



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE FÍSICA



PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA DA MATÉRIA CONDENSADA

# Coexistência de Fases Induzida por um Mecanismo de Direção Defensiva em um Modelo de Autômato Celular para Fluxo de Tráfego

José Pereira Leão Neto

Maceió - Brasil  
Fevereiro – 2011

JOSÉ PEREIRA LEÃO NETO

Coexistência de Fases Induzida por um Mecanismo  
de Direção Defensiva em um Modelo de Autômato  
Celular para Fluxo de Tráfego

Dissertação de Mestrado apresentada  
ao Instituto de Física da Universidade  
Federal de Alagoas, como parte dos  
requisitos para a obtenção do título de  
Mestre em Ciências pelo programa de  
Pós-Graduação em Física da Matéria  
Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Crisógono Rodrigues da Silva

Maceió - Brasil  
Fevereiro – 2011

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

**Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale**

L437c Leão Neto, José Pereira.  
Coexistência de fases induzida por um mecanismo de direção defensiva em um modelo de autômato celular para fluxo de tráfego / José Pereira Leão Neto. – 2011. x, 72 f. : il., grafs.

Orientador: Crisógono Rodrigues da Silva.  
Dissertação (mestrado em Física da Matéria Condensada) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2011.

Bibliografia: f. 68-72.

1. Autômato celular. 2. Modelo computacional. 3. Fluxo de tráfego. I. Título.

CDU: 53:625



**Universidade Federal de Alagoas**  
**Instituto de Física**  
**Programa de Pós Graduação em Física**

BR 104 km 14. Campus A.C. Simões  
Cidade Universitária  
Tabuleiro dos Martins  
57072-970 Maceió - AL, Brasil  
FONE : (82) 3214-1423/FAX 3214-1645

**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE**  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**“Coexistência de Fases Induzida por um Mecanismo de Direção**  
**Defensiva em um Modelo de Autômato Celular para o Fluxo de Tráfego”**

**por**

***José Pereira Leão Neto***

A Banca Examinadora composta pelos professores Crisógono Rodrigues da Silva (orientador), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, André Maurício Conceição de Souza, do Departamento de Física da Universidade Federal de Sergipe, Marcelo Leite Lyra do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, consideram o candidato aprovado com grau “A”.

Maceió, 18 de fevereiro de 2011

  
Prof. Crisógono Rodrigues da Silva

  
Prof. André Maurício Conceição de Souza

  
Prof. Marcelo Leite Lyra

*Dedico*

Aos meus pais Ilson Leão e Maria de Fátima, aos meus irmãos, Ilson Jr, Ielson, Ivens, Fernanda, e a minha namorada Lidiane.

## **Agradecimentos**

A Deus por ter sido minha fortaleza e sustento nas horas difíceis. Também por todas as vitórias alcançadas em minha vida.

Aos meus pais por todo o ensinamento e direcionamento. Aos meus irmãos por todo companheirismo e fidelidade. Em geral, a toda minha família pelo amor, apoio e incentivo que foram imprescindíveis para a minha formação.

A minha querida namorada Lidiane Omena, por toda a sua paciência e pelo o seu amor incondicional em todos os momentos.

Ao Prof. Crisógono Rodrigues da Silva, meu orientador, pelo seu apoio, dedicação e disposição em ajudar. Dispondo de horas de orientação para a concretização deste trabalho.

Ao Prof. Marcelo Lyra, por sua importante colaboração para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Prof. André Souza, por ter aceitado participar da banca e contribuir com este trabalho.

Aos grandes amigos: José Henrique, Frederico Passos, Anderson Bandeira, Paulo Cesar, Alex Costa, Nuccia Carla, Prof. André Moura, Emanuelle Satiko, Prof<sup>a</sup>. Socorro Seixas e ao Prof. Wandearley Dias pelo companheirismo e pelas boas conversas em todas as horas.

A todo corpo docente do IF, por contribuído significativamente na minha formação acadêmica.

A todos os amigos do Instituto de Física, em especial, aos amigos da Batcaverna.

As agências de fomento à pesquisa; CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos).

Finalmente, um agradecimento especial a FAPEAL (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas), pelo apoio financeiro no decorrer desses dois anos (bolsa de mestrado e projeto de auxílio a pesquisa).

## Resumo

Neste trabalho propomos um novo modelo de tráfego, com base no modelo Nagel-Schreckenberg (NaSch), que leva em conta a reação dos condutores numa situação de prevenção no tráfego. Introduzimos uma nova regra que simula o mecanismo de direção defensiva que consiste em diminuir a velocidade dependendo da separação entre os veículos quando o veículo a sua frente freia no tempo anterior. Esse novo mecanismo, quando associado à regra randômica, reduz a velocidade dos carros ajustando suas distâncias e é responsável pelo surgimento de pontos de estrangulamento ao longo da estrada na qual os veículos se movem com velocidade média bem pequena. Além das duas fases do modelo NaSch observamos coexistência das fases de fluxo livre e congestionada, comumente observado num tráfego real. Para valores pequenos da densidade a fase congestionada apresenta características típicas do fluxo sincronizado no qual a parte a jusante do aglomerado de carros se mantém fixo em determinados pontos da estrada, peculiar de um gargalo (estrangulamento). Esses resultados são consistentes com os resultados empíricos observados na teoria de tráfego das três fases.

Palavras chaves: Fluxo de tráfego; Diagrama de fase; Autômato Celular.

## **Abstract**

Traffic flow modeling is an elusive example for the emergence of complexity in dynamical systems of interacting objects. In this work, we introduce an extension of the Nagel-Schreckenberg (NaSch) model of vehicle traffic flow that takes into account a defensive driver's reaction. Such mechanism acts as an additional nearest-neighbor coupling that can trigger avalanches. The defensive reaction dynamical rule consists in reducing the drivers velocity in response to deceleration of the vehicle immediately in front of it whenever the distance is smaller than a security minimum. This new mechanism, when associated to the random deceleration rule due to fluctuations, considerably reduces the mean velocity adjusting the distance between the vehicles. It also produces the emergence of bottlenecks along the road on which the velocity is much lower than the road mean velocity. Besides the two standard phases of the NaSch model corresponding to the free flow and jammed flow, the present model also exhibits an intermediate phase on which these two phases coexists, as it indeed occurs in real traffics. For small values of the density, the jammed phase displays some characteristics of synchronized flow. These finding as consistent with empirical results as well as with the general three-phases traffic theory.

**Keywords:** Traffic flow; Phase diagram; Cellular automaton.

## Lista de Figuras

Figura 1.1 - Medição de fluxo numa seção da via.....	5
Figura 1.2 - Medição de Densidade numa seção da via .....	6
Figura 1.3 - Relações entre as grandezas Volume ou Fluxo .....	7
Figura 1.4 - representação gráfica do modelo linear .....	9
Figura 1.5 - Comportamento observado em campo da relação velocidade -densidade .....	10
Figura 1.6 - Diagrama representando a relação densidade-fluxo.....	11
Figura 1.7 - Diagrama representando a relação densidade-fluxo observada em campo.....	12
Figura 1.8 - Diagrama fundamental do tráfego $q \times \rho$ .....	16
Figura 2.1 - Redes de diferentes dimensões.....	19
Figura 2.2 - Diferentes formas de células de autômatos celulares bidimensionais.....	19
Figura 2.3 - Rede unidimensional e aplicação das condições de contorno periódica.....	20
Figura 2.4 - Evolução de AC unidimensional. ....	21
Figura 2.5 - Evolução de AC unidimensional (regras 22, 30, 131 e 150).....	21
Figura 2.6 - (a) Vizinhança de Neumann, (b) Vizinhança de Moore, (c) Vizinhança Arbitrária.....	22
Figura 2.7 - AC bidimensional: (a) padrão inicial e (b) vizinhança de Moore.....	22
Figura 2.8 - Após a aplicação das regras do jogo da vida sobre o padrão inicial na figura 1.....	23
Figura 2.9- Padrões espaço-temporal característicos de regras típicas em cada uma das quatro classes de Wolfram. Classe I (a), classe II (b), classe III (c), classe IV (d).....	24
Figura 2.10 - Distância de Hamming em função do tempo para regras típicas em cada uma das quatro classes de Wolfram. Classe I (a), classe II (b), classe III (c), classe IV (d).	25
Figura 3.1 - Representação gráfica da regra de Wolfram 184.....	28
Figura 3.2 - a) Diagrama fundamental da regra 184, fluxo médio em função da densidade. b) Velocidade média em função da densidade.....	29

Figura 3.3 - Fluxo ( $q$ ) x Densidade ( $\rho$ ) para o modelo NaSch com $p = 0$ e diferentes valores de $v_{max}$ . As linhas cheias são soluções da equação 3.3.....	32
Figura 3.4 - Diagrama Espaço-Tempo: Simulação numérica para, $v_{max} = 5$ nas fases (a) fluxo livre $\rho = 0.02$ e (b) fase congestionada $\rho = 0.6$ .....	34
Figura 3.5-Fluxo x Densidade para o modelo NaSch, $p = 0.2$ , $L = 1000$ e três valores da velocidade máxima: $v_{max} = 2, 5$ e $10$ . Os pontos coloridos são para médias temporais $T=200$ e os pontos pretos para $T=20000$ .....	34
Figura 3.6 - Fluxo x densidade para o modelo NaSch, $T=20000$ , $v_{max} = 10$ e diferentes valores da probabilidade $p = 0.0, 0.01, 0.05$ e $0.10$ e $0,20$ .....	35
Figura 3.7 - Diagrama Espaço-Tempo: Simulação numérica para $v_{max} = 10$ , $p = 0.1$ e $0.2$ . (a) fluxo livre $\rho = 0.05$ e (b) fase congestionada $\rho = 0.4$ .....	36
Figura 3.8- Modelo TT com $p_s = 0, 75$ e $p_m = 0, 01$ .....	41
Figura 3.9- Modelo VDR com $p_s = 0, 75$ e $p_m = 0, 01$ .....	44
Figura 3.10- Fluxo versus densidade para o modelo Helbing e Schreckenberg.....	47
Figura 3.11- Fluxo versus densidade para o modelo de luz de freio.....	49
Figura 4.1 - Diagrama fundamental do tráfego, $q$ x $\rho$ para $\alpha = 2$ e diferentes valores da velocidade máxima. Linhas cheias (modelo NaSch) e símbolos (modelo DD).....	57
Figura 4.2 - Diagrama fundamental do tráfego, $q$ x $\rho$ para $p = 0,01$ , $\alpha = 2$ e diferentes valores da velocidade máxima. Na inserção da figura 2 mostramos o diagrama de fluxo para o modelo NaSch.....	58
Figura 4.3 - (a) $q$ x $\rho$ para $v_{max} = 10$ , $\alpha = 2$ e diferentes valores do parâmetro $p$ . (b) Flutuação relativa das velocidades versus densidade para $v_{max} = 10$ , $\alpha = 2$ e diferentes valores do parâmetro $p$ .....	59
Figura 4.4 - Diagrama Espaço-Tempo para $\alpha = 2$ , $v_{max} = 10$ , $p = 0,2$ e diferentes valores da densidade: a) $\rho = 0.05$ , b) $\rho = 0.2$ , c) $\rho = 0.3$ , e d) $\rho = 0.6$ .....	61
Figura 4.5 - Diagrama fundamental do tráfego, $q$ x $\rho$ para $v_{max} = 10$ , $p = 0,2$ , e três valores de $\alpha = 1, 2$ e $3$ .....	63
Figura 4.6 - Diagrama espaço-tempo para $v_{max} = 10$ , $p = 0,2$ e diferentes valores do parâmetro $\alpha$ e para dois valores específicos da densidade: a) $\alpha = 1$ e $\rho = 0.2$ , b) $\alpha = 1$ e $\rho = 0.3$ , c) $\alpha = 2$ e $\rho = 0.2$ e d) $\alpha = 2$ e $\rho = 0.3$ , e) $\alpha = 3$ e $\rho = 0.2$ , f) $\alpha = 3$ e $\rho = 0.3$ .....	64
Figura 4.7 - Diagrama fundamental do tráfego, $q$ x $\rho_{méd.}$ para $v_{max} = 10$ , $p = 0,2$ e $\alpha = 2$ ....	65

## Sumário

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>1 TEORIA DO FLUXO DE TRÁFEGO</b> .....	4
<b>1.1 Introdução</b> .....	4
<b>1.2 Abordagem Macroscópica</b> .....	4
1.2.1 Fluxo.....	5
1.2.2 Densidade ( $\rho$ ).....	5
1.2.3 Velocidade.....	6
1.2.4 Relações entre as variáveis macroscópicas do tráfego.....	7
1.2.5 Modelos de velocidade x densidade ( $v \times \rho$ ).....	8
Modelo de Greenshield (1935) .....	8
Modelo de Greenberg (1959) .....	9
Modelo de Underwood (1961) .....	9
Modelos de regime único.....	10
1.2.6 Modelos de fluxo-Densidade ( $q \times \rho$ ).....	11
Modelo Hidrodinâmico do Tráfego.....	12
<b>1.3 Abordagem Microscópica</b> .....	13
Modelo Gazis-Herman-Rothery (GHR).....	14
Modelos que evitam colisões.....	14
Modelo de espaçamento desejado.....	15
<b>1.4 Diagrama fundamental</b> .....	15
<b>2 AUTÔMATOS CELULARES</b> .....	17
<b>2.1 Introdução</b> .....	17
<b>2.2 Autômato Celular e Suas Aplicações</b> .....	18
2.2.1 Autômato celular unidimensional.....	20
2.2.2 Autômato celular bidimensional.....	21

<b>3 MODELOS DE TRÁFEGO UTILIZANDO AUTÔMATOS CELULARES.....</b>	<b>27</b>
<b>3.1 Introdução.....</b>	<b>27</b>
<b>3.2 Modelos Determinísticos.....</b>	<b>28</b>
<b>3.3 Modelos Probabilísticos.....</b>	<b>30</b>
3.3.1 O Modelo Nagel-Schreckenberg (NaSch).....	30
3.3.2 Modelo de tráfego Fukui-Ishibashi.....	36
3.3.3 Modelo de Nagel e Schreckenberg com controlador de velocidade .....	37
3.3.4 Modelo de Emmerich e Rank .....	38
3.3.5 Modelos Slow-to-Start.....	39
3.3.6 Modelo de Antecipação.....	44
3.3.7 Modelos Multi-Células.....	46
3.3.8 Modelo luz de freio.....	47
<b>4 MECANISMO DE DIREÇÃO DEFENSIVA EM UM MODELO DE AUTÔMATO CELULAR PARA FLUXO DE TRÁFEGO.....</b>	<b>51</b>
<b>4.1 Introdução.....</b>	<b>51</b>
<b>4.2 O Modelo de Direção Defensiva.....</b>	<b>53</b>
<b>4.3 Resultados Numéricos.....</b>	<b>56</b>
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>68</b>

# INTRODUÇÃO

A física estatística, ao longo dos anos, tem contribuído de forma valiosa na ampliação de novos modelos e novas ferramentas matemáticas e computacionais, voltadas para o desenvolvimento de novas tecnologias, explicando uma grande variedade de fenômenos observados na natureza.

Neste contexto, a física estatística e áreas afins, utilizando e muitas vezes inovando destas ferramentas quebraram barreiras e aproximaram-se nessa interdisciplinaridade sem volta. Há numerosas aplicações em que a física juntamente com outras áreas do conhecimento (Engenharia, Biologia, Economia, Matemática, Neurologia, Meteorologia etc...) têm praticado graças ao desenvolvimento da física dos sistemas não lineares. O tráfego de veículos, em particular, é um exemplo de um sistema não linear. Embora já tenham sido publicadas diversas teorias e análises relativas às relações entre as grandezas que caracterizam as correntes de tráfego, o fato é que o fluxo em rodovias é um processo estocástico, com variações aleatórias nas características dos veículos, dos seus condutores e das suas interações e, portanto, de alta complexidade.

De modo geral, o tráfego é um importante problema de nossa vida diária e vem sendo estudado por físicos a mais de 50 anos. Nos últimos anos, esses problemas têm sido amplamente enfatizados e muitos pesquisadores estão empenhados buscando fornecer novos elementos para que no futuro novos sistemas rodoviários sejam empregados na melhoria das condições de trânsito, melhorar sua automatização, etc. Portanto, a formação de pessoal nesta área é de grande importância para o avanço do conhecimento e vem recebendo altos investimentos financeiros.

Tradicionalmente, o tratamento de um problema de fluxo de tráfego era baseado na análise de dados medidos experimentalmente. Contudo, a pobreza dos dados e a dificuldade dessas análises levaram a uma série de diferentes interpretações sobre o comportamento das relações entre os parâmetros fundamentais de tráfego como, por exemplo, densidade, fluxo e velocidade.

O trabalho desenvolvido nessa dissertação tem como objetivo estudar modelos de fluxo de tráfego, utilizando autômato celular, introduzindo na dinâmica do sistema novas regras de modo a torná-los mais realista. Este estudo está voltado para um tratamento numérico da dinâmica do sistema que em geral pode prover de informações com mais detalhe a respeito dos regimes e das grandezas que caracterizam o fluxo de tráfego de veículos.

No capítulo 1 apresentamos um resumo simples das primeiras teorias do fluxo de tráfego do ponto de vista macroscópico, das grandezas básicas associadas ao movimento dos veículos: o fluxo, a densidade e a velocidade, e alguns modelos empíricos de correntes de tráfego envolvendo essas variáveis. Também faremos referência aos primeiros modelos microscópicos, conhecidos como modelos de perseguição, no qual descrevem o comportamento do elemento básico (*motorista-veículo*) como resposta a um estímulo recebido. Por fim, apresentaremos o diagrama fundamental do tráfego, obtido através de estudos empíricos, que descreve o comportamento das grandezas do tráfego real.

No capítulo 2 descrevemos de forma resumida e simplificada o autômato celular, os elementos que os compõem e alguns exemplos de aplicações dessa técnica.

No capítulo 3 apresentamos alguns dos principais modelos de tráfego utilizando autômatos celulares, em particular, apresentamos o modelo NaSch que é o modelo no qual está fundamentado nosso trabalho. Também evidenciamos outros modelos, extensões do modelo NaSch, que se destacaram por modificações nas regras dinâmicas ou pela expansão de suas regras, para melhor reproduzir toda a variação de comportamento do tráfego.

Nossa principal contribuição será apresentada no capítulo 4, onde propomos um novo modelo de fluxo de tráfego, com base no modelo original do NaSch, que leva em conta uma reação preventiva dos condutores em desacelerar numa situação de tráfego real. Tal mecanismo foi introduzido na dinâmica através de uma nova regra de desaceleração que age sempre que a distância entre veículos sucessivos é inferior a uma distância de segurança previamente determinada. Além das fases de fluxo livre e congestionada presentes no modelo NaSch, este novo modelo é capaz de reproduzir a fase sincronizada e regiões de coexistência

de fase ao longo de uma estrada, observada em situações de tráfego real. Por fim apresentaremos nossas conclusões.

# 1 TEORIA DO FLUXO DE TRÁFEGO

## 1.1 Introdução

A teoria do fluxo de tráfego vem sendo estudada, nas últimas décadas, por várias áreas do conhecimento, como por exemplo, a engenharia, a matemática, a física e outras áreas, na descrição do comportamento do tráfego veicular.

Conforme o interesse do estudo que se deseja realizar, existem pelo menos três abordagens teóricas para o tema: A macroscópica, que se preocupa em descrever o comportamento das correntes de tráfego, a microscópica, que se interessa pela interação entre dois ou mais veículos numa corrente de tráfego e a mesoscópica, cujas unidades analisadas são agrupamentos de veículos que se formam nos sistemas viários. Para muitos, essa última abordagem e seus objetos de estudo estariam enquadrados na análise macroscópica [1].

## 1.2 Abordagem Macroscópica

De uma forma geral, a análise macroscópica das correntes de tráfego contínuo permite avaliar as limitações da capacidade dos sistemas viários e as ocorrências que provocam pontos de estrangulamento nos mesmos [2].

Para estudar seu comportamento a abordagem macroscópica lança mão da aplicação das Leis da Hidrodinâmica, motivo pelo qual a abordagem é conhecida também como Analogia Hidrodinâmica do Tráfego. Por suas características e considerações ela reproduz com sucesso o estudo de tráfego com alta densidade e não é adequada para caracterizar situações de tráfego de baixa densidade, quando é alta a variação do comportamento entre os condutores. A análise macroscópica tem seu suporte nas três grandezas básicas, são elas:

- Fluxo;
- Densidade;
- Velocidade.

Como as características do tráfego variam no tempo e no espaço, os estudos costumam adotar valores médios, sendo que estas médias podem ser temporais ou espaciais.

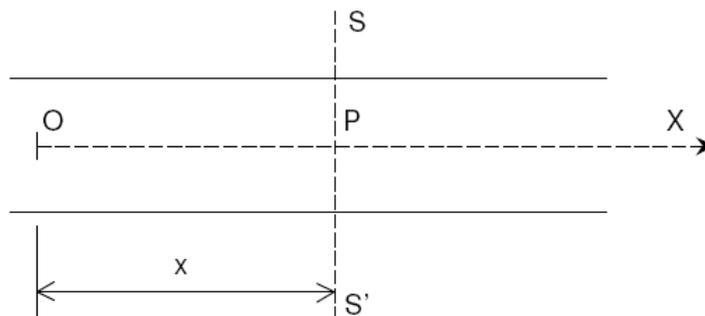
### 1.2.1 Fluxo ( $q$ )

O fluxo de tráfego, representado pela variável  $q$ , é definido como o número de veículos que cruzam uma determinada seção de uma estrada durante um intervalo de tempo. É geralmente expresso em veículos por unidade de tempo.

Sendo  $n(x)$  o número de veículos que cruzam a seção  $SS'$  (ver figura 1.1) durante um intervalo de tempo  $T$ , o fluxo  $q(x)$ , em veículos/h, é então definido por:

$$q(x) = \frac{n(x)}{T} \quad (1.1)$$

Fazendo uma analogia com a hidrodinâmica, o fluxo corresponde à vazão de um fluido dentro de um duto.



**Figura 1.1-** Medição de fluxo numa seção da via [2].

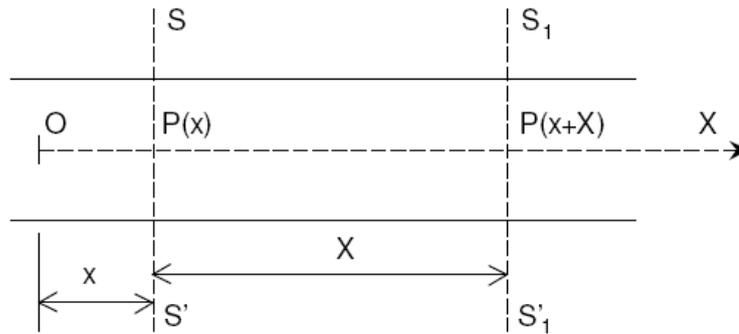
### 1.2.2 Densidade ( $\rho$ )

Densidade, representada pela letra  $\rho$ , é o número de veículos presentes numa determinada extensão da estrada. Considere o segmento da estrada de comprimento  $X$  limitado pelas seções  $SS'$  e  $S_1S'_1$  representado na figura 1.2. Suponha que num determinado instante  $t$  uma fotografia seja tirada e nela é possível contar os  $N$  veículos que se encontram naquele trecho da estrada. Assim, a densidade  $\rho(t)$ , em veículos/km, é dada por:

$$\rho(t) = \frac{N(t)}{X} \quad (1.2)$$

É interessante observar que a grandeza temporal (fluxo) é medida no espaço infinitesimal (a seção reta  $SS'$ ) e uma grandeza espacial (densidade) é medida no tempo infinitesimal (o instante  $t$ ).

A densidade é uma grandeza importante para medir a qualidade do escoamento de tráfego na medida em que quantifica a proximidade entre veículos, fator esse que influencia a liberdade de movimentos dos veículos e a segurança dos condutores.



