

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

MYKAELL VIEIRA NORONHA

**PROCEDIMENTO PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS DE
VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Delmiro Gouveia - AL

2016

MYKAELL VIEIRA NORONHA

PROCEDIMENTO PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – UFAL, *Campus* do Sertão, como pré-requisito para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof.º Doutor Márcio André Araújo Cavalcante.

Delmiro Gouveia - AL

2016

N852 Noronha, Mykaell Vieira

Procedimento para avaliação de deslocamentos de vigas de concreto armado / Mykaell Vieira Noronha. - 2016.

72f.: il.

Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Delmiro Gouveia, 2016.

Orientação: Prof. Dr. Márcio André Araújo Cavalcante.

1.Concreto Armado. 2.Vigas.

CDU 624

Folha de Aprovação

MYKAELL VIEIRA NORONHA

PROCEDIMENTO PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao corpo docente de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Alagoas e aprovado no
dia 19 de maio de 2016.

Márcio A. A. Cavalcante.

Prof.º Dr. Márcio André Araújo Cavalcante, UFAL (Orientador)

Banca Examinadora:

Márcio A. A. Cavalcante.

Prof.º Doutor Márcio André Araújo Cavalcante, UFAL (Examinador Interno)

Karlsson André Nunes da Silva

Prof.º Mestre Karlsson André Nunes da Silva, UFAL (Examinador Interno)

Arnaldo dos Santos Jr.

Mestre em Engenharia Civil Arnaldo dos Santos Júnior, Engenheiro Civil da Caixa
Econômica Federal (Examinador Externo)

DEDICATÓRIA

Primeiramente, dedico este trabalho à Deus por ser autor da vida e fonte inspiradora de sonhos e conquistas, sobretudo por este sempre me conferir firmeza frente aos obstáculos da vida. Do mesmo modo, dedico com carinho este trabalho à minha família, especialmente meu pai, minha mãe e meu irmão que com compreensão, apoio e companheirismo foram decisivos para a minha perseverança até chegar aqui.

Além disso, destino as honras a todos os amigos que direta ou indiretamente me apoiaram e me ajudaram a construir meus conhecimentos durante este período na Universidade, sem vocês eu não alcançaria meus objetivos. Outrossim, destaco aqui a importância dos professores que tive durante a minha formação, todos foram de grande importância para a concretização deste sonho que vislumbro tão perto. A todos os referidos, ressalto que andamos juntos e vencemos juntos!

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo apoio incondicional nos momentos difíceis da minha trajetória, guiando-me e me fortalecendo a cada passo.

Aos meus pais, Claudinaldo Noronha e Ana Lucia pelo amor dedicado e todo esforço investido na minha formação. Ao meu irmão, Myzaell Noronha, por estar presente acompanhando e apoiando todos os meus planos e realizações.

À minha família em geral que colaborou me incentivando ao longo destes anos na Universidade. A todos os meus amigos que fizeram meus momentos mais felizes e me ensinaram a compartilhar os anseios inerentes à vida.

A todos os professores que me transmitiram o seu maior tesouro, a saber o conhecimento. À Universidade Federal de Alagoas, pela estrutura e apoio concedidos.

Especialmente ao meu orientador, Márcio André Araújo Cavalcante, que com dedicação e assiduidade conduziu os meus passos durante este trabalho e sobretudo pelo conhecimento transmitido.

RESUMO

Uma correta avaliação dos deslocamentos de vigas de concreto armado, assim como uma análise prévia da região de fissuração do concreto tracionado, são informações importantes para o projeto de estruturas de concreto armado. No entanto, estas análises necessitam de um considerável grau de sofisticação, devido a fatores complicadores, como a heterogeneidade do concreto armado e o comportamento frágil do concreto quando submetido a esforço de tração. A NBR 6118/2014 propõem o emprego de fórmulas simplificadas para o cálculo da flecha imediata de vigas de concreto armado. Estas fórmulas apresentam um caráter semi-empírico, e estão sujeitas a erros quando aplicadas a vigas com condições de carregamento e de vinculação diferentes daquelas utilizadas nos trabalhos experimentais nos quais elas se baseiam. Neste trabalho, propõe-se um procedimento puramente teórico para avaliação destes deslocamentos, no qual são adotadas as considerações ou restrições cinemáticas da teoria de vigas de Euler-Bernoulli. Além disso, admitindo-se um comportamento quase-estático do carregamento, propõe-se um procedimento incremental, onde a região de fissuração do concreto tracionado evolui durante a análise. Desta forma, além de permitir a avaliação das deflexões de uma viga de concreto armado considerando a sua heterogeneidade e o comportamento frágil do concreto na tração, este procedimento também permite estimar a região de fissuração do concreto tracionado. Os deslocamentos obtidos por este procedimento são comparados com os valores avaliados pelas fórmulas recomendadas pela NBR 6118/2014 e com os deslocamentos determinados pelo método da seção transversal equivalente. Por fim, estes deslocamentos também são comparados com resultados experimentais, mostrando uma melhor concordância do procedimento proposto com os resultados obtidos experimentalmente.

Palavras-Chave: Vigas de Concreto Armado, NBR 6118/2014, Flecha Imediata, Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli, Método da Seção Transversal Equivalente, Região de Fissuração.

ABSTRACT

A correct evaluation of deflections in reinforced concrete beams, as well as a prior analysis of the fissure zone of the concrete in tension, consist in important data in order to design reinforced concrete structures. However, these analyses need a reasonable degree of sophistication due some complicated factors, as the material heterogeneity and the brittle concrete's behavior under tension. The NBR 6118/2014 suggests the employment of simplified formulas to estimate instantaneous deflections of reinforced concrete beams. These formulas are based on semi-empirical approaches and their employment conducts to errors when applied to beams under loadings and with restrictions different from those ones considered in the experimental work in which the formulas are based on. In this work, a purely theoretical approach is proposed to evaluate deflections of reinforced concrete beams, where the kinematic assumptions of Euler-Bernoulli beam theory are adopted. Moreover, assuming an almost static loading condition, an incremental approach is employed, where the fissure zone of the concrete in tension increases during the analysis. As a result, this approach not only enables to calculate those deflections considering the concrete's heterogeneity and its brittle behavior under tension, but it also provides an estimative of the fissure zone of the concrete in tension. The deflections obtained by the proposed approach are compared with those ones calculated with the formulas recommended by NBR 6118/2014 and with the deflections determined by the equivalent section method. Those deflections are also compared with experimental results, showing a better agreement of the proposed approach.

