantes do que todas essas habilidades e competências proporcionadas pelos *games* são a participação, o desejo e seu reflexo no futuro" (MOITA, 2006, p. 102).

Conforme Poeta (2013, p. 32), ao utilizar os jogos digitais nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática "[...] não significa que o jogo tenha que ensinar os conteúdos do mesmo modo que o professor faria, mas que possa estabelecer relações do conteúdo matemático com outras áreas do conhecimento, oportunizando a pesquisa, o debate e a reflexão, [...]".

Moita (2016) ao realizar uma análise técnica e pedagógica do *game* Angry Birds Rio, conforme os bons princípios de aprendizagem James Paul Gee, a saber: desafio, fluxo, boa ordenação dos problemas, ferramentas inteligentes e produção; afirmou ser este um bom jogo digital. Além disso, conforme a autora citada acima, o *game* pode ser utilizado como facilitador da aprendizagem de Matemática, pois este "[...] apontou os conceitos de razões trigonométricas, com base em triângulos formados pelos pontos de lançamento do pássaro e em funções do segundo grau, reconhecidas pelo formato de parábola gerado pela trajetória do pássaro quando lançado" (MOITA, 2016, p. 173).

Assim, pode-se inferir que tanto um *game* construído para fins educacionais, quanto um jogo digital comercial elaborado apenas para fins de entretenimento, pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, cabendo ao professor selecionar um *game* que instigue o aluno a participar, a imergir no ambiente, que o motive, que facilite sua aprendizagem, pois "[...] os *games* podem proporcionar diversão, enquanto facilitam a aprendizagem, que se torna prazerosa, eficaz e conduz ao conhecimento de forma lúdica por vontade própria" (MOITA, 2016, p. 177).

Quanto aos jogos digitais educacionais, existem algumas possibilidades de desenvolvimento de *games*, alguns *softwares* e linguagens de programação de fácil acesso, que viabilizam este desenvolvimento. O *App Inventor 2* é uma das possibilidades, onde é possível construir aplicativos para dispositivos móveis e de modo particular, jogos digitais. Sendo assim, a subseção a seguir trata de apresentar esta linguagem de programação e alguns aplicativos desenvolvidos a partir dela.

### **3.3 *App Inventor* e suas interfaces em tempos de mobilidade**

Devido às inovações tecnológicas que vêm surgindo nos dias atuais e em razão de que a "[...] dificuldade encontrada pelos professores em sala de aula nos dias atuais se refere ao modo que irão manter os alunos concentrados na aula e alternativas para externar o

conhecimento de forma que os alunos absorvam o máximo de conhecimento possível sobre o assunto exposto” (KLEINUBING, 2016, p. 13), já que as tecnologias digitais fazem parte da rotina do educando, é interessante que o docente se atualize e adeque a sua metodologia de ensino ao contexto em que este aluno está inserido, por meio de formação continuada, investigando, experimentando, buscando compreender os mecanismos e as possibilidades dos jogos digitais para o aprendizado do aluno, bem como outros recursos digitais, para que assim possa traçar os objetivos a serem alcançados com o jogo/recurso digital a ser utilizado, elaborar planos de aula com este recurso, bem como se faz necessário que o docente compreenda quais as contribuições da utilização dos jogos/recursos digitais em sala de aula e queira promover a aprendizagem de forma diferenciada, onde o aluno se torna ativo no processo da aprendizagem e o professor assume o papel de mediador desse processo.

A ideia de aprender em qualquer hora e qualquer lugar está diretamente relacionada à ideia de aprendizagem com mobilidade, também conhecida como *mobile learning*, ou *m-learning*. “Define-se mobilidade como o movimento do corpo entre espaços, entre localidades, entre espaços privados e públicos” (LEMOS, 2005, p. 3). Ou seja, em tempos de mobilidade, o sujeito tem a liberdade de aprender em qualquer ambiente, seja este escolar ou não escolar, no momento que for propício para ele, de maneira personalizada, de acordo com a maneira e o tempo de aprender deste indivíduo. Além disso, este tem autonomia sobre o que aprende, tem participação ativa no processo de sua aprendizagem e o celular (*smartphone*) se torna um grande aliado para essa aprendizagem, pois hoje este dispositivo digital é utilizado por muitas pessoas de todas as idades no mundo inteiro. O utilizam para atividades diversas: acessar redes sociais, ouvir música, assistir filmes e vídeos, realizar videoconferências, pagar contas via *internet banking*, trabalhar, aprender. Por meio do *smartphone* com acesso à internet o sujeito pode adquirir todas as informações que necessita em qualquer lugar. Essa possibilidade de acessar conteúdos diversos a qualquer momento e de qualquer lugar a partir de dispositivos móveis é um grande potencial na propiciação de uma aprendizagem mais flexível e acessível.

Como alternativa para a aprendizagem com mobilidade, entre vários outros recursos digitais, tem-se a linguagem de programação *App Inventor*, um recurso tecnológico digital administrado pelo MIT desde 2011, inicialmente desenvolvido e lançado publicamente no final de 2010, segundo Farias (2016), pelo *Google Education*. Já a versão *MIT App Inventor 2* (AI2), foi lançada em dezembro de 2013, sendo essa a versão utilizada nesta pesquisa. Este é um *software online* livre e por meio dele é possível construir aplicativos dos mais variados tipos que podem ser utilizados em dispositivos móveis *Android*, como por exemplo, agenda eletrônica, jogos educativos, aplicativos de localização, calculadora, aplicativos que controlam

robôs, entre outros.

O aplicativo Agenda foi programado por meio do AI2 e permite que o usuário o utilize no seu *smartphone* para agendar compromissos, bem como verificar os compromissos marcados. A Figura 15 mostra as interfaces deste aplicativo.

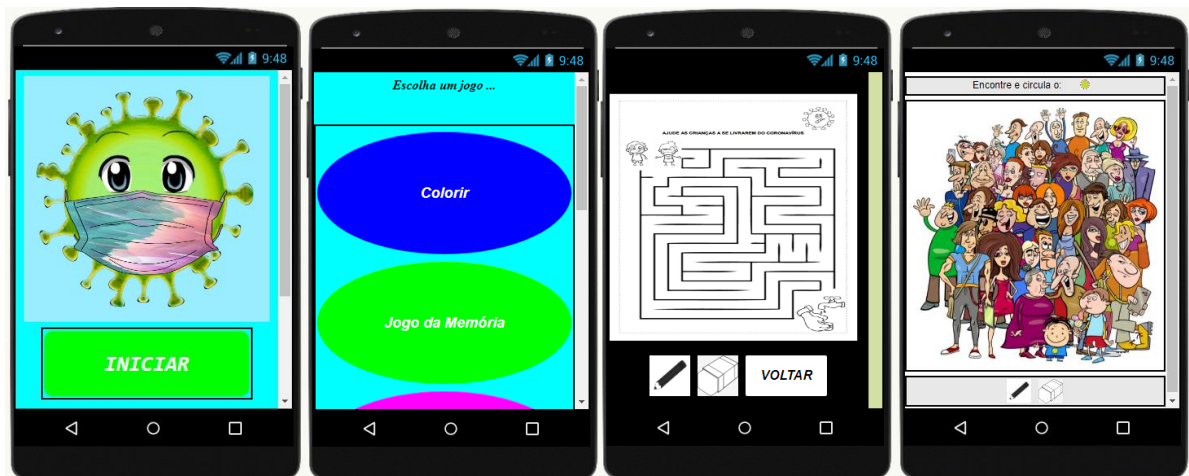
**Figura 15:** Interfaces do aplicativo Agenda



**Fonte:** Captura de tela do site <<http://ai2.appinventor.mit.edu/>>, 2020.

O aplicativo da Figura 16 chamado CoronaGames é um aplicativo educativo que possui 6 jogos: Colorir; Jogo da memória; Jogo da velha; Onde está o corona?; Labirinto; Caça palavras. O conteúdo do aplicativo é sobre o Covid-19, conhecido como Corona Vírus e ele também foi construído através do AI2. A figura 16 apresenta alguns ambientes do aplicativo CoronaGames.

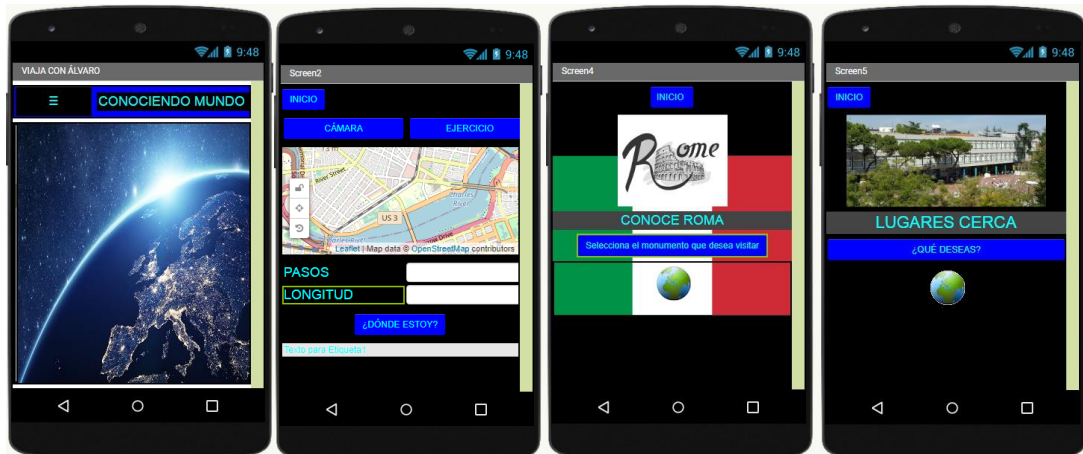
**Figura 16:** Interfaces do Aplicativo CoronaGames



**Fonte:** Captura de tela do site <<http://ai2.appinventor.mit.edu/>>, 2020.

Outro aplicativo interessante é o VIAJA CON ÁLVARO construído através do AI2. Este aplicativo possui algumas modalidades de localização com acesso ao Google Maps. Ele funciona como um GPS e com ele é possível acessar o local em que o usuário está localizado, traçar rotas de destino e também se pode fazer buscas de lugares próximos, monumentos que se deseja visitar. A Figura 17 mostra as interfaces do aplicativo VIAJA CON ÁLVARO.

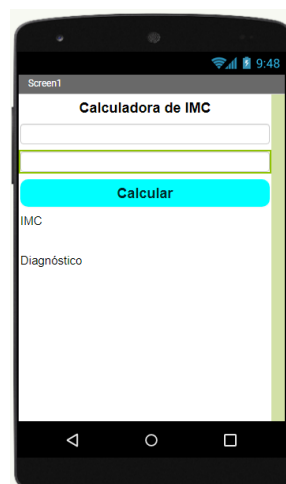
**Figura 17:** Interfaces do aplicativo VIAJA CON ÁLVARO



**Fonte:** Captura de tela do site <<http://ai2.appinventor.mit.edu/>>, 2020.

Já o aplicativo Calculadora IMC construído por meio do AI2 calcula o Índice de Massa Corporal (IMC), sendo necessário que o usuário do aplicativo coloque os valores relacionados à sua altura e a sua massa (peso) e clique no botão Calcular, gerando o valor do IMC do usuário e o diagnóstico da pessoa. Esse diagnóstico pode ser: magreza grave; magreza moderada; magreza leve; faixa normal; sobrepeso; obesidade grau I; obesidade grau II; obesidade grau III. A Figura 18 mostra a interface do aplicativo Calculadora IMC:

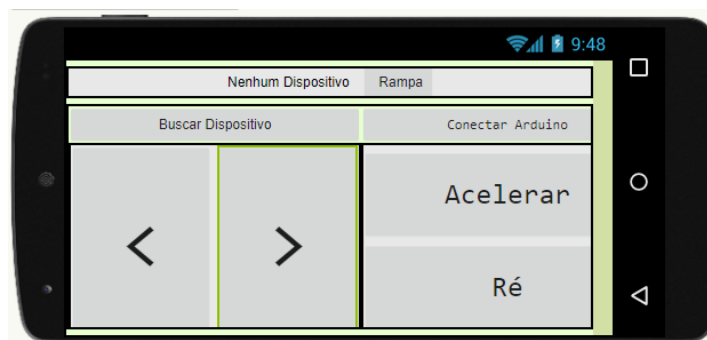
**Figura 18:** Interface do aplicativo Calculadora IMC



**Fonte:** Captura de tela do site <<http://ai2.appinventor.mit.edu/>>, 2020.

O aplicativo Controle Megatron é um aplicativo também programado por meio do AI2 e foi construído no intuito de conectar e controlar um robô sumô. Na Figura 19 temos a interface desse aplicativo.

**Figura 19:** Interface do aplicativo Controle Megatron



**Fonte:** Captura de tela do site <<http://ai2.appinventor.mit.edu/>>, 2020.

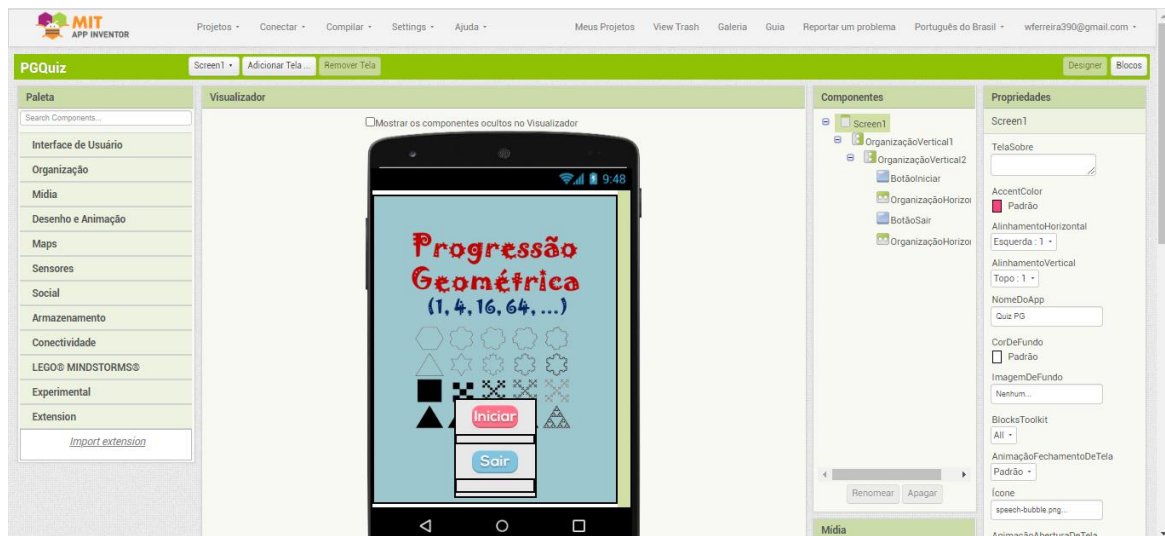
O AI2 possui interface interativa com uma diversidade de cores, onde os aplicativos são construídos pelo programador por meio do encaixe de blocos de comandos (como se fossem peças do brinquedo Lego). Esta linguagem de programação possui características parecidas com o *software Scratch*, mas com o diferencial de que toda a programação precisa ser realizada *online*, com o auxílio de um computador e um navegador de *internet*, exceto pelo *Internet Explorer*. Para acompanhar o desenvolvimento do aplicativo construído, é essencial conectar-se (através de Wi-Fi ou conexão USB) a um dispositivo móvel Android ou utilizar um emulador (que permite a simulação de um dispositivo móvel Android na tela do computador). Para construir projetos a partir do AI2, basta acessar o site do aplicativo pelo link <<http://www.ai2.appinventor.mit.edu/>> e fazer *login* no ambiente por meio de um endereço do Gmail (para tanto é necessário que o programador já possua uma conta no Gmail).

Ao iniciar um projeto no AI2, é possível visualizar no ambiente: a interface *Designer* (onde estará disposta toda a parte visual do aplicativo) e a interface *Blocks* (onde o programador poderá ter acesso aos blocos de comando que irá auxiliar no desenvolvimento de toda a programação do aplicativo).

Na interface *Designer* constam as abas: Paleta (onde existem os itens para configuração do ambiente que será gerado no aplicativo), Visualizador (onde é possível visualizar como ficarão os *Screens* – telas do aplicativo), Componentes (onde aparecem os itens da paleta utilizados na interface da tela programada, como botões, organização, entre outros recursos) Mídia (onde é possível fazer *upload* de imagens *pg.jpg*) e Propriedades (onde é possível configurar os componentes de cada tela, como botões, texto, localização, tamanho da fonte,

entre outros). Na Aba Paleta se encontram os ícones: Interface do Usuário, Organização, Mídia, Desenho e Animação, *Maps*, Sensores, Armazenamento, Conectividade, LEGO MINDSTORMS, Experimental e *Extension*. A Figura 20 mostra a tela da interface *Designer* do *App Inventor 2*.

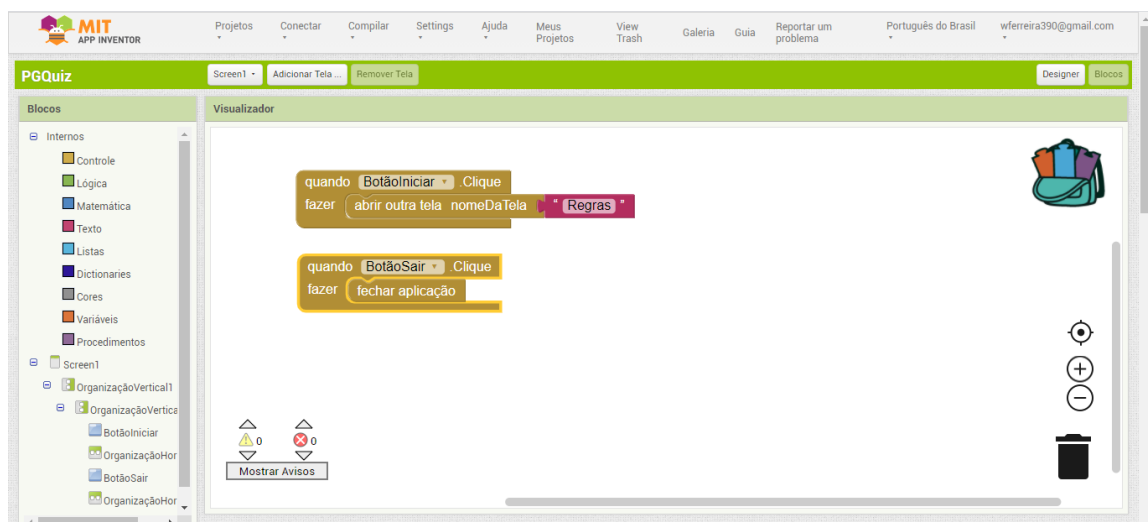
**Figura 20:** Tela da Interface *Designer* do *App Inventor 2*



Fonte: A autora (2019).

Já na interface *Blocks* existem as abas: Blocos (onde estão dispostos os blocos de: Controle, Lógica, Matemática, Texto, Listas, Cores, Variáveis e Procedimentos), Mídia (onde é possível fazer *upload* de imagens *pg.jpg*, entre outras possibilidades) e Visualizador (onde vão aparecer os comandos utilizados pelo usuário, em blocos de encaixe que obedecem a uma determinada lógica específica de combinações), como mostra a Figura 21.

**Figura 21:** Tela da Interface *Blocks* do *App Inventor 2*



Fonte: A autora (2019).



Por meio do AI2 é possível programar/criar um aplicativo com comandos lógicos de modo que o usuário não necessita ser um profissional em programação, basta que ele faça algumas experimentações que logo estará construindo seus próprios aplicativos. Para a Educação este *software* tem se mostrado um grande aliado, já que por intermédio do mesmo, os alunos podem utilizar toda sua criatividade no desenvolvimento de aplicativos, como também os professores podem se utilizar deste artefato tecnológico digital como um recurso didático, na criação de aplicativos de jogos educacionais gratuitamente e, em particular, na Matemática, criar situações de resolução de problemas matemáticos no próprio ambiente do jogo por meio de *quizzes*, bem como utilizar calculadoras ou outros aplicativos construídos no *App Inventor* visando o ensino e aprendizagem de Matemática. Conforme Pereira (2016, p. 38), se referindo ao AI2:

[...] este aplicativo pode ser uma importante ferramenta de ensino, visto que segundo as recomendações da Unesco (sic) o uso do celular como ferramenta pedagógica, otimiza o tempo na sala de aula, permite que se aprenda em qualquer hora e lugar, aproxima o aprendizado formal do informal, dá suporte a aprendizagem in loco, provê avaliação e feedback imediatos, facilita o aprendizado personalizado, melhora a aprendizagem contínua e maximiza a relação custo – benefício da educação.

Portanto, almejou-se nesta pesquisa que o aluno pudesse desenvolver o aprendizado de P.G. de forma concreta, como defende a Teoria do Construcionismo, onde a maior aprendizagem é produzida a partir do mínimo de instrução, conforme Papert (2008). Para o autor citado acima,

A educação tradicional codifica o que pensa que os cidadãos precisam saber e parte para alimentar as crianças com esse “peixe”. O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo (“pescando”) por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; [...] (PAPERT, 2008, p. 135).

Com esta afirmação Papert (2008) não menospreza o ensino, a aprendizagem escolar, bem como não afirma que as pessoas conseguem aprender a matemática formal sem ajuda, sem uma instrução, mas defende que a aprendizagem informal também tem o seu valor. Ao “pescarem” por si próprios, os alunos se tornam sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos trabalhados, desenvolvendo a criatividade na busca pela resolução dos problemas que lhe são propostos.

O Construcionismo de Seymour Papert é a sua “[...] reconstrução pessoal do construtivismo [...] (PAPERT, 2008, 137)” de Jean Piaget, tendo como principal característica, segundo Papert (2008), a análise e preocupação dos processos de construção que ocorrem na mente e “[...] também possui a conotação de ‘conjunto de peças para a construção’, iniciando com conjuntos no sentido literal, como o *Lego*, e ampliando-se para incluir linguagens de

programação consideradas como ‘conjuntos’ a partir dos quais programas podem ser feitos” (PAPERT, 2008, p. 137).

Propor à um grupo de alunos que construam jogos digitais ou outros objetos digitais sobre um conteúdo matemático utilizando uma linguagem de programação, dando o mínimo de instrução necessária, é uma proposta construcionista. A partir dessa proposta, segundo Papert (2008), os alunos pensarão em como desenvolver o projeto e utilizarão suas habilidades, o que sabem, e produzirão conhecimento; irão adquirir a habilidade de construir o *software* solicitado, bem como utilizarão o raciocínio lógico-matemático no processo de construção, ocorrendo uma aprendizagem que não se limita apenas ao conteúdo matemático proposto pelo professor. Além disso, os alunos poderão desenvolver a aprendizagem em colaboração com seus colegas e também com seu professor, que neste sentido, será um mediador da aprendizagem.

A perspectiva construcionista também se aplica à resolução de problemas matemáticos. Ao propor um problema para que o aluno resolva, este se utilizará do conhecimento que possui para solucioná-lo. E é nesta perspectiva que a presente pesquisa se constitui, propondo que os participantes desta resolvam problemas matemáticos utilizando um jogo digital que foi programado no *App Inventor* pela autora da pesquisa. Vale salientar que, a partir da programação do *game*, houve construção de conhecimento por parte da pesquisadora, no sentido de que a mesma não conhecia o AI2 antes da pesquisa.

### 3.4 Aprendizagem ubíqua e o uso do *App Inventor* nas aulas de Matemática

Segundo Lemos (2005), a palavra ubiquidade “[...] refere-se à possibilidade de estar em vários lugares ao mesmo tempo” (LEMOS, 2005, p. 1). E essa possibilidade passou a existir a partir da disseminação da Cibercultura (cultura digital), por meio de dispositivos móveis e internet sem fio, tornando possível que o indivíduo acesse conteúdos e se conecte a pessoas de qualquer lugar e a qualquer hora. Para Lemos (2005) essa é a era da conexão, com “computadores coletivos móveis” (CCm), onde ocorre uma (LEMOS, 2005, p. 2)

[...] ampliação de formas de conexão entre homens e homens, máquinas e homens, e máquinas e máquinas motivadas pelo nomadismo tecnológico da cultura contemporânea e pelo desenvolvimento da computação ubíqua (3G<sup>29</sup>, *Wi-Fi*), da computação senciante<sup>30</sup> (*RFID*<sup>31</sup>, *bluetooth*) e da computação pervasiva<sup>32</sup>, além da

<sup>29</sup> Atualmente já existe a conexão 5G e já está sendo explorada a possibilidade de conexão 6G.

<sup>30</sup> “A ‘computação senciante’ refere-se à possibilidade de interconexão de computadores e objetos através de sensores que passam a se reconhecer de maneira autônoma e a trocar informações” (LEMOS, 2005, p. 1).

<sup>31</sup> “RFID é o acrônimo ‘*radio frequency identification*’ e caracteriza-se por etiquetas que emitem ondas de rádio que podem informar a localização e propriedades de diversos produtos. As etiquetas RFID irão substituir os atuais códigos de barra” (LEMOS, 2005, p. 2).

<sup>32</sup> Disseminada.

continuação natural de processos de emissão generalizada e de trabalho cooperativos da primeira fase dos CC<sup>33</sup> (*blogs, fóruns, chats, software livres, peer to peer, etc*).

Conforme Santaella (2014), a aprendizagem ubíqua, também conhecida como *ubiquitous learning* ou *u-learning*, é aquela que se dá “por meio das redes e nas redes”, em que “[...] o tipo de aprendizado que se desenvolve é aberto, individual ou grupal, podendo ser obtido em quaisquer ocasiões, eventualidades, circunstâncias e contextos. Sua característica mais marcante encontra-se na espontaneidade” (SANTAELLA, 2014, p. 19), transferindo “[...] para o aprendiz completa autonomia sobre seu aprendizado” (SANTAELLA, 2014, p. 21). Conforme a autora citada acima, “[...] a aprendizagem ubíqua é prenhe de lampejos de aprendizagem, funcionando também como estopim da aprendizagem quando uma informação físga o interesse do usuário, levando-o a caminhar dentro dela até seus meandros mais recônditos e especializados” (SANTAELLA, 2014, p. 21). Porém, de acordo com Santaella (2014), a aprendizagem ubíqua não pode substituir a educação formal, pois, no que se refere a aprendizagem infantil, a autora citada acima afirma que “Crianças não se ensinam a si mesmas”. Quanto à aprendizagem do adulto, Santaella (2014) destaca três fatores pelos quais a aprendizagem ubíqua não deve tomar o lugar da aprendizagem escolar. Conforme Santaella (2014, p. 22):

[...] jogar fora as lições do passado frente aos avanços da tecnologia significa descartar a necessidade de ressignificar a escola, o ensino, as estratégias e todos os fatores neles implicados. Em segundo lugar, existe um grande desequilíbrio entre a gigantesca difusão da informação e do conhecimento nas redes e a aquisição individual daquilo que é difundido. [...] Sua utilização como alavanca do conhecimento não dispensa processos de ensino-aprendizagem responsavelmente aparelhados e formulados. Em terceiro lugar, o campo virtual é volátil e dominado pela condição evanescente da informação. Para domar minimamente essa evanescência é preciso desenvolver estratégias ativas de apropriação, o que é tarefa precípua da escola, pois sua realização individual seria sumamente lenta e árdua.