**Figura 1.2-** Medição de densidade numa seção da via [2].

### 1.2.3 Velocidade

Esta grandeza é definida dividindo a expressão do fluxo pela da densidade:

$$v = \frac{q(x)}{\rho(T)} = \frac{X}{T} \times \frac{n(x)}{N(T)} \quad (1.3)$$

Em um regime permanente, ou seja, numa situação em que os valores das variáveis  $q$  e  $\rho$  independem de  $x$  e  $t$ , a velocidade  $v$ , comum a todos os veículos ao longo da estrada e ao longo do tempo, é simplesmente dada por:

$$v = \frac{q}{\rho} \quad (1.4)$$

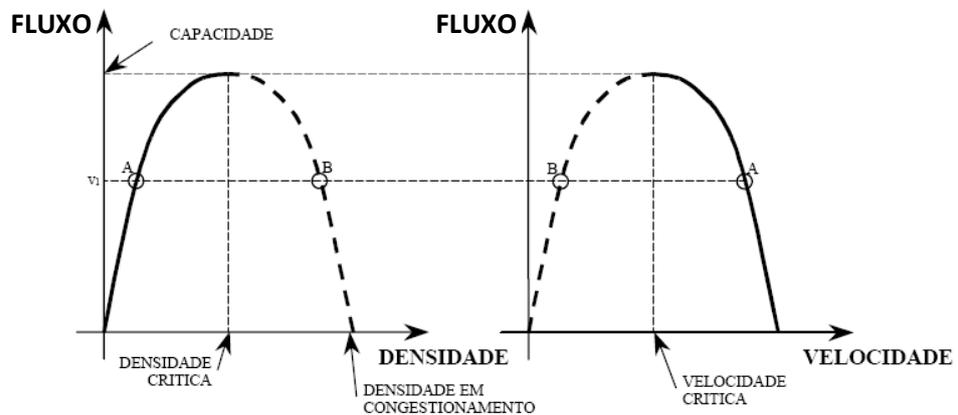
Como sabemos, o regime permanente é uma ocorrência muito rara e na prática o que se observa é que as grandezas variam ao longo do tempo e do espaço. Contrariamente ao que ocorre com o fluxo e a densidade, para a velocidade existem dois conceitos distintos de velocidade média: velocidade média no tempo e velocidade média no espaço.

### 1.2.4 Relações entre as variáveis macroscópicas do tráfego

Os primeiros trabalhos teóricos relacionando as variáveis macroscópicas do tráfego a partir de experimentos e observações empíricas chegaram às seguintes grandezas para descrever modelos de tráfego:

- $V_f$  é a velocidade de fluxo livre, corresponde à média das velocidades desejadas pelos motoristas dos veículos numa corrente de tráfego;
- $\rho_{máx}$  é a densidade máxima, correspondente à situação de completo congestionamento;
- $q_{máx}$  é o máximo fluxo que pode ser atendido por uma via ou trecho da via;
- $V_0$  é a melhor velocidade, correspondente ao ponto em que se alcança  $q_{máx}$ ;
- $\rho_0$  é a melhor densidade, correspondente ao ponto em que se alcança  $q_{máx}$ .

A figura 1.3 ilustra de forma clara as relações entre estas grandezas.



**Figura 1.3-** Relações entre o fluxo e as grandezas densidade e velocidade [1].

É importante lembrar que o fluxo zero ocorre em duas situações: Quando não existem veículos na estrada a densidade é zero e quando a densidade é tão alta que não existe movimento dos veículos, ou seja, existe um congestionamento. Nessa situação a densidade designa-se por densidade de congestionamento.

Os pontos máximos das curvas fluxo versus velocidade e fluxo versus densidade são os pontos nos quais o fluxo é máximo  $q_{max}$ , também denominado por capacidade de tráfego ou somente capacidade. A velocidade e a densidade nesse ponto de máximo são denominadas de velocidade crítica e densidade crítica respectivamente.

Esses pontos são relativamente instáveis. Quando o escoamento se dá em capacidade, ou seja, na criticalidade, os intervalos entre veículos são os mínimos que permitem um escoamento estável. A partir daí, no sentido da maior densidade (menores intervalos entre veículos), os condutores passam a alternar entre fases de aceleração e de desaceleração, com forte perda de eficiência no escoamento devida a não sincronização dessas fases individuais.

Os pontos A e B das figuras representam as seguintes situações respectivamente: Velocidade alta e baixa densidade, baixa velocidade e alta densidade. Obviamente que o ponto A é mais desejável. Mas a verdade é que o fato de um dado fluxo de tráfego poder ocorrer em duas situações operacionais completamente distintas é muito importante. Isso explica porque um fluxo de tráfego não pode ser utilizado como única medida qualitativa da corrente de tráfego. A velocidade e a densidade, por seu lado são medidas que poderão ser úteis nesse sentido, pois descrevem o estado da corrente de tráfego.

### 1.2.5 Modelos de velocidade versus densidade

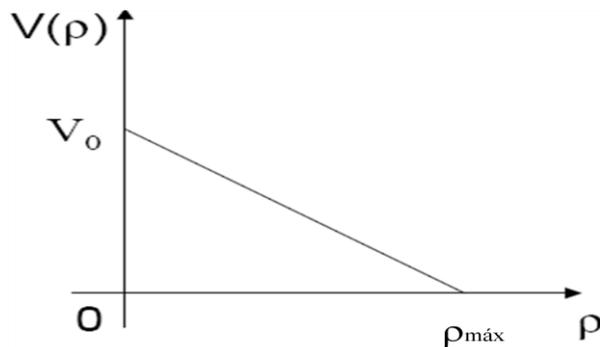
Embora já tenham sido publicadas diversas teorias e análises relativas às relações entre as grandezas que caracterizam as correntes de tráfego, não existem formulações conclusivas. De fato a circulação numa via é um processo estocástico, com variações aleatórias nas características dos veículos, dos seus condutores e das suas interações e, portanto, de difícil modelagem. Desta forma, vamos apresentar alguns dos modelos empíricos de correntes de tráfego, desenvolvidos por diversos autores ao longo do tempo. A relação mais simples para fundamentar estes modelos é a relação entre velocidade e densidade, por apresentar um relação linear.

#### Modelo de Greenshield (1935)

A primeira proposta foi um modelo linear de velocidade-densidade elaborada por Greenshield [3] em 1935, com a seguinte formulação:

$$v = v_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{m\acute{a}x}}\right) \quad (1.5)$$

Como podemos observar na figura 1.4, o ponto onde a reta intersecta o eixo das ordenadas é a velocidade máxima que se atinge quando a densidade é praticamente nula. No ponto onde a reta intersecta o eixo das abscissas surge a densidade máxima, obtida no regime de congestionamento com todos os veículos parados.



**Figura 1.4-** representação gráfica do modelo linear [3]

Este modelo tem a vantagem da simplicidade, mas observações empíricas revelaram que o comportamento linear da curva velocidade-densidade acontece apenas nas faixas intermediárias de  $v$  e  $\rho$ , como mostra a figura 1.5.

#### Modelo de Greenberg (1959)

Alguns autores observaram que a relação velocidade-densidade não tinha um comportamento totalmente linear, mas apresentava uma ligeira concavidade. Uma sugestão levando isso em consideração foi dada por Greenberg [4] em 1959 na sua formulação logarítmica:

$$v = v_0 \ln \left( \frac{\rho_{\text{máx}}}{\rho} \right) \quad (1.6)$$

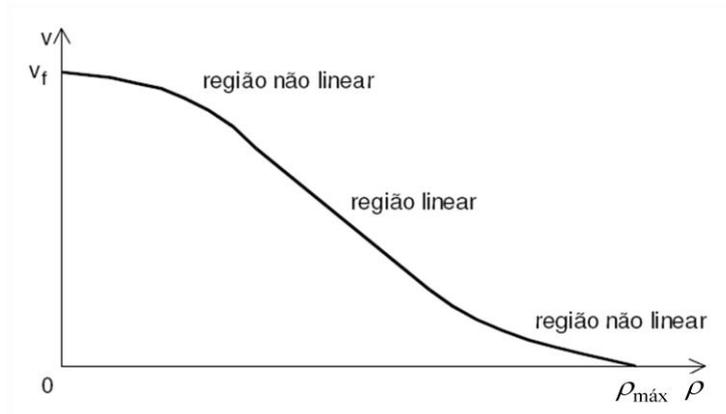
O modelo de Greenberg demonstrou boa concordância para fluxos congestionados, mas insatisfatório para baixas densidades. Por exemplo, quando  $\rho \rightarrow 0$  tem-se  $v \rightarrow \infty$ .

#### Modelo de Underwood (1961)

Outra sugestão partiu de Underwood [5] em 1961, que propõe uma relação exponencial negativa entre a velocidade e a densidade:

$$v = v_f e^{-\frac{\rho}{\rho_0}} \quad (1.7)$$

Este modelo tem boa concordância para baixas densidades, mas não serve para densidades altas. Por exemplo, no limite da densidade máxima  $\rho_{\text{máx}}$ , a equação acima não produz o resultado  $v=0$ .



**Figura 1.5-** Comportamento observado em campo da relação velocidade-densidade [2].

### Modelos de regime único

Estes são, na realidade, famílias de modelos, propostos com o objetivo de superar as limitações de modelos que representam apenas determinadas regiões da curva de velocidade-densidade. Pipes [6], em 1967 chegou à seguinte formulação:

$$v = v_f \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{m\acute{a}x}} \right)^n, \quad (1.8)$$

com  $n > 1$ . Pode-se notar que o modelo de Greenberg seria um caso particular do modelo acima, com  $n = 1$ . Em 1965 o seguinte modelo foi proposto por Drew [7]:

$$v = v_f \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{m\acute{a}x}} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right], \quad (1.9)$$

com  $n > -1$ . Outra vez, o modelo de Greenberg figuraria como um caso particular do modelo de Drew, com  $n = 1$ . Quando  $n = 0$ , a expressão fica reduzida a:

$$v = v_f \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{m\acute{a}x}} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (1.10)$$

que é conhecido como modelo parabólico. Por último, Drake [8], em 1967, propôs a seguinte formulação:

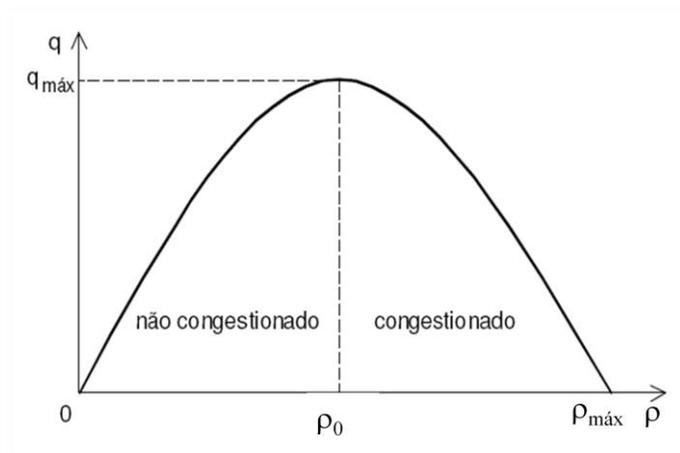
$$v = v_f e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2} \quad (1.11)$$

Também, em 1961, Edie [9] propôs o uso misto de modelos: para baixa densidade o modelo de Underwood e para alta densidade o de Greenberg. Esse modelo teve pouca notoriedade.

### 1.2.6 Modelos de fluxo versus densidade

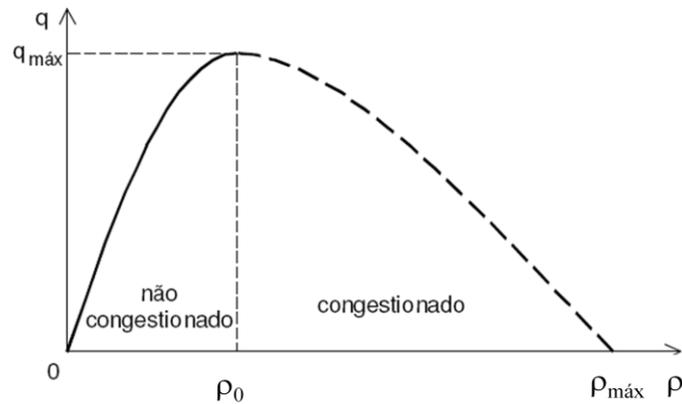
O primeiro modelo teórico proposto para estudar a relação entre as variáveis macroscópicas do tráfego, fluxo versus densidade, está representado na figura 1.6. A formulação matemática correspondente é o chamado modelo parabólico, oriundo do modelo de Greenshields para a relação velocidade versus densidade:

$$q = v\rho = v_f \left( \rho - \frac{\rho^2}{\rho_{\text{máx}}} \right) \quad (1.12)$$



**Figura 1.6-** Diagrama representando o fluxo em função da densidade[2].

Contudo, observações empíricas mostravam que a curva não era simétrica e que o valor de  $\rho_0$  no qual o fluxo é máximo, está localizado mais a esquerda, como representado abaixo na figura 1.7.



**Figura 1.7-** Diagrama representando a relação fluxo versus densidade observada empiricamente [2].

A partir desta constatação foram desenvolvidos outros modelos, como por exemplo, o modelo logarítmico, desenvolvido a partir do modelo de Greenberg para a relação velocidade-densidade, gerando assim modelos não lineares para o fluxo em função da densidade com a seguinte formulação:

$$q = \rho v = \rho v_0 \ln\left(\frac{\rho_{máx}}{\rho}\right) \quad (1.13)$$

Esse modelo demonstrou boa concordância com os resultados empíricos na região de alta densidade.

#### Modelo Hidrodinâmico do Tráfego

Um dos modelos bastante estudado para o tráfego de veículos ficou conhecido como modelo hidrodinâmico do tráfego por sua analogia com o escoamento de um fluido em um duto. Esse modelo, que relaciona o fluxo e a densidade, foi inicialmente sugerido por Greenberg para estudar tráfego bastante denso e ininterrupto. Com base na equação da continuidade para fluidos, tal modelo permite a formulação da seguinte equação diferencial:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{c^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.14)$$

onde,  $x$  é a distância considerada em relação a uma dada origem e  $c$  é uma constante, chamada de parâmetro da via. A solução da equação diferencial acima, expressa o fluxo médio de um tráfego ininterrupto, em alta densidade, em regime permanente, dado por:

$$q = c\rho \ln\left(\frac{\rho_{m\acute{a}x}}{\rho}\right). \quad (1.15)$$

Esta express\~ao \e conhecida como a equa\~ao geral do tr\~afego em regime permanente e \e semelhante \a equa\~ao dos modelos logar\~itimos. A ela corresponde o chamado diagrama fundamental do tr\~afego. Outros modelos macrosc\~opicos propostos n\~ao foram aqui citados devido a sua pouca relev\~ancia.

### 1.3 Abordagem Microsc\~opica

A an\~alise microsc\~opica das rela\~oes entre pares de ve\~iculos de uma mesma corrente de tr\~afego permite o estudo de fluxos n\~ao necessariamente homog\~eneos ou cont\~inuos. O tratamento individualizado dos ve\~iculos exige mais recursos computacionais do que a abordagem macrosc\~opica [2]. Essa an\~alise microsc\~opica do tr\~afego foi desenvolvida pela primeira vez atrav\~es dos chamados ‘modelos de persegui\~ao ou leis de seq\~u\~encia’ (car following). Entre todos os modelos de simula\~ao, o modelo de persegui\~ao tem sido um dos principais processos que procuram descrever o comportamento do elemento motorista-ve\~iculo como resposta a um est\~imulo recebido. Esses modelos foram desenvolvidos a partir de uma s\~erie de experimentos realizados por Chandler, Herman e Montroll nos laborat\~orios de pesquisa da General Motors em fins dos anos 1950. Esses modelos buscam traduzir a varia\~ao de velocidade de um ve\~iculo (chamado *seguidor*) como resposta ao est\~imulo representado pela velocidade relativa entre ele e o ve\~iculo que se desloca a sua frente num fluxo de tr\~afego (chamado *l\~ider*). A formula\~ao b\~asica desses modelos envolve uma equa\~ao diferencial dada por:

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{1}{\tau}(\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)) \quad (1.16)$$

onde  $\tau$  \e um par\~ametro que define a escala de tempo do modelo. Note que  $1/\tau$  pode ser interpretado como uma sensibilidade do condutor.

Os modelos de persegui\~ao j\~a bem conhecidos na literatura s\~ao classificados em diversos grupos que s\~ao:

## Modelo Gazis-Herman-Rothery (GHR)

Este modelo GHR [10] representa o modelo de perseguição desenvolvido na General Motors em 1958. De acordo com o modelo GHR, como mencionado anteriormente, a aceleração e a desaceleração do veículo seguidor é baseado na velocidade relativa, espaçamento relativo e na velocidade do veículo seguinte. A aceleração é dada por:

$$a_n(t) = cv_n^m(t) \frac{\Delta v(t - T)}{\Delta x^l(t - T)}, \quad (1.16)$$

onde  $a_n$  é a aceleração do n-ésimo veículo implementados no tempo  $t$  por um motorista e é proporcional a velocidade  $v_n$ , ao espaçamento relativo  $\Delta x$  e velocidade relativa entre o veículo  $n$  e seu antecessor  $\Delta v$ , avaliadas em um tempo anterior ( $t - T$ ), onde  $T$  é o tempo de reação do motorista. Aqui,  $m$ ,  $l$  e  $c$  são constantes a serem determinadas.

## Modelos que evitam colisões

Os modelos que evitam colisões são baseados em uma abordagem desenvolvida por Kometani e Sasaki [11] em 1959. Nestes modelos, uma distância segura é considerada para ser mantida entre o veículo seguidor e o veículo líder. Gipps (1981) [12] introduziu um modelo de perseguição com base no pressuposto de que o veículo seguidor escolhe uma velocidade para garantir que seu veículo possa frear de forma segura se o veículo da frente (líder) frear bruscamente. De acordo com Gipps, a distância mínima entre dois veículos é igual a 1.5 vezes o tempo de reação do motorista.

Benekohal e Treiterer [13] desenvolveram em 1988 um modelo para simular o tráfego em ambas as condições (fluxo livre e congestionado), assumindo que a aceleração (ou desaceleração) do seguidor é baseado na velocidade desejada do mesmo e na capacidade do motor de veículo. O modelo também considera uma distância mínima entre dois veículos igual a 1.0 vez o tempo de reação do motorista.

Hidas [14] em 1996, assim como vários pesquisadores (por exemplo, Chen e colaboradores em 1997 [15], e Parker em 1996 [16]), descobriram que a distância mínima entre dois veículos não é obedecida pela maioria dos motoristas. Esse comportamento foi comprovado analisando as condições reais de tráfego.

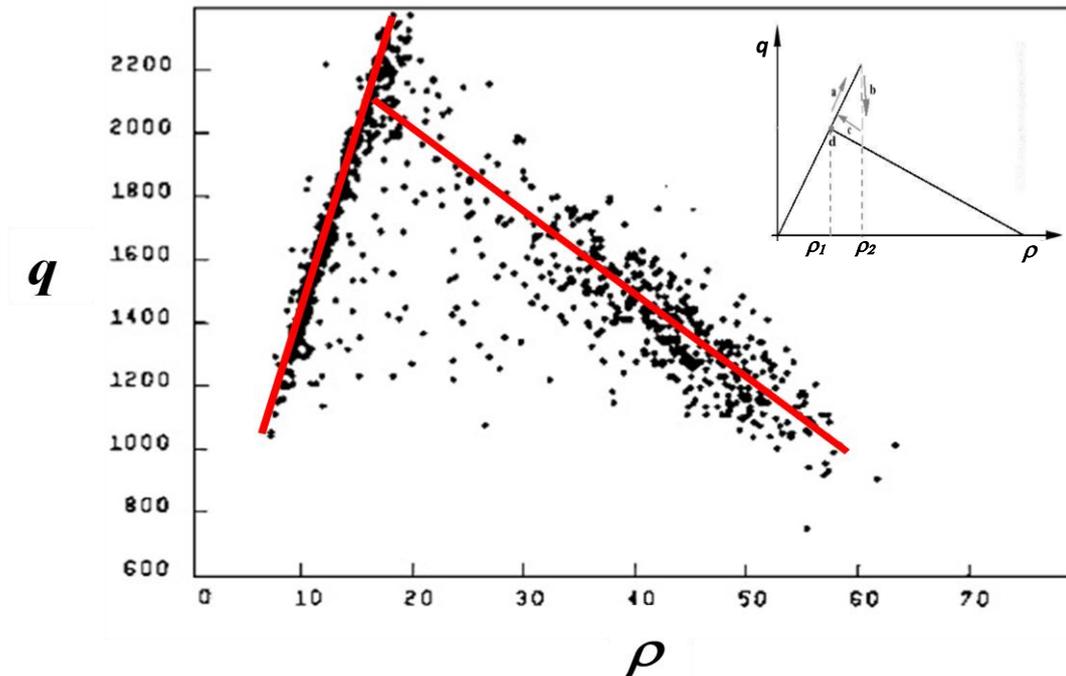
## Modelo de espaçamento desejado

Esse modelo, assume que a aceleração do seguidor é uma função tanto da distância relativa como da velocidade relativa entre o veículo *seguidor* e o veículo *líder* e, além disso, é também uma função da distância desejada pelo seguidor. Neste grupo podemos citar os modelos propostos por Panwai e Dia [17], Brackstone e McDonald [18], Wu e colaboradores [19].

### 1.4 Diagrama fundamental do tráfego

Diversos estudos empíricos foram desenvolvidos com o objetivo de compreender e descrever o comportamento de veículos em estradas reais. Na figura 1.8, apresentamos o diagrama fundamental do tráfego, que relaciona fluxo versus densidade e é o mais utilizado para descrever o fluxo de tráfego. Como pode ser verificado, ele apresenta três diferentes regiões: A primeira delas, na região de baixa densidade, conhecida como fase de fluxo livre, praticamente não há interação entre os veículos e eles se movem com velocidades próximas da velocidade máxima permitida na via. Nessa região observamos um comportamento linear entre o fluxo e a densidade cuja inclinação representa a velocidade média dos carros. Na região de densidade intermediária o fluxo não é unicamente definido pela densidade, dependendo fortemente da configuração do tráfego, podendo gerar fases de fluxo livre e fluxo congestionado coexistindo na mesma região. Esta região é denominada região de *meta-estabilidade*, caracterizada por um efeito de histerese do tráfego: Numa primeira fase os veículos conseguem manter suas velocidades com  $\rho > \rho_1$  (sentido *a*). Esse comportamento se mantém até uma determinada densidade ( $\rho \leq \rho_2$ ) quando a distância entre os veículos deixa de ser suficiente para seu movimento livre. A partir desse instante, quando um veículo desacelera, faz com que os veículos que o seguem também desacelerem gerando instantaneamente um engarrafamento (sentido *b*). Por outro lado, no sentido *c*, se o fluxo caminha de engarrafado para livre, ou seja, se a densidade diminui, o fluxo aumenta linearmente até encontrar a linha de fluxo livre em  $\rho_1$  (ponto d). Este efeito se dá devido ao fato conhecido, de que o fluxo de saída de um engarrafamento é menor do que o fluxo de entrada. Por fim, na região de alta densidade, conhecida como fase congestionada, na qual o fluxo diminui com o crescimento da densidade. Assim, uma grande concentração de veículos faz com que eles se agrupem formando aglomerados, de modo que cada veículo que deixa um desses aglomerados irá se juntar a outros rapidamente à sua frente. Num grande

congestionamento (para altas densidades), todos os aglomerados se juntam e o carro que chega ao congestionamento para de imediato, por não ter espaço a sua frente, e o carro a frente do congestionamento move-se se houver espaço. Este tipo de tráfego é conhecido como *para e anda*.



**Figura 1.8** - Diagrama fundamental do tráfego  $q \times \rho$  [20].

Uma grande quantidade de trabalhos não foram aqui citados mas, suas contribuições foram importantes para o desenvolvimento da área. Aqui descrevemos em parte algumas das primeiras teorias do fluxo e as grandezas do tráfego que serão usadas no desenvolvimento desta dissertação.

Nas últimas décadas modelos microscópicos envolvendo Autômatos Celulares (AC) foram utilizados intensamente para estudar tráfego. Nesses modelos, as vias são divididas em partes elementares de comprimento fixo (células) que podem estar ou não ocupadas por um veículo que se move em passos discretos de tempo. Cada veículo possui uma velocidade  $v$  e se movimenta de acordo com relações bastante simples, envolvendo principalmente a sua velocidade e a posição relativa entre os carros.