Keywords: Reinforced Concrete Beams, NBR 6118/2014, Instantaneous Deflection, Euler-Bernoulli Beam Theory, Equivalent Section Method, Fissure Zone.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeira ponte de concreto armado do mundo, construída na França em 1875. Fonte: Sydney (2005).....	19
Figura 2: Componentes afetados devido ao deslocamento de viga. Fonte: Alva (2005).	23
Figura 3: Diagrama de tensão e deformação do concreto comprimido. Fonte: NBR 8522:2008.....	26
Figura 4: Curva de Gauss com parâmetros adquiridos de amostras. Fonte: Helene (1984).	28
Figura 5: Diagramas do ensaio de tração na flexão. Fonte: NBR 12142 (2010).	30
Figura 6: Ensaio de Tração por Compressão Diametral. Fonte: NBR 7222/2011.....	31
Figura 7: Ensaio de Tração Direta. Fonte: NBR 7222/2011.....	31
Figura 8: Desempenho do concreto na flexão pura. Fonte: Pinheiro (2007).....	33
Figura 9: Comportamento do concreto na flexão pura (Estádio II). Fonte: Muzardo & Pinheiro (2004).	34
Figura 10: Comportamento do concreto e diagramas de tensão e deformação (Estádio III). Fonte: Muzardo & Pinheiro (2004).	35
Figura 11: Reversibilidade da retração. Fonte: Mindess e Young (1981).	37
Figura 12: Fissuras no concreto provocadas por retração. Fonte: Schwartz (2009).	37
Figura 13: Reversibilidade da fluência. Fonte: Mehta & Monteiro (1994).	39
Figura 14: Configuração genérica de carregamento em uma viga biapoiada e a representação de deformação da superfície lateral. Fonte: Modificado de Hibbeler (2002).	41
Figura 15: Seção transversal equivalente da viga de concreto armado. Fonte: O Autor (2016).....	43
Figura 16: Valores do coeficiente α . Fonte: Merlin (2006).....	46
Figura 17: Condições dos estádios da viga de concreto armado. Fonte: O Autor (2016).	47
Figura 18: Seções transversais bruta e homogeneizada de uma viga retangular para o cálculo do momento de inércia no estádio I. Fonte: O Autor (2016).	47
Figura 19: Seção retangular composta e homogeneizada para o cálculo do momento de inércia da seção no Estádio II. Fonte: O Autor (2016).	49
Figura 20: Análise infinitesimal de tensão normal. Fonte: O Autor (2016).	50

Figura 21: Diagrama de tensões propagadas na seção transversal íntegra de concreto da viga submetida a Flexão. Fonte: O Autor (2016).....	52
Figura 22: Momento fletor interno atuante na seção transversal da viga. Fonte: O Autor (2016).....	54
Figura 23: Carregamento e detalhamento transversal das vigas. Fonte: Baroni (2003).	56
Figura 24: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Baroni (2003). Fonte: O Autor (2016).....	58
Figura 25: Configuração do carregamento longitudinal e detalhamento transversal das vigas. Fonte: Gilbert e Nejadi (2004).	58
Figura 26: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Gilbert e Nejadi (2004). Fonte: O Autor (2016).	60
Figura 27: Configuração do carregamento longitudinal e detalhamento transversal das vigas. Fonte: Simonetti (2008).....	61
Figura 28: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Simonetti (2008). Fonte: O Autor (2016).....	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Características geométricas de seções transversais retangulares no estádio I sem considerar a presença da armadura.....	48
Tabela 2: Características geométricas de seções transversais retangulares no estádio I, com armadura tracionada homogeneizada As.	48
Tabela 3: Detalhes das vigas de Baroni (2003).....	56
Tabela 4: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Baroni (2003).	57
Tabela 5: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Baroni (2003).....	57
Tabela 6: Detalhes das vigas de Gilbert e Nejadi (2004).....	59
Tabela 7: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Gilbert e Nejadi (2004).	59
Tabela 8: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Gilbert e Nejadi (2004).	59
Tabela 9: Detalhes das vigas de Simonetti (2008).	61
Tabela 10: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Simonetti (2008).....	61
Tabela 11: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Simonetti (2008).	62

LISTA DE SÍMBOLOS

- h – Altura da seção da viga;
- d – Altura útil da viga;
- A_h – Área da seção homogeneizada;
- A_s – Área de aço tracionado;
- $A_{s'}$ – Área de aço comprimido;
- A_g – Área bruta da seção geométrica;
- b_w, b – Base da seção transversal da viga;
- W – Carregamento uniformemente distribuído;
- P – Carga concentrada;
- y_{cg} – Centro de gravidade;
- y_h – Centro de gravidade da seção homogeneizada;
- O' – Centro da curvatura;
- C_b – Cobrimento inferior de concreto nas barras;
- C_s – Cobrimento lateral de concreto nas barras;
- δ – Coeficiente de variação;
- α_E – Coeficiente em função do tipo de agregado graúdo do concreto usado na determinação do módulo de elasticidade inicial;
- α – Coeficiente que depende da geometria da seção transversal;
- α_c – Coeficiente que depende da condição estática do sistema considerado e do tipo de ações atuantes;
- k – Curvatura;
- v – Deflexão;
- ϵ_{cc} – Deformação do concreto comprimido;
- ϵ_{ct} – Deformação do concreto tracionado;
- ϵ_s – Deformação do aço tracionado;
- ϵ – Deformação específica;
- s_c – Desvio padrão;
- y_t – Distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;
- \emptyset – Diâmetro da barra tracionada;
- \emptyset' – Diâmetro da barra comprimida;
- F_{xx} – Esforço normal interno;

n – Fator de transformação de áreas de materiais;

α_f – Fator para cálculo da flecha diferida no tempo;

θ – Inclinação;

n – Índice que pode valer 3 ou 4, caso queira avaliar a viga por inteiro ou por seções, respectivamente;

M – Momento fletor;

M_z – Momento fletor máximo ao longo da viga;

M_a – Momento fletor na seção crítica do vão considerado;

E – Módulo de elasticidade;

E_s – Módulo de elasticidade inicial do aço;

E_o – Módulo de deformação inicial do concreto;

E_{ci} – Módulo de elasticidade inicial do concreto;

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto;

$E_{cs_{14}}$ – Módulo de elasticidade secante do concreto em 14 dias após a sua confecção;

$E_{cs_{28}}$ – Módulo de elasticidade secante do concreto em 28 dias após a sua confecção;

$E_{cs_{55}}$ – Módulo de elasticidade secante do concreto em 55 dias após a sua confecção;

E_{tg} – Módulo de elasticidade tangente do concreto;

M_{at} – Momento atuante de serviço na seção mais solicitada;

M_r – Momento de fissuração do concreto;

I – Momento de inércia;

$I_{I,g}$ – Momento de inércia à flexão da seção bruta no Estádio I;

$I_{I,h}$ – Momento de inércia à flexão da seção homogeneizada no Estádio I;

I_m – Momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça;

I_I – Momento de inércia da peça no estágio I;

I_{II} – Momento de inércia da peça no estágio II puro;

I_c – Momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} – Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

M_{II} – Momento fletor interno no Estádio II da viga de concreto armado;

M_{III} – Momento fletor interno no Estádio III da viga de concreto armado;

$M_{m\acute{a}x}$ – Momento máximo aplicado ao longo da viga;

y – Posio de análise ao longo da altura da seo transversal da viga;

y_{II} – Posio da linha neutra no Estádio II;

d' – Posio das barras de aço tracionadas em relao a superfície superior da viga;

f_{ck} – Resistência  compressão característica do concreto;

f_c – Resistência  compressão simples do concreto;

f_{ct} – Resistência  traço direta do concreto;

$f_{ct,f}$ – Resistência  traço na flexão do concreto;

$f_{ct,sp}$ – Resistência  traço por compressão diametral do concreto;

f_{ctk} – Resistência característica  traço do concreto;

f_{cm} – Resistência média  compressão do concreto;

ρ – Raio de curvatura;

R_{cc} – Reao interna do concreto  compressão;

