

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR

**UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Maceió
2020

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR

**UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Dissertação desenvolvida sob orientação do Prof. Dr. Amauri da Silva Barros e apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Ensino de Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
Coorientador: Prof. Dr. Givaldo O. dos Santos

Maceió

2020

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767


O48p	<p>Oliveira Júnior, Edson Monteiro de. Uma proposta híbrida de ensino para o estudo da função quadrática / Edson Monteiro de Oliveira Júnior. – 2021. 114, 34 f. : il. color.</p> <p>Orientador: Amauri da Silva Barros. Co-orientador: Givaldo O. dos Santos. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Maceió, 2020. Produto educacional: Estudo da função quadrática: uma sequência didática utilizando uma proposta híbrida de ensino com o Geogebra.</p> <p>Bibliografia: f. 78-81. Apêndices: 82-88. Anexos: f. 89-114, 1-34.</p> <p>1. Ensino de matemática. 2. Ensino híbrido. 3. Metodologias ativas de aprendizagem. 4. Geogebra (Software). I. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 511.55</p>
-------------	--

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR


**UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 18 de novembro de 2020.


Banca Examinadora:



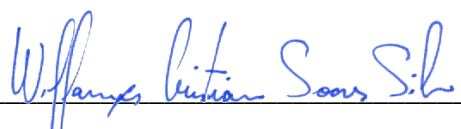
Prof. Dr. Amauri da Silva Barros (orientador)
Universidade Federal de Alagoas – IM



Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos (coorientador)
Instituto Federal de Alagoas – Unidade Maceió



Prof. Dr. José da Silva Barros (membro externo)
Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca



Prof. Dr. Willamys Cristiano Soares Silva (membro externo)
Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca

DEDICATÓRIA

Primeiramente dedico este trabalho a Deus, pois sem ele não teria capacidade para construir essa pesquisa.

Dedico também a meus pais, Madalena e Edson, pois eles formam minha sustentação.

Dedico este trabalho a minha esposa Josefa e minha filha Laís, pois me compreenderam durante toda essa jornada, dando-me o aporte afetivo.

Este trabalho foi desenvolvido pensando nas melhorias na Educação, logo, os alunos que fizeram parte dessa construção têm merecida dedicação do mesmo.

A conclusão deste curso traduz o empenho de cada professor que contribuiu de alguma forma, a quem dedico este trabalho.

Dedico este trabalho aos meus colegas de curso, que assim como eu encerram uma difícil etapa da vida acadêmica.

Uma dedicação mais que especial a meu orientador, o Professor Dr. Amauri da Silva Barros, pois me incentivou durante toda a construção desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu coordenador, o professor Dr. Carloney Alves de Oliveira, pelas contribuições nesse trabalho.

Agradeço a todos os membros da banca, pois contribuíram para a melhoria desse trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas pela oportunidade de formação.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a construção desta pesquisa.

"Se enxerguei mais longe é porque me apoiei em ombros de gigantes"

(Isaac Newton)

RESUMO

A tecnologia está cada dia mais presente no cotidiano da escola, seja nas mãos dos educandos ou como recurso adquirido pela escola, a fim de tornar os conteúdos mais atrativos, tornando o aprendizado mais fácil e estimulante. Com este trabalho busca-se modelar situações voltadas ao dia a dia, onde se empregam conceitos sobre funções quadráticas. Nesta perspectiva, a pesquisa tem como objetivo construir e aplicar uma sequência didática para o estudo das funções quadráticas, baseada no Ensino Híbrido, com a ajuda de recursos tecnológicos e materiais concretos. A sequência didática sobre funções quadráticas se desenvolverá na concepção do produto educacional deste trabalho, sendo útil a diversos professores de matemática ou áreas afins que queiram utilizar tal metodologia, mesmo que com outros assuntos. A pesquisa tem natureza qualitativa e exploratória, fazendo uso de uma metodologia híbrida, semipresencial, e das TIC's, com a finalidade de melhorar a habilidade dos estudantes em uma transição entre o concreto e o abstrato, com problemas envolvendo gráficos e máximos e mínimos de funções quadráticas, mas sempre deixando os alunos em um lugar de protagonismo, pois é a base das metodologias ativas. O material desenvolvido foi aplicado a alunos voluntários de ensino médio e fundamental em cinco encontros presenciais, onde foram utilizados três questionários, o aplicativo Geogebra como auxílio, além de toda a pesquisa ser realizada aos moldes do Ensino Híbrido. Durante toda a aplicação da pesquisa pode-se perceber um ganho de aprendizado dos alunos sobre o conteúdo trabalhado, constatando-se a eficácia da aplicação do Ensino Híbrido. Detalhes que há possibilidade de passar despercebidos em um Ensino Tradicional, mas puderam ser evidenciados e bem mais explorados. Desta forma, tal pesquisa, motivará outros professores a utilizarem a metodologia híbrida em suas aulas.

Palavras-chaves: Ensino de Matemática. Ensino Híbrido. Metodologias Ativas de Aprendizagem. Geogebra.

ABSTRACT

Technology is increasingly present in the daily life of the school, whether in the hands of students or as a resource acquired by the school, in order to make the contents more attractive, making learning easier and more stimulating. With this work, we seek to model everyday situations, where concepts about quadratic functions are used. In this perspective, the research aims to build and apply a didactic sequence for the study of quadratic functions, based on Blended Learning, with the help of technological resources and concrete materials. The didactic sequence on quadratic functions will be developed in the design of the educational product of this work, being useful to several mathematics teachers or related areas that want to use this methodology, even with other subjects. The research has a qualitative and exploratory nature., making use of a hybrid methodology, semi-presential teaching, and the ICT's, with the purpose of improving the students' ability in a transition between the concrete and the abstract, with problems involving graphics and maximum and minimum functions quadratic, but always leaving students in a leading role, as it is the basis of active methodologies. The developed material was applied to high school and elementary student volunteers in five face-to-face meetings, where three questionnaires were used, the Geogebra application as an aid, in addition to all the research being conducted along the lines of Blended Learning. Throughout the application of the research, it is possible to perceive a gain in students' learning about the content worked on, evidencing the effectiveness of the application of Blended Learning. Details that are possible to go unnoticed in a Traditional Teaching, but could be evidenced and much more explored. Thus, such research will motivate other teachers to use the hybrid methodology in their classes.

Key words: Mathematics Teaching. Blended Learning. Active Learning Methodologies. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modalidades do Ensino Híbrido.	25
Figura 2 - Gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x$	29
Figura 3 - Eixo x interceptado em dois pontos.	30
Figura 4 - A parábola intercepta o eixo x em apenas um ponto.	30
Figura 5 - A parábola não intercepta o eixo x.	31
Figura 6 - Coordenadas do vértice da parábola.	33
Figura 7 - Interface inicial do Geogebra para celular.	38
Figura 8 - Menu para salvar imagens.	39
Figura 9 - Abertura do menu para salvar imagens.	39
Figura 10 - Menu para exibir malhas e eixos	40
Figura 11 - Função entrada.	41
Figura 12 - Ferramentas de desenho geométrico.	41
Figura 13 - Ferramentas de desenho geométrico iniciada	42
Figura 14 - Função inserir entrada.	43
Figura 15 - Função entrada - teclado	43
Figura 16 - Formatação da função.	44
Figura 17 - Desfazer ação.	45
Figura 18 - Ampliar plano.	45
Figura 19 - Plano ampliado.	46
Figura 20 - Etapas da pesquisa.	47
Figura 21 - Comparação entre alunos de séries distintas.	58
Figura 22 - Função fixa com alteração do termo independente.	63
Figura 23 - Função fixa com alteração do coeficiente “b”.	65
Figura 24 - Função fixa com alteração do coeficiente “a”.	68

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Sabem o que é uma função.	53
Gráfico 2 - Sabem o que é uma função quadrática.....	54
Gráfico 3 - Consideram o estudo das funções importante.....	54
Gráfico 4 - Sabem onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia.....	55
Gráfico 5 - Comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes.....	56
Gráfico 6 - Variável dependente independente em uma função quadrática.....	56
Gráfico 7 - Conhecem o aplicativo Geogebra.....	57
Gráfico 8 - Utilizaram o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas.....	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Passos para encontrar o y_v	32
--	----

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 - Comparação entre raízes e gráficos.	60
Ilustração 2 - Gráfico com a alteração do coeficiente "c".	62
Ilustração 3 - Gráfico com a alteração do coeficiente "b"..	64
Ilustração 4 - Alteração no vértice com a mudança do coeficiente "b".	66
Ilustração 5 - Gráfico com a alteração do coeficiente "a".	67
Ilustração 6 - Construção de retângulos com palitos.	71
Ilustração 7 - Área com perímetro fixo.	71
Ilustração 8 - Algoritmo da área máxima.	72
Ilustração 9 - Área máxima e a medida do lado através do algoritmo.	73

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1.1 História do ensino no Brasil	20
1.2 Educação Matemática	21
1.3 Metodologias Ativas	22
1.4 Ensino híbrido	24
1.5 Função Quadrática	27
1.6 Considerações da BNCC sobre Função Quadrática.	33
1.7 O uso do Software Geogebra como geometria dinâmica.	34
1.8 A utilização de recursos tecnológicos na sala de aula híbrida.	36
1.9 A utilização do Geogebra na sala de aula como recurso tecnológico.	37
2. METODOLOGIA	47
2.1 Abordagem da pesquisa	47
2.2 Locus da pesquisa	48
2.3 Como se deu a escolha dos sujeitos da pesquisa?	48
2.4 Coleta de dados	49
2.5 Produto Educacional	50
3. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS DADOS	51
3.1 Sequência didática proposta	51
3.1.1 Justificativa do questionário diagnóstico	52
3.1.2 Aplicação do questionário diagnóstico	52
3.1.3 Análise do questionário diagnóstico	58
3.1.4 Justificativa da atividade 1.	59
3.1.5 Atividade 1: Análise do gráfico da função quadrática através dos coeficientes.	60
3.1.6 Análise da atividade 1	69
3.1.7 Justificativa da atividade 2.	69
3.1.8 Atividade 2: máximos e mínimos de função quadrática.	70
3.1.9 Análise da Atividade 2	74
3.2 Análise das atividades após as aplicações	74
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
REFERÊNCIAS	78

APÊNDICE A – Termo de consentimento da instituição de ensino para a realização das atividades.....	82
APÊNDICE B – Avaliação Diagnóstica aplicada com os alunos antes da produção das sequências didáticas.....	84
APÊNDICE C – Primeiro questionário de aplicação com Ensino Híbrido. Utilização do aplicativo Geogebra.....	86
APÊNDICE D – Segundo questionário de aplicação com Ensino Híbrido. Utilização de máximos e mínimos de função quadrática.	88
ANEXO A – Respostas dos alunos ao questionário diagnóstico.	89
ANEXO B – Respostas dos alunos ao segundo questionário (Ensino Híbrido aplicado a análise dos gráficos com o auxílio do Geogebra).	98
ANEXO C – Construções de gráficos de funções feitos pelos alunos com o Geogebra..	106
ANEXO D – Respostas dos alunos ao terceiro questionário (Ensino Híbrido aplicado a máximos e mínimos de função quadrática).....	110
ANEXO E - Produto Educacional	115

INTRODUÇÃO

Mesmo em pleno século XXI, o século da informatização e da grande expansão tecnológica, muitos relutam a alguns recursos tecnológicos, com o professor não é diferente. A tecnologia vem cada dia avançando mais para dentro da sala de aula, seja nas mãos dos educandos ou como recurso adquirido pela escola a fim de que se torne mais atrativo o conteúdo a ser passado.

A educação vive em constante transformação, ao passar do tempo ganha novos significados. Em paralelo com as mudanças na educação, a tecnologia avança de forma muito rápida, toma lugar dentro das escolas e ganha mais e mais a atenção de nossos alunos. Cabe aos professores e à escola maximizar esse interesse de nossos discentes pela tecnologia, e ressignificar o ensino, tornando-o mais atrativo e funcional, qualificando ainda mais o processo de ensino e aprendizagem.

Vivemos no Brasil um grande problema estrutural, seja pela falta de organização nos sistemas de ensino, ou mesmo pela falta de recursos físicos, onde alunos são submetidos a ambientes desconfortáveis, desfavoráveis a qualidade no ensino. Nossas escolas públicas, de forma geral, estão distantes de um ideal esperado. Os mestros profissionais despontam com projetos e pesquisas aliados as licenciaturas para tentar contribuir com melhorias para a aprendizagem na educação.

No dia a dia em sala de aula é perceptível a desmotivação por parte de alguns alunos, principalmente quanto ao uso das metodologias. Muitos questionam o uso das mesmas metodologias empregadas nas aulas. Então, este trabalho fez uso de metodologias diferentes das tradicionais, como a inserção de aplicativos tecnológicos, como o Geogebra. Logo percebe-se o interesse dos alunos pela tecnologia durante a utilização do aplicativo.

As aulas do curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM/UFAL) foram profundamente motivadoras, possibilitando o conhecimento a respeito das metodologias ativas e, dentre elas, o Ensino Híbrido chamou muito a atenção, por estar cada vez mais presente nos ambientes educacionais. Podemos compreender o Ensino Híbrido como sendo:

uma abordagem pedagógica que combina atividades presenciais e atividades realizadas por meio das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs). Existem diferentes propostas de como combinar essas atividades, porém, na essência, a estratégia consiste em colocar o foco do processo de aprendizagem no

aluno e não mais na transmissão de informação que o professor tradicionalmente realiza. De acordo com essa abordagem, o conteúdo e as instruções sobre um determinado assunto curricular não são transmitidos pelo professor em sala de aula. O aluno estuda o material em diferentes situações e ambientes, e a sala de aula passa a ser o lugar de aprender ativamente, realizando atividades de resolução de problemas ou projeto, discussões, laboratórios, entre outros, com o apoio do professor e colaborativamente com os colegas. (BACICH, NETO E MELLO, 2015, p. 14).

Trabalhar com a metodologia de Ensino Híbrido no ensino básico, com certeza foi uma grande inquietação, pois as turmas estavam acostumadas ao ensino tradicional. No entanto esse trabalho visou experimentar a aplicação de tal metodologia a alunos do 9º ano do ensino fundamental e 2º ano do ensino médio. Pois, as metodologias as quais os alunos estavam acostumados formavam uma barreira a novas possibilidades, e transpor tais barreiras realmente foi um enorme desafio.

Dessa inquietação surgiu o problema de pesquisa deste trabalho: **de que forma é possível utilizar a metodologia de Ensino Híbrido na aplicação de uma sequência didática com funções quadráticas a fim de mobilizar uma autonomia nos estudantes para facilitar o processo de ensino e aprendizagem?**

Daí, o objetivo geral desse trabalho é verificar como os alunos, a partir de um conhecimento sobre o assunto, desenvolvem a aprendizagem sobre o estudo da função quadrática com questões propostas nos exercícios da sequência didática, intermediando a aplicação da sequência didática com encontros pré-definidos, e utilização do ensino híbrido.

Os objetivos específicos desta pesquisa são: investigar como através da utilização de Ensino Híbrido os alunos compreendem problemas sobre função quadrática, através da aplicação de questionários. Posteriormente analisar, através de materiais concretos, como os alunos compreendem alguns conceitos das funções quadráticas propostos pela sequência didática aplicada.

Procura-se, nesta pesquisa, trabalhar situações voltadas ao cotidiano, onde se empregam conceitos sobre funções quadráticas, propondo, no decorrer do trabalho, sequências didáticas que facilitem o trabalho de professores, utilizando-se de Ensino Híbrido na aplicação da sequência.

A pesquisa deste projeto é de natureza qualitativa exploratória, “[...] método qualitativo observa exatamente estas mudanças internas que ocorrem nos sujeitos-participantes da pesquisa” (ZANATTA; COSTA, 2012, p. 350), na qual foram colhidas experiências por observações e resultados obtidos através de questionários, com o uso de

recursos tecnológicos em sala de aula facilitando a compreensão de conceitos sobre funções quadráticas, utilizando o Ensino Híbrido como meio facilitador da aprendizagem, intercalando com o referencial teórico utilizado. Analisar o modo de aprendizado do aluno foi o foco dessa pesquisa. Para tanto, utilizando-se da metodologia de estudo de caso, e segundo Gomes,

“o estudo de caso pode ser tratado como importante estratégia metodológica para a pesquisa em ciências humanas, pois permite ao investigador um aprofundamento em relação ao fenômeno estudado, revelando nuances difíceis de serem enxergadas “a olho nu”. Além disso, o estudo de caso favorece uma visão holística sobre os acontecimentos da vida real, destacando-se seu caráter de investigação empírica de fenômenos contemporâneos” (Gomes 2007, p. 1, apud Yin, 2005).

Ao utilizarmos as metodologias ativas, como o ensino híbrido, causamos uma intervenção intencional e sistemática no meio social com o objetivo de transformá-lo (Lewin, 1946).

Devido a facilidade no acesso à informação nos dias de hoje a dinâmica de aprendizado vem mudando. O professor não é mais o único responsável pela exposição do conteúdo, ganhando cada dia mais o papel de intermediador do processo de ensino-aprendizagem.

Na escola tradicional a aula expositiva foi o modelo mais explorado durante muito tempo. Não diremos que a metodologia tradicional não surtiu efeito, porém este trabalho visa apresentar uma pesquisa com uso de metodologias ativas, visando maior interesse e engajamento do aluno.

O Ensino Híbrido será a metodologia aplicada nessa pesquisa, fazendo a união do ensino presencial com o ensino a distância. O uso das tecnologias nesse tipo de metodologia faz com que o aluno seja mais responsável pelo seu aprendizado, ao passo que precisa complementar seus conhecimentos com pesquisas *online*.

A escolha pelo estudo sobre a função quadrática se deu pela enorme possibilidade de aplicação da mesma nas mais diversas situações do dia a dia. Apesar dos alunos do 9º ano do ensino fundamental já terem estudado uma introdução de função afim e quadrática, não a conhecem em todas as suas propriedades. Já os alunos do 2º ano do ensino médio, que participaram da pesquisa, possuem um conhecimento maior com respeito ao estudo das funções afim, quadrática, modular, exponencial e logarítmica.

Na seção 1 será desenvolvida a fundamentação teórica, iniciando com a história do ensino no Brasil e posteriormente explanando sobre as teorias dos principais autores que aportam esse trabalho.

Na seção 2 serão estabelecidas as metodologias aplicadas nesta pesquisa, bem como o tipo de abordagem, lócus da pesquisa, definidos os sujeitos envolvidos e dado um parecer de como foi feita a coleta dos dados.

Já na seção 3 serão apresentadas as análises dos dados, aplicando questionários e atividades diagnósticas para verificar o nível de conhecimento que se encontrava cada aluno. Iniciando com questões simples e aumentamos o nível aos poucos, sempre procurando verificar as dificuldades encontradas, e se houve realmente a compreensão. Posteriormente foram propostos problemas de forma a verificar se o aluno consegue construir um raciocínio algébrico. Por fim, foram trabalhados conceitos, definições e aplicabilidade das funções quadráticas com a utilização do aplicativo Geogebra. Durante toda a pesquisa foi feito o uso das metodologias ativas, fazendo com que os alunos possam ter aprendizagem autônoma e participativa, sendo responsável pela construção do conhecimento.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nessa seção apresenta-se o que é necessário para o desenvolvimento do embasamento teórico do trabalho, iniciando com uma breve história do ensino no Brasil e posteriormente trazendo as principais ideias e autores que sustentam esta pesquisa.

1.1 História do ensino no Brasil

Com a chegada dos jesuítas ao Brasil, no período colonial, a educação passou a ser predominantemente voltada para a catequização dos índios. O padre José de Anchieta já utilizava na época metodologias de aprendizado baseadas em teatro, música e poesia (Azevedo, 2018).

Com a chegada da família real ao Brasil em 1808 mais de sessenta mil livros desembarcaram no Brasil através de navio, dando origem a Biblioteca Nacional no Rio de Janeiro e as primeiras escolas de ensino superior, porém esta última era exclusiva para a nobreza.

Em 1827 foram criadas as primeiras leis que tratavam exclusivamente de educação. O primeiro artigo afirmava que escolas de primeiras letras em cidades populosas, enquanto que o sexto artigo instruía sobre as matérias que deveriam ser ensinadas na escola (Azevedo, 2018).

O ensino tradicional no Brasil teve início no século XIX embasado em políticas nacionais que diziam que a educação era direito de todos e dever do estado. Tal educação perdurou pelo século XX e tem seus braços até nos tempos atuais.

Partindo de um déficit de aprendizagem colhido por uma educação tradicional, por um material didático também tradicional. Professores esbarram em obstáculos de aprendizagem, muitas vezes intransponíveis. A tecnologia visa ampliar as possibilidades de uma educação deficitária, por vezes professores se deparam com alunos desmotivados e desinteressados. A tecnologia está presente no dia a dia do aluno, desta forma uma aula com recursos tecnológicos, não necessariamente informatizados, pode resgatar esse aluno e tornar a aula mais atrativa.

Vivenciamos uma realidade em que as crianças nascem e crescem manuseando as tecnologias que estão ao seu alcance. (...) A era da informação é fruto do avanço das novas tecnologias que estocam, de forma prática, o conhecimento e gigantescos

volumes de transmitidos por palavras, mas também por imagens, sons, vídeos, dentre outros. (VIANA, 2004, p. 11, 12)

Na era de hoje não podemos mais fechar os olhos para a inserção das tecnologias em nosso cotidiano. Diante das vastas informações que a tecnologia proporciona, os professores podem integrá-las em seus métodos de ensino, abrindo um leque para novas perspectivas de ensino.

1.2 Educação Matemática

A matemática como conhecemos hoje teve sua origem principalmente na Europa. Apesar da preocupação desde a antiguidade com o Ensino de Matemática, foi após as Revoluções Industrial, Americana e Francesa que a preocupação com a Educação Matemática começou a ganhar força.

No Brasil o início da pesquisa em Educação Matemática se dá com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1988. No início, os encontros da SBEM abrigavam mais estudos em Ensino de Matemática do que pesquisas acadêmicas sobre Educação Matemática.

Sobre o ensino da matemática, Albanese afirmou:

“Nas escolas secundárias, é especialmente recomendável não reduzir o ensino a uma árida exposição de teoremas, de fórmulas ou de relações trigonométricas, frequentemente inútil e danosa, pois procedendo dessa maneira, a geometria perde sua real importância de ciência viva e fecunda e torna-se inútil receituário vulgar e inconcludente”. (ALBANESE Apud SILVA, 2020, p. 7).

Onde, a fala de Albanese mostra a preocupação em não deixar o Ensino de Matemática se transformar em mera aplicação de fórmulas, mas trazer um significado aos conteúdos trazidos a sala de aula. Unir o concreto ao abstrato foi a preocupação de muitos pesquisadores no Ensino de Matemática.

Em um Brasil tão imenso percebemos a disparidade, de cidadãos brasileiros que utilizam pedrinhas para contar, a outros que fazem uso de aplicativos em celulares modernos. A dificuldade em interpretar situações problema é um grande desafio da matemática. Formar um cidadão que possa de alguma forma contribuir para a sociedade fazendo uso do conhecimento matemático não é tarefa fácil.

O professor é peça chave nesse processo de ensino-aprendizagem, precisando estar atento as novas tecnologias que estão surgindo, bem como as mudanças ocorridas nesse processo. Tendo este que ter sempre em mente que o processo de ensino é indissociável do

processo de aprendizagem, existindo sempre a associação entre eles, e não uma alternativa a aplicação dos mesmos.

É preciso se atentar quanto a aplicação prática da matemática, utilizar uma didática direcionada além dos muros da escola. A elucidação de algumas atividades de situações problema por parte do aluno almeja a concretização da autoestima e da confiança. Um aluno pode desenvolver suas habilidades com maior facilidade se estiver confiante e estimulado.

A formação do professor é um dos pilares para uma Educação Matemática de sucesso, mais ainda se pensarmos que a formação continuada de professores poderia ter um caráter mais específico, ao invés de termos uma formação de professores, seria interessante uma formação do professor de matemática.

Yves Chevallard nos mostra no trecho abaixo a diferença entre o “saber científico” e o “saber ensinado”

um conteúdo de saber que é designado como saber a ensinar sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O “trabalho” que transforma um saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado transposição didática (Chevallard, 1991, p. 45)

Segundo a fala de Chevallard podemos imaginar a dificuldade da escola em acompanhar as mudanças repentinas nas novas tecnologias, também de não manter diálogo constante com as ciências devido a velocidade nas informações. Daí surge a necessidade da transposição didática. Essa distância entre o “saber científico” e o “saber ensinado” ainda precisa ser muito discutida em encontros de Educação Matemática de forma a ser minimizada.

1.3 Metodologias Ativas

Estamos acostumados a ver uma sala de aula onde os alunos estão sentados em silêncio, o professor explica o assunto e após a explanação do professor os alunos respondem o exercício. Pois bem, esse modelo é o que chamamos de aula tradicional. Em uma aula com o uso das metodologias ativas os alunos são incentivados a aprender de forma autônoma e participativa, partindo de problemas e situações reais. A grande chave das metodologias ativas é que o aluno esteja no centro do processo de aprendizagem.

A escola padronizada, que ensina e avalia a todos de forma igual e exige resultados previsíveis, ignora que a sociedade do conhecimento é baseada em competências cognitivas, pessoais e sociais, que não se adquirem da forma convencional e que exigem proatividade, colaboração, personalização e visão empreendedora. (MORAN, 2015, p. 89)

Os métodos tradicionais, que privilegiam a transmissão de informações pelos professores, faziam sentido quando o acesso à informação era difícil. Com a Internet e a divulgação aberta de muitos cursos e materiais, podemos aprender em qualquer lugar, a qualquer hora e com muitas pessoas diferentes. Isso é complexo, necessário e um pouco assustador, porque não temos modelos prévios bem sucedidos para aprender de forma flexível numa sociedade altamente conectada. (ALMEIDA & VALENTE, 2012, p. 51).

Uma das metodologias crescentes é a sala de aula invertida, que tem sido objeto de interesse de instituições de ensino e de professores que visam valer-se do uso das novas tecnologias nas suas aulas. É uma abordagem pedagógica fundamentada nos princípios de metodologia ativa, em que o estudante tem um papel ativo no processo de aprendizagem. Na sua essência, a sala de aula invertida consiste em inverter o arranjo da educação tradicional, com o propósito de obter a melhor utilização de tempo e espaço em sala de aula. Nessa abordagem a sala de aula é transformada em um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo.