No próximo capítulo vamos abordar os conceitos que fundamentam o Autômato Celular e no capítulo 3 vamos apresentar alguns modelos de tráfego utilizando autômato celular.

## 2 AUTÔMATOS CELULARES

### 2.1 Introdução

Os autômatos celulares foram originalmente criados pelo matemático alemão Stanislaw Ulam (1909-1984) [21], que estava interessado em estudar a evolução de construções geométricas geradas por regras locais simples. A base da construção de Ulam era um espaço bidimensional dividido em células que podiam estar em um dos dois estados, ligado ou desligado. Dada uma condição inicial ao sistema, a evolução era baseada em regras de vizinhança, ou seja, o estado de cada sítio em um determinado instante depende do estado do sítio e de sua vizinhança no instante anterior. Ulam observou que esse mecanismo criava estruturas complexas e em algumas ocasiões auto-similares.

O matemático húngaro Jonh Von Neumann (1903-1957) [22], seguindo sugestões de Ulam, decidiu estudar os sistemas auto-replicantes com o objetivo de desenvolver um modelo geral, capaz de reproduzir qualquer mecanismo auto-reprodutivo. Aconselhado pelo próprio Ulam a utilizar o que era chamado de espaços celulares, para estruturar o mecanismo auto-replicante, Von Neumann conseguiu contornar as limitações impostas pela física na construção de um universo extremamente simples e ao mesmo tempo capaz de gerar estruturas de grande complexidade. Tal modelo foi batizado de Autômato Celular.

Neste sentido, com o objetivo de apresentar uma prova matemática da possibilidade de auto-reprodução, Neumann projetou o primeiro autômato celular documentado na literatura, composto por 200.000 células, onde cada célula podia apresentar até 29 estados (cores). Além disso, regras complexas foram construídas para se tentar simular componentes eletrônicos de um computador bem como vários outros dispositivos mecânicos [23].

Ao final da década de 50, pesquisadores começaram a notar que autômatos celulares poderiam ser vistos como computadores paralelos, e particularmente ao longo da década de 60, uma série de novos teoremas provaram formalmente o poder de computação paralela por partes desses autômatos celulares [23].

Durante a década de 70, apesar de o interesse por trabalhos científicos relacionados com autômatos celulares começassem a diminuir, o matemático John Horton Conway, em parte inspirado por questões em Lógica Matemática, começou a pesquisar novas regras para autômatos celulares bidimensionais, tendo então inventado um conjunto de regras, denominado por ele de *O Jogo da Vida* [22], o qual foi originalmente apresentado como um jogo matemático e cuja popularização se deveu em grande parte a sua publicação na revista *Scientific American*. Com este trabalho de Conway, novos desafios foram lançados no campo de pesquisa de autômatos celulares e mais uma vez foi iniciado um movimento intenso de estudo dos autômatos celulares.

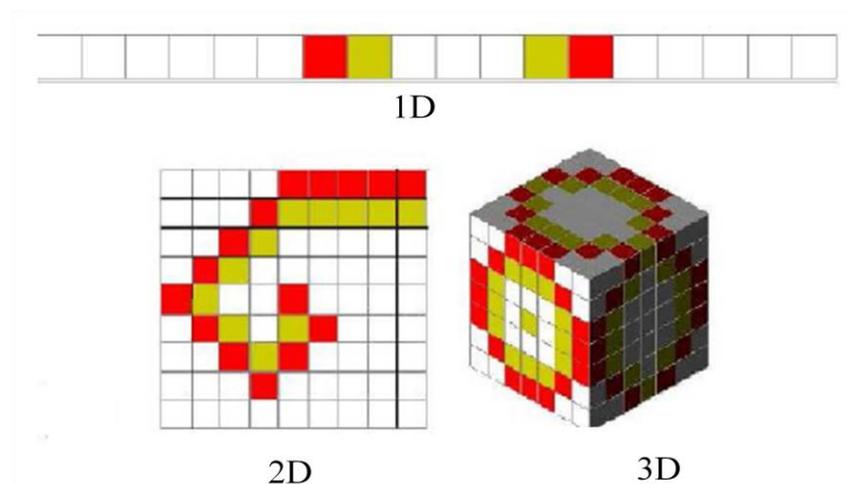
Em 1983, Stephen Wolfram [23] publicou a primeira de uma série de publicações onde analisou de uma maneira sistemática um tipo de autômato celular muito simples. A complexidade do seu comportamento, induzida por regras elementares, levou-o a conjecturar que mecanismos similares poderiam esclarecer fenômenos físicos complexos, idéias que desenvolveu no seu livro *A New Kind of Science*, publicado em 2002.

No livro *The Lifebox, The Seashell and The Soul*, publicado em 2005, o Dr. Rudy Rucker [24] expandiu as teorias de Wolfram para uma teoria do *Automatismo Universal*, que usa os autômatos celulares como um modelo para explicar como regras simples podem gerar resultados complexos. Segundo esta teoria, tudo que existe no universo (o tempo meteorológico, a forma das folhas das árvores ou dos continentes, o movimento das estrelas, os processos da mente, etc) tem por base algoritmos simples capazes de gerar a complexidade que vemos nos mundos da física, biologia, sociedade, cultura e até da psicologia.

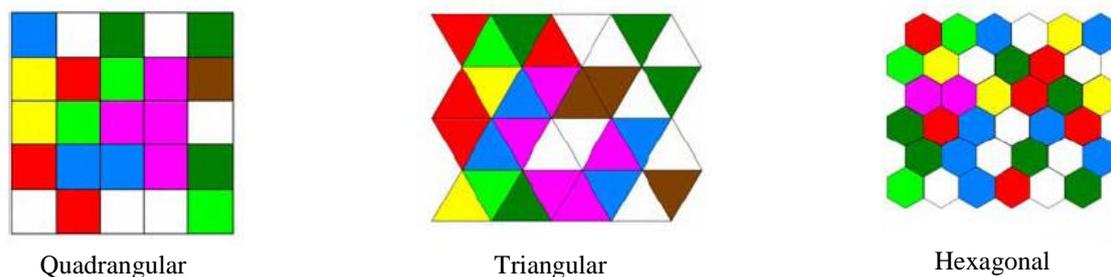
## **2.2 Autômatos Celulares: Definições e Características**

De uma forma geral podemos definir os Autômatos Celulares (AC) como sistemas dinâmicos, onde o tempo e o espaço são variáveis discretas, e as propriedades físicas são propostas por um conjunto de valores finitos e discretos. É construído por uma rede regular  $d$ -dimensional (figura 2.1) na maioria das vezes infinita, podendo ser finita com o uso de condições adequadas de contorno. Cada elemento da rede, chamado de sítio ou célula, pode possuir  $k$  estados, por exemplo, 1 ou 0, ativo ou inativo, preto ou branco ou azul, vivo ou morto, ou

outro conjunto de valores que irá depender do fenômeno a ser estudado. Essas células podem ser de várias formas (quadrado, triângulo ou hexágono) como visto na figura 2.2, porém, em cada autômato, tem que ter a mesma forma.



**Figura 2.1** – Redes de diferentes dimensões.



**Figura 2.2** – Diferentes formas de células de autômatos celulares bidimensionais.

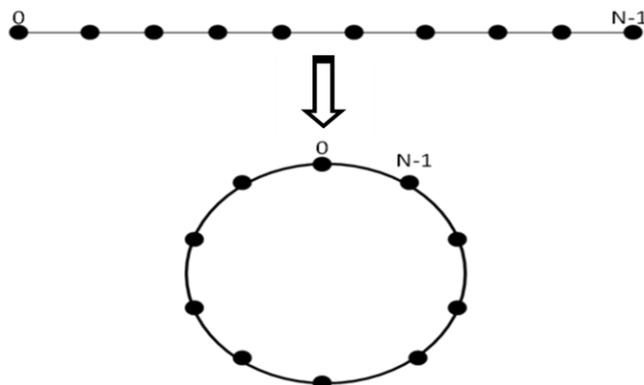
O estado do autômato é descrito pelo conjunto dos estados individuais dos sítios e a evolução desses estados ocorre sempre em passos discretos de tempo, onde o estado de cada sítio no próximo tempo é influenciado pelo seu estado e de seus vizinhos no tempo atual e depende de regras locais. A atualização dos estados de cada sítio pode ser simultânea ou não. A definição da vizinhança de um sítio pode ser feita de formas diferentes, sendo que a mais adequada é a escolha dos sítios adjacentes.

Em geral, os autômatos celulares possuem um número finito de configurações possíveis. Por exemplo, para um autômato celular com  $k = 2$  estados e  $N = 10$  sítios existirá um total de  $k^N = 2^{10} = 1024$  configurações possíveis para serem visitadas. Logo, à medida que o tempo passa o autômato celular eventualmente poderá reentrar em um conjunto de configurações que já visitou previamente e a partir daí, se a regra do autômato celular for

determinista, o sistema segue em ciclo (padrão espaço-temporal) que é chamado de atrator, ou seja, uma vez que o sistema cai em um atrator, permanecerá nele. É importante a diferenciação entre autômato celular determinista e autômato celular probabilista. No autômato determinista o estado de cada elemento no tempo  $t$  depende somente dos estados dos elementos nos tempos anteriores. Já para o autômato probabilista além da dependência dos estados nos tempos anteriores depende também de variáveis aleatórias.

### 2.2.1 Autômato Celular Unidimensional

A descrição mais simples de um autômato celular é aquela composta por um vetor unidimensional (infinito à esquerda e à direita) de células. A vizinhança natural de cada sítio, neste caso, é composta pelo sítio imediatamente anterior e o sítio imediatamente posterior. O tempo é uma grandeza discreta e, a cada instante, têm-se cada uma das células em um dos vários estados possíveis. As mudanças de estados de todas as células ocorrem simultaneamente a cada novo instante de tempo, sendo que o estado seguinte de uma célula é função de seu estado atual e dos estados atuais das células vizinhas. Em caso de um autômato finito de comprimento  $N$ , podemos aplicar a ele condições de contorno periódicas circulares, de modo que o vizinho anterior do primeiro sítio seja o último sítio e o vizinho posterior do último sítio seja o primeiro, construindo assim uma rede em forma de um anel (figura 2.3).



**Figura 2.3-** Rede unidimensional e aplicação das condições de contorno periódica.

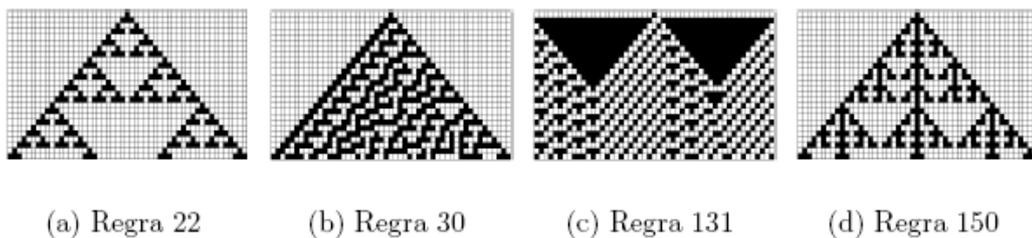
Ao conjunto de todos os estados de todas as células de um autômato celular em um dado instante, dá-se o nome de estado global, sendo este conjunto uma descrição do estágio de evolução do autômato celular. No instante  $t = 0$ , o autômato encontra-se em uma configuração

inicial e evolui deterministicamente sob o efeito de regras locais aplicadas a cada célula a cada instante de tempo (ver Figura 2.4).



**Figura 2.4-** Evolução de autômato celular unidimensional [25].

Uma célula e as suas duas vizinhas formam uma vizinhança de 3 células, por isso existem  $2^3=8$  padrões possíveis para uma vizinhança unidimensional. Há então  $2^8=256$  regras possíveis. Referem-se usualmente os autômatos pelo número decimal que, em binário, representa a tabela da regra. Por exemplo, a representação gráfica da evolução de um autômato com as regras 22, 30, 131 e 150 começando com um padrão de entrada inicial com apenas um 1 no centro é mostrado na figura 2.5:

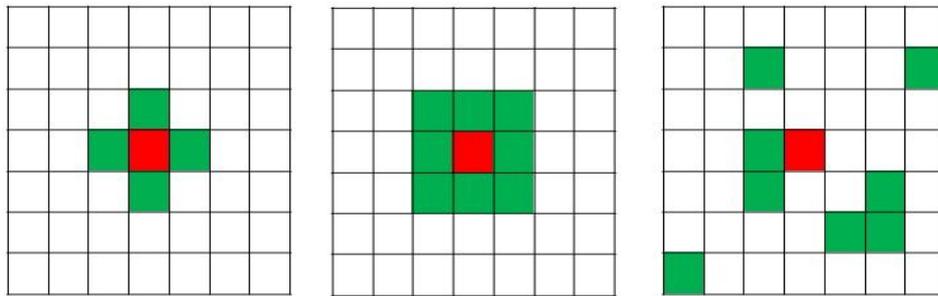


**Figura 2.5-** Evolução de autômato celular unidimensional (regras 22, 30, 131 e 150) [23].

### 2.2.2 Autômato celular bidimensional

O autômato originalmente descrito por Neumann é composto por uma matriz bidimensional de células  $N \times N$  formando uma rede de  $N^2$  sítios. Nessa formação a vizinhança de cada sítio pode ser construída de diversas formas. A mais comum é chamada vizinhança de Von Neumann onde cada célula é conectada aos seus quatro vizinhos ortogonais, como mostrados na figura 2.6(a). Outra forma, chamada de vizinhança de Moore, figura 2.6(b), é constituída

pelos oitos sítios mais próximos, na forma de moldura quadrada que contorna o sítio em foco, já na figura 2.6(c) temos uma vizinhança arbitrária.

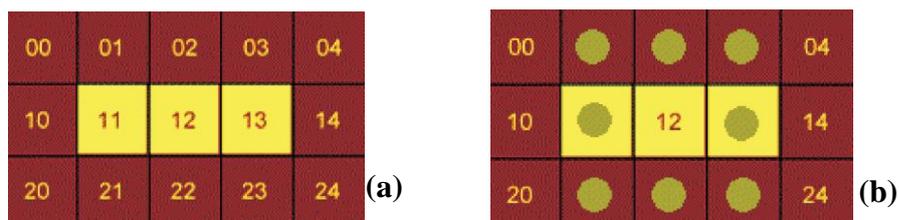


**Figura 2.6-** (a) Vizinhança de Neumann, (b) Vizinhança de Moore, (c) Vizinhança Arbitrária.

O autômato celular bidimensional mais conhecido é o *Jogo da Vida*, inventado pelo matemático britânico John Horton Conway em 1970. Este jogo, com potencialidade para simular uma grande variedade de sistemas na natureza, simula processos de evolução de células biológicas que consiste em escolher uma configuração inicial de células vivas tais que elas acabem por sobreviver.

Na figura 2.7(a) às células amarelas são consideradas *ativas* enquanto células vermelhas são *inativas*. As células próximas à célula de interesse (célula 12), como mostrado na figura 2.7(b), são consideradas vizinhas (marcadas com círculos). As regras deste autômato são as seguintes:

1. Uma célula inativa circundada por três células ativas torna-se ativa (diz que a célula nasce);
2. Uma célula ativa circundada por duas ou três ativas permanece ativa;
3. Para qualquer outro caso, a célula torna-se inativa (diz que a célula morre) ou permanece inativa.



**Figura 2.7-** autômato celular bidimensional: (a) padrão inicial e (b) vizinhança de Moore [26].

É importante observar que o processo de atualização de cada célula para seu próximo estado ocorra simultaneamente, ou seja, somente quando todas as células já tenham verificado suas vizinhanças e determinado seus estados futuros, é que as atualizações deverão acontecer ao mesmo tempo.

Para explicar melhor essas atualizações, considere o padrão inicial mostrado na Figura 2.7(a). Para este caso, temos:

- As células 00, 04, 10, 14, 20 e 24 têm um vizinho ativo e, portanto, permanecem inativas;
- As células 01, 03, 21 e 23 têm dois vizinhos ativos e, portanto, também não mudam de estado;
- As duas células inativas restantes (02 e 22) têm três vizinhos ativos e, portanto, aplicando-se a regra 1, as mesmas tornam-se ativas;
- As células 11 e 13 têm somente um vizinho ativo e, portanto, elas morrem;
- A célula 12 tem dois vizinhos ativos e, portanto, permanece ativa.

Portanto, na próxima atualização, somente as células 02, 12 e 22 estarão ativas, como ilustrado na Figura 2.8. Podemos observar que, com base nessas regras, o padrão seguinte será o padrão original e a dinâmica do sistema permanecerá oscilando entre esses dois padrões.

00	01	02	03	04
10	11	12	13	14
20	21	22	23	24

**Figura 2.8-** Após a aplicação das regras do jogo da vida sobre o padrão inicial na **figura 2.1** [26].

Na literatura existe um grande número de modelos utilizando autômato celular, principalmente construídos com regras dinâmicas e aleatoriedade devido às suas vastas aplicações em modelagens de sistemas biológicos [27].

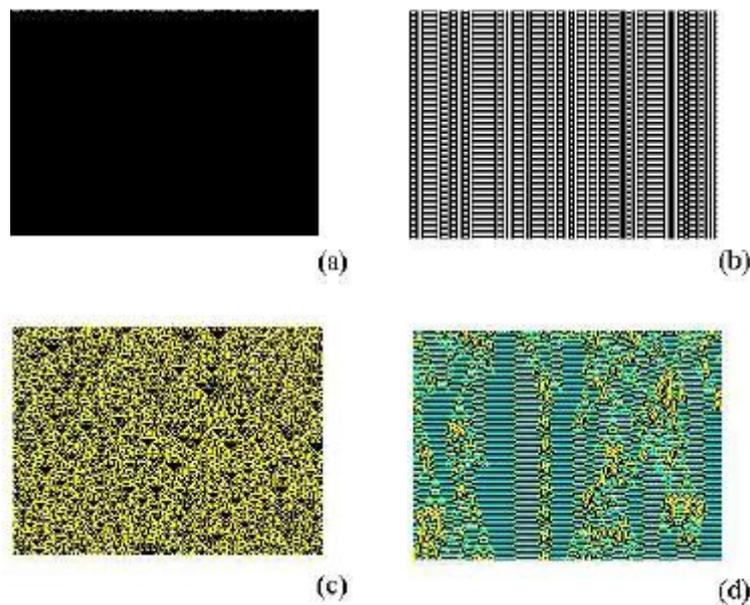
Um dos mais completos estudos de autômato celular foi realizado por S. Wolfram [23], que os classificou sistematicamente e introduziu quantidades mensuráveis. Com base nos padrões espaço-tempo gerados por sua evolução os autômatos celulares foram classificados como:

*Classe I:* A evolução temporal leva o autômato celular a um estado homogêneo no qual todos os sítios atingem um mesmo valor (pontos fixos). (Figura 2.9 (a))

*Classe II:* A evolução no tempo leva o autômato celular a um estado estável e periódico no tempo e espacialmente não homogêneo, ou seja, no qual nem todos os sítios possuem o mesmo valor. (Figura 2.9 (b))

*Classe III:* A evolução no tempo leva o autômato celular a um estado desordenado, não possuindo padrão reconhecível. (Figura 2.9 (c))

*Classe IV:* A evolução no tempo leva o autômato celular a gerar estruturas complexas com evolução imprevisível, que podem se propagar, criar e/ou aniquilar outras estruturas. Essa evolução complexa pode terminar após transientes cujos comprimentos no tempo podem ser muito grandes. (Figura 2.9 (d))



**Figura 2.9-** Padrões espaço-temporal característicos de regras típicas em cada uma das quatro classes de Wolfram. Classe I (a), classe II (b), classe III (c), classe IV (d).

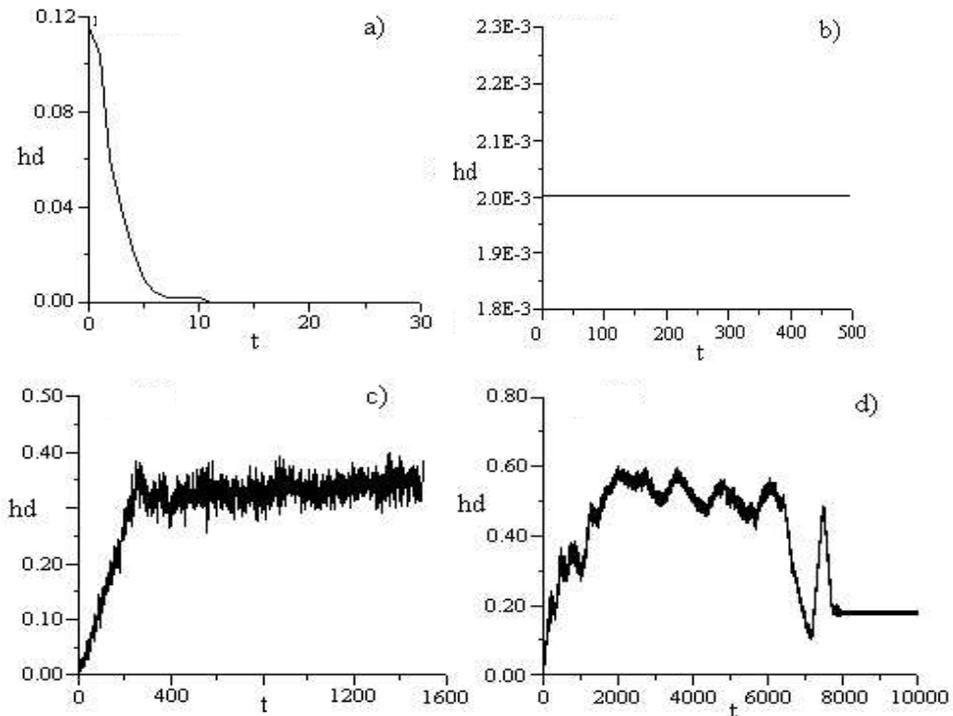
Uma maneira mais operacional de estudar a estabilidade dos autômatos celulares consiste em comparar a evolução conjunta de um sistema original  $\sigma_i(t)$  e de uma réplica dele  $\rho_i(t)$  na qual foi introduzida uma perturbação (dano) qualquer em um sítio da rede. Para isso vamos inserir o conceito de propagação de dano definindo a distância de Hamming entre as duas configurações da rede, que mede o número total de sítios nos quais os estados na configuração original e na réplica perturbada diferem entre si.

$$dh(t) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^N |\sigma_i(t) - \rho_i(t)|. \quad (2.1)$$

Note que o  $dh(t)$  mede a fração de sítios danificados no tempo  $t$ , ou seja, a fração de sítios em que  $\sigma_i(t) \neq \rho_i(t)$ . Esta definição pode ser generalizada para autômato com mais de dois estados. Podemos também distinguir as quatro classes de Wolfram a partir da distância de Hamming como segue.

Classe I: A distância de Hamming desaparece com o passar do tempo (Figura 2.10 (a)). Portanto o atrator da dinâmica é estável a qualquer perturbação.

Classe II: A distância de Hamming permanece constante no tempo e pequena (Figura 2.10 (b)).



**Figura 2.10-** Distância de Hamming em função do tempo para regras típicas em cada uma das quatro classes de Wolfram. Classe I (a), classe II (b), classe III (c), classe IV(d).

Classe III: A distância de Hamming cresce rapidamente com o tempo, atingindo um valor de equilíbrio geralmente alto (Figura 2.10 (c)). Ainda mais, mesmo se o dano inicial for mínimo, ele se propaga por toda a cadeia do autômato celular. Portanto as regras de classe III são instáveis.

Classe IV: A distância de Hamming apresenta um longo período transiente até que atinja o seu valor de equilíbrio (Figura 2.10 (d)). O crescimento do dano é imprevisível. Além disso, o seu valor final pode variar muito, dependendo do tamanho e da localização do dano inicial. Em geral o dano final é semelhante aos autômatos celulares de classe II. Assim, nos autômatos celulares de classe IV a dinâmica é marcada por longos períodos transientes caóticos, até que um atrator periódico estável seja finalmente atingido.