R_{ct} – Reao interna do concreto  traço;

f_{ctm} – Resistência média  traço do concreto;

EI_{eq} – Rigidez equivalente da viga de concreto armado;

σ_{cd} – Tensão de cáculo  compressão do concreto;

σ – Tensão normal;

σ_{cc} – Tensão no concreto comprimido;

σ_{ct} – Tensão no concreto tracionado;

σ_{xx}^c – Tensão normal aplicado no concreto não fissurado;

σ_{xx}^s – Tensão normal aplicado no aço superior da seo da viga;

σ_{xx}^s – Tensão normal aplicado no aço inferior da seo da viga;

σ_x – Tensão normal longitudinal;

L – Vo da viga;

ϵ_{xx} – Variao linear da deformao normal.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO.....	15
1.2 OBJETIVO GERAL	16
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
2 ORIGENS E DESENVOLVIMENTO DO CONCRETO ARMADO	17
2.1 DEFINIÇÃO DE CONCRETO ARMADO	17
2.2 HISTÓRIA DO CONCRETO E A IMPLANTAÇÃO DO AÇO.....	18
2.3 A HISTÓRIA DO CONCRETO ARMADO NO BRASIL	20
3 O FENÔMENO DA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	22
3.1 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E O IMPACTO DAS DEFLEXÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO NAS EDIFICAÇÕES	22
3.2 FATORES QUE INTERFEREM NO DESLOCAMENTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO	24
3.2.1 Propriedades do Concreto.....	24
3.2.2 Fissuração	32
3.2.3 Retração	35
3.2.4 Fluência	38
3.2.5 Fatores de Moldagem que Influenciam no Desempenho das Vigas	39
4 PROCEDIMENTOS PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	41
4.1 MÉTODO DA SEÇÃO TRANSVERSAL EQUIVALENTE	41
4.2 MÉTODO SIMPLIFICADO RECOMENDADO PELA NBR 6118/2014	43
4.3 MÉTODO PROPOSTO BASEADO NA DETERMINAÇÃO DA REGIÃO DE FISSURAÇÃO	50
5 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS	56
5.1 VIGAS ENSAIADAS POR BARONI (2003)	56
5.2 VIGAS ENSAIADAS POR GILBERT E NEJADI (2004)	58
5.3 VIGAS ENSAIADAS POR SIMONETTI (2008).....	60
5.3 VIGAS ENSAIADAS POR SIMONETTI (2008).....	60
5.4 DISCUSSÕES GERAIS	63
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
7 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS	66
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	67

1 INTRODUÇÃO

O constante crescimento demográfico somado ao aumento das demandas humanas acarretaram em um aumento excessivo de obras da construção civil. Nesse cenário, nota-se que o material preponderantemente utilizado para tais construções é o concreto armado. Este consiste em um material heterogêneo composto por concreto reforçado com aço, e sua primeira utilização remota ao ano de 1849, quando o engenheiro francês Joseph Louis Lambot introduziu este conceito na construção de um barco de argamassa reforçado por uma grelha fina de barras de aço, Andrade (2006).

Nos dias atuais, pode-se dizer que o concreto armado tem uma boa aceitação mundial, sendo utilizado amplamente na construção civil, desde obras simples até as mais complexas. O concreto armado é muito utilizado em todo o território brasileiro. Esta ampla utilização se dá principalmente pela abundância dos materiais constituintes do concreto e a facilidade de moldá-lo, podendo assumir diversas formas. Além disso, o concreto armado possibilita construções mais verticalizadas, otimizando desta forma os espaços já escassos em grandes centros metropolitanos.

Diante deste contexto, frisa-se que esta utilização do concreto armado em grande escala fomentou diversos estudos do seu comportamento estrutural, a saber, estudo do fenômeno de fissuração, balanceamento dos seus constituintes, deslocamentos imediatos e fluência em vigas, dentre outros. Estes estudos resultaram no avanço das técnicas construtivas, que possibilitaram a utilização de elementos estruturais cada vez mais esbeltos, aumentando, portanto, a possibilidade de falhas que podem causar rupturas catastróficas.

Além do exposto acima, deve-se considerar que as vigas devem ser projetadas para sofrerem o mínimo de deslocamentos verticais, pois grandes deflexões podem ocasionar problemas não somente estruturais, mas também de conforto e desempenho dos itens da construção que estão diretamente atrelados às mesmas. Neste contexto, vale destacar que os deslocamentos imediatos merecem particular atenção devido à sua importância quando do dimensionamento dos elementos estruturais. Estes deslocamentos das vigas de concreto armado devem ser bem estimados e compreendidos, pois os mesmos afetam diretamente a estética da

construção, a confiabilidade dos usuários e, principalmente, a integridade da estrutura.

No entanto, neste trabalho foram investigadas 18 tipos de vigas com diferentes configurações geométricas e condições de carregamento. Estas vigas foram testadas experimentalmente por Baroni (2003), Gilbert e Nejadi (2004) e Simonetti (2008), e consistem basicamente de vigas prismáticas biapoiadas com carregamentos atuantes no meio do vão. O modelo proposto foi aplicado a vigas com as mesmas características das ensaiadas pelos autores supracitados, com o objetivo de comparar os valores estimados por este modelo com os valores obtidos experimentalmente. Assim sendo, estes resultados experimentais servem para validar o modelo matemático proposto neste trabalho. Por fim, todo o detalhamento das vigas estudadas, assim como os carregamentos aplicados, será mostrado à posteriori.

1.1 Justificativa do Trabalho

Deve-se ressaltar que o dimensionamento de vigas de concreto armado no Brasil é feito empregando-se métodos tradicionais delineados pela NBR 6118/2014. Estes métodos propõem o emprego de fórmulas simplificadas para o cálculo da flecha imediata de vigas de concreto armado, como é o caso da fórmula baseada na rigidez equivalente da viga fissurada, como proposto por Branson (1968). Estas fórmulas apresentam um caráter semi-empírico e estão sujeitas a erros quando aplicadas a vigas com condições de carregamento e de vinculação diferentes daquelas utilizadas nos trabalhos experimentais nos quais elas se baseiam.

Com base nessas informações, percebe-se a necessidade de uma abordagem mais geral e sofisticada deste fenômeno. Assim sendo, este trabalho propõe um modelo puramente teórico para a análise de deslocamentos imediatos e uma estimativa da região de concreto fissurado em vigas de concreto armado. Neste modelo, são adotadas as hipóteses cinemáticas da teoria de vigas de Euler-Bernoulli, além de ser admitido um comportamento quase-estático do carregamento, o que permite desprezar os seus efeitos inerciais ou dinâmicos. Com este intuito, o modelo proposto emprega um procedimento incremental, no qual o carregamento e a região de fissuração do concreto tracionado evoluem gradativamente durante a análise.

1.2 Objetivo Geral

Propor um modelo teórico-numérico capaz de estimar os deslocamentos imediatos e o estado de fissuração do concreto em vigas biapoiadas de concreto armado, considerando diversos tipos de carregamentos e realizando validações com resultados obtidos experimentalmente.