Para Jácome Júnior (2014), a aprendizagem ubíqua é uma modalidade de ensino e aprendizagem que se utiliza “[...] de técnicas computacionais para suporte à aprendizagem móvel sensível ao contexto do usuário” (JÁCOME JÚNIOR, 2014, p. 7). Essa aprendizagem móvel, ou *mobile learning* “[...] refere-se ao uso de tecnologias portáteis e móveis, tais como [...] *smartphones, tablets*, em atividades de aprendizagem, [...]” (JÁCOME JÚNIOR, 2014, p. 23) e permite ao sujeito a possibilidade de aprender de diversas maneiras, em vários ambientes digitais e diversos conteúdos ao mesmo tempo, de qualquer lugar do mundo, a qualquer momento, conectando-se com várias pessoas virtualmente e compartilhando experiências, imergindo em ambientes interconectados que fazem parte de seu contexto social e

---

<sup>33</sup> Computadores Coletivos.

consequentemente propiciando uma aprendizagem que atribui sentido real para o mesmo, utilizando apenas seu *smartphone* ou outro dispositivo móvel. Conforme Lemos (2005, p. 7):

O celular expressa a radicalização da convergência digital, transformando-se em um "teletudo" para a gestão móvel e informacional do cotidiano. [...] possibilita um contato permanente com o mundo. A ubiquidade, as estruturas em rede e o contato social, motes da cibercultura, estão em plena prática com o uso da telefonia celular mundial.

Sendo assim, por meio dos dispositivos móveis conectados à internet e com acesso a variados recursos digitais, como aplicativos e jogos educacionais, videoaulas, redes de interação e produção colaborativa, entre outras possibilidades, os alunos podem aprender de maneira dinâmica, com mobilidade e ubiquidade, com autonomia, podem se tornar sujeitos ativos nos processos de aprendizagem, pois conforme Barbosa (2007, p. 29):

A troca de informações e a aquisição de conhecimento, sem levar em consideração as distâncias físicas e temporais, possibilitam um rápido acesso a novas informações. Nesse cenário, o aprendiz tem um papel cada vez mais ativo no processo educacional, tendo o professor um papel de mediador e motivador.

Barbosa (2007) destaca quatro principais elementos essenciais para ambientes educacionais ubíquos. São eles: 1) o aprendiz, onde “[...] o sistema deve conhecer esse aprendiz, associando a ele um modelo que o representa. Este modelo procura representar o que o sistema julga conhecido pelo aprendiz e o que ele tem interesse em aprender” (BARBOSA, 2007, p. 36); 2) a mobilidade, sendo “[...] importante identificar esta mobilidade e permitir que os recursos educacionais do aprendiz, para a construção de sua aprendizagem, o ‘acompanhe’ em seu percurso, de forma adaptada, mantendo a continuidade do processo” (BARBOSA, 2007, p. 36); 3) o conteúdo, de forma que o sistema permita que o aprendiz escolha “[...] os conteúdos que mais se identificam com seus objetivos e se adaptam ao seu contexto. Os conteúdos devem estar acessíveis de qualquer lugar, disponíveis em vários formatos, considerando a heterogeneidade de dispositivos e redes de comunicação” (BARBOSA, 2007, p. 36); 4) a consciência do contexto, em que o sistema possa (BARBOSA, 2007, p. 37),

[...] definir, representar e gerenciar os elementos que representam o contexto do aprendiz. Com isso, os elementos que integram as diversas localizações que se encontra o aprendiz podem ser relacionados com seus objetivos educacionais. [...] é importante que o sistema ofereça mecanismos de assistência ao aprendiz no ambiente. Esses mecanismos agem pró-ativamente, percebendo, filtrando e fornecendo informações ao aprendiz conforme seu perfil, em direção a uma interação mais significativa.

Conforme Mantovani (2016), os alunos da geração atual estão cada vez mais imersos no mundo digital, utilizando dispositivos móveis dentro e fora do ambiente escolar, acessando

informações, se comunicando via redes sociais, se relacionando. Ainda de acordo com a autora citada, a conectividade, a mobilidade e a ubiquidade, características da cibercultura, possuem potencialidades para a educação, tendo em vista que “[...] viabilizam os processos de ensinar e aprender por meio de novas modalidades educacionais *online*, híbridas e colaborativas, que ocorrem em espaços multirreferenciais de aprendizagem” (MANTOVANI, 2016, p. 17).

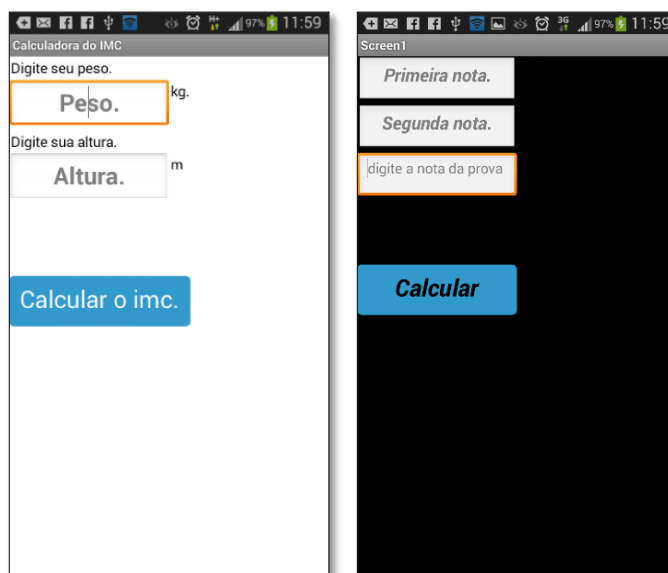
Para tanto, conforme Mantovani (2016), faz-se necessário que os professores da contemporaneidade reconheçam a potencialidades da cibercultura, no que concerne à aprendizagem, e ressignifiquem suas práticas pedagógicas, sendo essencial uma formação e capacitação continuada, bem como a incorporação da prática pedagógica com mobilidade e ubiquidade. “Nesse contexto, também é necessário ressignificar a concepção de sala de aula, enquanto um espaço de convivência, de produção cultural, onde se estabelece uma relação dialética na qual professor e estudante tornam-se coensinantes e coaprendentes do processo formativo” (MANTOVANI, 2016, p. 24). A autora citada acima também afirma:

Entendemos que o uso da comunicação ubíqua, [...] possibilita processos necessários para a formação de um educador prático reflexivo, capaz de perceber a necessidade do uso de tais tecnologias em um novo contexto de aprendizagem no qual o estudante, por meio de sua ação (atividade do sujeito) e interação (meio físico, social e *online*), torna-se o autor de sua própria aprendizagem, desenvolvendo habilidades e competências necessárias para participar de forma autônoma desse processo (MANTOVANI, 2016, p. 72).

Considerando as potencialidades da aprendizagem ubíqua e móvel e que esta aprendizagem pode ser viabilizada por meio do AI2 nas aulas de Matemática, apresenta-se a seguir alguns aplicativos educativos que foram desenvolvidos na intenção de contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática, bem como algumas experiências com estes aplicativos.

Segundo Souza (2018, p. 17), o AI2 é “[...] alternativa pedagógica capaz de maximizar o desenvolvimento do raciocínio lógico e pensamento computacional dos alunos, uma vez que os mesmos possam criar seus próprios aplicativos para solucionar os problemas lógicos”. Souza (2018), em sua pesquisa de abordagem qualitativa, realizou um estudo de caso com 15 alunos do 1º período do curso de licenciatura em computação, utilizando o AI2 para a construção de aplicativos por meio desta linguagem de programação. Inicialmente foi elaborado pelos alunos um aplicativo de cálculo de IMC e um aplicativo de média das notas. Na Figura 22, temos a imagem da tela dos aplicativos Calculadora do IMC e Média de notas.

**Figura 22:** Imagem das telas dos Aplicativos Calculadora do IMC e Média de notas



**Fonte:** Souza (2018, p. 33-34).

Segundo Souza (2018), os alunos também resolveram lista de exercícios referentes a Algoritmos no AI2 e construíram aplicativo que gera 50 números em ordem crescente, bem como aplicativo que gera a média de  $n$  números. De acordo com o autor citado acima, os alunos aprenderam “[...] de forma gradual os conceitos iniciais de programação como: variáveis, estruturas de controle, estruturas de decisão e listas” (SOUZA, 2018, p. 35). Conforme o autor citado acima,

Com base no feedback dos usuários o MIT App Inventor é considerado útil, funcional, eficiente em desempenho e com boa usabilidade dentro do esperado para a ferramenta. Os pontos fortes percebidos pelos alunos avaliadores são que a ferramenta tem uma linguagem adequada para a iniciantes em programação. Os alunos mostraram empolgação na hora que estavam programando seus algoritmos, ficaram entusiasmados com a possibilidade de criar seus próprios aplicativos moveis (SOUZA, 2018, p. 39).

Moura (2014) desenvolveu um aplicativo chamado *FunTrig*, utilizando o AI2. O aplicativo foi construído na intenção de utilizar como recurso didático para o aprendizado de funções trigonométricas, “[...] plotando funções com restrição de intervalo de domínio, a fim de realizar desenhos com a plotagem de sobreposição de funções” (MOURA, 2014, p. 63). O *FunTrig* possui várias telas, onde o usuário tem acesso ao conteúdo de Função Trigonométrica, bem como pode plotar gráficos das funções. Na Figura 23 temos a imagem de duas das telas do Aplicativo *FunTrig*.

**Figura 23:** Tela Forma Geral das Funções e Tela Plotar Gráfico



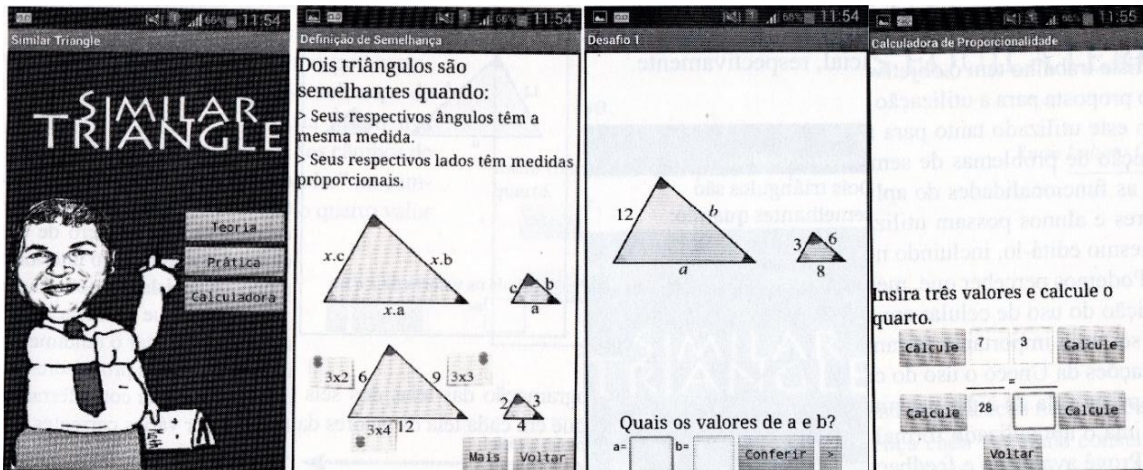
**Fonte:** Moura (2014, p. 89-91).

Moura (2014) afirma que mesmo tendo um certo conhecimento acerca de programação, teve um pouco de dificuldade em construir o aplicativo, no entanto também afirma que as dificuldades ao programar no AI2 “[...] são passíveis de serem superadas por qualquer professor de matemática que enfrentar situações de não ter conhecimento técnico quanto à tecnologia utilizada” (MOURA, 2014, p. 157). A autora citada também afirma que

[...] as TD tornam-se meios que perfazem o processo educacional e interferem significativamente na construção do conhecimento. Assim, entendemos que as TD, dentre outras, servem de meio para que o professor possa desenvolver aplicativos que venham a potencializar a produção do conhecimento matemático, possibilitando a transformação do processo cognitivo matemático (MOURA, 2014, p. 157).

Pereira (2016) desenvolveu um aplicativo chamado *Similar Triangle* com o AI2, no intuito de ser “[...] utilizado tanto para fixação dos conteúdos, quanto no auxílio na resolução de problemas de semelhança de triângulos” (PEREIRA, 2016, p. 33). O *Similar Triangle* possui três interfaces: a primeira contém um resumo do conteúdo referente à semelhança de triângulos, a segunda possui seis desafios a serem resolvidos pelos alunos e a terceira sendo uma calculadora de proporcionalidade. A Figura 24 apresenta imagens dessas interfaces.

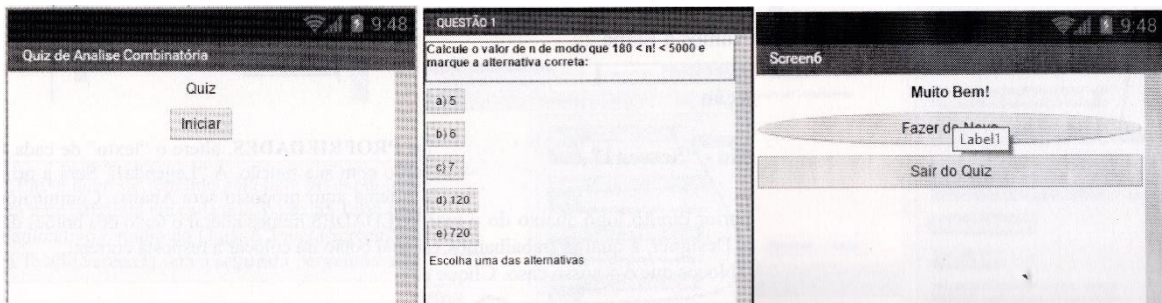
**Figura 24:** Interfaces do Aplicativo *Similar Triangle*



Fonte: Pereira (2016, p. 34-37).

Conceição (2016) utilizou o AI2 na programação do “Quiz de Análise Combinatória” e a Figura 25 mostra algumas telas do Quiz programado.

**Figura 25:** Interfaces do Quiz de Análise Combinatória



Fonte: Conceição (2016, p. 79-81).

Segundo Conceição (2016, p. 75):

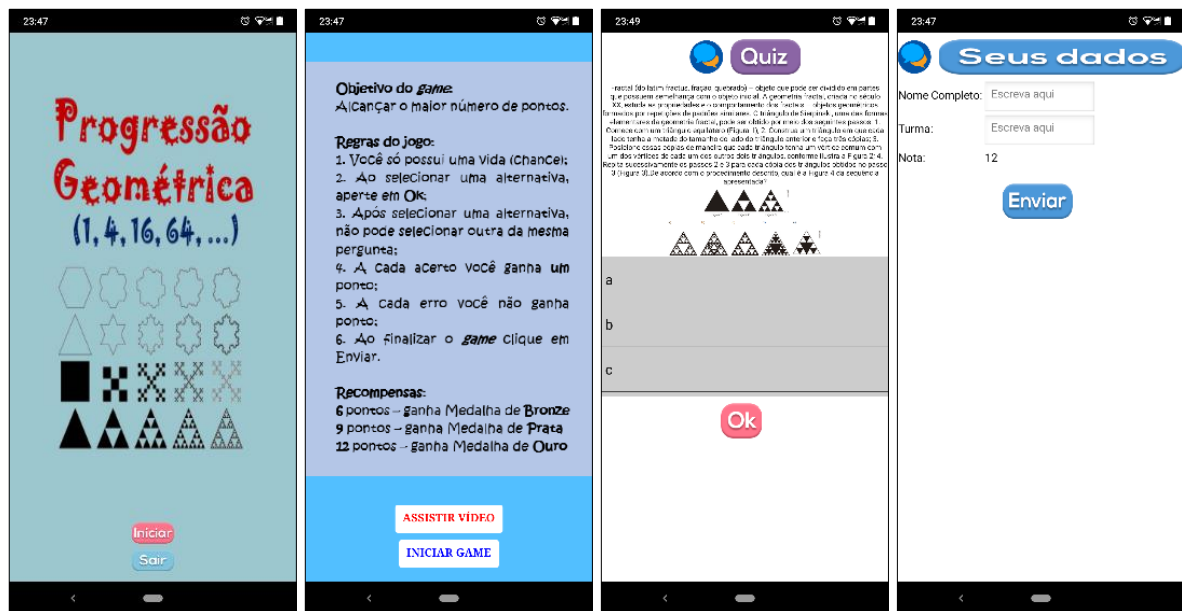
A linguagem de programação obtém significado como método pedagógico especialmente porque permite que os alunos estendam as ideias advindas de um contexto social, intelectual ou educacional à formulação de situações problemas ou a formulação de softwares que possam servir de resposta para alguma dificuldade de aprendizado.

Os *softwares* desenvolvidos por Moura (2014), Pereira (2016) e Conceição (2016), bem como os *softwares* desenvolvidos pelos participantes da pesquisa de Souza (2018), apontam para as muitas possibilidades de construção e utilização de aplicativos para dispositivos móveis *Android* em prol do ensino e aprendizagem de Matemática, utilizando o AI2. É válido destacar que Pereira (2016) e Conceição (2016) propõem a utilização dos aplicativos desenvolvidos, embora não tenham relatado suas experiências com estes recursos digitais.



O jogo digital educativo programado pela autora e utilizado na pesquisa que culminou neste trabalho é um *game* do gênero *quiz* e o título deste é “Quiz PG”. O jogo foi programado a partir da linguagem de programação em blocos *App Inventor 2*, a fim de ser utilizado como atividade lúdica do conteúdo de P.G. Este jogo digital é compatível com dispositivos móveis *Android* e possui 4 interfaces: a interface *Screen1* (tela inicial); a interface *Regras* (contém o objetivo, as regras e as recompensas do jogo; botão para iniciar o jogo e botão para acessar vídeo de conteúdo do Youtube); a interface *QUIZ* (onde foram inseridas as 12 questões do *game*) e a interface *DADOS\_DO\_ALUNO* (tela que os alunos acessam, ao ter finalizado o *quiz*, para inserir seu nome completo, sua turma e clica em enviar os dados). A Figura 26 mostra as quatro interfaces (*Screen1*, *Regras*, *QUIZ*, *DADOS\_DO\_ALUNO*), nesta mesma ordem, da esquerda para a direita, da forma que aparecem na tela do celular:

Figura 26: Interfaces do Quiz PG



Fonte: A autora (2020)

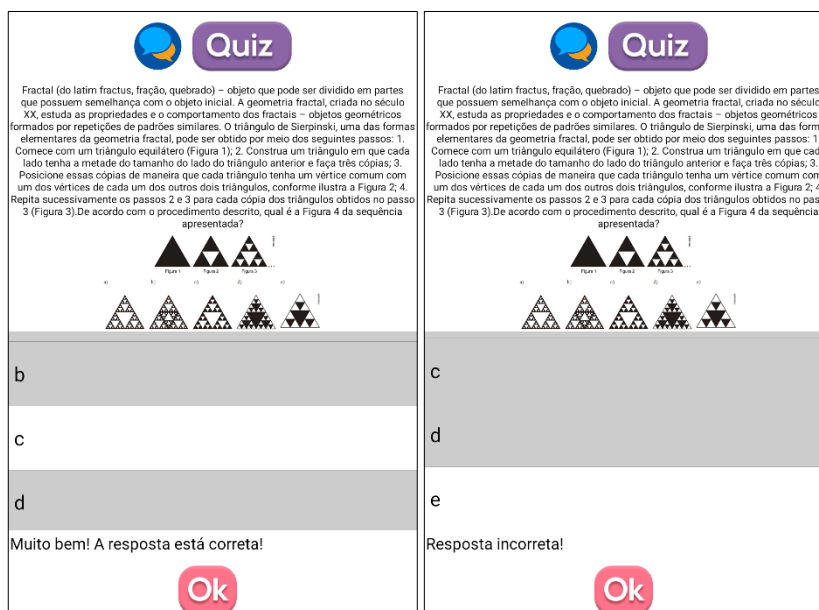
Ao clicar no botão *Iniciar* da primeira interface do *Quiz PG*, o jogador vai para a interface que contém o objetivo, as regras e as recompensas do jogo. Nesta mesma interface, o jogador pode clicar no botão *ASSISTIR VÍDEO* e no botão *INICIAR GAME*. O objetivo do *game* é alcançar o maior número de pontos. As regras são: 1 - Você só possui uma vida (chance); 2 - Ao selecionar uma alternativa, aperte em *Ok*; 3 - Após selecionar uma alternativa, não pode selecionar outra da mesma pergunta; 4 - A cada acerto você ganha um ponto; 5 - A cada erro você não ganha ponto; 6 - Ao finalizar o *game* clique em *Enviar*. E as recompensas são: 6 pontos

– ganha Medalha de Bronze; 9 pontos – ganha Medalha de Prata; 12 pontos – ganha Medalha de Ouro.

Após concluir a leitura do objetivo, das regras e das recompensas do *game*, o jogador tem duas opções: ou clica no botão INICIAR GAME e é direcionado à interface QUIZ, ou clica no botão ASSISTIR VÍDEO e é direcionado a uma página do Youtube que contém um vídeo do canal “reVisão”, com o título “PROGRESSÃO GEOMÉTRICA | Matemática”. O vídeo pode ser acessado pelo link: <<https://www.youtube.com/watch?v=oaEapbD-umI>>. Este vídeo possui 10 minutos e 36 segundos e traz uma abordagem do conteúdo de P.G. envolvendo a definição da P.G., sua classificação, as fórmulas que envolvem este assunto, com demonstrações dedutivas das fórmulas, exemplos de P.G., assim como traz um recorte histórico sobre o “Paradoxo de Zeno” que, no vídeo, o apresentador chama de “Paradoxo do Zenão”.

Ao retornar para a interface Regras e clicar no botão INICIAR GAME, o jogador é direcionado ao primeiro problema matemático, com 5 alternativas de resposta, sendo correta apenas 1 alternativa. Foram inseridos no Quiz PG um total de 12 problemas a serem solucionados. Ao clicar na alternativa escolhida, o jogador já obtém um *feedback* do *game*, informando se ele acertou ou errou a questão-problema. A Figura 27 mostra este *feedback* no problema 1.

**Figura 27:** *Feedback* do Quiz PG no Problema 1

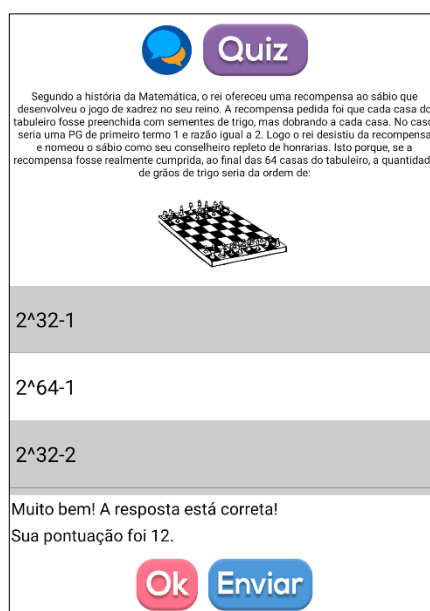


**Fonte:** A autora (2020).

Cada questão-problema possui um enunciado, uma ilustração e as alternativas (a,b,c,d,e) em barra de rolagem. Ao clicar em Ok, o jogador é direcionado a próxima pergunta, o *gamer*

continua jogando, até que se tenham completado as 12 questões. Ao responder a última questão, além do *feedback* afirmando o acerto ou erro do 12º problema, o jogo digital mostra a pontuação total do jogador e o botão Enviar, que estava oculto, aparece. A Figura 28 apresenta um *feedback* possível.

**Figura 28:** *Feedback* do Quiz PG no Problema 12



**Fonte:** A autora (2020).

Ao clicar no botão Enviar, o jogador é direcionado à última interface do *game*, onde ele coloca seu nome completo e insere também a sua turma da escola. Este último item foi inserido devido ao fato de ter sido utilizado em uma turma de alunos, para a produção dos dados desta pesquisa. Ao clicar novamente em Enviar, agora na interface DADOS\_DO\_ALUNO, aparece o botão Sair. Ao ser clicado, o aplicativo do jogo é encerrado. Além disso, os dados da pontuação do jogador, bem como seu nome completo e sua turma, vão para uma base de dados chamada *Google Fusion Tables*, que gera uma tabela com esses dados. A tabela pode ser acessada pela desenvolvedora do jogo digital via *Google Drive*, com a conta G-mail utilizada pela mesma para programar o Quiz PG.

A partir da programação do *game* Quiz PG, foi possível perceber que, para compreender todas as funcionalidades do *App Inventor 2* e programar demanda um certo tempo, mas a linguagem de programação em si é bem intuitiva. Devido a isso, alguns elementos como efeito sonoro, temporizador e animação não foram inseridos no *game* da pesquisa, embora seja possível utilizar estes e outros recursos na programação do jogo digital.

É necessário também ressaltar que – embora existam diferentes tipos de jogos e que quanto mais elementos e narrativas um *game* possui, quanto mais complexo ele for, mais potencial este tem para a aprendizagem – a partir do *App Inventor* a autora se propôs a construir um jogo do tipo *quiz* por ser viável para a mesma programar, levando em conta de que a construção foi realizada sem a colaboração de uma equipe de profissionais em desenvolvimento de jogos digitais.

Na Seção 4, são descritos os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa, o lócus desta, seus participantes, os instrumentos utilizados para a produção dos dados, o método escolhido para analisar os dados produzidos, bem como são descritas as justificativas para escolha destes procedimentos metodológicos.

## 4. METODOLOGIA

A metodologia é o estudo sistemático dos caminhos percorridos ao se realizar uma pesquisa, com a descrição dos procedimentos, da escolha dos instrumentos utilizados durante cada etapa da pesquisa e das concepções teóricas, a fim de validar o processo de investigação. Conforme Minayo (2009, p. 14), a metodologia é

[...] o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade. Ou seja, a metodologia inclui simultaneamente a teoria da abordagem (o método), os instrumentos de operacionalização do conhecimento (as técnicas) e a criatividade do pesquisador (sua experiência, sua capacidade pessoal e sua sensibilidade).

Minayo (2009) também afirma que a metodologia vai além da técnica, pois também está relacionada às “[...] concepções teóricas da abordagem, articulando-se com a teoria, com a realidade empírica e com os pensamentos sobre a realidade” (MINAYO, 2009, p. 15).

Sendo assim, explicita-se nesta seção qual foi o tipo da pesquisa, a abordagem, o lócus da pesquisa, os participantes dela, os instrumentos para a produção dos dados e a análise destes, sempre buscando justificar cada escolha realizada.

### 4.1 Tipo de pesquisa

A investigação proposta foi de cunho exploratório do tipo participante, uma vez que “[...] tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses.” (GIL, 2002, p. 41). Segundo Minayo (2009, p. 43), a pesquisa exploratória tem por característica a “sondagem de relações, fatos e processos muito pouco conhecidos”. Quanto aos procedimentos, a pesquisa foi do tipo participante devido à sua característica de “[...] interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas” (GIL, 2002, p. 55). Esta escolha se justifica pelo fato de ser a maneira mais adequada para a investigar a problemática da pesquisa. Na investigação, os participantes foram confrontados a superar os desafios que iam surgindo no decorrer das atividades e *game* propostos, onde as hipóteses levantadas na investigação foram confirmadas ou refutadas.

Na pesquisa, optou-se por desenvolvê-la na modalidade antes-depois com uma única turma. Nesta modalidade, após terem sido questionados sobre seus conhecimentos prévios acerca da P.G., os alunos assistiram a uma aula expositiva e explicativa sobre este conteúdo por intermédio de notas de aula, explicadas no quadro branco, e foram submetidos posteriormente à atividades de resolução de problemas em papel A4 (esta constituiu-se como a etapa “antes”). Após esta etapa, os alunos foram convidados a jogar o *game* Quiz PG, a fim de desenvolverem o aprendizado de P.G., ou simplesmente reforçarem o aprendizado, revendo o conteúdo e

resolvendo os mesmos problemas matemáticos que foram propostos na etapa anterior e depois do *game* os alunos responderam um questionário (esta etapa foi caracterizada como “depois”).

## 4.2 Abordagem da pesquisa

A pesquisa que culminou nesta dissertação tem abordagem qualitativa. Optou-se por esta abordagem tendo em vista que a presente pesquisa teve como objetivo produzir dados que se expressam de maneira descritiva, por meio de palavras ou símbolos, não se atendo apenas a indicadores quantitativos e analisando não apenas o resultado final, mas também o processo transcorrido até chegar ao resultado da pesquisa, processo esse em que muitas das informações foram produzidas por intermédio do contato direto com os investigados. Os principais aspectos deste tipo de pesquisa, de acordo com Flick (2009, p. 23):

[...] consistem na escolha adequada dos métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção do conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos.