Em suma, os autômatos celulares podem ser vistos como ferramentas computacionais capazes de realizar simulações discretas no tempo, espaço e no estado do sistema. A principal vantagem do autômato celular é a facilidade com que pode ser implementado decorrente da simplicidade de sua formulação e o surpreendente retorno visual capaz de reproduzir padrões complexos e equilíbrios estáveis ou periódicos. Apesar da simplicidade das regras de transição de estado, os autômatos celulares podem fornecer muitas informações sobre a dinâmica temporal e espacial de sistemas físicos (biológicos, sociológicos, padrões de crescimento de organismos, teoria dos números, processamento de imagem e reconhecimento de padrões, sistemas químicos não lineares, evolução das galáxias, crescimento de cristais, tráfego, etc) o que faz deste tipo de modelo uma alternativa importante na descrição de processos espaciais acoplados as iterações locais.

Na atualidade tem sido de grande interesse o estudo de fluxo de tráfego utilizando autômato celular, uma vez que é um importante problema de nossa vida diária e vem sendo estudado por físicos a mais de 50 anos. Para este estudo utilizam modelos computacionais probabilísticos, que através de uma dinâmica local simples conseguem reproduzir comportamentos complexos como aqueles presentes no tráfego real. No capítulo seguinte vamos apresentar alguns modelos de tráfego que utilizam autômatos celulares.

# 3 MODELOS DE TRÁFEGO UTILIZANDO AUTÔMATOS CELULARES

## 3.1 Introdução

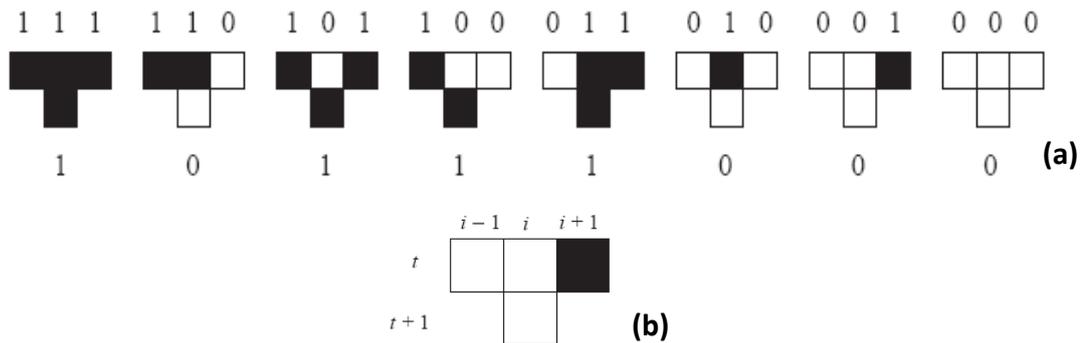
As primeiras simulações microscópicas para modelagem de fluxo de tráfego foram consideradas como processos bastante complexos por envolver modelos detalhados que descreviam o comportamento individualizado dos veículos. Cerca de duas décadas atrás, no entanto, novos modelos microscópicos foram sendo desenvolvidos, com base no paradigma de programação de autômatos celulares da física estatística. A principal vantagem foi um desempenho eficiente e rápido nas simulações e com boa precisão. Os chamados autômatos celulares para tráfego são sistemas dinâmicos discretos na natureza, no sentido de que o tempo avança com passos discretos e a rede é dividida em células.

De um modo geral, o autômato celular para descrever o fluxo de tráfego é constituído de uma estrada típica dividida em células (sítios da rede) de certo comprimento  $l$  que corresponde ao espaço típico ocupado pelo comprimento do carro + distância ao carro precedente num fluxo denso. Cada célula pode ser ocupada ou não por um veículo e cada veículo tem uma velocidade que corresponde a um número inteiro com valores entre  $0$  e  $v_{máx}$ , que corresponde, por exemplo, a máxima velocidade permitida numa auto-estrada.

Neste capítulo iremos fazer uma revisão de alguns dos principais modelos de tráfego utilizando autômatos celulares.

### 3.2 Modelos Determinísticos

A primeira idealização para modelar o fluxo de tráfego utilizando o autômato celular teve como base a regra 184 de Wolfram (AC-184) [28] para um autômato celular unidimensional com estados binários. Por volta de 1983, Stephen Wolfram classificou 256 diferentes regras possíveis e a regra 184 considera que uma célula preta está ocupada (1) por um veículo e a célula branca está vazia (0) como mostra a figura 3.1.



**Figura 3.1** – a) Representação gráfica geral da regra de Wolfram 184. Todas as oito configurações possíveis para o vizinhança local são classificadas em ordem decrescente. Uma partícula (célula preta) move para a direita, se a sua célula vizinha está vazia. b) Representação da evolução de um estado de célula no tempo e com base na sua vizinhança local.

O modelo leva em consideração que um carro só irá mover-se para o sítio a sua frente, se este sítio estiver vazio, de acordo com as regras deterministas abaixo:

**1) Aceleração e freio:** Se a distância ao carro da frente  $d_i$  for maior ou igual a 1 ( $d_i \geq 1$ ), então o carro pode avançar para o sítio a sua frente,

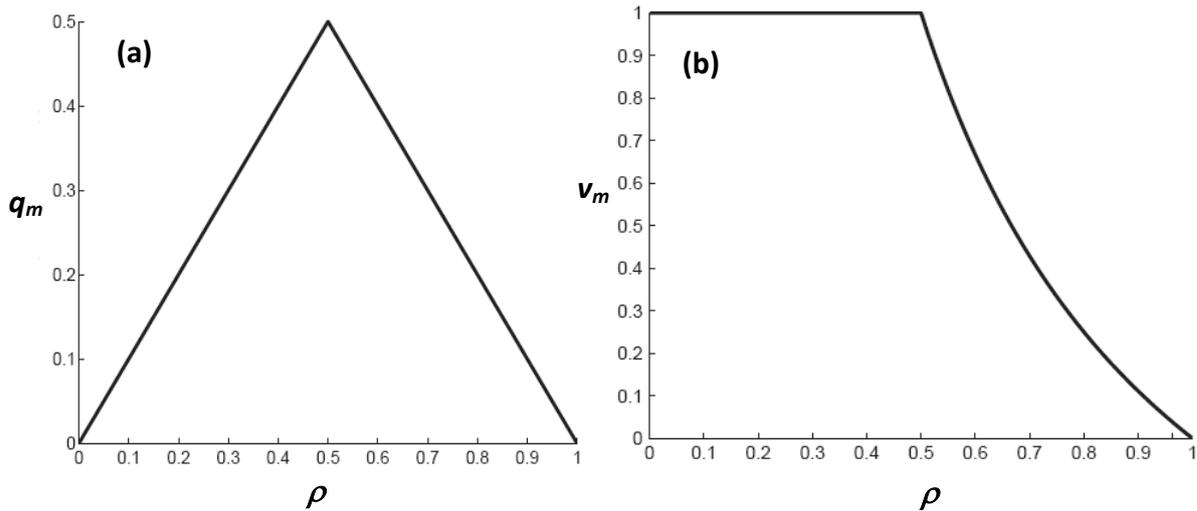
$$v_i(t) = \min\{d_i, 1\},$$

**2) Movimento do veículo:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

A regra da aceleração define que a velocidade do  $i$ -ésimo carro, estando ele parado, aumenta para  $v_i = 1$  se existe espaço vazio a sua frente ou permanecer com  $v_i = 0$  se o espaço a frente está ocupado. Se estiver em movimento, pára se não tiver espaço a sua frente ou continua em movimento, com velocidade  $v_i = 1$ , se houver espaço vazio a frente. A segunda regra apenas permite que os veículos permaneçam parados ou adiantem posições dependendo das suas velocidades. Na figura 3.2 apresentamos os diagramas fundamentais do modelo, fluxo médio

e a velocidade média em função da densidade. Observam-se nos diagramas duas fases distintas: uma de crescimento linear chamada de fluxo livre e outra de decrescimento linear chamada de fluxo congestionado. A mudança entre as fases ocorre exatamente quando a densidade é  $\rho_c = 0,5$ . Nesse modelo simplificado a máxima velocidade permitida para os carros é  $v_{m\acute{a}x} = 1$ .



**Figura 3.2** – a) Diagrama fundamental da regra 184, fluxo médio em função da densidade. A transição entre a fase de fluxo livre e a fase congestionada é de primeira ordem e ocorre para  $\rho_c = 0,5$ . b) Velocidade média em função da densidade. Note que a velocidade média permanece constante  $v_m = 1$  até atingir a densidade crítica  $\rho_c = 0,5$  e começa a diminuir até zero em  $\rho = 1,0$ .

Outro modelo determinístico, que foi uma generalização do modelo AC-184 acima, foi proposto por Fukui e Ishibashi [29] em 1996. A idéia de Fukui e de Ishibashi foi aumentar a velocidade máxima permitida para os carros de ( $v_{max} > 1$ ), considerando assim outras velocidades além de 0 e 1. Adaptando as regras do modelo anterior, temos:

- 1) **Aceleração e freio:** Se a distância ao carro da frente  $d_i$  for maior que  $v_{max}$  ( $d_i > v_{max}$ ), então o carro pode avançar  $v_{max}$  posições, mas se  $v_{max}$  for maior ou igual a  $d_i$  ( $v_{max} \geq d_i$ ), então o veículo irá avançar somente  $d_i$  posições, de modo a diminuir sua velocidade,

$$v_i(t) = \min\{d_i, v_{max}\}.$$

- 2) **Movimento do veículo:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Assim, o veículo acelera ou desacelera levando-se em consideração o número de células livres a sua frente. Por exemplo, um veículo em alta velocidade pode ter que frear bruscamente ao se aproximar da extremidade de um congestionamento, reduzindo abruptamente sua velocidade de  $v_{\max}$  para zero em apenas um intervalo de tempo.

### 3.3 Modelos Probabilísticos

Os fluxos de tráfego são constituídos pelos condutores e pelos veículos interagindo de forma diferenciada entre si, assim como com outros elementos da via e do ambiente em redor. Os veículos ao longo de um fluxo de tráfego não se comportam de forma uniforme uma vez que a habilidade para a prática da condução e as diversas formas como os condutores reagem a estímulos exteriores assim não o permitem. Até mesmo dois fluxos de tráfego similares, em circunstâncias idênticas, não terão o mesmo comportamento, pois a reação dos condutores irá variar de acordo com as características locais e os hábitos de condução.

Assim, levando em consideração todas essas complexidades devido aos diferentes comportamentos individualizados dos condutores mais as perturbações externas no tráfego no dia a dia, uma nova abordagem, utilizando Autômato Celular probabilístico, foi proposta para tentar reproduzir características observadas no tráfego real.

Os primeiros trabalhos sobre tráfego de veículos com uma abordagem da física estatística, utilizando autômatos celulares probabilísticos, ocorreram no final do século passado com o modelo pioneiro proposto em 1992 por Nagel-Schreckenberg (NaSch) [30]. Com base nesse modelo, vários autores têm proposto mudanças nas regras visando descrever o comportamento do tráfego real. Nesse capítulo vamos apresentar o modelo NaSch e descrever outros modelos importantes, extensões do modelo NaSch, que seja pelas modificações nas regras dinâmicas ou por inclusões de novas regras.

#### 3.3.1 Modelo Nagel-Schreckenberg

O modelo NaSch foi o primeiro modelo de autômato celular probabilístico aplicado ao tráfego e tornou-se padrão para modelar, analisar e entender algumas características do fluxo de tráfego real, por exemplo, o surgimento espontâneo de congestionamentos [30]. Nesse modelo, o estado de cada carro  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) é caracterizado por sua velocidade  $v_i$  ( $v_i = 0, 1, 2, \dots, v_{\max}$ ) e a posição do  $i$ -ésimo veículo por  $x_i$ . A distância entre dois veículos

consecutivos é definida como sendo  $d_i = x_{i+1} - x_i$ , que corresponde ao número de células desocupadas entre eles.

Para uma configuração arbitrária o processo de atualização das posições e das velocidades dos veículos é realizado simultaneamente de acordo com as seguintes regras:

1) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx.}$ ) e se a distância  $d_i$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

2) **Desaceleração:** se a distância ao carro da frente  $d_i$  for menor ou igual a sua velocidade ( $d_i \leq v_i$ ), então sua velocidade é reduzida para

$$v_i \rightarrow d_i - 1.$$

3) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

4) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Note que a velocidade aumenta se existir espaços vazios a sua frente e diminui por falta de espaço vazio ou randomicamente e por último, os carros permanecem parados ou avançam posições dependendo das suas velocidades. A regra 3, que introduz aleatoriedade no sistema, foi criticada por não ter um embasamento teórico [31]. Contudo, segundo Nagel e Schreckenberg, a aleatoriedade captura as flutuações de velocidade devido às reações humanas ou as variações devido às condições externas que são importantes para a formação de congestionamentos espontâneos que surgem no tráfego no dia a dia.

Para analisar as variáveis do tráfego no processo, define-se uma densidade média de carro por sítio  $\rho_i$  num período  $T$ , como sendo:

$$\bar{\rho}_i^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t), \quad (3.1)$$

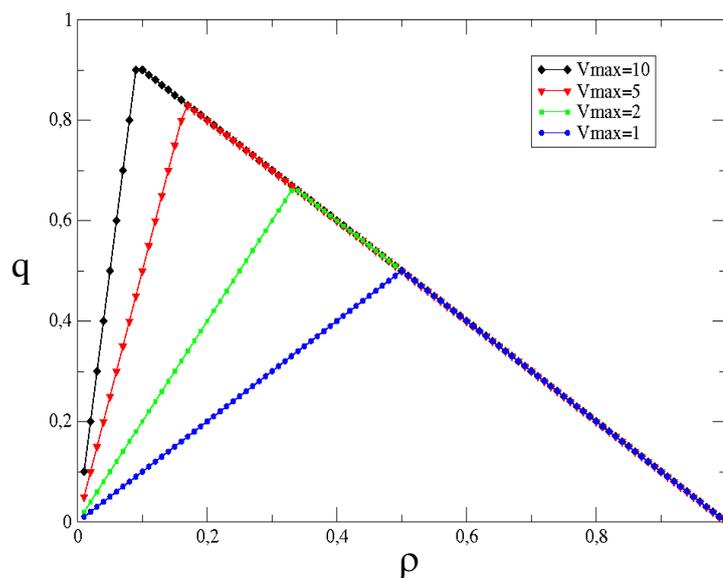
onde  $t_0$  é um transiente inicial e  $n_i(t)$  é 0 ou 1 se o sítio  $i$  está vazio ou ocupado no tempo  $t$ . Outra variável importante é o fluxo médio de tráfego por sítio definido como o número de veículos que circula num determinado sítio durante um período  $T$ .

$$\bar{q}_i^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t), \quad (3.2)$$

onde  $n_{i,i+1}(t)$  vale 1 se é detectado movimento entre o sítio  $i$  e  $i+1$ , e nulo se não há movimento.

Utilizando uma estrada típica unidimensional de tamanho  $L=1000$ , e utilizando condições de contorno periódico, as simulações numéricas do modelo NaSch foram realizadas para um transiente inicial  $t_0=10L$ , as médias temporais com até 20000 passos de tempo e médias configuracionais com até 200 amostras. Inicialmente distribuimos aleatoriamente os carros na estrada, todos com velocidade nula. Nossa análise inicial foi para o caso determinístico ( $p = 0$ ).

Na figura 3.3 apresentamos o diagrama fundamental do tráfego, densidade versus o fluxo, para  $p = 0$  e diferentes valores para a velocidade máxima dos carros. É notória a separação dos dois regimes para o fluxo de veículos.



**Figura 3.3-** Fluxo ( $q$ ) x Densidade ( $\rho$ ) para o modelo NaSch com  $p = 0$  e diferentes valores de  $v_{max}$ . As linhas cheias são soluções da equação 3.3

A região de baixa densidade que corresponde à fase de fluxo livre e a região de alta densidade conhecida como fase congestionada.

Uma característica importante e previsível em fluxos reais é que para uma dada densidade de carros na fase de fluxo livre, quanto maior a velocidade máxima permitida na via maior é o fluxo de carros nessa região. Nessa região, a interação entre os veículos quase que não existe e cada carro move-se livremente podendo atingir a velocidade máxima. A solução exata para o fluxo  $q$  em função da densidade  $\rho$  pode ser obtida analisando a evolução do sistema para um único carro [32], dado por:

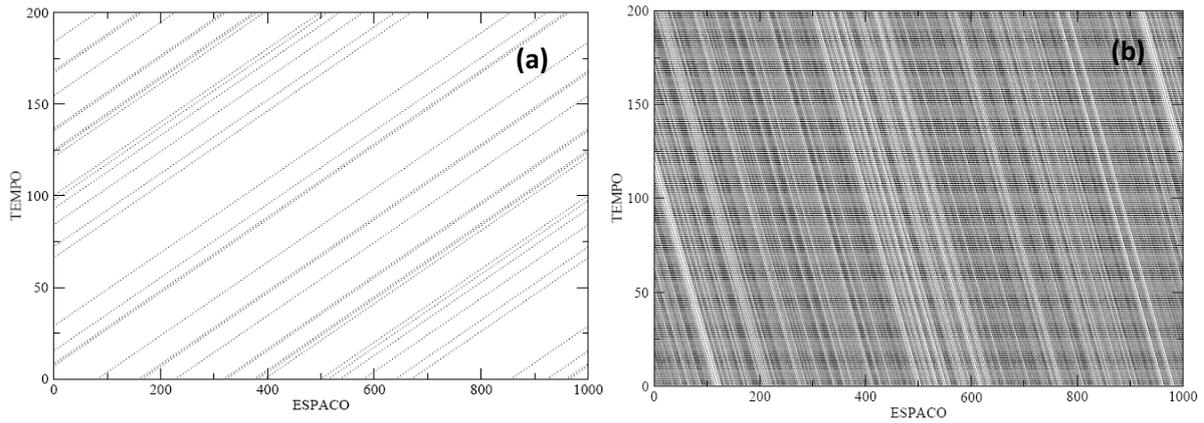
$$q = (v_{m\acute{a}x} - p)\rho \quad (3.3)$$

Para  $p = 0$ , o fluxo cresce linearmente com a densidade segundo a equação  $q = v_{max} \rho$ . No regime de alta densidade os carros estão amontoados e o sistema se comporta como um aglomerado de carros onde na parte dianteira do aglomerado um carro se desprende a cada passo de tempo e na parte traseira um carro chega e para, como se fosse um “buraco” deslocando-se no sentido contrário. Esse comportamento pode ser descrito em termos do movimento do “buraco” com velocidade  $v_{max} = 1$  independente das velocidades máximas dos carros. A equação do fluxo  $q$  em função da densidade  $\rho$  nesse limite é [32]:

$$q = (1 - p)(1 - \rho) \quad (3.4)$$

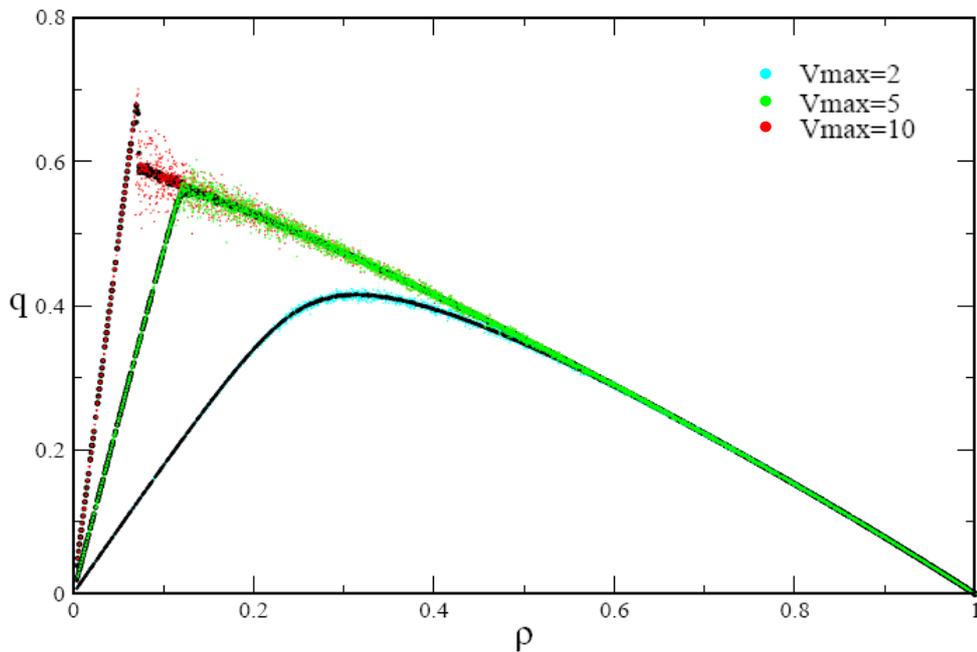
Na região intermediária o valor máximo do fluxo  $q_{max}(\rho)$  depende da velocidade máxima dos carros. Um ponto importante a ser colocado é que, da definição usada para  $q$  e  $\rho$ , todas as curvas na figura 3.3, independentemente do valor de  $v$  e  $p$ , não podem transpor a linha  $q = (1 - \rho)$ . Essa condição é atendida pela solução da equação 3.3, que o fluxo cresce até encontrar esta linha no ponto  $\rho = 1/(1+v)$ ,  $q = v\rho$  [32].

Na figura 3.4 mostramos o diagrama espaço-tempo para as duas fases analisadas acima com  $v_{max} = 5$ : (a)  $\rho = 0.02$ , fase de fluxo livre (baixa densidade), caracterizado pela inclinação positiva dos padrões formados pelos movimentos dos carros para frente; (b)  $\rho = 0.6$ , fase congestionada (alta densidade), caracterizado pela inclinação negativa dos padrões formados pelos movimentos dos buracos para trás.



**Figura 3.4** - Diagrama Espaço-Tempo: Simulação numérica para,  $v_{max} = 5$  nas fases (a) fluxo livre  $\rho = 0.02$  e (b) fase congestionada  $\rho = 0.6$ .

Para  $p \neq 0$ , uma das características principais é o surgimento das flutuações que desempenham um papel importante na formação dos padrões de aglomerados de carros. Também, é importante uma estatística maior buscando minimizar essas flutuações. Na figura 3.5, mostramos o gráfico fluxo versus densidade, para  $p = 0.2$ ,  $v_{max}=2, 5$  e  $10$  e para dois valores das médias temporais  $T = 200, 20000$ . Todas as simulações foram realizadas para 200 amostras.

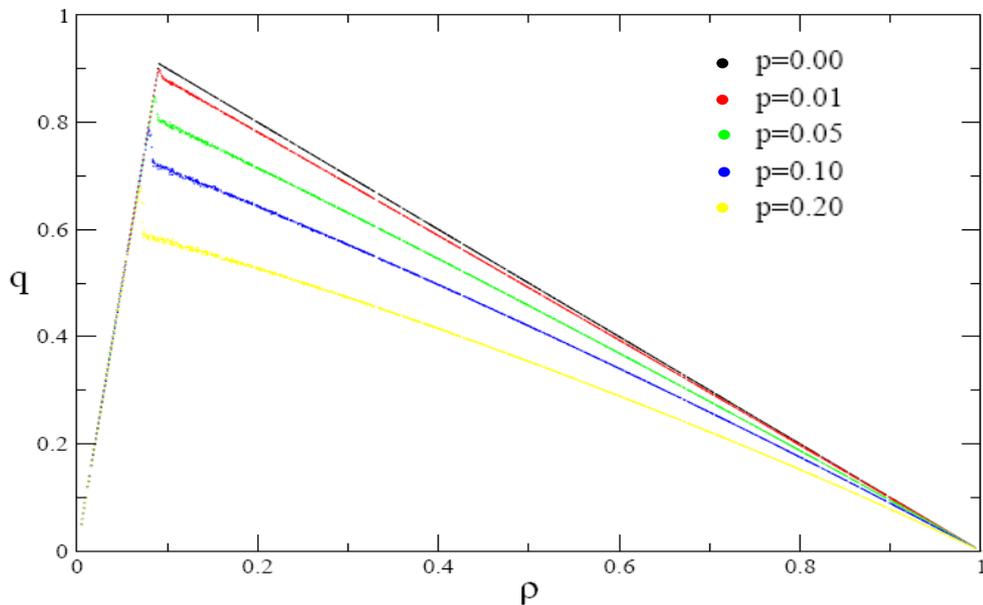


**Figura 3.5**-Fluxo x Densidade para o modelo NaSch,  $p = 0.2$ ,  $L = 1000$  e três valores da velocidade máxima:  $v_{max} = 2, 5$  e  $10$ . Os pontos coloridos são para médias temporais  $T=200$  e os pontos pretos para  $T=20000$ .

