## UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS CENTRO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

WIU JOSÉ DE LIMA JÚNIOR

IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS VIA ANÁLISE MODAL

MACEIÓ 2020

## WIU JOSÉ DE LIMA JÚNIOR

## IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS VIA ANÁLISE MODAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Wayne Santos de Assis

MACEIÓ 2020

## Catalogação na fonte Universidade Federal de Alagoas Biblioteca Central

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos - CRB-4 - 2062

L732i Lima Júnior, Wiu José de. Identificação de danos em vigas via análise modal / Wiu José de Lima Júnior. - 2020. 126 f. : il. tabs. color.
Orientador: Wayne Santos de Assis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2020.
Bibliografia: f. 88-91. Apêndices: f. 93-126.
1. Engenharia de estruturas. 2. Detecção de dano. 3. Análise modal. 4. Vigas de concreto. 5. Vigas de aço. I. Título.
CDU: 624.012.45+624.014.2:620.19



Universidade Federal de Alagoas – UFAL Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC



# IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS VIA ANÁLISE MODAL

## WIU JOSÉ DE LIMA JÚNIOR

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 20 do mês de fevereiro do ano de 2020.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wayne Santos de Assis (Orientador – PPGEC/UFAL)

Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Júnior (Avaliador Interno- PPGEC/UFAL)

Prof. Dr. Higor Sérgio Dantas de Argôlo (Avaliador Externo – UFS)

Campus A. C. Simões, Av. Lourival de Melo Mota, S/N Tabuleiro do Martins - CEP 57072-970 - Maceió - Alagoas Tel/Fax: (82) 3214-1863 E-mail: ppgec/actec.ufal.br Homepage: www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgec

### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela fé, sabedoria, discernimento e força concedida, para conseguir meus objetivos.

À minha esposa Brendha, por todo amor, compreensão, motivação, paciência e apoio, e também por suas contribuições para realização deste trabalho.

Aos meus pais, Neide e Wiu, a minha tia Cilda e ao meu irmão Neto, pelo apoio e incentivo durante mais uma etapa dos meus estudos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Wayne Santos de Assis, por compartilhar suas experiências na análise experimental e numérica e pela sua disponibilidade durante a realização deste trabalho.

Aos Profs. Drs. Adeildo Soares Ramos Júnior e Higor Sérgio Dantas de Argôlo, por terem aceitado participar da qualificação e da defesa desta dissertação, contribuindo com suas respectivas sugestões.

À CAPES, pelo apoio através da concessão da bolsa de mestrado.

#### **RESUMO**

Este trabalho busca contribuir no campo de pesquisa de identificação de danos em vigas com base nas propriedades modais, propondo estudos de sensibilidade em dois modelos numéricos, que serão elaborados em *software* comercial de elementos finitos, a saber: uma viga biapoiada de concreto simples e uma viga biengastada de aço, para avaliar a fiabilidade de quatro métodos de identificação de dano único e dano múltiplo: (1) Diferença da Curvatura Modal, (2) Indicador Baseado em Dados dos Modos de Vibração, (3) Mudança da Energia de Deformação Modal e (4) Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada, propondo-se ainda a modificação dos dois primeiros métodos. Os resultados obtidos mostraram que o método Mudança da Energia de Deformação Modal, apesar da dificuldade existente quanto à aplicação prática na engenharia, identificou os danos corretamente, o métodos Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada se mostrou promissor e os métodos modificados propostos apresentaram melhor desempenho em relação aos originais.

Palavras-chave: Identificação de dano, análise modal, análise numérica, vigas.

### ABSTRACT

This research seeks to contribute in the field of damage identification in beams based on modal properties, proposing sensitivity studies on two numerical models, which will be elaborated in commercial finite element software: a simply supported simple concrete beam and a fixed-end steel beam, which purpose is to evaluate the reliability of three methods to identification single and multiple damages: (1) Changes in Curvature Mode Shapes, (2) Mode Shape Data Based Indicator, (3) Modal Strain Energy Change and (4) Reformulated Modal Strain Energy Change, it is also proposed the modification of the first two methods. The results obtained showed that the Modal Strain Energy Change method, despite the difficulty existing in the practice of engineering, identified the damage correctly, the Reformulated Modal Strain Energy Change method proved promising and and the modified methods proposed presented better performance in relation to the originals.

Keywords: Damage identification, modal analysis, numerical analysis, beams.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Características e origem das cargas dinâmicas típicas: (a) harmônica, (b) periódica,
(c) impulsiva e (d) longa duração27
Figura 2 - Análise teórica das vibrações de um sistema28
Figura 3 - Análise experimental das vibrações de um sistema28
Figura 4 - Ilustração da configuração do deslocamento da deformada modal para um modo: (a)
estrutura íntegra e (b) estrutura danificada43
Figura 5 - Ilustração do comprimento do entalhe48
Figura 6 - Esquematização do ensaio de Flexão em quatro pontos49
Figura 7 - Ilustração do aparato experimental para a realização do ensaio de flexão em quatro
pontos com o posicionamento do relógio comparador analógico
Figura 8 - Posicionamento dos carregamentos aplicados50
Figura 9 - Modelo da viga biapoiada discretizada52
Figura 10 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização I)52
Figura 11 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II)
Figura 12 - Modelo da viga biapoiada discretizada, com o elemento 9 danificado53
Figura 13 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização I), com o elemento 6
danificado53
Figura 14 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização I), com os elementos 6 e
11 danificados
Figura 15 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II), com o elemento 11
danificado54
Figura 16 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II), com os elementos 11 e
21 danificados
Figura 17 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração
simultaneamente, em modelos da viga biapoiada com dano único57
Figura 18 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5
modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biapoiada com dano único59
Figura 19 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração
simultaneamente, em modelos da viga biapoiada com dano único61
Figura 20 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração
simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano único63

Figura 21 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com Figura 22 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano único..........68 Figura 23 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano múltiplo.....70 Figura 24 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano múltiplo......72 Figura 25 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano múltiplo.....74 Figura 26 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano único. .......76 Figura 27 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com Figura 28 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano único. .......79 Figura 29 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano múltiplo.....81 Figura 30 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com Figura 31 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano múltiplo.....85 Figura 32 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em Figura 33 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em Figura 34 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em Figura 35 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em 

Figura 42 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%.

Figura 43 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 20% e 20%.

Figura 50 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%. Figura 51 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perdas de rigidez à flexão de 20% e 20%. Figura 52 - Deformadas modais em modelos da viga biapoiada (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%.....117 Figura 53 - Deformadas modais em modelos da viga biapoiada (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 20%.....117 Figura 54 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e Figura 55 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%......118 Figura 56 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e Figura 57 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e Figura 58 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%......120 Figura 59 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 5%.....121 Figura 60 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%......122 Figura 61 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 15%......123 Figura 62 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 20%......123 Figura 63 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra Figura 64 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 10% e 10%......125 Figura 65 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%......126

Figura 66 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização	II) (a) íntegra
e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 20% e 20%	

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Comparação qualitativa dos resultados obtidos	87	1
--	----	---

### LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Número de corpos de prova para as diferentes condições de dano no lote II e III	48
Tabela 2 - Propriedades da viga biapoiada sem dano	51
Tabela 3 - Propriedades da viga biengastada sem dano	51
Tabela 4 - Cenários de dano único na viga biapoiada	53
Tabela 5 - Cenários de dano único na viga biengastada	54
Tabela 6 - Cenários de dano múltiplo na viga biengastada	54

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

СР	Corpo de prova	
COMAC	Coordinate Modal Assurance Criterion	
CSAC	Cross Signature Assurance Criterion (Critério de Concordância do Sinal	
	Cruzado)	
DLAC	Damage Location Assurance Criterion (Critério de Garantia de Localização de	
	Danos)	
DCM	Diferença da Curvatura Modal	
DCMM	Diferença da Curvatura Modal Modificado	
FFT	Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier)	
FRF	Frequency Response Function (Função de Resposta de Frequência)	
FRI	Função de Resposta ao Impulso	
IMSE	Iterative Modal Strain Energy (Energia de Deformação Modal Iterativa)	
LEFM	Linear Elastic Fracture Mechanics (Mecânica de Fratura Elástica Linear)	
MAC	Modal Assurance Criterion (Critério de Confiança Modal)	
MEF	Método dos Elementos Finitos	
MSDBI	Mode Shape Data Based Indicator (Indicador Baseado em Dados de Modos de	
	Vibração)	
MSDBIM	Mode Shape Data Based Indicator (Indicador Baseado em Dados de Modos de	
	Vibração Modificado)	
MSE	Modal Strain Energy (Energia de Deformação Modal)	
MSEC	Modal Strain Energy Change (Mudança da Energia de Deformação Modal)	
MSECR	Modal Strain Energy Change Ratio (Razão da Mudança da Energia de	
	Deformação)	
SAC	Signature Assurance Criterion (Critério de Concordância do Sinal)	
SHM	Structural Health Monitoring (Monitoramento de Integridade Estrutural)	
RMSEC	Reformulated Modal Strain Energy Change (Mudança da Energia de	
	Deformação Reformulada)	
RMSECR	Reformulated Modal Strain Energy Change Ratio (Razão da Mudança da	
	Energia de Deformação Reformulada)	

## LISTA DE SÍMBOLOS

[ <i>M</i> ]	matriz de massa
[ <i>K</i> ]	matriz de rigidez
[C]	matriz de amortecimento
[ω]	matriz de frequências naturais
[Φ]	matriz modal
ξ	fator de amortecimento
$H_{ij}(\omega) e h(t)$	respostas da estrutura em FRF e amplitudes
$\frac{d^2y}{dx^2}$	curvatura na seção
У	deslocamento transversal
x	coordenada longitudinal
М	momento fletor na seção
Ι	momento de inércia da seção transversal
Ε	módulo de elasticidade do material
$\Phi_{(j,i)}^{\prime\prime}$	curvatura modal do <i>j</i> -ésimo nó da estrutura intacta referente ao <i>i</i> -ésimo modo
$\Phi_{d(j,i)}^{\prime\prime}$	curvatura modal do <i>j</i> -ésimo nó da estrutura danificada referente ao <i>i</i> -ésimo modo
$\phi_{(j,i)}$	deslocamento da deformada modal do j-ésimo nó da estrutura intacta referente
	ao <i>i</i> -ésimo modo
$\phi_{d(j,i)}$	deslocamento da deformada modal do j-ésimo nó da estrutura danificada
	referente ao <i>i</i> -ésimo modo
$\Delta x$	comprimento do elemento de viga
$\Phi'_{(j,i)}$	inclinação modal do <i>j</i> -ésimo nó da estrutura intacta referente ao <i>i</i> -ésimo modo
$\Phi'_{d(j,i)}$	inclinação modal do <i>j</i> -ésimo nó da estrutura intacta referente ao <i>i</i> -ésimo modo
$\{\Phi_{(j,i)}\}$	vetor do <i>i</i> -ésimo modo de vibração da estrutura intacta referente ao <i>j</i> -ésimo
	elemento
$\{\Phi_{d(j,i)}\}$	vetor do <i>i</i> -ésimo modo de vibração da estrutura danificada referente ao <i>j</i> -ésimo
	elemento
$[K_j]$	matriz de rigidez local do <i>j</i> -ésimo elemento
т	número de modos
Р	valor da carga externa
С	distância entre o apoio mais próximo e a carga externa

$L_v$	vão da viga
A e B	apoios
δ	valor experimental obtido para a deflexão
$[T_e]$	matriz de transferência elementar
h	altura da seção transversal.
$\{\Phi_{\varepsilon i}\}$	vetor do <i>i</i> -ésimo modo de deformação da estrutura intacta referente ao <i>j</i> -ésimo
	elemento;
$\{\Phi_{d\varepsilon i}\}$	vetor do <i>i</i> -ésimo modo de deformação da estrutura danificada referente ao <i>j</i> -
	ésimo elemento;
$[K_{\varepsilon j}]$	nova matriz de rigidez local do j-ésimo elemento

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Justificativa	20
1.2 Objetivos	22
1.3 Organização da Dissertação	22
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1 Processo de Danificação	24
2.2 Dinâmica das Estruturas	25
2.3 Análise Modal	27
2.3.1 Análise Teórica	29
2.3.2 Análise Experimental	29
2.4 Métodos de Detecção, Localização e Quantificação de Danos Estruturais	30
3 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS	36
3.1 Métodos Apresentados na Literatura	36
3.1.1 Diferença da Curvatura Modal	36
3.1.2 Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração	
3.1.3 Mudança da Energia de Deformação Modal	
3.1.4 Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada	41
3.2 Métodos Modificados Propostos	43
3.2.1 Diferença da Curvatura Modal Modificado	43
3.2.2 Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração Modificado	44
4 METODOLOGIA	47
4.1 Trabalhos de Carvalho (2015) e de Moradipour, Chan e Gallage (2015)	47
4.1.1 Trabalho Realizado por Carvalho (2015)	47
4.1.2 Trabalho Realizado por Moradipour, Chan e Gallage (2015)	50
4.2 Propriedades Físicas e Geométricas das Vigas sem Dano	51
4.3 Discretização das Vigas	52
4.4 Introdução dos Danos	53
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	56
5.1 Modelos da Viga Biapoiada com Dano Único	56
5.2 Modelos da Viga Biengastada (Discretização I)	62
5.2.1 Dano Único	62
5.2.2 Dano Múltiplo (Dois Danos)	69

5.3 Modelos da Viga Biengastada (Discretização II)	75
5.3.1 Dano Único	75
5.3.2 Dano Múltiplo (Dois Danos)	
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	
REFERÊNCIAS	91
APÊNDICE A - Comparação entre os métodos DCM e DCMM	95
APÊNDICE B - Deformadas Modais	

### 1 INTRODUÇÃO

Durante muito tempo foi considerado que as estruturas, em sua grande maioria, não necessitavam de manutenção ao longo de sua vida útil. Com o decorrer dos anos, devido à grande quantidade de edificações com problemas decorrentes da degradação em seus componentes estruturais, entendeu-se que este conceito não correspondia à realidade.