Segundo Augusto et al (2014, p. 748), ao utilizar este gênero,

[...] o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar “como” ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas. [...] tende a seguir um processo indutivo – a pesquisa qualitativa é emergente em vez de estritamente pré-configurada.

E, conforme Minayo (2009), o processo de investigação (ciclo da pesquisa) qualitativa passa por três momentos: 1º - fase exploratória que “[...] consiste na produção do projeto de pesquisa e de todos os procedimentos necessários para preparar a entrada em campo” (MINAYO, 2009, p. 26); 2º - trabalho de campo que “[...] consiste em levar para a prática empírica a construção teórica elaborada na primeira etapa” (MINAYO, 2009, p. 26); 3º - análise e tratamento do material empírico e documental que “[...] diz respeito ao conjunto de procedimentos para valorizar, compreender, interpretar os dados empíricos, articulá-los com a teoria que fundamentou o projeto ou com outras leituras teóricas e interpretativas cuja necessidade foi dada pelo trabalho de campo” (MINAYO, 2009, p. 26-27).

## 4.3 Lócus da pesquisa

A pesquisa se deu na Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M.<sup>a</sup> Santos Lacet (Apêndice A), da cidade de Maceió – AL, em que a pesquisadora desta investigação faz parte do corpo docente da mesma, como professora contratada. Esta escola possui 20 salas de aula funcionando em três turnos (do 6º ano do Fundamental II ao 3º ano do Ensino Médio, manhã e tarde; e Educação de

Jovens e Adultos – EJA, no horário noturno), 1 laboratório de informática, 1 laboratório de química, 1 biblioteca, 1 sala de vídeo, 1 cozinha equipada, 1 refeitório, 1 um pátio, 1 quadra de esportes a céu aberto, banheiros (masculino e feminino), 1 sala da coordenação e 1 sala de professores, 1 cantina, 1 ginásio para a prática de esportes em fase de conclusão da construção e conta com a participação de um total de 70 professores entre efetivos e contratados, segundo informações da coordenação escolar (dados do ano letivo de 2019).

#### **4.4 Participantes da pesquisa**

Os indivíduos participantes desta pesquisa foram 16 (dezesseis) alunos do turno matutino de uma turma de primeiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M.<sup>a</sup> Santos Lacet, a qual a pesquisadora desta dissertação era professora da turma em 2019. Estes 16 alunos eram 7 meninas e 9 meninos, com faixa etária entre 15 e 17 anos. A escolha desta turma se deu pela facilidade de acesso à mesma. Quanto aos conhecimentos prévios sobre o conteúdo de P.G., os discentes tinham algumas noções de padrões numéricos, mas desconheciam o conteúdo a ser abordado na pesquisa. A escolha do 1º ano se justifica pela sugestão dada pelos PCNEM (2000), de trabalhar o conteúdo de Progressão Geométrica nesta fase escolar. Foram selecionados para esta pesquisa, os alunos que participaram de todas as etapas do processo de avaliação e que obtivemos a redação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) – Apêndice B – devidamente assinada pelo responsável legal dos mesmos e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) – Apêndice C – devidamente assinada pelo aluno. Quanto aos cuidados éticos, esta pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFAL, com o Número do parecer 3.606.140, conforme o Apêndice D.

Os incômodos e possíveis riscos à saúde física e/ou mental do menor na pesquisa poderiam ocorrer durante a observação da pesquisadora, ao passo que o aluno poderia ficar inibido ou até ocorrer algum constrangimento pelo fato de estar sendo observado. Logo nenhum dos procedimentos utilizados, ao longo do estudo, ameaçaram a sua dignidade. O jogo digital Quiz PG é de fácil manuseio e não foi necessário ter conhecimento de programação para utilizá-lo. Caso houvesse algum dano decorrente ao estudo e as atividades pertinentes à pesquisa, o estudante poderia se retirar da pesquisa e garantiríamos indenização diante de eventuais danos comprovadamente decorrentes da mesma. Assim, os pesquisadores estiveram atentos à necessidade de moderar as intervenções que colocassem em risco a dignidade dos demais participantes no grupo de estudo.

Quanto aos benefícios esperados com a participação do discente, esperava-se poder propiciar uma aprendizagem com motivação, onde o aluno participasse ativamente desse

processo: imergindo em redes colaborativas de aprendizagem, utilizando um jogo digital educativo que pudesse contribuir para uma aprendizagem com atribuição de sentido real para este sujeito; onde o professor deixaria de ser o centro da atenção e se transformaria no mediador do conhecimento.

#### 4.5 Instrumentos para produção dos dados

O recolhimento dos dados foi realizado mediante registro das atividades realizadas em momentos de construção do aprendizado do modo tradicional, por meio de notas de aula explicadas no quadro (Apêndice E) e proposta de resolução de problemas de P.G. resolvidos manualmente pelos alunos (Apêndice F) e no ambiente da linguagem de programação AI2 com o *game* Quiz PG, assim como do questionário (Apêndice G) com perguntas objetivas e discursivas a respeito da avaliação que cada participante fez da interface do *game* utilizado durante o processo de ensino e aprendizagem de P.G. O Quadro 7 traz uma síntese dos instrumentos utilizados e atividades realizadas em cada encontro.

**Quadro 7:** Síntese dos instrumentos utilizados e atividades realizadas nos encontros

ENCONTRO	PERÍODO	INSTRUMENTOS	ATIVIDADES REALIZADAS
1º Encontro	08/10/19 (10:20 as 12h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ TALE e TCLE.</li> </ul>	Apresentação do projeto de pesquisa e solicitação de assinatura do TALE e do TCLE
2º Encontro	13/11/19 (7h as 9h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Notas de aula.</li> </ul>	Recebimento do TALE e do TCLE assinado e aula expositiva e explicativa do conteúdo de P.G.
3º Encontro	19/11/19 (10:20 as 12h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Notas de aula.</li> </ul>	Continuação da aula expositiva e explicativa do conteúdo de P.G.
4º Encontro	26/11/19 (10:20 as 12h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Problemas de Progressão Geométrica resolvidos pelos alunos.</li> </ul>	Aplicação das questões-problemas sobre P.G.
5º Encontro	27/11/19 (7h as 9h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interfaces do <i>App Inventor</i> por intermédio do projetor multimídia;</li> <li>▪ Vídeo de conteúdo do Youtube &lt;<a href="https://www.youtube.com/watch?v=oaEapbD-umI">https://www.youtube.com/watch?v=oaEapbD-umI</a>&gt; por intermédio do projetor multimídia.</li> </ul>	Apresentação das interfaces do <i>App Inventor</i> para a turma e exposição da videoaula que está inserida no <i>game</i> Quiz PG.
6º Encontro	03/12/19 (10:20 as 12h)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Jogo digital Quiz PG</li> <li>▪ Questionário ao aluno sobre a avaliação da interface do Quiz PG.</li> </ul>	Instalação do <i>game</i> nos celulares dos alunos, aplicação do jogo Quiz PG e aplicação de questionário sobre a avaliação da interface do jogo Quiz PG.

**Fonte:** A autora (2020).

Além desses registros, foi utilizado o método da observação participante (Apêndice H) e utilização de diário de campo em todos os encontros, onde ficaram registrados os acontecimentos relevantes no decorrer da pesquisa, bem como das ideias e inquietações que



foram emergindo. A escolha pela observação participante e recolha documental se deu pelo fato de que por meio desses métodos é possível compreender com mais afinco o que ocorre no processo de ensino e aprendizagem, tendo como base os próprios relatos dos sujeitos que participaram da pesquisa, onde o observador tem papel indispensável, sendo um mediador e também testemunha dos fatos ocorridos. Na observação participante, conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 75):

O investigador participa até certo ponto como membro da comunidade ou população pesquisada. A ideia de sua incursão na população é ganhar a confiança do grupo, ser influenciado pelas características dos elementos do grupo e, ao mesmo tempo, conscientizá-los da importância da investigação.

Por intermédio da observação participante foi possível perceber fatos não detectados através da recolha documental.

Quanto ao método de Resolução de Problemas propostos aos alunos, partiu-se do pressuposto definido por Polya (1995), que consiste em quatro passos: 1º - compreender o problema; 2º - estabelecer um plano de resolução; 3º - executar este plano; 4º - examinar a solução encontrada. Ademais, a pesquisa fundamentou-se na Aprendizagem Significativa de Ausubel (APUD MOREIRA e MASINI, 1982) durante as atividades utilizadas com os alunos.

É válido destacar que o Manual Didático elaborado para professores de Matemática, sendo este o produto educacional decorrente desta pesquisa, possui uma Sequência Didática com atividades semelhantes às que foram realizadas nesta investigação, com algumas propostas de vídeos a serem assistidos pelos alunos e utilização do jogo digital Quiz PG desenvolvido pela pesquisadora. Este *game* se encontra disponível na plataforma do Google Play Store, podendo ser acessado pelo seguinte *link* <[https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai\\_wferreira390.PGQuiz&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai_wferreira390.PGQuiz&hl=pt_BR)>.

#### **4.6 Análise dos dados produzidos**

A análise foi realizada com base no método de Análise de Conteúdo, pois ao analisar qualitativamente a produção escrita, este método se adéqua melhor à intenção de observar e tratar os dados recolhidos por instrumentos como diário de bordo e produção dos alunos. Segundo Bardin (2004, p. 27) esta metodologia corresponde a “[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações”, possuindo esta, três etapas: a pré-análise, a exploração da análise e o tratamento dos resultados obtidos que são separados por categorias e sub-categorias, onde estes resultados necessitam ser validados. Conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 84):

[...] é uma técnica de pesquisa e, como tal, tem determinadas características metodológicas: objetividade, sistematização e inferência [...] inicia pela leitura das falas, realizada por meio das transcrições de entrevistas, depoimentos e documentos. Geralmente, todos os procedimentos levam a relacionar estruturas semânticas (significantes) com estruturas sociológicas (significados) dos enunciados e articular a superfície dos enunciados dos textos com os fatores que determinam suas características: variáveis psicossociais, contexto cultural e processos de produção de mensagem.

Ainda de acordo com Gerhardt e Silveira, o método de análise de conteúdo possui várias modalidades, dentre as quais foi escolhida a “análise temática” que: “[...] trabalha com a noção de tema, o qual está ligado a uma afirmação a respeito de determinado assunto; comporta um feixe de relações e pode ser graficamente representada por meio de uma palavra, frase ou resumo” (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p. 84).

As categorias e subcategorias temáticas que foram utilizadas para analisar os dados produzidos na pesquisa estão dispostos no Quadro 8, conforme orienta Bardin (2004):

**Quadro 8:** Categorias e subcategorias temáticas da Análise de Conteúdo

<b>Categorias</b>	<b>Subcategorias</b>
<b>Categoria 1:</b> Desempenho dos alunos na Resolução de Problemas de P.G. em papel A4.	1. Acertos na resolução dos problemas propostos.
	2. Erros na resolução dos problemas propostos.
	3. Problemas não respondidos.
<b>Categoria 2:</b> Características dos participantes da pesquisa.	1. Acesso a computador.
	2. Acesso à internet.
	3. Frequência com a qual o <i>gamer</i> joga.
	4. Saber da existência do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa.
	5. Utilização do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa.
	6. Utilização de outro <i>software</i> educacional para atividades de Matemática.
<b>Categoria 3:</b> Possibilidades e limitações do Quiz PG.	1. Interface do Quiz PG.
	2. Aprendizagem com o Quiz PG.
	3. Utilização do <i>game</i> após a pesquisa.
	4. O que os alunos programariam no AI2.
<b>Categoria 4:</b> Dificuldades dos alunos ao utilizar o Quiz PG para jogar.	1. Finalização do <i>game</i> .
	2. Nível de dificuldade na utilização do Quiz PG.
	3. Dificuldades encontradas ao jogar o Quiz PG.
<b>Categoria 5:</b> As contribuições do Quiz PG para o ensino e aprendizagem de Matemática.	1. Interesse dos alunos em aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .
	2. Opinião dos alunos sobre a diferença entre aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .
	3. Interesse em continuar utilizando o <i>App Inventor</i> para atividades de Matemática.

**Fonte:** A autora (2020).

Ao avaliar os dados obtidos, foram analisadas as contribuições da linguagem de programação *App Inventor* nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de P.G. dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

Na Seção 5 serão apresentados os resultados da pesquisa, a partir da análise dos dados produzidos, bem como das observações realizadas pela pesquisadora ao longo das atividades realizadas em cada encontro com os participantes da pesquisa. Vale ressaltar que os 16 alunos envolvidos na pesquisa receberam os códigos A1, A2, A3, ..., A16 e serão estes códigos que aparecerão nos resultados da pesquisa na seção a seguir, representando os participantes da pesquisa.

## 5. O JOGO DIGITAL QUIZ PG NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE P. G.

A partir da análise dos problemas resolvidos em papel A4 pelos sujeitos que participaram da pesquisa, dos resultados adquiridos pelos alunos ao jogar o Quiz PG e das respostas ao questionário aplicado após o *game* ter sido jogado, foi possível realizar inferências sobre estes resultados, gerando a partir daí a temática Unidades de Registro, que por sua vez resultaram nas categorias e subcategorias de análise dos dados. No intuito de explicitar de forma clara estes resultados, a seção foi subdividida de acordo com as categorias temáticas de análise já citadas anteriormente no Quadro 8.

### 5.1 Desempenho dos alunos na Resolução de Problemas de P.G. em papel A4

A Categoria 1 foi gerada a partir da análise dos problemas de P.G. resolvidos manualmente pelos alunos em papel A4 (Apêndice F), de forma individual e sem consulta ao conteúdo. O Quadro 9 apresenta as subcategorias e as unidades de registro que foram geradas a partir da análise das respostas dos alunos aos problemas de P.G. propostos.

**Quadro 9:** Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 1

Subcategorias	Unidades de Registro
1. Acertos na resolução dos problemas propostos.	Acerto com registro de explicação/cálculo.
	Acerto sem registro de explicação/cálculo.
2. Erros na resolução dos problemas propostos.	Erro com registro de explicação/cálculo.
	Erro sem registro de explicação/cálculo.
3. Problemas não respondidos.	Sem resposta.

**Fonte:** A autora (2020).

A partir destas unidades de registro, foi analisada a frequência com a qual estas unidades apareceram em cada problema, ao realizar o mapeamento das respostas dos alunos. O Problema 1 envolve o Triângulo de Sierpinski, já explicitado na Seção 2 deste trabalho. Neste problema, o aluno deveria identificar o padrão que aparecia na sequência das três primeiras figuras e identificar qual seria a quarta figura desta sequência. A Tabela 1 mostra a frequência de respostas dos alunos, de acordo com as unidades de registro estabelecidas.

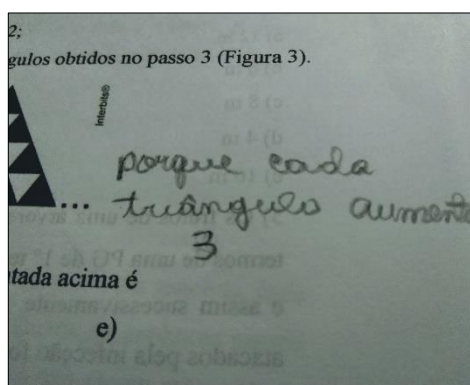
**Tabela 1:** Desempenho dos alunos no Problema 1

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	2
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	14
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	0
Sem resposta.	0

**Fonte:** A autora (2020).

De acordo com a Tabela 1, todos os alunos responderam corretamente, o que significa que todos perceberam o padrão da sequência nas figuras, porém apenas os alunos A2 e A3 registraram qual foi o padrão, ou seja, estes alunos perceberam que a razão da P.G. constante no Triângulo de Sierpinski é  $q = 3$ . A Figura 29 mostra um destes registros.

**Figura 29:** Registro de explicação do Problema 1



**Fonte:** A autora (2020).

A partir deste primeiro problema, pode-se inferir que os alunos conseguiram compreender o problema a partir da representação geométrica contida neste. Assim, compreendemos que a utilização de problemas relacionados à fractais podem proporcionar uma aprendizagem significativa sobre P.G., como aponta a pesquisa de Valmorbidá (2018).

O problema 2 envolve o vírus do sarampo que se propaga numa escola com 512 alunos, de forma que aparece no primeiro de dia um aluno infectado, no segundo dia dois alunos estão infectados e assim sucessivamente, sempre dobrando a quantidade de infectados do dia anterior. Este problema refere-se a uma P.G. cuja razão é  $q = 2$  e o primeiro termo é  $a_1 = 1$ , em que se deve identificar qual o dia em que os 512 alunos estariam infectados com o vírus do sarampo. A Tabela 2 mostra o resultado dos acertos e erros dos alunos ao responderem o problema em questão.

**Tabela 2:** Desempenho dos alunos no Problema 2

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	5
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	7
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	2
Sem resposta.	2

**Fonte:** A autora (2020).

Pode-se perceber, a partir da Tabela 2, que doze alunos responderam corretamente o problema 2, mas apenas cinco alunos justificaram suas respostas, registrando os cálculos

realizados. Destes cinco, três responderam o problema calculando cada termo por meio da multiplicação do termo anterior pela razão da P.G., até chegar no dia em que a quantidade de infectados fosse 512. Os outros dois alunos responderam o problema utilizando a fórmula do termo geral da P.G. A Figura 30 mostra os registros de cálculos de dois alunos, cada um utilizando um método de resolução.

**Figura 30:** Registros de cálculos do Problema 2

**Fonte:** A autora (2020).

É válido destacar aqui, que foi solicitado aos alunos envolvidos na pesquisa que justificassem suas respostas com explicações por escrito e com os cálculos que se fizessem necessários. Logo, quando os alunos marcam as respostas sem registro de explicação/cálculo, pode significar que não conseguiram compreender o problema, apenas marcaram uma alternativa ou simplesmente não marcaram nada. O ato de “chutar” uma alternativa sempre que não compreendiam um problema foi observado pela pesquisadora nas falas dos participantes, durante a aplicação dos problemas propostos, que confirma a suposição de que não compreenderam o problema. Especificamente no Problema 2, os alunos que marcaram uma alternativa sem registro de explicação/cálculo ou que deixaram sem marcação, não perceberam que a resolução do problema envolvia o cálculo do 10º termo da P.G. de razão  $q = 2$  e primeiro termo  $a_1 = 1$ .

O Problema 3 envolve a venda mensal de 12 camisetas ao longo de um ano, sendo que a partir do mês de setembro a venda foi triplicada a cada mês. Ou seja, em setembro foram vendidas 36 camisetas, em outubro foram 108 camisetas, em novembro 324 camisetas e em dezembro, 972 camisetas. A resolução do problema consiste em calcular o total de vendas no último quadrimestre do ano e calcular também a média mensal de vendas do ano. A Tabela 3 mostra os resultados das frequências de respostas dos alunos a este problema.

**Tabela 3:** Desempenho dos alunos no Problema 3

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	3
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	2
Erro com registro de explicação/cálculo.	5

Erro sem registro de explicação/cálculo.	6
Sem resposta.	0

Fonte: A autora (2020).

A Tabela 3 nos permite inferir que apenas três alunos compreenderam totalmente o problema, registrando suas explicações/cálculos. Os três responderam o problema calculando cada termo da P.G. por meio da multiplicação do termo anterior pela razão (referente ao último quadrimestre do ano). Depois somaram os quatro valores e identificaram que a soma resultava em 1.440 camisas. Também calcularam a média mensal de vendas do ano, obtendo a média mensal de 128 camisas vendidas durante o ano. A Figura 31 mostra o registro dos cálculos realizados por um dos três alunos.

**Figura 31:** Registro de cálculo do Problema 3 efetuado corretamente

ente,

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 36 + 108 + 324 + 972 = 1.536 \div 12 = 128$$

$$36 + 108 + 324 + 972 = 1.440$$

Fonte: A autora (2020).

Observa-se também, a partir da Tabela 3, que dos onze alunos que não solucionaram o problema, cinco alunos tentaram resolvê-lo. O erro dos cinco foi em ter somado os valores das vendas do ano inteiro, sendo que o problema deveria ser resolvido calculando apenas a soma do último quadrimestre do ano. A Figura 32 mostra um dos registros desse erro.

**Figura 32:** Registro de cálculo do Problema 3 efetuado erroneamente

Janeiro 12  
 Fev 12  
 Março 12  
 Abril 12  
 Maio 12  
 Junho 12  
 Julho 12  
 Agosto 12

96

SETEMBRO  $12 \times 3 = 36$   
 OUTUBRO  $36 \times 3 = 108$   
 NOVEMBRO  $108 \times 3 = 324$   
 DEZEMBRO  $324 \times 3 = 972$

1.440

$1.440 + 96 = 1.536$

Fonte: A autora (2020).

O Problema 4 está relacionado à uma bola que é lançada verticalmente de uma altura de 4 metros, de cima para baixo, onde após cada impacto com o solo, a bola recupera metade da altura anterior. A Tabela 4 mostra as frequências dos acertos e erros no Problema 4.

**Tabela 4:** Desempenho dos alunos no Problema 4

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	4
Erro com registro de explicação/cálculo.	2
Erro sem registro de explicação/cálculo.	6
Sem resposta.	4

Fonte: A autora (2020).

A resolução do Problema 4 consiste em calcular a soma de todos os deslocamentos realizados pela bola (no sentido vertical), até o momento em que ela parar. A partir da Tabela 4 percebe-se que apenas dois alunos registraram seus cálculos, na tentativa de solucionar o problema, porém não conseguiram resolvê-lo corretamente. Eles perceberam que o problema poderia ser resolvido utilizando a soma dos infinitos termos de uma P.G. com primeiro termo  $a_1 = 4$  e razão  $q = \frac{1}{2}$ , mas não utilizaram corretamente a fórmula da soma dos termos de uma P.G. infinita para resolvê-lo. A Figura 33 mostra o erro:

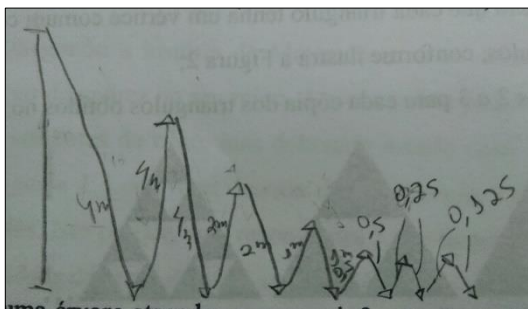
**Figura 33:** Registro de cálculo do Problema 4 efetuado erroneamente

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. It contains several lines of calculations for the sum of an infinite geometric series ( $S_{\infty}$ ). The first line shows the formula  $S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$  with  $a_1 = 4$  and  $q = \frac{1}{2}$ . The second line shows the calculation  $S_{\infty} = 4 + 4 \times 2$ , which is incorrect. The third line shows the result  $S_{\infty} = 4 + 8 = 12$ . Below this, there are two more lines showing the correct formula  $S_{\infty} = 4 + \frac{4}{1 - \frac{1}{2}}$  and  $S_{\infty} = 4 + \frac{4}{1 - \frac{1}{2}}$ , but they are not fully calculated.

Fonte: A autora (2020).

Outra situação que chamou atenção da pesquisadora foi que o aluno A11 percebeu que a razão da P.G. é  $q = \frac{1}{2}$ , mas não percebeu que o problema poderia ser resolvido calculando a soma dos infinitos termos desta P.G., deixando a questão sem resposta. A Figura 34 mostra o movimento da bola percebido pelo aluno A11, bem como a sequência dos termos da P.G. descrita a cada impacto da bola com o solo.



**Figura 34:** Ilustração realizada pelo aluno do movimento da bola no Problema 4

**Fonte:** a autora (2020).

O Problema 5 trata dos frutos de uma árvore que apodreciam dia após dia, conforme os termos de uma P.G. com razão  $q = 3$  e primeiro termo  $a_1 = 1$ . A resolução deste problema consiste em identificar o número máximo de frutos que apodreceram, sabendo que no 7º dia apodreceram os últimos frutos da árvore. A Tabela 5 mostra o resultado da frequência de respostas dos alunos ao referido problema.

**Tabela 5:** Desempenho dos alunos no Problema 5

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	3
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	5
Erro com registro de explicação/cálculo.	1
Erro sem registro de explicação/cálculo.	4
Sem resposta.	3

**Fonte:** A autora (2020).

Nota-se pela Tabela 5 que oito alunos acertaram a resposta do problema, mas apenas três deles registraram seus cálculos. Estes três perceberam que a resolução do problema envolvia a soma dos sete primeiros termos da P.G. de razão  $q = 3$  e primeiro termo  $a_1 = 1$  e utilizaram a fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita para resolver o problema. A Figura 35 ilustra um registro de cálculo realizado corretamente.

**Figura 35:** Registro de cálculo do Problema 5 efetuado corretamente

$$S_7 = \frac{1(3^7 - 1)}{3 - 1} = \frac{2186}{2} = 1093$$

**Fonte:** A autora (2020).

Nota-se ainda, pela Tabela 5, que um aluno tentou resolver o problema e registrou os cálculos realizados. Este aluno errou na resolução do problema porque não percebeu que a sua resolução envolvia a soma dos sete primeiros termos da P.G. Ao invés de somar os 7 primeiros termos da P.G., o aluno apenas encontrou o 7º termo desta sequência, afirmando ser a quantidade máxima de frutos que apodreceram. A Figura 36 mostra o registro dos cálculos.

**Figura 36:** Registro de cálculo do Problema 5 efetuado erroneamente

ela infecção foi: 729 frutos

$1, 3, 9, \dots$

4º 27  
5º 81  
6º 243  
7º 729

9  
× 3  
—  
27  
× 3  
—  
81  
× 3  
—  
243  
× 3  
—  
729

de dezembro, uma pessoa enviou pela internet uma mensagem para x pessoas. No dia 2,

**Fonte:** A autora (2020).

O Problema 6 é referente a uma pessoa que enviou uma mensagem pela internet para x pessoas no 1º dia de dezembro. No 2º dia, cada uma destas x pessoas enviou a mesma mensagem para outras duas novas pessoas. No 3º dia, as pessoas que receberam a mensagem no dia 2 também enviaram para outras duas novas pessoas e assim sucessivamente. A resolução deste problema consiste em descobrir quantas são as x pessoas, sabendo que até o 6º dia 756 pessoas haviam recebido a mensagem. A Tabela 6 revela a frequência de respostas dos alunos ao problema.

**Tabela 6:** Desempenho dos alunos no Problema 6

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	4
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	5
Sem resposta.	7

**Fonte:** A autora (2020).

Percebe-se, a partir da Tabela 6, que dos quatro alunos que acertaram a resposta, nenhum aluno registrou os cálculos realizados para solucionar o problema, permitindo assim inferir que os alunos não perceberam que a resolução do problema envolvia a soma dos seis primeiros termos da P.G. de razão  $q = 2$  e primeiro termo  $a_1 = x$ .

O Problema 7 envolve uma campanha de arrecadação de brinquedos, em que no 1º dia da campanha foi coletado 1 brinquedo, no 2º dia foram coletados 5, no 3º dia coletou-se 25 e assim sucessivamente. O problema consiste em identificar após quantos dias serão arrecadados

um total de 19. 531 brinquedos. A Tabela 7 mostra a frequência de respostas dos alunos ao referido problema.