1.3 Objetivos Específicos

- Considerar a parcela íntegra de concreto tracionado quando da imposição do equilíbrio, visando-se obter as tensões internas de vigas submetidas à flexão;
- Estimar o avanço da zona de fissuração do concreto, assim como o deslocamento vertical imediato, durante o procedimento incremental de análise;
- Investigar a influência das propriedades do concreto no deslocamento da viga;
- Implementar o método proposto e realizar uma análise de convergência, levando-se em consideração a quantidade de passos incrementais (discretização temporal) e o número de pontos ao longo da viga (discretização espacial);
- Averiguar as eventuais discordâncias entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos apresentados no Capítulo 4.

2 ORIGENS E DESENVOLVIMENTO DO CONCRETO ARMADO

Neste capítulo define-se o composto concreto e expõe-se uma análise histórica do desenvolvimento do concreto armado, desde o seu surgimento na antiguidade, como argamassa de assentamento para blocos de rocha, até os dias atuais, como importante objeto de pesquisa, visando-se relevantes avanços tecnológicos. Além disso, relata-se o seu desenvolvimento no Brasil no começo do século XX.

2.1 Definição de Concreto Armado

Pfeil (1989) define o concreto armado como um material de construção composto de concreto e armadura de aço, em que os elementos estruturais são moldados de acordo com as solicitações às quais estes serão submetidos. Vale mencionar que o concreto é amplamente utilizado, pois o mesmo apresenta um bom desempenho mecânico quando submetido à compressão. No entanto, este apresenta uma fragilidade característica quando submetido à tração e, portanto, as barras de aço são utilizadas para absorverem tal esforço. A aderência entre esses materiais é proporcionada pela interação da argamassa com a ferragem, pelas nervuras superficiais da ferragem e por mecanismos naturais e dimensionais dos elementos constituintes (PFEIL, 1989).

O concreto é formado basicamente pela combinação adequada de cimento, água, areia e brita. Sendo que o cimento em contato com a água produz uma pasta densa acinzentada, que se adere aos agregados, resultando num compósito com elementos dispersos aleatoriamente. Quanto mais regular a distribuição dos agregados graúdos (britas), melhor será a qualidade do concreto, proporcionando um material com resistência mecânica uniforme (ANDOLFATO, 2002).

Quanto ao aço utilizado no concreto, este consiste em uma liga metálica formada por ferro e carbono, com uma proporcionalidade percentual que varia de 0,03% a 2,04% de carbono, atribuindo-lhe maior ductilidade. Nesse íterim, Fusco (1976) frisa que as barras de aço utilizadas nas estruturas de concreto armado são classificadas por categorias, de acordo com o valor característico da resistência de escoamento (f_{yk}). Geralmente, nessas categorias de classificação, a unidade de medida é em kN/cm² e os aços são categorizados como CA25, CA40, CA50 e CA60,

de acordo com a resistência de escoamento (f_{yk}), por exemplo, o aço CA25 equivale a 250 MPa.

2.2 História do Concreto e a Implantação do Aço

Ao longo dos anos, o ser humano desenvolveu várias tecnologias capazes de aprimorar a resolução de suas necessidades, principalmente quando se trata da construção civil, uma vez que este setor tem apresentado uma evolução das técnicas construtivas, dos materiais empregados, das normas, dentre outros fatores que foram aprimorados durante a história. Além disso, a proporção dos insumos utilizados nas construções varia muito e depende das características da obra, da disponibilidade dos materiais, da localidade, e até mesmo de questões socioculturais e econômicas de quem constrói.

Atualmente, há uma variedade de elementos no ramo da engenharia civil que podem ser utilizados para funções estruturais, sendo o aço, a madeira, e o concreto os mais utilizados (PINHEIRO, 2004). Contudo, atualmente o concreto é o material construtivo de maior utilização no mundo, estima-se que anualmente consome-se cerca de 11 bilhões de toneladas, aproximadamente 1,9 tonelada por habitante (IBRACON, 2009). Nesse contexto, torna-se impensável a execução de grandes construções sem utilizar o concreto armado, estando o mesmo presente em vários tipos de edificações.

Segundo Carvalho (2008), a utilização de argamassa semelhante ao concreto, confeccionada empregando uma espécie de cal, iniciou-se muito antes de Cristo, como, por exemplo, na construção da Pirâmide de Quéops (2.700 a.C.), onde esta argamassa foi usada como elemento de vedação. Outros exemplos de construções históricas incluem o Panteão e o Coliseu, em que os romanos utilizaram uma pasta similar ao concreto para estas edificações. Segundo o mesmo autor, o Panteão foi erguido em 27 a.C. com concreto constituído por diversos materiais, já o Coliseu foi construído entre 69 e 79 d.C., tornando-se a maior construção realizada pelos romanos, conciliando pedras e concreto.

Mais tarde, com a necessidade de unir a resistência do aço com a durabilidade das rochas, deu-se o surgimento do concreto armado. Dessa forma, quando o ferro foi

introduzido no concreto, e o conjunto possibilitou resistir também aos esforços de tração, as possibilidades de sua utilização progrediram bastante em comparação ao concreto inicialmente empregado pelos romanos. De acordo com Bastos (2006), no ano de 1770, em Paris, o ferro foi associado a blocos de pedra para formar elementos a serem utilizados em grandes vãos, como as vigas modernas, que possuem barras ao longo do eixo tracionado e barras transversais resistentes ao esforço cortante.

Segundo Bastos (2006), apesar do concreto armado ser utilizado com abundância, este tipo de material é relativamente recente, sua primeira utilização foi em 1849 na França. Em 1861, um Francês chamado Mounier, ao observar que o concreto pode assumir formas moldáveis, passou a aplicar este tipo de composto na fabricação de vasos para flores, reservatórios para armazenar água, e na construção da primeira ponte de cimento com arame em 1875, como ilustra a Figura 1. A partir desses acontecimentos, o “cimento armado” passou a se popularizar pela Europa, mas só em meados da década de 1920 este começou a ser chamado do que hoje se conhece como “concreto armado” (BASTOS, 2006).



Figura 1: Primeira ponte de concreto armado do mundo, construída na França em 1875.

Fonte: Sydney (2005).

Deve-se frisar que um dos responsáveis por difundir o conceito do concreto armado no mundo foi o americano Hyatt, um advogado que contribuiu na época para o desenvolvimento de construções que utilizavam esse tipo de tecnologia. Em 1887,

ele conseguiu a patente do primeiro método executivo de vigas de concreto com aço de que se tem notícia, onde a posição das ferragens previa os efeitos do cisalhamento e da tração, sugerindo o uso de barras dobradas e de estribos (DUMÊT, 2008).

Até o final do século 19, o posicionamento da armadura no concreto era feito de forma empírica, de modo a adequar-se com o formato estrutural da edificação, sem levar em consideração os esforços internos gerados. Estas investigações foram iniciadas em 1880, quando uma empresa alemã comprou as patentes de Monier e contratou o professor Mörsch, da Universidade de Stuttgart, para realizar estudos sobre o concreto armado, originando assim a formulação da Teoria Clássica de Mörsch, em 1902. Com base nesta teoria, deu-se início o surgimento das primeiras normas redigidas para os procedimentos construtivos e cálculo de estruturas em concreto armado, possibilitando a evolução no emprego deste material na construção civil (PORTO & FERNANDES, 2015).