Sala de aula invertida, ou *flipped classroom*, é uma estratégia que visa mudar os paradigmas do ensino presencial, alterando sua lógica de organização tradicional. O principal objetivo dessa abordagem, em linhas gerais, é que o aluno tenha prévio acesso ao material do curso – impresso ou on-line – e possa discutir o conteúdo com o professor e os demais colegas.

Para a aplicação dessa abordagem, é necessário que o docente prepare o material e o disponibilize aos alunos por meio de alguma plataforma on-line (vídeos, áudios, games, textos e afins) ou física (textos impressos) antes da aula, de modo a tornar o debate presencial mais qualificado devido à prévia reflexão dos estudantes a respeito do tema que será abordado. Ocorre, portanto, uma inversão no modelo tradicional: as tarefas que costumavam ser destinadas à lição de casa passam a ser realizadas em sala de aula, aplicando-se o que foi estudado anteriormente por meio do material disponibilizado pelo professor. Nesse contexto, a sala se torna um ambiente rico em conhecimento, com a adoção de exercícios, atividades em grupo e discussões.

Como mencionamos, a abordagem demanda que o aluno estude o conteúdo em seu tempo fora da classe, preferencialmente antes da aula presencial, para que possa acompanhar as discussões e obter um melhor aproveitamento das informações. Assim, considerando que o discente administra a sua agenda de estudos, é possível conferir a ele mais autonomia e ajudá-lo a desenvolver um maior senso de responsabilidade sobre seu próprio processo de

aprendizagem. Isso possibilita que ele tenha um papel ativo nessa trajetória e se envolva mais profundamente com o assunto explorado.

Como a atual metodologia de ensino ainda se vincula muito intimamente com o aprendizado por meio de aulas expositivas, alguns alunos podem se sentir perdidos, desmotivados, ou até achar que o professor não está cumprindo o seu papel, uma vez que “não há aula” em seu sentido tradicional. Por isso, é possível que esses estudantes tenham que passar por uma adaptação até se sentirem confortáveis com a sala de aula invertida. Os conflitos e anseios por vezes gerados pela aplicação dessa estratégia podem trazer consequências para o aprendizado, bem como pressões e angústias que nem professor nem aluno enfrentavam quando o modelo tradicional imperava na atividade docente.

Segundo Valente (2014, p. 86) “a partir dos anos 2010, o termo ‘flipped classroom’ passou a ser um chavão, impulsionado por publicações internacionais e surgiram, então, escolas de Ensino Básico e Superior que passaram a adotar essa abordagem”.

Além da Sala de Aula Invertida também temos outros exemplos como a Aprendizagem Baseada em Projetos, Aprendizagem Baseada em Problemas, Gamificação, Aprendizagem Entre Pares, Cultura Maker, Storytelling, Estudos do Meio, entre outros. Entre as vantagens da aplicação das metodologias ativas está um aspecto interdisciplinar das atividades, uma comunicação maior entre a teoria e a prática e ampliação de um olhar crítico e investigativo.

1.4 Ensino híbrido

Blended learning (ou aprendizagem híbrida) nos remete ao sentido de educação semipresencial, mas pode ser interpretada de pelo menos duas formas. Podemos pensar em uma mistura entre educação presencial e a distância.

Segundo Horn e Staker (2015, p. 44):

O ensino híbrido é um programa de educação formal no qual um aluno aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino on-line, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo de estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013)”

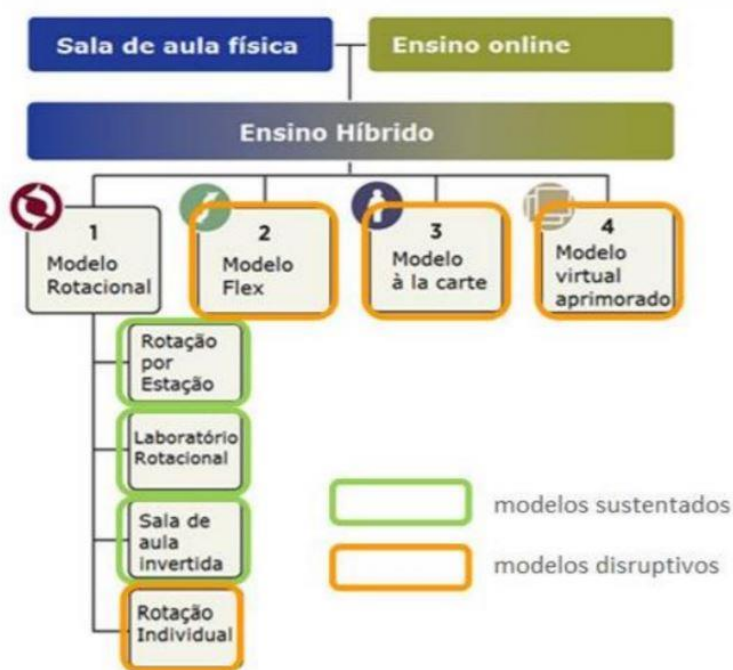
Alguns elementos de controle dos estudantes que aparecem precisam ser destacados: tempo, lugar e modo e/ou ritmo de estudos! Interessante, não é? Os estudantes passam a gerir tudo isso no ensino híbrido. Por isso que ele é muito defendido como uma abordagem

condizente com as habilidades e competências necessárias do século XXI. E essa autonomia, gerada por esse controle, também é prevista na BNCC.

Os cursos presenciais no Brasil seguem a regra de no máximo ter sua carga horária a distância em 20%, que para o aluno tem efeito de ensino híbrido. Dependendo da situação e circunstância pode ser mais adequado aprender a distância ou presencialmente. Se por um lado o ensino a distância facilita a vida dos que trabalham, por outro a interação social é em parte perdida.

Quando falamos nessa modalidade de ensino, falamos basicamente de quatro tipos de propostas. Veja os tipos de proposta abaixo:

Figura 1 - Modalidades do Ensino Híbrido.



Fonte: HORN, M.B.; STAKER, H. Blended: using disruptive innovation to improve schools.

Apesar de todas essas variantes, nesse sentido mais restrito de semipresencial, pode-se argumentar que o *blended learning* não seria exatamente uma metodologia ativa, mas uma modalidade de ensino (Mattar, 2017, p. 27).

O espaço físico de uma sala de aula tem se transformado com o passar do tempo, a aula expositiva tradicional não é mais a única maneira de ensinar, a tecnologia hoje está presente no cotidiano dos alunos. Porém apenas a utilização de tecnologia em sala de aula não é sinônimo de ensino híbrido. Envolveria também uma mudança pedagógica, em que o aluno

assume mais controle sobre seu aprendizado, com uma aprendizagem menos centrada no professor (Mattar, 2017, p. 29).

A inserção das tecnologias digitais vêm crescendo a cada dia no ambiente escolar, vislumbrando muitos professores, que enxergam uma possibilidade de melhoria na qualidade da aprendizagem. Algumas destas possibilidades são a produção em conjunto e a pesquisa.

As tecnologias ampliam as possibilidades de pesquisa online, de trazer materiais importantes e atualizados para o grupo, de comunicar-nos com outros professores, alunos e pessoas interessantes, de ser coautores, “remixadores” de conteúdos e de difundir nossos projetos e atividades, individuais, grupais e institucionais muito além das fronteiras físicas do prédio. [Moran, 2015, p.19]

A partir desse pensamento de Moran (2015) percebe-se a necessidade de levar o aluno ao estágio de protagonista de sua aprendizagem, ocupando o professor papel de mediador, acompanhando o aluno em todas as fases do processo.

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. [Moran 2015, p. 17]

Metodologias diferenciadas e um planejamento que contemple a pesquisa, o debate colaborativo e principalmente a interação entre alunos e docente deverá ser a principal mudança nesse sistema de aula, visando extrair o máximo do assunto abordado. No entanto, para que o professor possa mediar esses debates e encontros ele precisa estar capacitado para tanto.

Os professores aprendem ao mesmo tempo que os estudantes e atualizam continuamente tanto seus saberes “disciplinares” como suas competências pedagógicas. (A formação contínua dos professores é uma das aplicações mais evidentes dos métodos de aprendizagem aberta e à distância). (LEVY,1999 p.157)

Nesse sentido, o gerenciamento das informações e circunstâncias precisa ser feito de forma responsável, cabendo ao docente estimular os alunos para que busquem os conhecimentos necessários. Desta forma, fica evidenciado a importância da habilitação do professor para tal função.

O termo Híbrido é relativamente novo, mas com o avanço da tecnologia vem sendo mais debatido em encontros e formações pedagógicas. Mas, afinal, o que é uma educação híbrida?

Híbrido significa misturado, mesclado, *blended*. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos. Esse processo, agora, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: é um ecossistema mais aberto e criativo. Podemos

ensinar e aprender de inúmeras formas, em todos os momentos, em múltiplos espaços. Híbrido é um conceito rico, apropriado e complicado. Tudo pode ser misturado, combinado, e podemos, com os mesmos ingredientes, preparar diversos “pratos”, com sabores muito diferentes. [Moran e Bacich 2015, p. 22].

Desta forma, a partir das convicções de Graham (2006) o Ensino Híbrido é reconhecido como um modelo inovador que visa equilibrar a aprendizagem e modificar os espaços, moldados ao ritmo de aprendizagem dos alunos.

Um grande responsável por tomar a iniciativa de uma educação inovadora é o professor. Durante o processo de formação o aluno necessita de uma pessoa mais experiente para o conduzir a uma conscientização da necessidade de seu protagonismo, como Moran nos mostra:

o articulador das etapas individuais e grupais é a equipe docente (professor/tutor) com sua capacidade de acompanhar, mediar, de analisar os processos, resultados, lacunas e necessidades, a partir dos percursos realizados pelos alunos individual e grupalmente. [Moran, 2015, p. 19].

Para que o processo de aplicação do Ensino Híbrido ocorra de forma satisfatória é necessário uma readequação do espaço físico, de forma a aproveitar melhor os momentos presenciais para a promoção de debates, tendo o professor como orientador e não transmissor.

1.5 Função Quadrática

O conceito de função sofreu modificações ao longo dos anos até chegar no que conhecemos hoje. Alguns pesquisadores afirmam que tal conceito teve início a mais de 4000 anos, tendo grande evolução para o que conhecemos hoje com os problemas de Cálculo e Análise (Dorigo, 2006, p. 10).

As associações básicas de dependência apareciam em situações cotidianas, “já se percebe através dos babilônicos que ao construir tabelas em argila onde para cada valor na primeira coluna existia um número na segunda e que na multiplicação dos desses números havia um outro relacionado, percebemos a ideia de função” (Dorigo, 2006, p. 10).

Descartes e Fermat, no século XVII, deram uma especial atenção às equações indeterminadas (várias soluções) envolvendo variáveis contínuas, fundamental para o desenvolvimento do cálculo (COSTA, 2004).

Isaac Newton e Leibniz tiveram grande contribuição para o estudo das funções no século XVIII com o estudo das series de potências, criando o nome “variável independente” (SÁ et al., 2003).

Leibniz foi o precursor do uso da palavra função, já Bernoulli apresentou a primeira definição formal: “função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes” (Costa, 2004, p.22).

Este tópico trará ainda algumas definições sobre função quadrática, de forma objetiva e simplificada, que utilizaremos nesta pesquisa. Assim, Elon, em sua publicação na Revista Professor de Matemática, nos remete a objetividade ao definirmos uma função:

Um exemplo flagrante da falta de objetividade (que persiste até hoje em quase todos os livros didáticos brasileiros) é a definição de função como um conjunto de pares ordenados. Função é um dos conceitos fundamentais da matemática (o outro é conjunto). Os usuários da Matemática e os próprios matemáticos costumam pensar numa função de modo dinâmico, em contraste com essa concepção estática (. . .)

Para um matemático, ou um usuário da Matemática, uma função $f : X \rightarrow Y$, cujo domínio é o conjunto X e contradomínio o conjunto Y , é uma correspondência (isto é, uma regra, um critério, um algoritmo ou uma série de instruções) que estabelece, sem exceções nem ambiguidade, para cada elemento x em X , sua imagem $f(x)$ em Y .

Os papiros egípcios mostravam problemas práticos ligados às necessidades cotidianas e não tinham o objetivo de analisar o comportamento dos fenômenos. Desafiando a mente humana, as situações sugeridas provocavam o pensamento lógico, direcionando-o aos resultados numéricos. Mas o caráter de generalização, próprio da matemática, levou os estudiosos a avanços grandiosos. (DANTE, 2010)

A ideia de função deixada pelos babilônicos partiu da construção de tabelas em argila, nas quais existia uma relação entre números dispostos na primeira coluna que se associava a um número na segunda coluna, e uma propriedade da multiplicação entre esses mesmos números, os associava a outro.

Pode-se mencionar também a obra “Almagesto” do grande Ptolomeu, grego intelectual que aperfeiçoou ideias contendo funções. A álgebra obteve certo progresso durante o século XVI, quando François Viète (1540-1603) formalizou as primeiras noções em termos de parâmetros e variáveis. Conforme Mendes (1994) “foi Viète quem fez a distinção entre aritmética e álgebra, passando a analisar os problemas utilizando métodos mais gerais” (p.20).

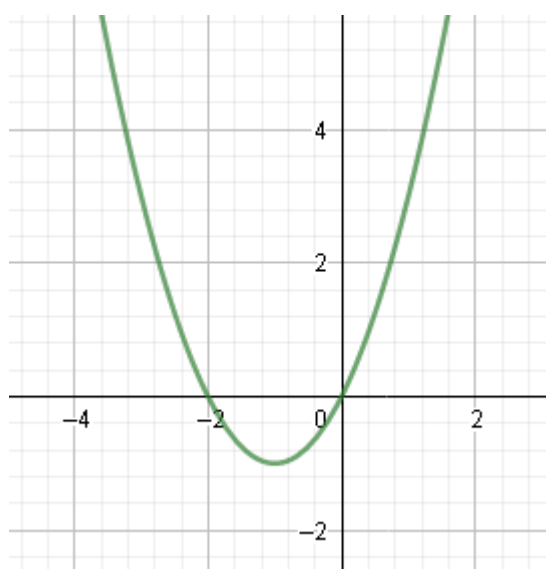
A definição de uma função quadrática é colocada por Dante (2017, p. 102) como sendo: “uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b e c , com $a \neq 0$, tal que f leva x em $ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$ ”.

Precisamos ainda destacar características importantes da função quadrática, como a curva que corresponde a seu gráfico chamada de parábola, pontos importantes como os que cortam o eixo Ox (raízes) e Oy , além do vértice e da concavidade.

Na construção do gráfico de uma função quadrática a parábola terá concavidade voltada para cima quando o valor do coeficiente a for maior que zero e concavidade voltada para baixo quando tal coeficiente for menor que zero, já quando o coeficiente a for igual a zero teremos uma função do primeiro grau ou constante, pois $a \neq 0$ é condição de existência de uma função quadrática, e neste caso o gráfico será uma reta.

Para Smole e Diniz (2010, p. 75), achar as raízes ou zeros de uma função quadrática é descobrir os pontos em que a parábola da equação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, intercepta o eixo das abscissas. Assim devemos tornar $f(x) = 0$, ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$. Como exemplo temos o gráfico abaixo da função quadrática $f(x) = x^2 + 2x$, onde as raízes da função são -2 e 0 cortando o eixo x.

Figura 2 - Gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x$.



Fonte: Autor do trabalho, 2020.

Uma das maneiras de determinar os zeros da função quadrática é usar a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

em que $\Delta = b^2 - 4ac$ é o discriminante.

Segundo Demartini (2017, p. 23), a quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o discriminante, e podem ocorrer três casos:

- a) $\Delta > 0$: a equação tem duas raízes reais e a parábola intercepta o eixo x em dois pontos, como na figura abaixo;

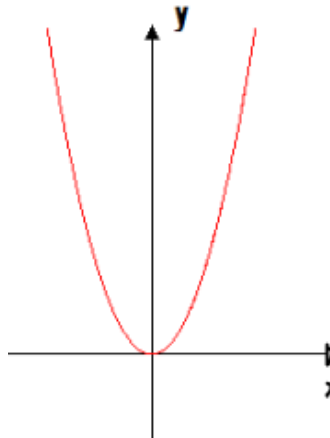
Figura 3 - Eixo x interceptado em dois pontos.



Fonte: r7.com, 2020.

- b) $\Delta = 0$: a equação tem uma raiz real e a parábola intercepta o eixo x em apenas um ponto, como visto abaixo na figura:

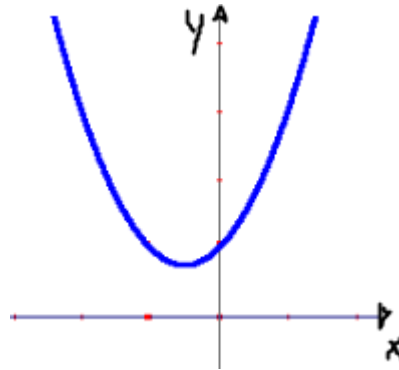
Figura 4 - A parábola intercepta o eixo x em apenas um ponto.



Fonte: Blog Professor Ferreto, 2020.

- c) $\Delta < 0$: a equação não tem nenhuma raiz real e a parábola não intercepta o eixo x , como na imagem abaixo:

Figura 5 - A parábola não intercepta o eixo x.



Fonte: Tutor Brasil, 2020.

A parábola intercepta o eixo Oy quando x for igual a 0 . Substituindo x por 0 na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, obtemos $f(0) = c$, ou seja $y = c$.

Dante (2017, p. 104) destaca que a determinação do vértice da parábola ajuda na elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como seu valor máximo ou mínimo, como visto na imagem abaixo.

Smole e Diniz (2010, p. 76) complementam que para determinar o vértice $V = (x_V, y_V)$, devemos partir do ponto $P(0, c)$, ponto de intersecção com o eixo das ordenadas.

Para $y = c$, em $y = ax^2 + bx + c$, temos:

$$c = ax^2 + bx + c, \text{ ou seja}$$

$$ax^2 + bx = 0, \text{ ou seja}$$

$$x(ax + b) = 0, \text{ ou seja}$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -\frac{b}{a}.$$

Temos dois casos a considerar:

- a) $b \neq 0$, existe um outro ponto da parábola com ordenada c : o ponto $\left(-\frac{b}{a}, c\right)$. Sabemos que a parábola possui um eixo de simetria, que será distinto de Oy . Como $\left(-\frac{b}{a}, c\right)$ e $(0, c)$ devem ser equidistantes do eixo de simetria, então todos esses pontos desse eixo têm abscissa

igual à metade de $-\frac{b}{a}$, ou seja, $-\frac{b}{2a}$. O vértice tem abscissa $x_v = -\frac{b}{2a}$ e sua ordenada y_v é a imagem de x_v pela função:

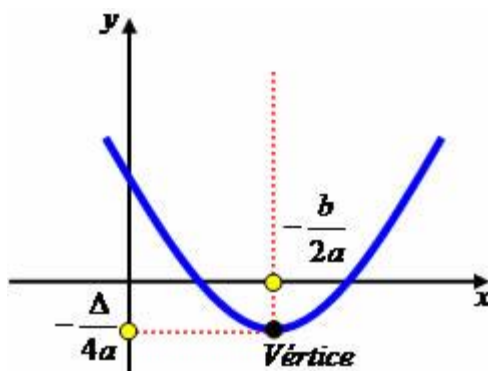
Tabela 1 - Passos para encontrar o y_v .

y_v	$= a \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c$	A
y_v	$= a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$	B
y_v	$= \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$	C
y_v	$= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$	D
y_v	$= \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$	E
y_v	$= -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$	F
y_v	$= -\frac{\Delta}{4a}$	y do vértice

Fonte: Autor do trabalho, 2020.

Portanto o vértice é o ponto $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, como se pode ver na imagem abaixo.

Figura 6 - Coordenadas do vértice da parábola.



Fonte: funçãoquadratica2014.blogspot.com, 2020.

- b) Se $b = 0$, então $x = -\frac{0}{a} \rightarrow x = 0$. Assim sendo, o vértice $V(0, c)$ é o próprio ponto $P(0, c)$, que se encontra no eixo de simetria da parábola.

1.6 Considerações da BNCC sobre Função Quadrática.

As aprendizagens indispensáveis a serem trabalhadas nas escolas brasileiras de Ensino Básico para garantir o direito a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes constam na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Desta forma, consta que a BNCC está

prevista na Constituição de 1988, na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1996, e no Plano Nacional de Educação, de 2014, a BNCC expressa o compromisso do Estado Brasileiro com a promoção de uma educação integral e desenvolvimento pleno dos estudantes, voltada ao acolhimento com respeito às diferenças e sem discriminação e preconceitos (BNCC, 2017, p. 5).

Segundo a LDB, cabe ao Governo Federal “estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum”.

Assim, como o interesse desta pesquisa são as funções quadráticas, abaixo temos as habilidades que devem ser adquiridas pelos estudantes sobre o assunto, segundo a BNCC.

• **Ensino Fundamental (BNCC, 2017, p. 309 e 313):**

- (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

- **(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
- **(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

• **Ensino Médio (BNCC, 2017, p.528, 531 e 533):**

- **(EM13MAT302)** Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
- **(EM13MAT402)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
- **(EM13MAT502)** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
- **(EM13MAT503)** Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

De acordo com as habilidades acima, pode-se perceber que no Ensino Fundamental a função quadrática está mais focada na parte algébrica do que na parte gráfica, porém com sugestão de uso de tecnologia para facilitar o processo de aprendizagem. Já no Ensino Médio, as funções quadráticas precisam ser trabalhadas de forma mais completa, tanto na parte algébrica como na parte gráfica, identificando padrões, esmiuçando alterações em gráficos no plano cartesiano e também máximos e mínimos. Além de ter que rumar concomitantemente a outras disciplinas de forma interdisciplinar, explorando aplicativos e *softwares* de geometria dinâmica, como é o caso dessa pesquisa.

1.7 O uso do Software Geogebra como geometria dinâmica.

O uso de tecnologias como quadro e o giz serve de instrumento para a aprendizagem por diversas gerações, porém com o avanço da tecnologia novas portas se abrem. Logo, não é

possível fechar os olhos para as novas possibilidades como aplicativos de computadores e celulares que trazem uma gama de possibilidades para se trabalhar os mais diversos assuntos, nas mais diversas disciplinas.

Tudo que utilizamos em nossa vida diária, pessoal e profissional – utensílios, livros, giz e apagador, papel canetas, lápis, sabonetes, talheres... são formas diferenciadas de ferramentas tecnológicas. Quando falamos da maneira como utilizamos cada ferramenta para realizar determinada ação, referimo-nos a técnica. A tecnologia é o conjunto de tudo isso: as ferramentas e técnica que correspondem aos usos que lhes destinamos, em cada época.” (KENSKI, 2007, p.7).

Partindo deste pensamento, o Geogebra desponta como uma ferramenta poderosa em construções geométricas e gráficas, visto que proporciona alterações gráficas e geométricas com ferramentas, fazendo o aluno constatar algumas propriedades através de algumas manipulações.

Os softwares de geometria dinâmica são aqueles que oferecem a possibilidade de construir e manipular objetos geométricos na tela do computador. O diferencial apresentado pelos softwares de geometria dinâmica fica caracterizado pela possibilidade de arrastar a figura construída utilizando o mouse, permitindo a transformação da figura em tempo real. (PEREIRA, 2012, p. 29)

Que no caso específico das Funções Quadráticas, as manipulações podem ser feitas em coeficientes, alterando o sentido da concavidade, raízes, os valores de máximos e mínimos, entre outros dados. É possível também construir mais de um gráfico de função no mesmo plano cartesiano, propiciando uma melhor visualização das alterações feitas.

O uso do aplicativo Geogebra contribui muito para a aprendizagem, principalmente no que tange as construções geométricas e gráficas, podendo conferir uma maior agilidade nas informações. O professor possui um papel de destaque e relevância nestas construções, tendo que levar o aluno a refletir no que está por trás das construções, mediando a todo momento e intervindo quando necessário.

O software GeoGebra pode substituir satisfatoriamente o caderno de desenho geométrico. Podemos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferências etc. uma das vantagens do uso do GeoGebra é que as construções são dinâmicas, isto é, sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas. (GERÔNIMO, BARROS e FRANCO, 2010, p.11)

Segundo a fala dos autores é possível substituir o caderno de desenho geométrico pelo uso do Geogebra, porém não é preciso descartar outras possibilidades de aprendizagem, mas sim acrescentar. É bom que o aluno possa experimentar diferentes recursos e maneiras.

1.8 A utilização de recursos tecnológicos na sala de aula híbrida.

Vivemos um tempo onde a tecnologia está presente em quase todos os lugares. Daí, aproveitar esse potencial tecnológico para um melhor rendimento na aprendizagem de estudantes passa a ser algo viável, mas nem sempre é possível, nem vantajoso, ter uma educação totalmente *online*, assim, uma metodologia que misture o ensino a distância com presencial surge como uma boa opção.

[...] com o avanço das tecnologias de informação e comunicação na sociedade, no ambiente escolar muito se discute sobre as diferentes formas de utilização no processo de ensino e aprendizagem. (MOURA, 2009, p. 3)

A mudança de costumes não ocorre de forma imediata, mas é preciso uma mudança de postura para que a tecnologia possa adentrar a sala de aula. Entre as opções mais efetivas para a introdução das TIC's estão as Metodologias Ativas. Para Moran (2015, p. 42), “a junção de metodologias ativas com tecnologias digitais permite o desenvolvimento de uma aprendizagem melhor, através de práticas, atividades, jogos, problemas e projetos que combinem colaboração e personalização”.

Com o Ensino Híbrido é possível mobilizar parte da aprendizagem por meio de equipamentos tecnológicos como o celular ou o computador, e parte presencial, em encontros para desenvolver ações práticas.

A responsabilidade da aprendizagem agora é do estudante, que assume uma postura mais participativa, resolvendo problemas, desenvolvendo projetos [...] criando oportunidades para a construção de seu conhecimento. O professor tem a função de mediador, consultor do aprendiz. (VALENTE, 2015, p. 15)

Desta forma, o aluno terá que cumprir uma função mais proativa, sendo o professor um mediador do processo de aprendizagem. De forma geral, as tecnologias possibilitam ao estudante uma postura mais autônoma.