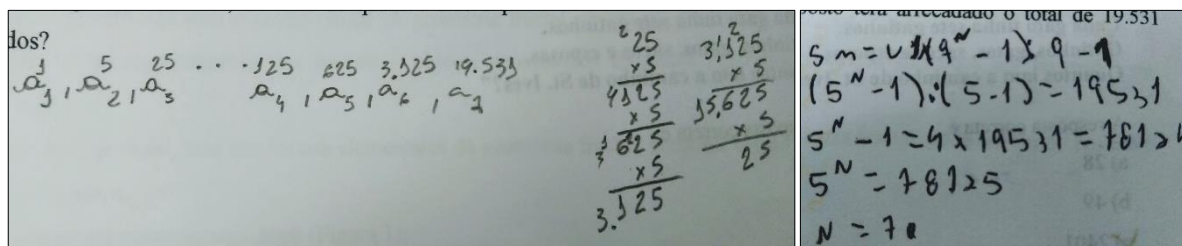
**Tabela 7:** Desempenho dos alunos no Problema 7

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	2
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	2
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	7
Sem resposta.	5

Fonte: A autora (2020).

Ao analisar a tabela 7, nota-se que quatro alunos acertaram a resposta do problema, mas somente dois deles registraram os cálculos realizados. Estes alunos perceberam a P.G. de razão  $q = 5$  e 1º termo  $a_1 = 1$  no problema e resolveram o problema por métodos diferentes. Um deles calculou cada termo por meio da multiplicação do termo anterior pela razão, mas no 7º termo, registrou logo a soma dos sete primeiros termos, sem registro de cálculo desta soma. Ou seja, o aluno pode ter chegado à conclusão de que o resultado da soma dos sete primeiros seria 19. 531, ao encontrar o valor  $a_7 = 15. 625$  e concluiu, por estimativa, que a soma dos sete primeiros termos daria o resultado esperado. Já o outro aluno utilizou a fórmula da soma dos  $n$  primeiros termos da P.G. A Figura 37 mostra os registros de cálculos dos dois alunos.

**Figura 37:** Registros de cálculos do Problema 7 efetuados corretamente



Fonte: A autora (2020).

O Problema 8 refere-se um canal de TV que foi inaugurado já com 3. 000 assinantes, com meta de obter 100 novos assinantes no 1º mês de funcionamento, mais 200 novos assinantes no 2º mês, mais 400 no 3º mês e assim por diante. A resolução do problema consiste em calcular quantos assinantes haverá após 1 ano de funcionamento do canal de TV. A Tabela 8 apresenta o resultado da frequência de respostas obtidas deste problema.

**Tabela 8:** Desempenho dos alunos no Problema 8

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	6
Erro com registro de explicação/cálculo.	0

Erro sem registro de explicação/cálculo.	3
Sem resposta.	7

**Fonte:** A autora (2020).

Conforme a Tabela 8, apenas seis alunos acertaram a resposta do problema, mas não registraram os cálculos efetuados, significando que os alunos não perceberam que a resolução do problema envolvia a soma dos doze primeiros termos da P.G. de razão  $q = 2$  e 1º termo  $a_1 = 100$  que somados ao valor inicial de assinantes resultaria em 412. 500 assinantes.

O Problema 9 trata do envio de uma mensagem por e-mail para 3 amigos de Paula em um dia de sábado. No dia seguinte a esse envio, os amigos de Paula que receberam a mensagem enviaram, cada um, para mais 3 amigos, e assim sucessivamente, até o sábado seguinte. A resolução deste problema consiste em calcular quantas pessoas receberam a mensagem até o sábado seguintes, supondo que nenhum amigo recebeu o e-mail mais de uma vez. A Tabela 9 mostra o resultado do desempenho dos alunos neste problema, apresentando a frequência de respostas, conforme as unidades de registro estabelecidas.

**Tabela 9:** Desempenho dos alunos no Problema 9

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	3
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	6
Sem resposta.	7

**Fonte:** A autora (2020).

Como se pode perceber, a partir dos dados da Tabela 9, apenas três alunos marcaram a alternativa correta, sem registrar os cálculos realizados, indicando assim que os alunos não perceberam que a resolução do problema envolvia soma dos oito primeiros termos da P.G. de razão  $q = 3$  e primeiro termo  $a_1 = 3$ .

O Problema 10 envolve uma população de bactérias que aumenta, duplicando a quantidade existente inicialmente, a cada 30 minutos. A resolução do problema consiste em descobrir quantas bactérias existirão após 4 horas e 30 minutos, considerando que o processo de reprodução se inicia com apenas uma bactéria. A Tabela 10 apresenta a frequência de respostas dos alunos ao referido problema.

**Tabela 10:** Desempenho dos alunos no Problema 10

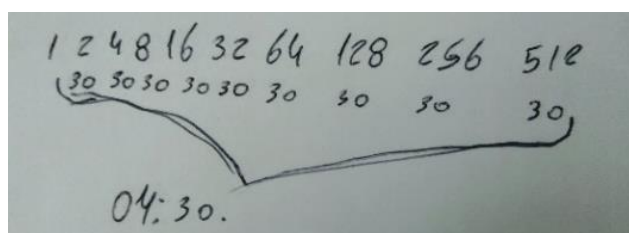
Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	4
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	7
Erro com registro de explicação/cálculo.	1
Erro sem registro de explicação/cálculo.	3

Sem resposta.	1
---------------	---

Fonte: A autora (2020).

A Tabela 10 mostra que dos dezesseis alunos investigados, onze acertaram a resposta do problema, quatro erraram e apenas um aluno não respondeu o problema. Dos alunos que acertaram, quatro deles registraram os cálculos efetuados, demonstrando assim que estes alunos perceberam o padrão da P.G. no problema e calcularam cada termo por meio da multiplicação do termo anterior pela razão  $q = 2$ , sabendo que o primeiro termo da sequência é  $a_1 = 1$ . A Figura 38 mostra o registro do raciocínio de um dos alunos que resolveram o problema corretamente.

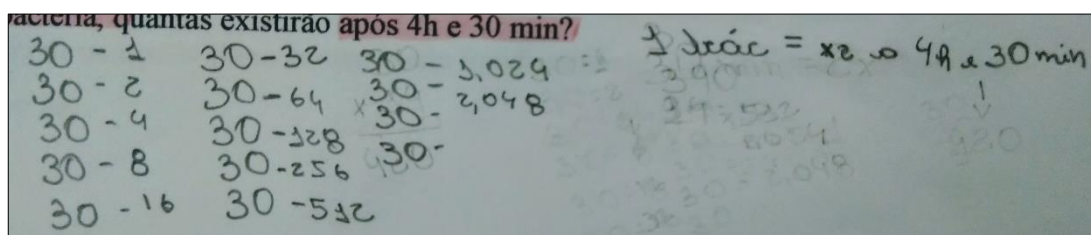
Figura 38: Registro de resolução do Problema 10 efetuado corretamente



Fonte: A autora (2020).

Dos alunos que erraram a resposta do problema 10, um aluno registrou a forma como raciocinou para chegar ao resultado obtido. A partir deste registro foi possível observar que o aluno percebeu o padrão da P.G. no problema e calculou cada termo por meio da multiplicação do termo anterior pela razão, mas não percebeu que a resolução do problema envolvia o cálculo do 10º termo da P.G., referente às 4h e 30min, assim como registrou que passados os primeiros 30 minutos, havia apenas 1 bactéria, quando na verdade, haviam 2 bactérias, sendo este o termo  $a_2$  da P.G. A Figura 39 mostra o registro do raciocínio deste aluno.

Figura 39: Registro de resolução do Problema 10 efetuado erroneamente



Fonte: A autora (2020).

O Problema 11 é uma adaptação do problema que aparece no filme Duro de Matar (1995), onde o personagem precisa resolvê-lo em 30 segundos para impedir a explosão de uma suposta bomba implantada pelo vilão do filme. O problema a ser resolvido é: “A caminho de St. Ives, encontrei um homem com sete esposas; cada esposa tinha sete sacos, cada saco tinha

sete gatos, cada gato tinha sete gatinhos. Gatinhos, gatos, sacos e esposas, quantos encontrei, além do homem, a caminho de St. Ives?'. A Tabela 11 mostra a frequência de respostas dos alunos ao referido problema.

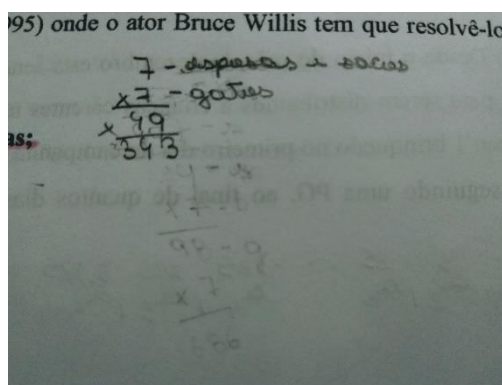
**Tabela 11:** Desempenho dos alunos no Problema 11

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	3
Erro com registro de explicação/cálculo.	1
Erro sem registro de explicação/cálculo.	7
Sem resposta.	5

**Fonte:** A autora (2020).

A partir da Tabela 11 se pode perceber que apenas três alunos acertaram a resposta do problema, sem registrar os cálculos realizados. Sendo assim, os alunos não perceberam que a resolução deste problema envolvia a soma de quatro termos da P.G. (do 2º ao 5º termo) de razão  $q = 7$  e 1º termo  $a_1 = 1$ . O aluno que errou na resolução do problema e registrou os cálculos iniciou um raciocínio, mas acabou não conseguindo resolver corretamente. A Figura 40 ilustra esse registro.

**Figura 40:** Registro de tentativa de resolução do Problema 11



**Fonte:** A autora (2020).

O Problema 12, sendo o último da lista de problemas a serem resolvidos pelos alunos, envolve a lenda do rei hindu Iadava e o sábio jovem Sessa que o presenteou com o jogo de xadrez (lenda apresentada na Sessão 2 deste trabalho). A resolução do problema consiste em calcular a quantidade de grãos de trigo solicitada por Sessa como recompensa pelo presente recebido. A Tabela 12 mostra a frequência de respostas dos alunos, de acordo com as unidades de registro estabelecidas.

**Tabela 12:** Desempenho dos alunos no Problema 12

Unidades de Registro	Frequência de respostas
Acerto com registro de explicação/cálculo.	0
Acerto sem registro de explicação/cálculo.	5
Erro com registro de explicação/cálculo.	0
Erro sem registro de explicação/cálculo.	5
Sem resposta.	6

Fonte: A autora (2020).

A partir da Tabela 12 percebe-se que apenas cinco alunos acertaram a resposta, porém sem registro de explicações/cálculos, indicando assim que os alunos não perceberam que a resolução do problema envolvia a soma dos 64 primeiros termos da P.G. de razão  $q = 2$  e 1º termo  $a_1 = 1$ .

É válido ressaltar que ao longo dos 12 problemas que foram resolvidos pelos alunos, identificamos resoluções tanto utilizando o raciocínio lógico-matemático (sem recorrer à fórmula), quanto utilizando a fórmula do termo geral da P.G. e da soma dos termos de uma P.G. Isto significa que mesmo com os diferentes caminhos de resolução que foram identificados, os alunos que explicaram suas resoluções deixaram registrado seu raciocínio, sua aprendizagem acerca do conteúdo e sua compreensão sobre o problema a ser solucionado.

De maneira geral, os alunos não tiveram um bom desempenho, tendo em vista que apenas seis alunos alcançaram um mínimo de 50% de acerto dos problemas propostos, isto sem levar em consideração que estes seis alunos, dos problemas respondidos corretamente, nem sempre registraram as explicações ou cálculos que justificassem as respostas. Pode-se inferir a partir disto, que até esta etapa da pesquisa (aplicação das questões-problemas), não houve uma aprendizagem significativa de todos os participantes. Além disto, é preciso compreender que a habilidade de resolver problemas precisa ser praticada e aprendida, não cabendo apenas a aprendizagem sobre os conteúdos matemáticos.

Sendo assim, é preciso repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática na contemporaneidade, conforme Marchetto (2017), permitindo contextualizações e conexões com outros conteúdos, buscando atividades que propiciem a reflexão dos alunos, o diálogo entre os pares, o protagonismo, a colaboração, utilizando ambientes interativos de aprendizagem.

## 5.2 Características dos participantes da pesquisa

A Categoria 2 foi gerada a partir da análise de algumas perguntas do questionário ao aluno (Apêndice G), a respeito do conhecimento e usabilidade que cada participante tem (ou não) sobre o *App Inventor* e outros *softwares* educacionais. Estas perguntas também se referem

ao acesso que o aluno tem (ou não) a computador, *internet*, bem como sobre a frequência com que ele se diverte com *games* (ou não).

Vale ressaltar que as características dos sujeitos que participaram da pesquisa interferem diretamente no modo como estes aprendem, tendo em vista que o acesso às redes sociais, aos *games* e outros recursos digitais podem propiciar uma aprendizagem móvel e ubíqua, conforme Santaella (2014) e Mantovani (2016) defendem. O Quadro 10 apresenta as subcategorias e as unidades de registro que foram geradas a partir da análise das respostas dos alunos às perguntas 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do referido questionário.

**Quadro 10:** Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 2

Subcategorias	Unidades de Registro
1. Acesso a computador.	Tem acesso a computador em casa.
	Tem acesso a computador na LAN House.
	Tem acesso a computador em casa e na LAN House.
	Tem acesso a computador em casa e na escola.
	Não tem acesso a computador.
2. Acesso à internet.	Tem acesso à internet em casa.
	Tem acesso à internet em casa e na escola.
	Tem acesso à internet em casa pelo celular.
	Tem acesso à internet em casa e fora de casa pelo celular.
	Tem acesso à internet pelo celular.
3. Frequência com a qual o <i>gamer</i> joga.	É <i>gamer</i> , mas não informou a frequência com que joga.
	É <i>gamer</i> e joga com bastante frequência.
	É <i>gamer</i> , mas joga com pouca frequência.
	Não é <i>gamer</i> .
4. Saber da existência do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa.	Já tinha ouvido falar sobre o <i>App Inventor</i> anteriormente.
	Não tinha ouvido falar sobre o <i>App Inventor</i> anteriormente.
5. Utilização do <i>App Inventor</i> antes da pesquisa.	Já havia utilizado o <i>App Inventor</i> anteriormente.
	Não havia utilizado o <i>App Inventor</i> anteriormente.
6. Utilização de outro <i>software</i> educacional para atividades de Matemática.	Já utilizou outro <i>software</i> educacional para o aprendizado de Matemática.
	Não utilizou outro <i>software</i> educacional para o aprendizado de Matemática.

**Fonte:** A autora (2020).

A partir do mapeamento das respostas dos alunos à pergunta 1 do questionário, sobre o acesso a computador, foi possível elaborar as unidades de registro constantes na Tabela 13, bem como computar a frequência de respostas a estas unidades.

**Tabela 13:** Acesso a computador

Unidades de registro	Frequência de respostas
Tem acesso a computador em casa.	6
Tem acesso a computador na LAN House.	1



Tem acesso a computador em casa e na LAN House.	1
Tem acesso a computador em casa e na escola.	1
Não tem acesso a computador.	7

**Fonte:** A autora (2020).

Conforme a Tabela 13, dos dezesseis participantes da pesquisa, nove tem acesso a computador em pelo menos um ambiente. Esta quantidade representa 56,25% do total de alunos participantes. O resultado é expressivo, porém, sete alunos não têm acesso a computador, o que de certa forma, inviabilizaria a possibilidade destes alunos programarem no *App Inventor* fora da escola, já que a programação só pode ser realizada pelo computador/*notebook*. Outro ponto de destaque é que o lócus da pesquisa possui laboratório de informática com *internet*, ainda que necessite de reparos estruturais e revisão dos computadores, permite que os alunos interessados possam programar neste espaço escolar. A Tabela 14 mostra as unidades de registro geradas a partir da análise das respostas dos alunos à pergunta 2 do questionário, bem como a frequência de respostas às unidades.

**Tabela 14:** Acesso à internet

Unidades de registro	Frequência de respostas
Tem acesso à internet em casa.	4
Tem acesso à internet em casa e na escola.	1
Tem acesso à internet em casa pelo celular.	4
Tem acesso à internet em casa e fora de casa pelo celular.	4
Tem acesso à internet pelo celular.	3
Não tem acesso à internet.	0

**Fonte:** A autora (2020).

A partir da Tabela 14 pode-se inferir o que já foi discutido ao longo deste trabalho, os alunos da contemporaneidade estão cada vez mais conectados, imersos no ciberespaço. Especificamente os alunos que participaram desta pesquisa têm acesso à *internet*, possibilitando desta forma a realização de pesquisas de conteúdos de interesse pessoal ou escolar, a interação em redes sociais e ambientes de aprendizagem, o acesso a vídeos e a *games* de variados gêneros, a utilização de aplicativos educacionais, assim como outros recursos e atividades disponíveis na rede. A Tabela 15 mostra a frequência de respostas dos alunos à pergunta 3 do questionário, que culminou nas unidades de registro referentes à frequência com que estes jogam ou não jogam em momentos de atividades livres, em lazer.

**Tabela 15:** Frequência com a qual o *gamer* joga

Unidades de registro	Frequência de respostas
É <i>gamer</i> , mas não informou a frequência com que joga.	3
É <i>gamer</i> e joga com bastante frequência.	8
É <i>gamer</i> , mas joga com pouca frequência.	1
Não é <i>gamer</i> .	4

**Fonte:** A autora (2020).

De acordo com a Tabela 15, doze participantes da pesquisa jogam pelo menos um *game* e esta quantidade representa 75% do total de alunos que participaram. Além disso, dos alunos que são *gamers*, oito alegam jogar com bastante frequência, jogando diariamente, alguns 3h por dia. Também foi possível confirmar, a partir das respostas dos alunos às perguntas 1, 2 e 3 do questionário, que todos os dezesseis alunos têm acesso a celular com internet. A Tabela 16 refere-se ao mapeamento das respostas dos alunos à pergunta 4 do questionário, a respeito do conhecimento dos alunos sobre o *App Inventor*.

**Tabela 16:** Saber da existência do *App Inventor* antes da pesquisa

Unidades de registro	Frequência de respostas
Já tinha ouvido falar sobre o <i>App Inventor</i> anteriormente.	2
Não tinha ouvido falar sobre o <i>App Inventor</i> anteriormente.	14

**Fonte:** A autora (2020).

De acordo com a Tabela acima, apenas dois alunos alegam já terem ouvido a respeito do *App Inventor*, um deles quando realizou um curso básico de informática e o outro afirma saber da existência desta linguagem de programação em jogos, embora não tenha informado quais jogos. A Tabela 17 mostra a frequência de respostas dos alunos à pergunta 5 do questionário, de acordo com as unidades de registro estabelecidas, quanto à utilização do *App Inventor* pelos alunos antes desta pesquisa.

**Tabela 17:** Utilização do *App Inventor* antes da pesquisa

Unidades de registro	Frequência de respostas
Já havia utilizado o <i>App Inventor</i> anteriormente.	0
Não havia utilizado o <i>App Inventor</i> anteriormente.	16

**Fonte:** A autora (2020).

Como se pode observar, nenhum dos alunos havia utilizado o *App Inventor* antes da pesquisa, o que significa dizer que eles não possuíam nenhuma familiaridade com *software* antes da pesquisadora apresentar as interfaces do AI2 a estes sujeitos, por meio do projetor multimídia. Por este motivo, pode-se observar que os alunos ficaram bastante curiosos e interessados em saber como funcionava a linguagem de programação em blocos, desde o primeiro encontro da pesquisa de campo. A Tabela 18 mostra a frequência de respostas à pergunta 6 do questionário, sobre a utilização de outro *software* educacional para alguma atividade de Matemática.

**Tabela 18:** Utilização de outro *software* educacional para atividades de Matemática

Unidades de registro	Frequência de respostas
Já utilizou outro <i>software</i> educacional para o aprendizado de Matemática.	6
Não utilizou outro <i>software</i> educacional para o aprendizado de Matemática.	10

Fonte: A autora (2020).

De acordo com a Tabela 18, seis alunos informaram já ter utilizado outro *software* para atividades de Matemática, mas apenas um aluno citou qual foi o *software* (Photomath). As atividades que foram citadas como realizadas com o uso de *softwares* envolviam a realização de cálculos numéricos e plotagem de gráficos. Apenas três alunos informaram quais foram as atividades.

A partir das informações obtidas por intermédio das respostas dos alunos às seis primeiras perguntas do questionário, foi possível perceber que há muito o que se explorar do AI2 com estes sujeitos, seja na utilização de *games* já disponíveis para uso ou mesmo no desenvolvimento de jogos pelos próprios alunos. Também se pode concluir que são muitas as possibilidades de ensino e aprendizagem de Matemática destes alunos com o uso de *softwares* e *games* comerciais e educacionais, visto que possuem acesso à celular e internet, e que 75% dos participantes da pesquisa fazem uso dos jogos digitais, tornando este artefato uma potência no processo de ensino e aprendizagem destes.

Ademais, o quantitativo de alunos que jogam pelo menos um *game* condiz com o que afirmam Alves (2013), Poeta (2013) e McGonigal (2017), sobre o constante aumento da quantidade de pessoas que são atraídas pelo mundo dos *games* e que estão cada vez mais imersos neste universo. Sendo assim, os jogos digitais também precisam estar inseridos no contexto escolar, não apenas como recursos ou meros instrumentos que os alunos gostam de utilizar para entretenimento, mas como um “[...] fundamento [para aprendizagem,] [...] como elemento carregado de conteúdo [...], como representante [...] de uma nova forma de pensar e sentir [...]” (PRETTO, 2013, p. 139). Que os ambientes dos jogos digitais possam ser utilizados como atividades de aprendizagem dos sujeitos, para motivá-los a aprender, seja esta uma aprendizagem conceitual, procedimental ou atitudinal, como apontado por Ramos e Cruz (2018).

### 5.3 Possibilidades e limitações do Quiz PG

A Categoria 3 foi gerada a partir da análise das respostas dos alunos às perguntas 7, 8, 12 e 13 do questionário ao aluno, a respeito da interface, da aprendizagem e do interesse dos

alunos em jogar novamente o Quiz P.G., bem como do interesse em programar aplicativos com o AI2. O Quadro 11 apresenta as subcategorias e as unidades de registro que foram geradas a partir da análise das respostas dos sujeitos às perguntas mencionadas acima.

**Quadro 11:** Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 3

Subcategorias	Unidades de Registro
1. Interface do Quiz PG.	Achou péssima a interface do Quiz PG.
	Achou ruim a interface do Quiz PG.
	Achou regular a interface do Quiz PG.
	Achou boa a interface do Quiz PG.
	Achou ótima a interface do Quiz PG.
2. Aprendizagem com o Quiz PG.	Considera que o jogo Quiz PG é péssimo para aprendizagem durante a aula.
	Considera que o jogo Quiz PG é ruim para aprendizagem durante a aula.
	Considera que o jogo Quiz PG é regular para aprendizagem durante a aula.
	Considera que o jogo Quiz PG é bom para aprendizagem durante a aula.
	Considera que o jogo Quiz PG é ótimo para aprendizagem durante a aula.
3. Utilização do <i>game</i> após a pesquisa.	Utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.
	Talvez utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.
	Não utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.
4. O que os alunos programariam no AI2.	Escolheria programar para atividade escolar.
	Escolheria programar calculadora.
	Escolheria programar caça-palavras e palavras cruzadas.
	Escolheria programar um <i>quiz</i> .
	Escolheria programar jogo.
	Escolheria programar animação ou jogo.
	Escolheria programar aplicativo com conteúdo de matemática.
Não sabe o que escolheria programar.	

**Fonte:** A autora (2020).

A Tabela 19 apresenta a frequência de respostas referentes às unidades de registro que foram estabelecidas a partir das respostas dos participantes da pesquisa sobre o que acharam da interface do Quiz PG.

**Tabela 19:** Interface do Quiz PG

Unidades de registro	Frequência de respostas
Achou péssima a interface do Quiz PG.	0
Achou ruim a interface do Quiz PG.	0
Achou regular a interface do Quiz PG.	2
Achou boa a interface do Quiz PG.	10
Achou ótima a interface do Quiz PG.	4

**Fonte:** A autora (2020).

A partir da Tabela 19 é possível perceber que apesar do Quiz PG ser um *game* simples, sem efeitos de animação ou sonoros e possuir uma capacidade gráfica limitada, comparada a jogos construídos em outras linguagens de programação como o *JavaScript*, a interface do jogo educativo teve boa aceitação pela turma, de forma geral. Dos dezesseis alunos que jogaram, 12,5% consideraram a interface regular, 62,5% consideraram a interface boa e 25% consideraram como sendo ótima. Quanto ao que os alunos consideram sobre o *game* em relação à aprendizagem (pergunta 8 do questionário ao aluno), a Tabela 20 mostra a frequência de respostas sobre este quesito.

**Tabela 20:** Aprendizagem com o Quiz PG

Unidades de registro	Frequência de respostas
Considera que o jogo Quiz PG é péssimo para aprendizagem durante a aula.	0
Considera que o jogo Quiz PG é ruim para aprendizagem durante a aula.	0
Considera que o jogo Quiz PG é regular para aprendizagem durante a aula.	2
Considera que o jogo Quiz PG é bom para aprendizagem durante a aula.	7
Considera que o jogo Quiz PG é ótimo para aprendizagem durante a aula.	7

**Fonte:** A autora (2020).

De acordo com a Tabela 20, 12,5% dos alunos investigados consideram que o *game* é regular para sua aprendizagem durante a aula, 43,75% o consideram como sendo bom para a sua aprendizagem e outros 43,75% consideram como ótimo para a aprendizagem. Este resultado condiz com o que foi observado durante a aplicação do jogo no laboratório de informática. Os alunos jogaram de maneira concentrada, diferente do modo como responderam os problemas propostos no 4º encontro da pesquisa de campo, onde estavam nervosos ao se depararem com a lista de problemas em papel A4. Durante o jogo os alunos realizaram novamente os cálculos dos problemas feitos anteriormente, bem como, ao lembrarem de que eram os mesmos problemas respondidos anteriormente, ficavam mais interessados em responder e receber o *feedback* da resposta certa ou errada. Sobre o interesse em jogar o Quiz PG novamente em momentos livres após a pesquisa, que consta na pergunta 12 do questionário ao aluno, a Tabela 21 apresenta a frequência de respostas dos alunos a esta pergunta.

**Tabela 21:** Utilização do *game* após a pesquisa

Unidades de registro	Frequência de respostas
Utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.	6
Talvez utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.	8
Não utilizaria o Quiz PG novamente em momentos livres.	2

**Fonte:** A autora (2020).

A partir da Tabela 21, podemos observar que seis alunos responderam que utilizariam novamente o Quiz PG em momentos livres. Destes seis, quatro alunos justificaram sua resposta.

O aluno A4 afirma que jogaria novamente porque achou legal. O aluno A7 afirma que é porque gosta de jogos variados, o aluno A8 afirma que jogaria por não ter nada para fazer e o aluno A14 disse que jogaria novamente para aprender mais e para passar o tempo. Dos oito alunos que talvez jogariam novamente, quatro explicam o porquê de talvez utilizarem o *game* novamente: o aluno A1 utilizaria novamente no intuito de revisar para trabalhos e provas; o aluno A2 afirma não ter muito interesse em jogos deste gênero para passar o tempo; o aluno A10 afirma que tem obrigações a cumprir, o que significa dizer que não tinha certeza de ter tempo para jogar novamente e o aluno A11, afirma que talvez jogaria pelo fato de já saber as respostas dos problemas do Quiz PG, o que tornaria a repetição do jogo chata. Finalmente, dos dois alunos que afirmaram que não jogaria novamente, o aluno A15 justificou com o fato de não gostar de Matemática.

Desta forma é possível concluir que, por ser um *game* que tem apenas 12 perguntas, é um jogo que é interessante para ser jogado uma vez, como atividade lúdica, para revisão de conteúdos na perspectiva de resolução de problemas, bem como pode ser utilizado como uma atividade avaliativa. Quanto ao que os alunos escolheriam programar no *App Inventor* se tivessem a oportunidade, referente à pergunta 13, a Tabela 22 explicita a frequência de respostas dos alunos.