Ademais, ressalta-se que desde o surgimento da primeira norma de concreto armado, na Alemanha em 1904, vários estudiosos vêm colaborando com o desenvolvimento deste composto. Porém, só por volta de 1928, se atribuiu ao concreto armado as características mecânicas e de execução que conhecemos na atualidade, e a partir de 1945, após a segunda guerra mundial, este material passou a ser utilizado em escala comercial (DUMÊT, 2008).

2.3 A História do Concreto Armado no Brasil

O início da utilização do concreto armado no Brasil data de 1904, segundo Marcolin (2006), professor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, que desenvolveu um trabalho no qual faz referência às primeiras construções do país a utilizar esse tipo de material, detalhando os projetos e as execuções de um reservatório de água e de seis prédios em Petrópolis – RJ.

Nesta época o concreto armado desenvolvido por Mounier ainda era novidade no mundo todo, não se tinham muitas referências literárias que pudessem estimar o nível de qualidade e os processos executivos do concreto armado. No entanto, as particularidades da sociedade, os recursos naturais, a economia e outros aspectos

do povo brasileiro, acabaram motivando o desenvolvimento dos variados processos tecnológicos nacionais para se construir com esse material.

A propagação da utilização do concreto armado e sua eficácia em projetos estruturais acabaram impulsionando o seu emprego na construção dos primeiros prédios altos brasileiros, nas décadas de 1920 e 1930. Em seguida, após a década de 1950, as principais inovações culminaram no desenvolvimento do concreto de alto desempenho (CAD), do concreto de alta resistência, do concreto com polímeros e, particularmente, do concreto auto-adensável (CAA) (DINIZ, 2013).

Como o concreto é um material heterogêneo, seu desenvolvimento dependeu da evolução dos elementos envolvidos, estando sujeito então à qualidade dos agregados e reagentes. Outra melhora notável, trata-se do refinamento do cimento, tornando-o ao longo dos anos um material de granulometria mais fina, influenciando num melhor desempenho do concreto (Revista Técnica, 2008).

Dessa forma, com a difusão desse material pelo país e com o surgimento dos princípios norteadores da normalização, a primeira norma regulamentadora sobre a utilização do concreto armado no Brasil teve sua oficialização em 1940, como ressalta SBIDM (2015). De início, tal norma era obrigatória na construção de obras públicas, via decreto do então Presidente Getúlio Vargas. Em seguida, a ABNT modificou esta norma com base em referências de normas europeias e publicada com a sigla NB-1, dando origem a uma nova versão em 1960 (NB-1/1960).

Com seu registro efetivado no INMETRO em 1980, esta passou a ser identificada como NBR-6118. Desde então, recebeu modificações importantes, a sua última revisão entrou em vigor em 29 de maio de 2014, com as maiores mudanças relacionadas à garantia de durabilidade da estrutura, da qualidade e de sua vida útil (SBIDM, 2015).

3 O FENÔMENO DA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Primeiramente, ressalta-se que a NBR 6118/2014 define viga como um elemento estrutural linear sob o qual prepondera o esforço de flexão. Esta norma define ainda que elementos lineares são aqueles cujo comprimento longitudinal é no mínimo três vezes a maior dimensão da seção transversal. Sabe-se que uma estrutura sujeita à carregamentos diversos responde deslocando-se, com exceção dos apoios, e estes deslocamentos podem ser de translação, rotação ou uma combinação destes. Estes deslocamentos são de particular importância neste trabalho, e serão abordados em termos de formulação matemática no capítulo 4.

Deve-se esclarecer ainda que o dimensionamento de vigas de concreto armado começa com a determinação das armaduras longitudinais que resistirão aos momentos fletores máximos, como destaca Bastos (2015). No entanto, uma viga submetida a esforços cortantes demasiados poderá apresentar uma ruptura abrupta que deve ser evitada, motivo pelo qual se busca projetar vigas com resistência ao esforço cortante consideravelmente superior à sua resistência à flexão.

Neste íterim, a NBR 6118/2014 destaca que as vigas devem ser dimensionadas para que num caso extremo, a falha ocorra por flexão, em vista a evitar uma ruptura abrupta da estrutura.

Ademais, este capítulo abordará na sequência a importância do estudo do comportamento estrutural e o impacto das deflexões em vigas de concreto armado nas edificações, assim como abordará os fatores que interferem no deslocamento destes elementos estruturais.

3.1 A Importância do Estudo do Comportamento Estrutural e o Impacto das Deflexões em Vigas de Concreto Armado nas Edificações

O entendimento do comportamento das estruturas de concreto armado é de grande relevância para a engenharia estrutural, tanto em termos de dimensionamento quanto a fatores relacionados aos aspectos construtivos. Neste sentido, faz-se necessário compreender o posicionamento adequado das barras de aço nos diversos tipos de elementos estruturais, averiguando os efeitos da flexão para poder definir o momento e o modo correto da retirada das fôrmas e das escoras das vigas.

Uma estrutura precisa seguir algumas exigências de qualidade, conferindo-a não somente segurança, mas também durabilidade e o seu adequado funcionamento durante a sua vida útil. Desse modo, é essencial que as deflexões que surgem em uma estrutura tornem-se limitadas, de maneira a garantir o bom estado e o funcionamento adequado da edificação. Na Figura 2, pode-se observar uma situação estrutural comum quando ocorre deslocamentos excessivos em vigas.

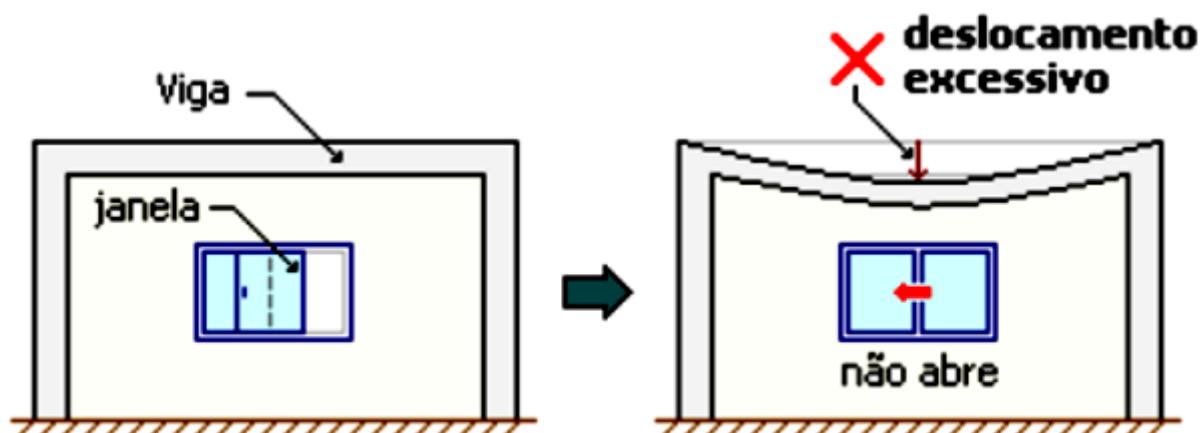


Figura 2: Componentes afetados devido ao deslocamento de viga. Fonte: Alva (2005).

Nesse contexto, quando se trata de deslocamentos em edificações, engloba-se todos os itens da construção que estão sujeitos a perderem a funcionalidade e sofrerem possíveis patologias devido às deflexões excessivas destes membros estruturais. Tais edificações, como obras especiais, edifícios, residências, dentre outras, necessitam de procedimentos dimensionais que visam diminuir os deslocamentos das vigas, assim como a adoção de contra-flechas no processo construtivo.