O conceito de durabilidade dos elementos construtivos vem sendo estudado internacionalmente desde o início da década de 80 em virtude da criação e vigência de referências normativas internacionais, como a ISO 6240 (1980) e a ASTM E-632 (1982), normas que definiram durabilidade como a capacidade de um produto, componente ou construção manter o desempenho das funções para as quais foram projetadas durante um período especificado. Entretanto, este conceito foi incorporado tardiamente no Brasil, pela NBR 6118, em sua primeira edição, em 2003, que definiu durabilidade como a capacidade da estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas no projeto estrutural.

Assim, pode-se entender que a durabilidade está associada ao desempenho contínuo e satisfatório da estrutura, mantendo sua resistência e condições normais de serviço durante a vida útil especificada ou esperada. Nesse sentido, a NBR 6118 (2014) definiu vida útil de projeto como o período durante o qual se mantêm as características das estruturas, sem intervenções significativas, desde que atendidos os requisitos de uso e manutenção prescritos pelo projetista, bem como de execução dos reparos necessários decorrentes de danos acidentais.

A durabilidade e a vida útil de estruturas dependem de alguns fatores, como planejamento, projeto, qualidade dos materiais, execução, utilização, plano de manutenção, inspeção predial, etc. O plano de manutenção consiste na determinação das atividades essenciais de manutenção, sua periodicidade, os responsáveis técnicos pela execução, os documentos de referência e os recursos necessários, conforme as recomendações apresentadas na NBR 5674 (2012). Já a inspeção de uma estrutura consiste, basicamente, em identificar e avaliar, se houver, as anomalias, falhas e/ou danos, em alguns casos mais específicos são realizados ensaios destrutivos e não destrutivos.

Os danos podem estar presentes em toda a estrutura, caracterizando dano global, ou apenas em alguns pontos específicos, originando o dano local. A ocorrência deste último é mais comum e, em peças fletidas, está associado à redução da rigidez à flexão local, podendo vir a se tornar um dos fatores responsáveis pelo surgimento de problemas estruturais de maior relevância.

Para Figueiredo (2010), o processo de implementação de uma estratégia para detecção desses danos, provenientes de qualquer origem, pode ser abordado como um método de monitoramento de integridade estrutural (Structural Health Monitoring – SHM), e neste âmbito, o dano pode ser entendido como o conjunto de alterações no material e/ou propriedades geométricas dos elementos estruturais, incluindo alterações nas condições de contorno e conectividade, que afetam negativamente o desempenho atual ou futuro da estrutura. Neste conceito, encontra-se inserida a comparação entre os estados inicial (denominado de estado não danificado, íntegro ou intacto) e final (denominado de estado danificado).

O monitoramento da integridade da estrutura baseia-se na utilização de indicadores confiáveis e robustos que permitam detectar, localizar e quantificar danos, além de, se possível, estimar a vida útil residual da estrutura após a caracterização do dano. Em estruturas comprometidas, análises numéricas e experimentais podem ser realizadas com intuito de fornecer informações para uma correta avaliação da integridade estrutural. A identificação do dano, bem como a quantificação da sua intensidade, fornece importantes vantagens. Como exemplo, o estabelecimento de critérios para a utilização da estrutura com segurança e a capacidade de melhor identificar quando são necessárias intervenções na estrutura, para que desta forma se possa realizar convenientemente a manutenção na mesma, contribuindo para a extensão da vida útil e redução de custos.

### 1.1 Justificativa

A escolha do tema deste trabalho foi motivada pela importância de identificar o dano em estruturas, pois as ações estáticas (peso próprio e ações com variação lenta) e/ou ações dinâmicas (vento, tráfego rodoviário e/ou ferroviário, carga de impacto, sismos, explosões, etc.), associado(s) ou não a efeitos de corrosão, ataque químico e/ou biológico, mudanças de temperatura, etc., podem não apenas danificá-las, mas também reduzir significativamente a sua durabilidade e a sua vida útil e, com o decorrer do tempo, podem provocar fadiga em seus materiais e afetar a utilidade destas no que se refere ao conforto e segurança de seus usuários e ao funcionamento da estrutura. Podendo, ainda, vir a se tornar o fator responsável pelo surgimento de problemas estruturais de maior relevância, implicando em gastos significativos e, no limite, o colapso da estrutura. Dessa forma, fica evidente a necessidade da realização de monitoramento ao longo do tempo para avaliação da integridade estrutural. Dentre as técnicas para investigação da integridade estrutural, muitos ensaios não destrutivos têm sido usados, sendo selecionados pelo aspecto econômico e/ou pela sua confiabilidade. Entretanto, na maioria dos casos, é necessário avaliar toda a estrutura, ou pelo menos os locais que indicam maior probabilidade de falha, porém, existem situações em que o acesso a certos pontos da estrutura envolve custo elevado e oferece riscos com relação à segurança da equipe técnica responsável pela avaliação. Nesse contexto, as técnicas de identificação de dano via resposta dinâmica da estrutura, também de caráter não destrutivo, mostram-se satisfatórias para sanar essa problemática, permitindo avaliar a estrutura de maneira global, isto é, a aplicação de uma excitação em determinados pontos é suficiente para analisar toda a estrutura, podendo assim localizar e quantificar os danos.

De acordo com Aragão Filho, Roitman e Magluta (2000), o dano produz mudanças nas propriedades físicas da estrutura e, por conseguinte, em suas características dinâmicas (que estão correlacionados com a massa e a rigidez). Assim, os danos presentes em uma estrutura provocam alterações dos seus parâmetros modais, que incluem as frequências naturais, os modos naturais de vibração e os fatores de amortecimento.

Alguns pesquisadores, como Raghavendrachar e Aktan (1992) e Salawu (1997), concluíram que somente os parâmetros modais não são suficientes para detectar, localizar, quantificar e prever a vida útil restante da estrutura após a incidência do dano. Portanto, partindo dessa problemática, estão sendo desenvolvidos muitos trabalhos.

A identificação de dano em estruturas a partir das propriedades dinâmicas tem sido uma investigação bastante promissora, permitindo bons resultados, principalmente após aperfeiçoamentos nas tecnologias dos transdutores de vibração (acelerômetros), *hardware* e *software* de aquisição de dados.

Com base nas questões discutidas este trabalho pretende-se contribuir no campo de pesquisa de identificação de danos em vigas via análise modal. Serão utilizados quatro métodos dentre os disponíveis na literatura: Diferença da Curvatura Modal (DCM), Indicador Baseado em Dados dos Modos de Vibração (MSDBI), Mudança da Energia de Deformação Modal (MSEC) e Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada (RMSEC). Propõe-se também a modificação dos dois primeiros métodos, a fim de identificar e localizar danos em vigas.

#### 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo realizar a detecção e localização de danos em vigas, por meio de métodos apresentados na literatura específica e pela proposta de modificação de dois desses métodos, com base na alteração dos parâmetros modais, usando modelos numéricos.

Com este trabalho, busca-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- a) Comparar as diferentes técnicas para detectar e localizar os danos em vigas de aço e vigas de concreto simples;
- b) Verificar a sensibilidade dos métodos para diferentes intensidades de danos;
- c) Verificar a sensibilidade dos métodos para dano único e dano múltiplo.

### 1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos. O primeiro capítulo consiste na parte introdutória ao tema da pesquisa. Inicialmente, são apresentadas a contextualização e a justificativa do tema, seguindo-se o estabelecimento dos objetivos geral e específicos e a apresentação da organização textual do trabalho.

O capítulo 2 é reservado à revisão bibliográfica, na qual são tratados conceitos relativos ao processo de danificação, dinâmica das estruturas, determinação dos parâmetros dinâmicos a partir da análise numérica e experimental. Alguns trabalhos representativos desenvolvidos na área, bem como os principais avanços e propostas de técnicas voltadas à identificação de danos também são abordados.

O terceiro capítulo descreve os métodos de identificação de danos que foram utilizados nesta dissertação. Primeiramente, são apresentados quatro métodos presentes na literatura e, em seguida, é proposta a modificação de dois deles.

As metodologias empregadas para a construção dos modelos numéricos, para realizar a introdução do dano e determinar os modos de vibração da estrutura nas condições íntegra e danificada, são apresentadas no capítulo 4.

No quinto capítulo são apresentados os resultados dos métodos descritos neste trabalho, aplicados a modelos numéricos de vigas de aço e vigas de concreto simples, considerando diferentes cenários de danos. O sexto e último capítulo trata das principais conclusões do trabalho realizado, sendo feita a análise do conjunto de resultados obtidos e do seu reflexo no desempenho, fiabilidade, vantagens e desvantagens dos métodos estudados. Além disso, são apresentadas recomendações para futuros trabalhos científicos.

No Apêndice A é apresentada a comparação dos métodos DCM e DCMM, para os primeiros 5 modos de vibração vertical, para diferentes cenários de dano único e dano múltiplo nos modelos numéricos. O Apêndice B traz ilustrações dos modos em que a configuração do deslocamento da deformada modal, da estrutura íntegra quando comparada com a danificada, apresenta espelhamento.

### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados conceitos relativos ao processo de danificação, dinâmica das estruturas, determinação de parâmetros dinâmicos a partir da análise numérica e experimental e uma breve revisão acerca dos principais trabalhos desenvolvidos no âmbito da identificação de danos.

### 2.1 Processo de Danificação

Os mecanismos que causam falhas nas estruturas têm origens diversas e em muitas situações estão associados à natureza dos materiais constituintes ou às suas condições de utilização.

Os metais, por exemplo, são materiais compostos por átomos que se mantêm agrupados por ligações que resultam da interação de campos eletromagnéticos. O agrupamento desses átomos ocorre de maneira organizada, formando o monocristal ou grão. A repetição de monocristais (que forma a rede poli cristalina) caracteriza a estrutura dos metais. Muitas vezes, a rede cristalina apresenta imperfeições ou defeitos de diferentes naturezas, no que diz respeito à organização dos átomos que a constitui. Segundo Smith e Hashemi (2015) os defeitos são classificados de acordo com a sua geometria e forma, sendo os três principais tipos: (1) defeitos adimensionais (de dimensão zero) ou pontuais, que correspondem basicamente a uma posição atômica na qual falta um átomo; (2) defeitos unidimensionais ou lineares (discordâncias), que originam uma distorção da rede em torno de uma linha e (3) defeitos bidimensionais, que incluem as superfícies exteriores e os contornos de grão interiores.

Alguns desses processos de imperfeições originam o micro defeito no material. Como exemplo, a movimentação das discordâncias ocorre sem que haja quebra das ligações atômicas. Entretanto, se a movimentação de uma discordância for impedida por um micro defeito (inerentes à estrutura cristalina, provocados por danos elementares, constituídos por inclusões ou mesmo vazios) ou por uma concentração de tensão em um ponto, em nível microscópico, a movimentação de outra discordância pode ser impedida e, nesse caso, ocorre o rompimento de ligação atômica. A repetição sucessiva desses impedimentos e rompimentos dará origem ao dano inicial do material, sob a forma de nucleação de uma microfissura. À medida que o processo de danificação evolui, influência direta é exercida sobre as propriedades elásticas,

reduzindo a resistência e a rigidez, podendo gerar parcelas incrementais de deformações permanentes.

O concreto convencional é um material compósito que consiste, essencialmente, de um meio aglomerante no qual estão aglutinadas partículas ou fragmentos de agregado (MEHTA e MONTEIRO, 2014). Do ponto de vista da média escala, pode ser tratado como um material bifásico, constituído por uma fase agregado graúdo e uma fase matriz de cimento ou argamassa. A existência, por um lado, de uma fase estável (agregado graúdo) e, por outro, a heterogeneidade da estrutura da argamassa e as variações volumétricas decorrente do processo de cura (a pasta sofre retração e expansão, quando a resistência ainda é fraca) conduz a caracterização de uma zona de fraca resistência ao redor dos grãos, denominada zona de transição.

No concreto convencional a existência de microfissuras, defeitos de aderência (entre as fases) e vazios, mesmo antes da aplicação de quaisquer carregamentos, proporciona a ocorrência, na escala microscópica, de significativas concentração de tensões. Neste caso, com a elevação dos níveis de carregamento, e consequente aumento das tensões, verifica-se a perda progressiva de coesão entre a matriz e os agregados, ocorrendo um processo de ruptura quase frágil caracterizado pela microfissuração do material. Esse processo avança com o aumento da solicitação, causando rupturas designadas rupturas de interface, que contornam parcialmente os agregados graúdos até atingirem a matriz, propriamente dita. Assim, a zona de transição forma nucleações de microfissuras que se tornam determinantes para a progressão do dano.

É importante entender a transição da mecânica do dano para a mecânica da fratura, pois são ramos do conhecimento que se complementam. A mecânica do dano investiga a degradação da estrutura, a partir da resposta do material, em escala microscópica, microfissuras ou poros, por meio de redução das propriedades de resistência e rigidez, que avalia em ponto locais a evolução da degradação considerando um estado inicial, estrutura íntegra, e o estado final, estrutura com dano. A mecânica da fratura trata das condições de propagação de uma fissura ou fenda em escala macroscópica, que pode ser equivalente à ruptura do elemento.

### 2.2 Dinâmica das Estruturas

A dinâmica das estruturas trata da formulação e solução das equações de movimento dos sistemas estruturais, em presença de perturbações cinemáticas na sua configuração de equilíbrio ou de ações variáveis no tempo. As ações dinâmicas que ocorrem em um sistema estrutural são aquelas cuja magnitude, direção ou ponto de aplicação variam com o tempo, podendo ser classificadas como determinísticas (quando as características do sistema e da excitação são *a priori* estabelecidas) ou não-determinísticas, randômicas ou estocásticas (quando o histórico de tempo do carregamento não for conhecido completamente, mas apenas em um sentido estatístico).

Essa variação das forças com o tempo, caso não sejam desenvolvidas forças elásticas suficientemente rápidas para manter o equilíbrio, faz com que o sistema modifique a sua condição cinética para manter equilíbrio por meio das forças de massa ou forças de inércia. O sistema tem sua quantidade de movimento alterada e a Segunda Lei de Newton assegura a satisfação das condições de equilíbrio. A grande modificação, basicamente, é a necessidade de incorporação da variável tempo às equações de equilíbrio. O movimento do sistema transformase numa oscilação, pela sucessiva troca de energia potencial em cinética, e vice-versa, e é dito que a estrutura vibra.

Em ambientes de ações dinâmicas reduzidas, como em edifícios residenciais e comerciais, os efeitos das vibrações podem causar desconfortos aos usuários, já em estruturas como estádios de esportes, pontes, passarelas, etc., as vibrações podem ser expressivas a ponto de não apenas danificá-las como também torná-las funcionalmente inadequadas.