**Tabela 22:** O que os alunos programariam no AI2

Unidades de registro	Frequência de respostas
Escolheria programar para atividade escolar.	3
Escolheria programar calculadora.	1
Escolheria programar caça-palavras e palavras cruzadas.	1
Escolheria programar um <i>quiz</i> .	3
Escolheria programar jogo.	3
Escolheria programar animação ou jogo.	1
Escolheria programar aplicativo com conteúdo de matemática.	2
Não sabe o que escolheria programar.	2

**Fonte:** A autora (2020).

Conforme mostra a Tabela 22, os alunos pensaram em programar aplicativo de calculadora, caça-palavras, palavras cruzadas, *quiz*, jogos, animação, aplicativo com conteúdo matemático e atividades escolares. Sobre estas atividades escolares, foram citados: resumo de conteúdos escolares e aplicativo com conteúdo de Biologia e de Português. Estas foram as ideias criativas dos sujeitos que participaram da pesquisa e que se mostram como possibilidades para pesquisas futuras, na contínua busca pela construção da aprendizagem de forma colaborativa, criativa e motivadora, bem como na intenção de proporcionar uma participação ativa do aluno, com real engajamento deste no processo de ensino e aprendizagem,

principalmente no que concerne ao jogo digital, sendo este um espaço de criação e descobertas, um ambiente que pode propiciar boas aprendizagens (GEE, 2009).

Ademais, destaca-se a utilização do Quiz PG, bem como de outros aplicativos e jogos digitais, como espaços propiciadores da aprendizagem com conectividade, mobilidade e ubiquidade, por meio de dispositivos móveis, promovendo a autonomia, a interatividade, a colaboração e a aprendizagem significativa dos alunos, conforme apontam os estudos de Santaella (2014) e Mantovani (2016).

#### 5.4 Dificuldades dos alunos ao utilizar o Quiz PG para jogar

A Categoria 4, referente às dificuldades dos alunos em utilizar o *game* Quiz PG, foi elaborada a partir das inferências da pesquisadora ao analisar as respostas dos alunos às perguntas 9, 10 e 11 do questionário ao aluno, que possibilitou a elaboração as unidades de registro e posteriormente as subcategorias em que se encaixavam as unidades de registro. O Quadro 12 explicita as subcategorias da Categoria 4 e suas respectivas unidades de registro.

**Quadro 12:** Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 4

Subcategorias	Unidades de Registro
1. Finalização do <i>game</i> .	Conseguiu concluir o jogo Quiz PG.
	Não conseguiu concluir o jogo Quiz PG.
2. Nível de dificuldade na utilização do Quiz PG.	Nível 0 de dificuldade
	Nível 4 de dificuldade
	Nível 5 de dificuldade
	Nível 6 de dificuldade
	Nível 8 de dificuldade
3. Dificuldades encontradas ao jogar o Quiz PG.	Nenhuma dificuldade.
	Dificuldade relacionada ao conteúdo do Quiz PG.
	Dificuldade relacionada ao cálculo das respostas do Quiz PG.
	Dificuldade relacionada à leitura dos textos (tamanho da fonte).

Fonte: A autora (2020).

A partir do mapeamento das respostas dos participantes da pesquisa à pergunta 9 do questionário ao aluno, sobre conseguir concluir a jogada no Quiz PG, foi possível elaborar as unidades de registro constantes na Tabela 23, bem como computar a frequência de respostas a estas unidades.

**Tabela 23:** Finalização do *game*

Unidades de registro	Frequência de respostas
Conseguiu concluir o jogo Quiz PG.	16
Não conseguiu concluir o jogo Quiz PG.	0

Fonte: A autora (2020).

Como se pode observar na Tabela 23, todos os alunos conseguiram concluir a jogada. Ao finalizarem o jogo, os alunos preencheram seus dados, com seu nome e turma no próprio aplicativo do *game* e enviaram o resultado das pontuações, que ficaram registrados no *Google Drive* da pesquisadora numa planilha gerada pelo *Google Fusion Tables* (base de armazenamento de dados). É válido ressaltar que este banco de dados entrou em desativação justamente no dia do último encontro da pesquisa de campo (dia 3 de dezembro de 2019). No entanto foi possível baixar os dados referentes às pontuações dos alunos, em uma planilha do Excel. Apesar desta desativação, é possível criar mecanismos de armazenamento interno dos dados, dentro do próprio aplicativo do jogo, durante a programação no *App Inventor*. Sobre o nível de dificuldade que os alunos tiveram durante a manipulação do Quiz PG (pergunta 10 do questionário ao aluno), a Tabela 24 mostra a frequência de respostas dos alunos, referente as unidades de registro estabelecidas.

**Tabela 24:** Nível de dificuldade na utilização do Quiz PG

Unidades de registro	Frequência de respostas
Nível 0 de dificuldade	8
Nível 4 de dificuldade	1
Nível 5 de dificuldade	3
Nível 6 de dificuldade	2
Nível 8 de dificuldade	2

**Fonte:** A autora (2020).

Conforme mostra a Tabela 24, 50% dos alunos afirmaram que o nível de dificuldade foi zero, ou seja, nenhuma dificuldade, 6,25% afirmou ter nível 4 de dificuldade, 18,75% afirmou ter um nível 5 de dificuldade, 12,5% informou nível 6 de dificuldade e outros 12,5 informou ter nível 8 dificuldade, considerado como um nível alto. Na Tabela 25 está a frequência de respostas dos alunos sobre quais foram as dificuldades encontradas (pergunta 11 do questionário ao aluno).

**Tabela 25:** Dificuldades encontradas ao jogar o Quiz PG

Unidades de registro	Frequência de respostas
Nenhuma dificuldade.	7
Dificuldade relacionada ao conteúdo do Quiz PG.	7
Dificuldade relacionada ao cálculo das respostas do Quiz PG.	1
Dificuldade relacionada à leitura dos textos (tamanho da fonte).	1

**Fonte:** A autora (2020).

Como se pode observar na Tabela 25, sete alunos afirmaram não ter nenhuma dificuldade durante o *game*. Porém na Tabela 24 oito alunos alegaram nível zero de dificuldade. Isto se explica pelo fato de que um dos alunos respondeu “nível 0” na pergunta de número 10



e na pergunta seguinte ele afirma que a dificuldade dele se refere a Matemática em si, dificuldade com a matéria, ou seja, dificuldade relacionada ao conteúdo dos problemas presentes no Quiz PG. É válido ressaltar também que os dois alunos que afirmaram ter Nível 8 de dificuldade em utilizar o *game* responderam na pergunta 11 que a dificuldade foi referente ao conteúdo dos problemas, em calcular e responder às questões.

Assim é possível inferir que a maioria dos alunos que tiveram dificuldades, estas estavam relacionadas ao conteúdo e aos cálculos que precisavam ser realizados, não às interfaces do *game*. Destaca-se também que um aluno teve dificuldade com o tamanho da fonte dos textos dos enunciados. Isto se deve ao fato de que os enunciados das questões eram consideravelmente grandes e o *game* foi programado para cada problema aparecer por inteiro na tela do dispositivo móvel, ainda que este dispositivo não tenha tela com grandes dimensões, contudo esta dificuldade pode ser sanada, aumentando a fonte do texto na programação do *game*.

Outra dificuldade observada pela pesquisadora foi em relação à velocidade baixa da *internet* da escola para fazer o *download* do Quiz PG nos dispositivos móveis dos alunos no 6º encontro, bem como da restrição de acesso à *internet*, estando disponível para uso dos alunos apenas no laboratório de informática. Desta forma, é necessário levar em conta as questões estruturais da escola, a viabilização de suporte técnico, a formação docente para o letramento digital, entre outras questões, para que seja possível a utilização de jogos digitais em ambientes escolares. Por outro lado, observa-se que o aluno que tem acesso à algum dispositivo móvel com *internet* dentro ou fora da escola pode interagir com vários jogos digitais e aprender por meio deles, seja *online* ou *offline*.

De maneira geral, apesar das dificuldades apontadas nos resultados desta pesquisa, os alunos se mantiveram motivados desde o momento do *download* do *game* até o momento da finalização da partida, demonstrando que para a maioria destes sujeitos o ato de jogar é atrativo, é motivador; fator que muito contribuiu para uma participação ativa de todos eles na atividade de jogo proposta. Desta maneira, concordamos com Alves (2013) ao defender que é preciso ocorrer uma resignificação das práticas pedagógicas, promovendo atividades com a utilização de *games* nos espaços escolares, a fim de propiciar a participação ativa dos alunos nas atividades de aprendizagem, dos sujeitos que vivem imersos no mundo dos jogos digitais.

### **5.5 As contribuições do Quiz PG para o ensino e aprendizagem de Matemática**

A Categoria 5 foi elaborada a partir das análises das respostas dos alunos às perguntas 14, 15 e 16 do questionário ao aluno, que viabilizou a construção das unidades de registro

referentes a esta categoria e posteriormente as subcategorias que se relacionavam às referidas unidades. O Quadro 13 apresenta as subcategorias e as unidades de registro da Categoria 5.

**Quadro 13:** Subcategorias e Unidades de Registro da Categoria 5

Subcategorias	Unidades de Registro
1. Interesse dos alunos em aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .	Foi interessante das duas maneiras.
	Foi necessário das duas maneiras.
	No <i>App Inventor</i> .
	Notas de aula e atividades em papel A4.
	Não respondeu à pergunta de forma clara.
2. Opinião dos alunos sobre a diferença entre aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no <i>App Inventor</i> .	Facilidade de acesso do AI2 para aprender P.G.
	Praticidade e rapidez no acesso do AI2 para aprender P.G.
	Praticidade e atratividade do AI2 para aprender P.G.
	Praticidade do AI2 para aprender P.G.
	Ato de jogar o Quiz PG, proporcionado pelo AI2.
	<i>Feedback</i> imediato das questões respondidas no Quiz PG.
	Facilidade de compreensão e diversão propiciada pelo AI2 para aprender P.G.
	Não há diferença.
	Dificuldade de utilização do AI2 para aprender P.G.
	Maior aprendizagem (não especificou se foi referente ao uso de livros, notas de aula e atividades no caderno ou ao uso do AI2 para aprender P.G.)
3. Interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática.	Tem interesse em continuar utilizando o AI2 para atividades de Matemática.
	Tem pouco interesse em continuar utilizando o AI2 para atividades de Matemática.
	Não tem interesse em continuar utilizando o AI2 para atividades de Matemática.

**Fonte:** A autora (2020).

A partir das respostas dos alunos à pergunta 14, referente a achar mais interessante aprender com notas de aula e atividades no papel A4 ou achar mais interessante aprender utilizando o Quiz PG, foi possível realizar inferências que geraram as unidades de registro relacionadas a Subcategoria 1 da Categoria 5. Estas unidades de registro estão dispostas na Tabela 26, bem como a frequência de respostas referentes a estas.

**Tabela 26:** Interesse dos alunos em aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no *App Inventor*

Unidades de registro	Frequência de respostas
Foi interessante das duas maneiras.	2
Foi necessário das duas maneiras.	1
No Quiz PG.	9
Notas de aula e atividades em papel A4.	2
Não respondeu à pergunta de forma clara.	2

**Fonte:** A autora (2020).

Como se pode observar na Tabela 26, dois alunos responderam que foi interessante aprender tanto com as notas de aula e problemas resolvidos em papel A4, como com o Quiz PG. Um deles justifica sua resposta afirmando que as duas maneiras facilitam a aprendizagem. O outro aluno atribui notas para as duas formas: 6,5 para o Quiz PG e 9,0 para a segunda maneira, pois gosta muito das explicações em sala de aula. Um aluno respondeu que foi necessário aprender das duas maneiras, informando que apenas com o Quiz PG não aprenderia. Nove alunos afirmam que foi mais interessante aprender no *game* Quiz PG e nas justificativas das respostas, afirmam que a escolha se dá pela praticidade, rapidez de acesso as informações, mobilidade, atratividade, diversão, entretenimento, experiência de jogo. Dois alunos acharam mais interessante aprender utilizando notas de aula no quadro e resolução de problemas no papel A4, um deles afirmando que desta maneira é mais fácil de aprender e o outro aluno afirma que assim vai ter mais desempenho. E dois outros alunos não responderam à pergunta de forma clara, apenas afirmando que “Não porque eu não gostei” e “o mais interessante foi estuda progressões geométricas”.

De certa forma, já que é possível assistir um vídeo do conteúdo de P.G. no YouTube clicando no botão disponível no aplicativo do jogo Quiz PG, então pode-se afirmar que é possível haver alguma aprendizagem, que em conjunto com a mediação do professor, pode proporcionar ao aluno boas aprendizagens. Construir o conhecimento matemático científico incluindo recursos digitais que o aluno tem acesso e interesse em utilizar, sempre buscando contextualizações do conteúdo a ser aprendido se mostra como enorme potencial para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Sobre a opinião dos alunos quanto à diferença entre utilizar materiais como notas de aula e atividades no papel A4 e utilizar o jogo digital para aprender P.G., presente nas respostas à pergunta 15 do questionário ao aluno, a Tabela 27 apresenta a unidades de registro referentes a esta subcategoria, bem como a frequência de respostas dos alunos a esta temática.

**Tabela 27:** Opinião dos alunos sobre a diferença entre aprender com notas de aula e atividades no papel A4 e aprender utilizando o Quiz PG programado no *App Inventor*

Unidades de registro	Frequência de respostas
Facilidade de acesso do Quiz PG para aprender P.G.	1
Praticidade e rapidez no acesso do Quiz PG para aprender P.G.	1
Praticidade e atratividade do Quiz PG para aprender P.G.	2
Praticidade do Quiz PG para aprender P.G.	3
Ato de jogar o Quiz PG, proporcionado pelo AI2.	2
<i>Feedback</i> imediato das questões respondidas no Quiz PG.	2
Facilidade de compreensão e diversão propiciada pelo Quiz PG para aprender P.G.	1
Não há diferença.	2
Dificuldade de utilização do Quiz PG para aprender P.G.	1

Maiores aprendizagens (não especificou se foi referente ao uso de livros, notas de aula e atividades no caderno ou ao uso do Quiz PG para aprender P.G.)	1
--	---

**Fonte:** A autora (2020).

A partir dos resultados da Tabela 27 é possível afirmar que doze alunos perceberam diferenças que são consideradas positivas referentes ao uso do Quiz PG para aprender, como a facilidade de acesso, o *feedback* imediato das respostas dos problemas, o ato de jogar. Quanto aos dois alunos que responderam que não há diferença, um deles afirmou que dos dois modos é necessário realizar cálculos. Já o outro aluno apenas afirmou não saber sobre a diferença. O aluno que respondeu que a diferença está na dificuldade de utilização do *game* para aprender P.G. foi o mesmo aluno que afirmou na pergunta 14 que na aula expositiva tinha mais facilidade de aprender. Além destes, um aluno afirmou que a diferença consiste em aprender mais, porém não informou de que maneira aprende mais. Sobre o interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática, a Tabela 28 apresenta a frequência de respostas dos alunos referentes a esta temática (pergunta 16).

**Tabela 28:** Interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática

Unidades de registro	Frequência de respostas
Tem interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática.	11
Tem pouco interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática.	5
Não tem interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática.	0

**Fonte:** A autora (2020).

A partir da Tabela 28 é possível perceber que onze alunos têm interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática. Entre as justificativas dadas por estes alunos estão: para facilitar a aprendizagem, para aprender mais, para revisão de conteúdo, por ser interessante, por ser algo diferenciado. Além destes, cinco alunos responderam que talvez tenham interesse em continuar utilizando o Quiz PG para atividades de Matemática devido a: achar melhor do que escrever as questões, referindo-se ao Quiz PG; não lhe interessar muito; não ser bom na matéria, referindo-se ao saber matemático; depender de algo para utilizar o Quiz PG, mas não especificou este “algo”. Um dos cinco alunos não soube explicar o porquê de talvez ter o interesse em continuar utilizando o *game*. Nenhum aluno afirmou não ter interesse em continuar utilizando o jogo digital Quiz PG para atividades de Matemática.

Assim, pode-se inferir que, embora os alunos não tenham utilizado o AI2 para programar, pois apenas baixaram o *game* Quiz PG por meio desta linguagem de programação, os participantes da pesquisa demonstraram interesse em utilizar tanto o *game*, quanto o AI2

para desenvolver aplicativos que contribuam no processo de ensino e aprendizagem, corroborando com o que Papert (2008) defende, acerca da utilização de linguagens de programação pelos próprios aprendizes, para que estes possam produzir conhecimento, possam aprender, utilizando suas habilidades e adquirindo novas habilidades, utilizando o raciocínio lógico-matemático.

Ao comparar o desempenho dos alunos na resolução de problemas de P.G. no Quiz PG em relação à resolução em papel A4, obteve-se os resultados dispostos na Tabela 29:

**Tabela 29:** Comparação do desempenho dos alunos na Resolução de Problemas de P.G.

ALUNOS	QUANTIDADE DE ACERTOS EM PAPEL A4	QUANTIDADE DE ACERTOS NO QUIZ PG
A1	5	5
A2	3	5
A3	2	5
A4	5	10
A5	6	6
A6	7	8
A7	4	9
A8	8	5
A9	3	5
A10	5	9
A11	3	11
A12	4	0
A13	7	6
A14	4	9
A15	6	8
A16	10	11

**Fonte:** A autora (2020).

Percebe-se a partir da Tabela 29 que os resultados foram variados. Onze alunos acertaram mais problemas no *game* Quiz PG do que no papel A4, dois alunos acertaram a mesma quantidade de questões no papel A4 e no jogo educativo e três alunos acertaram menos problemas no Quiz PG do que no papel A4. Esta variação é decorrente tanto pelo fato de que os alunos resolveram os mesmos problemas de P.G. no papel A4 e no *game* (puderam resgatar as ideias que tiveram para resolver anteriormente e com isso ganharam tempo para solucionar as questões que não haviam conseguido resolver anteriormente, em papel A4), quanto pelo fato de que ao clicar em uma segunda alternativa do mesmo problema no jogo (quando errava a resposta) o aluno perdia de responder a próxima pergunta, diminuindo assim as chances de conseguir uma boa pontuação para alcançar uma medalha do jogo.

A partir dos dados produzidos e da análise destes dados, foi possível concluir que os resultados da pesquisa foram positivos, pois houve engajamento dos alunos durante a utilização do aplicativo do *game*, houve interação entre os alunos, entre professora e alunos, houve

aprendizagem. A pesquisa também aponta que os participantes desta têm dificuldades quanto à Resolução de Problemas, sendo necessário que estes sujeitos participem de atividades que propiciem o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e da habilidade de resolver problemas.

Ademais, a pesquisa realizada também traz contribuições no sentido de ratificar o que já foi apontado por Lealdino Filho (2014), Maziviero (2014), Tonéis (2015), Boszko (2018), Nascimento (2018) e Lucchesi (2019) nos resultados de suas pesquisas: os alunos se sentem motivados para aprender Matemática com a utilização dos *games*; aprendem a partir da superação da tentativa e do erro; raciocinam estrategicamente; participam ativamente do processo de aprendizagem; aprendem conceitos e conteúdos matemáticos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação, intitulada “O jogo digital Quiz PG para o aprendizado de Progressão Geométrica” é resultado de uma pesquisa qualitativa que despontou do seguinte questionamento: Quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.)? Sendo assim, a referente pesquisa teve por objetivo geral analisar quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de P.G. Quanto aos objetivos específicos, buscou-se identificar as possibilidades e limitações do jogo digital Quiz PG na construção do conhecimento de P.G. dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio; verificar como o jogo digital Quiz PG contribui no processo de aprendizagem tomando como base a percepção dos alunos; comparar o desenvolvimento do aprendizado de P.G. por intermédio de notas de aula, atividades propostas em papel A4 e por meio do jogo digital; desenvolver o jogo digital Quiz PG utilizando a linguagem do *App Inventor*; elaborar um manual didático para professores de Matemática com uma proposta de sequência didática para utilização do jogo digital Quiz PG.

A fim de embasar teoricamente esta pesquisa, foram realizadas investigações e discussões acerca do conceito de P.G., sua classificação e suas aplicações em outras áreas de conhecimento, assim como um recorte histórico sobre o conteúdo, pois acreditamos que o contexto histórico de um conteúdo matemático pode contribuir para uma melhor aprendizagem do aluno. Além disto, discorreu-se neste trabalho sobre as concepções pedagógicas acerca dos Jogos Digitais, sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática por meio destes ambientes digitais interativos e sobre o *App Inventor* nas aulas de Matemática em tempos de mobilidade e ubiquidade, tendo em vista a importância destes temas para a Educação Matemática contemporânea e também pelo fato de necessitar compreender melhor sobre as possíveis contribuições do jogo digital Quiz PG, com a mediação do AI2, nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Ao verificar como o jogo digital Quiz PG contribui no processo de aprendizagem tomando como base a percepção dos alunos, constatou-se que o *game* construído no AI2 contribuiu no processo de aprendizagem, devido a sua interatividade, possibilidade de acesso ao conteúdo via YouTube, mobilidade, *feedback* imediato das respostas aos problemas, entretenimento, experiência de jogo com resolução de problemas matemáticos. Além disso, o *game* teve boa aceitação dos alunos na perspectiva da motivação dos participantes da pesquisa ao jogar o Quiz PG, pois estes permaneceram engajados durante toda a atividade de jogo, até

concluírem a partida, propiciando assim o envolvimento de todos os alunos. Por outro lado, os resultados dos dados produzidos apontam que 87,5% dos alunos acreditam que o jogo Quiz PG é bom ou ótimo para a aprendizagem e os outros 12,5% afirmam ser um ambiente regular para a aprendizagem.

Ao comparar o desenvolvimento do aprendizado de P.G. por intermédio de notas de aula, atividades propostas em papel A4 e por meio do jogo digital foi possível notar que durante os 2º e 3º encontros, uma minoria de alunos participou de forma ativa da aula expositiva e explicativa do conteúdo de P.G., com o uso das notas de aula no quadro, havendo conversas paralelas entre os alunos e muita distração em relação à aula que estava ocorrendo. Foi possível também concluir, a partir da análise dos resultados dos materiais produzidos, que os alunos tiveram dificuldades em solucionar os problemas de P.G. propostos, tanto no papel A4 quanto no Quiz P.G. No entanto, os alunos se sentiram mais motivados em responder os problemas no *game* devido ao *feedback* que recebiam, conforme iam respondendo os problemas. Também foi possível perceber que durante a aplicação dos problemas em papel A4 e durante a realização do jogo Quiz PG, os alunos queriam colaborar uns com os outros, mesmo as atividades sendo individuais e sem consulta ao assunto estudado. Desta forma, é válido ressaltar que a aprendizagem por meio da colaboração, da interação entre pares, da troca de experiências é de suma importância para uma aprendizagem significativa dos alunos.

Quanto a desenvolver o jogo digital Quiz PG utilizando a linguagem do *App Inventor*, foi possível desenvolver um jogo do tipo *quiz*, contendo 12 problemas de P.G. com *feedback* imediato das respostas e possibilidade de registro destas em um banco de dados que foi resgatado posteriormente pela pesquisadora, para verificação dos resultados. Por ser um jogo simples, com apenas uma fase, este é interessante para ser jogado uma vez, como atividade lúdica, para revisão de conteúdos na perspectiva de resolução de problemas, bem como pode ser utilizado como uma atividade avaliativa. Estas sugestões foram apontadas pelos alunos, ao responderem o questionário referente à experiência de jogo com o *game* Quiz PG, só não houve sugestão do jogo como atividade de avaliação. É necessário destacar que este jogo digital foi elaborado pela pesquisadora sem a colaboração de uma equipe de profissionais experientes no desenvolvimento de jogos digitais, o que nos permite também concluir que é possível que professores com pouca ou nenhuma experiência com a linguagem de programação do AI2 construa jogos educacionais digitais, requerendo apenas tempo e disposição para aprender a utilizar este recurso digital.

Quanto às possibilidades e limitações do jogo digital Quiz PG na construção do conhecimento de P.G. dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, entendemos que propor a



imersão em ambientes digitais interativos que os alunos tem acesso e interesse em utilizar, sempre buscando contextualizações do conteúdo a ser aprendido, se revela como um potencial para o ensino e aprendizagem de Matemática. Neste sentido, como possibilidades do Quiz PG para o aprendizado de Progressão Geométrica, tem-se a experiência de jogo com *feedback* imediato utilizado no próprio celular dos alunos, sem a necessidade de estar conectado à *internet* depois de instalado no dispositivo móvel; possibilidade de acesso ao conteúdo no aplicativo do jogo (via Youtube) necessitando de conexão à *internet*; utilização do *game* dentro e fora da sala de aula, proporcionando uma aprendizagem com mobilidade. Como limitações, no que se refere ao *App Inventor 2*, tem-se a programação do *game* apenas *online* e no computador; sua capacidade gráfica é limitada para produção de jogos, comparada a *games* construídos em outras linguagens de programação como o *JavaScript*, com narrativas mais complexas; necessidade de conexão com a *internet* para enviar os dados das respostas dos alunos no *game*. Além destas limitações, o AI2 só permite programar aplicativos para dispositivos *Android*, mas existe uma outra linguagem de programação semelhante à do *App Inventor*, chamada *Thunkable*, na qual pode ser gerado um código de aplicação, tanto para *Android* quanto para IOS. Sendo assim, esta última linguagem de programação há que ser explorada futuramente.

Quanto ao objetivo de elaborar um manual didático para professores de Matemática com uma proposta de sequência didática para utilização do jogo digital Quiz PG, este tem a intenção de contribuir com os professores de Matemática. O manual didático que foi elaborado possui atividades referentes ao conteúdo de P.G., onde uma das atividades propõe a utilização do jogo digital educativo Quiz PG. Este manual didático é o produto educacional decorrente da pesquisa realizada, no intuito de que os profissionais da área de Ensino de Matemática possam usufruir do mesmo e proporcionar uma aula diferenciada para seus discentes. No entanto não queremos limitar o professor a utilizar o manual exatamente da forma que está, pois este pode desenvolver mais atividades, de acordo com a necessidade de seus alunos.

Finalmente, ao analisar quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de P.G., constatamos que por meio da utilização do *game* educativo programado no AI2 os alunos podem imergir em um ambiente interativo, desenvolver habilidades estratégicas, utilizar o raciocínio lógico-matemático, compartilhar experiências, aprender. Eles também podem revisar o conteúdo estudado, bem como têm a possibilidade de identificar seus erros na resolução dos problemas contidos no *game* por meio do *feedback* dado pelo próprio jogo e assim, podem tentar resolver novamente estes problemas. O Quiz PG também permite que os alunos realizem disputas entre si, na intenção

de verificar quem consegue a maior pontuação, bem como oferece recompensa com medalhas virtuais (fictícias), dependendo do resultado alcançado. Esta recompensa também pode ser dada pelo próprio professor em sala de aula. Ademais, pode-se perceber no Quiz PG alguns dos bons princípios de aprendizagem apontados por Gee (2009), tais como: interação, boa ordenação dos problemas, desafios e consolidação, frustração prazerosa, pensamento sistemático.

Como perspectiva de estudos futuros existe a pretensão por desenvolver pesquisas na intenção de analisar quais as contribuições do AI2 para a aprendizagem Matemática quando o aluno programa seu próprio *game* ou aplicativo por este *software*. Pretende-se também analisar a possibilidade de implementação de mais fases no Quiz PG, com limite de tempo para responder cada problema e inserção de animações e efeitos sonoros. Almeja-se também investigar sobre as concepções dos alunos quanto à motivação destes em aprender Matemática de maneira diferente, por meio de jogos digitais. Ademais, há pretensão em investigar sobre as plataformas de jogos digitais voltados para o ensino e aprendizagem de Matemática e a qualidade destes jogos na perspectiva dos bons princípios de aprendizagem de Gee (2009).