A sala de aula é um ambiente que possibilita externar toda a criatividade dos alunos, logo, com a metodologia híbrida é possível que o professor experimente as mais diversas tecnologias, tais como: celulares, computadores, vídeos ou até o ambiente Moodle¹.

¹ Plataforma de ambiente virtual de aprendizagem.

1.9 A utilização do Geogebra na sala de aula como recurso tecnológico.

É de conhecimento de muitos docentes da grande importância dos recursos tecnológicos para o ambiente de sala de aula, como também de software que auxilia na construção e concepção de gráficos e resoluções algébricas, porém, é fato que o software sozinho não favorece um desenvolvimento rápido e preciso. É por este motivo que se faz necessário aliar a tecnologia através de um software educacional disponível livremente no mercado.

Neste pensamento, o software Geogebra aparece como um dos recursos tecnológicos que podem auxiliar a aprendizagem da matemática, tornando uma aula dinâmica, e provocando no aluno interesse pelo conteúdo. Ele aparece como recurso preponderante para o aprendizado do aluno nos aspectos de visualização da figura, pelo fato também de que possibilita ao aluno “arrastar” a figura e empregar diversas ferramentas que o auxiliam na construção de gráficos, movimentando-o a qualquer momento, quando necessário.

Desta forma, percebe-se que ao empregarmos o conteúdo didático de sala de aula conjugado com a prática da utilização do software Geogebra, o desenvolvimento cognitivo do aluno poderá ser muito mais efetivo.

Conforme Bona (2009, pg.2), “os softwares educativos podem ser uma notável ferramenta auxiliar para o aluno adquirir conceitos em determinadas áreas do conhecimento, pois o conjunto de situações, procedimentos e representações simbólicas oferecidas por essas ferramentas é muito amplo”.

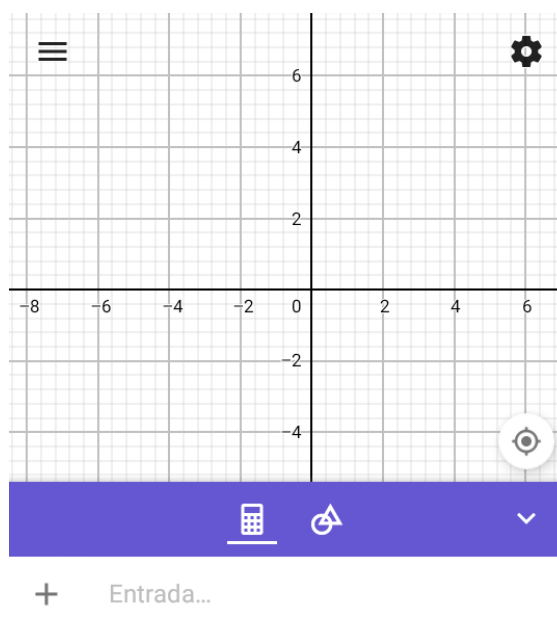
Bonilla (1995, pg.68) diz que:

Para que um software promova realmente a aprendizagem deve estar integrado ao currículo e às atividades de sala de aula, estar relacionado àquilo que o aluno já sabe e ser bem explorado pelo professor. O computador não atua diretamente sobre os processos de aprendizagem, mas apenas fornece ao aluno um ambiente simbólico onde este pode raciocinar ou elaborar conceitos e estruturas mentais, derivando novas descobertas daquilo que já sabia.

O Geogebra é um software educativo gratuito que admite ser explorado pela Geometria e pela Álgebra. Aos poucos vem se tornando mais popular no Brasil, a partir do momento em que os educadores vão se deparando com os efeitos de suas ferramentas. Desenvolvido em 2002, pelo Austríaco Ph.D. Markus Hohenwarter, professor e pesquisador na área de Informática aplicada à Educação Matemática, o Geogebra já tem uma grande aceitabilidade no espaço educativo e é considerado um forte aliado para o ensino da matemática.

Em seguida, iremos apresentar várias figuras do Geogebra². Inicia-se a apresentação com um passeio pela interface do aplicativo, mostrando alguns dos recursos e funcionalidades do programa. Foi preferível utilizar o Geogebra para celular, pois todos os alunos possuem o aparelho, e as funções são as mesmas que as do computador. Neste breve passeio pela interface do aplicativo explicaremos apenas as funcionalidades que foram utilizadas na pesquisa.

Figura 7 - Interface inicial do Geogebra para celular.

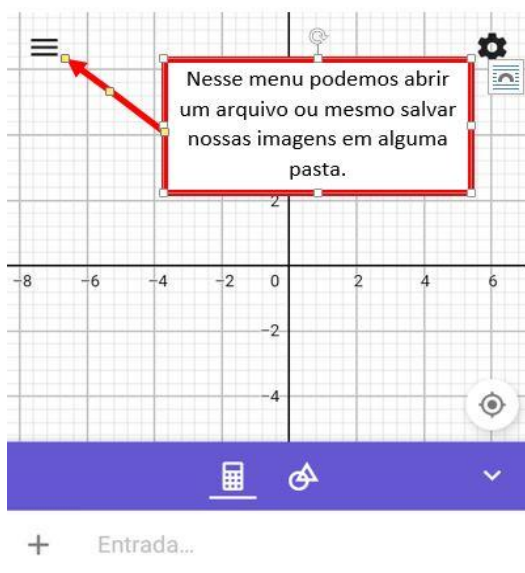


Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Na figura 7 foi apresentado aos alunos a interface inicial do aplicativo. Como visto no questionário diagnóstico, boa parte dos alunos não conhecia o aplicativo, mas não tiveram grandes dificuldades ao executarem tarefas com o mesmo, pois a tecnologia está inserida no cotidiano dos alunos que participaram da pesquisa. A seguir explicamos sobre cada ícone e função do aplicativo que foram utilizadas. Segundo Lévy (1996, p. 22), a era atual das tecnologias da informação e comunicação estabelece uma nova forma de pensar sobre o mundo que vem substituindo princípios, valores, processos, produtos e instrumentos que mediam a ação do homem com o meio.

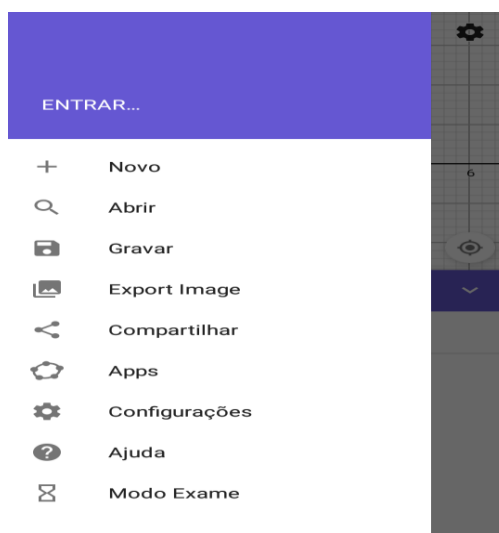
² Pode ser baixado no aplicativo loja do celular ou pelo site www.geogebra.org.

Figura 8 - Menu para salvar imagens.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

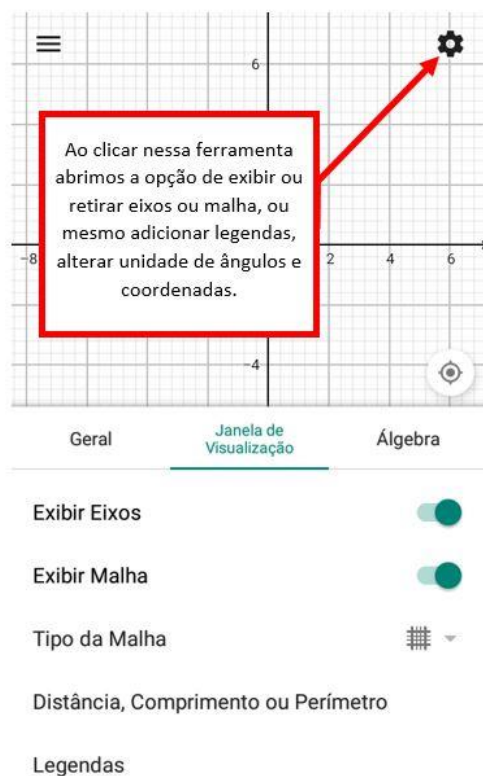
Figura 9 - Abertura do menu para salvar imagens



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Nas figuras 8 e 9 temos a apresentação de um menu muito importante, menu de salvamento dos gráficos e figuras geométricas criadas. Podendo ainda o arquivo criado ser exportado como imagem para alguma rede social. Ainda no mesmo menu é possível iniciar um novo arquivo.

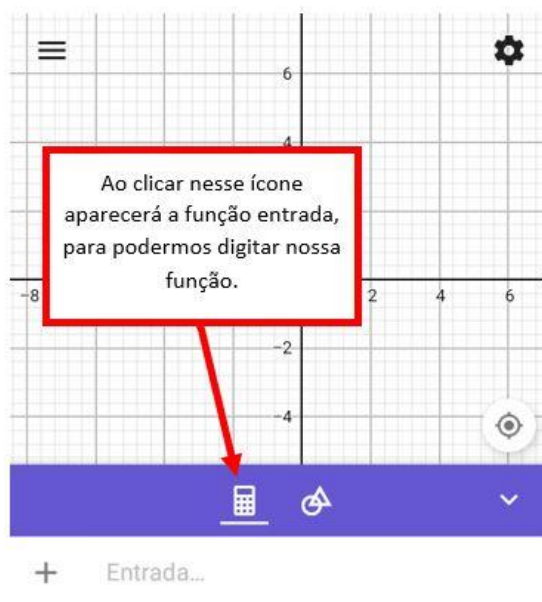
Figura 10 - Menu para exibir malhas e eixos



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Na figura 10 vemos que é possível exibir ou esconder os eixos, além de escolher o tipo de malha, inserir uma legenda, ou mesmo calcular distâncias, comprimentos ou perímetro. Logo abaixo, na figura 11, veremos a função “Entrada”.

Figura 11 - Função entrada



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

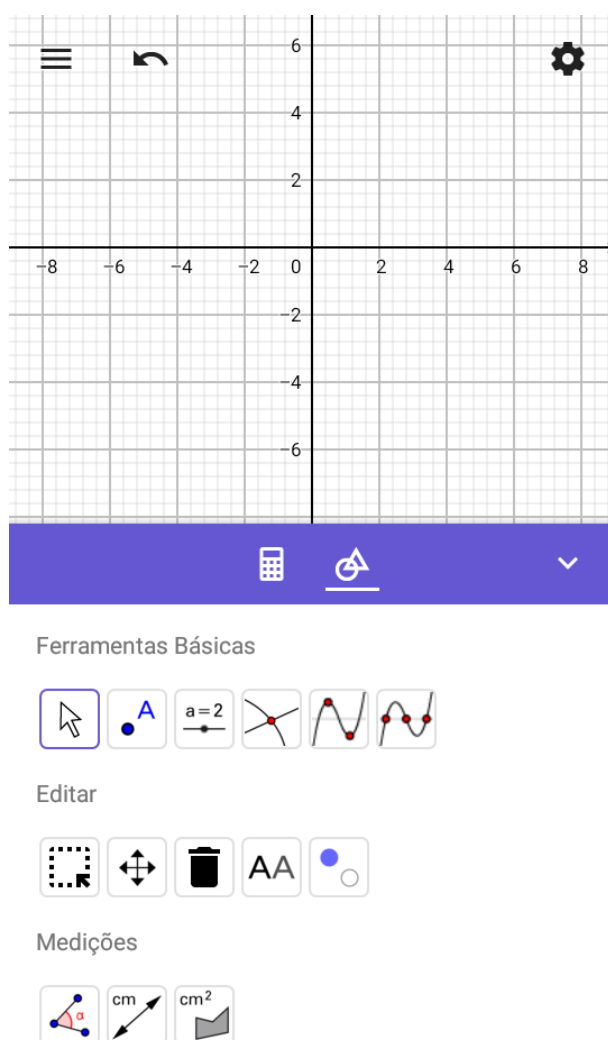
Ao clicar no ícone que lembra uma calculadora, como na figura 11, teremos a abertura da função entrada, onde poderemos digitar as leis de formação das funções desejadas e obter seus respectivos gráficos. É possível digitar várias funções em um mesmo plano cartesiano, assim poder comparar as alterações nos gráficos a partir da mudança de coeficientes. Na figura 12 veremos como acessar as ferramentas de desenho geométrico.

Figura 12 - Ferramentas de desenho geométrico



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

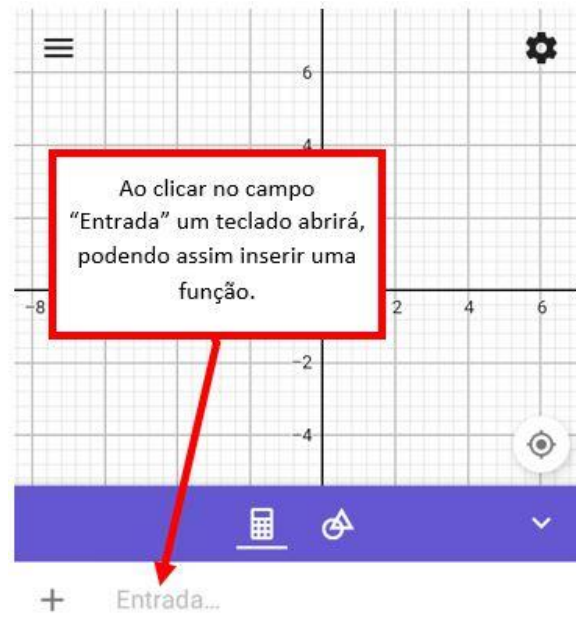
Figura 13 - Ferramentas de desenho geométrico iniciada



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Na ferramenta de desenho geométrico, como visto nas figuras 12 e 13, temos a opção de criar gráficos a partir de dois pontos ou de três pontos, fazer um ponto deslizar sobre uma reta, efetuar medições de ângulos, comprimento e área, encontrar as raízes a partir do gráfico de uma função, construir retas paralelas e perpendiculares, vetores, construção de círculos, cônicas, entre outras funções. Na figura 14 a seguir temos a função “Entrada”.

Figura 14 - Função inserir entrada.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

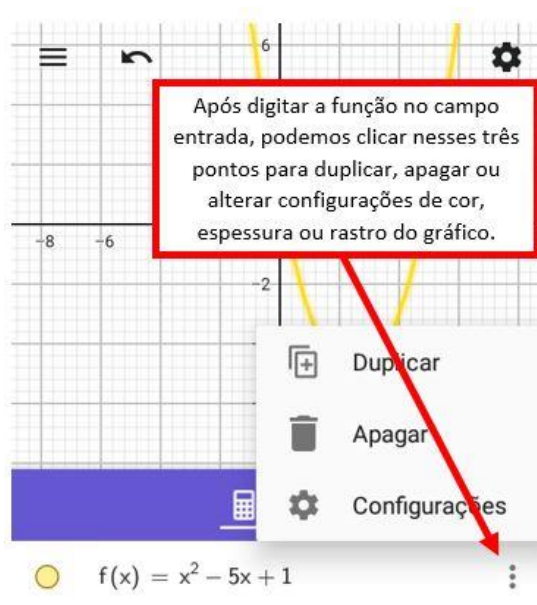
Figura 15 - Função entrada - teclado



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Como está posto acima nas figuras 14 e 15, ao clicar em “Entrada” temos a possibilidade de digitar nossa função e, a partir daí, explorar os recursos do aplicativo que venham a nos facilitar a compreensão sobre nosso estudo. Ao digitar mais de uma função, o próprio aplicativo as nomeia como $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, e assim por diante. Além de atribuir uma cor diferente a cada gráfico de função, podendo esta formatação ser alterada, como veremos na figura 16 abaixo.

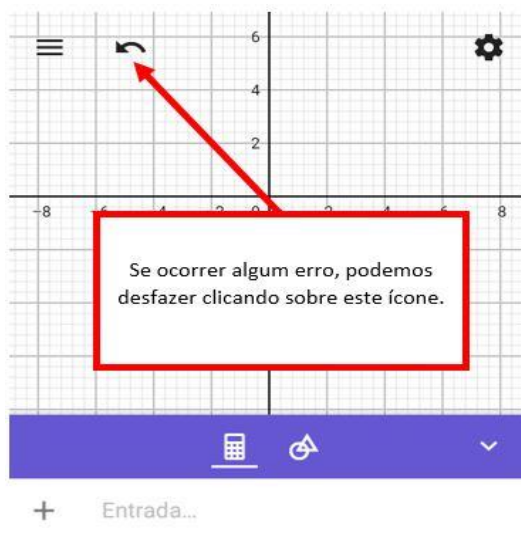
Figura 16 - Formatação da função.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Podemos duplicar, apagar ou alterar configurações do gráfico da nossa função digitada no campo “Entrada” clicando no ícone de três pontos ao lado da função, como visto na figura 16 acima. Podemos alterar cor do gráfico, espessura, estilo da linha, habilitar rastro ao movimentar o gráfico, modificar o nome atribuído ao gráfico, entre outras opções.

Figura 17 - Desfazer ação.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

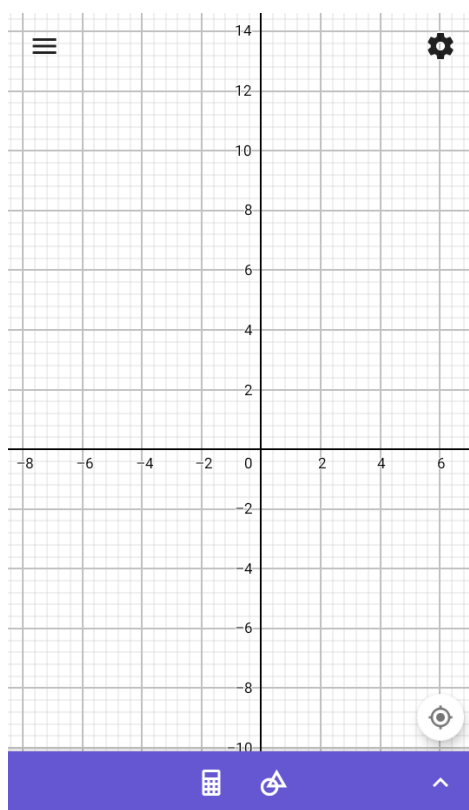
Se por algum motivo fizemos algo errado com nossa construção, não há problema, podemos desfazer as últimas ações feitas clicando no ícone de desfazer, como visto na figura 17 acima. Na figura 18 abaixo veremos a possibilidade de ampliar o espaço para visualização de nosso plano cartesiano.

Figura 18 - Ampliar plano.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Figura 19 - Plano ampliado.



Fonte: Aplicativo Geogebra, 2019.

Nas figuras 18 e 19 acima temos a opção de ampliar o campo de visualização de nossa construção no plano cartesiano. Além dessa opção, também podemos aumentar e diminuir o zoom em nossa construção utilizando dois dedos ao mesmo tempo sobre a tela, de forma a juntar os dedos ou afastar os dedos.

2. METODOLOGIA

Nesta seção trataremos sobre a abordagem da pesquisa, sobre os sujeitos envolvidos, o ambiente ao qual se passou todas as etapas, além de como os dados foram coletados. Ou seja, trataremos de forma objetiva os caminhos que foram seguidos, métodos e técnicas utilizadas para atingir o objetivo da pesquisa.

2.1 Abordagem da pesquisa

Realizou-se uma análise através da aplicação de uma sequência didática sobre funções quadráticas e uso de Ensino Híbrido. No quadro abaixo temos um resumo das etapas de abordagem da pesquisa.

Figura 20 - Etapas da pesquisa.

Etapas da pesquisa	Aplicação
1ª etapa	Questionário diagnóstico.
2ª etapa	Questionário com uso do Geogebra.
3ª etapa	Questionário com material concreto e análise de máximos e mínimos.
4ª etapa	Verificação de aprendizagem.

Fonte: Autor do trabalho, 2020.

Devemos frisar que antes da aplicação de qualquer das etapas era promovido um debate, seja este em um encontro exclusivo para debate ou antecedido, porém concomitante, da aplicação de um questionário, onde eram discutidas as próximas etapas da pesquisa. Além da pesquisa ter sido realizada parte presencialmente e parte a distância, seguindo uma metodologia híbrida.

O primeiro encontro teve o intuito de coletar informações sobre o que os alunos sabiam sobre função, função quadrática, Ensino Híbrido, ferramentas *online* e *offline*, Geogebra, entre outras ferramentas que seriam abordadas na pesquisa, além de direcionar e capacitar os mesmos para as próximas etapas.

Na primeira etapa ocorreu a aplicação de um questionário diagnóstico com o intuito de colher informações com respeito ao conhecimento dos alunos sobre o assunto abordado. Assim pudemos conhecer melhor o perfil de cada aluno, tomando estratégias personalizadas para as situações a enfrentar.

Na segunda etapa tivemos a aplicação de questões baseados na construção de gráficos de função quadrática com a utilização do aplicativo Geogebra para celulares, onde os alunos puderam interagir de forma mais autônoma, observando atentamente as construções feitas no Geogebra e respondendo ao questionário impresso que tinham em mãos, onde as respostas coletadas constam nos anexos deste trabalho.

Na terceira etapa da aplicação tivemos as construções de situações-problema com material concreto envolvendo máximos e mínimos de funções quadráticas, sempre com a interação de um ensino híbrido, mediado por encontros previamente definidos. Analisando sempre sobre a motivação e compreensão dos alunos com respeito aos métodos adotados.

Ao final, na quarta etapa da pesquisa, tivemos o último encontro, debatendo com os alunos sobre o que foi visto durante toda a pesquisa, verificando os avanços obtidos com a utilização de Ensino Híbrido, o estudo da função quadrática e a utilização da tecnologia como forma de auxiliar o aprendizado.

2.2 Lócus da pesquisa

A pesquisa ocorreu na Escola Estadual Nicanor Souto Maior, localizada no município de Caruaru-PE e na Escola Estadual Claudizete Lima Eleutério, localizada no município de Rio Largo-AL. A escola que tem como missão contribuir para a formação de cidadãos conscientes e atuantes na sociedade, através de ações transparentes que garantam o acesso a um ensino de qualidade e propiciem a autonomia do alunado.

A escolha de escolas públicas foi propícia, pois foi possível perceber as lacunas existentes e o quanto é possível contribuir, trazendo melhorias na prática pedagógica, e todo o processo educativo é melhorado.

2.3 Como se deu a escolha dos sujeitos da pesquisa?

Estiveram envolvidos nessa pesquisa dez alunos de duas escolas, sendo cinco alunos do nono ano do ensino fundamental da Escola Estadual Claudizete Lima e os outros cinco

alunos do segundo ano do ensino médio da Escola Nicanor Souto Maior, que farão comparativos entre as metodologias apresentadas, fazendo o pesquisador uma mediação entre os resultados obtidos e a própria observação.

Chamamos a atenção para o fato dos alunos do nono ano do ensino fundamental terem visto muito pouco sobre função quadrática, em contrapartida os alunos do segundo ano do ensino médio já estudaram funções quadráticas por duas séries. Tal escolha foi proposital, assim pudemos ter o *feedback* do processo de ensino-aprendizagem com alunos que se encontravam em diferentes níveis de conhecimento.

A escolha dos sujeitos se deu de forma a comparar alunos que pouco conheciam sobre funções quadráticas com alunos que já tinham estudado bastante sobre o assunto. Foi de suma importância tal comparação, para assim termos a ideia de como a aprendizagem teria sido significativa.

Durante toda a pesquisa era de se esperar que os alunos do segundo ano do Ensino Médio tivessem maior embasamento sobre as abordagens feitas nos encontros, porém houve momentos em que a expectativa foi completamente desfeita, visto que os alunos do nono ano responderam de forma mais assertiva as indagações.

2.4 Coleta de dados

Os dados foram coletados por meio de observação do pesquisador, entrevistas e questionários sobre funções quadráticas, sempre com o intuito de obter informações para se construir um conhecimento mais completo a respeito do assunto abordado, utilizando a metodologia híbrida durante toda a pesquisa, como forma de facilitar a aprendizagem, além de trazer uma inovação aos métodos tradicionais. O desenvolvimento da pesquisa trouxe a aplicação de uma sequência didática, que resultou no produto educacional da pesquisa, sendo útil para professores e pesquisadores. A pesquisa é de extrema importância para o ensino, assim, Freire nos traz a seguinte reflexão:

"Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 2004, p. 29)".

A escola tem o dever de nortear o educando, para que este desenvolva autonomia e criticidade, não podendo a escola apenas ser transmissora de conteúdos. A aprendizagem

adequada fortalece-se dentro do processo de pesquisa do educador, trazendo ganhos para educador e educando.

Outrossim, o Ensino Híbrido esteve presente em todas as etapas da coleta de dados desta pesquisa, seja em debates, compartilhamento de material ou aplicação de questionários. Os alunos tiveram a oportunidade de participar ativamente, buscando material e compartilhando com os demais, ou mesmo manuseando os aplicativos contidos no aparelho celular, mediados durante todo o processo pelo professor.

2.5 Produto Educacional

Caríssimos professores, o Produto Educacional contido no anexo E deste trabalho foi construído durante o curso de Mestrado do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Trata-se de uma sequência didática sobre função quadrática utilizando questionários com problemas sobre gráficos e máximos e mínimos de função quadrática, além da utilização do aplicativo Geogebra como ferramenta auxiliadora no processo de aprendizagem.

É possível, através do Produto Educacional, que professores possam, mediante uma leitura aprofundada, desenvolver aprendizagem de como poder trabalhar com seus alunos nos mais diversos assuntos e áreas, pois possui o passo a passo detalhado da aplicação da sequência no trabalho. Além de conter no mesmo o aporte teórico necessário para guiar a aplicação com maior fundamentação.

3. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção traremos as etapas da sequência didática proposta, como se deu a aplicação dos questionários, a justificativa de cada atividade e a análise das mesmas. Visando sempre compreender o porquê de determinados comportamentos e percepções, promovendo uma aprendizagem significativa.

3.1 Sequência didática proposta

A sequência didática proposta na pesquisa teve como foco a utilização do Ensino Híbrido para a aprendizagem de alguns conceitos e aplicações sobre função quadrática. Onde os objetivos foram definidos de forma antecipada, e passados aos participantes da pesquisa no primeiro encontro.