Do ponto de vista analítico, é conveniente dividir as forças externas (de excitação) em duas categorias básicas: periódicas e não periódicas ou aperiódicas. Contudo, de forma mais detalhada, essas forças são classificadas em harmônicas, periódicas e aperiódicas impulsivas ou de longa duração (Figura 1). A força harmônica é aquela que sua variação no tempo pode ser representada por funções senoidais, este tipo de carga é característico de máquinas rotativas desbalanceada (por exemplo, turbinas, geradores e centrífugas). A força periódica, que inclui a harmônica como caso particular, tem configuração que se repetem em iguais espaçamentos de tempo — chamados de período — porém com intensidades diferentes (por exemplo, máquinas rotativas e motores de combustão interna). A força aperiódica impulsiva possui a característica de ser de grande intensidade e de curta duração (como explosões, impactos, queda de objetos). A força é considerada aperiódica de longa duração quando apresenta variação arbitrária no tempo, sem periodicidade definida e sem ser de curta duração (por exemplo, vento, sismo, tráfego de veículos sobre uma ponte, etc.) (CLOUGH e PENZIEN, 1995).



Figura 1 - Características e origem das cargas dinâmicas típicas: (a) harmônica, (b) periódica, (c) impulsiva e (d) longa duração.

Fonte: Adaptado de Clough e Penzien, 1995.

A resposta estrutural às ações dinâmicas dependerá, essencialmente, de três parâmetros: (1) matriz de rigidez [K], composta pela contribuição da rigidez de cada elemento isolado, (2) matriz de massa [M], calculado em função da massa linear e do comprimento de cada elemento isolado e (3) matriz de amortecimento [C], que pode ser construída a partir de uma combinação linear da matriz de massa e de rigidez.

#### 2.3 Análise Modal

A análise modal é um conjunto de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a idealização da estrutura através de um modelo matemático que possa representar o comportamento dinâmico do sistema de interesse, a fim de determinar os parâmetros modais (também conhecidos por propriedades ou características modais), que incluem as frequências

naturais ( $\omega$ ), os modos de vibração ( $\Phi$ ) e os fatores de amortecimento ( $\xi$ ). Tais parâmetros podem ser determinados por métodos analíticos ou experimentais, sendo a análise experimental mais usada para verificação e validação dos resultados oriundos de modelos analíticos.

Dessa forma, o estudo das vibrações de um sistema estrutural pode ser realizado por via teórica (Figura 2) ou experimental (Figura 3). Cada uma destas alternativas pode ser estruturada em três fases (EWINS, 2000).





Fonte: Adaptado de Ewins, 2000.



Figura 3 - Análise experimental das vibrações de um sistema.

Fonte: Adaptado de Ewins, 2000.

Em que:

 $[\omega]$  – matriz de frequências naturais;

 $[\Phi]$  – matriz modal;

 $H_{ij}(\omega)$  e h(t) – respostas da estrutura em Funções de Resposta em Frequência (FRF) e amplitude.

### 2.3.1 Análise Teórica

Na análise teórica, chamada de problema direto, parte-se das propriedades físicas e geométricas da estrutura, geralmente em termos de sua matriz de massa [M], rigidez [K] e amortecimento [C], as quais definem o modelo espacial.

Em seguida, realiza-se a análise modal do modelo espacial, determinando assim o modelo modal: conjunto de frequências naturais ( $\omega$ ), modos de vibração ( $\Phi$ ) e fatores de amortecimento ( $\xi$ ). A vantagem de se trabalhar no espaço modal é a possibilidade de desacoplar as diversas equações de movimento do sistema, resultando um conjunto de modelos de um grau de liberdade, um para cada modo do modelo de múltiplos graus de liberdade.

A última fase é aquela em que se tem o interesse em realizar a análise da resposta da estrutura sob determinadas condições de excitação. Isso dependerá das propriedades estruturais e da natureza e intensidade da excitação, e, portanto, haverá inúmeras soluções desse tipo, entretanto é conveniente apresentar a análise da resposta sob uma excitação normalizada. Assim, a partir desta resposta normalizada, a solução de qualquer caso particular pode ser construída. O modelo de resposta contém o conjunto de soluções em relação às quais as excitações possuem valores unitários, aplicados em determinados pontos da estrutura e para todas as frequências de uma faixa específica de interesse ( $H_{ij}(\omega)$ ). O modelo de resposta consiste, portanto, em um conjunto de Funções de Resposta em Frequência (FRFs) ou de Funções de Resposta ao Impulso (FRIs) e das respostas da estrutura ao longo do tempo (h(t)) (EWINS, 2000).

#### 2.3.2 Análise Experimental

A determinação experimental das características dinâmicas é um problema inverso, tendo seu início com a medição da resposta da estrutura na forma de FRFs, FRIs e variações h(t). Em seguida, são utilizados métodos para deduzir os parâmetros modais requeridos ( $\omega$ ,  $\Phi$  e  $\xi$ ). A partir de técnicas apropriadas, ou pela comparação com modelos numéricos, é possível deduzir as propriedades espaciais ([*M*], [*C*], [*K*]).

Nesse modelo de resposta normalmente ocorre uma redução significativa dos graus de liberdade do sistema, em virtude das dificuldades experimentais e pela limitação dos pontos de medição utilizados no experimento.

### 2.4 Métodos de Detecção, Localização e Quantificação de Danos Estruturais

Rytter (1993) classificou o problema de investigação do dano estrutural em quatro níveis:

1º Nível (Detecção): consiste basicamente em investigar se a estrutura apresenta ou não o dano, fornecendo uma indicação qualitativa. Em algumas situações, apenas um parâmetro modal é medido e comparado com um padrão, característico da estrutura íntegra;

2º Nível (Localização): além de determinar se o dano existe, o método também indica a sua provável localização;

3º Nível (Quantificação): avalia a deterioração da estrutura, em relação ao padrão estabelecido;

4° Nível (Previsão): utiliza os dados obtidos nos níveis anteriores para, através de algum método, estimar a vida útil restante da estrutura após a incidência do dano.

A seguir serão apresentados alguns métodos propostos pela literatura específica para detecção de danos baseados nas alterações de suas propriedades modais.

Em 1979, Cawley e Adams desenvolveram os primeiros trabalhos, e neles foram apresentados um método baseado na variação de frequências naturais, assim, para localizar o dano, teriam de ser calculadas as variações das frequências naturais devidas a danos em pontos escolhidos da estrutura e comparadas com os valores da estrutura não danificada, a análise foi realizada via elementos finitos, uma vez que o método sugerido pelos autores pode ser usado para qualquer estrutura. Os resultados do método foram apresentados a partir de testes em uma placa retangular de alumínio (problema 2D) e uma placa de plástico reforçada com fibra de carbono, mostrando que o método proposto pode ser usado para detectar, localizar e quantificar, aproximadamente, os danos nas estruturas.

Após 3 anos, Allemang e Brown (1982) propuseram um método para identificar a presença de dano, o qual faz uso de um índice estatístico global denominado Critério de Confiança Modal (Modal Assurance Criterion - MAC). Este índice é uma medida da correlação entre os pares de vetores modais, que testa a ortogonalidade entre dois vetores modais de vibração, de uma estrutura íntegra e de outra com dano, seu valor varia entre 0 e 1, em que 0 significa que os vetores modais não são consistentes, isto é, não existe relação entre os modos, expressando total ortogonalidade, já o valor 1 significa que os vetores modais são idênticos e tem ótima correlação.

Lieven e Ewins (1988) definem um novo método que segue os princípios do MAC, chamado índice COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion). Este critério possui um caráter local e mede a concordância pontual entre os vários modos de vibração das estruturas com e sem danos. Seu valor também varia entre 0 e 1, assim como no MAC, onde 0 indica completa ortogonalidade e 1 indica completa concordância. A localização do dano pelo índice COMAC é identificado observando em que nó ocorre a maior discordância entre os modos de vibração das estruturas com e sem danos, e caso todos os nós apresentem índice COMAC igual à unidade, indica que a estrutura possivelmente está intacta. O que difere o método MAC e COMAC, é que o primeiro permite uma comparação global entre os valores da estrutura com e sem danos, enquanto o último permite comparar os valores modais em cada nó da estrutura.

Pandey, Biswas e Samman (1991) apresentaram o método da alteração na curvatura, demostrando via elementos finitos que a diferença absoluta entre as curvaturas dos modos de vibração, obtidas através de um operador de diferenças finitas centradas, da estrutura íntegra e com dano, estão localizadas na região do dano, e, portanto, podem ser usadas para identificar e localizar danos estruturais. A curvatura dos modos de vibração está relacionada com a rigidez à flexão, de modo que, quanto maior for a perda de rigidez, maior será o nível de dano e, assim, maior a variação da curvatura.

Penny, Wilson e Friswell (1993) apresentaram um método estatístico alternativo de identificação, que faz uso da comparação das frequências naturais a partir dos dados medidos e dos dados simulados. Através da teoria generalizada de mínimos quadrados, a localização e intensidade do dano são indicados pelo menor erro encontrado na comparação. O método desenvolvido é demonstrado usando dados simulados e experimentais, para diversos casos de danos, alterando a intensidade e localização, os resultados obtidos mostraram que a abordagem estatística se mostra promissora na detecção e localização de danos dentro de uma estrutura.

Pandey e Biswas (1994) propuseram um método para identificar e localizar o dano baseado na diferença entre as matrizes de flexibilidade, que é o inverso da matriz de rigidez da estrutura com e sem danos. Uma vez que o dano provoca diminuição da rigidez da estrutura, e consequentemente, aumento de sua flexibilidade, a diferença entre as matrizes de flexibilidade dos estados íntegro e danificado pode indicar a região danificada. Os resultados mostraram que tanto nos casos analíticos quanto nos experimentais, a mudança da matriz de flexibilidade parece ser um bom indicador na identificação e localização do dano.

No mesmo ano, Samman e Biswas (1994a-b) apresentaram o Critério de Concordância do Sinal (Signature Assurance Criterion – SAC) e o Critério de Concordância do Sinal Cruzado

(Cross Signature Assurance Criterion - CSAC), para comparar sinais de Função de Resposta de Frequência (Frequency Response Function - FRF), métodos semelhantes ao MAC (Allemang e Brown, 1982) e COMAC (Lieven e Ewins, 1988). O que diferem esses métodos é que o MAC e o COMAC utilizam os deslocamentos modais obtidos, enquanto os índices SAC e CSAC utilizam os sinais provenientes da FRF. No primeiro artigo (1994a) foi descrito o contexto teórico dos métodos propostos e no segundo (1994b) foram apresentados alguns resultados experimentais. Com o método SAC foi possível obter a correta localização dos danos nas estruturas, já o CSAC não apresentou sucesso na detecção dos danos.

Ratcliffe (1997) utilizou um método denominado operador Laplaciano modificado, para identificar a localização de danos estruturais em uma viga, baseado apenas nos modos de vibração da estrutura danificada. Os deslocamentos transversais obtidos através dos modos de vibração são aplicados na fórmula (função Laplaciana de diferenças finitas) que representa a curvatura do nó em relação ao modo determinado. Considerando que o elemento danificado apresenta menor rigidez à flexão (EI), consequentemente apresentará maior curvatura que os elementos adjacentes, sendo então possível a identificação do dano. Este método difere da pesquisa de Pandey, Biswas e Samman (1991), no aspecto que não considera a diferença de curvatura entre as vigas danificada e não danificada. O procedimento foi desenvolvido usando um modelo de elementos finitos de uma viga de aço, cujos resultados evidenciaram certa limitação. Quando o dano é severo (segundo Ratcliffe (1997), superior a 10%) o método identifica com sucesso o dano, no entanto, para danos menos severos (segundo Ratcliffe (1997), 0 a 5%), é necessário aplicar um processo adicional ao método.

Em 1997, D'Ambra, Iturrioz e Doz trouxeram novas contribuições em relação ao uso do índice MAC e COMAC, com objetivo de determinar a localização dos danos nas estruturas. Simularam via elementos finitos, diferentes níveis de dano em diferentes locais, considerando a redução de 5%, 10% e 25% na rigidez do elemento estrutural. A conclusão foi que, para estruturas mais simples, correspondendo a uma viga de alumínio de seção transversal retangular, simplesmente apoiada, os locais danificados são obtidos com boa precisão, já para estruturas mais complexas, o uso de três modos de vibração, para o índice COMAC, não parece ser suficiente para detectar reduções de rigidez inferiores a 10%. Os autores detectaram uma limitação na aplicação do índice COMAC. Especificamente, foram verificadas indicações errôneas do índice quando o dano é localizado em correspondência com nós de inflexão.

Shi e Law (1998) propuseram um método para localização de danos em uma estrutura baseado na Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy – MSE). Este método consiste

em utilizar a Mudança da Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy Change – MSEC) em cada elemento estrutural, antes e após a ocorrência do dano. As informações necessárias para aplicação do método são apenas os modos de vibração e a matriz de rigidez elementar, não sendo necessário o conhecimento da rigidez global e da matriz de massa. Foram simulados casos de danos em estruturas de aço (viga e pórtico plano) com danos únicos e múltiplos, com ruídos e com modos incompletos. Os resultados obtidos experimentalmente atestaram a eficácia do método.

Sampaio, Maia e Silva (1999) sugeriram o método da diferença absoluta entre as curvaturas da estrutura íntegra e danificada usando a FRF, o qual é fundamentado pela resposta de frequência nos diferentes locais da estrutura. Foram apresentado dois exemplos, um com dados númericos (sistema de massa concentrada) e um outro com dados experimentais (ponte real), a partir dos resultados foi verificado que o método obteve bom desempenho na detecção e localização dos danos.

Genovese (2000) propôs o método do erro na equação de movimento, para localização e quantificação do dano. O método consiste em duas etapas: a primeira tenta localizar o dano por meio de um desequilíbrio ou erro na equação de movimento da estrutura íntegra, produzido pelos modos e frequências da estrutura danificada. Já a segunda etapa corresponde à quantificação do dano no elemento através da minimização do erro na equação mencionada. Foi realizado pelo autor uma análise numérica e experimental em oito vigas metálicas, sendo duas sem danos e as outras com danos em diferentes locais e com intensidades distintas. Os resultados mostraram que em alguns casos foi possível determinar os locais danificados corretamente, e quanto a quantificação, os valores ficaram dentro de uma faixa esperada pelo autor, tanto na análise numérica como na experimental.