Acreditamos que este trabalho contribui para a área de Educação Matemática devido às possibilidades de aprendizagem que emergem com o uso de jogos digitais e do *App Inventor*, principalmente com relação ao conteúdo de P.G., pois realizar uma pesquisa utilizando a perspectiva da construção e utilização de um jogo digital desenvolvido no AI2 é uma proposta inovadora já que, conforme os resultados encontrados a partir das revisões sistemáticas de literatura realizadas, nenhum trabalho acadêmico de mestrado ou doutorado com esta temática foi encontrado nas bases de dados. Neste sentido, defendemos que os *games* podem propiciar momentos de ensino e aprendizagem de forma interativa, colaborativa, promovendo o engajamento dos alunos nas aulas de Matemática em que estes se sintam motivados a aprender, proporcionando a aprendizagem com mobilidade, conectividade e ubiquidade, incentivando os alunos a participarem ativamente das atividades com autonomia e criatividade.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA JR, D. G. **Um estudo de sequências numéricas e suas aplicações no ensino das progressões**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, Programa de Pós-Graduação em Matemática, SE, 2017. 68p.
- ALTHAUS, N. **Os Jogos Online como ferramentas na Resolução de Problemas com o uso de Tecnologias Digitais**. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências Exatas) – Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social (FUVATES), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, RS, 2015.
- ALVES, L. R. G. **Game over: jogos eletrônicos e violência**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Educação, BA, 2004. 211p.
- ALVES, L. R. G. Games e educação: desvendando o labirinto da pesquisa. **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 177-186, jul./dez. 2013.
- ARAÚJO, J. A. M. **Sequências e Séries: uma abordagem mais aprofundada para o Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Amazonas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, AM, 2017. 89p.
- AUGUSTO, C. A., et al. **Pesquisa Qualitativa: rigor metodológico no tratamento da teoria dos custos de transação em artigos apresentados nos congressos da Sober (2007 – 2011)**. RESR, Piracicaba – SP. Vol. 51. nº 4. p. 745 – 764. Out/Dez. 2013.
- AZEVEDO, G. T. **Construção de conhecimento matemático a partir da produção de Jogos Digitais em um ambiente construcionista de aprendizagem: possibilidades e desafios**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, GO, 2017. 236p.
- BARBOSA, D. N. F. **Um modelo de educação ubíqua orientado à consciência do contexto do aprendiz**. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Computação, RS, 2007. 181p.
- BARCELOS, T. S. **Relações entre o Pensamento Computacional e a Matemática em atividades didáticas de construção de jogos digitais**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, SP, 2014. 276p.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3. Ed. Lisboa: Edições 70, 2004.
- BARRA, R. S. C. **Uma proposta de ensino envolvendo os temas Juros Compostos, Função Exponencial e Progressão Geométrica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Pará, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, PA, 2017. 78p.
- BERNSTEIN, T. C. **Ensino de Matemática e Jogos Digitais: um estudo etnomatemático nos Anos Iniciais**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Fundação

Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social – FUVATES, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, RS, 2017. 130p.

BEZERRA, F. R. G. **Sobre Progressões Aritméticas e Geométricas**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Cariri, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Juazeiro do Norte, CE, 2017. 44p.

BISSI, T. **Álgebra e História da Matemática: análise de uma proposta de ensino a partir da Matemática do Antigo Egito**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Vitória, 2016. 149p.

BORTOLAZZO, S. F. O imperativo da cultura digital: entre novas tecnologias e estudos culturais. **Cadernos de Comunicação**, Santa Maria, v.20, n.1, art 1, p.1 – 15, jan./abr. 2016.

BOSZKO, L. **Os jogos digitais como qualificadores da aprendizagem de frações**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, RS, 2018. 92p.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Helena Castro. 3. Ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. p. 1 – 109. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRITO, A. S. **Jogos pedagógicos digitais na formação inicial de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, SP, 2016. 113p.

CARVALHO, A. A. A. Jogos digitais e Gamification: desafios e competição para aprender na era mobile learning. In: **Aprendizagem, TIC e Redes Digitais**. Seminários e Colóquios. Conselho Nacional de Educação. 2017. p. 112 – 144.

CARVALHO, C. H. S. **Jogos Digitais e o Ensino de Matemática a partir dos Estilos de Aprendizagem de Felder**. Dissertação (Mestrado em Ciências e Tecnologias na Educação) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense, Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias na Educação, RS, 2016. 97p.

CARVALHO, M. C. C. S. **Padrões numéricos e sequências**. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 1997. p. 1 – 79.

CONCEIÇÃO, D. C. A utilização do App Inventor na programação de um quiz sobre Análise Combinatória. In: **Aplicativos para o ensino de Matemática em App Inventor**. 1. Ed. Curitiba: CRV, 2016. p. 75 – 89.

CONTRERAS-ESPINOSA, R. S., EGUÍA-GÓMEZ, J. L. Pesquisa da avaliação da eficácia da Aprendizagem Baseada em Jogos Digitais: Reflexões em torno da literatura científica. In: **Jogos digitais e aprendizagem: fundamentos para uma prática baseada em evidências**. 1. Ed. Campinas: Papirus, 2016. p. 61 – 76.

COSTA, J. S. A., PINTO, A. C. (Orgs.). **Tecnologias digitais da informação e comunicação na educação**. 1. ed. Maceió: EDUFAL, 2017. p. 1 – 319.

COUTINHO, I. J., ALVES, L. Os desafios e as possibilidades de uma prática baseada em evidências com jogos digitais nos cenários educativos. In: **Jogos digitais e aprendizagem: fundamentos para uma prática baseada em evidências**. 1. Ed. Campinas: Papirus, 2016. p. 105 – 123.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5. Ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2011. 843p.

FALKEMBACH, G. A. M. O lúdico e os jogos educacionais. **Mídias na Educação**, v. 16, 2006. p.1–8. Disponível em: <[http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura\\_1.pdf](http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura_1.pdf)>. Acesso em: 03 de fev. 2020.

FARIAS, K. J. C. Calculadora de Produtos Notáveis utilizando o App Inventor 2. In: **Aplicativos para o ensino de Matemática em App Inventor**. 1. Ed. Curitiba: CRV, 2016. p. 25 – 32.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 405p.

FUZZO, R. A., et al. Fractais: algumas características e propriedades. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 4, 2009, Campo Mourão. **Anais do IV Encontro de Produção Científica e Tecnológica**. p. 1 – 13. Campo Mourão, PR, 2009.

GAMA, R. F. **Uso de jogos digitais como artefatos para o ensino de função do primeiro e segundo graus**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, RS, 2016. 102p.

GEE, J. P. Bons videogames e boa aprendizagem. **Perspectiva**, v. 27, n. 1, p. 167 – 178. 2009.

GERHARDT, T. E., SILVEIRA, D. T. (Orgs.). **Métodos de Pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 1 – 114.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. p. 1 – 175.

GOMES, L. A. F. **Aplicativos do Sistema Operacional Android na aprendizagem de Matemática: aplicativos e jogos digitais**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, PB, 2017. 117p.

HENSCHER, C. J. **Número Áureo e Progressões Geométricas: a Matemática na Música**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional

de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, SC, 2017.

HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura**. 8. Ed. São Paulo: Perspectiva, 2018. 243 p.

IEZZI, G., et al. **Matemática: ciência e aplicações**. Ensino Médio. V. 1. 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010. p. 205 – 220.

JÁCOME JR, L. **MobiLE+**: um ambiente de suporte à aprendizagem ubíqua. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, RN, 2014. 103p.

KIRNEW, L. C. P. **Jogos Digitais no Ensino da Matemática: uma intervenção colaborativa no laboratório de Informática**. Dissertação (Mestrado em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias) – Universidade Pitágoras Unopar, Programa de Pós-Graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, PR, 2018. 116p.

KLEINUBING, J. J. **Utilizando o Scratch para o Ensino da Matemática**. (Trabalho de Conclusão de Curso em Informática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Francisco Beltrão, PR, 2016. p. 1 – 69.

LEALDINO FILHO, P. **Jogo Digital Educativo para o Ensino de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, 2014. 103p.

LEMOES, A. Cibercultura e Mobilidade. A Era da Conexão. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO, 28, 2005, Rio de Janeiro. **Anais do XXVIII Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação**. p. 1 – 17. Rio de Janeiro, RJ, 2005.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 2010. 3. Ed. 272 p.

LIMA, E. L., et al. **A matemática do ensino médio**. V. 2. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. p. 26 – 49.

LOPES, F. H. **O Ensino de progressão geométrica de segunda ordem no ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Ciências e Tecnologia, SP, 2017. 58p.

LUCCHESI, I. L. **Avaliação do estado de interesse e do estado de fluxo por meio de Jogos Digitais Educacionais no Ensino da Matemática**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, RS, 2019. 95p.

MALTA, V. S. **Ensino de Progressões sob a abordagem de uma aprendizagem cooperativa mediada pelo Classroom**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, AM, 2019. 53p.

MANTOVANI, A. M. **A ubiquidade na comunicação e na aprendizagem:** ressignificação das práticas pedagógicas no contexto da cibercultura. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação, RS, 2016. 165p.

MARCHETTO, R. **O uso do software Geogebra no estudo de Progressões Aritméticas e Geométricas, e sua relação com Funções Afins e Exponenciais.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, RS, 2017. 148p.

MARINHO, F. C. V. **Saberes docentes para promoção de aprendizagem em Ciências e Matemática a partir do desenvolvimento de Jogos Digitais.** Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Saúde) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Saúde, RJ, 2014. 365p.

MATOS, R. N. **Uma contribuição para o Ensino Aprendizagem dos Números Racionais:** a relação entre Dízimas Periódicas e Progressões Geométricas. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, MG, 2017. 76p.

MAZIVIERO, H. F. G. **Jogos Digitais no ensino de Matemática – o desenvolvimento de um instrumento de apoio ao diagnóstico das concepções dos alunos sobre diferentes representações dos Números.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, SP, 2014. 119p.

MCGONIGAL, J. **A realidade em jogo:** por que os games nos tornam melhores e como eles podem mudar o mundo. 1. ed. Rio de Janeiro: Best Seller, 2017. Edição do Kindle. Paginação irregular.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73 – 105, jul./dez. 1997.

MIGUÉNS, M. Nota prévia. In: **Aprendizagem, TIC e Redes Digitais.** Seminários e Colóquios. Conselho Nacional de Educação. 2017. p. 5 – 11.

MINAYO. M. C. S. (org.). **Pesquisa Social.** Teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis: Vozes, 2009. p. 1 – 108.

MOITA, F. M. G. S. C. **Games:** contexto cultural e curricular juvenil. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, Programa de Pós-Graduação em Educação, PB, 2006. 173p.

MOITA, F. M. G. S. C. *Design* metodológico para avaliar o *game* Angry Birds Rio e evidências da utilização em sala de aula. In: **Jogos digitais e aprendizagem:** fundamentos para uma prática baseada em evidências. 1. Ed. Campinas: Papyrus, 2016. p. 163 – 178.

MORAES, P. **HQs e Matemática.** (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2009. p. 1 – 42.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com o apoio das tecnologias. In: **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. Ed. Campinas: Papirus, 2013. p. 11 – 72.

MOREIRA, M. A., MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. 1. Ed. São Paulo: Moraes, 1982. 112p.

MORGADO, A. C., et al. **Progressões e matemática financeira**. 5. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. 121p.

MOURA, F. A. D. **O Design Instrucional de um aplicativo m-learning à Educação Matemática**: focando o Desenvolvimento de atividades-referentes-a-funções-trigonométricas-com-tecnologias-móveis. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, RS, 2014. 169p.

NASCIMENTO, J. B. **Jogos Digitais e Probabilidades**: uma possibilidade de Ensino Interdisciplinar. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) – Universidade Federal da Paraíba, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, PB, 2018. 90p.

OLIVEIRA, C. B., et al. Transmídia na publicidade: o Case Trakinas 3.0. **Revista Científica On-line – Tecnologia, Gestão e Humanismo**, Guaratinguetá, v. 6, n. 1, jun. 2016. Não paginado. Disponível em: <<http://www.fatecguaratingueta.edu.br/revista/index.php/RCO-TGH/article/view/127/144>>. Acesso em: 01 de mai./2020.

PAPERT, S. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. 1. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 1 – 207.

PEREIRA, M. F. F. A utilização do App Inventor como ferramenta de ensino de semelhança de triângulos. In: **Aplicativos para o ensino de Matemática em App Inventor**. 1. Ed. Curitiba: CRV, 2016. p. 33 – 38.

PETRY, L. C. O conceito ontológico de jogo. In: **Jogos digitais e aprendizagem**: Fundamentos para uma prática baseada em evidências. 1. Ed. Campinas – SP: Papirus, 2016. p. 17 – 42.

PINTO, M. T. U. **Modelagem matemática através da utilização de softwares no ensino médio para o estudo de Sequências Numéricas**: progressão aritmética e progressão geométrica. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Amapá, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, AP, 2016. 65p.

POETA, C. D. **Concepções metodológicas para o uso de jogos digitais educacionais nas práticas pedagógicas de Matemática no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, RS, 2013. 87p.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação – Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.



PRETTO, N. L. **Uma escola sem/com futuro: educação e multimídia.** 8. ed. rev. e atual. Salvador: EDUFBA, 2013. 286 p.

QUEIROZ, A. F. A. **Interação com Jogos Digitais de Matemática no Ensino Médio: um estudo de caso envolvendo o tópico de área.** Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica, ES, 2019. 171p.

RAMOS, D. K., CRUZ, D. M. A tipologia de conteúdos de aprendizagem nos jogos digitais: o que podemos aprender? In: **Jogos digitais em contextos educacionais.** 1. Ed. Curitiba: CRV, 2018. p. 20 – 48 (livro em formato digital). Paginação irregular.

REIS, C. L. **Matemática Financeira e suas Aplicações.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, GO. 2015. 37p.

ROQUE, A. C. C. **Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, MG, 2012.

SAMPAIO, D. C. P. **A utilização e o desenvolvimento de Jogos Digitais para o Ensino de Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Práticas Docentes no Ensino Fundamental) – Universidade Metropolitana de Santos, Programa de Pós-Graduação em Práticas Docentes No Ensino Fundamental, SP, 2019.

SANTAELLA, L. A aprendizagem ubíqua na educação aberta. **Tempos e Espaços em Educação**, v. 7, n. 14, p. 15 – 22, set./dez. 2014.

SANTOS, W. S. **D.O.M.:** um modelo de Game para a aprendizagem das Funções Quadráticas no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) – Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC, Pós-Graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, BA, 2014. 80p.

SATO, A. K. O., CARDOSO, M. V. Além do gênero: uma possibilidade para a classificação de jogos. In: SBGames, 7, 2008, Belo Horizonte. **Anais do VII SBGames**, Belo Horizonte, MG, 2008. p. 54 – 63.

SENA, A. S. **Progressão Geométrica integrada à Função Exponencial:** uma abordagem ao Ensino Médio. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação de Matemática e Estatística, PA, 2014. 71p.

SILVA, A. L. **Mundo virtual Minecraft:** Um contexto de aprendizagens de conceitos geométricos. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, PB, 2018. 116p.

SILVA, H. W. **Estudo sobre as potencialidades do Jogo Digital Minecraft para o ensino de Proporcionalidade e tópicos de Geometria.** Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, SP, 2017. 113p.

SILVA, J. S. **Sequências Numéricas no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, PB, 2015. 84p.

SILVA, S. L. D. **A interatividade dos jogos digitais na aprendizagem Matemática: uma discussão em Neurociência**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação, RS, 2017. 114p.

SOARES, L. R. S. **Sequências e Progressões: Possibilidades de Contextualização na Escola**. (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Mari, PB, 2011. p. 1 – 52.

SOARES Jr., I. J. **Inter-Relação entre Progressão Geométrica e Função: aplicada ao Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Paraná, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, PR, 2015. 97p.

SOUSA, C. A. B. **O jogo em jogo: a contribuição dos games no processo de aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, PE, 2015. 155p.

SOUSA, I. R. S. **Relação entre Função Exponencial e Progressão Geométrica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, RJ, 2016. 73p.

SOUZA, W. A. **Uma análise do uso da plataforma MIT App Inventor 2 como ferramenta para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Programação**. (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Computação) – Universidade do Estado do Amazonas, AM, 2018. p. 1 – 46.

TAHAN, M. 1895-1974. **O homem que calculava**. 83. ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

TATAGIBA, J. S. **Jogos digitais educativos e o ensino da matemática: diferentes olhares e experiências**. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, RJ, 2017. 119p.

TELLES, H. V., ALVES, L. Ensino de História e videogame: problematizando a avaliação de jogos baseados em representações do passado. In: **Jogos digitais e aprendizagem: Fundamentos para uma prática baseada em evidências**. 1. Ed. Campinas – SP: Papirus, 2016. p. 125 – 146.

TITONELI, L. M. B. **A Observação de Padrões – Modelagem Matemática Através de Sequências Numéricas e Objetos Geométricos**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em

Matemática do departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, RJ, 2017. 78p.

TONÉIS, C. N. **A Experiência Matemática no Universo dos Jogos Digitais:** o processo do jogar e o raciocínio lógico e matemático. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, SP, 2015. 149p.

VALMORBIDA, J. M. **Uma proposta de atividades para o estudo de Progressões Geométricas utilizando Fractais e o software GeoGebra.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, SC, 2018. 124p.

ZANETTI, V. C. **Uma Sequência Didática a partir da folha de papel sulfite.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, SP, 2017. 181p.

## APÊNDICES

Apêndice A – Autorização da Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M.<sup>a</sup> Santos Lacet

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

### AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Declaramos para os devidos fins, que concordamos que a pesquisadora **Williane Costa Ferreira**, aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), desenvolva na **Escola Estadual Prof<sup>a</sup> Margarez M<sup>a</sup> Santos Lacet** as atividades referentes ao projeto de pesquisa **App Inventor como Recurso Didático para o Aprendizado de Progressão Geométrica**, que está sob a orientação **Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira** cujo objetivo é: Analisar de que forma a linguagem de programação *App Inventor* pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.).

Esta autorização está condicionada ao cumprimento da pesquisadora aos requisitos das normas da Resolução 466/12 e Resolução CNS nº 510/2016 de publicização dos resultados e sobre o uso e destinação do material/dados produzidos, comprometendo-se a utilizar os dados pessoais dos(as) participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades.

Maceió, em \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

---

Diretor(a) da Escola

## Apêndice B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

### **Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (T.C.L.E.)**

BASEADO NAS DIRETRIZES CONTIDAS NA RESOLUÇÃO CNS Nº466/2012 E SUAS COMPLEMENTARES

O(a) senhor(a), pai/mãe/responsável pelo menor ..... , está sendo convidado(a) a participar do projeto de pesquisa **APP INVENTOR COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O APRENDIZADO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA**, dos pesquisadores **Williane Costa Ferreira** e **Carloney Alves de Oliveira**. A seguir, as informações do projeto de pesquisa com relação a sua participação neste projeto:

1. O estudo se destina a analisar de que forma a linguagem de programação App Inventor pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.).

2. A importância deste estudo é a de aproximar o conteúdo trabalhado à realidade do aluno, por meio da inserção das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), já que o universo digital faz parte de seu contexto social.

3. Os resultados que se desejam alcançar são os seguintes:

- Analisar de que forma a linguagem de programação *App Inventor* pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G.).
- Identificar as possibilidades e limitações do App Inventor na construção do conhecimento em Progressão Geométrica dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio;
- Verificar como o App Inventor contribui no processo de aprendizagem tomando como base a percepção dos alunos;
- Comparar o desenvolvimento do aprendizado em P.G. por intermédio do uso de livro didático, atividades propostas no caderno ou folha A4, entre outros – e por meio do App Inventor;
- Desenvolver um jogo educativo por meio da linguagem App Inventor como atividade lúdica do conteúdo de P.G.

4. A produção dos dados começará em Outubro de 2019 e terminará em Dezembro de 2019.

5. O estudo será feito da seguinte maneira:

A pesquisa ocorrerá na **Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M.<sup>a</sup> Santos Lacet**, durante o **horário de aulas de Matemática** do aluno, **com a professora responsável pela disciplina**. O recolhimento dos dados da pesquisa será realizado mediante registro das atividades realizadas em momentos de construção do aprendizado do modo tradicional (por meio do recurso do livro didático, notas de aula no quadro e proposta de resolução de questões-problema executados

manualmente), no ambiente da linguagem de programação App Inventor, assim como do questionário com perguntas objetivas e discursivas a respeito da avaliação que cada participante fará da interface computacional utilizada durante o processo de aprendizagem com o recurso do *App Inventor*. Além desses registros, será utilizado o método da observação participante e utilização de diário de bordo (com possível gravação de áudios, quando necessário), onde constarão os registros dos acontecimentos que forem relevantes no decorrer da pesquisa, bem como das ideias e inquietações que forem emergindo.

A escolha pela observação participante e recolha documental se deu pelo fato de que por meio desses métodos será possível compreender com mais afinco o que ocorre no processo de ensino e aprendizagem, tendo como base os próprios relatos do aluno, onde o observador tem papel indispensável, sendo um mediador e também testemunha dos fatos ocorridos.

6. A sua participação será na seguinte etapa: autorizando a participação do menor sob sua responsabilidade na pesquisa.

7. Os incômodos e possíveis riscos à saúde física e/ou mental do menor sob sua responsabilidade na pesquisa podem ocorrer durante a observação da pesquisadora, ao passo que o estudante pode ficar inibido ou até ocorrer algum constrangimento pelo fato de estar sendo observado. Logo nenhum dos procedimentos utilizados, ao longo do estudo, ameaçarão a sua dignidade. O App Inventor é de fácil manuseio e não necessita ter conhecimento de programação para utiliza-lo. Caso haja algum dano decorrente ao estudo e as atividades pertinentes à pesquisa, garantimos indenização diante de eventuais danos comprovadamente decorrentes da mesma. Assim, os pesquisadores estarão atentos à necessidade de moderar as intervenções que coloquem em risco a dignidade dos demais participantes no grupo de estudo.

8. Os benefícios esperados com a participação do menor sob sua responsabilidade no projeto de pesquisa, mesmo que não diretamente são:

- Propiciar uma aprendizagem com motivação, onde o aluno participará ativamente desse processo: imergindo em redes colaborativas de aprendizagem, utilizando um jogo educativo que poderá contribuir para uma aprendizagem com atribuição de sentido real para este sujeito; onde o professor deixa de ser o centro da atenção e se transforma no mediador do conhecimento.

9. O menor sob sua responsabilidade poderá contar com a seguinte assistência: indenização, sendo responsável(is) por ela os pesquisadores deste projeto de pesquisa.

10. Você será informado(a) do resultado final do projeto e sempre que desejar, serão fornecidos esclarecimentos sobre cada uma das etapas do estudo.

11. A qualquer momento, você poderá recusar a continuar participando do estudo e, também, que poderá retirar seu consentimento, sem que isso lhe traga qualquer penalidade ou prejuízo.

12. As informações conseguidas através da participação do menor sob sua responsabilidade na pesquisa não permitirão a identificação da sua pessoa, exceto para a equipe de pesquisa, e que a divulgação das mencionadas informações só será feita entre os profissionais estudiosos do assunto após a sua autorização.

13. O estudo não acarretará nenhuma despesa para você.

14. Você será indenizado(a) por qualquer dano que o menor sob sua responsabilidade venha a sofrer com a sua participação na pesquisa (nexo causal).

15. Você receberá uma via do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por todos.

Eu ....., responsável pelo(a) menor ..... que foi convidado(a) a participar da pesquisa, tendo compreendido perfeitamente tudo o que me foi informado sobre a participação no mencionado estudo e estando consciente dos direitos, das responsabilidades, dos riscos e dos benefícios que a participação implicam, concordo em autorizar a participação do(a) menor e para isso eu DOU O MEU CONSENTIMENTO SEM QUE PARA ISSO EU TENHA SIDO FORÇADO(A) OU OBRIGADO(A).

**Endereço d(os,as) responsável(eis) pela pesquisa (OBRIGATÓRIO):**

Instituição: Universidade Federal de Alagoas  
 Endereço: Avenida Lourival de Melo Mota  
 Complemento: s/n.  
 Bairro: Tabuleiro dos Martins  
 Cidade/CEP: Maceió/ 57072-900  
 Telefone: (82) 3214-1100  
 Ponto de referência: Prédio do Centro de Educação - CEDU

**Contato de urgência:** Sr(a). Williane Costa Ferreira

Telefone: (82) 99941-0683

**ATENÇÃO:** O Comitê de Ética da UFAL analisou e aprovou este projeto de pesquisa. Para obter mais informações a respeito deste projeto de pesquisa, informar ocorrências irregulares ou danosas durante a sua participação no estudo, dirija-se ao:

Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Alagoas  
 Prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC), Térreo, Campus A. C. Simões,  
 Cidade Universitária  
 Telefone: 3214-1041 – Horário de Atendimento: das 8:00 as 12:00hs.  
 E-mail: comitedeeticaufal@gmail.com

Maceió, de de 2019.

Assinatura ou impressão datiloscópica d(o,a) voluntári(o,a) ou responsável legal e rubricar as demais folhas	Nome e Assinatura do Pesquisador pelo estudo (Rubricar as demais páginas)



## Apêndice C – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

### TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa ***App Inventor*** como recurso didático para o aprendizado de **Progressão Geométrica** que será desenvolvida por **Williane Costa Ferreira** sob a orientação do **Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira**, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Você poderá participar mediante a permissão de seus pais/responsáveis.

Nesta pesquisa pretendemos analisar de que forma a linguagem de programação *App Inventor* pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de **Progressão Geométrica (P.G.)**, bem como: identificar as possibilidades e limitações do *App Inventor* na construção de seu conhecimento em **Progressão Geométrica**; comparar o desenvolvimento do aprendizado em P.G. por intermédio do uso de livro didático, atividades propostas no caderno ou folha A4, entre outros – e por meio do *App Inventor*; desenvolver um jogo educativo por meio da linguagem *App Inventor* como atividade lúdica do conteúdo de P.G.

Você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. Os(as) estudantes que irão participar desta pesquisa são alunos do 1º ano do Ensino Médio.

A pesquisa será feita na **Escola Estadual Prof.<sup>a</sup> Margarez M.<sup>a</sup> Santos Lacet** no período provável de **setembro a novembro de 2019**, durante o **horário das aulas de Matemática** do aluno, **com a professora responsável pela disciplina**, onde serão realizadas atividades em momentos de construção do aprendizado do modo tradicional (por meio do recurso do livro didático, notas de aula no quadro e proposta de resolução de questões-problema executados manualmente), no ambiente da linguagem de programação *App Inventor*, assim como do questionário com perguntas objetivas e discursivas a respeito da avaliação que cada participante fará da interface computacional utilizada durante o processo de aprendizagem. Para isso, será utilizado o método da observação participante e utilização de diário de bordo (com possível gravação de áudios, quando necessário), onde constarão os registros dos acontecimentos que forem relevantes no decorrer da pesquisa, bem como das ideias e inquietações que forem emergindo. Estes materiais são considerados seguros, mas é possível ocorrer ao estudante tanto a inibição mediante um observador quanto algum constrangimento pelo fato de estar sendo observado. Logo, nenhum dos procedimentos utilizados ao longo do

estudo ameaçarão a sua dignidade. Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar por meio dos contatos disponíveis neste documento. Mas há coisas boas que podem acontecer como aprender com motivação, participar ativamente de sua aprendizagem, aprender por meio de um jogo educativo.

As informações conseguidas através da sua participação na pesquisa não permitirão a identificação da sua pessoa, exceto para a equipe de pesquisa. A pesquisadora estará a sua disposição para qualquer esclarecimento que considere necessário em qualquer etapa da pesquisa.

### **CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO**

Eu \_\_\_\_\_ aceito participar da pesquisa ***App Inventor*** como recurso didático para o aprendizado de **Progressão Geométrica**, tendo compreendido perfeitamente tudo o que me foi informado sobre a participação no mencionado estudo e estando consciente dos direitos, das responsabilidades, dos riscos e dos benefícios que a minha participação implicam.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste termo de assentimento, li e concordo em participar da pesquisa.