Com o objetivo de organizar a aplicação da sequência didática foi decidido que tal aplicação se daria em sete encontros, da seguinte forma:

- **1º encontro:** Houve um debate sobre como seria disposta a aplicação da sequência, foram passadas informações sobre a metodologia híbrida, além de algumas ferramentas que seriam utilizadas;
- **2º encontro:** Aplicação do questionário diagnóstico;
- **3º encontro:** Discussão a respeito das respostas obtidas através do questionário diagnóstico e envio do material necessário para resolução do segundo questionário;
- **4º encontro:** Apresentação do aplicativo Geogebra, destacando suas principais funções e ferramentas, com o objetivo de familiarizar os estudantes com o aplicativo e aplicação do segundo questionário (com a utilização do Geogebra);
- **5º encontro:** Discussão sobre as respostas obtidas no segundo questionário e envio de material para resolução do terceiro questionário;
- **6º encontro:** Aplicação do terceiro questionário (com material concreto e máximos e mínimos de funções quadrática);
- **7º encontro:** Discussão das respostas do terceiro questionário e verificação de aprendizagem da pesquisa.

3.1.1 Justificativa do questionário diagnóstico

Identificar as dificuldades específicas dos estudantes é de fundamental importância para a tomada de decisões. A avaliação diagnóstica visa identificar quais conteúdos necessitam de aprendizagem. É necessário identificar a necessidade de aprendizagem de cada aluno, verificar se cada aluno possui pré-requisitos para a próxima etapa e identificar as causas das dificuldades para tentar sanar.

3.1.2 Aplicação do questionário diagnóstico

A análise dos dados foi feita de forma sistemática, para assim, fornecer respostas ao problema de investigação. Procuramos na pesquisa conseguir informações que sustentassem um raciocínio conclusivo, organizando o material coletado e sumarizando os dados. Os dados foram analisados, sendo posteriormente revistos e verificados.

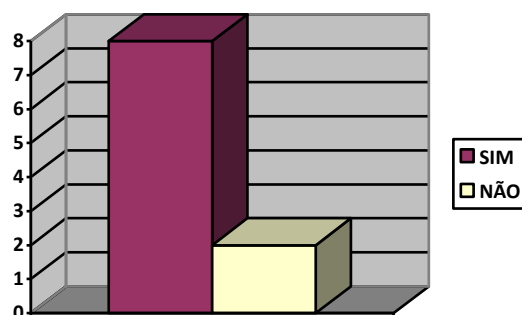
Antes da aplicação do questionário diagnóstico foi necessário promover um momento para debate e esclarecimento da aplicação da pesquisa, para que assim os alunos pudessem compreender todos os passos da mesma.

A coleta e análise dos dados teve início com a aplicação de um questionário diagnóstico, que consta nesse trabalho no apêndice B, já as respostas dos alunos constam no anexo A. Assim pudemos perceber em que nível se encontrava cada aluno, com respeito ao estudo da função quadrática. As respostas dos alunos foram levadas aos anexos do trabalho para que não fiquem repetitivas.

Foram feitas perguntas iniciais com respeito ao sexo, nome da escola que o aluno estuda, cidade onde se localiza a escola e idade, onde todos os alunos responderam.

A pergunta cinco do questionário diagnóstico visou verificar se o aluno tinha conhecimento do que era uma função. Caso o aluno respondesse que sim, teria que justificar sobre o que entendia de uma função. Tivemos assim algumas respostas como segue abaixo.

Gráfico 1 - Sabem o que é uma função.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

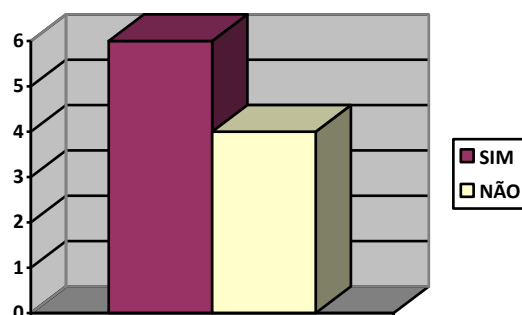
Pudemos perceber pelas respostas a pergunta de número cinco que os alunos do 2º ano da Escola Nicanor, por já terem estudado função em pelo menos duas séries, tinham noção da dependência entre as variáveis das funções, porém não souberam informar sobre definições mais precisas quanto as funções. Um dos alunos disse não saber o que é uma função. De forma geral, segundo o gráfico 1, entre os envolvidos na pesquisa nas duas escolas a maior parte disse saber o que é uma função.

Com respeito a mesma pergunta de número cinco, os alunos do 9º ano da Escola Claudizete, que tiveram o primeiro contato com funções há poucos meses antes da pesquisa, alguns responderam “encontrar o valor da incógnita”, deixando claro o que os marcou durante o estudo com metodologia tradicional.

Com respeito as respostas dos alunos do 9º ano da escola Claudizete a quinta pergunta obtivemos respostas muito parecidas, a maioria respondeu que sabia o que era uma função, mas não sabia explicar. Apenas um aluno tentou explicar, justificando que era “achar o valor da incognita”, o que não deixa de ser verdade, mas o conceito é muito mais abrangente que isso.

Já na pergunta seis fomos um pouco mais a fundo e perguntamos se o aluno saberia informar o que seria uma função quadrática. Na Escola Claudizete a maioria dos alunos marcaram não saber e alguns não souberam explicar. Segundo o gráfico 2 abaixo, seis alunos disseram saber e quatro disseram não saber o que é uma função quadrática.

Gráfico 2 - Sabem o que é uma função quadrática.



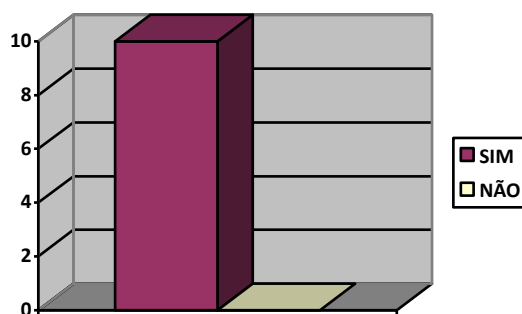
Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Enquanto que os alunos do segundo ano do Ensino Médio da Escola Nicanor responderam, em sua maioria, que se tratava de “uma função com equação do 2º grau”. Onde podemos perceber, pela resposta dos alunos, que mesmo sem ter uma definição precisa de função em mente, estes conseguem encontrar relações entre função do 2º grau e equação do 2º grau.

Pode-se obter dos alunos da Escola Nicanor respostas mais insertivas, visto que esses alunos já cursam a 2ª série do Ensino Médio e já viram esse assunto por pelo menos 2 anos. Alguns alunos afirmaram não saber do que se trata uma função quadrática, e outros afirmaram saber o que seria uma função quadrática ou associaram uma função quadrática a uma equação do 2º grau ou ao fato dessa função ter o “xis ao quadrado” como característica.

Na pergunta sete indagamos o aluno a responder se acha importante o estudo das funções. Como visto no gráfico 3, logo abaixo, todos disseram sim. E obteve-se as seguintes respostas:

Gráfico 3 - Consideram o estudo das funções importante.

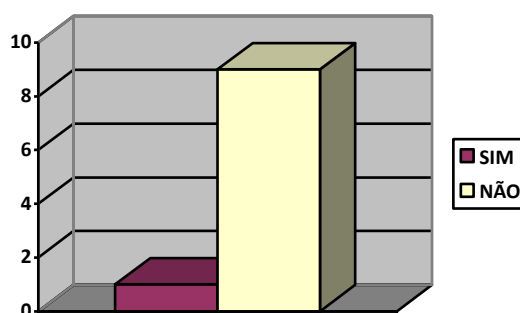


Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Na pergunta sete pudemos perceber que tivemos uma maior variedade de respostas. Boa parte dos alunos justificou a importância do estudo das funções como sendo um assunto recorrente nas provas de vestibular. Outro aluno justificou que serviria de base para outros assuntos no futuro. Teve ainda aluno que não soube explicar a importância, mas todos foram unânimes quanto a importância do estudo das funções.

Já na pergunta oito, indagamos se o aluno saberia onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia, como mostra o gráfico 4 abaixo, apenas um respondeu que sim.

Gráfico 4 - Sabem onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia.



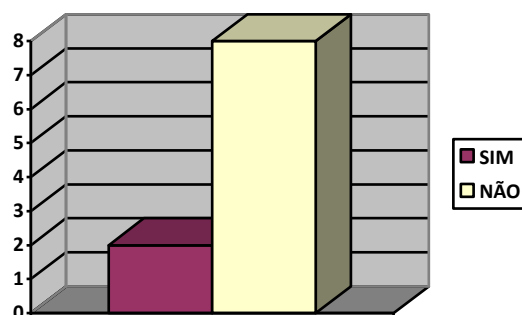
Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Na pergunta sobre a utilização da função quadrática em nosso dia a dia, obtivemos respostas homogêneas. A maior parte dos alunos respondeu que não sabia, ou simplesmente deixou em branco. Um deles respondeu de forma elegante que não possuía tal conhecimento. Podemos perceber que a aplicação do conhecimento teórico não foi incorporada a seus conhecimentos.

Na pergunta de número nove do questionário diagnóstico indagamos os alunos a responderem se saberiam quais são os coeficientes da função quadrática. Desta questão obtivemos de forma unânime a resposta “não”,

Na pergunta de número dez do nosso questionário diagnóstico indagamos ao aluno se ele saberia explicar sobre o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes. A maior parte dos alunos informou não saber a relação entre coeficientes e o comportamento do gráfico da função quadrática, como também mostra o gráfico 5 abaixo.

Gráfico 5 - Comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes.

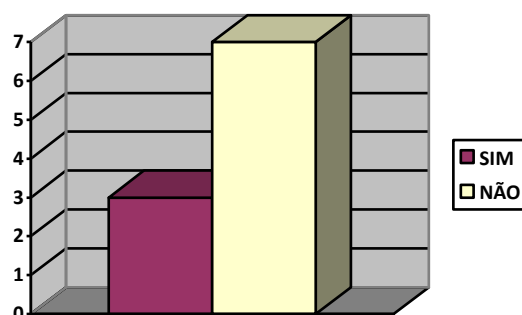


Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Podemos perceber que o fato do gráfico ter um aspecto com concavidade voltada para cima ou para baixo ter relação com o sinal do coeficiente “a” da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, os alunos associaram algum sinal com a concavidade, se voltada para cima ou para baixo, mas não souberam explicar a qual coeficiente estava associado tal característica da concavidade do gráfico. Outros alunos não souberam responder sobre a relação existente entre o comportamento do gráfico com os coeficientes da função.

No problema de número onze do questionário diagnóstico perguntamos aos alunos se saberiam dizer qual a variável dependente e qual a independente em uma função quadrática. Pedimos que, caso a resposta fosse sim, justificassem. Obtivemos como resposta majoritária o “não”, segundo consta abaixo no gráfico 6.

Gráfico 6 - Variável dependente independente em uma função quadrática.



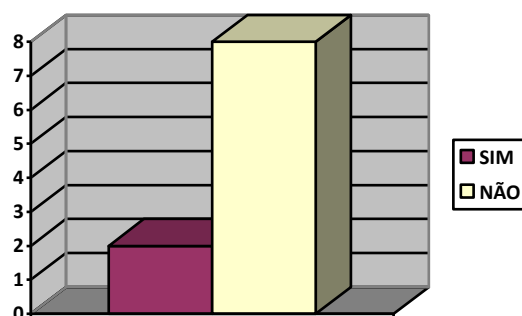
Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Segundo as respostas dos discentes podemos perceber uma confusão quanto a coeficientes e variáveis. Alguns confundiram variável independente com termo independente,

buscaram em seus registros mentais o termo independente, e logo encontraram o termo “independente” com significado diferente do que perguntava a questão. Outros alunos disseram não saber qual a variável dependente e qual a independente.

Na pergunta de número doze do nosso questionário diagnóstico os alunos responderam se já conheciam o aplicativo Geogebra, pois iríamos utilizá-lo mais tarde em nossa pesquisa. Vejamos sobre as respostas que obtivemos no gráfico 7 logo abaixo.

Gráfico 7 - Conhecem o aplicativo Geogebra.

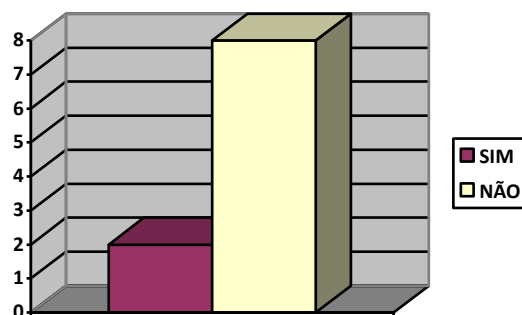


Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Parte dos alunos mostrou já ter sido apresentado ou utilizado o Geogebra, porém a maioria disse não conhecer. Mesmo o Geogebra sendo um dos aplicativos mais utilizados em todo o mundo para construções gráficas e geométricas, no Brasil ainda não é tão difundido em escolas. A pergunta foi feita pois utilizamos o aplicativo em nossa pesquisa.

Na pergunta de número treze, e última pergunta de nosso questionário diagnóstico, convidamos os alunos a responder se já tinham utilizado o aplicativo Geogebra em construções de gráficos de funções quadráticas. Daí as respostas obtidas estão postas no gráfico 8 abaixo:

Gráfico 8 - Utilizaram o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

A maior parte dos alunos disse nunca ter utilizado o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas, porém um dos alunos afirmou que com o uso do aplicativo, tendo os dados necessários, a construção do gráfico de uma função quadrática se tornava rápida, sendo assim o aplicativo foi útil. Outro aluno afirmou já ter utilizado o aplicativo, contudo encontrou dificuldade em utilizá-lo, afirmando o mesmo que no momento não tinha conhecimento suficiente para utilizá-lo.

3.1.3 Análise do questionário diagnóstico

Das respostas obtidas no questionário diagnóstico pudemos chegar a algumas conclusões, como consta no quadro abaixo.

Figura 21 - Comparação entre alunos de séries distintas.

Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental	Alunos do 2º ano do Ensino Médio
Estudaram menos sobre função quadrática.	Estudaram função quadrática por duas séries.
Alunos com idade entre 13 e 14 anos.	Alunos com idade entre 16 e 17 anos.
Tiveram mais dificuldade com os conceitos de função quadrática.	Tiveram maior facilidade com os conceitos de função quadrática.
Utilizaram de forma correta o aplicativo Geogebra.	Utilizaram de forma correta o aplicativo Geogebra.
Houve dificuldade na compreensão dos conteúdos <i>online</i> .	Houve pouca dificuldade com os conteúdos <i>online</i> .

Participaram de forma ativa nos debates.	Participaram de forma ativa nos debates.
Possuem pouca experiência com conceitos de função.	Possuem maior experiência com o conceito de função.

Fonte: Autor do trabalho, 2020.

Após a aplicação do questionário diagnóstico foi promovido um encontro, para que neste fossem feitas provocações sobre os assuntos tratados no segundo questionário, bem como sugeridos vídeos e materiais em pdf, além de deixar também o aluno livre para suas pesquisas.

O próximo passo de nossa pesquisa iniciou com a aplicação do ensino híbrido. Como o assunto em questão é o estudo da função quadrática, enviamos aos alunos *links* de vídeos com a apresentação da função quadrática e suas características. Esses vídeos serviram de base para a maior parte das questões postas para os alunos no questionário dois. Após assistirem aos vídeos em casa, tivemos um encontro presencial para debater sobre o que eles compreenderam dos vídeos, e assim puderam compartilhar com os demais colegas o que tinham compreendido e, segundo Moran (2015, p.89), “a sociedade do conhecimento é baseada em competências cognitivas, como proatividade, colaboração, personalização e visão empreendedora”. Ao ser percebida alguma compreensão errônea sobre o assunto, fazia-se necessário a mediação, para que o conceito correto fosse compreendido. Também prestigiadas as interpretações corretas, afinal, nada melhor que um elogio para elevar o ego.

3.1.4 Justificativa da atividade 1.

Um dos instrumentos utilizados nesta pesquisa é a Atividade 1, onde através desta será possível compreender como se encontra o real conhecimento do aluno sobre o gráfico da função quadrática, desta forma poder conduzir o mesmo a aprendizagem esperada dentro da proposta. É preciso que o aluno compreenda as relações existentes entre o comportamento do gráfico da função quadrática e seus coeficientes. Para facilitar tal compreensão foi utilizado o aplicativo Geogebra, na versão para celulares, pois o mesmo apresenta uma gama de recursos que possibilitam ao aluno manipular os valores dos coeficientes em tempo real, tornando mais clara e imediata a percepção das mudanças ocorridas.

3.1.5 Atividade 1: Análise do gráfico da função quadrática através dos coeficientes.

Nessa parte da análise iremos trabalhar com o Ensino Híbrido. Foram enviados *links* de vídeos sobre funções quadráticas aos alunos, para que chegassem ao encontro seguinte com algum conhecimento sobre o assunto proposto. Dois questionários foram elaborados para que os alunos pudessem responder questões sobre funções quadráticas. Após o questionário diagnósticos tivemos informações sobre o que os alunos já conheciam sobre funções quadráticas e sobre o aplicativo Geogebra. Desta forma pudemos acompanhar a evolução dos alunos.

Ao iniciar o segundo questionário foi solicitado que os alunos encontrassem as raízes de algumas funções, construindo em seguida os gráficos dessas funções em um mesmo plano, para que se familiarizassem com o aplicativo, desta forma, comparando as mudanças ocorridas. Como podemos ver no recorte abaixo.

Ilustração 1 - Comparação entre raízes e gráficos.

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$); $x' = 4,79, x'' = 0,20$
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$); *não existe*
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$); $x' = -2, x'' = -2$
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$); $x' = 1, x'' = 1$
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$); $x' = -2, x'' = -2$
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$); *não existe*

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 1, 2019.

Boa parte dos alunos antes de assistir aos vídeos enviados disse não lembrar como encontrar as raízes de uma equação do segundo grau. Porém, ao assistirem aos vídeos enviados e fazerem pesquisas conseguiram lembrar como encontrar as raízes de uma equação do segundo grau, ou encontrar os zeros de uma função quadrática, trazendo o conhecimento adquirido pela busca *online* feita em casa para o grupo. Segundo Moran (2015, p. 19) “as tecnologias ampliam as possibilidades de pesquisa online, de trazer materiais importantes e atualizados para o grupo”. Destacamos a importância da antecipação dos alunos ao acesso aos conteúdos antes do encontro, fazendo pesquisas e até sugerindo materiais aos demais colegas.

Segundo Almeida e Valente (2012, p. 51) podemos aprender em qualquer lugar, a qualquer hora e com muitas pessoas diferentes.

Ao construir os gráficos das funções em um mesmo plano, no Geogebra, os alunos puderam perceber onde se encontravam os zeros das funções que tinham encontrado através dos cálculos algébricos. Puderam fazer as primeiras associações dos discriminantes (Δ) e zeros com as construções gráficas. Nas construções com o Geogebra os alunos chegaram a tela da figura 21, como consta no anexo C deste trabalho.

Ao passo que os alunos iriam construindo os gráficos, também iriam percebendo as intersecções com os eixos Ox e Oy , a posição da concavidade (se para cima ou para baixo), se tocava no eixo x ou não, enfim, fizeram o debate sobre os gráficos tornarem-se mais interessantes. Quando alguma interpretação estava errada era feita uma intervenção, e provocava-se os demais até que se chegasse a interpretação correta, pois de acordo com Moran (2015, p. 19), “o articulador das etapas individuais e grupais é a equipe docente (professor/tutor) com sua capacidade de acompanhar, mediar e de analisar os processos”. Estas primeiras impressões sobre os gráficos de uma função quadrática foram muito importantes para o desenvolvimento da pesquisa. Mais à frente foi perceptível a facilidade de compreensão após esse primeiro contato com o Ensino Híbrido e o aplicativo Geogebra.

No item 2.1 de nosso segundo questionário, localizado no apêndice C deste trabalho, foi proposta uma função fixa, variando apenas o coeficiente “ c ” (termo independente). Perguntamos em quais pontos os gráficos das funções cortam o eixo “ Oy ”, e para qual valor de “ c ” a função admite uma, duas ou nenhuma raiz real. Como exemplo temos um dos recortes abaixo.

Ilustração 2 - Gráfico com a alteração do coeficiente "c".

2.1 Tracem, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 - 2x + c, \text{ com:}$$

$$c = -3, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 4.$$

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c?

Mudan o local que a parábola toca no eixo Y

b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y?

-3, 0, 1 e 4

c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?

c = -3 e 0

d) Para que valores de c f admite uma raiz real?

c = 1

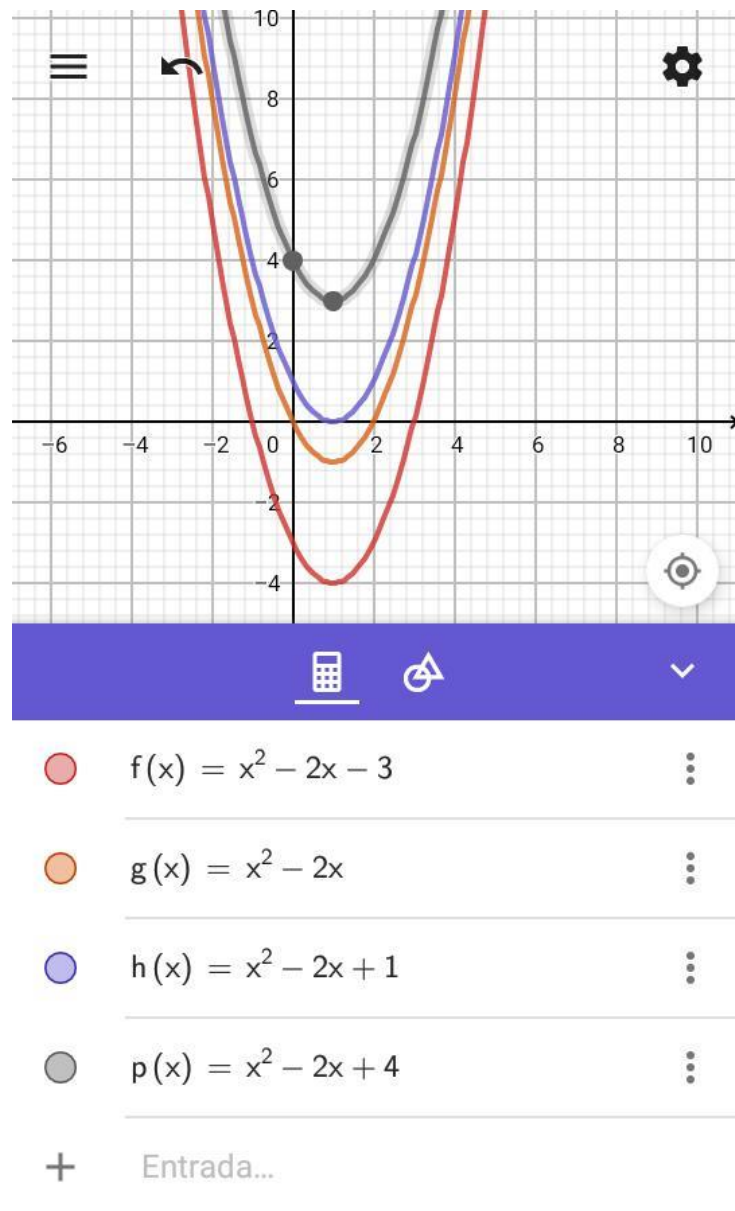
e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

c = 4

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 1, 2019.

Percebe-se, pelas respostas apresentadas, que os alunos conseguiram encontrar as raízes das funções com cada valor modificado de "c" e, além disso, perceberam que essas raízes, de cada função, eram diferentes. Perceberam também que o local onde o gráfico toca o eixo "Oy" era diferente a cada mudança do coeficiente "c". Mas ainda houve uma confusão entre ponto e valor, pois o ponto significa uma coordenada, ao passo que o valor de uma abscissa ou ordenada é apenas um número. Com a ajuda da construção feita no Geogebra, conforme a figura 22 do anexo C, trazida em parte logo abaixo, os alunos puderam ter embasamento visual necessário para responder ao item 2.1, pois "se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa" (Moran 2015, p. 17). Assim, percebe-se a relevância quanto a escolha do uso do aplicativo Geogebra para a pesquisa.

Figura 22 - Função fixa com alteração do termo independente.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

No item 2.2 do segundo questionário deste trabalho foi solicitado que os alunos construíssem uma função com os coeficientes “a” e “c” fixos e com a alteração do coeficiente “b” para que assim pudessem perceber quais as mudanças no gráfico com a alteração de apenas o coeficiente “b”. Primeiro foi pedido que resolvessem algebricamente e, posteriormente, construíssem todas as funções no Geogebra, como visto na figura 23 do anexo C do trabalho e em parte no recorte abaixo.

Ilustração 3 - Gráfico com a alteração do coeficiente "b"..

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

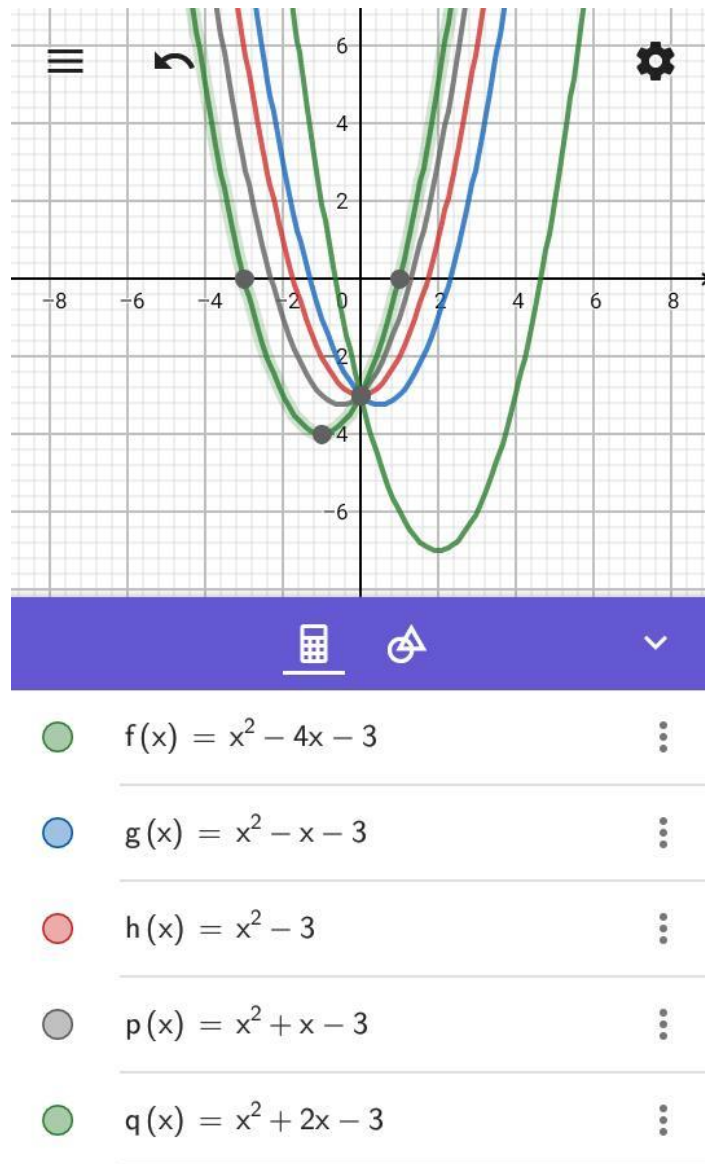
Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b?