No entanto, a contra-flecha, nem sempre necessária, deve ser executada na etapa de montagem do escoramento, de acordo com o projeto de execução da estrutura, fazendo com que as fôrmas se curvem na direção vertical oposta ao deslocamento. Contudo, a determinação do valor da contra-flecha é bem complexa, pois a mesma depende da estimativa da flecha, que, por sua vez, não pode ser avaliada com precisão pelas formulações atuais, por mais aprimoradas que sejam (SANTINI, 2006).

3.2 Fatores que Interferem no Deslocamento de uma Viga de Concreto Armado

O deslocamento de uma viga de concreto armado pode ser ocasionado por diversos fatores. Como mencionado por Nawy (2008), os principais fatores são: as dimensões da seção transversal, os tipos dos materiais empregados, as configurações dos vínculos, a extensão do vão, a quantidade e distribuição do aço, a propagação da zona de fissuração do concreto, a grandeza e a configuração do carregamento, a retração, a fluência e os processos de dimensionamento e de moldagem da estrutura.

Desse modo, alguns desses fatores apresentam interferências maiores e outros menores quanto à flexão da viga. Como, por exemplo, o comprimento da viga e a intensidade da carga têm grande influência no deslocamento vertical. Já a armadura submetida à esforços internos de compressão apresenta uma menor influência na deflexão da viga, devido a boa resistência do concreto quando sujeito a este tipo de esforço. No entanto, a armadura comprimida interfere diretamente no dimensionamento da seção transversal e minimiza a evolução da retração no concreto. Alguns desses fatores serão abordados a seguir.

3.2.1 Propriedades do Concreto

As características mecânicas do concreto são dependentes dos processos de confecção do mesmo, pois, o estado fresco desse composto interfere diretamente em seu estado endurecido. Com isso, de acordo com Vanderlei (2008), este material no estado fresco deve apresentar algumas características que possam resultar num produto com qualidade desejável e capaz de atender às exigências estruturais no seu estado rígido. Estas características são: a trabalhabilidade, o tempo de pega e de manipulação, a coesão e a segregação.

Os aspectos do concreto fresco são determinantes quanto ao seu comportamento final desejado, podendo garantir uma distribuição homogênea dos materiais constituintes, além de evitar os fenômenos de exsudação e de segregação do produto. De certo, o manuseio desse material deve ser realizado no tempo adequado, antes que inicie o processo de endurecimento. O grau de trabalhabilidade

do concreto pode ser mensurado por meio de algumas técnicas, das quais se pode mencionar o *Slump Test*, método utilizado no Brasil. Este teste é normatizado pela NBR NM 67/1998 e é realizado com o concreto no estado plástico com o intuito de averiguar sua fluidez.

Segundo a NBR 6118/2014, há algumas propriedades do concreto endurecido que apresentam maior interferência nos deslocamentos das vigas de concreto armado, como a resistência à flexão do concreto. Outros fatores podem ser considerados agentes indiretos ao deslocamento, como a propagação das fissuras, adensamento dos agregados, a retração e a fluência. Todavia, as principais características mecânicas do concreto são: resistência a tração, resistência a compressão e módulo de elasticidade. Estas propriedades são definidas a partir de ensaios, delimitados por normas e realizados em condições específicas. No mais, as propriedades do concreto endurecido serão descritas detalhadamente a seguir.

3.2.1.1 Módulo de Elasticidade

No concreto armado, a relação entre a deformação e a tensão é uma propriedade essencial em projetos estruturais. Para fins de cálculo estrutural, esta relação é dada pela lei de Hooke e consiste em uma relação linear entre tensões e deslocamentos. Esta proporcionalidade é caracterizada pelo Módulo de Elasticidade (E), sendo, portanto, uma característica intrínseca do material. A lei de Hooke define que $\sigma = E\varepsilon$, onde σ e ε são a tensão e a deformação, respectivamente.

No entanto, o concreto apresenta um comportamento não linear quando sujeito a cargas com certa magnitude. Este comportamento é resultado da expansão das microfissuras que surgem na interface entre a pasta de cimento e o agregado graúdo. Dessa forma, de acordo com a NBR 6118/2014, são definidos três Módulos de Elasticidade, representados no diagrama da Figura 3, são eles:

- I) Módulo Tangente, E_{tg} : Sua grandeza varia em cada ponto e é estimado pela inclinação da reta tangente à curva nesse ponto;
- II) Módulo de Deformação Inicial, E_o : Representado pela inclinação da reta tangente à curva na origem;

- III) Módulo Secante, E_{cs} : Seu valor é variável em cada ponto do carregamento e obtido pela inclinação da reta que une a origem com esse ponto, em que o início é fixado no valor de 0,5 MPa. Nesse contexto, $E_{cs} = \sigma/\varepsilon$, e ao observar a Figura 3, o ponto de origem coincide para o módulo secante e o módulo de deformação inicial.

As considerações sobre os módulos de elasticidade do concreto encontram-se no item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014. Neste mesmo item da norma, destaca-se que na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, adota-se um módulo de elasticidade único para o concreto sujeito à tração e à compressão, que seria igual ao módulo de elasticidade secante (E_{cs}).

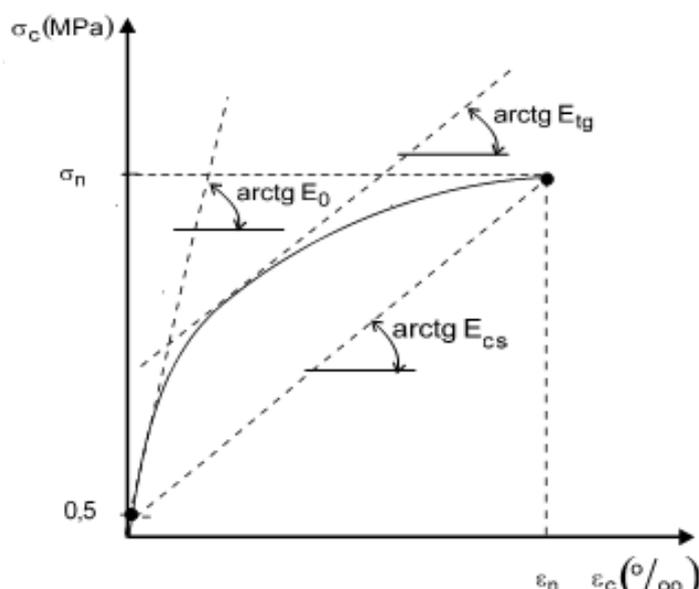


Figura 3: Diagrama de tensão e deformação do concreto comprimido. Fonte: NBR 8522:2008.

Segundo Shehata (2005), *apud* Carvalho e Filho (2014), na ausência de dados sobre a grandeza do módulo secante, supõem-se que o mesmo seja relativo a uma tensão entre 40% a 50% do f_{ck} . De acordo com a ABNT 8522:2008, pode-se estimar um módulo de elasticidade referente aos 28 dias de idade do concreto, a partir de procedimentos experimentais, sendo este denominado de Módulo de Elasticidade Inicial, E_{ci} . Porém, quando não for efetuado ensaios, a NBR 6118/2014 recomenda estima-lo a partir das Equações 1 e 2, com E_{ci} e f_{ck} em MPa.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa} \quad (1)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90 MPa} \quad (2)$$

onde:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio; $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse; $\alpha_E = 0,9$ para calcário; $\alpha_E = 0,7$ para arenito.