Maceió, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

---

Assinatura do menor

---

Assinatura do pesquisador

**Apêndice D – Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética (CEP)**UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
ALAGOAS**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DO PROJETO DE PESQUISA****Título da Pesquisa:** APP INVENTOR COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O APRENDIZADO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA**Pesquisador:** WILLIANE COSTA FERREIRA**Área Temática:****Versão:** 1**CAAE:** 20143019.0.0000.5013**Instituição Proponente:** Centro de Educação**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio**DADOS DO PARECER****Número do Parecer:** 3.606.140**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

O presente estudo se encontra de acordo com a Resolução 466/12 e 510/16

**Recomendações:**

Não há recomendações

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Aprovado

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Protocolo Aprovado

Prezado (a) Pesquisador (a), lembre-se que, segundo a Res. CNS 466/12 e sua complementar 510/2016:

O participante da pesquisa tem a liberdade de recusar-se a participar ou de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado e deve receber cópia do TCLE, na íntegra, assinado e rubricado pelo (a) pesquisador (a) e pelo (a) participante, a não ser em estudo com autorização de declínio;

V.S.<sup>a</sup>. deve desenvolver a pesquisa conforme delineada no protocolo aprovado e descontinuar o estudo somente após análise das razões da descontinuidade por este CEP, exceto quando perceber risco ou dano não previsto ao sujeito participante ou quando constatar a superioridade de regime oferecido a um dos grupos da pesquisa que requeiram ação imediata;

O CEP deve ser imediatamente informado de todos os fatos relevantes que alterem o curso normal do estudo. É responsabilidade do pesquisador assegurar medidas imediatas adequadas a evento adverso ocorrido e enviar notificação a este CEP e, em casos pertinentes, à ANVISA;

Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas. Em caso de projetos do Grupo I ou II apresentados anteriormente à ANVISA, o pesquisador ou patrocinador

deve enviá-las também à mesma, junto com o parecer aprovatório do CEP, para serem juntadas ao protocolo inicial;

Seus relatórios parciais e final devem ser apresentados a este CEP, inicialmente após o prazo determinado no seu cronograma e ao término do estudo. A falta de envio de, pelo menos, o relatório final da pesquisa implicará em não recebimento de um próximo protocolo de pesquisa de vossa autoria.

O cronograma previsto para a pesquisa será executado caso o projeto seja APROVADO pelo Sistema CEP/CONEP, conforme Carta Circular nº. 061/2012/CONEP/CNS/GB/MS (Brasília-DF, 04 de maio de 2012).

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BASICAS_DO_PROJETO_1358877.pdf	03/09/2019 18:04:10		Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	INFRAESTRUTURA_E_AUTORIZACAO.pdf	03/09/2019 18:02:14	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Publicizacao.pdf	03/09/2019 17:58:21	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito
Outros	TALE.pdf	03/09/2019 17:57:45	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	03/09/2019 17:57:27	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_APP_INVENTOR.pdf	03/09/2019 17:56:44	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito
Folha de Rosto	Folhaderostoassinada.pdf	25/05/2019 00:03:20	WILLIANE COSTA FERREIRA	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

<p>Endereço: Av. Lourival Melo Mota, s/n - Campus A . C. Simões,          Bairro: Cidade Universitária CEP: 57.072-900          UF: AL Município: MACEIO          Telefone: (82)3214-1041 E-mail: comitedeeticaufal@gmail.com</p>
---

## Apêndice E – Notas de aula do conteúdo de P.G.

### Progressão Geométrica (P.G.)

**Progressão geométrica** é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo precedente (anterior) por uma constante  $q$ . O número  $q$  é chamado de **razão** da progressão geométrica.

Exemplos:

1. (3, 6, 12, 24, 48, 96, ...) é uma P.G. finita de razão  $q = 2$ .
2.  $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots)$  é uma P.G. infinita de razão  $q = \frac{1}{2}$ .
3. (2, -6, 18, -54, 162, ...) é uma P.G. infinita de razão  $q = -3$ .
4. (5, 0, 0, 0, ...) é uma P.G. infinita de razão  $q = 0$ .
5. (0, 0, 0, ...) é uma P.G. infinita de razão indeterminada.

#### Classificação das progressões geométricas

Uma P.G. é dita crescente quando:  $a_1 > 0$  e  $q > 1$ , ou  $a_1 < 0$  e  $0 < q < 1$ .

Uma P.G. é dita decrescente quando:  $a_1 > 0$  e  $0 < q < 1$ , ou  $a_1 < 0$  e  $q > 1$ .

Uma P.G. é dita constante quando sua razão é 1 ou quando todos os seus termos são nulos.

Uma P.G. é dita oscilante quando os seus termos são diferentes de zero e dois termos consecutivos quaisquer têm sinais opostos, daí:  $a_1 \neq 0$  e  $q < 0$ .

Exemplo: (3, -6, 12, -24, 48, -96, ...) é uma P.G. oscilante de razão  $q = -2$ .

Uma P.G. é dita estacionária quando  $a_1 \neq 0$  e  $q = 0$ .

#### Propriedade

Uma sequência de três termos, em que o primeiro é diferente de zero, é P.G. se, e somente se, o quadrado do termo médio é igual ao produto dos outros dois, isto é, sendo  $a \neq 0$ , temos que:

$$(a, b, c) \text{ é P.G. } \Leftrightarrow b^2 = ac$$

**Exemplo**

Determine  $x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , de modo que a sequência  $(4, 4x, 10x + 6)$  seja P.G.

Fórmula do termo geral de uma progressão geométrica P.G.

- $a_n = a_1 q^{n-1}$ , onde:
- $a_n$  é o termo geral;
- $a_1$  é o 1º termo;
- $n$  é o número de termos (até  $a_n$ );
- $q$  é a razão da P.G.

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma P.G.**Teorema**

Seja  $s_n$  a soma dos primeiros termos da P.G.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  de razão  $q$ , temos:

Se  $q = 1$ , então  $s_n = na_1$ .

Se  $q \neq 1$ , então  $s_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

Se  $|q| < 1$ , para  $-1 < q < 1$ , com  $q \in \mathbb{R}$ , então  $S_n = \frac{a_1}{1-q}$

**Exemplo**

Calcular a soma dos dez primeiros termos da P.G.  $(3, 6, 12, \dots)$ .

Solução:

Como a razão  $q = 2$ , então:

$$S_{10} = \frac{3 \cdot (1 - 2^{10})}{1 - 2} = \frac{3 \cdot 1024}{-1} = -3\,072$$

**Teorema**

O limite de  $q^n$ , quando  $n \rightarrow \infty$ , de uma P.G.  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  de razão  $|q| < 1$ , para  $-1 < q < 1$ , com  $q \in \mathbb{R}$ , é zero, ou seja:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$$

## Apêndice F – Problemas de Progressão Geométrica resolvidos pelos alunos

### Escola Estadual Profª Margarez Mª Santos Lacet

**Pesquisadora:** Williane C Ferreira

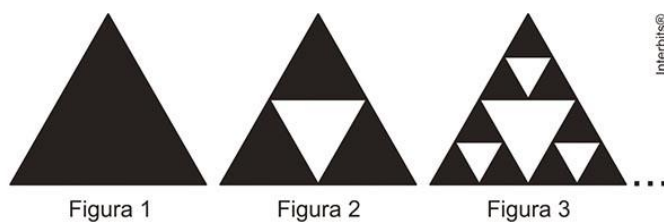
**Aluno(a):** \_\_\_\_\_ **Turma:** \_\_\_\_\_ **Data:** \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### PROBLEMAS DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

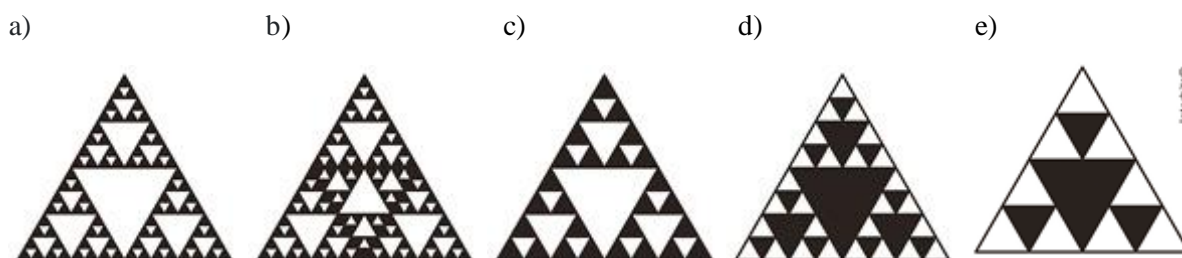
1) (ENEM, 2008) Fractal (do latim fractus, fração, quebrado) – objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais – objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.

O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. Comece com um triângulo equilátero (Figura 1);
2. Construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. Posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a Figura 2;
4. Repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (Figura 3).



De acordo com o procedimento descrito, a Figura 4 da sequência apresentada acima é



2) (UDESC, 2011) Em uma escola com 512 alunos, um aluno apareceu com o vírus do sarampo. Se esse aluno permanecesse na escola, o vírus se propagaria da seguinte forma: no primeiro dia, um aluno estaria contaminado; no segundo, dois estariam contaminados; no terceiro, quatro, e assim sucessivamente. A

diretora dispensou o aluno contaminado imediatamente, pois concluiu que todos os 512 alunos teriam sarampo no:

- a) 5º dia
- b) 6º dia
- c) 8º dia
- d) 9º dia
- e) 10º dia

3) (UFSM, 2008) Uma fábrica vendia 12 camisetas por mês para certa rede de academias desde janeiro de um determinado ano. Devido ao verão, essa venda foi triplicada a cada mês, de setembro a dezembro. O total de camisetas vendidas nesse quadrimestre e a média de vendas, por mês, durante o ano, foram, respectivamente,

- a) 1.536 e 128
- b) 1.440 e 128
- c) 1.440 e 84
- d) 480 e 84
- e) 480 e 48

4) (UNEMAT, 2010) Lança-se uma bola, verticalmente de cima para baixo, da altura de 4 metros. Após cada choque com o solo, ela recupera apenas metade da altura anterior. A soma de todos os deslocamentos (medidos verticalmente) efetuados pela bola até o momento de repouso é:

- a) 12 m
- b) 6 m
- c) 8 m
- d) 4 m
- e) 16 m

5) Os frutos de uma árvore atacados por uma infecção foram apodrecendo dia após dia, segundo os termos de uma PG de 1º termo 1 e razão 3. Isto é, no 1º dia apodreceu 1 fruto, no 2º dia, 3, no 3º dia 9, e assim sucessivamente. Se no 7º dia apodreceram os últimos frutos, o número máximo de frutos atacados pela infecção foi:

- a) 363
- b) 364
- c) 729
- d) 1080
- e) 1093

6) No dia 1º de dezembro, uma pessoa enviou pela internet uma mensagem para  $x$  pessoas. No dia 2, cada uma dessas pessoas que recebeu a mensagem do dia 1º enviou-a para outras duas novas pessoas. No dia 3, cada pessoa que recebeu a mensagem no dia 2 também a enviou para outras duas novas



peessoas. E, assim, sucessivamente. Se, do dia 1º até o final do dia 6 de dezembro, 756 haviam recebido a mensagem, qual o valor de  $x$ ?

- a) 9
- b) 10
- c) 11
- d) 12
- e) 13

7) (FURG) Desde o início do mês de dezembro está sendo realizada a campanha de arrecadação de brinquedos para serem distribuídos a crianças carentes na festa de Natal. Supondo que um posto de coleta recebeu 1 brinquedo no primeiro dia de campanha, 5 no segundo dia, 25 no terceiro dia e assim por diante, seguindo uma PG, ao final de quantos dias o posto terá arrecadado o total de 19.531 brinquedos?

- a) 7
- b) 5
- c) 13
- d) 11
- e) 9

8) (UNIFOR CE/2011) Um canal de TV por assinatura foi inaugurado contando com 3.000 assinaturas e pretende obter, no primeiro mês de funcionamento, 100 novos assinantes; no segundo, 200 novos assinantes; no terceiro, 400 novos assinantes e, assim, duplicar a cada mês o número de novos assinantes obtidos no mês anterior. Após 1 ano, com quantos assinantes estará o canal de TV?

- a) 408.500
- b) 409.500
- c) 410.500
- d) 411.500
- e) 412.500

9) No sábado passado, Paula enviou uma mensagem por e-mail para 3 amigos. No dia seguinte, cada amigo de Paula que recebeu o e-mail o enviou para 3 amigos, e assim por diante. Se nenhuma pessoa recebeu a mensagem mais de uma vez, descubra quantas pessoas receberam a mensagem até o sábado seguinte.

- a) 9.840 pessoas
- b) 10.350 pessoas
- c) 10.620 pessoas
- d) 11.200 pessoas
- e) 13.126 pessoas

10) Uma população de bactérias dobra o seu número a cada 30 minutos. Considerando que o processo se inicia com uma única bactéria, quantas existirão após 4h e 30 min?

- a) 2.048
- b) 1.024
- c) 512
- d) 128
- e) 64

11) (UFSM-Extraordinário-Adaptado) O problema a seguir, traduzido de uma rima inglesa datada do século XVIII, aparece no filme Die Hard (1995) onde o ator Bruce Willis tem que resolvê-lo para impedir a explosão de uma bomba.

**"A caminho de St. Ives,**

**Encontrei um homem com sete esposas;**

**Cada esposa tinha sete sacos,**

**Cada saco tinha sete gatos,**

**Cada gato tinha sete gatinhos.**

**Gatinhos, gatos, sacos e esposas,**

**Quantos encontrei, além do homem, a caminho de St. Ives?"**

A resposta correta é

- a) 28
- b) 49
- c) 2401
- d) 2800
- e) 4900

12) (Unipar PR) Segundo a história da Matemática, o rei ofereceu uma recompensa ao sábio que desenvolveu o jogo de xadrez no seu reino. A recompensa pedida foi que cada casa do tabuleiro fosse preenchida com sementes de trigo, mas dobrando a cada casa. No caso, seria uma PG de primeiro termo 1 e razão igual a 2. Logo o rei desistiu da recompensa e nomeou o sábio como seu conselheiro repleto de honrarias. Isto porque, se a recompensa fosse realmente cumprida, ao final das 64 casas do tabuleiro, a quantidade de grãos de trigo seria da ordem de:

- a)  $2^{32} - 1$
- b)  $2^{64} - 1$
- c)  $2^{32} - 2$
- d)  $2^{64} - 2$
- e)  $2^{128} - 1$

## Apêndice G – Questionário ao aluno

## Escola Estadual Profª Margarez Mª Santos Lacet

Pesquisadora: Williane C Ferreira

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## Questionário ao aluno

1. Você tem acesso a computador? Se a resposta for sim, cite o(s) local(is) de acesso.

 Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

2. Você tem acesso à internet? Se a resposta for sim, cite o(s) local(is) de acesso.

 Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

3. Você costuma jogar jogos variados durante os momentos livres? Se sim, diga quantos jogos você costuma utilizar e com que frequência você joga esses jogos.

 Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Antes da participação nestas atividades, você já tinha ouvido falar a respeito do *App Inventor*? Se a resposta for sim, diga em que momento isto ocorreu. Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Antes da participação nestas atividades, você já tinha utilizado a linguagem de programação *App Inventor*? Se a resposta for sim, diga em que momento isto ocorreu. Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. Você já utilizou outro *software* educacional para alguma atividade de Matemática? Se responder que sim, cite qual(is) o(s) *software(s)* e para qual(is) atividade(s) você utilizou e em que lugar utilizou. Sim.  Não.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7. O que você achou da interface do aplicativo?

 Péssima  Ruim  Regular  Boa  Ótima8. Como você considera o Jogo Quiz PG que você utilizou no *App Inventor* para sua aprendizagem durante a aula? Péssimo  Ruim  Regular  Bom  Ótimo

9. Você conseguiu concluir o jogo? Se não conseguiu, explique o porquê.

Sim.  Não.

---

10. Em escala de 0 a 10, qual o nível de dificuldade que você teve em utilizar o jogo?

---

11. Quais foram essas dificuldades?

---

---

---

12. Você utilizaria novamente o jogo em momentos livres? Explique.

Sim  Não  Talvez

---

---

13. Se você tivesse a oportunidade de programar o que quisesse no *App Inventor*, que tipo de atividade escolheria fazer?

---

---

---

14. Achou mais interessante estudar sobre Progressões Geométricas com a utilização de notas de aula e atividades em papel A4 ou no *App Inventor*? Por quê?

---

---

---

15. Na sua opinião, qual a diferença entre utilizar materiais como: livros, notas de aula e atividades no caderno e utilizar o *App Inventor* para aprender P.G.?

---

---

---

16. Você tem o interesse em continuar utilizando o *App Inventor* para atividades de Matemática? Por quê?

---

---

---

---

## Apêndice H – Roteiro para a observação participante

### UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

#### ▪ Roteiro para a observação participante:

1. Comportamento e participação dos alunos;
2. Presença e ausência dos alunos;
3. Interação entre os alunos;
4. Dificuldades de instalação e interação com o *game* Quiz PG;
5. Interesse dos alunos pelo *game* Quiz PG.

**PRODUTO EDUCACIONAL**

**MANUAL DIDÁTICO PARA UTILIZAÇÃO DO QUIZ PG PARA O  
ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA**



GAME



WILLIANE COSTA FERREIRA

MANUAL DIDÁTICO PARA UTILIZAÇÃO DO QUIZ PG PARA O ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA



GAME



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

2020



WILLIANE COSTA FERREIRA

**MANUAL DIDÁTICO PARA UTILIZAÇÃO DO QUIZ PG PARA O ENSINO DE  
PROGRESSÃO GEOMÉTRICA**

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira.

Maceió

2020





**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

- F383j Ferreira, Williane Costa.  
O jogo digital Quiz PG para o aprendizado de progressão geométrica /  
Williane Costa Ferreira. – 2020.  
163 f. : il., figs. e tabs. color. + material adicional
- Orientador: Carloney Alves de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –  
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-  
Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2021.  
Inclui produto educacional.
- Bibliografia: f. 137-145.  
Apêndices: f. 147-163.
1. Progressão geométrica. 2. Quiz PG (Jogo digital). 3. Recursos  
didáticos. 4. Aprendizagem. 5. *App Inventor*. 6. Sequências didáticas. 7.  
Matemática (Ensino médio). I. Título.

CDU: 51: 371.3

© 2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**Coordenador** – Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira

**Vice coordenadora** – Profa. Dra. Hilda Helena Sovierzoski

Produto Educacional apresentado à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovado em 27 de novembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA

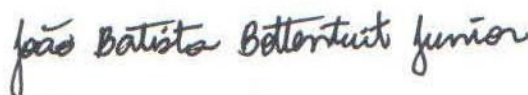


Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira  
Orientador  
(Cedu/Ufal)

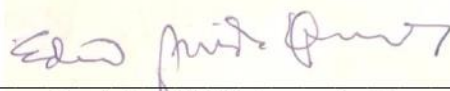
Lynn Rosalina  
Gama Alves

Assinado de forma digital por  
Lynn Rosalina Gama Alves  
Dados: 2020.11.27 16:19:03  
-03'00'

Profa. Dra. Lynn Rosalina Gama Alves  
(UFBA)



Prof. Dr. João Batista Bottentuit Júnior  
(UFMA)



Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra  
(IM/Ufal)





GAME



GAME



AUTORIZO A DIVULGAÇÃO E REPRODUÇÃO PARCIAL OU TOTAL DESTE TRABALHO PARA FINS EDUCACIONAIS, SEJA POR MEIO ELETRÔNICO OU CONVENCIONAL, DESDE QUE A FONTE DESTE MATERIAL SEJA CITADA.

2020



GAME

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	170
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	171
3. O JOGO DIGITAL QUIZ PG .....	173
4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA .....	176
5. FONTES DE PESQUISA COMPLEMENTARES .....	184
6. REFERÊNCIAS.....	185



GAME



## 1. INTRODUÇÃO

Este produto educacional é fruto da dissertação que tem por título “O jogo digital Quiz PG para o aprendizado de Progressão Geométrica”. A dissertação é resultado de uma pesquisa qualitativa que teve como principal objetivo analisar quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de Progressão Geométrica (P.G).

A P.G. é um conteúdo de matemática que faz parte do currículo da Educação Básica, de acordo com a BNCC (2018). Este geralmente é estudado por alunos que estão no primeiro ano do Ensino Médio. É um conteúdo que por vezes é compreendido apenas como mais um conteúdo de aplicação de fórmula e sem muita usabilidade para o sujeito que aprende. Desta maneira, se faz necessário que o aluno compreenda a utilidade das P.G. desde a antiguidade, em quais contextos este conteúdo está presente e que possa desenvolver a aprendizagem de forma interativa, colaborativa, com atribuição de sentido real para este sujeito, utilizando as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

Ao refletir sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, que está presente em tudo que fazemos e ao nosso redor, percebeu-se, de acordo com leituras realizadas pela pesquisadora e por sua própria experiência, que quando o aluno está em sala de aula, muitas das vezes identifica-a como sendo tediosa, fatigante, sem relevância para sua vida social e profissional, pois nem sempre o professor enfatiza o motivo de estudar cada conteúdo do currículo escolar, nem traz uma abordagem que atraia a atenção do aluno, afim de que o mesmo se torne participante das atividades propostas.

Sendo assim, este manual didático propõe atividades que propiciem uma aprendizagem significativa dos alunos, com momentos de: interação entre os alunos, entre aluno e professor; debate sobre vídeos assistidos; resolução de problemas; utilização de um jogo digital; e tem a intenção de contribuir para que os professores de Matemática da educação básica possam desenvolver atividades de P.G. com seus alunos de forma prazerosa, desafiadora, estimulando o aluno a solucionar os problemas propostos a partir da experimentação do jogo, a realizar pesquisas, a levantar argumentos. Vale ressaltar que este manual foi elaborado no intuito de que os profissionais da área de Ensino de Matemática possam usufruir do mesmo e proporcionar uma aula diferenciada para seus discentes. No entanto, não queremos limitar o professor a utilizar o manual exatamente da forma que está, pois este pode desenvolver mais atividades, de acordo com a necessidade de seus alunos.



## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A P.G. está presente em nosso dia a dia, seja em formas geométricas na natureza e em construções humanas (como o Fractal de Georg Cantor, o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch), no crescimento populacional de bactérias ou em aplicações financeiras (onde a taxa de juros aplicada somada a um inteiro pode ser caracterizada como a razão de uma P.G.). Conforme Carvalho (1997) e Eves (2011), a temática surge desde a antiguidade, onde os povos babilônicos encontravam padrões e os egípcios, tendo a necessidade de analisar o padrão de enchente do Rio Nilo, desenvolviam as sequências matemáticas e as progressões.

Na contemporaneidade, os alunos podem perceber padrões na numeração das casas e apartamentos, nas estações do ano, nas placas de automóveis, nos intervalos de tempo de tomar um remédio receitado pelo médico.

No Ensino Fundamental, especificamente em Matemática, os alunos se deparam com padrões e sequências numéricas, como por exemplo, ao estudar o conjunto dos números: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais. Além disso, esses padrões podem ser percebidos pelos mesmos em problemas que envolvem Potenciação, Proporcionalidade e Figuras Geométricas.

No Ensino Médio, quanto à Matemática e suas Tecnologias, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, “propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental” (BNCC, 2018, 517). Além disso, a BNCC (2018) propõe o desenvolvimento de competências e habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias. A Competência Específica 5, possui o seguinte objetivo (BNCC, 2018, p. 531):

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Para esta Competência Específica, a BNCC (2018) propõe 11 Habilidades, dentre as quais, tem-se a Habilidade (EM13MAT508): “Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BNCC, 2018, p. 533). Ou seja, no que se refere a P.G., a BNCC (2018) propõe que no Ensino Médio haja um aprofundamento de estudos e que sejam estabelecidas conjecturas sobre os conceitos e propriedades das P.G. (levando-se em consideração as demonstrações de tais propriedades, quando cabíveis), bem como a inserção de Tecnologias Digitais (TD) durante o aprendizado das P.G. Ademais, a BNCC (2018) também

sugere que durante o Ensino Médio os alunos façam conexões das P.G. com funções exponenciais, análise de propriedades e resoluções de problemas. Isso não significa que se deva limitar o estudo de P.G. a estas abordagens, pois também é possível relacioná-la a outros conteúdos de matemática e/ou outras áreas do conhecimento.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 2000), nesta etapa escolar o aluno deve ter direito a “[...] compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.” (PCNEM, 2000, p. 96). Logo, no que se refere à aprendizagem sobre P.G., se faz necessário que o aluno aprenda a respeito deste saber matemático, a fim de promover a formação do desenvolvimento pessoal, da cidadania e da vida em sociedade deste indivíduo.

Segundo Soares (2011), ao se fixar apenas no uso das fórmulas, o aluno não evolui no raciocínio lógico, muito menos desenvolve a capacidade de solucionar os problemas propostos e, de acordo com Valmorbidia (2018) a aprendizagem da Matemática voltada apenas para a teoria, sem atribuição de significado aos conteúdos, contribui para que o aluno enxergue como “[...] uma disciplina distante da realidade, sem envolvimento com os fenômenos que ocorrem na natureza, na ciência, na tecnologia, entre outros.” (VALMORBIDA, 2018, p. 17). Neste aspecto há que se considerar a importância do contexto histórico nas aulas de Matemática, pois, de acordo com Miguel (1997, p. 82), a “história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino”.

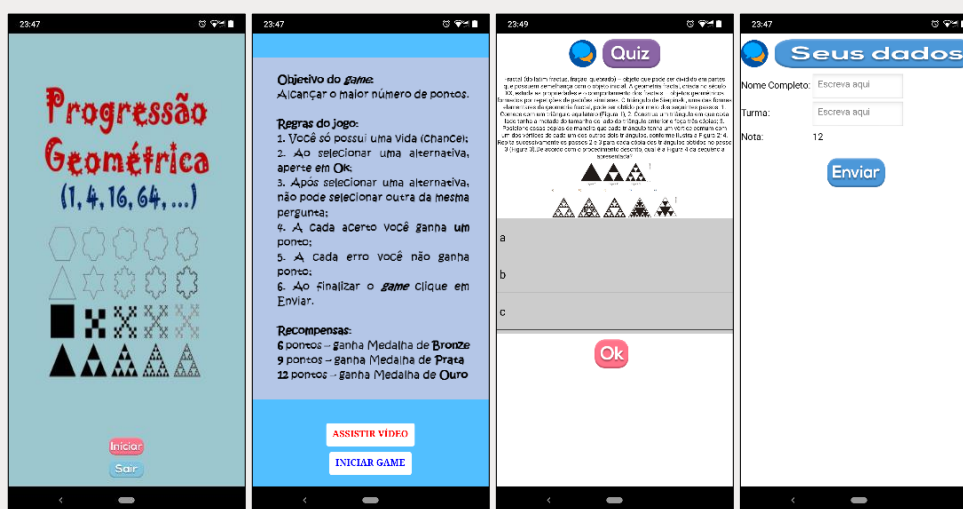
Além disso, acredita-se que as TDIC contribuam para a aprendizagem de Matemática, visto que a cultura digital já se encontra inserida no contexto social da geração atual, tornando o processo de aprendizagem mais instigante, atrativo e, ao inserir as tecnologias em sala de aula, ocorre uma inter-relação entre a cultura contemporânea e o ensino que, por meio de práticas pedagógicas adequadas, pode proporcionar uma aprendizagem com motivação, onde os alunos participam ativamente desse processo.