A parábola se movimenta no plano cartesiano

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 1, 2019.

Segundo o que os alunos observaram na construção dos gráficos no Geogebra e dos dados algébricos que obtiveram em nosso encontro através da resolução das equações para encontrar os zeros das funções, houve respostas bem diversas, as quais podem ser visualizadas no anexo B deste trabalho. Para Smole e Diniz (2010, p. 75), “achar as raízes ou zeros de uma função quadrática é descobrir os pontos em que a parábola da equação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, intercepta o eixo das abscissas”.

Figura 23 - Função fixa com alteração do coeficiente “b”.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

As observações dos alunos com respeito a mudança do coeficiente “b”, com imagem da construção no Geogebra logo acima na figura 23, foi muito enfática com relação ao ponto onde o gráfico corta o eixo “Oy” se manter o mesmo. Também perceberam uma movimentação do vértice de cada gráfico, porém alguns observaram que todos os gráficos continuavam cortando o eixo “Ox”, ou seja, a existência de raízes reais. Daí ressaltamos a importância de um conhecimento prévio obtido por vídeos previamente enviados sobre os conteúdos, antes de cada encontro, além da utilização do aplicativo Geogebra como ferramenta educacional, pois oportuniza ao aluno a visualizar melhor algumas características gráficas.

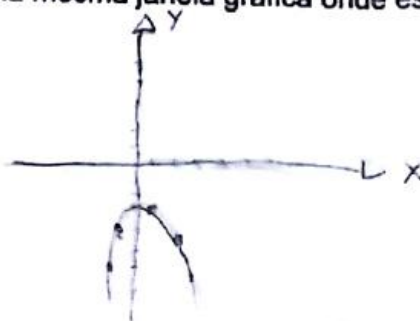
Ainda com respeito ao item 2.2 de nosso segundo questionário, no item 2.3 temos uma pergunta que envolve o que foi feito no item anterior. Foi pedido aos alunos que observassem a família de parábolas construídas no item 2.2 e, tendo em vista as construções, dissessem que tipo de curva é descrita pelo vértice das parábolas, já que no item 2.2 houve uma percepção quanto a mudança de coordenada do vértice em cada função. As respostas para o item 2.3 são observadas nas imagens contidas no anexo B.

No item 2.3, do apêndice C, cada aluno explicou como visualizou a parábola. Pois segundo Paulo Freire (1983, p. 16), reconhecido educador brasileiro, “no processo de aprendizagem só aprende verdadeiramente aquele que se apropria do aprendido, transformando-o em apreendido, com o que pode, por isto mesmo, reinventá-lo; aquele que é capaz de aplicar o aprendido apreendido a situações existenciais concretas”. Partindo desse pressuposto, cada aluno se apropriou da visualização gráfica vista com o aplicativo Geogebra e conseguiu identificar com a junção dos vértices das parábolas construídas, com a alteração do coeficiente “b”, que tratava-se de uma parábola com concavidade voltada para baixo, como visto no desenho do recorte logo abaixo.

Ilustração 4 - Alteração no vértice com a mudança do coeficiente "b".

2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

- a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?
uma parábola com "a" negativo
- b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.



Fonte: Resposta de um aluno a atividade 1, 2019.

A princípio, alguns alunos pareceram não compreender a pergunta, pois desenharam a parábola com a concavidade na posição contrária. Outros alunos compreenderam e desenharam a curva na posição correta, além de perceber que esta parábola possui o valor do

coeficiente “a” negativo, tal compreensão se deu através dos vídeos sugeridos para assistirem em casa e posto em debates em nossos encontros presenciais.

No item 2.4, constante no apêndice C, temos uma mudança no coeficiente “a” com os demais coeficientes constantes. Pedimos aos alunos que encontrassem os zeros das funções e suas coordenadas dos vértices de forma algébrica. Logo após foi solicitado que construíssem as funções pedidas no Geogebra, como na figura 24 do anexo C, também logo abaixo. Após essas construções pedidas os alunos foram convidados a responder as perguntas do item 2.4.

Ilustração 5 - Gráfico com a alteração do coeficiente "a".

2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau
 $f(x) = ax^2 - 3$, com:

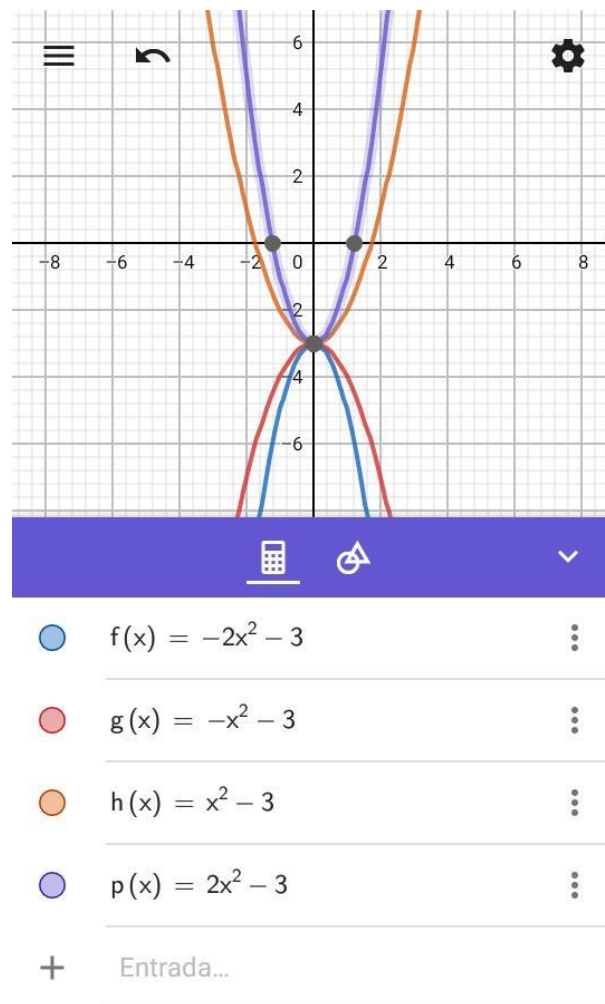
$a = -2$, $a = -1$, $a = 1$ e $a = 2$.

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a? *A parábola se comprime e estende e ficam ao contrário*
- b) O que acontece quando $a = 0$? *Não tem mais parábola e sim uma reta, ou seja uma função de 1º grau.*
- c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f? *Sim*
- d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real? *não tem*

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 1, 2019.

Como na figura 24 do anexo C, também abaixo, temos valores do coeficiente “a” positivos e negativos era esperado que os alunos percebessem as alterações quanto a posição da concavidade. Então, no item 2.4 perguntamos aos alunos as alterações sofridas pelo gráfico, e o que aconteceria se o valor de “a” fosse nulo, se o valor de “a” pode influenciar no número de raízes e o valor de “a” para que se tenha uma única raiz. As respostas seguem no anexo B.

Figura 24 - Função fixa com alteração do coeficiente “a”.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

No item 2.4 de nosso segundo questionário os alunos perceberam que a mudança do sinal do coeficiente “a” alterava a posição da concavidade da parábola, para cima ou para baixo, e ainda é possível perceber na resposta do aluno B, no recorte acima, que houve uma percepção quanto a mudança ocorrida na parábola quando se aumenta ou diminui o valor do coeficiente “a”: “a parábola se comprime e estende”. Perceberam também que quando $a = 0$ a função deixa de ser do 2º grau (condição de existência) e passa a ser do primeiro, tornando o gráfico uma reta, não mais uma curva. Perceberam ainda que a mudança no valor de “a” pode influenciar no número de raízes reais da função, além de afirmarem não ser possível algum valor de “a” para que a função tenha uma única raiz real, entendendo que a função deverá ser do 2º grau, mas quando $a = 0$ a função é do 1º grau, tendo apenas uma raiz real.

3.1.6 Análise da atividade 1.

Foi evidente o aprendizado dos alunos ao poderem compartilhar e pesquisar informações, visto o maior engajamento com o estudo da função quadrática em sua parte gráfica através da manipulação do Geogebra para celulares, trazendo uma maior autonomia para os discentes. Além de tornar a aprendizagem mais motivadora, tivemos um “saber científico” transformado em um “saber ensinado”, ocorrendo uma transposição didática. “O trabalho que transforma um saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado transposição didática” (Chevallard, 1991, p. 45).

A todo instante ocorria uma nova descoberta: “professor, quer dizer que se mudar o sinal do ‘a’ o gráfico muda de sentido?”, foi a fala do aluno A durante as transformações ocorridas. Ainda complementou outro aluno: “e quanto maior o valor de ‘a’ mais fino fica o gráfico”, complementou o aluno B, colaborando em sua percepção com o aprendizado do aluno A, que retrucou dizendo: “interessante”.

E desta forma transcorreu toda a aplicação do questionário, uma troca constante de aprendizados e informações. A cada passo ocorria uma nova descoberta dos alunos. Alguns erros eram detectados pelo mediador, mas logo eram esclarecidos.

3.1.7 Justificativa da atividade 2.

Trabalhar com máximos e mínimos de função quadrática é sempre interessante, principalmente do ponto de vista das aplicações, que nesse caso são muitas. A todo instante os alunos perguntam ao professor onde ele usará aquele determinado assunto na vida prática. Pois bem, os máximos ou mínimos de uma função quadrática se associam aos mais diversos assuntos de nosso cotidiano, e com as mais diversas áreas.

Em específico, a Atividade 2 teve grande relevância no quesito aplicação, pois foi possível utilizar material concreto tornando o assunto mais atrativo para os alunos. Percebe-se uma certa carência por parte dos discentes de atividades com manipulação de objetos, o quadro e giz foi e continua sendo uma das principais ferramentas para a aprendizagem, porém é preciso associá-la a outras ferramentas que possam contribuir, tornando o aluno mais ativo.

Na atividade os alunos utilizaram como material concreto palitos de fósforo, onde puderam construir figuras geométricas e estimar a área máxima, desta forma desprendendo uma maior atenção para a situação e obtendo percepções sobre o assunto.

3.1.8 Atividade 2: máximos e mínimos de função quadrática.

No terceiro questionário (atividade 2) foram explorados máximos e mínimos de funções quadráticas, como é sugerido pela BNCC expressa na habilidade EM13MAT503, dentro da metodologia de Ensino Híbrido. Nos limitamos a trabalhar nesta atividade a parte algébrica, visto que a parte gráfica já havia sido trabalhada na Atividade 1. Trabalhados problemas de aplicação prática, mas antes da aplicação do questionário foram sugeridos vídeos sobre máximos e mínimos de funções quadráticas, além de deixar o aluno livre para pesquisar sobre o assunto e consciente que teria que expor o que tinha compreendido com o material pesquisado no próximo encontro. Ao retornarem para o próximo encontro, foram debatidos sobre os assuntos postos em vídeos, notoriamente um debate muito proveitoso e esclarecedor, onde os alunos estavam no centro do debate e o professor apenas interferia quando necessário para mediar ou provocar. “A estratégia consiste em colocar o foco do processo de aprendizagem no aluno e não mais na transmissão de informação que o professor tradicionalmente realiza”. (BACICH, NETO E MELLO, 2015, p. 14)

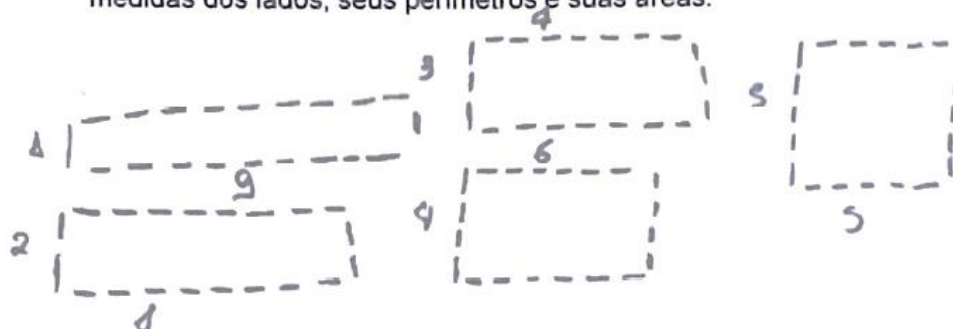
Após o debate foram entregues aos alunos caixas de fósforo para que pudessem construir o problema com máximo de função quadrática. No problema 1, apêndice D, de nosso 3º questionário foi pedido aos alunos que com 20 palitos formassem todos os retângulos possíveis, e anotassem seus lados, perímetros e áreas.

Nas imagens constantes no anexo D, e em parteno recorte abaixo, podemos ver as respostas para o item “a” do problema 1 dadas pelos alunos. Neste problema os alunos conseguiram formar retângulos, não todos os retângulos possíveis, mas demonstraram compreender o problema. O fato dos alunos conseguirem resolver o problema, partindo de material concreto, nos remete a Piaget (1990, p. 46), onde diz que “o ser humano não será capaz de executar tarefas abstratas sem antes executar tarefas concretas”.

Ilustração 6 - Construção de retângulos com palitos.

1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.

a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.



Fonte: Resposta de um aluno a atividade 2, 2019.

Nos itens “b” e “c” do problema 1 de nosso terceiro questionário os alunos responderam qual o perímetro de cada retângulo construído com palitos e qual deles possui maior área, respectivamente.

Logo, nos itens “b” e “c” os alunos disseram 20 palitos, pois como todos os retângulos são construídos com exatamente 20 palitos, o perímetro é fixo, como podemos observar no recorte abaixo. Já a área máxima os alunos encontraram a área formada por 5 palitos em cada lado, ou seja, quando este retângulo é um quadrado. Itens muito importantes para o desenvolvimento do aprendizado, pois através da experimentação puderam perceber que o perímetro era fixo e a área máxima se daria em um quadrado. Para que tenhamos uma inovação nas perspectivas educacionais relacionadas ao estudo da matemática “precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes”, (Moran 2015, p. 17).

Ilustração 7 - Área com perímetro fixo.

b) Qual o valor do perímetro de cada um?

20 palitos

c) Qual deles possui maior área?

$5 \times 5 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ palitos}$

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 2, 2019.

No item “d” do problema 1 do terceiro questionário perguntamos qual o algoritmo que define a área máxima, e as respostas dos alunos para essa pergunta estão anexo D do trabalho, e em parte no recorte logo abaixo.

Respondendo ao item “d” os alunos, partindo do concreto ao abstrato, conseguiram encontrar o algoritmo que define o problema. Sentiram um pouco de dificuldade, mas tiveram, como base o vídeo sugerido no encontro anterior e o debate no início do encontro, uma solução correta. Os alunos tiveram que juntar duas equações, a de um perímetro de lados “x” e “y” e a expressão da área com as mesmas medidas de lado.

Ilustração 8 - Algoritmo da área máxima.

d) Qual o algoritmo que define a área máxima?

$$A = -x^2 + 20x$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2x + 2y \\ A &= x \cdot y \\ 20 - 2x &= 2y \\ y &= 10 - x \\ A &= x \cdot (10 - x) \\ A &= 10x - x^2 \end{aligned}$$

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 2, 2019.

Já no item “e” os alunos tiveram que utilizar o algoritmo encontrado no item “d” para encontrar a área máxima e o lado que produz a área máxima, como está nas respostas dos alunos no anexo D e logo abaixo no recorte.

Para encontrar as respostas pedidas no item “e” os alunos utilizaram duas fórmulas conhecidas para calcular o “x” do vértice e o “y” do vértice, pois como o coeficiente “a” da função é negativo, a função admitirá um valor máximo, fatos percebidos pelos alunos durante a resolução. Smole e Diniz (2010, p. 76) indicam que para determinar as coordenadas do vértice $V = (x_V, y_V)$ de uma parábola, podem-se utilizar as fórmulas $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Apesar de existirem outros meios de determinação das coordenadas do vértice da parábola, os alunos preferiram utilizar as fórmulas, ficando a vontade para escolher.

Ilustração 9 - Área máxima e a medida do lado através do algoritmo.

e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-2} = 5 \\
 y &= \Delta \\
 &= 4 \cdot 25 \\
 y &= \frac{-100}{4 \cdot -1} = \frac{-100}{-4} = 25
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\
 \Delta &= 10^2 - 4 \cdot -1 \cdot 0 \\
 \Delta &= 100 + 0 \\
 \Delta &= 100
 \end{aligned}$$

Fonte: Resposta de um aluno a atividade 2, 2019.

No problema 2 do terceiro questionário os alunos tiveram que responder a uma pergunta sobre o custo de produção de uma empresa. As respostas obtidas constam no anexo D desse trabalho, já o questionário completo no apêndice D. A pergunta consta abaixo.

Problema 2: (Brasil Escola) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Neste segundo problema do terceiro questionário os alunos responderam sobre a quantidade de unidades a serem produzidas para que o custo seja mínimo, além do valor desse custo mínimo. Como constatamos nas imagens do anexo D, a maior parte dos alunos respondeu de forma correta, apenas um aluno confundiu a fórmula utilizada, mas mostrou compreender o assunto. Todos compreenderam que o fato do coeficiente “a” ser positivo implicava na função ter um valor mínimo, logo lembraram de utilizar as fórmulas para calcular o “x” do vértice da parábola, utilizando a função quadrática fornecida pelo problema. É comum alunos confundirem a utilização do “x” do vértice e do “y” do vértice da parábola, mas após debates sobre as soluções encontradas os alunos conseguiram chegar a um senso comum. O Ensino Híbrido expõe um leque de atividades colaborativas, podendo o aluno “realizar atividades de resolução de problemas ou projeto, discussões, laboratórios, entre outros, com o apoio do professor e colaborativamente com os colegas”. (BACICH, NETO E MELLO, 2015, p. 14)

3.1.9 Análise da Atividade 2.

Com o problema 1 os alunos tiveram a oportunidade de manusear materiais concretos, tendo uma experiência diferenciada da dinâmica de quadro giz, onde os alunos costumam ser mais passíveis. Conseguiram ter percepções mais rápidas como no questionamento do aluno A: “professor, esses dois retângulos têm a mesma área”. Referindo-se o aluno a retângulos construídos com os palitos, onde ,com o material em mãos, teve essa percepção de forma quase que imediata, pois percebeu que os lados da retângulo tinham a mesma medida.

A construção algébrica foi mais lenta, porém com o auxílio dos vídeos assistidos, durante a parte *online* da aprendizagem conseguiram escrever a função da área com perímetro fixo.

No problema 2 é normal o aluno ficar indeciso quanto a questão se referir ao x_v ou ao y_v , mas com os vídeos assistidos em casa e o debate que ocorreu antes da aplicação do questionário os alunos foram bem assertivos quanto ao que o problema pedia. O aluno C disse: “professor, a questão está pedindo o x_v ”. Já o aluno D teve outra percepção, motivado pelo que tinha aprendido na Atividade 1 da pesquisa: “professor, o custo é mínimo pois o ‘a’ é positivo. Se fosse negativo seria máximo”, e os demais alunos concordaram.

O Ensino Híbrido teve grande influência no sucesso da aplicação da atividade, visto que trouxe para o aluno uma maior independência em seu aprendizado, conscientizando-se do seu protagonismo, tendo uma aprendizagem mais ativa.

3.2 Análise das atividades após as aplicações.

A pesquisa foi conduzida em um grupo reduzido de alunos, facilitando a aplicação da metodologia. Porém fica evidente a dificuldade na aplicação se a turma for numerosa, mas não impossível, é uma questão de adequação, cabendo ao professor a melhor adaptação para amplificar a absorção do conteúdo.

Diante do questionário diagnóstico aplicado em nossa pesquisa, pudemos perceber que há muito a se trabalhar para se atingir um ideal, que os conteúdos são transmitidos de forma desconectada com o dia a dia do aluno. A interação tecnológica, nos dias atuais, é uma constante na vida dos alunos, assim, deve-se explorar melhor tais recursos, utilizar como agente facilitador do processo de aprendizagem.

A aplicação da atividade 1, em que foi utilizado o aplicativo Geogebra, teve boa aceitação pelos alunos, visto que o uso da tecnologia é uma área que chama muito a atenção dos jovens. Foi gratificante presenciar as construções e descobertas feitas pelos alunos, onde puderam exergar relações e propriedades, em que seria mais dificultada em um ensino tradicional.

Com a utilização do aplicativo Geogebra, pode-se perceber algumas distorções quanto ao entendimento dos alunos sobre gráfico de uma função quadrática, mas que foram compreendidas através dos debates, pesquisas e o uso dos recursos do aplicativo.

Da atividade 2 sobre máximos e mínimos de funções quadráticas pudemos perceber a dificuldade dos alunos em sair do abstrato para o concreto. Porém, com a utilização de materiais concretos e a aplicação de uma metodologia híbrida, ficou evidente a aquisição da aprendizagem por parte dos discentes. Estimular a autonomia do aluno foi um desafio encontrado, visto a dependência de uma educação tradicional. No entanto, inovar e ver os resultados é incomensurável.

Foi possível explorar nesta pesquisa os conteúdos trazidos nos questionários sobre funções quadráticas de forma mais consistente e exploratória, sendo o Ensino Híbrido um diferencial no processo de autonomia do aluno, trazendo a tecnologia como aliada na aprendizagem dos estudantes.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi relevante para alunos, para o pesquisador, como também para outros professores que venham a se interessar a aplicar a metodologia de Ensino Híbrido. Nos encontros promovidos pela pesquisa pudemos perceber uma boa interação entre os alunos, onde puderam compartilhar informações, bem como entre o professor e os alunos, pois fica mais clara a real dificuldade com os conteúdos trabalhados.

Não é difícil encontrarmos professores saturados, tanto pela carga horária exaustiva, como pelas inúmeras cobranças do sistema escolar. E, trazer uma metodologia diferente para a sala de aula requer tempo. A capacitação seria uma boa alternativa, visto que pode levar o professor a uma visão didática diferenciada, para assim poder trabalhar os conteúdos em sala de forma a amplificar as habilidades dos estudantes.

Foi perceptível a motivação dos alunos na aplicação da metodologia de Ensino Híbrido com a utilização de recursos tecnológicos, principalmente com a utilização de material concreto. Fugindo um pouco do modelo quadro e giz o aluno mostrou-se mais atento e interessado no aprendizado do conteúdo. Segundo Moran e Bacich (2015, p. 22), ‘híbrido é um conceito rico, apropriado e complicado. Tudo pode ser misturado, combinado, e podemos, com os mesmos ingredientes, preparar diversos “pratos”, com sabores muito diferentes’.

Após a realização deste trabalho ficou evidente a importância do professor no processo de ensino-aprendizagem. As metodologias ativas não excluem o professor do processo de ensino, mas o transferem para uma função de mediador.

É notória a motivação do professor, ao ver o engajamento dos alunos nas atividades propostas. A aplicação da metodologia Híbrida de forma interdisciplinar abre um leque ainda maior para o campo da aprendizagem, podendo ser estudada mais a fundo em outro trabalho de pesquisa.

Utilizar a metodologia do ensino híbrido não foi tarefa fácil, visto que o aluno já está acostumado ao ensino tradicional, não é fácil transpor a barreira do novo, nem para professor nem para o aluno. Mas foi gratificante comprovar que o uso da metodologia é possível. Fazer do aluno protagonista, deixar o aluno assumir mais o controle sobre seu aprendizado, com uma aprendizagem menos centrada no professor (Mattar, 2017, p. 29), é algo inovador e incrível.

É possível, a partir dessa pesquisa, pensar em uma aplicação do Ensino Híbrido no estudo de outras funções, com o estudo da Geometria, ou mesmo utilizar outros aplicativos

como o winplot³ no estudo de funções quadráticas. As ideias, surgem a todo instante, cabe ao professor planejá-las bem e executá-las, pois sem um bom planejamento a chance de insucesso aumenta. Para Luckesi (1992, p.121) “planejar é um conjunto de ações coordenadas visando atingir os resultados previstos de forma mais eficiente e econômica”.

Como sugestão, seria muito interessante uma pesquisa com funções exponenciais e a utilização do aplicativo Geogebra aliada ao Ensino Híbrido, pois diversas áreas das ciências utilizam os conhecimentos das funções exponenciais como: biologia, medicina, geografia, engenharia, computação, entre outras.

A gama de possibilidades de aplicação do Ensino Híbrido nos diversos ramos das ciências nos faz pensar nas próximas aplicações e nos remete a melhorias e incrementações nas metodologias aplicadas na pesquisa, onde o pesquisador pode fazer toda a diferença na vida de diversos estudantes.

Este trabalho não serviu apenas de aprendizado para os alunos, mas para que todos os professores possam refletir, que a educação não é estática, que sempre podemos inovar, e que cabe a cada professor fazer o melhor para que sua prática seja repensada e adequada a cada turma. E que, além disso, as metodologias ativas são perfeitamente aplicáveis a qualquer assunto e qualquer disciplina.

³ Aplicativo utilizado para construção de gráficos de funções. Pode ser baixado no site <https://winplot.softonic.com.br/>.

REFERÊNCIAS

BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (org). **Ensino Híbrido: personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso. 2015.

AZEVEDO, Rodrigo. **A história da Educação no Brasil: uma longa jornada rumo à universalização**. Gazeta do Povo, 2018. Disponível em < <https://www.gazetadopovo.com.br/educacao/a-historia-da-educacao-no-brasil-uma-longa-jornada-rumo-a-universalizacao-84npcihyra8yzs2j8nnqn8d91/>>. Acesso em: 02 set. 2020.