Shi, Law e Zhang (2000) complementaram o método Shi e Law (1998), baseado na MSE, incluindo a quantificação da intensidade do dano. Primeiro é localizado o dano e em seguida é quantificado a sua intensidade, usando a sensibilidade do MSE. Essa abordagem requer apenas a matriz de rigidez elementar, os modos de vibração analítico ou os modos de vibração medido (experimentalmente) incompletos. O procedimento proposto foi testado por meio de estudos numéricos e experimentais em estruturas de aço (viga e pórtico plano) para danos únicos e múltiplos e diferentes níveis de ruídos. Os resultados indicam que o método apresentado é eficaz na localização e quantificação de danos, mas é sensível ao ruído acima de 7% para quantificação dos danos.

Kim e Subbs (2003) propuseram um método para localizar o dano usando mudança das frequências naturais da estrutura. De acordo com a formulação matemática, a razão da mudança da energia de deformação modal está diretamente relacionada com a razão da mudança da frequência, considerando as estruturas com e sem danos, assim o método consiste em calcular a diferença entre as duas razões, para cada elemento, referente a determinado modo de vibração. O método foi testado via experimental, valendo-se de 16 vigas de aço com seção retangular, com diferentes intensidades e posições de dano. Os resultados mostraram que os danos foram localizados corretamente, com baixo índice de erro.

Wang e Li (2012) desenvolveram um novo método para localização e quantificação de danos a partir do estudo da energia de deformação modal, requerendo poucas informações sobre alterações das frequências naturais. Para demonstrar a robustez do algoritmo de estimação do dano, estudos numéricos e experimentais foram realizados, sendo utilizados uma viga engastada e uma treliça bidimensional. Excelentes resultados foram obtidos, validando o método proposto.

Dawari e Vesmawala (2013) usaram o método de Diferença da Curvatura Modal (DCM) para identificar e localizar danos em modelos númericos de viga de aço de seção transversal I simplesmente apoiada. Resultados de simulações numéricas apontaram para a eficácia do método na localização de cenários de dano único e múltiplo em vigas. Os pesquisadores constataram que as alterações das curvaturas dos modos de vibração estão localizadas na região do dano, de modo que a diferença absoluta entre as formas do modo de curvatura das vigas intacta e danificada aumenta com o incremento da severidade do dano. Constatou-se ainda que os modos de vibração superiores fornecem os melhores resultados em termos de localização de danos.

Moradipour, Chan e Gallage (2015) propuseram um método melhorado da Energia de Deformação Modal (MSE) para detectar e quantificar danos em estruturas. A comparação entre o método proposto por Shi, Law e Zhang (2000) e o método melhorado foi realizada por meio de simulações numéricas, valendo-se de uma viga biengastada e de um pórtico plano, incluindo cenários de dano únicos e múltiplo, na ausência e presença de até 5% de ruído. Verificou-se que o método melhorado apresentou melhor desempenho.

Um novo indicador para identificação de danos em vigas, baseado em dados de modos de vibração, inclinação e curvatura dos modos de vibração, foi proposto por Yazdanpanah, Seyedpoor e Bengar (2015). Para avaliar a robustez do método, foram considerados dois exemplos numéricos, a saber: uma viga biapoiada e uma viga sobre 3 apoios, com cenários de

dano único e dano múltiplo. Os resultados demonstraram a eficácia do método para grande parte dos casos investigados.

Thulasendra e Dewangan (2017) apresentaram um estudo comparativo de três métodos: o Critério de Garantia de Localização de Danos (Damage Location Assurance Criterion -DLAC), a Mudança da Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy Change Ratio -MSEC) e a Energia de Deformação Modal Iterativa (Iterative Modal Strain Energy - IMSE), para detecção, localização e quantificação de dano único em uma treliça bidimensional. Os três métodos (DLAC, MSEC e IMSE) foram capazes de detectar o dano, ou seja, identificaram corretamente o elemento danificado para os casos considerados. Os algoritmos relativos aos métodos DLAC e IMSE mostraram-se mais exatos na estimativa da intensidade do dano, entretanto, o método IMSE requereu menor número de parâmetros modais e exigiu menor esforço computacional.

Wu *et al.* (2017) desenvolveram uma nova abordagem para identificação do dano estrutural, em que o método Mudança da Energia de Deformação Modal, apresentado por Shi e Law (1998), é reformulado com modos de deformação. O método foi testado numericamente em uma viga biengastada de alumínio, com diferentes cenários de dano único e dano múltiplo, e validado experimentalmente. Os resultados mostraram que o método proposto apresentou melhor desempenho em relação ao método da Energia de Deformação Modal com modos de vibração medidos incompletos e técnica de expansão modal (adotada para corresponder os graus de liberdade entre o modelo analítico e o experimental).
## **3 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS**

Neste capítulo são apresentados os quatro métodos que serão usados neste trabalho, para investigação do dano estrutural: (1) Diferença da Curvatura Modal (DCM), (2) Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração (MSDBI), (3) Mudança da Energia de Deformação Modal (MSEC) e (4) Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada (RMSEC). Inicialmente, será feita a descrição dos quatro métodos apresentados na literatura e, posteriormente, será proposta a modificação de dois deles.

Os dois primeiros métodos foram escolhidos por utilizarem apenas modos de vibração vertical. O terceiro método, apesar de requerer informações modais em todos os graus de liberdade — o que é inviável do ponto de vista prático — apresenta bons resultados, como constatado em outras pesquisas, podendo ser usado como um padrão comparativo. E, por fim, o quarto método é bastante promissor, uma vez que requer modos de deformação — na prática é mais fácil medir modos de deformação que modos de rotação.

#### 3.1 Métodos Apresentados na Literatura

## 3.1.1 Diferença da Curvatura Modal

O dano introduzido em um elemento estrutural altera o momento de inércia do mesmo, reduzindo a rigidez à flexão (EI) da seção e, consequentemente, modificando sua curvatura. As mudanças na curvatura são de natureza local, de modo que podem ser usadas para detectar e localizar o dano estrutural. Em vigas, a curvatura dos modos de vibração está relacionada com a rigidez à flexão das seções transversais, dessa forma, curvatura em um nó é definida pela equação:

$$\kappa = \Phi^{\prime\prime} = \frac{M}{EI} \tag{1}$$

Em que:

 $\Phi'' = \frac{d^2y}{dx^2} - \text{curvatura na seção;}$ y - deslocamento transversal; x - coordenada longitudinal; M – momento fletor na seção;

I – momento de inércia da seção transversal;

*E* – módulo de elasticidade do material.

Pandey, Biswas e Samman (1991) mostraram, utilizando em modelos numéricos, que as mudanças absolutas entre as curvaturas modais das estruturas intactas e danificadas podiam ser um bom indicador da localização de dano. Isto é:

$$DCM_{(j,i)} = \left| \Phi_{d(j,i)}'' - \Phi_{(j,i)}'' \right|$$
(2)

Em que:

DCM – diferença absoluta da curvatura modal do j-ésimo nó no i-ésimo modo;

 $\Phi''_{(j,i)}$  – curvatura modal do *j*-ésimo nó da estrutura intacta referente ao *i*-ésimo modo;  $\Phi''_{d(j,i)}$  – curvatura modal do *j*-ésimo nó da estrutura danificada referente ao *i*-ésimo modo.

Estas curvaturas foram calculadas usando a aproximação de um operador de Diferença Finitas Central (DFC) para o deslocamento do nó j na deformada modal do modo i. Este operador é definido como:

$$\Phi_{(j,i)}^{\prime\prime} = \frac{\phi_{(j+1,i)} - 2\phi_{(j,i)} + \phi_{(j-1,i)}}{l^2}$$
(3)

$$\Phi_{d(j,i)}^{\prime\prime} = \frac{\phi_{d(j+1,i)} - 2\phi_{d(j,i)} + \phi_{d(j-1,i)}}{l^2} \tag{4}$$

Em que:

 $\phi_{(j,i)}$  – deslocamento da deformada modal do *j*-ésimo nó da estrutura intacta referente ao *i*-ésimo modo;

 $\phi_{d(j,i)}$  – deslocamento da deformada modal do *j*-ésimo nó da estrutura danificada referente ao *i*-ésimo modo;

l – comprimento do elemento de viga.

Em um determinado local de dano, o valor da curvatura modal é significativamente maior do que em outros locais. Com base nos valores de diferença de curvatura dos dados medidos de estruturas intactas e danificadas, a localização dos danos na estrutura pode ser identificada.

#### 3.1.2 Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração

Foi definido por Yazdanpanah, Seyedpoor e Bengar (2015) um novo método chamado de Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração (Mode Shape Data Based Indicator -MSDBI), para identificação de danos estruturais em vigas usando as respostas dinâmicas (modos de vibração, inclinação e curvatura dos modos de vibração) nos estados intacto e danificado (Equação 5).

$$MSDBI_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left| \left[ \left| \Phi_{d(j,i)}^{\prime\prime} - \Phi_{(j,i)}^{\prime\prime} \right| \left( \phi_{d(j,i)} \right)^{2} \right] - \left[ \left( \left| \Phi_{d(j,i)}^{\prime} \right| - \left| \Phi_{(j,i)}^{\prime} \right| \right)^{2} (\phi_{(j,i)}) \right] \right|$$
(5)

Em que:

 $MSDBI_j$  – indicador baseado em dados de modos de vibração do *j*-ésimo nó;  $\Phi'_{(j,i)}$  – inclinação modal do *j*-ésimo nó da estrutura intacta referente ao *i*-ésimo modo;  $\Phi'_{d(j,i)}$  – inclinação modal do *j*-ésimo nó da estrutura danificada referente ao *i*-ésimo modo;

m – número de modos.

Essas inclinações podem ser calculadas usando a aproximação de um operador DFC para o deslocamento do nó *j* na deformada modal do modo *i*. Este operador é definido como:

$$\Phi'_{(j,i)} = \frac{\phi_{(j+1,i)} - \phi_{(j-1,i)}}{2l} \tag{6}$$

$$\Phi'_{d(j,i)} = \frac{\phi_{d(j+1,i)} - \phi_{d(j-1,i)}}{2l}$$
(7)

Assumindo que o conjunto do *MSDBI* de todos os nós represente uma população de uma variável aleatória normalmente distribuída, uma forma normalizada de *MSDBI* pode ser definida da seguinte forma:

$$nMSDBI_{j} = m\acute{a}x \left[ 0, \left( \frac{MSDBI_{j} - mean(MSDBI)}{std(MSDBI)} \right) \right]$$
(8)

Em que:

mean(MSDBI) – média do MSDBI em todos os nós;
std(MSDBI) – desvio padrão do MSDBI em todos os nós.

#### 3.1.3 Mudança da Energia de Deformação Modal

Este método, proposto por Shi e Law (1998), se baseia na Mudança da Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy Change – MSEC) em cada elemento da estrutura, antes e após a ocorrência de dano.

A Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy - MSE) do *j*-ésimo elemento, correspondente ao *i*-ésimo modo, antes e depois da ocorrência do dano, é definida por:

$$MSE_{(j,i)} = \{\Phi_{(j,i)}\}^T [K_j] \{\Phi_{(j,i)}\}$$
(9)

$$MSE^{d}_{(j,i)} = \{\Phi_{d(j,i)}\}^{T}[K_{j}]\{\Phi_{d(j,i)}\}$$
(10)

Em que:

 $MSE_{(j,i)}$  – energia de deformação da estrutura intacta do *j*-ésimo elemento no *i*-ésimo modo;

 $MSE_{(j,i)}^d$  – energia de deformação da estrutura danificada do *j*-ésimo elemento no *i*-ésimo modo;

 $\{\Phi_{(j,i)}\}$  – vetor do *i*-ésimo modo de vibração da estrutura intacta referente ao *j*-ésimo elemento;

 $\{\Phi_{d(j,i)}\}$  – vetor do *i*-ésimo modo de vibração da estrutura danificada referente ao *j*-ésimo elemento;

 $[K_i]$  – matriz de rigidez local do *j*-ésimo elemento.

Como a localização do dano é desconhecida, a matriz de rigidez local original do elemento é usada no estado danificado como uma aproximação.

A Mudança da Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy Change - MSEC) do *j*-ésimo elemento no *i*-ésimo modo pode ser escrita como:

$$MSEC_{(j,i)} = \{\Phi_{d(j,i)}\}^T [K_j] \{\Phi_{d(j,i)}\} - \{\Phi_{(j,i)}\}^T [K_j] \{\Phi_{(j,i)}\}$$
(11)

Supondo que um dano cause uma redução da rigidez local, alterando os modos de vibração em uma região localizada, a Equação 11 mostra que ocorrendo um dano em um elemento, o MSEC apresentará o maior valor nesse elemento, um valor relativamente menor em elementos adjacentes e valores muito pequenos nos elementos distantes. Assim, a Razão da Mudança da Energia de Deformação (Modal Strain Energy Change Ratio - MSECR), tem se mostrado mais adequada para ser um indicador significativo para a localização de danos, sendo definida por:

$$MSECR_{j}^{i} = \frac{\left|MSE_{i,j}^{d} - MSE_{i,j}\right|}{MSE_{i,j}}$$
(12)

Se o *MSE* para vários modos *m* for considerado em conjunto, o  $MSECR_j$  do *j*-ésimo elemento é definido como a média da soma do  $MSECR_j^i$  para todos os modos normalizados em relação ao maior valor  $MSECR_{máx}^i$  de cada modo, isto é:

$$MSECR_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{\text{MSECR}_{j}^{i}}{\text{MSECR}_{máx}^{i}}$$
(13)

Portanto, para detectar e localizar os possíveis elementos danificados, as Equações 12 ou 13 podem ser utilizadas separadamente para calcular o indicador MSECR. No caso de uso da Equação 13, qualquer um dos primeiros cinco modos de vibração pode ser utilizado, no entanto, na maioria das vezes, para obtenção de melhores resultados, são requeridos os primeiros cinco modos de vibração de estruturas danificadas e não danificadas (SHI e LAW, 1998; MORADIPOUR, CHAN e GALLAGE 2015).