Como podemos observar o parâmetro  $p$ , que introduz aleatoriedade no sistema, tende a diminuir a velocidade média dos carros e conseqüentemente o fluxo quando comparado ao

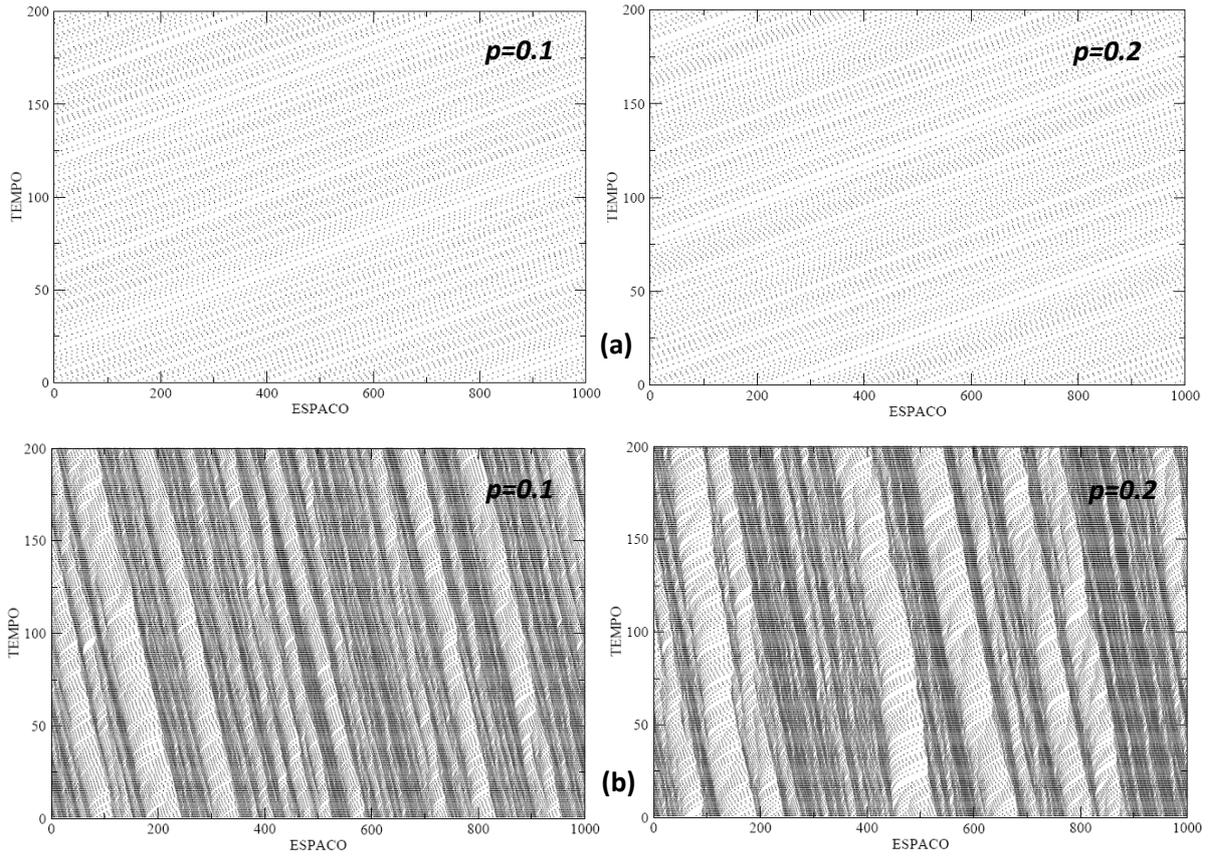
caso ( $p = 0$ ). A característica fundamental é a dispersão natural dos pontos, que já era esperado, principalmente para pequenas médias temporais,  $T = 200$  (pontos coloridos). Esse tipo de dispersão é exatamente o que é visto nos dados experimentais [30]. Para valores maiores do parâmetro  $T = 20000$  (pontos pretos) observamos que os resultados da simulação apresentam uma menor dispersão e as curvas são bem mais definidas.

Na figura 3.6, mostramos o gráfico fluxo versus densidade, para  $v_{max} = 10$  e diferentes valores do parâmetro  $p$ . Todas as simulações foram realizadas para 200 amostras e médias temporais  $T = 20000$ . Como podemos observar, o fluxo e a velocidade média diminuem com o crescimento do parâmetro  $p$ .



**Figura 3.6** - Fluxo x densidade para o modelo NaSch,  $T=20000$ ,  $v_{max} = 10$  e diferentes valores da probabilidade  $p = 0.0, 0.01, 0.05$  e  $0.10$  e  $0.20$ .

Na figura 3.7 mostramos o diagrama espaço-tempo para valores,  $v_{max} = 10$  e  $p = 0.1$  e  $0.2$ , nos regimes: (a)  $\rho = 0.05$ , fase de fluxo livre; (b)  $\rho = 0.4$  fase congestionada. Na fase de fluxo livre a mudança é quase imperceptível (poucos carros). Na fase congestionada é notória a mudança na formação dos padrões dos aglomerados de carros com o parâmetro  $p$ . Como esse parâmetro tende a reduzir a velocidade dos carros, com o crescimento de  $p$ , aumenta a possibilidade de formar aglomerados maiores de carros e de espaços vazios.



**Figura 3.7** - Diagrama Espaço-Tempo: Simulação numérica para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0.1$  e  $0.2$ . (a) fluxo livre  $\rho = 0.05$  e (b) fase congestionada  $\rho = 0.4$ .

O modelo NaSch ficou conhecido como modelo padrão, no sentido de que todas essas regras são necessárias para reproduzir as características básicas de fluxos de tráfego na vida real.

### 3.3.2 Modelo de tráfego Fukui-Ishibashi

O modelo proposto por Fukui e Ishibashi [29], na sua formulação original, também insere aleatoriedade, mas apenas para a condução de veículos em altas velocidades. Podemos expressar as regras deste modelo como segue:

- 1) **Determinação do parâmetro  $p$** : Se a velocidade  $v_i$  for igual à velocidade máxima, então  $p_m = p'$ ; mas se a velocidade  $v_i$  for menor que a máxima, então  $p' = 0$ .

$$v_i(t-1) = v_{max} \Rightarrow p'(t) \leftarrow p_m$$

$$v_i(t-1) < v_{max} \Rightarrow p'(t) \leftarrow 0,$$

- 2) **Aceleração:** Se a distância ao carro da frente  $d_i$  for maior que  $v_{max}$  ( $d > v_{max}$ ), então o carro pode avançar  $v_{max}$  posições, mas se  $v_{max}$  for maior ou igual a  $d$  ( $v_{max} \geq d$ ), então o veículo irá avançar  $d$  posições,

$$v_i(t) = \min\{d_i, v_{max}\}.$$

- 3) **Randomicidade:** com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para  $v_i \rightarrow v_i - 1$ , se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ .

$$v_i(t) \leftarrow \max\{0, v_i(t) - 1\}$$

- 3) **Movimento do veículo:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) \leftarrow x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Para  $p = 0$  o modelo torna-se determinístico. A lógica por trás da randomização específica no modelo de Fukui e Ishibashi é que os motoristas que estão se movendo com velocidade máxima, não são capazes de concentrar a sua atenção por tempo indeterminado. A consequência é que somente haverá flutuações para altas velocidades.

Wang e colaboradores estudaram o modelo de Fukui e Ishibashi analiticamente e numericamente, fornecendo um resultado exato para  $p = 0$  e uma forma aproximada para o modelo probabilístico,  $p \neq 0$  [33]. Também, com base no mesmo modelo, Wang e colaboradores [34] desenvolveram um modelo que é sutilmente diferente. Eles assumiram que os motoristas estão apenas sujeitos às desacelerações aleatórias quando estão dirigindo perto o suficiente do veículo a sua frente.

### 3.3.3 Modelo de Nagel e Schreckenberg com controle de velocidade máxima

No modelo NaSch, devido ao ruído inerente do parâmetro estocástico  $p$ , um congestionamento sempre pode se formar em qualquer densidade e experimentalmente tem-se observado que abaixo da densidade crítica esses congestionamentos têm tempos de vida finito, da ordem de  $5 \times 10^5$  passos de tempo e indepem do tamanho da rede. Uma forma de remediar esta situação é através da estabilização de fluxo livre. Isso pode ser feito por inibição da aleatoriedade para veículos de alta velocidade. Para este fim, Nagel e Paczuski consideraram as regras do modelo NaSch, mas agora complementado com uma nova regra [35]:

**Determinação do parâmetro  $p$ :** Se a velocidade  $v_i$  for igual à velocidade máxima, então  $p = 0$ , mas se a velocidade  $v_i$  for menor que a velocidade máxima, então  $p' = p$ .

$$v_i(t - 1) = v_{max} \Rightarrow p'(t) \leftarrow 0,$$

$$v_i(t - 1) < v_{max} \Rightarrow p'(t) \leftarrow p,$$

Esta nova regra efetivamente desativa a aleatoriedade para os veículos com velocidade máxima e apenas os veículos, na fase congestionada ( $v < v_{max}$ ), estarão sujeitos a regra estocástica. O resultado desse modelo é chamado de NaSch com controle de velocidade de “cruzeiro”.

Como conclusão do modelo, verificou-se que o uso do controle de velocidade máxima pode ter conseqüências inesperadas; estabilizar o fluxo livre com essas medidas de controle tem o benefício de ter um maior fluxo de tráfego possível, porém, o sistema é estimulado mais perto de seu ponto crítico, que é mais perigoso.

### 3.3.4 Modelo de Emmerich e Rank

O modelo proposto por Emmerich e Rank com base no modelo NaSch, considera a influência do espaço livre entre os veículos para atualizar suas velocidades [36]. Além de a atualização ser seqüencial, obedece a critérios de espaço vazio entre eles: movimenta-se primeiro o veículo com maior espaço a sua frente, a seguir movimenta-se o segundo com mais espaço vazio a sua frente e assim sucessivamente a todos os outros veículos.

Outra mudança é na própria dinâmica do modelo que diminuem as velocidades dos veículos levando-se em consideração não somente a distância entre dois veículos consecutivos, mas também a velocidade do veículo analisado: se a distância ao carro da frente for menor que 10 células esse veículo irá diminuir sua velocidade de acordo a matriz  $M(v_i, d_i)$ , onde  $d_i$  é a distância ao veículo da frente e  $v_i$  é a velocidade do veículo considerado.

$$M(v_i, d_i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Essa matriz foi construída de modo a evitar colisões. Por exemplo, se a velocidade de um veículo for igual a 5 e se o espaço para o veículo da frente for igual a 2, então sua velocidade no próximo instante de tempo será diminuída para  $v = M(5,2) = 1$ .

O processo de atualização é definido para todos os veículos de forma seqüencial, como dito anteriormente, e começando com o veículo com maior distância para o carro a sua frente, através de um conjunto de regras simples descritas a seguir:

- 1) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx.}$ ) e se a distância  $d$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

- 2) **Desaceleração:** Se a distância  $d_i$  for menor que 10 ( $d_i < 10$ ), então sua velocidade será

$$v_i = M(v_i, d_i).$$

- 3) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i > 0$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i = v_i - 1,$$

- 4) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Um dos principais problemas desse modelo é o fato de que o fluxo máximo ocorre para uma densidade maior do que a encontrada em dados reais e que os cálculos das velocidades e das posições dos veículos não são atualizados simultaneamente.

### 3.3.5 Modelos slow-to-start

Os modelos slow-to-start conjecturam que os veículos demoram um pouco mais de tempo antes de voltar a acelerar novamente a partir do repouso. Isso simula, de alguma forma, a lenta reação do motorista para restabelecer o movimento de um veículo parado. Mesmo não sendo

causada por esse comportamento a meta-estabilidade, para densidades intermediária, é reproduzida por esse procedimento e aparece quando se utilizam duas condições iniciais diferentes nas simulações [37-39]: uma homogênea, que é quando os veículos são distribuídos igualmente na pista, e outra congestionada, quando se inicia a simulação com uma distribuição heterogênea, contendo grandes engarrafamentos.

Um dos modelos precursores para simular o efeito slow-to-start foi proposto por M. Takayasu e H. Takayasu [39] em 1993, onde incorporou um atraso na aceleração de veículos parados. A motivação decorre do fato que os veículos com altas velocidades são capazes de desacelerar bruscamente e por outro lado, partindo do repouso, eles demoram muito mais tempo para atingir a velocidade máxima novamente. O retardamento foi introduzido na dinâmica partindo do princípio que, estando em um congestionamento, se o veículo logo à frente anda, o motorista tem uma probabilidade maior  $p_s$  ( $p_s > p_m$ ) de continuar parado caso esteja muito próximo do carro da frente, onde  $p_m$  é a probabilidade de desaceleração do modelo NaSch. Ou seja, um veículo parado dificilmente ocupa um espaço à sua frente assim que ele aparece. No modelo original (determinístico) a velocidade máxima era igual à unidade ( $v_{max} = 1$ ), veículos parados só aceleram se existem pelo menos dois espaços vazios a frente e não havia ruído estocástico. No modelo modificado permitiu-se velocidades máximas maiores e os carros desaceleram com certa probabilidade. O efeito do atraso é simulado implementando um passo a mais no início das regras dinâmica do modelo NaSch, na forma:

- 1) **Slow-to-start:** Se a velocidade  $v_i$  for igual a zero ( $v_i = 0$ ), e a distância  $d_i$  for igual a 1 ( $d_i = 1$ ), então a probabilidade  $p$  será igual à probabilidade de ficar parado ( $p = p_s$ ), caso contrário, a probabilidade será igual à probabilidade de desaceleração ( $p = p_m$ ).

$$p = \begin{cases} p_s & \text{se } v_i = 0 \text{ e } d_i = 1 \\ p_m & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- 2) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx.}$ ) e se a distância  $d_i$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

- 3) **Desaceleração:** se a distância ao carro da frente  $d_i$  for menor ou igual a sua velocidade ( $d_i \leq v_i$ ), então sua velocidade é reduzida para

$$v_i \rightarrow d_i - 1.$$

4) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

5) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

No tocante ao modelo original, conclui-se que o atraso introduzido é de natureza espacial de modo que afeta somente veículos parados. Já o modelo modificado apresenta uma boa representação da meta-estabilidade, associada a uma boa relação fluxo densidade, somente para uma grande diferença de valores entre  $p_s$  e  $p_m$ . Na figura 3.8 apresentamos o fluxo em função da densidade para  $p_s = 0,75$  e  $p_m = 0,01$ .

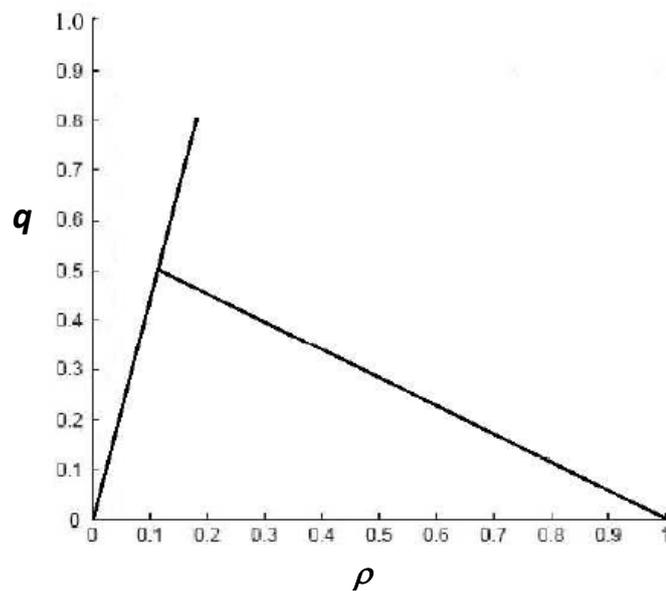


Figura 3.8- Modelo TT com  $p_s = 0,75$  e  $p_m = 0,01$ .

Outro modelo da classe slow-to-start com base no modelo NaSch, foi apresentado por Benjamin-Johnson-Hui [38]. Nesse modelo leva-se em conta não somente o espaço que existe à frente do veículo, como no modelo anterior [39], mas também se ele parou devido a outro veículo à sua frente. Benjamin et al. atribuiu essa nova regra ao fato que ela simula o comportamento de um motorista que perde momentaneamente a atenção, ou quando o motor

de um veículo é lento para reagir. Se isso ocorre então o veículo continua parado com probabilidade  $p_s > p_m$ . Na simulação, uma nova variável,  $flag$ , é adicionada para informa se o veículo parou devido a outro a sua frente. As regras de atualização são descritas na forma:

- 1) **Slow-to-start:** Se  $flag_i$  for igual a 1, então a velocidade  $v_i$  será igual a zero com a probabilidade  $p_s$  do veículo  $i$  ficar parado

$$v_i = 0 \text{ com probabilidade } p_s, \text{ se } flag_i = 1.$$

- 2) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx}$ ) e se a distância  $d_i$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

- 3) **Desaceleração:** se a distância ao carro da frente  $d_i$  for menor ou igual a sua velocidade ( $d_i \leq v_i$ ), então sua velocidade é reduzida para

$$v_i \rightarrow d_i - 1 \text{ e}$$

$$flag_i = \begin{cases} 1 & \text{se } v_i = 0; \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- 4) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

- 5) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Observe que essa regra adiciona um pequeno atraso de um carro parado devido a outro veículo à sua frente. Apesar da regra slow-to-start do modelo anterior ser espacial e esse modelo ser temporal [20], depende do número de testes e não sobre o espaço livre disponível na frente do veículo, os diagramas, fluxo versus densidade, apresenta comportamentos qualitativos similares. Para  $p_s = 0$ , o modelo acima reduz ao modelo NaSch

Outro modelo que emprega a regra intuitiva slow-to-start para veículos parados, conhecida como velocidade dependente da randomização (VDR), foi proposto por Barlovic et

al. [37, 40]. Nesse modelo, a probabilidade do motorista demorar mais para restabelecer o movimento é simulada alterando-se somente o fator de randomização, ou seja, se um veículo está parado ele tem uma probabilidade  $p_s$  ( $p_s > p_m$ ) de continuar parado. Esse procedimento é implementado inserindo uma probabilidade de desaceleração em função da velocidade do veículo, isto é:

- 1) **Slow-to-start:** Se a velocidade  $v_i$  for igual a zero, então a probabilidade  $p$  será igual à probabilidade de ficar parado  $p_s$ , caso contrário, a probabilidade será igual à probabilidade de desaceleração  $p_m$ .

$$p = \begin{cases} p_s & \text{se } v_i = 0 \\ p_m & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- 2) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{\text{máx.}}$ ) e se a distância  $d_i$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

- 3) **Desaceleração:** se a distância ao carro da frente  $d_i$  for menor ou igual a sua velocidade ( $d_i \leq v_i$ ), então sua velocidade é reduzida para

$$v_i \rightarrow d_i - 1.$$

- 4) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

- 5) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Resultados desse modelo caracterizam bem a região de meta-estabilidade, densidade intermediária, mas o fluxo máximo fica muito abaixo do encontrado nos dados reais para qualquer valor de  $p_s$  e  $p_m$ . Na figura 3.9 apresentamos o fluxo em função da densidade do modelo VDR para  $p_s = 0,75$  e  $p_m = 0,01$ .

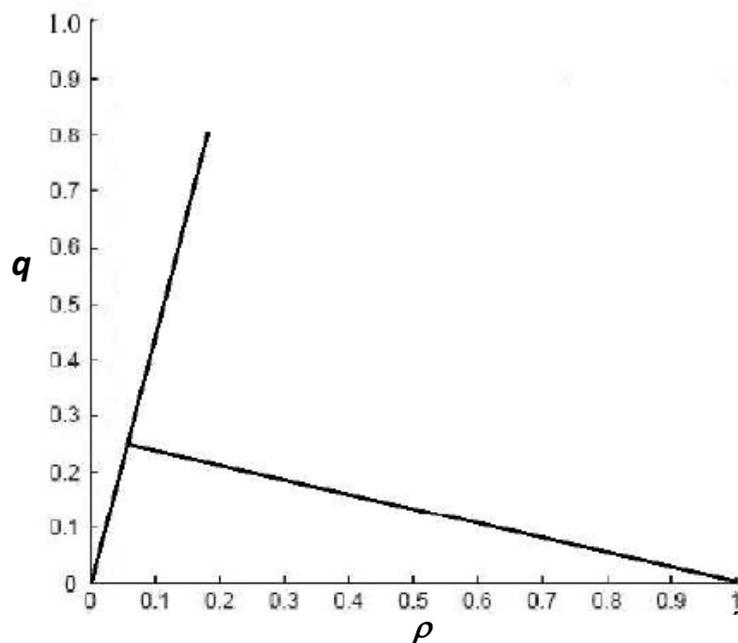


Figura 3.9- Modelo VDR com  $p_s = 0,75$  e  $p_m = 0,01$ .

Em geral os modelos *slow-to-start* conseguem simular a região de meta-estabilidade somente quando diferença entre os valores de  $p_s$  e  $p_m$  é grande. Quando esses valores estão mais próximos a meta-estabilidade tende a não ser representada.

### 3.3.6 Modelo de antecipação

Antecipação do tráfego significa que os condutores estimam as velocidades dos seus líderes para passos de tempo futuro. Um dos primeiros modelos de antecipação de tráfego foi proposto por Krauss e colaboradores [15] em 1997. Nesse modelo as velocidades são contínuas para todos os veículos e só leva em conta a reação do carro a sua frente. Embora o modelo restrinja a capacidade dos veículos de desaceleração, ainda é capaz de reproduzir quantitativamente a redução do fluxo e a meta-estabilidade.

Em 2004, Larraga e colaboradores [41], apresentaram um modelo probabilístico, baseado no modelo NaSch, para descrever os efeitos dos varios esquemas de antecipação de fluxo de tráfego. Eles introduziram um novo parâmetro no processo de desaceleração, chamado parâmetro de condução antecipatória, para estimar a velocidade do veículo precedente. Esta estimativa, mais a distância real espacial para o veículo da frente, determinam uma distância segura de frenagem  $d_i^s$ . As regras de atualização são descritas na forma:

1) **Aceleração:** se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx.}$ ) e se a distância  $d_i$  ao carro da frente  $d_i > v_i + 1$ , então a velocidade aumenta para

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

2) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

3) **Antecipação e Desaceleração:** se a distância ao carro da frente  $d_i$  for menor ou igual a sua velocidade ( $d_i \leq v_i$ ), então sua velocidade é reduzida para

$$v_i \rightarrow \min\{v_i, d_i^s\},$$

onde  $d_i^s$  é definida da seguinte forma:

$$d_i^s = (d_i - 1) + \left[ (1 - \alpha)v_{i+1} + \frac{1}{2} \right],$$

4) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

Observe que a regra randômica e a regra de desaceleração estão invertidas com relação ao modelo NaSch. O parâmetro  $\alpha$  assume valores entre 0 e 1 e é denominado de parâmetro de antecipação de condução.

Como resultado da inclusão do efeito de antecipação, observa-se na região de densidade intermediária a formação de grupos de veículos ( $v$ -pelotões), que circulam de forma coerente e com a mesma velocidade  $v$  em cada pelotão. O resultado das simulações para valores do parâmetro de antecipação  $\alpha$ , entre 0.13 e 0.5, exibe uma separação de fase para densidades intermediárias em uma região de fluxo livre e de  $v$ -pelotões. Aumentando a densidade, surge um estado congestionado caracterizado pela coexistência de pelotões de carros parados (todos os carros com velocidade nula) e outros  $v$ -pelotão que se movem com velocidades diferentes. Esses resultados não são apenas relevantes para as estradas automatizadas, mas também ajudar a elucidar os efeitos da antecipação, que desempenha um papel fundamental em modelos de tráfego realistas. Do ponto de vista da física o modelo

apresenta separação de fases; uma fase condensada no qual os veículos se movem de forma coerente com velocidade finita e coexistindo com uma fase não-condensada (fluxo livre) ou outra fase condensada que está em movimento.