VIANA, M. A. P. Internet na Educação: Novas formas de aprender, necessidades e competências no fazer pedagógico. In: MERCADO, L. P. L. (Org.) **Tendências na utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação**. Maceió: EDUFAL, 2004. 228p.

SILVA, Circe Mary da Silva. **A faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Usp e a formação de professores de Matemática**. Disponível em: < http://23reuniao.anped.org.br/textos/1925p_poster.PDF > Acesso em 01 set. 2020.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique, 1991.

LEWIN, K. Pesquisa-ação e problemas de minoria. **Jornal de questões sociais**, n. 2, p. 34-36, 1946.

MORAN, J. M. (2015). **Mudando a educação com metodologias ativas**. Acesso em 16 de janeiro de 2019, disponível em eca.usp.br: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf

ALMEIDA, M. E. B., & Valente, J. A. (2012). **Integração currículo e tecnologias e a produção de narrativas digitais**. Currículo Sem Fronteiras, 12(3), 57-82. Disponível em: <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol12iss3articles/almeida-valente.pdf>.

VALENTE, J. A. **Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida**. Educar em Revista, Curitiba, n. 4, p. 79-97, 2014.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

MATTAR, JOÃO. **Metodologias ativas: para a educação presencial, *blended* e a distância**. 1ª ed. São Paulo: Artesanato Educacional, 2017.

LÉVY, Pierrel. **Cibercultura**, Trad. Carlos Irineu da Costa, 1ª edição, 1ª Reimpressão, São Paulo: Editora 34, 1999.

MORAN, José Manuel. BACICH, Lilian. **Aprender e ensinar com foco na educação híbrida**. Disponível em <http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2015/07/hibrida.pdf>. Acesso em 16/07/2020.

GRAHAM, Charles. **Blended learning systems: definition, current trends, and future directions**. In: BONK, Curtis; GRAHAM, Charles., eds. The handbook of blended learning: global perspectives, local designs. San Francisco: John Wiley & Sons, 2006. Cap. 1, p.3-21. Disponível em: http://www.publicationshare.com/graham_intro.pdf Acesso em: jul. 2020.

DORIGO, Márcio. **Função quadrática: um estudo sobre as representações gráficas**. PUC/SP, 2006. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/singlefile.php?cid=80&lid=2799. Acesso em: 03/11/20.

COSTA, A.C. **Conhecimentos dos Estudantes Universitários sobre o Conceito de Função**. Dissertação de Mestrado.PUC: SP, 2004.

SÁ, P. F. et al. **A Construção do Conceito de Função: Alguns dados históricos**. Traços, Belém, v. 6, n. 11, p.81- 94, 2003.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007, 207 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações: volume 1 e 2.** São Paulo: Ática, 2017.

SMOLE, Kátia Stocco . DINIZ, Maria Ignez. **Matemática para o ensino médio.** 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010. Vol 1.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base.** Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância.** 8ª edição, Campinas: Papirus, 2003.

PEREIRA, Thales de Lélis Martins. Dissertação de mestrado. **O uso do software GeogGebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio.** Juiz de Fora/MG. Setembro de 2012. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/mestradoedumat/wp-content/uploads/sites/134/2011/05/DISSERTA%C3%87%C3%83O-Thales-de-Lelis-N.pdf>. Acesso em: 13 de novembro de 2020.

GERÔNIMO, João Roberto; BARROS, Rui Marcos de Oliveira; FRANCO, Valdeni Soliani. **Geometria euclidiana – um estudo com o software GeoGebra.** Maringá: EDUEM, 2010.

MOURA, Mary Jones Ferreira de. **O Ensino de História e as Novas Tecnologias: da reflexão à ação pedagógica.** In: ANPUH, XXV Simpósio Nacional de História, Fortaleza, 2009.

MORAN, José Manuel. **Educação Híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje.** In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (orgs.). Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015, p. 27-45.

VALENTE, José Armando. Prefácio. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (orgs.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação.** Porto Alegre: Penso, 2015, p. 13-17.

BONA, B. O. **Análise de softwares educativos para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Unidade Universitária de Carazinho - Carazinho, RS –

Brasil, 2009, p. 36. Disponível em:

http://www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/Artigo_ID71/v4_n1_a2009.pdf

BONILLA, M.H.S. **Concepções do Uso do Computador na Educação**. São Paulo: Espaços da Escola, 1995.

DEMARTINI, Wanderson. **As funções em diferentes contextos: uma investigação nos livros didáticos do ensino médio**, 2017. Disponível em: <
<https://riuni.unisul.br/handle/12345/4475>>, acesso em 20 de set. 2020.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996, P. 29-47.

FREIRE, Paulo. **Extensão ou comunicação?** 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

LÉVY, Pierre. **O Que é Virtual?**. Rio: Editora 34. 1996.

PIAGET, J. (1990). **Seis Estudos de Psicologia** (N.C. Pereira, trad.). Lisboa: Publicações D. Quixote.

LUCKESI, C.C. **Planejamento e Avaliação escolar: articulação e necessária determinação ideológica**. In: BORGES, S.A. O diretor articulador do projeto da escola. Revista Ideia 15. São Paulo: FDE, 1992.

APÊNDICE A – Termo de consentimento da instituição de ensino para a realização das atividades.

CONSENTIMENTO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PARA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES.

Eu _____, matrícula: _____, Gestora da EREM Nicanor Souto Maior, situado à Rua Carlos Laet, S/N, em Caruaru, Pernambuco, autorizo o Professor de Matemática, desta unidade de ensino, Edson Monteiro de Oliveira Junior a desenvolver atividades, na turma do 2º ano B do ensino Médio que resultará na dissertação para conclusão do mestrado PPGECIM/UFAL.

Caruaru, 04 de novembro de 2019.

CONSENTIMENTO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PARA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES.

Eu _____, matrícula: _____, Gestor da Escola Estadual Claudizete Lima Eleutério, situado ao Conjunto Guriatã S/N, Mario Mafra, Brasil Novo, em Rio Largo, Alagoas, autorizo o Professor de Matemática, desta unidade de ensino, Edson Monteiro de Oliveira Junior a desenvolver atividades, na turma do 9º ano B do ensino Fundamental que resultará na dissertação para conclusão do mestrado PPGECIM/UFAL.

Rio Largo, 01 de novembro de 2019.

APÊNDICE B – Avaliação Diagnóstica aplicada com os alunos antes da produção das sequências didáticas

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Informações para o(a) participante voluntário(a):

Você está convidado(a) a responder este questionário anônimo que faz parte da coleta de dados da pesquisa **O uso das tecnologias digitais e o ensino híbrido no estudo da função quadrática**, sob responsabilidade do(a) pesquisador(a) **Edson Monteiro de Oliveira Junior, aluno do PPGEICIM/UFAL**.

Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos: a) você é livre para, a qualquer momento, recusar-se a responder às perguntas que lhe ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) você pode deixar de participar da pesquisa e não precisa apresentar justificativas para isso; c) sua identidade será mantida em sigilo; d) caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

QUESTIONÁRIO:

1. Sexo: () Masculino () Feminino

2. Escola: _____

3. Município: _____

4. Idade: _____

5. Você sabe o que é uma função?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim Não

Justifique:

8. Você sabe onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia?

9. Você sabe quais os coeficientes da função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais são os coeficientes da função quadrática.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

Sim Não

Em caso afirmativo, justifique.

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

Sim Não

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

APÊNDICE C – Primeiro questionário de aplicação com Ensino Híbrido. Utilização do aplicativo Geogebra.

GRÁFICOS COM FUNÇÃO QUADRÁTICA

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$);
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$);
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$);
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$);
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$);
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$);

2) Agora siga os comandos das questões no Geogebra.

2.1 Tracem, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 - 2x + c, \text{ com:}$$

$$c = -3, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 4.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ?
- b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?
- c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?
- d) Para que valores de c f admite uma raiz real?
- e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b ?

- 2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.
- Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?
 - Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.
- 2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau $f(x) = ax^2 - 3$, com:
- $a = -2$, $a = -1$, $a = 1$ e $a = 2$.
- Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?
 - O que acontece quando $a = 0$?
 - O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?
 - Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?
- 2.5- Repita a atividade anterior, respondendo as mesmas questões, para $f(x) = ax^2 - 2x - 3$, com: $a = -2$, $a = 1$ e $a = 2$.

APÊNDICE D – Segundo questionário de aplicação com Ensino Híbrido. Utilização de máximos e mínimos de função quadrática.

MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

- 1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.
 - a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.
 - b) Qual o valor do perímetro de cada um?
 - c) Qual deles possui maior área?
 - d) Qual o algoritmo que define a área máxima?
 - e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

- 2) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

ANEXO A – Respostas dos alunos ao questionário diagnóstico.

Traremos nesse anexo os recortes das respostas dos alunos ao questionário diagnóstico.

1. Sexo: () Masculino Feminino

2. Escola: Escola Nicomac São João

3. Município: Loandum

4. Idade: 16 anos

1. Sexo: () Masculino Feminino

2. Escola: Escola Estadual Prof.º Claudete Lima Elétrico

3. Município: Rio Largo

4. Idade: 14

5. Você sabe o que é uma função?

() Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

5. Você sabe o que é uma função?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Uma conta que o resultado de x e y é variável.

5. Você sabe o que é uma função?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Uma fórmula obtida na substituição dos valores para descobrir o x e o y .

5. Você sabe o que é uma função?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Conta onde o resultado depende do valor atribuído ao x

5. Você sabe o que é uma função?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Retornar o valor do inteiro

5. Você sabe o que é uma função?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Não sei explicar

5. Você sabe o que é uma função?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

Eu sei, mas não sei explicar

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

() Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

() Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

Não sei explicar

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

não sei explicar

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

É uma função com equação do segundo grau.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

Mesmo coisa que uma função mas que tem o utilização de um número ao quadrado.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

Função com o x ao quadrado.

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Acho valores, ter conhecimentos

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Não sei explicar

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Todo assunto dado em sala de aula é importante

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Porque elas têm a sua relevância

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Porque tem grande importância na matemática

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

O estudo é importante, pois o assunto é encontrado nos vestibulares.

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Sim, pois é simples e usado em várias situações do futuro.

7. Você considera o estudo das funções importante?

Sim () Não

Justifique:

Pois é conteúdo de vestibulares e outras provas externas.

8. Você sabe onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia?

Não

8. Você sabe onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia?

Não possui tal conhecimento.

8. Você sabe onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia?

Não sei

9. Você sabe quais os coeficientes da função quadrática?

() Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais são os coeficientes da função quadrática.

9. Você sabe quais os coeficientes da função quadrática?

() Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais são os coeficientes da função quadrática.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

() Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

Sim () Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

Se o valor for positivo o vértice fica pra cima, se o valor for negativo o vértice fica pra baixo.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

Sim () Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

Se for negativo o gráfico fica em seu ponto
central negativo e se for positivo fica positivo.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

() Sim Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

Sim () Não

Em caso afirmativo, justifique.

$ax^2 \rightarrow$ Não precisa aparecer a letra "a"
 $bx \rightarrow$ Tem que aparecer, o b não fica sozinho

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

() Sim Não

Em caso afirmativo, justifique.

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

Sim () Não

Em caso afirmativo, justifique.

Dependente - ax^2 e bx
Independente - c

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

Sim () Não

Em caso afirmativo, justifique.

Provavelmente a e b são variáveis e c é independente

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

Sim () Não

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

Sim () Não

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

() Sim () Não

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

() Sim () Não

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

() Sim () Não

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?

Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

É um aplicativo útil e rápido, apenas com os dados, o Geogebra constrói o gráfico.

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?
 Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

Completado pois eu não possuía conhecimento
Computador para usá-lo

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?
() Sim Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?
() Sim Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

ANEXO B – Respostas dos alunos ao segundo questionário (Ensino Híbrido aplicado a análise dos gráficos com o auxílio do Geogebra).

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$);
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$);
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$);
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$);
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$);
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$);

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$); $(0,208\dots, 0), (4,79\dots, 0)$
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$); ?
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$); $(-2, 0)$
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$); $(-2, 0), (0)$
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$); $(0, 828\dots, 0), (4,828\dots, 0)$
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$); $(-2,791\dots, 0), (1,791\dots, 0)$

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$); $x' = 4,79, x'' = 0,20$
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$); não existe
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$); $x' = -2, x'' = -2$
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$); $x' = 1, x'' = 1$
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$); $x' = -2, x'' = -2$
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$); não existe

$\Delta = b^2 - 4 \cdot ac$ $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$ $\Delta = 25 - 4$ $\Delta = 21$	$A = 1$ $B = -5$ $C = 1$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 1}$ $x' = \frac{5 + 4,5}{2}$ $x' = \frac{9,5}{2}$ $x' = 4,75$ $x'' = 2,75$
---	--------------------------	---

QUESTIONÁRIO 2 – FUNÇÃO QUADRÁTICA

2) Agora siga os comandos das questões no geogebra.

2.1 Tracem, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 - 2x + c, \text{ com:}$$

$$c = -3, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 4.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ? *Os vértices estão passando de -4 para 4 no eixo y*
- b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ? *-4, -1, 0, 3*
- c) Para que valores de c f admite duas raízes reais? *$c = -3$ e $c = -2$*
- d) Para que valores de c f admite uma raiz real? *$c = 0$*
- e) Para que valores de c f não admitem raízes reais? *$c = 4$*

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ? *$c = -3$ vértice (1, -4); $c = 0$ vértice (1, 0); $c = 1$ vértice (1, 1); $c = 4$ vértice (1, 3)*
- b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ? *-3, 0, 1, 4*
- c) Para que valores de c f admite duas raízes reais? *-3, 0*
- d) Para que valores de c f admite uma raiz real? *1*
- e) Para que valores de c f não admitem raízes reais? *4*

$$x^2 - 2x - 3$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \quad \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \quad \frac{2 \pm 4}{2} \quad \left[\begin{array}{l} 6/2 = 3 \\ -2/2 = -1 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 2x + 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{2 \pm 2}{2} \quad \left[\begin{array}{l} 4/2 = 2 \\ 0/2 = 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \quad \left[\begin{array}{l} 2/2 = 1 \\ 2/2 = 1 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 2x + 4$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4-16}}{2} \quad \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ?

suas raízes mudaram

b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?

0, 3, 4, -3

c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?

0 e -3

d) Para que valores de c f admite uma raiz real?

↓

e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

4

2.1 Tracem, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 - 2x + c, \text{ com:}$$

$$c = -3, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 4.$$

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ?

Muda o local que a parábola toca no eixo y

b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?

$$-3, 0, 1 \text{ e } 4$$

c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?

$$c = -3 \text{ e } 0$$

d) Para que valores de c f admite uma raiz real?

$$c = 1$$

e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

$$c = 4$$

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ? *Eles foram diminuindo, e as raízes foram mudadas.*

b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?

$$4, 0, 1 \text{ e } -3$$

c) Para que valores de c f admite duas raízes reais? *-3 e 0.*

d) Para que valores de c f admite uma raiz real? *1.*

e) Para que valores de c f não admitem raízes reais? *4.*

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b ? *Muda a intersecção com o eixo y em -3, -2 e -1*

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

$$b = -0,5, 4,5 \quad y = -3$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b?

Não há alteração no eixo y

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b? *Todos intersectam*

o eixo y em -3, -2 e -1

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b?

Todos tem interseção de y no ponto (0, -3)

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b?

A parábola se movimenta no plano cartesiano

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b ? *ficam mudando de eixo, e não deixam de tocar no x.*

2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?

uma parábola

b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.



2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?

$$b=0 \quad v_y=0, \quad b>0 \quad v_y=\pm 0,5, \quad b<0 \quad v_y=\pm 0,5$$

b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.

2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

Os pontos mudam

a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?

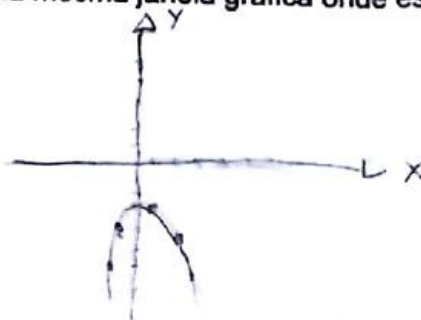
curva parabólica

b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.



2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

- a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?
uma parábola com "a" negativo
- b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.



2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

- a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?
Curva lateral. A está negativo
- b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.



2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau $f(x) = ax^2 - 3$, com:

$a = -2$, $a = -1$, $a = 1$ e $a = 2$.

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?
Os vértices estão no -3 do eixo y, nos números negativos
- b) O que acontece quando $a = 0$?
*devem a mesma coisa mas baixo
 Uma linha reta, tocando apenas no -3 do eixo y*
- c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?
Sim
- d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?

2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau
 $f(x) = ax^2 - 3$, com:

$$a = -2, a = -1, a = 1 \text{ e } a = 2.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?
os vértices estão no -3 do eixo y, os números negativos deixam a parábola para baixo.

b) O que acontece quando $a = 0$?
vira uma linha reta

c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?

Sim

d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?

2.4-

Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau
 $f(x) = ax^2 - 3$, com:

$$a = -2, a = -1, a = 1 \text{ e } a = 2.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?
Já os estão no -3 do eixo y, os números negativos deixam a parábola para baixo e os positivos para cima.

b) O que acontece quando $a = 0$?
vira uma linha reta, tocando apenas no -3 do eixo y

c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?
Sim.

d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?

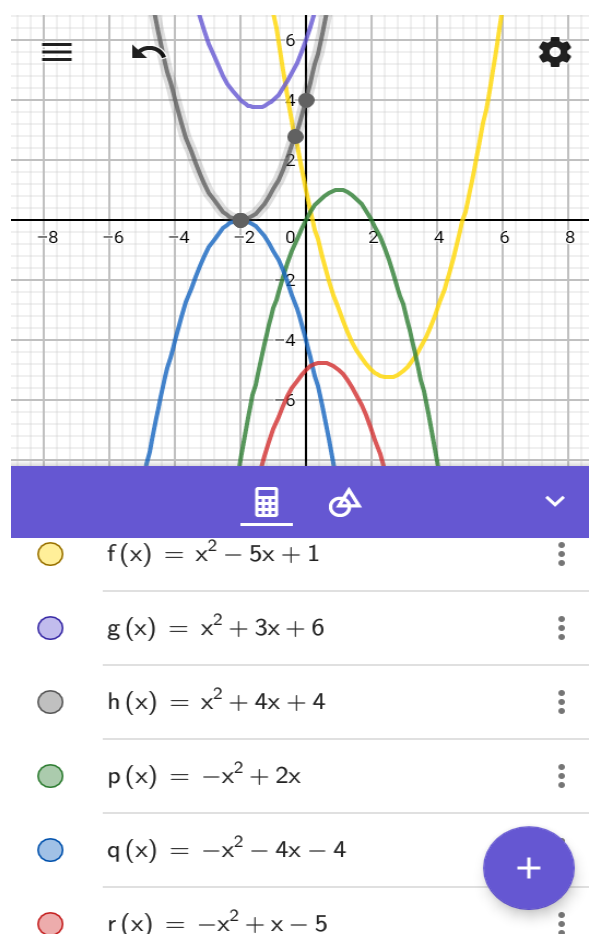
2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau
 $f(x) = ax^2 - 3$, com:

$$a = -2, a = -1, a = 1 \text{ e } a = 2.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?
A parábola se comprime e estende à frente ao contrário
- b) O que acontece quando $a = 0$?
Não tem mais parábola e sim uma reta, ou seja uma função de 1º grau.
- c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?
Sim
- d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?
não tem

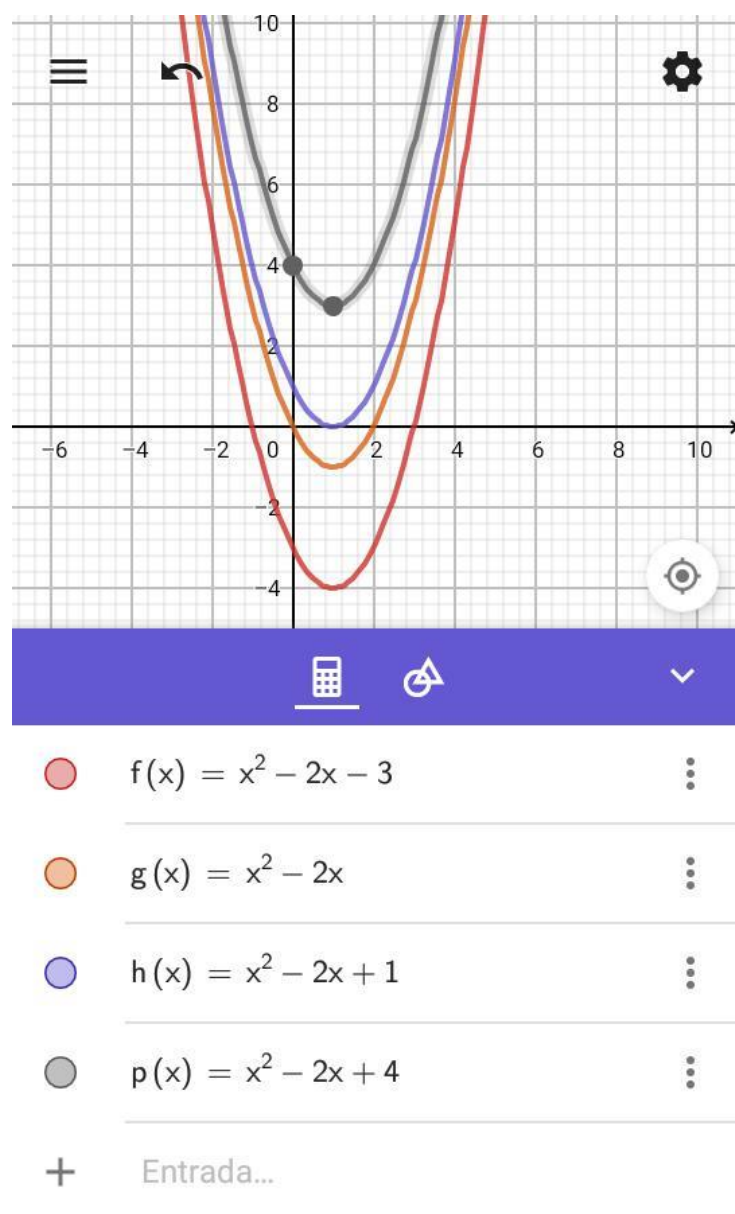
ANEXO C – Construções de gráficos de funções feitas pelos alunos com o Geogebra.

Figura 21 - plano com vários gráficos



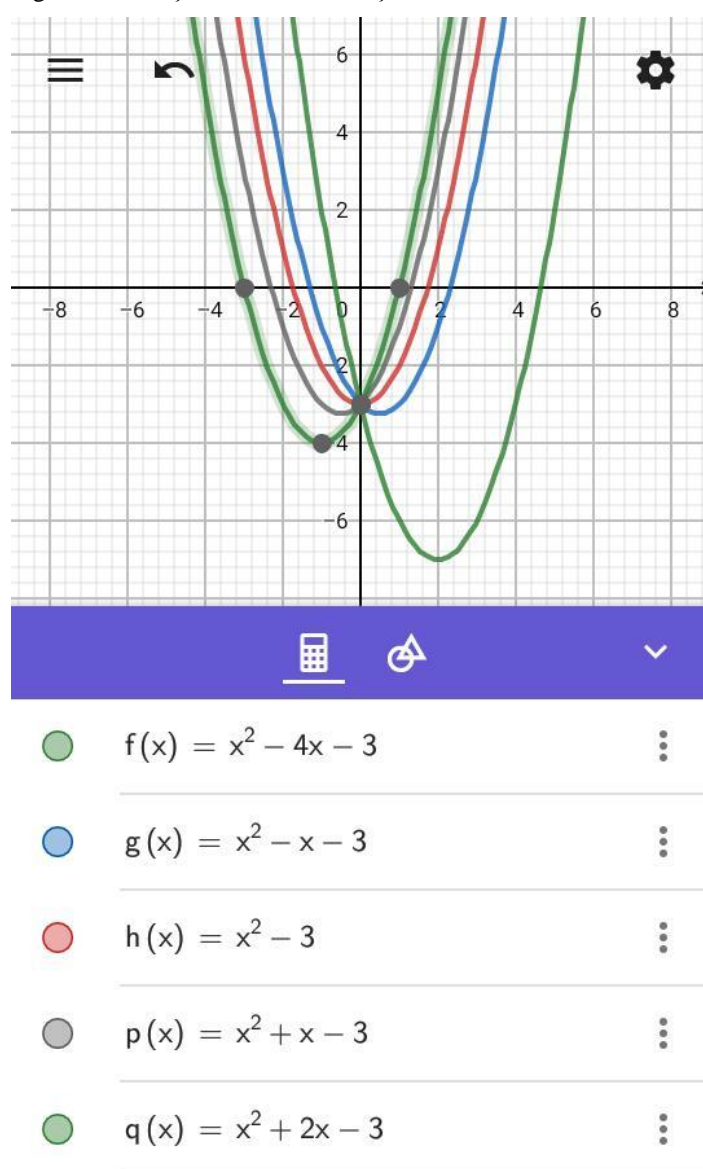
Fonte: Autor do trabalho, 2020

Figura 22 - função fixa com alteração do termo independente



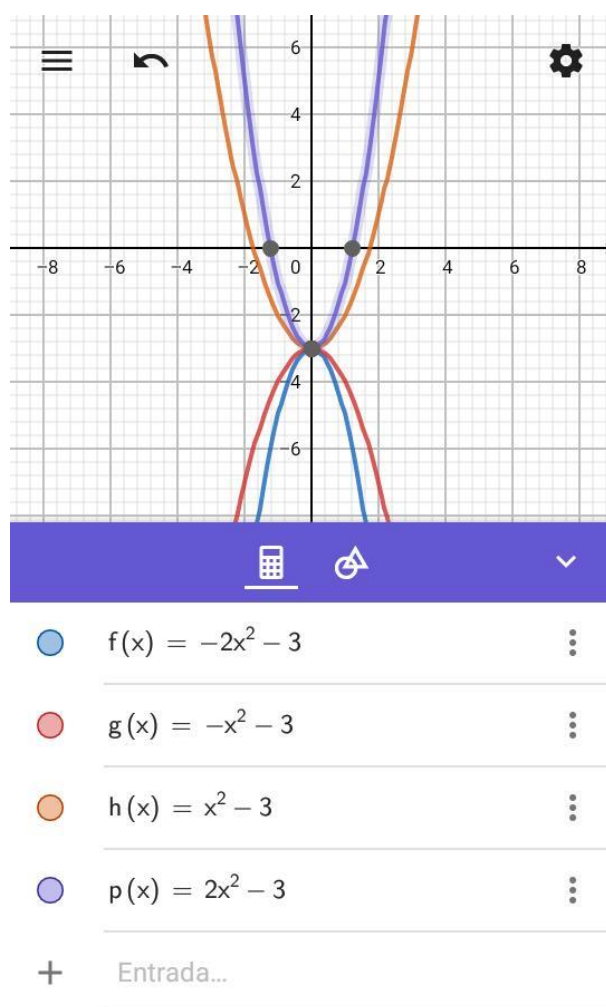
Fonte: Autor do trabalho, 2020

Figura 23 - função fixa com alteração do coeficiente “b”.