#### 3.1.4 Mudança da Energia de Deformação Modal Reformulada

O método de detecção e localização de danos estruturais baseado na Energia de Deformação Modal, conforme descrito por Shi e Law (1998), geralmente requer informações modais em todos os graus de liberdade. Em geral, tal exigência é incompatível com a aplicação em cenários práticos, nos quais apenas um número limitado de sensores é instalado na estrutura e a dificuldade existente na medição dos modos de vibração rotacional. Frequentemente, a técnica de expansão modal é adotada para que os modos de vibração de um número limitado de graus de liberdade medidos correspondam aos graus de liberdade do modelo analítico, o que introduz erros. Diante disso, uma nova abordagem foi proposta por Wu *et al.* (2017), na qual a Energia de Deformação Modal elementar é reformulada com modos de deformação. Segundo Wu *et al.* (2017) os modos de deformação, geralmente, são mais fáceis de serem obtidos, com determinada exatidão, do que os modos de rotação. Assim, uma nova formulação (Equação 14) foi proposta para melhorar a exatidão do algoritmo de detecção e localização de danos baseado na Energia de Deformação Modal, no qual todos os modos de deslocamento e rotação são substituídos pelos modos de deformação.

$$RMSEC_{i,j} = \{\Phi_{d\varepsilon i}\}^T [K_{\varepsilon j}] \{\Phi_{d\varepsilon i}\} - \{\Phi_{\varepsilon i}\}^T [K_{\varepsilon j}] \{\Phi_{\varepsilon i}\}$$
(14)

Em que:

 $RMSEC_{i,j}$  – mudança da energia de deformação modal reformulada do *j*-ésimo elemento no *i*-ésimo modo;

 $\{\Phi_{\varepsilon i}\}$  – vetor do *i*-ésimo modo de deformação da estrutura intacta referente ao *j*-ésimo elemento;

 $\{\Phi_{d\varepsilon i}\}$  – vetor do *i*-ésimo modo de deformação da estrutura danificada referente ao *j*-ésimo elemento;

 $[K_{\varepsilon j}]$  – nova matriz de rigidez local do *j*-ésimo elemento.

Wu et al. (2017), definiu a nova matriz de rigidez do j-ésimo elemento como:

$$[K_{\varepsilon j}] = [T_e]^T [K_j] [T_e] = \frac{2lEI}{3h^2} \begin{bmatrix} 2 & 1\\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$
(15)

Em que:

 $[T_e]$  –matriz de transferência elementar;

 $[K_j]$  – matriz de rigidez local do *j*-ésimo elemento;

l – comprimento do elemento de viga;

E - módulo de elasticidade do material;

*I* – momento de inércia da seção transversal;

h – altura da seção transversal.

A matriz de transferência elementar  $[T_e]$ , (Equação 16) é definida por Wu *et al.* (2017) como a matriz que conecta o vetor do *i*-ésimo modo de deformação referente ao *j*-ésimo elemento e o vetor do *i*-ésimo modo do *i*-ésimo de deslocamento referente ao *j*-ésimo elemento.

$$[T_e] = \frac{l}{3h(l^2+4)} \begin{bmatrix} l^2 & -l^2 \\ 6l+2l^3 & 6l+l^3 \\ -l^2 & l^2 \\ -6l-l^3 & -6l-2l^3 \end{bmatrix}$$
(16)

Da mesma forma do método proposto por Shi e Law (1998) é sugerida a Razão da Mudança da Energia de Deformação Reformulada (Reformulated Modal Strain Energy Change Ratio - RMSECR) (Equação 17), para que o indicador seja mais significativo para a localização de danos:

$$RMSECR_{j}^{i} = \frac{\left|RMSE_{i,j}^{d} - RMSE_{i,j}\right|}{RMSE_{i,j}}$$
(17)

Considerando vários modos, tem-se:

$$RMSECR_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{RMSECR_{j}^{i}}{RMSECR_{máx}^{i}}$$
(18)

Para determinar os modos de deformação existem formulações que fornecem uma relação analítica entre os modos de deslocamento e os modos de deformação, entretanto algumas delas podem introduzir grandes erros nos modos de deformação. Na simulação numérica, com base no modelo de elementos finitos da estrutura, alguns *softwares* comerciais

fornecem as deformações nos pontos de medição, então os modos de deformação podem ser obtidos diretamente dos dados de deformação. Na prática de engenharia, os modos de deformação podem ser obtidos diretamente via teste modal, portanto, não é usual obter os modos de deslocamento, e depois transformá-los em modos deformação, evita erro adicional no algoritmo de detecção e localização de dano.

#### 3.2 Métodos Modificados Propostos

## 3.2.1 Diferença da Curvatura Modal Modificado

Quando o dano ocorre ele pode ser representado como uma pequena perturbação no sistema original. Em algumas situações, essa perturbação faz com que a configuração do deslocamento da deformada modal do *i*-ésimo modo, da estrutura íntegra quando comparada com a danificada, apresente espelhamento (Figura 4).

## Figura 4 - Ilustração da configuração do deslocamento da deformada modal para um modo: (a) estrutura íntegra e (b) estrutura danificada.



Fonte: Autor.

Para essas situações, o uso da Equação 2  $(DCM_{(j,i)} = |\Phi_{d(j,i)}'' - \Phi_{(j,i)}''|)$  não será um bom indicador para detectar a diferença de curvatura do *j*-ésimo nó referente ao modo que apresenta esse cenário. Para o exemplo ilustrativo (Figura 4), a curvatura modal do nó 7 da estrutura íntegra apresentará um valor positivo, enquanto para a estrutura danificada apresentará um valor negativo. Dessa forma, para esse nó (usando a Equação 2) não será possível realizar a diferença da curvatura modal.

Assim, a ideia proposta para o método Diferença da Curvatura Modal Modificado (DCMM) é fundamentada nas mudanças absolutas das curvaturas modais absolutas, da estrutura nas condições intacta e danificada (Equação 14).

$$DCMM_{(j,i)} = \left| \left| \Phi_{d(j,i)}^{\prime\prime} \right| - \left| \Phi_{(j,i)}^{\prime\prime} \right| \right|$$
(19)

Como constatado por Pandey, Biswas e Samman (1991), para o uso do método DCM é requerido pelo menos os primeiros cinco modos da estrutura íntegra e danificada, usando cada um por sua vez na Equação 2. Já nesse método modificado, para que o local danificado seja evidenciado de forma mais exata e com boa segurança, é sugerido que se forem usados m modos de vibração, o  $DCMM_j$  do j-ésimo nó seja definido como a média da soma do  $DCMM_j^i$  para todos os modos normalizados em relação ao maior valor  $DCMM_{máx}^i$  de cada modo, isto é:

$$DCMM_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{DCMM_{j}^{i}}{DCMM_{máx}^{i}}$$
(20)

#### 3.2.2 Indicador Baseado em Dados de Modos de Vibração Modificado

Com base na mesma teoria do DCMM, é sugerida uma modificação no método MSDBI, em que as curvaturas modais serão consideradas em valor absoluto. Assim, o MSDBI modificado do *j*-ésimo nó no *i*-ésimo modo é definido pela Equação 21:

$$MSDBIM_{(j,i)} = \left| \left[ \left| \left| \Phi_{d(j,i)}^{"} \right| - \left| \Phi_{(j,i)}^{"} \right| \right| \left( \phi_{d(j,i)} \right)^{2} \right] - \left[ \left( \left| \Phi_{d(j,i)}^{'} \right| - \left| \Phi_{(j,i)}^{'} \right| \right)^{2} (\phi_{(j,i)}) \right] \right|$$
(21)

Normalizando de maneira semelhante ao indicador proposto  $DCMM_j$  para vários modos (*m*) (Equação 20), tem-se:

$$MSDBIM_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{MSDBIM_{j}^{i}}{MSDBIM_{máx}^{i}}$$
(22)

O  $MSDBIM_j$  do *j*-ésimo nó é definido como a média da soma do  $MSDBIM_j^i$  para todos os modos normalizados em relação ao maior valor  $MSDBIM_{máx}^i$  de cada modo.

Neste trabalho, o resultado do indicador de dano proposto  $DCMM_j$  (Equação 20) será comparado com o indicador DCM proposto por Pandey, Biswas e Samman (1991), definido pela Equação 2. Portanto, é necessário que o DCM seja normalizado de maneira semelhante:

$$DCM_{j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{DCM_{j}^{i}}{DCM_{máx}^{i}}$$
(23)

O  $DCM_j$  do *j*-ésimo nó é definido como a média da soma do  $DCM_j^i$  para todos os modos normalizados em relação ao maior valor  $DCM_{máx}^i$  de cada modo.

Os resultados dos indicadores de dano  $DCMM_j$  (Equação 20),  $MSDBIM_j$  (Equação 22) e  $DCM_j$  (Equação 23) são normalizados da mesma forma do indicador  $nMSDBI_j$  (Equação 8), uma vez que também serão comparados neste trabalho. Portanto:

$$nDCMM_{j} = m\acute{a}x \left[ 0, \left( \frac{DCMM_{j} - mean(DCMM)}{std(DCMM)} \right) \right]$$
(24)

Em que:

mean(DCMM) – média do DCMM em todos os nós;
std(DCMM) – desvio padrão do DCMM em todos os nós.

$$nMSDBIM_{j} = m\acute{a}x \left[ 0, \left( \frac{MSDBIM_{j} - mean(MSDBIM)}{std(MSDBIM)} \right) \right]$$
(25)

Em que:

mean(MSDBIM) – média do MSDBIM em todos os nós;
std(MSDBIM) – desvio padrão do MSDBIM em todos os nós.

$$nDCM_{j} = m\acute{a}x \left[ 0, \left( \frac{DCM_{j} - mean(DCM)}{std(DCM)} \right) \right]$$
(26)

Em que:

mean(DCM) – média do DCM em todos os nós;

std(DCM) – desvio padrão do DCM em todos os nós.

## **4 METODOLOGIA**

No âmbito do desenvolvimento desta pesquisa, inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica acerca do tema visando a apropriação de informações e elaboração de conhecimento a respeito dos métodos de identificação de danos. Desse modo, quatro métodos foram selecionados para estudos mais aprofundados e implementação computacional, sendo proposta a modificação de dois deles. As implementações foram realizadas por meio do software Matlab, versão R2014b. Para a investigação aplicada do dano, foram construídos modelos computacionais de vigas de concreto simples e de aço, elaborados por meio do pacote de *software* comercial para análise por elementos finitos Abaqus/CAE 2018, valendo-se de dados de vigas disponíveis na literatura especializada. Nesse contexto, os trabalhos realizados por Carvalho (2015) e por Moradipour, Chan e Gallage (2015) foram de particular interesse, e neste capítulo são apresentados os pontos importantes dos trabalhos supracitados no contexto desta dissertação. Neste capítulo também será mostrada como foi realizada a discretização e a introdução dos danos nos modelos computacionais construídos.

O trabalho de Carvalho (2015) foi escolhido devido ao interesse nos dados obtidos experimentalmente pelo autor e a possibilidade de avaliar se por meio de outra abordagem (baseada na alteração dos parâmetros modais) seria possível identificar a região em que o autor introduziu danos. Já o trabalho de Moradipour, Chan e Gallage (2015) foi selecionado tendo em vista o interesse na modelagem e resultados numéricos apresentados, além do fato de terem empregado um dos métodos de identificação de dano usado na presente pesquisa, viabilizando a avaliação do domínio desse método em particular e contribuindo para a validação dos demais.

#### 4.1 Trabalhos de Carvalho (2015) e de Moradipour, Chan e Gallage (2015)

## 4.1.1 Trabalho Realizado por Carvalho (2015)

Carvalho (2015) realizou um estudo teórico-experimental com o objetivo de verificar indícios da existência do dano em corpos de prova (CP) de vigas de concreto simples e de concreto reforçado com fibras, utilizando a rigidez à flexão (*EI*) como parâmetro, por meio da comparação entre os valores de rigidez dos corpos de prova nos estados íntegro e danificado. Em seguida, foi realizada uma análise estatística para avaliar a eficiência do parâmetro adotado,

análise esta que mostrou que para as vigas estudadas a rigidez pode ser considerada um bom parâmetro para avaliar a presença de dano.

O autor obteve três lotes de vigas em concreto para sua dissertação, entretanto, para o presente trabalho, foi de interesse o uso dos ensaios realizados em dois lotes (Lote II e Lote III), pois o primeiro lote tratava-se de concreto reforçado com fibras.

No caso dos lotes II e III, foram moldados 10 CP de concreto simples com dimensões 40x10x10 cm, sendo que cada lote apresentava três condições distintas. Na primeira condição, foram selecionadas 4 (quatro) vigas íntegras (denominadas de CP-ND), já nas outras situações o autor introduziu dano local no meio do vão (denominado de CP-CD), representado por um entalhe de 5 mm de espessura na direção perpendicular ao eixo da viga, sendo que 3 CP foram danificados de maneira que o rasgo correspondesse à penetração do disco da retífica em 30%, referente a uma altura de 3 cm, e quanto os outros 3 CP o dano correspondeu a penetração do disco em 60%, referente a uma altura de 6 cm (Tabela 1 e Figura 5).

Tabela 1 - Número de corpos de prova para as diferentes condições de dano no lote II e III.

Lote	<b>CP-ND (0%)</b>	CP-CD-30 (30%)	CP-CD-60 (60%)	Total
II	4	3	3	10
III	4	3	3	10
		Fonte: Autor.		



Fonte: Adaptado de Carvalho, 2015.

De acordo com o ensaio proposto pela NBR 8522 (2008), foi determinado o módulo estático de elasticidade à compressão e, de acordo com a NBR 5739 (2007), foi determinada a resistência à compressão axial. Os lotes II e III apresentaram resistência à compressão axial de 23,36 MPa e 19,96 MPa, respectivamente, enquanto os módulos de elasticidade (E) obtidos corresponderam a 23,09 GPa e 19,19 GPa, respectivamente.

As vigas avaliadas quanto ao indício da presença de dano eram simétricas e foram submetidas ao ensaio experimental de flexão em quatro pontos, neste tipo de ensaio as vigas encontram-se simplesmente apoiadas e são solicitadas por duas cargas concentradas, de mesma intensidade (P), à mesma distância (c) em relação aos apoios A e B (Figura 6).



Figura 6 - Esquematização do ensaio de Flexão em quatro pontos.

Fonte: Autor.