### 3.3.7 Modelos Multi-células

A característica principal dos modelos multi-células é que um veículo pode ocupar uma ou mais células consecutivas possibilitando considerar diferentes tamanhos para esses veículos ( $l_i$ ). Nesses casos, devemos levar em conta uma nova discretização para diferentes domínios. Considere por exemplo, o veículo que nos modelos anteriores ocupava apenas 1 célula, agora ocupará 4 células. Para manter a velocidade real para essa nova discretização, a velocidade desse veículo deve ser de 4 células por passo de tempo. Discutidas as principais características do modelo multi-células, apresentaremos a seguir dois modelos que se baseiam nas características aqui apresentadas.

Helbing e Schreckenberg em 1999 [42] propuseram um modelo multi-célula, que é baseado nos mesmos princípios dos modelos de velocidade ótima [20], velocidade que atribui ao tráfego o fluxo de máximo no qual usam uma função que calcula a velocidade ótima a partir de sua velocidade  $v_i$  e do deslocamento  $d_i$ . Nesse modelo a função velocidade ótima é representada pela função discreta  $V(d_i)$ , descrita na Tabela 1 [43]. O modelo pode ser descrito a partir de um conjunto de regras descritas a seguir:

- 1) **Aceleração:** Todos os veículos têm suas velocidades  $v_i$  modificadas segundo a regra abaixo

$$v_i^t = v_i^{t-1} + [\alpha(V(d_i^{t-1}) - v_i^{t-1})]$$

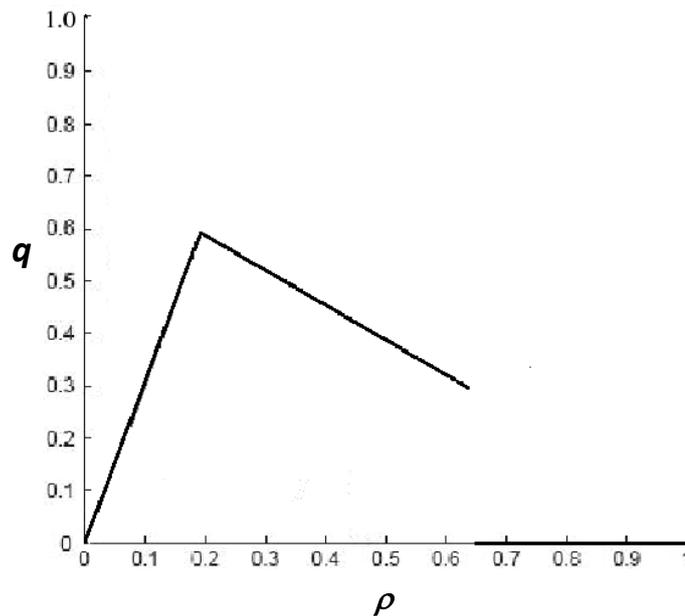
- 2) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p_m$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

$$v_i \rightarrow v_i - 1.$$

- 3) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t-1) + v_i(t).$$

A função  $V(d_i)$  na regra 1 é a versão discreta da função velocidade significando que o valor mais elevado para o parâmetro alfa indica uma adaptação quase instantânea da velocidade do veículo para a função de velocidade ótima, enquanto valores menores indicam um aumento da inércia e maior tempo de adaptação [42]. Apesar das críticas realizadas por Knospe e colaboradores [44] na qual apontavam que esse modelo não é totalmente livre de colisões e não reproduz região de fluxo sincronizado, Helbing-Schreckenberg afirmavam ter encontrado muitos dos comportamentos observados no tráfego real. Na Figura 3.10 pode-se observar que apesar do valor da capacidade máxima, esse modelo não apresenta uma região de meta-estabilidade e o fluxo se anula para densidades pouco maiores que 0,6.



**Figura 3.10-** Fluxo versus densidade para o modelo Helbing e Schreckenberg .

### 3.3.8 Modelo luz de freio

Outro modelo multi-células, baseando-se no modelo NaSch, foi proposto por Knospe e colaboradores [45] em 2000. Nesse modelo, conhecido como modelo luz de freio (LF), busca incorporar um desejo para uma condução suave e confortável dos condutores. Esta exigência foi incorporada no modelo através da introdução do parâmetro “luz de freio” para um ajuste oportuno da velocidade ao aproximar-se do tráfego lento e “antecipação” por estimar a velocidade do veículo da frente. Portanto, um motorista não acelera se o veículo à sua frente está freando, ou seja, está com luz de freio acesa.

Os autores [45] definem a probabilidade de frenagem aleatória  $p$  em função da luz de freio do veículo à frente,  $b_{i+1}$  (assume valores 0 ou 1), de tal forma que um veículo terá uma probabilidade  $p = p_b$  de desacelerar, se o veículo à sua frente acabou de frear e se encontra relativamente próximo. Além disso, o modelo utiliza um efeito *slow-to-start*, como no modelo VDR, com probabilidade  $p = p_0$  e em qualquer outro caso a probabilidade considerada é a do modelo NaSch,  $p_m < p_0 < p_b$ . O modelo introduz a noção de “distância temporal”, definida como sendo o intervalo de tempo entre dois veículos consecutivos, descrito como:  $t_{hi} = d_i / v_i$ . Nesse modelo o motorista acelera quando o veículo à sua frente não freou no instante anterior ou se existe uma boa “distância temporal” considerável à sua frente. Para isso utiliza-se  $t_{hi} < t_{si}$ , com  $t_{si} = \min(v_i, h)$ , onde  $h$  é um parâmetro que pode ser interpretado como a menor “distância temporal” segura a ser utilizada por todos os veículos da pista. Considerando os vários recursos discutidos nos modelos anteriores, podemos descrever a dinâmica do modelo luz de freio a partir do conjunto de regras descritas a seguir:

- 1) **Determinação do parâmetro  $p$ :** se  $b_{i+1}$  for igual a 1 ( $b_{i+1}=1$ ) e se a “distancia temporal”  $t_{hi}$  for menor que  $t_{si}$  ( $t_{hi} < t_{si}$ ), então  $p = p_b$ , se  $v_i$  for igual a zero ( $v_i=0$ )  $p=p_0$ , caso contrário,  $p = p_m$  então  $b_i=0$

$$p = \begin{cases} p_b & \text{se } b_{i+1} = 1 \text{ e } t_{hi} < t_{si} \\ p_0 & \text{se } v_i = 0 \\ p_m & \text{em todos os outros caso} \end{cases}$$

$$b_i = 0$$

- 2) **Aceleração:** Se  $b_i = b_{i+1}=0$  ou  $t_{hi} \geq t_{si}$ , e se a velocidade de um veículo no sítio  $i$  é menor que o valor máximo ( $v_i < v_{máx.}$ ) então a velocidade aumenta

$$v_i \rightarrow v_i + 1.$$

- 3) **Determinação do espaço Efetivo  $d_i^{eff}$ :** Se a velocidade de antecipação é definida por  $v_{ant} = \min(d_{n+1}, v_{n+1})$ , então

$$d_i^{eff} = (d_i - 1) + \max[v_{ant} - d_{seg}, 0],$$

- 4) **Desaceleração:** A velocidade é reduzida para

$$v_i^{t+1} = \min\{d_i^{eff}, v_i^t\}$$

$$\text{Se } v_i^{t+1} < v_i^t, \text{ então } b_i = 1$$

5) **Randomicidade:** Se sua velocidade for  $v_i \geq 1$ , com certa probabilidade  $p$ , a velocidade de cada veículo é diminuída para

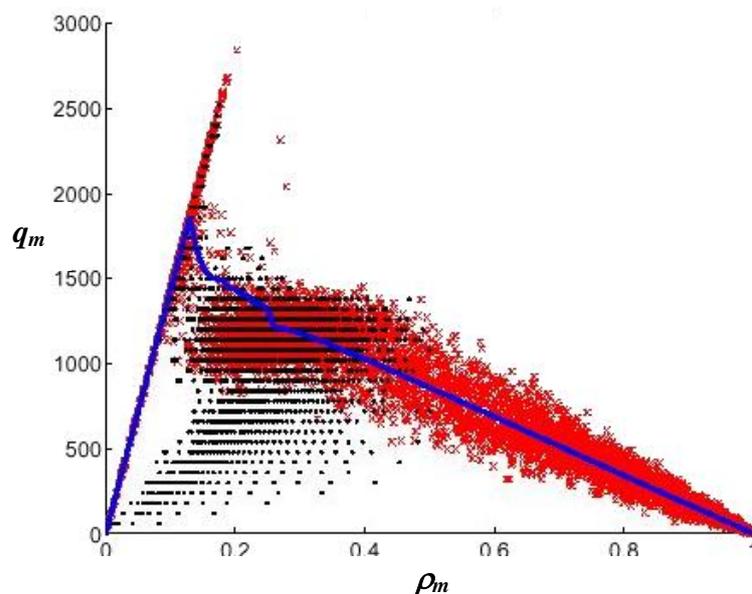
$$v_i \rightarrow v_i - 1$$

$$\text{Se } p = p_b \text{ então } b_i = 1$$

6) **Movimento dos Carros:** cada veículo avança  $v_i$  posições com relação a sua posição anterior,

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t).$$

O resultado é um modelo que consegue ter uma boa relação fluxo-densidade, representa a região de meta-estabilidade sem risco de acidentes. Isso devido a sua característica multi-célula que faz com que esse tipo de antecipação seja ao mesmo tempo eficiente e segura. O principal problema desse modelo é o número de variáveis de calibração. O objetivo principal deste modelo é aproximá-lo o máximo possível do tráfego real, para reproduzir de forma correta as três fases de tráfego observadas empiricamente. Na figura 3.11 apresentamos o diagrama fundamental para o modelo de luz de freio.



**Figura 3.11-** Fluxo versus densidade para o modelo de luz de freio. A linha azul é representada os valores médios, as símbolos vermelhas são medições locais de um detector que registra a densidade e a velocidade, convertendo-a em um valor de fluxo, e os pontos pretos são as medidas locais de um detector que registra o fluxo e a velocidade, convertendo-a em um valor de densidade.

Uma extensão do modelo luz de freio foi proposta por Kerner et al. [46], que resultou em uma família de modelos que utilizam a noção de distância sincronizada entre cada veículo [47], que é a distância de interação entre os veículos em função da velocidade, ou seja, um veículo rápido é influenciado pela velocidade do veículo que está mais distante. A partir dessa sincronização é feito o cálculo para se determinar o quanto um veículo irá acelerar e desacelerar, fazendo uso de um efeito *slow-to-start*.

Apesar do diagrama fundamental do modelo apresentar uma alta capacidade de fluxo ele não consegue representar, de forma satisfatória, a região de meta-estabilidade apresentando uma diminuição de fluxo antes de torna-se congestionado. Além disso, o modelo requer uma grande quantidade de variáveis de calibração devido ao grande número de regras e parâmetros [43].

# **4 MECANISMO DE DIREÇÃO DEFENSIVA EM UM MODELO DE AUTÔMATO CELULAR PARA FLUXO DE TRÁFEGO**

## **4.1 Introdução**

O estudo de aspectos dinâmicos envolvendo tráfego veicular é um importante assunto da sociedade atual. A eficiência do fluxo de tráfego de uma cidade ou de uma auto-estrada é de fundamental importância para o desenvolvimento da economia e da qualidade de vida de uma região. Contudo, constatamos no dia a dia o crescente surgimento de engarrafamentos causados talvez, pelo número excessivo de carros nas vias, ou pelo número insuficiente de vias de tráfego, ou mesmo pela falta de um plano estratégico e o uso limitado de novas tecnologias para lidar com o problema dos engarrafamentos. Nos últimos anos, vários trabalhos têm abordado a questão do fluxo de tráfego com o intuito de modelar o tráfego real, as relações empíricas entre as variáveis do tráfego, os diferentes regimes, principalmente os congestionamentos que são os grandes vilões.

Os primeiros modelos macroscópicos surgiram nos anos de 1950 e tratavam o tráfego como um fluido incompressível formado por veículos imaginários (que não aparecem explicitamente nas equações dinâmicas da teoria) [48, 49]. Na década de 70 surgiram os primeiros modelos microscópicos, onde o tráfego é visto como um gás de partículas interagentes baseados nos modelos do gás cinético, descrito por uma função de distribuição cuja evolução temporal é dada pela equação de Boltzmann [50]. Nas duas últimas décadas, vários outros modelos foram implementados, em particular modelos microscópicos (ver [20, 51, 52]

e suas referências), onde cada veículo é visto como uma partícula e a natureza das interações entre eles é determinada pela forma como cada veículo influencia nos movimentos dos outros. Deste modo, modelos microscópicos de tráfego de veículos interagentes vêm sendo amplamente estudados pelos físicos, particularmente devido a sua estreita relação com os vários aspectos fundamentais dos sistemas fora do equilíbrio, que é uma questão relevante no âmbito da física estatística [53].

Devido a sua simplicidade, flexibilidade e a fácil implementação computacional, as teorias baseadas em autômatos celulares (AC) tornou-se um método bem estabelecido para modelar, analisar e até mesmo prever comportamentos emergentes complexos observados na natureza [54-57]. Em particular, o primeiro modelo estocástico com o objetivo de simular tráfego em uma auto-estrada foi proposto por Nagel e Schreckenberg em 1992, conhecido desde então como modelo NaSch [30]. Vários outros modelos de tráfego foram implementados tendo como base as regras do modelo NaSch [20, 32, 58, 59].

Uma das principais motivações para modelagem dos fluxos de tráfego é o de proporcionar uma compreensão básica do diagrama fundamental empírico, bem como suas principais propriedades do fluxo macroscópico. Argumentos teóricos e simulações numéricas para grandes redes de tráfego utilizando autômato celular, corroborados por dados recolhidos a partir de diferentes situações reais de tráfego, têm contribuído consideravelmente para o desenvolvimento de um cenário global dos fenômenos empíricos do tráfego, incluindo a caracterização das distintas fases do fluxo de tráfego, os mecanismos que levam as transições de fase e os processos que conduzem a formação dos congestionamentos [47, 60-66]. Uma atenção especial tem sido dada para modelos de autômato celular que leva em conta efeitos associado com as reações específicas dos condutores, como por exemplo, os modelos com regra de distância segura entre os veículos [42], modelo de luz de freio [45, 67], antecipação e adaptação de velocidade [41, 45, 67]. Esses aspectos têm sido explorados com a perspectiva de reproduzir dados experimentais [68], enfatizando principalmente as propriedades macroscópicas das três fases do tráfego, ou seja, fluxo livre, fluxo sincronizado e fluxo congestionado [46, 69].

Neste trabalho, propomos um novo modelo de tráfego, com base no modelo original do NaSch, que leva em conta uma reação preventiva dos condutores, geralmente presente em situações reais de trânsito. Este modelo que utiliza o mecanismo que é usualmente denominado de direção defensiva será daqui por diante, referido como “Modelo DD”. Ele incorpora uma redução da velocidade devido a um ajuste da distância entre veículos de acordo

com o conceito de um critério de segurança. Vamos mostrar que esse mecanismo, em última análise, reduz a frequência de frenagem brusca presente na regra de desaceleração do modelo NaSch. O modelo proposto é capaz de reproduzir, além das fases de fluxo livre e congestionada presente no modelo NaSch, uma região no espaço de parâmetro na qual coexiste fluxo livre e fluxo congestionado observado em situações reais de tráfego. Para determinados valores do parâmetro estocástico, o fluxo congestionado apresenta algumas características do fluxo sincronizado.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. Na seção 4.2 descrevemos o modelo DD e definimos as principais grandezas que serão utilizadas para caracterizar o fluxo de tráfego. Na seção 4.3 apresentamos os resultados das simulações para uma estrada constituída por uma única via e com número de veículos preservado.

## 4.2 O Modelo de DD e suas Variáveis Macroscópicas

Nosso modelo de fluxo de tráfego é baseado no modelo NaSch. Vamos considerar uma estrada típica unidimensional dividida em células de comprimento  $L$  que corresponde ao espaço que pode se ocupado ou não por um veículo e cada veículo assume velocidade que corresponde a um número inteiro entre zero e uma velocidade máxima  $v_{máx}$ . Chamamos de  $x_n(t)$  e  $v_n(t)$  a posição e a velocidade, respectivamente, do  $n$ -ésimo veículo da rede no tempo  $t$ . Vamos chamar de  $d_n$  como sendo a distância entre o  $n$ -ésimo veículo e o veículo imediatamente a sua frente que corresponde ao número de células vazias entre eles ( $d_n = x_{n+1} - x_n$ ). Partindo de uma distribuição aleatória de veículos e utilizando condições de contorno periódico o processo de atualização das posições e das velocidades dos veículos são realizados simultaneamente (atualização em paralelo) de acordo com as seguintes regras:

**R1 - Aceleração.** *Se no tempo  $t$ , a velocidade do  $n$ -ésimo veículo  $v_n(t) < v_{máx}$  e sua distância ao próximo veículo  $d_n(t) > v_n(t) + 1$  então, no tempo  $t + 1$  a velocidade do carro  $n$  aumenta para:*

$$v_n(t + 1) = v_n(t) + 1.$$

**R2.1 – Desaceleração de Curta Distância:** *Se no tempo  $t$ ,  $d_n(t) \leq v_n(t)$  então, no tempo  $t+1$  a velocidade do carro  $n$  será reduzida para:*

$$v_n(t + 1) \rightarrow d_n(t) - 1.$$

**R2.2 – Desaceleração de Direção Defensiva:** *Se no tempo  $t$ ,  $v_n(t) > 0$ , e a velocidade do veículo a sua frente  $v_{n+1}(t)$  foi reduzida (desacelerou) então, no tempo  $t+1$  a velocidade do carro  $n$  será reduzida para:*

$$v_n(t+1) = v_n(t) - 1 \quad \text{se} \quad v_n(t) < d_n(t) < \alpha v_{max} ,$$

onde  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots$ ) é um parâmetro que representa uma distância média de segurança entre os condutores.

**R3 - Randomicidade:** *Se no tempo  $t$ ,  $v_n(t) \geq 1$  então, com uma probabilidade  $p$ , no tempo  $t+1$  a velocidade do carro  $n$  será reduzida para:*

$$v_n(t+1) \rightarrow v_n(t) - 1.$$

**R4 - Movimento dos Carros:** *No tempo  $t+1$  cada veículo avança  $v_n(t+1)$  posições com relação a sua posição anterior:*

$$x_n(t+1) = x_n(t) + v_n(t+1).$$

Note que estamos seguindo a mesma ordem das regras dinâmicas do modelo NaSch, no qual acrescentamos o mecanismo de direção defensiva no processo de desaceleração. Assim, a velocidade aumenta se existir espaços vazios a sua frente (R1). Por outro lado diminui por falta de espaço a sua frente (R2.1) e devido a reação a uma desaceleração do veículo da frente, sempre que a distância seja menor que uma distância média de segurança (R2.2), ou ainda randomicamente (R3). Por último, os carros avançam posições dependendo das suas velocidades (R4). Esse novo mecanismo acrescido na regra (R2.2) é intuitivamente utilizado no trânsito em geral e é o responsável pelo surgimento de coexistência de fases de tráfego.

Para analisar as principais variáveis macroscópicas de tráfego, vamos definir a densidade média de veículos por sítio  $\rho_i(t)$  num período de tempo  $T$ , como sendo

$$\bar{\rho}_i^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t), \quad (4.1)$$

onde  $t_0$  é um transiente inicial (tempo de relaxação) e  $n_i(t)$  é numero de ocupação no sítio  $i$  no tempo  $t$  ( $n_i(t) = 0$  se o sítio está vazio e  $n_i(t) = 1$  se o sítio está ocupado). Outra variável de tráfego importante é o fluxo por sítio, definido como o número de veículos que cruza num determinado sítio durante um dado período  $T$ .

$$\bar{q}_i^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t), \quad (4.2)$$

onde  $n_{i,i+1}(t) = 1$  se um veículo cruza o sítio  $i$  no tempo  $t$  e nulo se não há movimento. Além disso, vamos medir a velocidade média dos veículos e a flutuação relativa média das velocidades  $\Delta v_R$  dada por:

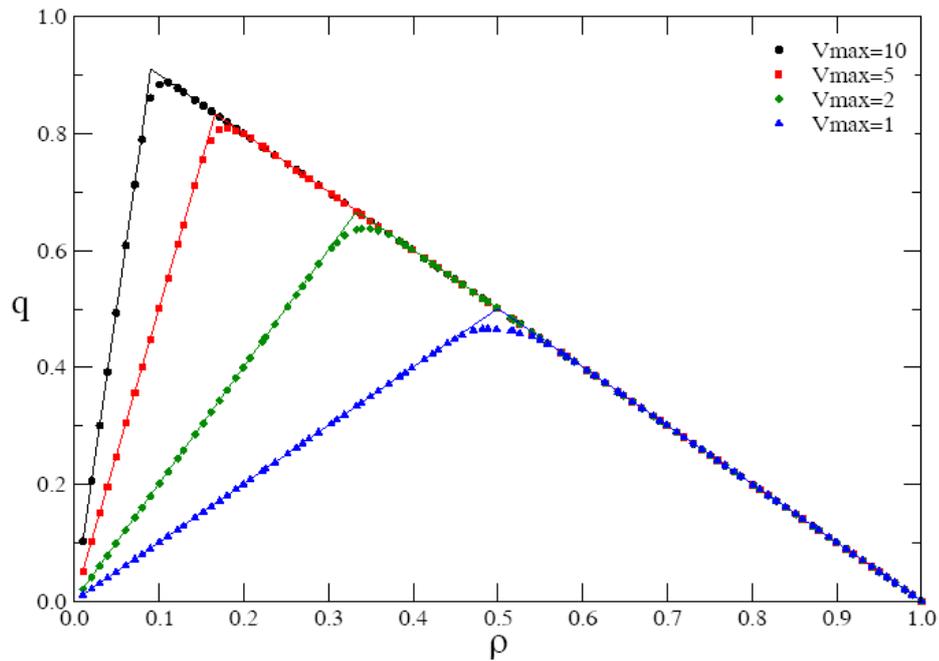
$$\Delta v_R = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\sqrt{\langle (v_n - \langle v \rangle)^2 \rangle}}{\langle v \rangle}. \quad (4.3)$$

Enfatizamos aqui que nosso modelo pode caracterizar situações que distingue o comportamento dos condutores no que diz respeito à cautela necessária para promover uma condução adequada e segura no trânsito. Esta característica pode ser observada na definição da regra dinâmica de direção defensiva (R2.2). Segundo essa regra, a velocidade do veículo diminui de uma unidade quando o veículo a sua frente desacelerou no tempo anterior e desde que a distância  $d_n$  entre eles seja menor que  $\alpha v_{max}$ . Aqui, o parâmetro  $\alpha$  controla diferentes comportamentos dos condutores: valores pequenos de  $\alpha$  indica que o condutor só freia para distâncias pequenas, no qual reflete super confiança na forma da condução (tal comportamento pode levar a um crescimento do fluxo com um alto risco de colisão). Valores intermediários de  $\alpha$  reflete cautela e segurança na condução. Para grandes valores de  $\alpha$  o condutor freia mesmo quando a distância ao carro da frente é grande indicando uma insegurança na condução (situação ineficiente com uma forte tendência de formação de engarrafamentos). Portanto, nossos resultados podem trazer alguma luz na complexidade dos cenários de fluxo de tráfego com aplicações em situações práticas de engenharia de tráfego. No entanto, o principal foco do nosso estudo é fornecer um modelo de autômato celular simples, que capta os ingredientes essenciais necessários para reproduzir, além da habitual fase de fluxo livre e fase congestionada, a coexistência de fases observada experimentalmente no regime de densidade intermediária.