Fonte: Autor do trabalho, 2020

Figura 24 - função fixa com alteração do coeficiente “a”.

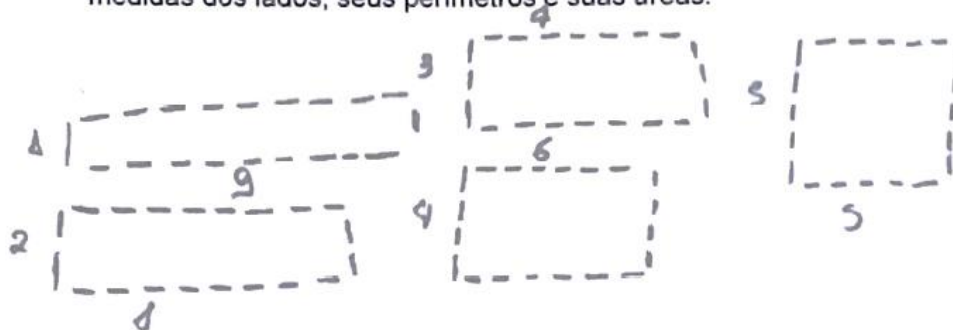


Fonte: Autor do trabalho, 2020

ANEXO D – Respostas dos alunos ao terceiro questionário (Ensino Híbrido aplicado a máximos e mínimos de função quadrática).

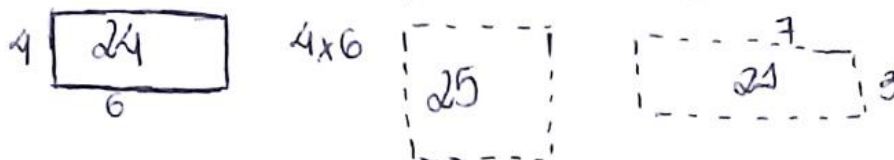
1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.

a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.



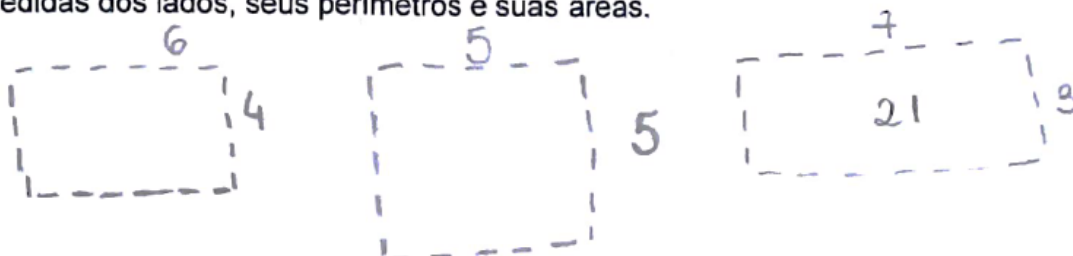
1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.

a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.



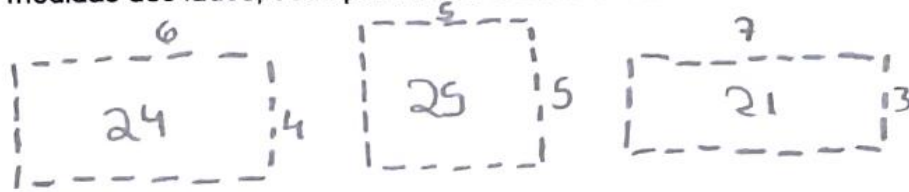
1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.

a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.



1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.

a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.



b) Qual o valor do perímetro de cada um?

20 palitos

c) Qual deles possui maior área?

$5 \times 5 = 5 \cdot 5 = 25$ palitos

b) Qual o valor do perímetro de cada um?

20 palitos



c) Qual deles possui maior área?

5×5 palitos = 25

d) Qual o algoritmo que define a área máxima?

$$-A = -x^2 + 10x$$

d) Qual o algoritmo que define a área máxima?

$$A = -x^2 + 10x$$

$$20 = 2x + 2y$$

$$A = x \cdot y$$

$$20 - 2x = 2y$$

$$y = 10 - x$$

$$A = x \cdot (10 - x)$$

$$A = 10x - x^2$$

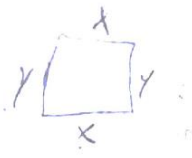
d) Qual o algoritmo que define a área máxima?

$$\begin{aligned}
 20 &= 2x + 2y \\
 A &= x \cdot y \\
 20 - 2x &= 2y \\
 y &= 10 - x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= x(10 - x) \\
 A &= 10x - x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 100 - 4x - 100 \\
 A - 100 &= -25 \\
 4a &= -4
 \end{aligned}$$

$\frac{-10}{-2}$ **X VERTICE**
 $\frac{-10}{-2}$ **X VERTICE**
 $\frac{-10}{-2}$ **X VERTICE**



$$A = x \cdot y$$

$$\begin{aligned}
 A &= 2x + 2y \\
 20 &= 2x + 2y \\
 20 - 2x &= 2y \\
 y &= 10 - x
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 1 \begin{cases} 20 = 2x + 2y \\ A = x \cdot y \end{cases} \\
 2 \begin{cases} 20 - 2x = 2y \\ y = 10 - x \end{cases} \\
 3 \begin{cases} A = x(10 - x) \\ A = 10x - x^2 \end{cases}
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= 100 - 4x - 100 \\
 Y \text{ VERTICE} \\
 \frac{-A}{4a} &= \frac{-100 - 25}{-4}
 \end{aligned}$$

$\frac{-10}{-2}$
X VERTICE
 5

e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-10}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \\
 y &= 10 - x \\
 y &= 10 - 5 = 5 \\
 A &= x \cdot y \\
 A &= 5 \cdot 5 = 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\
 \Delta &= 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 100 \\
 \Delta &= 100 + 400 \\
 \Delta &= 500
 \end{aligned}$$

e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

5 de lado e 25 de área

e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

5 de lado e 25 de área

$$\Delta y = \frac{-\Delta}{4a} \quad x = \frac{-b}{2a}$$

2) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

$$V_y = \frac{-\Delta}{4a} \quad V_x = \frac{-b}{2a}$$

$$V_y = \frac{-(6400 - 12000)}{4} = \frac{-(-5600)}{4} = \frac{5600}{4} = 1400 \text{ custo}$$

$$V_x = \frac{80}{2} = 40 \text{ unidades}$$

2) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

$$V_y = \frac{-\Delta}{4a} \quad V_x = \frac{-b}{2a}$$

$$V_y = \frac{-(6400 - 12000)}{4} = \frac{-(-5600)}{4} = \frac{5600}{4} = 1400 \text{ custo}$$

$$V_x = \frac{80}{2} = 40 \text{ unidades}$$

2) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

$$x = \frac{-b}{4 \cdot a} = x = \frac{+80}{4 \cdot 1} = \frac{80}{4} = 20$$

$$y = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-5600}{4 \cdot 1} = -1400$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 20 \\ \hline 40 \\ 6400 \\ 6400 \end{array}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 80^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3000$$

$$\Delta = 6400 - 12000$$

$$\Delta = -5600$$

ANEXO E – Produto Educacional

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR

**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
UTILIZANDO UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO COM O GEOGEBRA**

Maceió
2020

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR

**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
UTILIZANDO UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO COM O GEOGEBRA**

Produto Educacional desenvolvido sob orientação do Prof. Dr. Amauri da Silva Barros e apresentado à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Ensino de Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
Coorientador: Prof. Dr. Givaldo O. dos Santos

Maceió
2020

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1787

O48p Oliveira Júnior, Edson Monteiro de.
Uma proposta híbrida de ensino para o estudo da função quadrática / Edson Monteiro de Oliveira Júnior. – 2021.
114, 34 f. : il. color.

Orientador: Amauri da Silva Barros.
Co-orientador: Givaldo O. dos Santos.
Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Maceió, 2020.
Produto educacional: Estudo da função quadrática: uma sequência didática utilizando uma proposta híbrida de ensino com o Geogebra.

Bibliografia: f. 78-81.
Apêndices: 82-88.
Anexos: f. 89-114, 1-34.

1. Ensino de matemática. 2. Ensino híbrido. 3. Metodologias ativas de aprendizagem. 4. Geogebra (Software). I. Título.


CDU: 511.55

EDSON MONTEIRO DE OLIVEIRA JUNIOR


**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
UTILIZANDO UMA PROPOSTA HÍBRIDA DE ENSINO COM O GEOGEBRA**

Produto Educacional submetido ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas, aprovado em 18 de novembro de 2020.


Banca Examinadora:



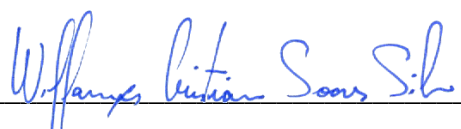
Prof. Dr. Amauri da Silva Barros (orientador)
Universidade Federal de Alagoas – IM



Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos (coorientador)
Instituto Federal de Alagoas – Unidade Maceió



Prof. Dr. José da Silva Barros (membro externo)
Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca



Prof. Dr. Willamys Cristiano Soares Silva (membro externo)
Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	5
1. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA.....	7
1.1 Apresentação do software Geogebra	8
1.2 Descrição das etapas da sequência didática.....	22
1.3 Sugestão de questionário diagnóstico.....	23
1.4 Etapas da sequência didática	25
1.4.1 Primeira etapa – Aplicação de questionário com uso do aplicativo Geogebra.....	25
1.4.2 Segunda etapa – Aplicação do terceiro questionário: com utilização de material concreto	28
1.4.3 Sugestão de atividade de fixação.....	30
2. CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34

INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios da educação atual é trabalhar com um aluno normalmente proveniente de uma escola com aprendizagem transmissiva, centrada na figura do professor. Logo, este produto educacional, que serviu de base para uma dissertação de mestrado, tem como proposta a aplicação de uma sequência didática explorando as funções quadráticas utilizando a metodologia híbrida, mostrando que é possível conciliar o ensino tradicional com uma metodologia ativa.

Quando se trabalha com ensino apoiado à tecnologias digitais percebe-se que novas possibilidades se abrem. Em meio ao crescente uso das tecnologias digitais em sala de aula, este trabalho visou experimentar o Ensino Híbrido e o uso do aplicativo Geogebra como recursos auxiliares no processo de aprendizagem do estudo das funções quadráticas.

Daí, este trabalho vem servir a professores de diversas áreas, senão como aplicação direta, já que neste foi utilizado funções quadráticas, mas como exemplo para que possa adaptar a outras disciplinas e assuntos. Tendo como autonomia do aluno na construção de sua aprendizagem, um dos principais focos deste trabalho, o uso das metodologias ativas, saindo um pouco da didática tradicional de estudo.

O termo didática deriva do grego *didaktiké*, que tem o significado de arte do ensinar. Seu uso difundiu-se com o aparecimento da obra de Jan Amos Comenius (1592 – 1670, *Didactica Magna*, ou Tratado da arte universal de ensinar tudo a todos, publicada em 1657. Nos dias atuais, deparamo-nos com muitas definições diferentes de didática, mas quase todas apresentam-se como ciência, técnica ou arte de ensinar. (NOGUEIRA E OLIVEIRA, 2011, p.5)

Busca-se através desse trabalho ressignificar o objeto celular, tão significativo para os discentes. Diversas instituições de ensino já fazem uso do aparelho celular como forma de diário escolar, logo não está tão distante da realidade dos docentes, podendo perfeitamente ser utilizado com aplicativos educativos, pois quanto aos estudantes, em sua maioria, não haveria dificuldade de utilização.

A autonomia é obtida através de uma busca constante. Fazer do aluno protagonista de seu processo de ensino aprendizagem é a principal proposta do Ensino Híbrido.

O respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros. Precisamente porque éticos podemos desrespeitar a rigorosidade da ética e resvalar para a sua negação, por isso é imprescindível deixar claro que a possibilidade do desvio ético não pode receber outra designação senão a de transgressão. É nesse sentido que o professor autoritário, que por isso afoga a liberdade do educando, amesquinando o seu direito

de estar sendo curioso e inquieto. Saber que devo respeito à autonomia e à identidade do educando exige de mim uma prática em tudo coerente com este saber. (Freire,2000, p.66-67).

Segundo a fala de Paulo Freire (2000, p.66-67), não devemos ser autoritários, pois usurpa a chance da descoberta pelo aluno, mas devemos mostrar a importância, dar um significado ao que está sendo estudado, como a utilização de material concreto e a associação com problemas do nosso dia a dia, como os problemas sobre funções quadráticas utilizadas em nossos questionários.

1. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA

Nesta proposta apresenta-se uma sequência didática com a utilização da metodologia híbrida. A sequência visa colaborar com professores que pretendam experimentar o uso de metodologias ativas, visando agregar uma maior participação ativa do aluno nas aulas ou encontros.

É preciso coletar dados para assim poder compreender a real causa das dificuldades encontradas por alunos com respeito a aprendizagem da matemática. Com a sequência didática proposta, pode-se trazer uma resposta contundente sobre o ganho de aprendizagem pelo aluno.

Logo, após a aplicação do segundo questionário sobre gráficos de funções quadráticas, com a utilização do Geobebra, pode-se verificar se houve compreensão por parte do aluno quando as alterações causadas com as mudanças de coeficientes.

Fazer do aluno protagonista de seu aprendizado, sendo o professor mediador, intervindo quando necessário, é o foco de aplicação desta sequência. A escolha de bons materiais para que o aluno possa apreciar em casa também é de suma importância, como exemplo temos vídeo aulas, leituras de material em PDF ou mesmo cópias de materiais do assunto abordado.

Com o avanço da tecnologia os alunos que temos hoje possuem uma visão diferente do mundo e estão mais familiarizados com as tecnologias. Assim, o Ensino Híbrido surge como uma boa opção para o desenvolvimento da aprendizagem.

Híbrido significa misturado, mesclado, blended. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos. Esse processo, agora, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: é um ecossistema mais aberto e criativo. Podemos ensinar e aprender de inúmeras formas, em todos os momentos, em múltiplos espaços. Híbrido é um conceito rico, apropriado e complicado. Tudo pode ser misturado, combinado, e podemos, com os mesmos ingredientes, preparar diversos “pratos”, com sabores muito diferentes. [Moran e Bacich 2015, p. 22].

Pela fala de Moran e Bacich (2015) podemos trabalhar funções quadráticas dentro de uma metodologia híbrida ampliando ainda mais nossa capacidade de discutirmos e nos aprofundarmos no assunto. Assim, o desenvolvimento dessa sequência didática será desenvolvida dentro de tal metodologia.

Para Zabala (1998, p. 18) uma sequência é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Procuraremos

detalhar bem a aplicação dessa sequência para que professores não tenham dificuldade em aplicá-la.

1.1 Apresentação do software Geogebra

A informatização na educação já vem ocorrendo a um bom tempo, um leque de aplicativos para uso em sala de aula vem sendo desenvolvido, porém percebe-se a pouca utilização por parte dos professores.

É importante que professores conheçam as possibilidades que a tecnologia pode trazer para os conteúdos transmitidos em sala. As mídias digitais trazem um acervo carregado de imagens, que facilitam a compreensão, pois podem ajudar a dinamizar o processo de aprendizagem. Mas para isso é preciso que professor e aluno estejam atuantes, aliando a teoria e a prática.

A utilização das tecnologias no processo de aprendizagem não dispensa o uso dos recursos didáticos tradicionais, pois segundo LORENZATO (1991),

Os recursos interferem fortemente no processo de ensino e aprendizagem; o uso de qualquer recurso depende do conteúdo a ser ensinado, dos objetivos que se deseja atingir e da aprendizagem a ser desenvolvida, visto que a utilização de recursos didáticos facilita a observação e a análise de elementos fundamentais para o ensino experimental, contribuindo com o aluno na construção do conhecimento. (LORENZATO, 1991)

Mesmo com o uso de tecnologias o quadro branco e pincel, o livro didático e aula expositiva ainda tem seu lugar de importância, e podem estar alinhadas aos recursos tecnológicos mais atuais.

Para Moran “ensinar com as novas mídias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino, que mantêm distantes professores e alunos. Caso contrário, conseguiremos dar um verniz de modernidade, sem mexer no essencial”. (MORAN, 2000, p. 63)

Então, é preciso extrair o melhor do alinhamento entre as práticas docentes mais tecnológicas e mais tradicionais, e talvez a formação continuada seja o mais adequado para unir essas práticas.

Assim, o Geogebra se mostra como uma ótima opção de uso em diversas situações no ensino de uma matemática mais prática, visto que é um aplicativo gratuito, com vários recursos e podendo ser utilizado em várias plataformas, ainda podendo ser utilizado sem a

necessidade de internet. Este trabalho foi desenvolvido com a versão para *smartphones*, visto a facilidade de instalação em qualquer aparelho celular, tendo todos os alunos o aparelho.

Devido à grande quantidade de ferramentas para utilização em diversas áreas da matemática, o Geogebra é uma excelente alternativa no Ensino de matemática. Segundo Hohenwarter (2009, p. 6), seu criador, “o Geogebra é um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo”.

Agora apresentaremos as funções que usaremos no Geogebra, aplicativo que seria utilizado para melhor compreensão do estudo do gráfico da função quadrática. Iniciamos a apresentação com um passeio pela interface do aplicativo, mostrando alguns dos recursos e funcionalidades do programa. Nos atemos a explicar apenas as funcionalidades que iremos utilizar em nossa pesquisa.

Primeiramente mostraremos o passo-a-passo da instalação, seja na versão para *smartphone*, a escolhida para ser utilizada em nosso trabalho, ou a versão para computadores.

Na versão para *smartphone* a instalação pode ser realizada pelo aplicativo da loja, a depender do sistema. Se o sistema for o *android*⁴ o aplicativo se encontra na *playstore*⁵ por exemplo. No campo de busca da loja para encontrar basta digitar Calculadora Gráfica Geogebra, pois existem outras versões do aplicativo, e clicar em instalar, como na imagem abaixo.

⁴ Sistema operacional muito utilizado em dispositivos móveis.

⁵ Loja oficial de aplicativos para o sistema android.

Imagem 1 - Tela de instalação no aplicativo loja



Fonte: Play Store⁶, 2020.

Após a instalação aparecerá as opções abrir ou desinstalar o aplicativo, como consta na imagem abaixo. Ao clicar em abrir o aplicativo será iniciado.

Imagem 2 - Tela após a instalação

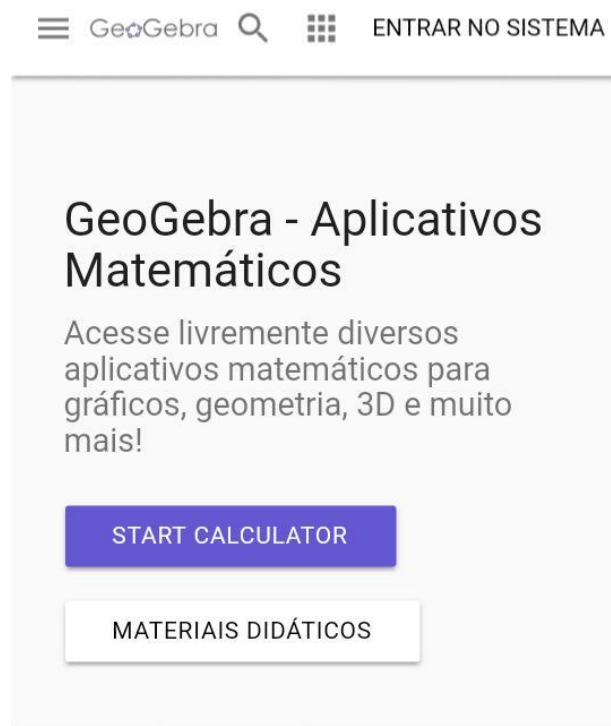


Fonte: Play Store, 2020.

⁶ Play Store é um serviço de distribuição digital de aplicativos, jogos, filmes, programas de televisão, músicas e livros, desenvolvido e operado pela Google.

Além da instalação pelo aplicativo loja do *smartphone*, há a possibilidade de instalação pelo site www.geogebra.org. Onde, há a possibilidade de execução do aplicativo sem a necessidade de instalação, apenas clicando em “start calculator”, como visto na imagem logo abaixo.

Imagem 3 - Tela de instalação pelo site.



Powerful Math Apps

Potência

Calculadora 3D

Calculadora CAS

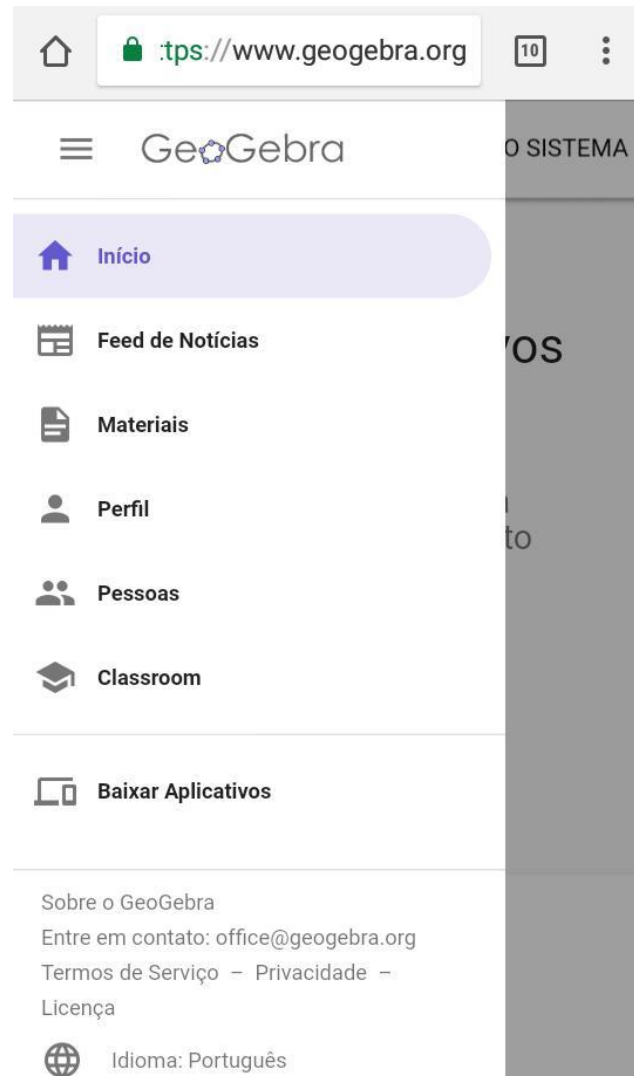
Fonte: Site do Geogebra, 2020.

Acessando o site www.geogebra.org pode-se baixar o aplicativo para se trabalhar de forma *offline*⁷, clicando no canto esquerdo em “baixar aplicativos”. Será aberta uma janela com algumas opções de aplicativos para baixar, deve-se escolher a opção “Calculadora

⁷ Sem que haja necessidade de estar conectado à internet.

Gráfica” e clicar em *download*. Ao clicar em *download* o site faz automaticamente a escolha do formato do arquivo, de acordo com a plataforma acessada, como segue nas duas imagens logo abaixo.

Imagem 4 - Tela de instalação pelo site.



Fonte: Site do Geogebra, 2020.

Imagem 5 - Tela de download pelo site, 2020.



The screenshot shows the top navigation bar of the GeoGebra website. It includes a home icon, a search bar with the URL <https://www.geogebra.org>, a notification icon with the number 10, and a menu icon. Below the navigation bar, there is a search icon, the GeoGebra logo, a magnifying glass icon, a grid icon, and a button labeled "ENTRAR NO SISTEMA".

Baixar Aplicativos GeoGebra

Aplicativos GeoGebra gratuitos para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux



Calculadora Gráfica
Desenhe gráficos e resolva equações com o nosso aplicativo gratuito

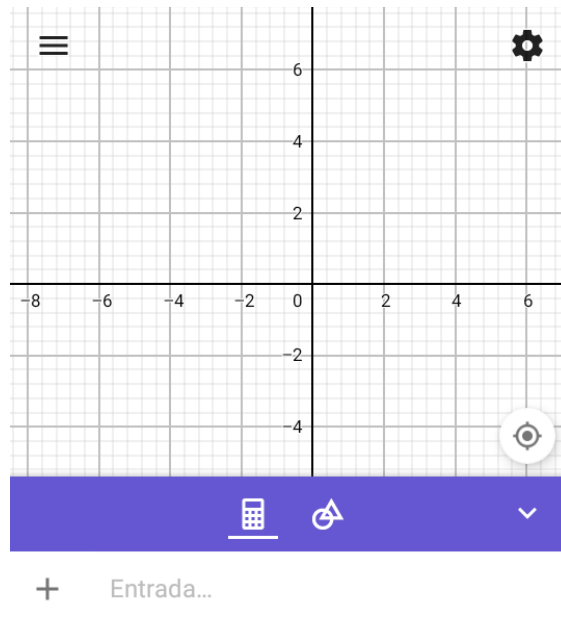
[DOWNLOAD](#) [INÍCIO](#)



Calculadora 3D
Represente funções 3D, superfícies e outros objetos em 3D com essa ferramenta

Fonte: Site do Geogebra,2020.