O ensino e aprendizagem por meio das TDIC podem ocorrer por meio da imersão em redes colaborativas de aprendizagem, acessando vídeos e *blogs* com conteúdos escolares, utilizando jogos educativos e vários aplicativos que contribuem para uma aprendizagem com atribuição de sentido real para estes sujeitos; onde o professor deixa de ser o centro e se transforma no mediador do conhecimento. Nesta perspectiva, propõe-se no presente manual uma Sequência Didática como contribuição para o ensino de Progressão Geométrica de alunos do Ensino Médio.

### 3. O JOGO DIGITAL QUIZ PG

O jogo digital educativo programado pela autora e utilizado na pesquisa que culminou em sua dissertação é um *game* do gênero *quiz* e o título deste é “Quiz PG”. O jogo foi programado a partir da linguagem de programação em blocos do *App Inventor 2*, a fim de ser utilizado como atividade lúdica do conteúdo de P.G. Este jogo digital é compatível com dispositivos móveis *Android* e possui 4 interfaces: a interface Screen1 (tela inicial); a interface Regras (contém o objetivo, as regras e as recompensas do jogo; botão para iniciar o jogo e botão para acessar vídeo de conteúdo do Youtube); a interface QUIZ (onde foram inseridas as 12 questões do *game*) e a interface DADOS\_DO\_ALUNO (tela que os alunos acessam, ao ter finalizado o *quiz*, para inserir seu nome completo, sua turma e clica em enviar os dados). A Figura 1 mostra as quatro interfaces (Screen1, Regras, QUIZ, DADOS\_DO\_ALUNO), nesta mesma ordem, da esquerda para a direita, da forma que aparecem na tela do celular:

Figura 1: Interfaces do Quiz PG



Fonte: A autora (2020)

Ao clicar no botão Iniciar da primeira interface do Quiz PG, o jogador vai para a interface que contém o objetivo, as regras e as recompensas do jogo. Nesta mesma interface, o jogador pode clicar no botão ASSISTIR VÍDEO e no botão INICIAR GAME. O objetivo do *game* é alcançar o maior número de pontos. As regras são: 1 - Você só possui uma vida (chance); 2 - Ao selecionar uma alternativa, aperte em *Ok*; 3 - Após selecionar uma alternativa, não pode selecionar outra da mesma pergunta; 4 - A cada acerto você ganha um ponto; 5 - A cada erro você não ganha ponto; 6 - Ao finalizar o *game* clique em *Enviar*. E as recompensas são: 6 pontos – ganha Medalha de Bronze; 9 pontos – ganha Medalha de Prata; 12 pontos – ganha Medalha de Ouro.



Após concluir a leitura do objetivo, das regras e das recompensas do *game*, o jogador tem duas opções: ou clica no botão INICIAR GAME e é direcionado à interface QUIZ, ou clica no botão ASSISTIR VÍDEO e é direcionado a uma página do Youtube que contém um vídeo do canal “reVisão”, com o título “PROGRESSÃO GEOMÉTRICA | Matemática”. O vídeo pode ser acessado pelo link: <<https://www.youtube.com/watch?v=oaEapbD-umI>>. Este vídeo possui 10 minutos e 36 segundos e traz uma abordagem do conteúdo de P.G. envolvendo a definição da P.G., sua classificação, as fórmulas que envolvem este assunto, com demonstrações dedutivas das fórmulas, exemplos de P.G., assim como traz um recorte histórico sobre o “Paradoxo de Zeno” que, no vídeo, o apresentador chama de “Paradoxo do Zenão”.

Ao retornar para a interface Regras e clicar no botão INICIAR GAME, o jogador é direcionado ao primeiro problema matemático, com 5 alternativas de resposta, sendo correta apenas 1 alternativa. Foram inseridos no Quiz PG um total de 12 problemas a serem solucionados. Ao clicar na alternativa escolhida, o jogador já obtém um *feedback* do *game*, informando se ele acertou ou errou a questão-problema. A Figura 2 mostra este *feedback* no problema 1.

Figura 2: *Feedback* do Quiz PG no Problema 1

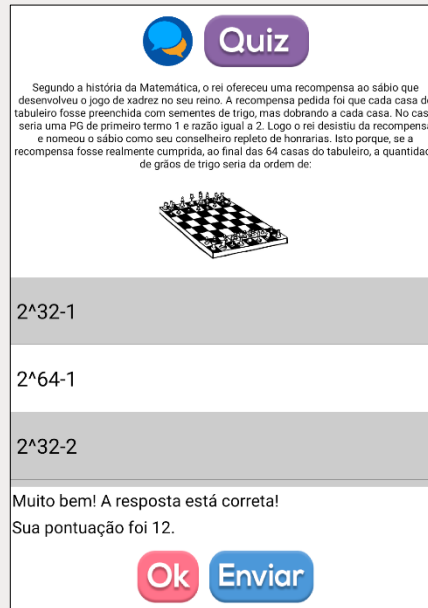
The figure displays two side-by-side screenshots of a quiz interface. Both screens show a question about fractals, specifically the Sierpinski triangle, with a diagram illustrating its construction through iterative steps. The question asks for the next step in the sequence. The left screenshot shows the correct answer 'b' selected, with a green 'X' icon and the text 'Muito bem! A resposta está correta!' and an 'Ok' button. The right screenshot shows an incorrect answer 'c' selected, with a red 'X' icon and the text 'Resposta incorreta!' and an 'Ok' button.

Fonte: A autora (2020).

Cada questão-problema possui um enunciado, uma ilustração e as alternativas (a,b,c,d,e) em barra de rolagem. Ao clicar em Ok, o jogador é direcionado a próxima pergunta, o *gamer* continua jogando, até que se tenham completado as 12 questões. Ao responder a última questão, além do *feedback* afirmando o acerto ou erro do 12º problema, o jogo digital mostra a pontuação

total do jogador e o botão Enviar, que estava oculto, aparece. A Figura 3 apresenta um *feedback* possível.

**Figura 3:** *Feedback* do Quiz PG no Problema 12



**Fonte:** A autora (2020).

Ao clicar no botão Enviar, o jogador é direcionado à última interface do *game*, onde ele coloca seu nome completo e insere também a sua turma da escola. Este último item foi inserido devido ao fato de ter sido utilizado em uma turma de alunos, para a produção dos dados desta pesquisa. Ao clicar novamente em Enviar, agora na interface DADOS\_DO\_ALUNO, aparece o botão Sair. Ao ser clicado, o aplicativo do jogo é encerrado.

A partir da programação do *game* Quiz PG, foi possível perceber que, para compreender todas as funcionalidades do *App Inventor 2* e programar demanda um certo tempo, mas a linguagem de programação em si é bem intuitiva. Devido a isso, alguns elementos como efeito sonoro, temporizador e animação não foram inseridos no *game* da pesquisa, embora seja possível utilizar estes e outros recursos na programação do jogo digital.

É necessário também ressaltar que – embora existam diferentes tipos de jogos e que quanto mais elementos e narrativas um *game* possui, quanto mais complexo ele for, mais potencial este tem para a aprendizagem – a partir do *App Inventor* a autora se propôs a construir um jogo do tipo *quiz* por ser viável para a mesma programar, levando em conta de que a construção foi realizada sem a colaboração de uma equipe de profissionais em desenvolvimento de jogos digitais.

## 4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA – Progressão Geométrica

<b>Etapa: Ensino Médio</b>		<b>8 horas-aula</b>	
<b>Autor: Williane Costa Ferreira</b>			
<b>Instituição de Ensino:</b>		<b>Cidade:</b>	<b>Estado:</b>
<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desenvolver o conceito de Progressão Geométrica e sua classificação.</li> <li>▪ Compreender o contexto histórico das P.G.</li> <li>▪ Fazer conexões do conteúdo de P.G. com outros conteúdos e áreas do conhecimento.</li> <li>▪ Resolver questões-problemas envolvendo o conteúdo de P.G. utilizando o <i>game</i> Quiz PG.</li> </ul>		
<b>Atividade Motivadora (Problematização)</b>	<p>Propor aos alunos que assistam ao vídeo “Lenda sobre a origem do jogo de Xadrez” disponível pelo <i>link</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=MZJ_2weYsXU">https://www.youtube.com/watch?v=MZJ_2weYsXU</a>, com o auxílio do projetor multimídia, caixa de som, computador, <i>notebook</i> ou outro dispositivo móvel com acesso à <i>internet</i>, e em seguida solicitar que respondam:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Qual foi a soma total de grãos solicitada por Lahur Sessa?</li> <li>2. Como os sábios do rei chegaram ao resultado da quantidade total de grãos pedidos pelo jovem Sessa?</li> </ol> <p>* Realizar outros questionamentos que achar necessário sobre o vídeo assistido.</p>		
<b>Conteúdo</b>	Progressão Geométrica e suas especificidades.		
<b>Recursos</b>	Vídeos, notas de aula, papel A4 ou folha de caderno, lápis, caneta, borracha, projetor multimídia, caixa de som, computador, <i>notebook</i> ou outro dispositivo móvel com acesso à <i>internet</i> , <i>game</i> Quiz PG instalado nos dispositivos móveis que serão utilizados pelos alunos.		
<b>Desenvolvimento</b>	<p><b>Encontro 1:</b> Conduzir os alunos a assistir ao vídeo “Lenda sobre a origem do jogo de Xadrez” e propor que responderam às perguntas referentes ao vídeo (Atividade Motivadora). Após as discussões e resoluções das perguntas, propor um segundo vídeo, com cenas do filme Duro de Matar 3 (1995) disponível pelo <i>link</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=a8RL1QAV0z4">https://www.youtube.com/watch?v=a8RL1QAV0z4</a> e propor que respondam as seguintes perguntas: 1) Qual a resposta para o enigma dado pelo vilão do filme duro de Matar? 2) Existe alguma relação deste enigma com o pedido de recompensa de Lahur Sessa, da lenda do jogo de Xadrez?</p> <p><b>Encontro 2:</b> Desenvolver o conceito de Progressão Geométrica e sua classificação, utilizando o conteúdo escrito disponível neste manual (notas de aula) e retomar as discussões sobre os vídeos assistidos no Encontro 1. Solicitar que os alunos pesquisem sobre as aplicações da P.G. em figuras geométricas, na biologia e na música, e dialogar sobre as descobertas dos alunos em sala de aula. Mas, se a pesquisa não for possível durante este encontro, o professor pode solicitar a pesquisa como uma atividade extraclasse.</p> <p><b>Encontro 3:</b> Dialogar com os alunos sobre a pesquisa solicitada no Encontro 2, caso ainda não tenha ocorrido este diálogo. Dar continuidade à parte teórica do conteúdo, tratando sobre a relação do conteúdo de P.G. com outros conteúdos e sobre a sua aplicação a outras áreas do conhecimento.</p> <p><b>Encontro 4:</b> Instalar o <i>game</i> Quiz PG disponível na plataforma do <i>Google Play Store</i> por meio do <i>link</i> <a href="https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai_wferreira390.PGQuiz&amp;hl=pt_BR">https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai_wferreira390.PGQuiz&amp;hl=pt_BR</a>; fixar os conceitos trabalhados por meio de resolução de problemas, utilizando o <i>game</i>.</p>		
<b>Avaliação</b>	Avaliar o interesse e a participação do aluno de acordo com seu desempenho em cada atividade proposta, intervindo sempre que achar conveniente; analisar os resultados das atividades propostas e verificar se os alunos atingiram os objetivos propostos nesta Sequência Didática.		

## Notas de Aula – Progressão Geométrica (P.G.)

**Progressão geométrica** é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo precedente (anterior) por uma constante  $q$ . O número  $q$  é chamado de **razão** da progressão geométrica.

Exemplos:

1.  $(3, 6, 12, 24, 48, 96, \dots)$  é uma P.G. finita de razão  $q = 2$ .
2.  $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots)$  é uma P.G. infinita de razão  $q = \frac{1}{2}$ .
3.  $(2, -6, 18, -54, 162, \dots)$  é uma P.G. infinita de razão  $q = -3$ .
4.  $(5, 0, 0, 0, \dots)$  é uma P.G. infinita de razão  $q = 0$ .
5.  $(0, 0, 0, \dots)$  é uma P.G. infinita de razão indeterminada.

### Classificação das progressões geométricas

Uma P.G. é dita crescente quando:  $a_1 > 0$  e  $q > 1$ , ou  $a_1 < 0$  e  $0 < q < 1$ .

Uma P.G. é dita decrescente quando:  $a_1 > 0$  e  $0 < q < 1$ , ou  $a_1 < 0$  e  $q > 1$ .

Uma P.G. é dita constante quando sua razão é 1 ou quando todos os seus termos são nulos.

Uma P.G. é dita oscilante quando os seus termos são diferentes de zero e dois termos consecutivos quaisquer têm sinais opostos, daí:  $a_1 \neq 0$  e  $q < 0$ .

Exemplo:  $(3, -6, 12, -24, 48, -96, \dots)$  é uma P.G. oscilante de razão  $q = -2$ .

Uma P.G. é dita estacionária quando  $a_1 \neq 0$  e  $q = 0$ .

### Propriedade

Uma sequência de três termos, em que o primeiro é diferente de zero, é P.G. se, e somente se, o quadrado do termo médio é igual ao produto dos outros dois, isto é, sendo  $a \neq 0$ , temos que:

$$(a, b, c) \text{ é P.G. } \Leftrightarrow b^2 = ac$$

### **Exemplo**

Determine  $x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , de modo que a sequência  $(4, 4x, 10x + 6)$  seja P.G.

### Fórmula do termo geral de uma progressão geométrica P.G.

- $a_n = a_1 q^{n-1}$ , onde:
- $a_n$  é o termo geral;
- $a_1$  é o 1º termo;
- $n$  é o número de termos (até  $a_n$ );
- $q$  é a razão da P.G.

### Soma dos $n$ primeiros termos de uma P.G.

#### **Teorema**

Se  $s_n$  a soma dos primeiros termos da P.G.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  de razão  $q$ , temos:

Se  $q = 1$ , então  $s_n = na_1$ .

Se  $q \neq 1$ , então  $s_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

Se  $|q| < 1$ , para  $-1 < q < 1$ , com  $q \in \mathbb{R}$ , então  $S_n = \frac{a_1}{1-q}$

#### **Exemplo**

Calcular a soma dos dez primeiros termos da P.G.  $(3, 6, 12, \dots)$ .

#### Solução:

Como a razão  $q = 2$ , então:

$$S_{10} = \frac{3 \cdot (1 - 2^{10})}{1 - 2} = \frac{3 \cdot 1024}{-1} = -3\,072$$

#### **Teorema**

O limite de  $q^n$ , quando  $n \rightarrow \infty$ , de uma P.G.  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  de razão  $|q| < 1$ , para  $-1 < q < 1$ , com  $q \in \mathbb{R}$ , é zero, ou seja:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$$

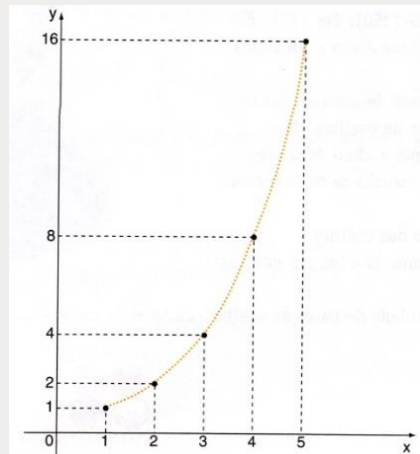
GAME



### Contextualizando a P.G.

Dada a P.G. (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...) de razão  $q = 2$ , esta é uma função exponencial  $f(x) = 2^x$ , com domínio em  $\mathbb{N}^*$ , como mostra a Figura 4, em que o eixo  $x$  refere-se à ordem dos termos da P.G. ( $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ ) que correspondem aos valores do eixo  $y$  (1, 2, 4, 8, 16):

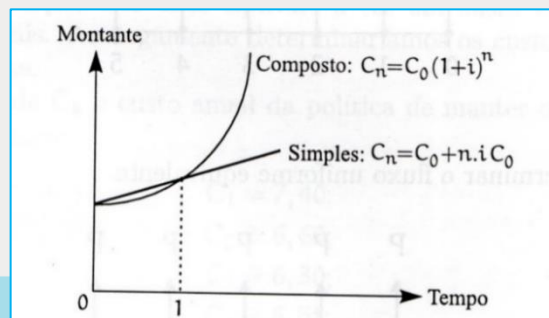
**Figura 4:** Gráfico de uma função exponencial



Fonte: Iezzi et al (2010, p. 217).

Já em relação à Matemática Financeira é dado o seguinte teorema: “No regime de juros compostos de taxa  $i$ , um principal  $C_0$  transforma-se, em  $n$  períodos de tempo, em um montante igual a  $C_n = C_0(1 + i)^n$ ” (MORGADO et al, 2001, p. 45), que relaciona a P.G. ao regime de juros compostos. Segue a demonstração deste teorema: “Para cada  $k$ , seja  $C_k$  a dívida após  $k$  períodos de tempo. Temos  $C_{k+1} = C_k + iC_k = (1 + i)C_k$ . Daí  $(C_k)$  é uma progressão geométrica de razão  $1 + i$  e  $C_n = C_0(1 + i)^n$ ” (MORGADO et al, 2001, p. 45). A Figura 5 ilustra um gráfico que mostra os montantes de uma aplicação com juros compostos e de uma aplicação com juros simples, em que é possível verificar uma função exponencial para um montante a juros compostos.

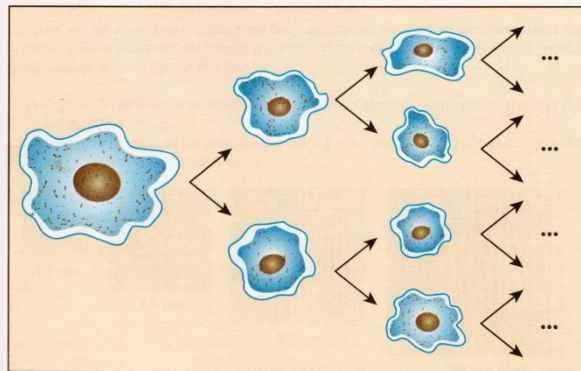
**Figura 5:** Gráfico dos montantes a juros simples e a juros compostos



Fonte: Morgado et al (2001, p. 56).

Outra aplicação da P.G. é na reprodução das amebas (protozoários), que se multiplicam através do processo de divisão. Depois de evoluir até “[...] um certo tamanho, uma ameba se divide ao meio para reproduzir outras duas. No período de um dia, aproximadamente, cada uma se divide ao meio formando quatro amebas no total. No dia seguinte existirão oito, [...]” (CARVALHO, 1997, p. 28), e assim sucessivamente, surgindo então a P.G. infinita (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...). Esse processo de divisão está ilustrado na Figura 6:

**Figura 6:** Reprodução das amebas



**Fonte:** Carvalho (1997, p. 28).

Na música, “Os sons musicais se escrevem por meio de sinais chamados notas. [...] Para indicar a duração dos sons, são dadas às notas formas diferentes. As formas (ou figuras) das notas são sete” (CARVALHO, 1997, p. 31) e estas notas estão ilustradas na Figura 7:

**Figura 7:** Notas musicais

Semibreve .....		Semicolcheia .....	
Mínima .....		Fusa .....	
Semínima .....		Semifusa .....	
Colcheia .....			

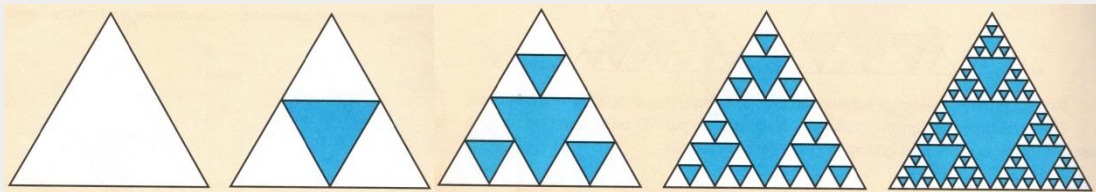
**Fonte:** Carvalho (1997, p. 31).

A semibreve é a nota musical que representa uma unidade rítmica. A Mínima equivale à metade do valor rítmico da semibreve, a semínima corresponde à metade do valor rítmico da mínima, e assim por diante, chegando à semifusa que possui metade do valor rítmico da fusa. Assim sendo, se a semibreve for considerada como primeiro termo da P.G., tem-se a seguinte

sequência:  $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64})$ , de razão  $q = \frac{1}{2}$  correspondente aos valores rítmicos de cada nota musical.

De acordo com Carvalho (1997), um matemático polonês chamado Waclaw Sierpinski (1882-1969) criou em 1916 uma curva que ficou conhecida como Triângulo de Sierpinski. A partir de um triângulo equilátero “[...] tomamos os pontos médios de seus três lados. Encontramos, assim, quatro triângulos congruentes, dos quais retiramos o central. [...] Os três triângulos restantes têm os comprimentos dos lados exatamente iguais à metade do comprimento do lado do triângulo original” (CARVALHO, 1997, p. 30). Em seguida, o processo que foi realizado com o triângulo inicial é realizado com esses três triângulos, e assim continuamente. Esse processo está ilustrado na Figura 8:

**Figura 8:** Triângulo de Sierpinski



Fonte: Carvalho (1997, p. 30)

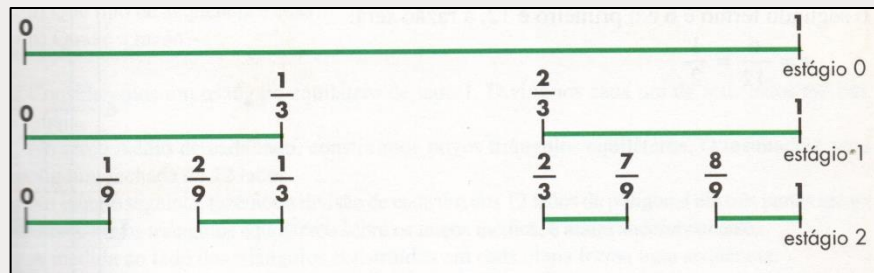
O Triângulo de Sierpinski é considerado um fractal<sup>34</sup>, já que é uma figura auto semelhante, pois “cada triângulo obtido em cada etapa é uma pequena réplica do original [...]” (CARVALHO, 1997, p. 30). Este fractal considera em todas as etapas apenas os triângulos de cor branca, ou seja, a figura original possui um triângulo, a segunda figura contém três triângulos, a terceira tem nove triângulos, a quarta, 27 triângulos e assim sucessivamente, gerando a P.G. (1, 3, 9, 27, 81,...) de razão  $q = 3$ .

Outro fractal interessante é o do conjunto de Georg Cantor (1845-1918). Se for considerado o intervalo de números entre 0 e 1, a partir deste intervalo, é realizada uma divisão em três intervalos e se retira o intervalo que ficou no meio, ou seja, o terço médio, conforme Carvalho (1997). Dos intervalos que restaram, cada um é dividido em três novamente, retirando em seguida o terço médio destes intervalos e assim por diante. Esse fractal, “[...] que é formado por todos os números que não foram retirados dos intervalos quando repetimos o processo indefinidamente” (CARVALHO, 1997, p. 43) é o Conjunto de Cantor. A Figura 9 ilustra o início desse processo de divisão.

<sup>34</sup> Advindo da palavra “*fractus*”, significa fração, quebrado, fragmentado.



**Figura 9:** Fractal de Cantor



Fonte: Carvalho (1997, p. 43).

No estágio inicial (zero), nota-se que existe apenas um intervalo e a partir do estágio 1 tem-se dois subintervalos, no estágio 2 existem quatro subintervalos e, realizando a próxima divisão que gera o estágio 3, surgem oito subintervalos. Ou seja, cada estágio subsequente segue o padrão da P.G. infinita (1, 2, 4, 8, 16,...). Além disso, ao analisar a medida do comprimento dos intervalos que vão aparecendo ao longo dos estágios, nota-se a presença da P.G.  $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\right)$ , de razão  $q = \frac{1}{3}$ , em que o primeiro termo se refere à medida do comprimento do estágio zero, o segundo termo se refere à medida do comprimento do estágio 1, e assim sucessivamente.

Dado um triângulo equilátero de lado 1, considere que seja realizado os seguintes procedimentos: efetua-se a divisão de “[...] cada um de seus lados em três partes iguais. No terço médio de cada lado, construímos novos triângulos equiláteros. [...] No estágio seguinte, fazemos a divisão de cada um dos 12 lados da poligonal em três partes iguais e construímos novos triângulos equiláteros [...]” (CARVALHO, 1997, p. 43) nos terços médios da figura e assim por diante. Este processo está ilustrado na Figura 10:

**Figura 10:** Curva de Koch

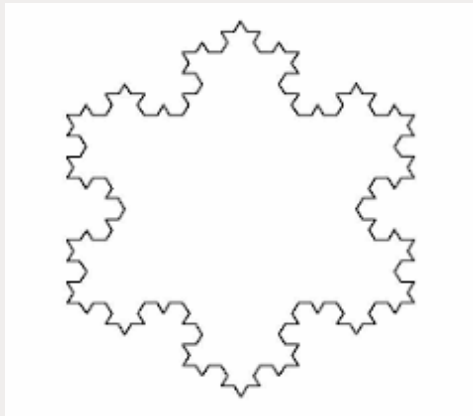


Fonte: Carvalho (1997, p. 43).

Ao analisar a medida do lado dos triângulos construídos em cada estágio, percebe-se o aparecimento da P.G.  $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\right)$ , que também aparece no Fractal de Cantor. Ao continuar este processo de divisão, chegando-se no estágio 4, tem-se a curva conhecida como curva do

floco de neve de Koch, pois se assemelha a um floco de gelo. A Figura 11 ilustra a curva do floco de neve de Koch:

**Figura 11:** Curva do floco de neve de Koch



**Fonte:** Fuzzo et al (2009, p. 4).

## 5. FONTES DE PESQUISA COMPLEMENTARES

1. Introdução à Progressão Geométrica e Cálculo do Termo Geral

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=41057>



SCAN ME

2. Multiplicação e progressão geométrica com base no filme "A Corrente do Bem"

<https://novaescola.org.br/conteudo/6566/multiplicacao-e-progressao-geometrica-com-base-no-filme-a-corrente-do-bem>



SCAN ME

3. Ensino e Aprendizagem de Progressão Geométrica através da Resolução de Problemas

[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2014/2014\\_uel\\_mat\\_pdp\\_josiane\\_aparecida\\_busquim.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uel_mat_pdp_josiane_aparecida_busquim.pdf)



SCAN ME

GAME



## 6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. p. 1 – 109. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CARVALHO, M. C. C. S. **Padrões numéricos e seqüências**. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 1997. p. 1 – 79.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5. Ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2011. 843p.

FUZZO, R. A., et al. Fractais: algumas características e propriedades. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 4, 2009, Campo Mourão. **Anais do IV Encontro de Produção Científica e Tecnológica**. p. 1 – 13. Campo Mourão, PR, 2009.

IEZZI, G., et al. **Matemática: ciência e aplicações**. Ensino Médio. V. 1. 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010. p. 205 – 220.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73 – 105, jul./dez. 1997.

MORGADO, A. C., et al. **Progressões e matemática financeira**. 5. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. 121p.

SOARES, L. R. S. **Seqüências e Progressões: Possibilidades de Contextualização na Escola**. (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Mari, PB, 2011. p. 1 – 52.

VALMORBIDA, J. M. **Uma proposta de atividades para o estudo de Progressões Geométricas utilizando Fractais e o software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, SC, 2018. 124p.

Links de vídeos:

Lenda sobre a origem do jogo de xadrez – [https://www.youtube.com/watch?v=MZJ\\_2weYsXU](https://www.youtube.com/watch?v=MZJ_2weYsXU)



SCAN ME



Trecho do filme Duro de Matar 3 (1995) – <https://www.youtube.com/watch?v=a8RL1QAV0z4>



SCAN ME

Link do Jogo Digital Quiz PG:

[https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai\\_wferreira390.PGQuiz&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai_wferreira390.PGQuiz&hl=pt_BR)



SCAN ME

GAME



GAME