### 4.3 Resultados Numéricos

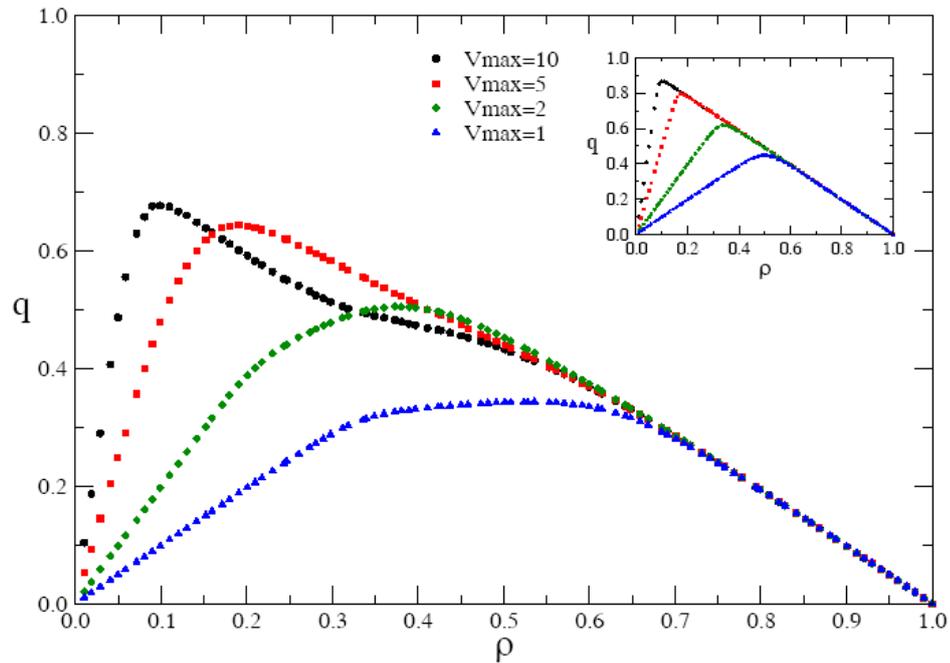
Realizamos extensivas simulações numéricas de modo a obter dados apuradas sobre o comportamento dinâmico do presente modelo de tráfego. Consideramos uma estrada típica unidimensional de tamanho  $L = 10^3$  posições e distribuimos aleatoriamente  $N$  ( $N \leq L$ ) veículos, todos com velocidade inicial nula. Nas nossas simulações utilizamos condição de contorno periódica e realizamos médias temporais com 20000 passos de tempo após um transiente inicial  $t_0 = 10L$ . Além disso, nossos resultados médios foram obtidos com 100 diferentes configurações iniciais.

Inicialmente vamos analisar o caso determinístico ( $p = 0$ ), a fim de fazer uma análise comparativa da influência do mecanismo de direção defensiva quando ele é incorporado diretamente sobre o modelo original de NaSch. Na figura 4.1 apresentamos o diagrama fundamental do tráfego relacionando o fluxo médio em função da densidade, para o caso particular  $\alpha = 2$  e diferentes valores da velocidade máxima. Note que existem dois regimes bem definidos. No primeiro regime o fluxo cresce linearmente com a densidade, correspondendo a uma fase de fluxo livre, no qual todos os carros movem-se com as velocidades máximas permitidas. No segundo regime, o fluxo decresce com a densidade, característica de fase congestionada com a velocidade decrescendo devido à diminuição dos espaços vazios entre os veículos. O principal efeito da regra de direção defensiva no limite determinístico é o arredondamento na fronteira entre esses dois regimes (símbolos na figura 4.1) em comparação com a transição brusca exibida no modelo original de NaSch (linhas contínuas na figura 4.1). No entanto, sabe-se que os efeitos estocásticos são fundamentais para modelar o movimento dos veículos numa situação de tráfego real. Esses efeitos são decorrentes dos diferentes comportamentos dos condutores nas tomadas de decisões individuais ou devido a perturbações externas no tráfego. Como veremos a seguir, o mecanismo de direção defensiva tem um forte impacto sobre o fluxo de tráfego quando os efeitos estocásticos são levados em conta. Do ponto de vista das transições de fase observadas no fluxo de tráfego, o mecanismo de direção defensiva pode levar a coexistência de fase de fluxo livre e fluxo congestionado em regiões distintas da estrada.



**Figura 4.1-** Diagrama fundamental do tráfego: fluxo médio em função da densidade de veículos para  $p = 0$ ,  $\alpha = 2$  e diferentes valores da velocidade máxima. A linha contínua representa o modelo NaSch e os símbolos o modelo de direção defensiva.

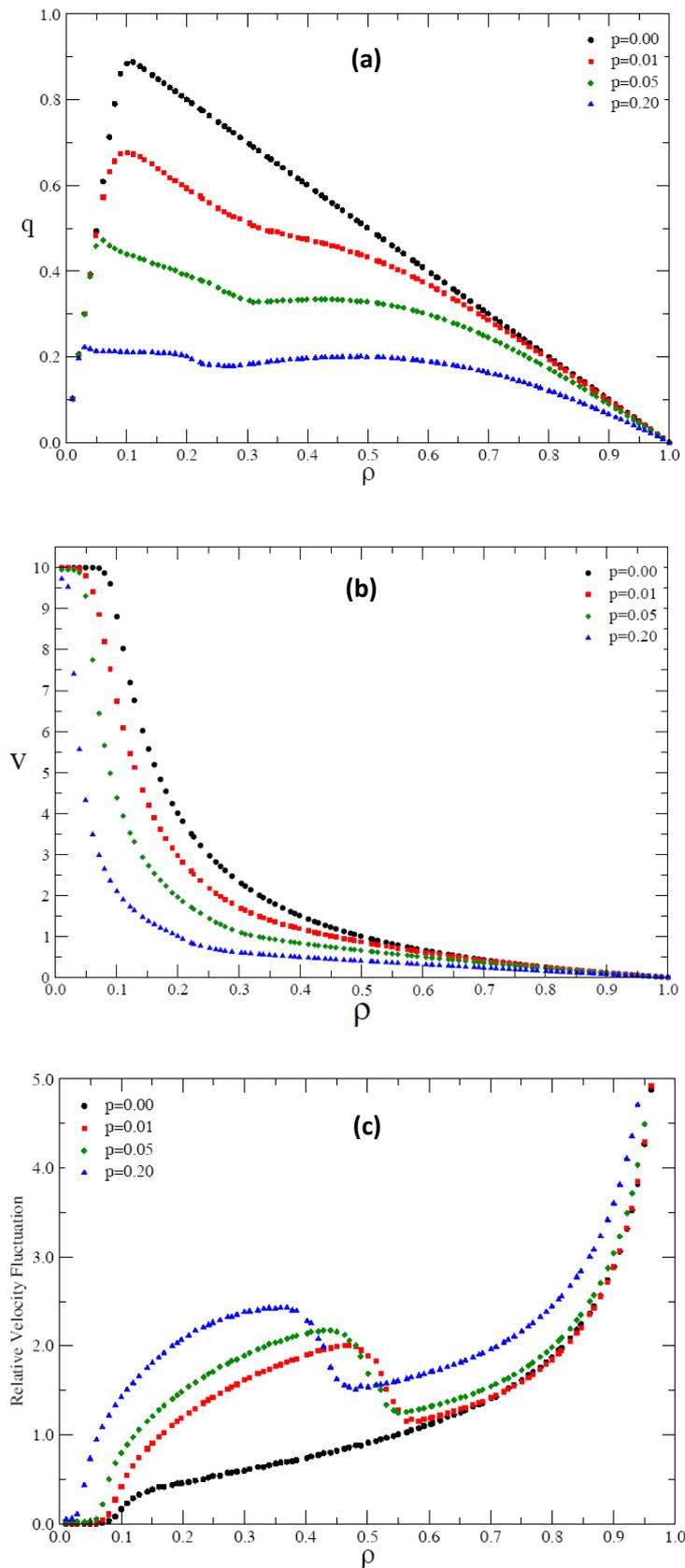
Na figura 4.2 plotamos o fluxo médio como uma função da densidade de veículos, para  $\alpha = 2$ , diferentes valores da velocidade máxima permitida e considerando um valor bem pequeno do parâmetro estocástico  $p = 0,01$ . Como discutimos antes, a regra dinâmica responsável pela ação da direção defensiva tem uma influencia significativa no diagrama de fluxo do modelo. Para efeito de comparação, na inserção da figura 4.2, mostramos o diagrama de fluxo para o modelo NaSch com os mesmos valores dos parâmetros. Pode-se perceber claramente que no regime de densidade intermediária, onde a distância média entre os veículos é da ordem da velocidade máxima permitida na estrada, o mecanismo de direção defensiva é bastante eficiente. Isso leva a redução considerável da velocidade média e conseqüentemente do fluxo médio. Este regime de densidade intermediária apresenta coexistência de fase ao longo da via, como mostraremos a seguir, e esse comportamento é mais pronunciado quanto maior for à velocidade máxima permitida. É interessante notar que o mecanismo de direção defensiva pode promover uma redução substancial do fluxo, quando a velocidade máxima é grande. Portanto, o fluxo médio pode ser consideravelmente diminuído neste regime, levando a um comportamento não trivial: em densidades intermediárias o fluxo máximo é encontrado para valores intermediários das velocidades máximas.



**Figura 4.2-** Diagrama fundamental do tráfego para  $p = 0,01$ ,  $\alpha = 2$  e diferentes valores da velocidade máxima. Na inserção da figura acima mostramos o diagrama correspondente do modelo NaSch para o mesmo parâmetro randômico  $p$ . Observe que o mecanismo de direção defensiva tem uma forte influência sobre o fluxo de tráfego no regime de densidades intermediárias.

Na figura 4.3, exploramos o papel desempenhado pelo parâmetro estocástico  $p$  sobre o fluxo de tráfego. Na figura 4.3a mostramos o fluxo médio versus densidade para  $\alpha = 2$ ,  $v_{max} = 10$  e diferentes valores do parâmetro  $p$ . Como enfatizamos anteriormente, para  $p = 0$  o mecanismo de direção defensiva tem uma leve influência, restrita a um arredondamento na fronteira da transição entre as fases de fluxo livre e a fase congestionada. Para  $p \neq 0$ , no regime de densidades intermediárias, a regra de direção defensiva leva a uma redução considerável do fluxo.

Nas figuras 4.3b e 4.3c mostramos respectivamente a velocidade média e a flutuação relativa média das velocidades em função da densidade para o conjunto de parâmetros acima. Note que no regime de densidades intermediárias há uma diminuição acentuada na velocidade média e um aumento considerado nas flutuações das velocidades. A velocidade média se anula quando a via está totalmente cheia de veículos e conseqüentemente a flutuação relativa das velocidades diverge em  $\rho = 1$ .

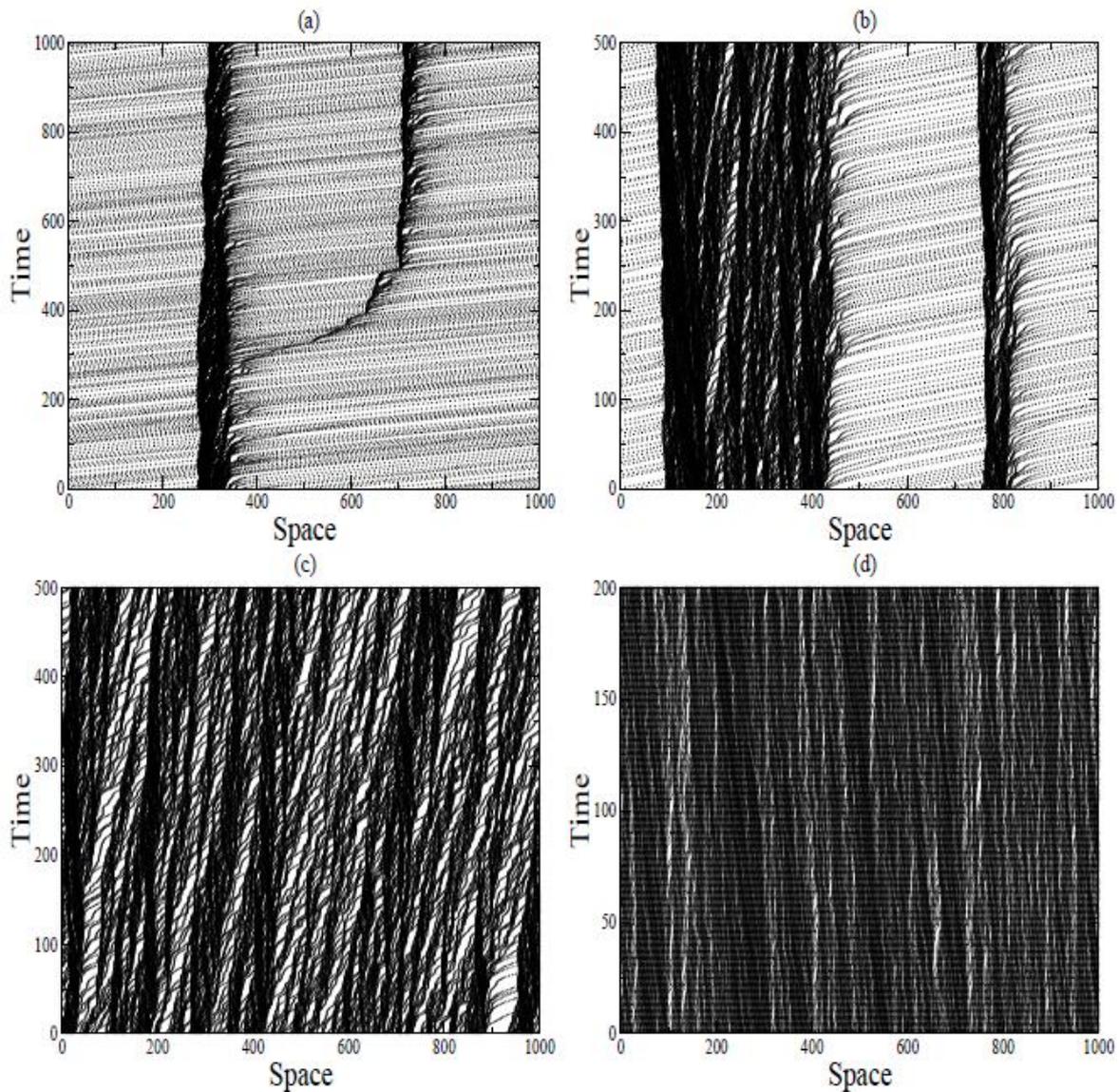


**Figura 4.3-** (a) Fluxo versus densidade (b) velocidade média versus a densidade (c) flutuação relativa das velocidades  $\Delta v_R$  versus a densidade  $\rho$  para  $v_{\max} = 10$ ,  $\alpha = 2$  e diferentes valores do parâmetro estocástico  $p$ . Observe que o mecanismo de direção defensiva conduz a uma forte redução do fluxo e grandes flutuações da velocidade no regime de densidades intermediárias.

O intervalo de densidade no qual ocorre muita flutuação nas velocidades dos veículos pode ser estimado  $\rho_c^1 < \rho < \rho_c^2$ , delimitando a região de coexistência de fluxo livre e fluxo congestionado. A densidade crítica  $\rho_c^1$  delimita a fronteira de transição entre a fase de fluxo livre, com pouca flutuação nas velocidades, e o regime no qual coexistem fluxo livre e fluxo congestionado, onde a flutuação das velocidades cresce consideravelmente devido à ação simultânea das regras de desaceleração; diminuição dos espaços entre os veículos (R2.1) e a direção defensiva (R2.2)., no qual muda drasticamente o comportamento do fluxo. A segunda densidade crítica  $\rho_c^2$  determina a transição entre o regime de coexistência de fases e a fase congestionada na qual toda a via apresenta um único e largo aglomerado de veículos. Acima dessa densidade crítica a regra de direção defensiva é raramente ativada prevalecendo à regra de desaceleração devido à diminuição dos espaços entre os veículos. A velocidade média dos veículos decresce muito suavemente (quase que linear) com a densidade de veículos. Como podemos observar, essas densidades críticas dependem consideravelmente do parâmetro estocástico  $p$ , da velocidade máxima da via e do parâmetro  $\alpha$ . Por exemplo, para  $p = 0,2$ ,  $\alpha = 2$  e  $v_{m\acute{a}x} = 10$ , temos que  $\rho_c^1 \cong 0,03$  e  $\rho_c^2 \cong 0,29$ .

Para se ter uma representação clara dos diferentes regimes de tráfego analisado acima, plotamos na figura 4.4 alguns diagramas espaço-tempo para  $\alpha = 2$ ,  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$  e diferentes valores da densidade nas regiões de interesse: a)  $\rho = 0.05$  (justamente no início do regime de coexistência de fases); b)  $\rho = 0.2$  (aproximadamente no meio do regime de coexistência); c)  $\rho = 0.3$  (no início da larga fase congestionada) e d)  $\rho = 0.6$  (dentro da larga fase congestionada). Abaixo da densidade crítica  $\rho_c^1$ , no regime de fluxo livre, os veículos estão separados por grandes distâncias. Nesta fase, o único mecanismo que leva a desaceleração é devido à regra estocástica. Os veículos movem-se livremente com leves flutuações nas velocidades devido a esta regra e com velocidades próximas da máxima permitida na via. No início do regime de coexistência (figura 4.4a), a regra de desaceleração de direção defensiva passa a atuar com mais frequência reduzindo a velocidade média dos veículos. Podemos observar na maior parte da via a livre circulação dos veículos movendo-se, com pequenas flutuações, com velocidades próximas da máxima permitida. No entanto, um congestionamento se desenvolve numa faixa estreita da via, sinalizada por uma região densa cuja parte frontal permanece praticamente parada no tempo, onde os veículos movem-se com velocidade média muito baixa. A figura 4.4a também mostra o surgimento de um segundo congestionamento, localizado numa estreita faixa da via, com as mesmas características que acabamos de descrever. Esses congestionamentos localizados estão diretamente associados

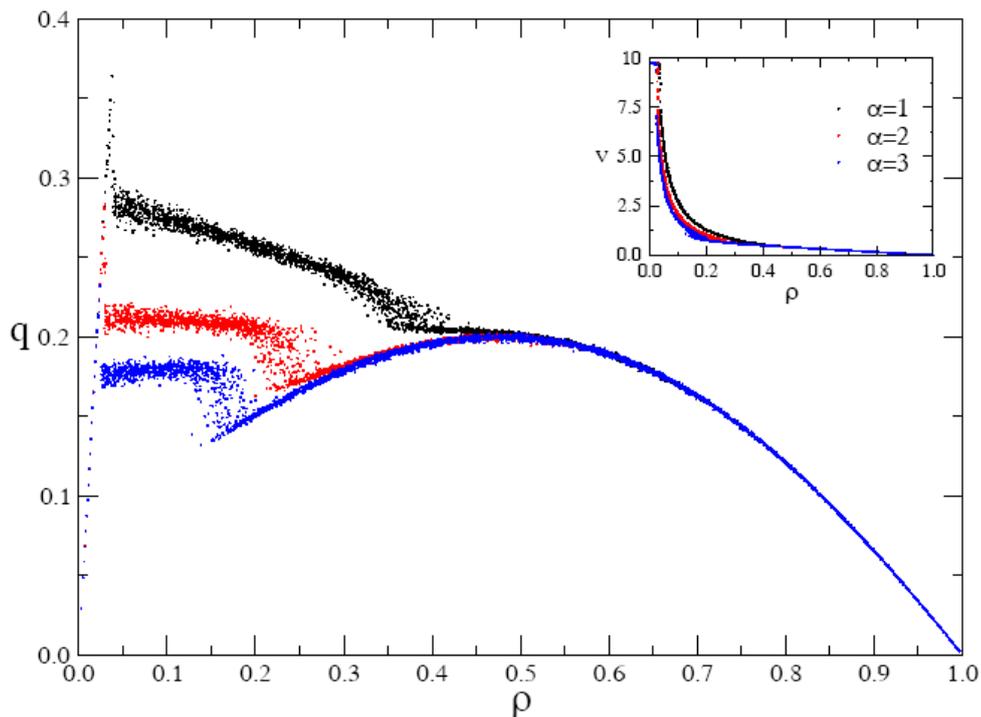
com a presença da regra de direção defensiva. Na figura 4.4b, dentro da região de coexistência de fase, podemos ver a redução da região de fluxo livre e conseqüentemente um alargamento da região congestionada ao longo da estrada. Na região congestionada, a velocidade dos carros que chegam à parte de trás do aglomerado é maior que a velocidade dos veículos que saem na parte da frente. À medida que aumentamos a densidade, a região congestionada da via torna-se cada vez mais larga e a tendência é o desaparecimento da região de fluxo livre levando a uma total obstrução da via, ou seja, uma única e larga região congestionada, como mostra a figura 4.4c. Nesse estado, os carros ocupam quase que aleatoriamente toda estrada e avançam com velocidades pequenas, porém com grandes flutuações com relação à velocidade média.



**Figura 4.4** - Diagrama espaço-tempo para  $\alpha = 2$ ,  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$  e diferentes valores da densidade: a)  $\rho = 0,05$ , b)  $\rho = 0,2$ , c)  $\rho = 0,3$  e d)  $\rho = 0,6$ . Observe a evolução do fluxo livre a baixas densidades para a fase congestionada a altas densidades cruzando uma região intermediária na qual exibe coexistência de fase.

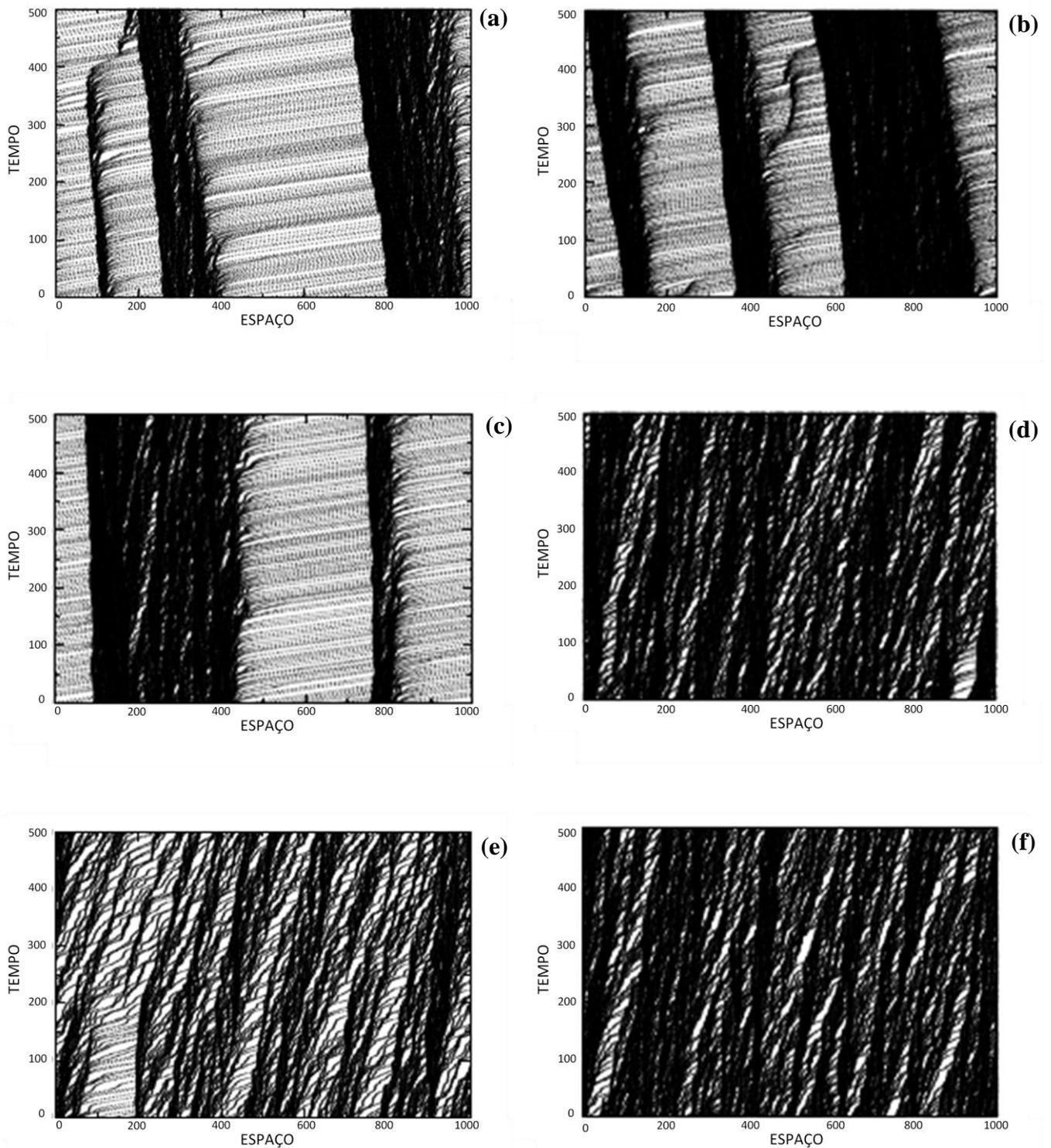
Para grandes densidades, dentro da larga fase congestionada, como mostrado na figura 4.4d, a mobilidade dos veículos diminui consideravelmente levando a um comportamento similar ao estado congestionado do modelo NaSch. Podemos conjecturar que um grande congestionamento não emerge espontaneamente como no modelo clássico de NaSch. Aumentando gradativamente a densidade temos inicialmente veículos movendo-se livremente na via; surgem pequenas faixas congestionadas em coexistência com o fluxo livre; a região de fluxo livre é comprimida dando lugar a faixas congestionadas cada vez mais largas; e por fim, uma larga e única faixa congestionada ocupa toda a estrada. Portanto, a transição direta entre a fase de fluxo livre e a fase congestionada, típica do modelo NaSch, é substituída por uma região de coexistências de fases. Nas figuras 4.4a e 4.4b, a região congestionada da via apresenta algumas características da fase de fluxo sincronizado. Por exemplo, a parte frontal da região congestionada permanece praticamente parada no tempo e também o fato da velocidade dos carros que chegam à parte de trás do aglomerado ser maior que a velocidade dos carros que saem na parte da frente. Dentro dessa região os veículos movem-se com velocidade média muito baixa.