Imagem 6 - Interface inicial do Geogebra, 2020.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

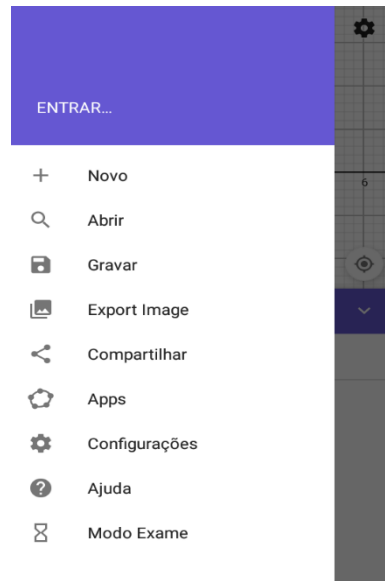
Na imagem 6 apresentamos a interface inicial do aplicativo. A seguir explicamos sobre cada ícone e função do aplicativo que iríamos utilizar.

Imagem 7 - Menu para salvar imagens.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

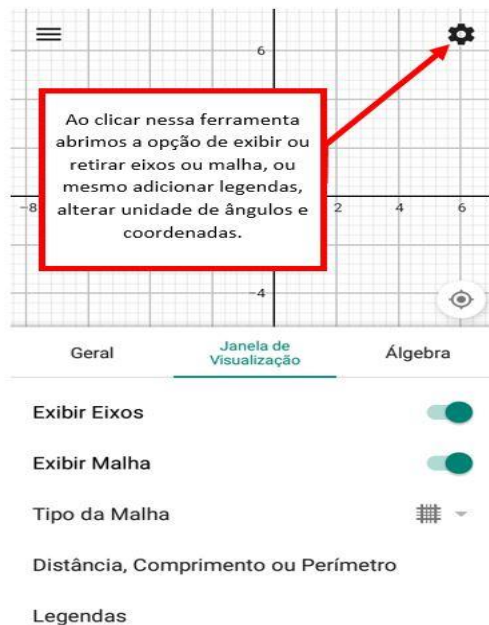
Imagem 8 - Abertura do menu para salvar imagens.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Nas imagens 7 e 8 temos a apresentação de um menu muito importante, menu de salvamento dos gráficos e figuras geométricas criadas. Podendo ainda o arquivo criado ser exportado como imagem para alguma rede social. Ainda no mesmo menu é possível iniciar um novo arquivo.

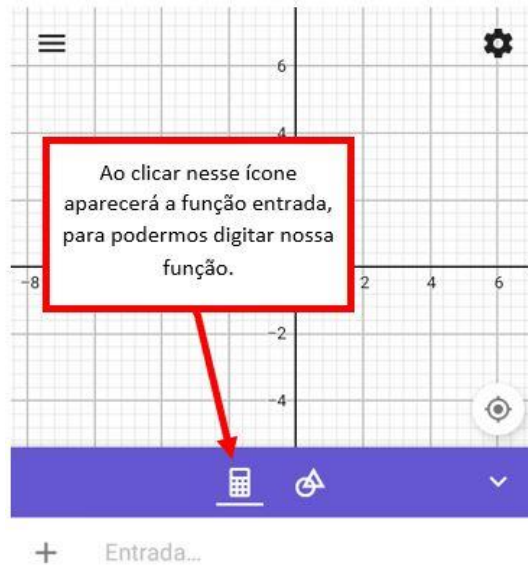
Imagem 9 - Menu para exibir malhas e eixos.



Fonte: Autor do trabalho, 2019

Na imagem 9 vemos que é possível exibir ou esconder os eixos, além de escolher o tipo de malha, inserir uma legenda, ou mesmo calcular distâncias, comprimentos ou perímetro. Logo abaixo, na imagem 10, veremos a função “Entrada”.

Imagem 10 - Função entrada.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

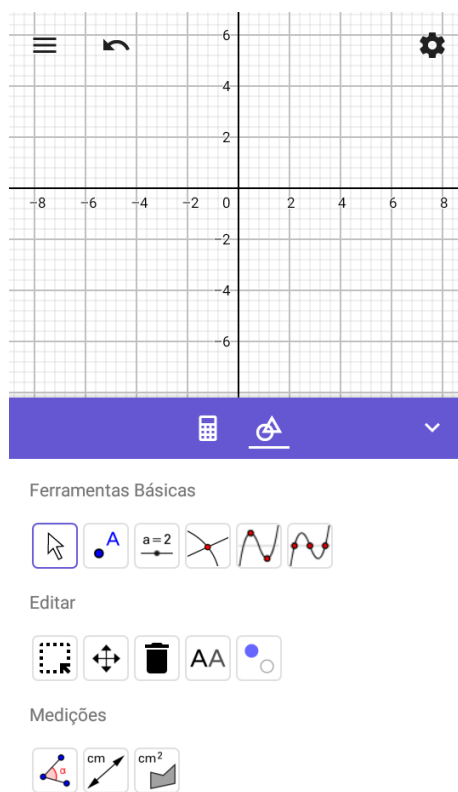
Ao clicar no ícone que lembra uma calculadora, como na imagem 10, teremos a abertura da função entrada, onde poderemos digitar as leis de formação das funções desejadas e obter seus respectivos gráficos. É possível digitar várias funções em um mesmo plano cartesiano, assim poder comparar as alterações nos gráficos a partir da mudança de coeficientes. Na imagem 11 veremos como acessar as ferramentas de desenho geométrico.

Imagem 11 - Ferramentas de desenho geométrico.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Imagem 12 - Ferramentas de desenho geométrico iniciada.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.







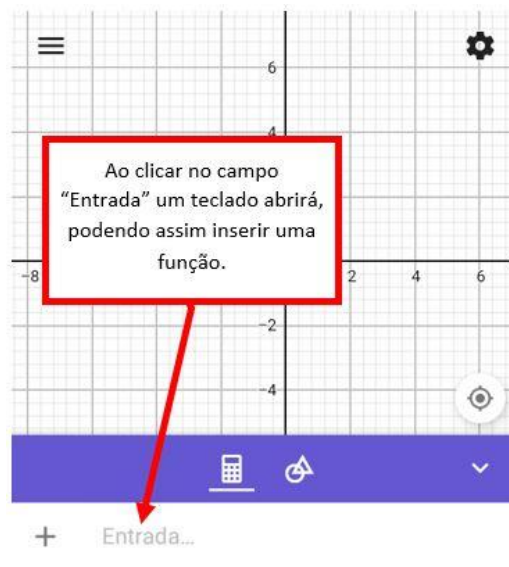
Na ferramenta de desenho geométrico, como visto nas imagens 11 e 12, temos, por exemplo, a ferramenta de seleção , a ferramenta para inserção de pontos , a ferramenta de controle deslizante , a ferramenta para a inserção de dois objetos , a ferramenta para criar gráficos a partir de dois pontos , a partir de três pontos , ou mesmo outras ferramentas como fazer um ponto deslizar sobre uma reta, efetuar medições de ângulos, comprimento e área, encontrar as raízes a partir do gráfico de uma função, construir retas paralelas e perpendiculares, vetores, construção de círculos, cônicas, entre outras funções. Iremos nos ater neste trabalho apenas as ferramentas que serão utilizadas para nossas construções. Na imagem 8 a seguir temos a função “Entrada”.

Imagem 13 - Função inserir entrada.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

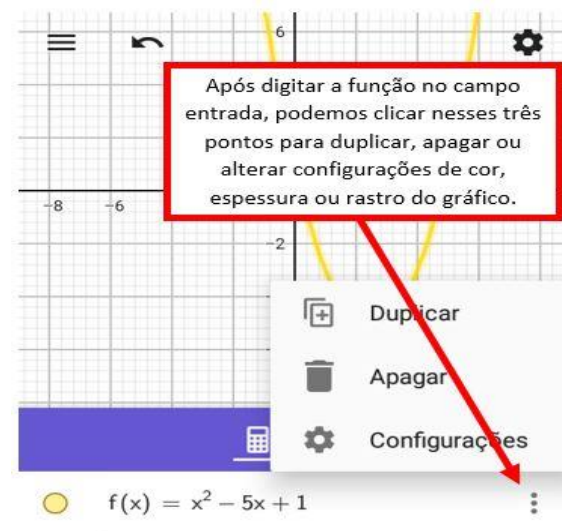
Imagem 14 - Função entrada – teclado.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Como está posto acima nas imagens 13 e 14, ao clicar em “Entrada” temos a possibilidade de digitar nossa função e, a partir daí, explorar os recursos do aplicativo que venham a nos facilitar a compreensão sobre nosso estudo. Ao digitar mais de uma função, o próprio aplicativo as nomeia como $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, e assim por diante. Além de atribuir uma cor diferente a cada gráfico de função, podendo esta formatação ser alterada, como veremos na imagem 15 abaixo.

Imagem 15 - Formatação da função.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Podemos duplicar, apagar ou alterar configurações do gráfico da nossa função digitada no campo “Entrada” clicando no ícone de três pontos ao lado da função, como visto na imagem 15 acima. Podemos alterar cor do gráfico, espessura, estilo da linha, habilitar rastro ao movimentar o gráfico, modificar o nome atribuído ao gráfico, entre outras opções.

Imagem 16 - Desfazer ação.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

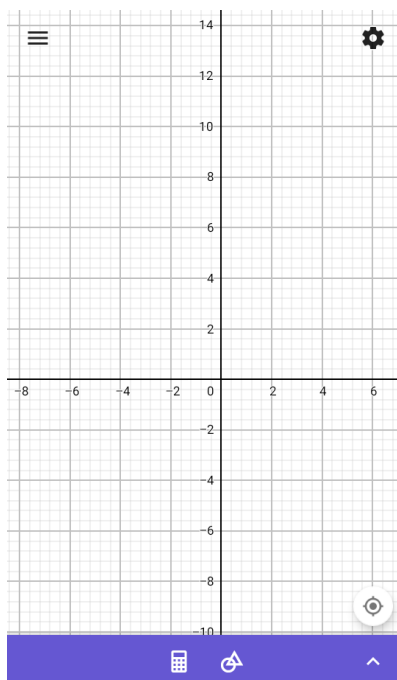
Se por algum motivo fizermos algo errado com nossa construção, não há problema, podemos desfazer as últimas ações feitas clicando no ícone de desfazer, como visto na imagem 16 acima. Na imagem 17 abaixo veremos a possibilidade de ampliar o espaço para visualização de nosso plano cartesiano.

Imagem 17 - Ampliar plano.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Imagem 18 - Plano ampliado.



Fonte: Autor do trabalho, 2019.

Nas imagens 17 e 18 acima temos a opção de ampliar o campo de visualização de nossa construção no plano cartesiano. Além dessa opção, também podemos aumentar e

diminuir o zoom em nossa construção utilizando dois dedos ao mesmo tempo sobre a tela do celular, de forma a juntar os dedos ou afastar os dedos.

Essas, mostradas acima, são algumas das funções do Geogebra que serão utilizadas em nossa sequência didática.

1.2 Descrição das etapas da sequência didática

Neste ponto iremos descrever as etapas de nossa sequência, onde, segundo Zabala (1998, p. 18), uma sequência didática é definida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.”

Já para Oliveira (2013, p. 39) uma sequência didática é “um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo de ensino-aprendizagem.”

Baseado no que dizem os autores citados, a sequência didática proposta neste trabalho proporciona uma alternativa para se trabalhar matemática nos ensinos fundamental e médio. O Ensino Híbrido aliado as TIC's se dispõe com boa perspectiva de aplicação em diversos assuntos e áreas da Educação.

Esta sequência se limitará a trabalhar com Ensino Híbrido aplicado ao estudo de funções quadráticas, com a utilização do *software* Geogebra e materiais concretos.

No início da utilização do *software* Geogebra é preciso que o professor se familiarize com os recursos e sua utilização, não podendo o mesmo aplicar a sequência sem antes cumprir esta etapa.

Ao trabalhar com a metodologia de Ensino Híbrido o professor precisa traçar bem as estratégias e fazer boa escolha dos materiais a serem utilizados, como vídeos ou materiais em pdf.

Com o objetivo de organizar a aplicação da sequência didática decidimos dividir tal aplicação em sete encontros, da seguinte forma:

- **1º encontro:** Debate sobre como será disposta a aplicação da sequência;
- **2º encontro:** Aplicação do questionário diagnóstico;
- **3º encontro:** Discussão a respeito das respostas obtidas através do questionário diagnóstico e envio do material necessário para resolução do segundo questionário;

- **4º encontro:** Apresentação do aplicativo Geogebra, destacando suas principais funções e ferramentas, visando a familiarização dos estudantes com o aplicativo e aplicação do segundo questionário (com a utilização do Geogebra);
- **5º encontro:** Discussão sobre as respostas obtidas no segundo questionário e envio de material para resolução do terceiro questionário;
- **6º encontro:** Aplicação do terceiro questionário (com material concreto e máximos e mínimos de funções quadrática);
- **7º encontro:** Discussão das respostas do terceiro questionário e verificação de aprendizagem da pesquisa.

Deixamos aqui nossas sugestões para que esta sequência possa ser aplicada em turmas de nono ano e primeiro ano do Ensino Médio, visto que a maior parte dos livros didáticos abordam funções quadráticas nestas séries, mas fica a cargo do professor, pois a aplicação do questionário pode ser utilizada como forma de recordar o assunto.

1.3 Sugestão de questionário diagnóstico

Este questionário tem o objetivo de descobrir a que nível de conhecimento sobre o assunto se encontra cada aluno e, a partir desta informação, tomar diretrizes com respeito a melhor estratégia a utilizar para que o assunto abordado tenha maior compreensão por parte dos alunos.

Todavia o professor deverá adequar as perguntas a turma e aos alunos em foco, visto que este questionário foi aplicado com um objetivo específico, que pode divergir parcialmente ou por completo do esperado pelo professor aplicador.

Ressaltamos que este questionário tem grande importância para o desenvolvimento desta pesquisa, servindo de aporte para a tomada de decisões e moldagem dos próximos questionários. Segue no quadro abaixo o questionário.

Quadro 1 - Questionário diagnóstico.

QUESTIONÁRIO:

1. Sexo: () Masculino () Feminino

2. Escola: _____

3. Município: _____

4. Idade: _____

5. Você sabe o que é uma função?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função.

6. Você sabe o que é uma função quadrática?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que é uma função quadrática.

7. Você considera o estudo das funções importante?

() Sim () Não

Justifique:

8. Você sabe onde podemos utilizar os conhecimentos das funções quadráticas em nosso dia a dia?

9. Você sabe quais os coeficientes da função quadrática?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais são os coeficientes da função quadrática.

10. Você sabe qual o comportamento do gráfico de uma função quadrática com relação aos coeficientes?

() Sim () Não

Em caso afirmativo, explique com suas palavras quais as mudanças ocorridas no comportamento do gráfico de uma função quadrática com as mudanças de valor dos coeficientes.

11. Em uma função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, você saberia dizer qual a variável dependente? E qual a independente?

Sim Não

Em caso afirmativo, justifique.

12. Você conhece o aplicativo Geogebra?

Sim Não

13. Você já utilizou o aplicativo Geogebra na construção de gráficos de funções quadráticas?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva como foi sua experiência.

Fonte: Autor do trabalho, 2019.

1.4 Etapas da sequência didática

A seguir temos a descrição das etapas da pesquisa, levando em conta os encontros anteriores e os próximos encontros, bem como o decorrer da pesquisa.

1.4.1 Primeira etapa – Aplicação de questionário com uso do aplicativo Geogebra

Essa etapa deve ser trabalhada com o Ensino Híbrido. Devem ser enviados *links* de vídeos sobre funções quadráticas aos alunos, para que assim eles possam chegar ao encontro seguinte com algum conhecimento sobre o assunto proposto. Dois questionários foram elaborados para que os alunos possam responder questões sobre funções quadráticas. A aplicação do questionário diagnósticos trará informações sobre o que os alunos já conhecem sobre funções quadráticas e sobre o aplicativo Geogebra. Desta forma é possível acompanhar a evolução dos alunos. Segue abaixo o segundo questionário.

Quadro 2 - Segundo questionário.

1) Encontre os zeros das funções, depois construa os gráficos em um mesmo plano cartesiano no Geogebra.

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$ e $b < 0$);
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0$ e $b > 0$);
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0$ e $b > 0$);
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0$ e $b > 0$);
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0$ e $b < 0$);
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0$ e $b > 0$);

2) Agora siga os comandos das questões no Geogebra.

2.1 Tracem, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 - 2x + c, \text{ com:}$$

$$c = -3, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 4.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ?
- b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?
- c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?
- d) Para que valores de c f admite uma raiz real?
- e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

2.2 Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau

$$f(x) = x^2 + bx - 3, \text{ com:}$$

$$b = -4, b = -1, b = 0, b = 1, b = 2,$$

Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de b ?

2.3- Observe a família de parábolas traçadas na atividade anterior.

a) Que tipo de curva o vértice da parábola descreve quando $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$?

b) Trace esta curva na mesma janela gráfica onde está traçada a família de parábolas.

2.4- Tracem, numa mesma janela, os gráficos das funções do 2º grau $f(x) = ax^2 - 3$, com:

$a = -2$, $a = -1$, $a = 1$ e $a = 2$.

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?

b) O que acontece quando $a = 0$?

c) O valor de a pode influenciar o número de raízes reais de f ?

d) Determine se possível, a para que f tenha uma única raiz real?

2.5- Repita a atividade anterior, respondendo as mesmas questões, para $f(x) = ax^2 - 2x - 3$, com: $a = -2$, $a = 1$ e $a = 2$.

3.0- Agora construa em uma mesma janela o gráfico da função $f(x) = ax^2 - 3x + 2$, com $a = 1$ e $a = -1$.

a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de a ?

b) Para cada situação a função terá um valor máximo ou mínimo?

Fonte: Autor do trabalho, 2019.

O segundo questionário inicia-se pedindo que os alunos encontrem as raízes de algumas funções de forma algébrica, no primeiro problema, construindo em seguida os gráficos dessas funções em um mesmo plano, para que assim possam se familiarizar com o aplicativo e poder também comparar as mudanças ocorridas.

Ao construírem os gráficos das funções em um mesmo plano, no Geogebra, os alunos poderão perceber onde se encontram os zeros das funções que encontrarão através dos

cálculos algébricos. Poderão fazer as primeiras associações dos discriminantes (delta) e zeros com as construções gráficas.

No item 2.1 do segundo questionário é proposta uma função fixa, variando apenas o coeficiente “c” (termo independente). Pergunta-se em quais pontos os gráficos das funções cortam o eixo “y”, e para qual valor de “c” a função admite uma, duas ou nenhuma raiz real.

No item 2.2 do segundo questionário é pedido que se construa uma função com os coeficientes “a” e “c” fixos e com a alteração do coeficiente “b” para que assim se possa perceber quais as mudanças no gráfico com a alteração apenas do coeficiente “b”. Primeiro os alunos precisam resolver algebricamente e, posteriormente, construir todas as funções no Geogebra.

No item 2.3 cada aluno precisa explicar como percebe a parábola. Sendo assim, cada aluno precisa identificar com a junção dos vértices das parábolas construídas com a alteração do coeficiente “b” que curva é formada.

No item 2.4 temos uma mudança no coeficiente “a” com os demais coeficientes constantes. Deve ser pedido aos alunos que encontrem os zeros das funções e suas coordenadas dos vértices de forma algébrica. Logo após pedir que construam as funções pedidas no Geogebra, como na imagem 4 abaixo. Após essas construções pedidas os alunos devem ser convidados a responder as perguntas do item 2.4.

. Então, no item 2.4 é perguntado aos alunos sobre alterações sofridas pelo gráfico, o que acontece se o valor de “a” for nulo, se o valor de “a” pode influenciar no número de raízes e o valor de “a” para que se tenha uma única raiz.

1.4.2 Segunda etapa – Aplicação do terceiro questionário: com utilização de material concreto e máximos e mínimos de funções quadráticas.

No terceiro questionário é possível explorar os máximos e mínimos de funções quadráticas, dentro da metodologia de Ensino Híbrido. Trabalhando problemas de aplicação prática, mas antes da aplicação do questionário devem ser sugeridos vídeos sobre máximos e mínimos de funções quadráticas. No momento do encontro para resolução do terceiro questionário, antecedendo a aplicação do mesmo, é importante debater sobre os assuntos postos em vídeos, de forma que os alunos estejam no centro do debate e o professor apenas interfira quando necessário para mediar. Após o debate devem ser entregues aos alunos caixas de fósforo para que possam interpretar de forma concreta o problema, utilizando máximo de

função quadrática. Abaixo podemos ver os problemas do terceiro questionário da sequência didática.

Quadro 3 - Terceiro questionário.

- 1) Utilize 20 palitos e tente formar retângulos.
- a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 20 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.
- b) Qual o valor do perímetro de cada um?
- c) Qual deles possui maior área?
- d) Qual o algoritmo que define a área máxima?
- e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.
- 2) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Fonte: Autor do trabalho, 2019

No item “a” do problema 1 do terceiro questionário é pedido aos alunos que com 20 palitos formem todos os retângulos possíveis, e anotem seus lados, perímetros e áreas. O fato dos alunos conseguirem resolver o problema, partindo de material concreto, nos remete a

Piaget (1990, p. 46), onde diz que o ser humano não será capaz de executar tarefas abstratas sem antes executar tarefas concretas.

Nos itens “b” e “c” do problema 1 do terceiro questionário os alunos devem responder qual o perímetro de cada retângulo construído com palitos e qual deles possui maior área, respectivamente.

No item “d” do problema 1 foi perguntado qual o algoritmo que define a área máxima. É esperado que os alunos, a partir da utilização de material concreto, consigam escrever o algoritmo. Os alunos terão que juntar duas equações, a de um perímetro de lados “x” e “y” e a expressão da área com as mesmas medidas de lado.

Já no item “e” os alunos terão que utilizar o algoritmo encontrado no item “d” para encontrar a área máxima e o lado que produz a área máxima. Para encontrar as respostas pedidas no item “e” os alunos utilizarão duas fórmulas conhecidas para calcular o “x” do vértice e o “y” do vértice, pois como o coeficiente “a” da função é negativo, a função admitirá um valor máximo.

No problema dois os alunos devem responder sobre a quantidade de unidades a ser produzida para que o custo seja mínimo, além de encontrar o valor desse custo mínimo. É esperado que os alunos percebam que o fato do coeficiente “a” ser positivo implica na função ter um valor mínimo, logo, utilizar as fórmulas para calcular as coordenadas do vértice da parábola seria uma opção.

Esse terceiro questionário deve ser aplicado levando em consideração um roteiro de encontros pré-definidos, para que assim o professor possa traçar estratégias que surtam o efeito necessário. No encontro após a aplicação do questionário deve-se discutir sobre as dúvidas que surgiram durante a resolução dos problemas, e verificar se tais foram sanadas com a resolução do mesmo.

1.4.3 Sugestão de atividade de fixação

É proposta a seguir uma atividade de fixação, baseada nas três primeiras etapas da sequência proposta.

Quadro 4 - Atividade referente a construção de gráfico de função quadrática com o Geogebra e máximos e mínimos de função quadrática.

1. Tracem, com o Geogebra, numa mesma janela gráfica, os gráficos das funções do
--

2º grau

$$f(x) = 2x^2 - 4x + c, \text{ com:}$$

$$c = -2, c = 0, c = 1 \text{ e } c = 2.$$

- a) Que alterações são observadas nos gráficos com a variação de c ?
- b) Em que ponto cada uma das curvas intercepta o eixo y ?
- c) Para que valores de c f admite duas raízes reais?
- d) Para que valores de c f admite uma raiz real?
- e) Para que valores de c f não admitem raízes reais?

2. Utilize 40 palitos e tente formar retângulos.

- a) Desenhe todos os retângulos que consegue formar com os 40 palitos, expressando as medidas dos lados, seus perímetros e suas áreas.
- b) Qual o valor do perímetro de cada um?
- c) Qual deles possui maior área?
- d) Qual o algoritmo que define a área máxima?
- e) Através do algoritmo encontre a área máxima e a medida do lado que produz a área máxima.

O objetivo dessa atividade é avaliar a compreensão dos alunos de acordo com o que foi trabalhado nos questionários, proporcionando aos estudantes a aquisição dos conhecimentos necessários sobre função quadrática, de acordo com o que foi planejado.

2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve o intuito de possibilitar ao professor de matemática, ou mesmo de outras áreas, a ter uma breve visão de que é possível trabalhar um conteúdo de matemática com a metodologia de Ensino Híbrido, utilizando recursos tecnológicos e modelagem de problemas.

É importante que o professor possa se aproximar mais dos alunos, assim este trabalho pode proporcionar esta aproximação. Os encontros e debates programados tem o intuito de ouvir mais os alunos, ao passo que o professor corrige as distorções que venham a surgir, mediando os debates e discussões nos encontros, permitindo assim que os alunos fixem melhor o conteúdo.

O uso da tecnologia nas aulas é cada vez mais recorrente nos dias de hoje, desta forma a utilização do *smartphone* na construção de funções quadráticas é muito importante para que os alunos possam perceber transformações nos gráficos, que talvez não vissem sem a utilização da tecnologia.

Ressignificar uma ferramenta abominada por muitos professores, porém muito apreciada pelos alunos, como os aparelhos celulares, traz à tona esperança por aulas com alunos mais motivados.

Desta forma é esperado que a aplicação dessa sequência didática venha contribuir de forma significativa na consolidação do aprendizado de muitos estudantes, e que ofereça mais uma alternativa de aplicação da função quadrática por parte de professores. E que outros professores se sintam desafiados a envolver os mais diversos assuntos em suas pesquisas utilizando a metodologia do Ensino Híbrido.

REFERÊNCIAS

NOGUEIRA, Regina da Silva; OLIVEIRA, Ernesto Borba. **A importância da Didática no Ensino Superior**, 2011. Disponível em <http://www.ice.edu.br/TNX/storage/webdisco/2011/11/10/outros/75a110bfebd8a88954e5f511ca9bdf8c.pdf>. Acesso em 22/02/2020

Freire, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 50. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2000. 165 p.

MORAN, José Manuel. BACICH, Lilian. **Aprender e ensinar com foco na educação híbrida**.

Disponível em <http://www2.eca.usp.br/moran/wpcontent/uploads/2015/07/hibrida.pdf>. Acesso em 22/02/2020.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista. Sociedade brasileira em Educação Matemática – SBEM. Ano III. 1º semestre 1995.

MORAN, José Manuel et al. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 6. ed. Campinas: Papirus, 2000.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. **Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2**. Tradução e adaptação para português de Portugal António Ribeiro. Lisboa, 2009.

OLIVEIRA, Maria Marly. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

Piaget, J. (1990). **Seis Estudos de Psicologia** (N.C. Pereira, trad.). Lisboa: Publicações D. Quixote.