O E_{cs} também pode ser estimado de acordo com um método de ensaio determinado pela ABNT NBR 8522, ou obtido empiricamente pela Equação 3:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = (0,8 + 0,2 \cdot f_{ck}/80) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (3)$$

Dessa forma, como o E_{cs} é utilizado em análises elásticas de projetos estruturais, principalmente para avaliação dos esforços solicitantes em vista a determinação dos limites de serviço, utilizou-se este módulo em todas as três técnicas para avaliação do deslocamento imediato abordadas neste trabalho. Neste aspecto, Beléndez (2002) destaca que essa propriedade age de forma inteiramente correspondente às flechas em vigas de concreto armado.

3.2.1.2 Resistência à Compressão

Nas estruturas de concreto armado, o conhecimento adequado desta propriedade do concreto é de fundamental importância, pois refere-se à principal função e atributo deste material. A resistência à compressão simples é denominada de f_c , na qual é definida através do ensaio de corpos-de-prova (C.P.) sujeitos à compressão centrada. Estes corpos-de-prova são moldados de acordo com os procedimentos delineados pela NBR 5738/1994 e o método de ensaio é regulamentado pela NBR 5739/2007.

No Brasil, a padronização do corpo-de-prova é cilíndrica, com um diâmetro de 15cm e altura de 30cm, ensaiado após 28 dias de sua moldagem. Para a avaliação da resistência à compressão do concreto, de acordo com a NBR 6118/2014, é preciso realizar uma certa quantidade de ensaios com corpos-de-prova. Como os experimentos apresentam valores dispersos, é adotada uma medida estatística que não leva apenas em consideração a resistência média aritmética à compressão do concreto ensaiado, mas também o desvio padrão. Dessa forma, baseando-se na

curva probabilística de Gauss, ilustrada na Figura 4, o valor que apresenta 95% de confiabilidade dos ensaios é considerado como a Resistência Característica do Concreto à Compressão (f_{ck}).

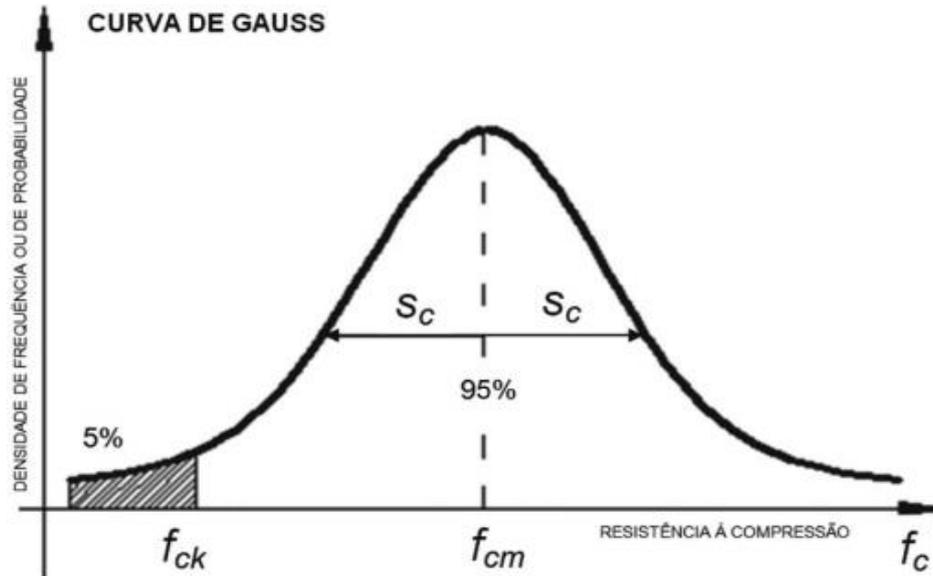


Figura 4: Curva de Gauss com parâmetros adquiridos de amostras. Fonte: Helene (1984).

A resistência média à compressão do concreto (f_{cm}) é a média aritmética dos resultados de f_c referente a quantidade de corpos-de-prova testados, sendo utilizado para encontrar a resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , através da Equação 4 definida no item 12.2 da ABNT NBR 6118:2014:

$$f_{ck} = f_{cm} \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \text{ ou } f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot s_c \quad (4)$$

Sendo δ o coeficiente de variação, expresso pela Equação 5.

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}} \right)^2} \quad (5)$$

Na Equação 4, $s_c = f_{cm} \cdot \delta$ é o desvio padrão, equivalente à distância entre a abscissa de f_{cm} ao ponto no qual a curva muda de concavidade. No entanto, a constante 1,645 representa a quantia de 5%, dessa forma, somente 5% dos corpos-de-prova ensaiados apresentam $f_c < f_{ck}$, ou seja, 95% dos C.P.'s dispõem $f_c \geq f_{ck}$.

Desse modo, é razoável definir f_{ck} como o valor da resistência que tem 5% de probabilidade de não ser alcançado em ensaios de C.P.'s selecionados de um lote de concreto. Nesse sentido, a NBR 8953/2015 categoriza o concreto por classes em

função do f_{ck} . Como, por exemplo, o concreto da classe C20 corresponde a um $f_{ck} = 20$ MPa.

Como ilustrado na seção anterior, várias propriedades que influenciam as deflexões das peças de concreto armado estão relacionadas ao f_{ck} , sobretudo pelo fato da elevação da resistência característica do concreto à compressão implicar diretamente num aumento do módulo de elasticidade. Todavia, Watanabe (2008) relata que a redução das flechas não é proporcional ao aumento do f_{ck} , e do mesmo modo, se esse acréscimo for alcançado por meio da utilização elevada de cimento, o melhoramento ocasionado pela ampliação da resistência pode ser prejudicado pelas altas reações químicas que provocam a retração.

3.2.1.3 Resistência à Tração

Para o estudo de estabilidade de estruturas de concreto é imprescindível analisar a influência da resistência à tração do concreto para o deslocamento de vigas. Nesta perspectiva, como o concreto apresenta um comportamento relativamente frágil à tração, as fissuras começam a surgir nas regiões submetidas a estes esforços. Estas fissuras acarretam na aceleração do processo de deflexão da viga devido à redução de sua rigidez. Segundo Ishitani et al (2002), a resistência à tração dos concretos tradicionais equivale a uma proporção de 10% da resistência à compressão.

Alguns estudiosos aconselham levar em consideração a resistência à tração do concreto para o cálculo do equilíbrio interno das tensões no elemento. Rizzo & Pimentel (2014) sugerem que ainda depois do começo da fissuração, o concreto tracionado contém uma função relevante à resistividade da viga, promovida pela transmissão de tensões devido ao atrito entre concreto e aço, fenômeno denominado de enrijecimento.

Contudo, os procedimentos empregados na avaliação da resistência à tração direta do concreto, f_{ct} , são semelhantes aos apresentados no item 3.2.1.2, relativos à resistência à compressão. Desse modo, de forma semelhante ao item anterior, dispõem-se a resistência média à tração do concreto, f_{ctm} , e a resistência característica à tração do concreto, f_{ctk} . Todavia, o diferencial na avaliação da resistência à tração está no emprego de diferentes métodos de ensaios. Existem

três metodologias regularizadas por normas: Tração na Flexão, Compressão Diametral e Tração Direta, detalhados a seguir.