Para se ter uma maior compreensão da influência do parâmetro  $\alpha$  sobre o fluxo de tráfego, na figura 4.5 plotamos o fluxo em função da densidade de veículos, para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$ , e três valores distintos do parâmetro  $\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2$  e  $3$ . Observe que, quando  $\alpha$  é pequeno, a ação do mecanismo de direção defensiva é suprimida em favor da desaceleração devido à falta de espaço suficiente entre os veículos. Para pequenas densidades os veículos movem-se livremente com suas velocidades próximas dos valores máximos permitido, típicas do regime de fluxo livre. No regime de densidades intermediárias,  $\rho_c^1 < \rho < \rho_c^2$ , para os quais coexistem fluxo livre e fluxo congestionado, as velocidades médias dos veículos são fortemente reduzidas predominando o mecanismo de direção defensiva. Um grande valor do parâmetro  $\alpha$  reduz o fluxo nesse regime. No entanto, tal redução não é significativa (~20% de  $\alpha = 1$  para  $\alpha = 2$ ), que pode compensar o risco de acidente. Além desse regime, predomina a fase congestionada. Nela, o fluxo cresce inicialmente com o aumento do número de veículos na via e a velocidade exibe uma fraca dependência com a densidade (ver inserção na figura 4.5). Bem dentro da fase congestionada a mobilidade dos veículos diminui consideravelmente, devido à falta de espaço entre eles, e o parâmetro  $\alpha$  torna-se novamente ineficiente. Este regime é semelhante à fase congestionada do modelo NaSch.



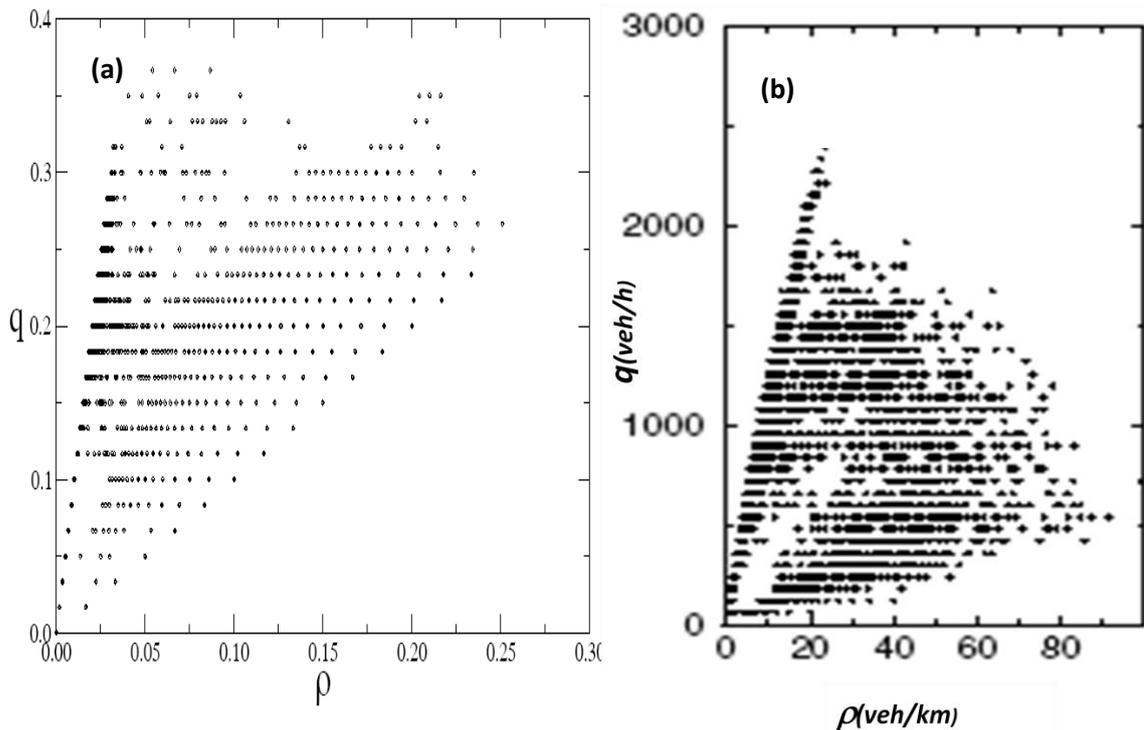
**Figura 4.5-** Diagrama fundamental do tráfego,  $q \times \rho$  para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$ , e três valores de  $\alpha = 1, 2$  e  $3$ .

Para auxiliar na compreensão do parâmetro  $\alpha$ , apresentamos na figura 4.6 alguns diagramas espaço-tempo para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$  e diferentes valores do parâmetro  $\alpha$  e para dois valores específicos da densidade: a)  $\alpha = 1$  e  $\rho = 0,2$ , b)  $\alpha = 1$  e  $\rho = 0,3$ , c)  $\alpha = 2$  e  $\rho = 0,2$ , d)  $\alpha = 2$  e  $\rho = 0,3$ , e)  $\alpha = 3$  e  $\rho = 0,2$  e f)  $\alpha = 3$  e  $\rho = 0,3$ . Na primeira coluna, para uma mesma densidade  $\rho = 0,2$ , observa-se no topo ( $\alpha = 1$ ), uma larga região de fluxo livre coexistindo com faixas de fluxo congestionado (o mecanismo de direção defensiva é pouco acionado devido à distância de segurança ser pequena, ocasionando desacelerações bruscas e situações com forte risco de colisão). No meio ( $\alpha = 2$ ) regiões mais estreitas de fluxo livre coexistindo com faixas mais largas de fluxo congestionado (o mecanismo de direção defensiva é acionado com mais frequência devido à maior distância de segurança refletindo cautela e maior segurança na condução) e na base ( $\alpha = 3$ ) o fluxo congestionado ocupa quase que na totalidade, de forma aleatória, toda extensão da via (o mecanismo de direção defensiva é muito acionado devido à grande distância de segurança, refletindo insegurança na condução). Esta situação é ineficiente com forte tendência de formação de congestionamento. Um comportamento similar pode ser verificado na segunda coluna, para a mesma densidade  $\rho = 0,3$ , com a exceção que no meio ( $\alpha = 2$ ) e na base ( $\alpha = 3$ ), o fluxo congestionado já ocupa toda estrada.



**Figura 4.6** - Diagrama espaço-tempo para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$  e diferentes valores do parâmetro  $\alpha$  e para dois valores específicos da densidade: a)  $\alpha = 1$  e  $\rho = 0,2$ , b)  $\alpha = 1$  e  $\rho = 0,3$ , c)  $\alpha = 2$  e  $\rho = 0,2$  e d)  $\alpha = 2$  e  $\rho = 0,3$ , e)  $\alpha = 3$  e  $\rho = 0,2$ , f)  $\alpha = 3$  e  $\rho = 0,3$ . Observe a evolução da região de coexistência de fase para dois valores da densidade com respeito ao parâmetro  $\alpha$ .

Finalmente, mostramos na figura 4.7 o fluxo em um determinado ponto da estrada como uma função da densidade média medida ( $\rho_{méd.}=q_{méd.}/v_{méd.}$ ), para  $v_{max} = 10$ ,  $\alpha = 2$  e  $p = 0,2$ . A linha de pontos que delimita os dados a esquerda no gráfico corresponde à fronteira do regime de fluxo livre cuja inclinação é aproximadamente igual à velocidade máxima permitida na estrada ( $v_{max}=10$ ). A outra fronteira, a direita do gráfico, delimita a fase congestionada. A inclinação desta linha é aproximadamente igual à unidade e corresponde ao movimento dos buracos, no sentido contrário do fluxo, similar ao modelo NaSch. Na região intermediária temos coexistência de fluxo livre e fluxo congestionado. A distribuição de pontos entre esses dois limites é uma assinatura da coexistência de fases. As principais características dos dados reportados no presente modelo são similares aos descritos por dados empíricos [45, 58].



**Figura 4.7-** Para efeito de comparação, apresentamos o diagrama fundamental do tráfego: (a) Fluxo de tráfego médio local versus a densidade média para  $v_{max} = 10$ ,  $p = 0,2$  e  $\alpha = 2$  e (b) Fluxo versus densidade para dados empíricos [45].

## 5 CONCLUSÃO

Neste capítulo faremos um resumo dos principais resultados obtidos neste trabalho de dissertação. No capítulo 1, apresentamos uma visão geral sobre as primeiras teorias do fluxo de tráfego e suas grandezas macroscópicas básica. No capítulo 2 descrevemos de forma resumida e simplificada o autômato celular, os elementos que os compõem e alguns exemplos de aplicações dessa técnica. No capítulo 3 apresentamos alguns dos principais modelos de tráfego utilizando autômatos celulares, em particular, apresentamos o modelo NaSch que é o modelo no qual está fundamentado nosso trabalho. No capítulo 4 propomos um novo modelo de fluxo de tráfego, modelo DD, que leva em conta uma reação preventiva dos condutores em desacelerar numa situação de tráfego real. Tal mecanismo foi introduzido na dinâmica através de uma nova regra de desaceleração que age sempre que a distância entre veículos sucessivos é inferior a uma distância de segurança previamente determinada. Além das fases de fluxo livre e congestionada presente no modelo NaSch, este novo modelo é capaz de reproduzir a fase sincronizada e regiões de coexistência de fase ao longo de uma estrada, observada em situações de tráfego real. A seguir, passaremos a descrever as principais conclusões desse modelo

Para o caso determinístico, o mecanismo de direção defensiva tem um impacto limitado que se restringe a um arredondamento na fronteira da transição entre as fases de fluxo livre e a fase congestionada. Um efeito similar é observado no modelo NaSch quando processos randômicos estão presentes.

Por outro lado, quando o mecanismo de direção defensiva atua na presença de estocasticidade, ele desempenha um papel importante, especialmente na região de densidades intermediárias. Nesse caso, surge um novo regime de fluxo de tráfego, que não está presente

no modelo original de NaSch, no qual exibe coexistência de fase de fluxo livre e fluxo congestionado em regiões distintas da via. Dentro desse regime, o mecanismo de direção defensiva atua fortemente causando uma diminuição na velocidade média e no fluxo médio dos veículos principalmente, quando a velocidade máxima permitida na via é grande. Nesta região, na qual ocorrem muitas flutuações nas velocidades dos veículos, um intervalo de densidade pode ser estimado  $\rho_c^1 < \rho < \rho_c^2$ , delimitando a região de coexistência de fluxo livre e fluxo congestionado.

Uma representação clara dos diferentes regimes de tráfego é apresentada nos diagramas espaço-tempo mostrando a coexistência de fase de fluxo livre e congestionada. Também, mostramos o surgimento de um segundo congestionamento na via. Esses congestionamentos localizados estão diretamente associados com a presença da regra de direção defensiva. Características da fase de fluxo sincronizado são apresentadas nas figuras 4.4a e 4.4b, nas regiões congestionadas da via. Por exemplo, a parte frontal da região congestionada permanece praticamente parada no tempo e o fato da velocidade dos carros que chegam à parte de trás do aglomerado ser maior que a velocidade dos carros que saem na parte da frente.

O parâmetro  $\alpha$  que controla diferentes comportamentos dos condutores reduz o fluxo no regime de densidades intermediárias,  $\rho_c^1 < \rho < \rho_c^2$ . No entanto, essa redução é limitada e pode ser compensada diminuindo o risco de acidentes.

É importante ressaltar que esse novo modelo é capaz de capturar as três principais fases observadas em situações reais de trânsito em particular, a coexistência dessas fases.

Podemos também ressaltar a simplicidade desse modelo por apresentar apenas uma única variável, parâmetro  $\alpha$ , que está associado a reação dos condutores, ao contrário dos demais modelos existentes na literatura, que requer uma grande quantidade de variáveis de calibração devido ao grande número de regras e parâmetros.

Realizamos extensivas simulações numéricas considerando uma estrada típica unidimensional de tamanho  $L = 10^3$ , utilizando condição de contorno periódica, médias temporais com até 20000 passos de tempo e transiente inicial  $t_o = 10L$ . Além disso, nossos resultados médios foram obtidos com 100 diferentes configurações iniciais. Esperamos que o presente trabalho possa estimular futuros trabalhos ao longo desta direção.

# REFERÊNCIAS

1. Técnico, I.S., *Gestão de tráfego rodoviário*. 2006.
2. P.C.M.Silva, *Teoria de Fluxo de Tráfego*. 1994.
3. B.D.Greenshields, *A Study of Traffic Capacity*. Highway Research Board Proceedings 1935. **14**: p. 447-448.
4. H.Greenberg, *An Analysis of Traffic Flow*. Operations Research 1959. **7**: p. 78-85.
5. R.T.Underwood, *Speed, Volume and Density Relationships: Quality and Theory of Traffic Flow*. Yale Bureau of Highway Traffic, 1961: p. 141-188.
6. L.A.Pipes, *Car Following Models and the Fundamental Diagram of Road Traffic*. Transportation Research 1967. **1**: p. 21-29.
7. D.R.Drew, *Deterministic aspects of freeway operations and control*. Highway Research Record 1965. **99**: p. 48-58.
8. J.S.Drake, J.L.Schofer, and A.D.May, *A statistical analysis of speed density hypotheses*. Highway Research Record, 1967. **154**: p. 53-87.
9. L.C.Edie, *Car following and Steady-State Theory for Non-Congested Traffic*. Operations Research, 1961. **9**: p. 66-67.
10. D.C.Gazis, R. Herman, and R.W. Rothery, *Nonlinear follow the leader models of traffic flow*. Operations Research, 1961. **9**: p. 545-567.
11. E.Kometani and T.Sasaki, *Dynamic behaviour of traffic with a nonlinear spacing-speed relationship*. In Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow, Research Laboratories, General Motors, 1959(New York: Elsevier): p. 105-119.
12. P.G.Gipps, *A behavioural car following model for computer simulation*. . Transportation Research B, 1981. **15**: p. 105-111.
13. R.F.Benekohal and J.Treiterer, *CARSIM: car following model for simulation of traffic in normal and stop and go conditions*. Transportation Research Record 1989. **1194**: p. 99-111.
14. P.Hidas, *A car-following model for urban traffic simulation*. Traffic Engineering and Control, 1996. **39**: p. 300-305.
15. S.Kraub, P.Wagner, and C. Gawron, *Metastable states in a microscopic model of traffic flow*. Physical Review E, 1997. **55 (304)**: p. 5597-5602.
16. M.T.Parker, *The effect of heavy goods vehicles and following behaviour on capacity at motorway roadwork sites*. Traffic Engineering and Control, 1996. **37**: p. 524-531.

17. S.Panwai and H.Dia, *Comparative evaluation of microscopic car-following behaviour*. . IEEE Transactions on Intelligent Transportation System, 2005. **2**: p. 314-325.
18. M.Brackstone and M. McDonald, *Car following: a historical review*. Transportation Research Part F, 1999. **2**: p. 181-196.
19. J.Wu, M. Brackstone, and M. McDonald, *The validation of a microscopic simulation model: a methodological case study*. Transportation Research Part C, 2003. **11**: p. 643-479.
20. D.Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, *Statistical physics of vehicular traffic and some related systems*. Physics Reports, 2000. **329**: p. 199–329.
21. S.Ulam, *Sets, Numbers and Universe*. MIT, 1974.
22. J.V.Neumann and A.W.Burks, *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, Champaign, IL, 1966.
23. S.Wolfram, *A New Kind of Science*. Wolfram Media, Inc., 2002.
24. R.Rucker, *The Lifebox, The Seashell and The Soul*. Thunder's Mouth Press, 2005.
25. P.Sarkar, *A brief history of cellular automata*. ACM Computing Surveys, 2000. **32**: p. 80-107.
26. J.P.Rennard, *Introduction to Artificial Life and Java Illustration*. <http://www.rennard.org/alife/english/acintrogb01.html>, 2003.
27. L.Chua and L.Yang, *Cellular neural networks: Theory and applications*. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1988: p. 1257–1290.
28. S.Wolfram, *Statistical mechanics of cellular automata*. Reviews of Modern Physics, 1983. **55**: p. 601–644.
29. M.Fukui and Y. Ishibashi, *Traffic flow in 1D cellular automaton model including cars moving with high speed*. Journal of the Physical Society of Japan, 1996. **65**(6): p. 1868–1870.
30. K.Nagel and M.Schreckenberg, *A cellular automaton model for freeway traffic*. Journal Physique I, 1992. **2**: p. 2221.
31. W.Brilon and N.Wu, *Evaluation of cellular automata for traffic flow simulation on freeway and urban streets*. in: Traffic and Mobility: Simulation-Economics-Environment, Institut fur Kraftfahrwesen, RWTH Aachen, Duisbur, 1999: p. 163–180.
32. L.C.Q.Vilar and A.M.C. de Souza, *Cellular-Automata Models for General Traffic Conditions on a Line*. Physica A, 1994. **211**(1): p. 84-92.

33. B.H.Wang, Y.R.Kwong, and P.M.Hui, *Statistical mechanical approach to Fukui–Ishibashi traffic flow models*. Physical Review E, 1998. **57** (3): p. 2568–2573.
34. L.Wang, B.H.Wang, and B. Hu, *A cellular automaton traffic flow model between the Fukui–Ishibashi and Nagel–Schreckenberg models*. Traffic Forum—Statistical Mechanics, February 2001.
35. K.Nagel and M. Paczuski, *Emergent traffic jams*. Physical Review E, 1995. **51** p. 2909–2918.
36. H.Emmerich and E. Rank, *An improved cellular automaton model for traffic flow simulation*. Physica A, 1997. **234**: p. 676–686.
37. R.Barlovic, et al., *Metastable states in cellular automata for traffic flow*. European Physical Journal B, 1998. **5**: p. 793
38. S.Benjamin, N. Johnson, and P. Hui, *Cellular automata models of traffic flow along a highway containing a junction*. Journal Physical A: Math. Gen., 1996. **29**: p. 3119–3127.
39. M.Takayasu and H.Takayasu, *1/f noise in a traffic model*. Fractals, 1993. **1**: p. 860–866.
40. R.Barlovic, *Traffic jams—cluster formation in low-dimensional cellular automata models for highway and city traffic*. Ph.D. Thesis, Universitat Duisburg-Essen, Standort Duisburg, October 2003.
41. M.E.Lárraga, J.A. del.Rio, and A. Schadschneider, *Schadschneider, New kind of phase separation in a CA traffic model with anticipation*. Journal Physics A: Math. Gen. , 2004. **37**: p. 3769–3781.
42. D.Helbing and M. Schreckenberg, *Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow*. Physical Review E, 1999. **59**: p. 2505–2508.
43. S.Maerivoet and B.D. Moor, *Transportation Planning and Traffic Flow Models*. 05-155, Katholieke Universiteit Leuven, Department of Electrical Engineering ESAT-SCD (SISTA), July, 2005.
44. W.Knospe and e. al., *A realistic tow-lane traffic model for highway traffic*. Journal of Physical. A: Math.Gen., 2002. **35**: p. 3369–3388.
45. W.Knospe and e. al., *Towards a realistic microscopic description of highway traffic*. . Journal of Physical A: Math. Gen., 2000. **33**: p. L477–L485.

46. B.S.Kerner, S.L. Klenov, and D.E. Wolf, *Cellular automata approach to three-phase traffic theory*. Journal of Physics A-Mathematical and General, 2002. **35**(47): p. 9971-10013.
47. B.S.Kerner and S.L. Klenov, *Microscopic theory of spatial-temporal congested traffic patterns at highway bottlenecks*. Physical Review E, 2003. **68**(3): p. 036130.
48. M.J.Lighthill and G.B. Whitham, *A theory of traffic on long crowded roads*. Proceedings of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1955. **229**: p. 317.
49. P.I.Richards, *Shock waves on the highway*. Operations Research, 1956. **4**: p. 42.
50. I.Prigogine and R. Hermann, *Kinetic Theory of Veicular Traffic*. American Elsevier, New York, 1971.
51. D.Helbing, *Traffic and related self-driven many-particle systems*. Reviews of Modern Physics 2001. **73**: p. 1067
52. S.Maerivoet and B.d. Moor, *Cellular automata models of road traffic*. Physics Reports, 2005. **419**: p. 1.
53. V.Privman, *Nonequilibrium Statistical Mechanics in One Dimension*. Cambridge University Press, Cambridge,, 1997.
54. S.Wolfram, *Theory and Applications of Cellular Automata*. World Scientific, Singapore,, 1986.
55. P.Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, *Self-Organized Criticality - an Explanation of 1/F Noise*. Physical Review Letters, 1987. **59**(4): p. 381-384.
56. J.Xia, et al., Physical Review Letters, 2005. **95**: p. 248501
57. M.Block, E. Schöll, and D. Drasdo, Physical Review Letters, 2007. **99**: p. 248101.
58. W.Knospe, et al., *Empirical test for cellular automaton models of traffic flow*. Physical Review E, 2004. **70**(1): p. 016115.
59. A.M.C.Souza and L.C.Q. Vilar, *Traffic-flow cellular automaton: Order parameter and its conjugated field*. Physical Review E, 2009. **80**(2): p. 021105.
60. Q.L.Li, B.H. Wang, and M.R. Liu, *Phase diagrams properties of the mixed traffic flow on a crossroad*. Physica a-Statistical Mechanics and Its Applications, 2010. **389**(21): p. 5045-5052.
61. H.K.Lee, et al., *Mechanical restriction versus human overreaction triggering congested traffic states*. Physical Review Letters, 2004. **92**(23): p. 238702.

62. B.S.Kerner and S.L. Klenov, *Deterministic microscopic three-phase traffic flow models*. Journal of Physics a-Mathematical and General, 2006. **39**(8): p. 1775-1809.
63. X.G.Li, et al., *Relationship between microscopic dynamics in traffic flow and complexity in networks*. Physical Review E, 2007. **76**(1): p. 016110.
64. R.Jiang and Q.S. Wu, *Cellular automata models for synchronized traffic flow*. Journal of Physics a-Mathematical and General, 2003. **36**(2): p. 381-390.
65. J.S.L. Combinido and M.T. Lim, *Modeling U-turn traffic flow*. Physica a-Statistical Mechanics and Its Applications, 2010. **389**(17): p. 3640-3647.
66. L.C.Davis, *Predicting travel time to limit congestion at a highway bottleneck*. Physica a-Statistical Mechanics and Its Applications, 2010. **389**(17): p. 3588-3599.
67. W.Knospe, et al., *Human behavior as origin of traffic phases*. Physical Review E, 2002. **65**(1): p. 016115.
68. B.S.Kerner, Journal Physics A, 2000. **33**: p. L221
69. K.Gao, et al., *Cellular-automaton model with velocity adaptation in the framework of Kerner's three-phase traffic theory*. Physical Review E 2007. **76**(2): p. 026105