Em que:

P – valor da carga externa;

C – distância entre o apoio mais próximo e a carga externa;

 $L_v$  – vão da viga;

A e B - apoios.

Para a estimativa da rigidez à flexão, Carvalho (2015) fez uso do deslocamento vertical no meio do vão das vigas. O deslocamento foi medido em tempo real do início do ensaio até a ruína da viga com intervalos de tempo de 30 segundos, através de um relógio comparador analógico com resolução de 0,01 mm, posicionado na face inferior das vigas (Figura 7). A velocidade de incremento de tensão foi de 0,09 MPa/min.

Figura 7 - Ilustração do aparato experimental para a realização do ensaio de flexão em quatro pontos com o posicionamento do relógio comparador analógico.



Fonte: Carvalho, 2015.

O modelo esquemático do ensaio é apresentado na Figura 8.



Figura 8 - Posicionamento dos carregamentos aplicados.

Fonte: Adaptado de Carvalho, 2015.

Carvalho (2015) obteve os valores de rigidez à flexão com o uso da Equação 27, a qual foi obtida considerando que a seção transversal não é constante ao longo de todo o vão da viga (caso das vigas danificadas).

$$EI = P c \frac{\left(\frac{L_v}{2}\right)^2 + \delta^2}{2\delta}$$
(27)

Em que:

 $\delta$  – valor experimental obtido para a deflexão.

#### 4.1.2 Trabalho Realizado por Moradipour, Chan e Gallage (2015)

Moradipour, Chan e Gallage (2015) realizou um estudo com o objetivo de melhorar o método da Energia de Deformação Modal (Modal Strain Energy – MSE) para detectar e quantificar os danos em estruturas. O seu método, denominado pelo autor como MSE melhorado, consistiu basicamente em utilizar a matriz de rigidez estrutural danificada para estabelecer uma equação da MSE mais precisa. Em seu trabalho, o método foi desenvolvido matematicamente e depois aplicado numericamente a duas estruturas de aço, uma viga biengastada e em um pórtico plano, incluindo cenários de dano único e múltiplo. A partir de seus exemplos ilustrativos foi realizada a comparação do método proposto com o método de Shi, Law e Zhang (2000), sendo constatada a superioridade do método melhorado proposto.

Dentre os dois exemplos ilustrativos, para o presente trabalho, foi de interesse a viga biengastada com dano único e dano múltiplo, para verificação da sensibilidade dos métodos usados na presente pesquisa, quando da ocorrência de diferentes cenários de dano, além de realizar a comparação com os resultados obtidos pelos autores.

A viga modelada por Moradipour, Chan e Gallage (2015) foi discretizada em 12 elementos, com comprimento de 0,60 m e 13 nós, com 3 graus de liberdade por nó, em duas dimensões (2D). Foi suposto que dois casos de dano ocorreram na viga. O primeiro caso consistiu de dano único ocorrido no elemento 6, com perda de rigidez de 15%, enquanto o caso 2 correspondeu a uma situação de dano múltiplo, nos elementos 6 e 11, com perda de rigidez de 10% em cada elemento.

## 4.2 Propriedades Físicas e Geométricas das Vigas sem Dano

Para a viga biapoiada foi escolhido o lote III, com as mesmas propriedades do material e os dados geométricos do trabalho de Carvalho (2015) (Tabela 2).

Área da seção transversal (A)	0,01 m <sup>2</sup>							
Momento de inércia (I)	833,33 10 <sup>-8</sup> m <sup>4</sup>							
Módulo de elasticidade (E)	19,19 10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup>							
Massa específica (p)	2400 kg/m <sup>3</sup>							
Comprimento da viga (L)	0,40 m							

Tabela 2 - Propriedades da viga biapoiada sem dano.

Fonte: Autor.

Para a viga biengastada foram utilizadas as mesmas propriedades do trabalho de Moradipour, Chan e Gallage (2015) (Tabela 3).

Área da seção transversal (A)	0,0016 m <sup>2</sup>
Momento de inércia (I)	3,4133 10 <sup>-9</sup> m <sup>4</sup>
Módulo de elasticidade (E)	207 10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup>
Massa específica (p)	7870 kg/m <sup>3</sup>
Comprimento da viga (L)	7,20 m

Tabela 3 - Propriedades da viga biengastada sem dano.

#### 4.3 Discretização das Vigas

Os modelos das vigas biapoiada e biengastada foram elaborados em duas dimensões no pacote de *software* comercial para análise por elementos finitos, Abaqus/CAE 2018, com formulação B21, que se refere a elementos de viga linear de 2 nós no plano, de forma que cada nó apresenta 3 graus de liberdade.

A viga biapoiada foi discretizada em 16 elementos, com 2,50 cm de comprimento cada, 17 nós e 47 graus de liberdade livres (Figura 9).



A viga biengastada foi discretizada da mesma forma que a apresentada no trabalho de Moradipour, Chan e Gallage (2015), a saber, em 12 elementos, com 0,60 m de comprimento cada, totalizando 13 nós e 33 graus de liberdade livres (Figura 10).





#### Fonte: Autor.

Uma nova discretização para a viga biengastada foi utilizada para avaliar se alguma influência direta é exercida nos métodos de identificação de danos, e consistiu em 24 elementos, de 0,30 m de comprimento cada, totalizando 25 nós e 69 graus de liberdade livres (Figura 11).

#### Figura 11 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II).

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

#### 4.4 Introdução dos Danos

Nos modelos da viga biapoiada o dano único foi introduzido em uma região próxima àquela em que foi realizada na viga ensaiada por Carvalho (2015) (Figura 12). Uma vez que será avaliada a sensibilidade de vários métodos, diferentes cenários de dano foram definidos (Tabela 4).



#### Fonte: Autor.

Cenário	Elemento danificado	Redução de rigidez (%)
1	9	5
2	9	10
3	9	15
4	9	20
	Fonte: Auto	or.

Tabela 4 - Cenários de dano único na viga biapoiada.

Para a viga biengastada (Discretização I), caso de dano único, foi introduzido o dano no elemento 6 (Figura 13), com perda de rigidez de 15%, e para o caso de dano múltiplo, foram introduzidos danos nos elementos 6 e 11 (Figura 14), com perda de rigidez de 10% em cada elemento, de forma semelhante à realizada por Moradipour, Chan e Gallage (2015). Para avaliar a sensibilidade dos métodos, para danos único e múltiplo, diferentes cenários de dano também foram incluídos (Tabelas 5 e 6).





Cenário	Elemento danificado	Redução de rigidez (%)
1	6	5
2	6	10
3	6	15
4	6	20
	Fonte: Auto	pr.

Tabela 5 - Cenários de dano único na viga biengastada.

Figura 14 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização I), com os elementos 6 e 11 danificados.



Fonte: Autor.

Cenário	Elemento danificado	Redução de rigidez (%)
1	6, 11	5, 5
2	6, 11	10, 10
3	6, 11	15, 20
4	6, 11	20, 20
	<b>T</b>	

Tabela 6 - Cenários de dano múltiplo na viga biengastada.

Fonte: Autor.

Para a viga biengastada (Discretização II) foram definidos os mesmos cenários de dano, único e múltiplo, da viga biengastada (Discretização I) (Tabelas 5 e 6). Entretanto, para o caso de dano único foi introduzido o dano no elemento 11 (Figura 15) e para o caso de dano múltiplo foram introduzidos danos nos elementos 11 e 21 (Figura 16). Esses elementos foram escolhidos de forma que as regiões danificadas nos modelos da viga, nas duas situações (danos único e múltiplo), coincidissem com mesmas das realizadas por Moradipour, Chan e Gallage (2015).

Figura 15 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II), com o elemento 11 danificado.

⊿1 :	2 3	3 4	4 5	; e	67	7 8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	 15 [	6 1	7 18	0	0	0 21	0 22	-0- 23	-0	<b>₽</b> Ê

Figura 16 - Modelo da viga biengastada discretizada (Discretização II), com os elementos 11 e 21								
danificados.								

∕11	2	3	4	56	57	7 8	9	10	1	1 1	2 13	3 1	4 1	51	6 1	71	8 1	9	20	21	22	23	24	25
7	0	0	-0	 5		7	8	)C 9	10	11	12 12	13	14	15	o—( 16	17	) 18	0 19	0 20	21	22	0 23	-0	

#### **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos dos modelos das vigas biapoiada e biengastada (Discretização I e II) para os cenários de dano investigados (Tabelas 4, 5 e 6). Os dados modais, obtidos numericamente, para os primeiros 5 modos de vibração foram utilizados para identificar o local danificado através da aplicação dos métodos apresentados no terceiro capítulo. Foi implementado um código para cada método utilizando o *software* Matlab, versão R2014b.

O método modificado proposto DCMM (Equação 20) é comparado com o método DCM (Equação 23). Os dois métodos usam os primeiros 5 modos de vibração vertical simultaneamente. A comparação entre os dois métodos, para cada modo individual, é apresentada no Apêndice A, enquanto no Apêndice B são disponibilizados os modos da estrutura íntegra que apresentaram espelhamento do deslocamento da deformada modal em relação à estrutura danificada.

Os métodos DCMM (Equação 24), MSDBIM (Equação 25) e DMC (Equação 26) são comparados com o método MSDBI (Equação 8). Para os quatro métodos também são usados simultaneamente os primeiros 5 modos de vibração vertical.

O método MSEC (Equação 13), que utiliza simultaneamente todas as informações modais dos primeiros 5 modos de vibração, é comparado com o método RMSEC (Equação 18), que faz uso simultâneo dos primeiros 5 modos de deformação.

## 5.1 Modelos da Viga Biapoiada com Dano Único

Para estudo da sensibilidade dos métodos nos modelos da viga biapoiada, diferentes cenários de dano foram assumidos no elemento 9 (com reduções de rigidez iguais a 5%, 10%, 15% e 20% (Tabela 4)). Para todos os cenários investigados (Figura 17(a-d)) o método DCMM apresenta maiores valores de índice (DCMM) na região danificada (elemento 9), entre os nós 9 e 10, e valores menores fora dessa região. O método DCM também apresenta maiores valores de índice (DCM) na região danificada, mas para as intensidades de dano de 10% (Figura 17(b)) e de 20% (Figura 17(d)) outras regiões não danificadas apresentam consideráveis valores, não relacionando de forma clara o elemento com dano. Assim, é notado que a maior discordância entre os dois métodos ocorre para essas duas intensidades de dano. O que pode justificar tal discordância é o fato dos resultados apresentados na Figura 17 (a-d) serem provenientes da

análise simultânea dos primeiros 5 modos de vibração vertical, então, à medida que os modos de vibração apresentam espelhamento, o algoritmo de identificação de dano não se mostra um bom indicador. Tal ocorrência é constatada para a intensidade de dano de 10%, na qual 2 dos 5 modos de vibração vertical (modos 1 e 5) apresentam espelhamento (Figura 52, Anexo B), e para a intensidade de 20%, em que 1 dos 5 modos (modo 5) apresenta espelhamento (Figura 53, Anexo B).

Figura 17 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biapoiada com dano único.







(b) 10%





Quando da comparação entre os métodos DMC, DCMM, MSDBI e MSDBIM, nota-se que para todos os cenários investigados (Figura 18(a-d)) os métodos modificados propostos, DCMM e MSDBIM, apesar de não apresentarem valores de índices (nDCMM e nMSDBIM, respectivamente) iguais a zero em todos os nós que estão fora da região danificada, apresentam maiores valores na região danificada (elemento 9), indicando que ocorre dano nesse elemento. O método DCM não identifica o elemento danificado de forma clara apenas para a intensidade de dano de 10% (Figura 18(b)). O método MSDBI, por sua vez, não localiza o elemento danificado para as intensidades de dano de 10% (Figura 18(b)) e de 20% (Figura 18(d)), além de apresentar, erroneamente, a existência de mais de uma região danificada.

# Figura 18 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biapoiada com dano único.











Fonte: Autor.

O método MSEC, que requer informações modais em todos os graus de liberdade, em todas os cenários investigados (Figura 19(a-d)) apresenta maior valor de índice (MSECR) no elemento danificado (elemento 9) e valores menores nos elementos não danificados. Os valores de índice MSECR para os elementos com dano têm uma relação linear com a redução de rigidez à flexão (aumento da intensidade do dano). O método Reformulado da MSEC (RMSEC) mostra que o dano único pode ser identificado com sucesso a partir de dados modais de deformação, mesmo quando pequenos danos são investigados (Figura 19(a-d)). O método RMSEC é mais exato do que o método MSEC, uma vez que pelo método RMSEC o elemento danificado apresenta valor de índice (RMSECR) igual a 1 em todos os cenários de dano. Isso ocorre devido ao fato de, em todas as análises individuais dos primeiros 5 modos, o índice RMSECR apresentar maior valor de índice no elemento com dano e, consequentemente, identificá-lo corretamente.





(a) 5%



(b) 10%









## 5.2 Modelos da Viga Biengastada (Discretização I)

## 5.2.1 Dano Único

Os cenários de dano único nos modelos da viga biengastada (representados por reduções de rigidez à flexão iguais a 5%, 10%, 15% e 20% no elemento 6) foram investigados com o uso dos métodos. O método DCMM não identifica o elemento 6 como o danificado em nenhum dos cenários investigados (Figura 20 (a-d)), sendo detectada uma região danificada entre os elementos 5, 6 e 7. Entretanto, a identificação do elemento danificando se evidencia com o aumento da intensidade de dano (redução na rigidez à flexão). A partir da intensidade de 70%, os nós 6 e 7, referentes ao elemento danificado, apresentam maiores valores de índice (DCMM) (Figura 20(e)), enquanto para a intensidade de 90% é perceptível a identificação do elemento com dano (Figura 20(f)), apesar de valores consideráveis de índice (DCMM) serem observados em outros nós adjacentes.

O método DCM detecta uma região danificada (entre os elementos 5, 6, 7 e 8) apenas para a intensidade de dano de 5% (Figura 20(a)) e de 20% (Figura 20(d)). Mesmo com o aumento da intensidade do dano para 70% (Figura 20(e)) e 90% (Figura 20(f)) o elemento danificado não é identificado. Para a intensidade de 90% é detectada uma região danificada (entre os elementos 6 e 7), embora consideráveis valores de índice (DCM) também sejam observados em nós adjacentes. A maior discordância entre os dois métodos (DCMM e DCM) ocorre para a intensidade de 15% (Figura 20(c)), uma vez que os 5 modos de vibração vertical apresentam espelhamento (Figura 56, Anexo B).





(a) 5%







(c) 15%



Primeiros 5 modos 0,9 0,8 0,7 Valor do índice 0,6 0,5 0,4 0,3 0,2 0,1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 Número do nó DCM DCMM -







Fonte: Autor.

Os métodos DCMM e MSDBIM detectam uma região em que o elemento danificado está contido para todos os cenários de dano (Figura 21 (a-d)). O método DCMM identifica uma região entre os elementos 5, 6 e 7, enquanto o MSDBIM identifica outra, entre os elementos 5 e 6. Os métodos DCM e MSDBI apresentam a existência de mais de uma região danificada para todos os cenários (Figura 21(a-d)), não sendo bons indicadores de dano.

A identificação do elemento danificado é evidenciada com o aumento da intensidade do dano. Para a intensidade de dano de 70%, o método MSDBIM identifica o elemento danificado (elemento 6), apesar dos nós adjacentes apresentarem valores de índice (nMSDBIM) relativamente altos. O método DCMM identifica uma região danificada entre os elementos 5 e 6, enquanto o método DCM detecta uma região danificada (cujo maior valor de índice é referente ao elemento 5) e o método MSDBI identifica mais de uma região danificada (Figura 21(e)). Apenas com o aumento da intensidade do dano para 90% se constata que os método DCM e MSDBIM identificam com mais evidência o elemento danificado, enquanto o método DCM detecta uma região danificada (entre os elemento danificado, enquanto o método DCM detecta uma região danificada (entre os elementos 6 e 7) e o método MSDBI continua identificando mais de uma região (Figura 21(f)).

Figura 21 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano único.







(c) 15%



(d) 20%





Fonte: Autor.

Para todos os casos investigados (Figura 22(a-d)), o método MSEC apresenta valor de índice (MSCER) igual a 1 para o elemento danificado, enquanto o método reformulado (RMSEC) — apesar de apresentar maior valor de índice (RMSECR) no elemento danificado — não evidencia o elemento danificado de forma clara, uma vez que fornece valores de índice relativamente altos em outros elementos não danificados.



## Figura 22 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano único.

(a) 5%















Fonte: Autor.

#### 5.2.2 Dano Múltiplo (Dois Danos)

Para estudar o caso de dano múltiplo nos modelos da viga biengastada, diferentes cenários de dano são assumidos nos elementos 6 e 11, com reduções de rigidez iguais a 5% e 5%, 10% e 10%, 15% e 20%, e, 20 % e 20%, respectivamente (Tabela 6). Os métodos DCM e DCMM para a intensidade dos danos de 5% e 5% (Figura 23(a)), 10% e 10% (Figura 23(b)) e 20% e 20% (Figura 23(d)) apresentam as mesmas amplitudes da Diferença da Curvatura Modal e não identificam os elementos danificados. Os métodos supracitados localizam duas regiões danificadas: a primeira se refere ao elemento 5 e a segunda aos elementos 9 e 10. Para a intensidade de 15% e 20% (Figura 23(c)) o método DCMM continua identificando as duas regiões previamente mencionadas e, consequentemente, os mesmos elementos, enquanto o método DCM detecta mais de duas regiões. Mesmo com o aumento da intensidade do dano para 90% nos elementos 6 e 11, os métodos não identificam os elementos 5 e 6 e a segunda entre os elementos 10 e 11, enquanto o método DCM apresenta consideráveis valores de índice (DCM) em vários nós (Figura 23(e)).





(a) 5% e 5%







(c) 15% e 20%





Quando da comparação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM, verifica-se para a intensidade dos danos de 5% e 5% (Figura 24(a)), 10% e 10% (Figura 24(b)), e 20% e 20% (Figura 24(d)) que os métodos DCM e DCMM apresentam os mesmos valores de índice (nDCM e nDCMM, respectivamente) e indicam que o elemento 5 é o danificado e que existe outra região danificada, podendo ser o elemento 9 ou 10. Para a intensidade de 15% e 20% (Figura 24(c)) o método DCM identifica mais de duas regiões danificadas e o método DCMM identifica novamente as mesmas duas regiões danificadas, sendo a primeira referente ao elemento 5 e outra entre os elementos 9 e 10.

Em todas as investigações (Figura 24(a-d)) o método MSDBIM aponta para a existência de duas regiões danificadas, sendo que na primeira região o elemento danificado pode ser o 5
ou 6 e na segunda região o elemento com dano pode ser o 9 ou o 10, enquanto o método MSDBI apresenta mais de duas regiões danificadas.

Mesmo com o aumento da intensidade do dano para 90% nos elementos 6 e 11, os métodos não identificam simultaneamente os dois elementos danificados (Figura 24(e)). O método DCMM identifica duas regiões danificadas (entre os elementos 5 e 6 e entre os elementos 10 e 11, respectivamente), o método MSDBIM apresenta maiores valores de índice (nMSDBIM) na região do elemento 6 e detecta outra região danificada (podendo ser o elemento 10 ou 11), os métodos DCM e MSDBI continuam apontando mais de duas regiões com dano.

Figura 24 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano múltiplo.







(b) 10% e 10%



Primeiros 5 modos 1,5 Valor do índice 0,5 Número do nó nDCM — nDCMM — nMSDBI — nMSDBIM

(d) 20% e 20%



Fonte: Autor.

O método MSEC apresenta maior valor de índice (MSECR) para os elementos danificados (elementos 6 e 11), conforme indicado na Figura 25(a-d)), e tem uma relação linear com a redução de rigidez à flexão para os elementos que estão danificados simultaneamente com a mesma intensidade (Figura 25(a), (b) e (d)). No entanto, valores consideráveis são encontrados nos elementos não danificados, especialmente quando os danos simultâneos têm intensidades diferentes (Figura 25(c)). Nessas situações, identificar o dano estrutural pode ser mais difícil. O método reformulado (RMSEC) não identifica nenhum dos elementos danificados. A razão pela qual o método MSEC tem melhor desempenho do que o reformulado se deve ao fato do primeiro utilizar informações modais referentes a todos os graus de liberdade.

Figura 25 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização I) com dano múltiplo.







(b) 10% e 10%





#### 5.3 Modelos da Viga Biengastada (Discretização II)

#### 5.3.1 Dano Único

Quando do aumento do refinamento da malha nos modelos da viga biengastada, os mesmos cenários de dano único (reduções de rigidez à flexão iguais a 5%, 10%, 15% e 20%) foram considerados no elemento 11 a fim de avaliar a sensibilidade dos métodos. Constata-se que, para todos os cenários de dano investigados (Figura 26(a-d)), o método DCMM apresenta os maiores valores de índice (DCMM) na região danificada (elemento 11) — entre os nós 11 e 12 — e valores menores fora dessa região.

Através do método DCM a identificação do elemento danificado é evidenciada com o aumento da intensidade do dano (redução na rigidez à flexão), mas para nenhum dos cenários investigados o elemento danificado foi identificado de forma clara, principalmente para a intensidade de dano de 5% (Figura 26(a)), na qual 3 dos 5 modos de vibração vertical (modos 1, 3 e 5) apresentam espelhamento (Figura 59, Anexo B), e para a intensidade de 10% (Figura 26(b)), em que 3 dos 5 modos (modos 1, 3 e 4) também apresentam espelhamento (Figura 60, Anexo B). É notado que além da quantidade de modos espelhados, a sua ordem (1, 2, 3, 4 e/ou 5) e a intensidade do dano são fatores que influenciam no método DCM.

Figura 26 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano único.













Para os cenários investigados (Figura 27(a-d)), os métodos modificados propostos (DCMM e MSDBIM) identificam o elemento danificado corretamente e com clareza. O método DCM apresenta maiores valores de índice na região danificada (nós 11 e 12), mas também fornece consideráveis valores de índice em outros nós, podendo não evidenciar de forma clara o elemento danificado. Enquanto o método MSDBI apresenta mais de uma região danificada, reduzindo-se o número de regiões indicadas à medida que aumenta a intensidade do dano.





(a) 5%









Fonte: Autor.

Para todos os casos de dano, o método MSEC apresenta valor de índice (MSECR) igual a 1 no elemento danificado e valores bem menores nos elementos não danificados, enquanto o método reformulado RMSEC apresenta maior valor de índice (RMSECR) para o elemento danificado e valores consideráveis são encontrados em outros elementos não danificados, especialmente naqueles imediatamente adjacentes ao elemento com dano (Figura 28(a-d)).

Figura 28 - Aplicação dos métodos MSEC e RMSEC para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano único.



MSECR RMSECR

<sup>(</sup>a) 5%



(b) 10%













Fonte: Autor.

#### 5.3.2 Dano Múltiplo (Dois Danos)

Para estudar a influência do aumento do refinamento da malha nos modelos da viga biengastada com dano múltiplo, diferentes cenários de dano foram assumidos nos elementos 11 e 21, com reduções de rigidez iguais a 5% e 5%, 10% e 10%, 15% e 20%, e, 20% e 20%, respectivamente (Tabela 6). O método DCMM detectou maiores valores de índice (DCMM) nas regiões referentes aos elementos danificados — nós 11 e 12 (para o elemento 11) e nós 21 e 22 (para o elemento 21) — para todos os cenários investigados (Figura 29(a-d)).

O método DCM apresenta maiores valores de índice nas regiões danificadas (elementos 11 e 21) para as intensidades de dano de 5% e 5% (Figura 29(a)) e de 10% e 10% (Figura 29(b)), entretanto, nestas mesmas intensidades de dano, outros nós apresentaram consideráveis valores de índice, não evidenciando de forma clara os elementos danificados. Para as intensidades de dano de 15% e 20% (Figura 29(c)) e de 20% e 20% (Figura 29(d)) foram detectadas mais de duas regiões danificadas.

Para todos os cenários investigados, dos 5 modos de vibração, 3 apresentam espelhamento. Para as intensidades de dano 5% e 5% e de 10% e 10% os modos que apresentam espelhamento são os 3, 4 e 5 (Figuras 63 e 64, respectivamente, Anexo B), enquanto para as intensidades de dano 15% e 20% e de 20% e 20% os modos que apresentam espelhamento são os 2, 3 e 4 (Figuras 65 e 66, respectivamente, Anexo B). É observado também que, além da quantidade de modos espelhados, a sua ordem e a intensidade do dano são fatores que influenciam no método DMC.



Figura 29 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano múltiplo.





(b) 10% e 10%











Os métodos modificados propostos (DCMM e MSDBIM) identificam os dois elementos (11 e 21) danificados em todos os cenários de dano investigados (Figura 30(a-d)). O método DCM, para as intensidades de dano de 5% e 5% e de 10% e 10% (Figura 30(a-b)), apresenta maior valor de índice (nDCM) nas regiões danificadas, mas os nós extremos apresentam consideráveis valores, podendo não evidenciar de forma clara os elementos com danos, enquanto para as intensidades de dano de 15% e 20% e de 20% e 20% (Figura 30 (c-d)) são apresentadas mais de duas regiões danificadas e valores de índice (nDCM) expressivo nos nós extremos. O método MSDBI detecta mais de duas regiões danificadas em todos os cenários de dano examinados.

Figura 30 - Aplicação dos métodos DCM, DCMM, MSDBI e MSDBIM para os primeiros 5 modos de vibração simultaneamente, em modelos da viga biengastada (Discretização II) com dano múltiplo.









O método MSEC identifica de forma clara os elementos danificados (aqueles que apresentam maiores valores de índice (MSECR)) quando estão com as mesmas intensidades de dano (Figura 31(a), (b) e (d)). Nos cenários com danos distintos nos elementos (Figura 31(c)), a detecção da localização exata do dano estrutural se torna difícil para o método, apesar de maiores valores de índice serem atribuídos aos elementos danificados (11 e 21). O método reformulado (RMSEC) também apresenta maiores valores de índice (RMSECR) nos elementos que estão danificados com mesma intensidade, mas não identifica esses elementos com clareza, visto que valores consideráveis também são encontrados em elementos não danificados. Para o método, a detecção da localização exata do dano estrutural se torna mais difícil em cenários com danos distintos nos elementos.





(a) 5% e 5%











(c) 15% e 20%



Uma comparação qualitativa dos resultados obtidos pelos métodos nos casos e cenários discutidos neste capítulo é apresentado no Quadro 1. A atribuição da classificação *Identifica o dano (único ou múltiplo) com clareza*, presente no referido Quadro, foi estabelecida admitindose que os elementos não danificados possuíssem valor de índice inferior a 50% do apresentado pelo elemento com dano. No quadro, os métodos obtidos a partir de modificações propostas pelo autor foram destacados com preenchimento cinza da célula de identificação.

		Cenário	Elemento danificado	Redução de rigidez (%)	DCM	DCMM	nDCM	nDCMM	nMSDBI	nMSDBIM	MSECR	RMSECR
Viga biapoiada (concreto)	Dano único	1	9	5								
		2	9	10								
		3	9	15								
		4	9	20								
V iga biengastada (Discretização I) (aço)	Dano único	1	6	5								
		2	6	10								
		3	6	15								
		4	6	20								
	Dano múltiplo (dois danos)	1	6	5								
			11	5								
		2	6	10								
			11	10								
		3	6	15								
			11	20								
		4	6	20								
			11	20								
Viga biengastada (Discretização II) (aço)	Dano único	1	11	5								
		2	11	10								
		3	11	15								
		4	11	20								
	Dano múltiplo (dois danos)	1	11	5								
			21	5								
		2	11	10								
			21	10								
		3	11	15								
			21	20								
		4	11	20								
			21	20								

Quadro 1 - Comparação qualitativa dos resultados obtidos.

Identifica o dano (único ou múltiplo) com clareza

Identifica o dano (único ou múltiplo), mas outras regiões apresentam consideráveis valores de índice

Não identifica o dano (único ou múltiplo)

87

Fonte: Autor

#### 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi desenvolvida visando detectar e localizar diferentes cenários de dano em modelos numéricos de vigas biapoiada (de concreto simples) e biengastada (de aço). Foram utilizados quatro métodos, que fazem uso das alterações de parâmetros dinâmicos, e foi proposta a modificação de dois desses métodos.

Primeiramente, foram comparados os métodos DCM e DCMM. Para os modelos da viga de concreto simples, os resultados obtidos mostraram que o método modificado DCMM identificou corretamente os danos, enquanto o método DCM, apesar de apresentar maiores valores de índice na região danificada, para determinadas intensidades de dano não foi capaz de identificar de forma clara o elemento danificado. Para os modelos da viga de aço (Discretização I), o dano único não foi detectado pelos dois métodos, no entanto, o método DCMM detectou uma região em que o elemento danificado estava contido. Quando da investigação do dano múltiplo os dois métodos não foram bons indicadores. Os resultados nos modelos da viga de aço (Disctetização II) melhoraram com o aumento do refinamento da malha dos modelos. O método DCMM foi eficiente para os casos de dano único e dano múltiplo, enquanto o método DCM não identificou os danos de forma clara, principalmente quando da investigação do dano múltiplo, situação na qual regiões não danificadas foram apontadas como danificadas.

A segunda comparação foi realizada entre os métodos DMC, DCMM, MSDBI e MSDBIM. Para todos os casos investigados, os métodos DMC, DCMM e MSDBIM identificaram o dano único nos modelos da viga de concreto simples, entretanto, os métodos modificados (DCMM e MSDBIM) foram mais eficientes, enquanto o método MSDBI, para determinadas intensidades de dano, atribuiu danificação a regiões não danificadas, impossibilitando a identificação correta dos elementos danificados. Quando da análise nos modelos da viga de aço (Discretização I), nenhum dos métodos conseguiu detectar o dano único ou o dano múltiplo, entretanto, para o caso de dano único os métodos modificados (DCMM e MSDBIM) detectaram corretamente a região em que o elemento com dano estava contido. Os resultados nos modelos da viga de aço (Discretização II) melhoraram com o aumento do refinamento da malha dos modelos. Nesta condição, os métodos modificados (DCMM e MSDBIM) foram bons indicadores de dano único e dano múltiplo, o método DCM apresentou valores relativamente altos nos nós extremos — dificultando a identificação com determinada segurança para cenários de dano único — e, para dano múltiplo, não se mostrou bom indicador

de dano. Por fim, o método MSDBI não forneceu resultados compatíveis com boa indicação para dano único ou dano múltiplo.

A análise conjunta dos resultados para os primeiros 5 modos de vibração vertical, proposto pelos métodos modificados, permitiram concluir que o elemento danificado pode ser identificado com determinada segurança, uma vez que na análise individual determinado modo pode identificar a localização incorreta ou não apresentar o maior valor de índice no elemento com dano. Assim, é esperado que na análise simultânea grande parte dos modos apresentem maior discordância no elemento com dano, identificando de forma clara e segura o elemento. Os métodos modificados propostos apresentaram desempenho melhor que os originais. Entende-se que os métodos modificados foram mais eficientes que os originais em decorrência do fato que, em determinados modos da estrutura danificada, a configuração do deslocamento da deformada modal apresenta espelhamento em relação à configuração observada na estrutura íntegra e, nessas situações, os algoritmos originais não foram capazes de indicar os danos de forma adequada. Observou-se que o número de modos espelhados não está relacionado somente com a intensidade do dano. O material da estrutura, o número de modos espelhados fornecidos pelos métodos originais.

O método MSEC, apesar de requerer informação modais em todos os graus de liberdade, para todos os modelos da viga (concreto simples e aço) e todos os cenários de dano único e dano múltiplo, identificou corretamente os elementos danificados. Entretanto, em algumas situações o método apresentou valores consideráveis de índice em elementos não danificados, principalmente nos adjacentes aos elementos danificados. O método reformulado RMSEC, que utiliza dados modais de deformação, identificou o elemento danificado em alguns dos cenários investigados. Nos cenários envolvendo os modelos da viga de concreto simples mostrou-se mais eficiente que o MSEC, porém nos cenários com os modelos da viga de aço — especialmente para dano múltiplo — não foi muito satisfatório. Os métodos também apresentaram significativa melhora quanto às respostas com o aumento do refinamento dos modelos da viga biengastada.

Para os métodos MSEC e RMSEC os valores dos índices para os elementos não danificados não foram iguais a zero. Isso aconteceu porque quando um dano é introduzido em um elemento ocorre uma perturbação em toda a estrutura. Portanto, são esperados maiores valores de índice no elemento danificado, valores relativamente menores em elementos adjacentes e valores muito pequenos nos elementos distantes. No entanto, foi observado que o tipo de apoio, a localização dos apoios, o material da estrutura e o refinamento da malha dos modelos são aspectos que podem ter influenciado os resultados obtidos nos dois métodos.

Observou-se que os métodos utilizados neste trabalho — embora com limitações, para o método MSDBI — identificaram os danos (dos modelos da viga biapoiada) na mesma região da introduzida por Carvalho (2015), mostrando a eficiência da investigação do dano através da alteração dos parâmetros modais. Os resultados dos modelos da viga biengastada usando o método MSEC foram semelhantes àqueles obtidos no trabalho de Moradipour, Chan e Gallage (2015), mostrando o domínio do método utilizado e validando os demais métodos.

Para aplicações futuras, sugere-se a utilização dos métodos apresentados para diferentes estruturas, tipos de apoios e cenários de dano, incluindo mais de dois elementos danificados nas condições de dano múltiplo.

### REFERÊNCIAS

ABAQUS®. Documentation. SIMULIA, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6181**: Ações e segurança nas estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. NBR 6181: Ações e segurança nas estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ADAMS, R. D.; CAWLEY, P. The Location of Defects in Structures From Measurements of Natural Frequencies. Journal of Strain Analysis, 14 (2), p. 49-57, 1979.

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. A Correlation coefficient for modal vector analysis. Proc. 1st. Int. Modal Analysis Conference. Soc. for Experimental Mech. Bethel, Conn. 110-116, 1982.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E-32**: Standard Practice for Developing Accelerated Tests to Aid Prediction of the Service Life of Building Components and Materials. Philadelphia, 1980.

ARAGÃO FILHO, L. A. C. M. de; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C. Detecção de danos estruturais através de métodos diretos de ajuste de modelos. In: XXIX JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL. Punta del Leste, 2000.

CARVALHO, P. P. M. Estudo Teórico-Experimental do Dano em Vigas de Concreto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

CERRI, M.N.; VESTRONI, F. Detection of damage in beams subjected to diffused cracking. Journal of sound and vibration, 234 (2), 259-276, 2000.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. Third Edition, Berkeley, Computers & Structures, Inc, 1995.

D'AMBRA, R. B.; ITURRIOZ, I.; DOZ, G. N. **Determinación de la magnitud y localización del daño en estructuras a través del cambio de sus propiedades dinâmicas.** CILAMCE, 3, 1161-1168, 1997.

DAWARI, V. B; VESMAWALA, G. R. Structural damage identification using modal curvature diferences. Journal of Mechanical and Civil Engineering, ISSN: 2278-1684, p. 33-38, 2013.

EWINS, D. J. Modal testing: theory, practice and application. 2. ed. RSP, 2000.

FIGUEIREDO, E. J. F. **Damage Identification in Civil Engineering Infrastructure under Operational and Environmental Conditions**. 2010. 196 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade do Porto, Porto, 2010.

GENOVESE, M. E. S. Localização e quantificação de danos em estruturas por meio das suas características dinâmicas Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 109 p, 2000.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 6240**: Performance standards in buildings: contents and presentation. London, 1980. 2p.

KIM, J. T.; STUBBS, N. Crack detection in beam-type structures using frequency data. Journal of Sound and Vibration, 259(1), 145-160, 2003.

LIEVEN, N.; EWINS, D. J. Spatial correlation of mode shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). Proc. 6th International Modal Analysis Conference, 1988.

LU, Q.; REN, G.; ZHAO, Y. Multiple damage location with flexibility curvatures and relative frequency change for beam structures. Journal of Sound and Vibration, 253(5), 1101-1114, 2002

MATLAB®. The Language of Technical Computing, versão R2014b, MathWorks. 2014.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. **Concrete: Microstructure, Properties, and Materials**. 4th. ed, McGraw-Hill Professional Publishing, 2014.

MORADIPOUR, P.; CHAN, T. H. T.; GALLAGE, C. An improved modal strain energy method for structural damage detection, 2D simulation. Structural Engineering and Mechanics, 54(1), 105-119, 2015.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M. **Damage detection in structures using changes in flexibility**. Journal of Sound and Vibration, 169(4), 3-17, 1994.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. **Damage detection from changes in curvature mode shape**. Journal of Sound and Vibration, 145 (2), 321–332, 1991.

PENNY, J. E. T.; WILSON, D. A. L.; FRISWELL, M. I. **Damage Location in Structures Using Vibration Data.** in Proc. of the 11th International Modal Analysis Conference, 861–867, 1993.

RAGHAVENDRACHAR, M.; AKTAN, A. E. Flexibility by multireference impact testing for bridges diagnostics. Journal of Structural Engineering, ASCE, 118 (8), p. 2186-2203, 1992.

RATCLIFFE, C. P. **Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data.** Journal of Sound and Vibration, 204 (3), 505-517, 1997.

RYTTER, A. **Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures**. PhD thesis, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 1993.

SALAWU, O.S. **Detection of structural damage through changes in frequency: a review**. Engineering Structures, 19 (9), p. 718-723, 1997. SAMMAN, M. M.; BISWAS, M. Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges I: Theory. Journal of Structural Engineering, 120 (1), 269-289, 1994-a.

SAMMAN, M. M., BISWAS, M. Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges II: Results. Journal of Structural Engineering, 120 (1), 290-306, 1994-b.

SAMPAIO, R. P. C; MAIA, N. N. M.; SILVA, J. M. M. **Damage Detection using Frequency-Response-Function Curvature Method**. Journal of Sound and Vibration, 226(5), 1029–1042, 1999.

SHI, Z. Y.; LAW, S. S. **Structural damage localization from modal strain energy change**. Journal of Sound and Vibration, 218 (5), 825-844, 1998.

SHI, Z. Y.; LAW, S. S.; ZHANG, L. M. Structural damage detection from modal strain energy change. Journal of Engineering Mechanics, 118, 1216-1223, 2000.

SMITH, W.; HASHEMI, J. Fundamentos de Engenharia e Ciência dos Materiais. 5. ed., McGraw-Hill, 2015.

THULASENDRA, G.; DEWANGAN, U. K. Comparative study of vibration based damage detection methodologies for structural health monitoring. International Journal of Civil Engineering & Technology (IJCIET), 8(7), 846-857, 2017.

WANG, S. Q.; LI, H. J. Assessment of structural damage using natural frequency changes. Acta Mechanica Sinica, 28(1), 118-127, 2012.

YAZDANPANAH, O.; SEYEDPOOR, S. M.; BENGAR, H. A. A new damage detection indicator for beams based on mode shape data. Struct. Eng. Mech. 53, 725–744 (2015).

WU, S.; ZHOU, J.; RUI, S; FEI, Q. **Reformulation of elemental modal strain energy method based on strain modes for structural damage Struct**. Journal: Advances in Structural Engineering 2017, Vol. 20(6) 896–905. APÊNDICE A - Comparação entre os métodos DCM e DCMM



## Figura 32 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biapoiada com perda de rigidez à flexão de 5%.

Fonte: Autor.



### Figura 33 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biapoiada com perda de rigidez à flexão de 10%.

Fonte: Autor.



# Figura 34 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biapoiada com perda de rigidez à flexão de 15%.

Fonte: Autor.



# Figura 35 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biapoiada com perda de rigidez à flexão de 20%.

Fonte: Autor.



# Figura 36 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perda de rigidez à flexão de 5%.

Fonte: Autor.



# Figura 37 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perda de rigidez à flexão de 10%.

Fonte: Autor.



# Figura 38 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perda de rigidez à flexão de 15%.

Fonte: Autor.



# Figura 39 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perda de rigidez à flexão de 20%.

Fonte: Autor.



# Figura 40 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 5% e 5%.

Fonte: Autor.



# Figura 41 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 10% e 10%.

Fonte: Autor.



# Figura 42 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%.

Fonte: Autor.



# Figura 43 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização I) com perdas de rigidez à flexão de 20% e 20%.

Fonte: Autor.


### Figura 44 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perda de rigidez à flexão de 5%.

Fonte: Autor.



### Figura 45 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perda de rigidez à flexão de 10%.

Fonte: Autor.



# Figura 46 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perda de rigidez à flexão de 15%.

Fonte: Autor.



### Figura 47 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perda de rigidez à flexão de 20%.

Fonte: Autor.



# Figura 48 - Aplicação dos métodos DCM e DCMM para os primeiros 5 modos de vibração, em modelo da viga biengastada (Discretização II) com perdas de rigidez à flexão de 5% e 5%.

Fonte: Autor.

--- DCMM

-DCM





Fonte: Autor.





Fonte: Autor.







Número do nó

DCM

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

valor 0,002

0,001 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9













- DCMM





Fonte: Autor.

**APÊNDICE B - Deformadas Modais** 



# Figura 52 - Deformadas modais em modelos da viga biapoiada (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%.

Fonte: Autor.

Figura 53 - Deformadas modais em modelos da viga biapoiada (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 20%.



Fonte: Autor.





Fonte: Autor.

Figura 55 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%.

(b)

Modo 2

Número do nó

Modo 3

Número do nó

12

13

10 11

11 12

10







### Figura 56 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 15%.

Fonte: Autor.



Figura 57 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 20%.

Fonte: Autor.

Figura 58 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização I) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%.



Fonte: Autor.



Figura 59 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 5%.

Fonte: Autor.



Figura 60 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 10%.

Fonte: Autor.



Figura 61 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 15%.

Fonte: Autor.

Figura 62 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perda de rigidez à flexão de 20%.



(b) Modo 1 0.02 0.04 0.06 0.08 0.1 0.12 0.14 0.16 0.12 0.14 0.16 0.12 0.14 0.16 0.12 0.14 0.12 0.14 0.14 0.15 



Fonte: Autor.



Figura 63 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 5% e 5%.

Fonte: Autor.



Figura 64 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 10% e 10%.

Fonte: Autor.



Figura 65 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 15% e 20%.

Fonte: Autor.



Figura 66 - Deformadas modais em modelos da viga biengastada (Discretização II) (a) íntegra e (b) danificada, com perdas de rigidez à flexão de 20% e 20%.

Fonte: Autor.