I – Tração na Flexão

Os procedimentos para a realização deste ensaio são regulamentados pela NBR 12142/2010. Esta norma prescreve o método para determinar a resistência à tração utilizando um corpo-de-prova prismático, moldado e curado de acordo com a MB-2, submetido à flexão pura originada pela aplicação de cargas concentradas nos terços do vão. Dessa forma, pode-se analisar os diagramas de esforços solicitantes, como demonstrado na Figura 5.

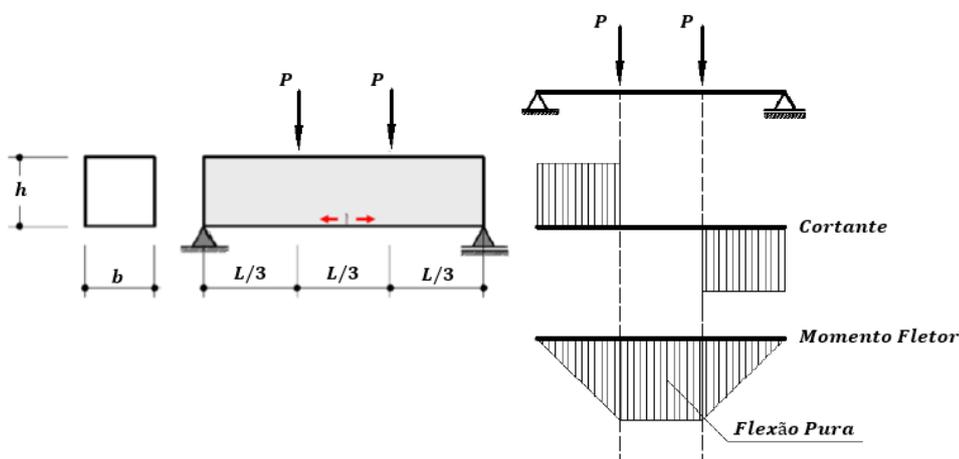


Figura 5: Diagramas do ensaio de tração na flexão. Fonte: NBR 12142 (2010).

No entanto, ressalta-se que os resultados obtidos para a resistência à tração na flexão, representado como $f_{ct,f}$, são superiores aos estimados nos outros dois ensaios descritos nos tópicos seguintes. Como as vigas estudadas neste trabalho foram testadas sob esforços de flexão, a resistência do concreto tracionado desses elementos deve-se aproximar mais, em tese, com os resultados deste ensaio.

II – Compressão Diametral

Este ensaio é o mais comum para determinar a resistência à tração do concreto, popularizado mundialmente como Ensaio Brasileiro, idealizado por Lobo Carneiro em 1943. Os processos experimentais relacionados com o ensaio de compressão diametral são definidos pela NBR 7222. Os corpos-de-prova têm as mesmas dimensões dos utilizados para os ensaios de resistência à compressão. Este método

baseia-se em comprimir o C.P. ao longo de duas linhas axiais paralelas diametralmente, como ilustrado na Figura 6.

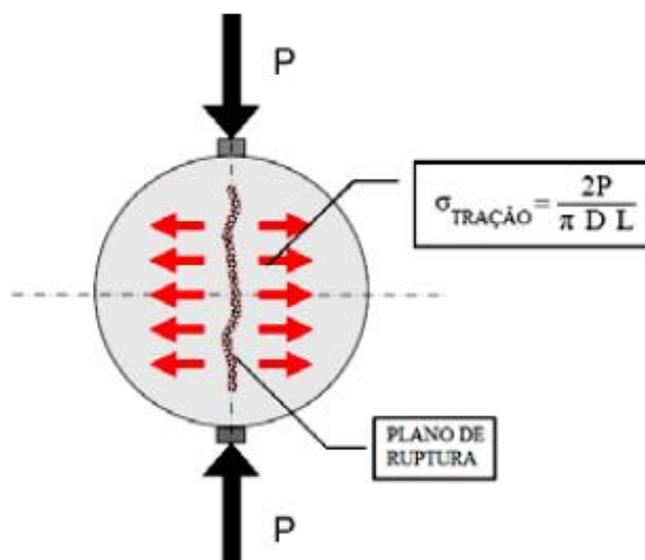


Figura 6: Ensaio de Tração por Compressão Diametral. Fonte: NBR 7222 (2011).

O resultado estimado da resistência à tração por compressão diametral, $f_{ct,sp}$, é um pouco superior que o encontrado no ensaio de tração direta. No entanto, este ensaio é prático em relação aos procedimentos de execução e promove valores mais realistas do que o da tração direta.

III – Tração Direta

Os procedimentos para realização deste ensaio também são normatizados pela NBR 7222/2011, onde denomina-se a resistência à tração direta de f_{ct} , sendo esta estimada aplicando-se tração axial em um corpo-de-prova de concreto simples. A Figura 7 ilustra este procedimento, no qual o C.P. é testado até o ponto de ruptura.

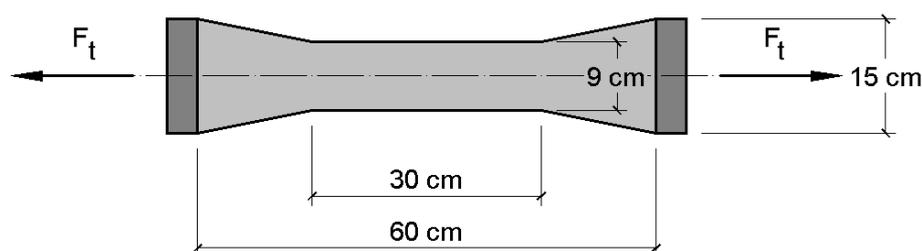


Figura 7: Ensaio de Tração Direta. Fonte: NBR 7222 (2011).

Contudo, vale destacar que os resultados obtidos por estes ensaios podem ser relacionados por meio de coeficientes. Como o resultado obtido pelo Ensaio de Tração Direta apresenta divergência em comparação aos demais, a NBR 6118/2014 disponibiliza expressões afim de converter estes valores. Dessa forma, a resistência à tração direta pode ser correlacionada com os resultados do ensaio de tração na flexão e de compressão diametral da seguinte forma: $f_{ct} = 0,7f_{ct,f}$ ou $f_{ct} = 0,9f_{ct,sp}$.

3.2.2 Fissuração

Nas vigas de concreto armado, as regiões do elemento que estão submetidas a esforços de tração, geralmente apresentam aberturas finas e alongadas na sua superfície, isso ocorre quando a resistência à flexo-tração do concreto é superada devido à intensidade das cargas aplicadas transversalmente ao eixo longitudinal da viga. Dessa forma, o grau de fissuração das estruturas de concreto armado dependerá do carregamento que estiver agindo no elemento, da proporção de armadura utilizada, da robustez da peça, do processo de cura, da qualidade do concreto, do adensamento dos componentes, da presença de produtos químicos, de agentes agressivos, dentre outros fatores.

Desta forma, ressalta-se que o projetista deve conceber estruturas que evite, ou ao menos minimize, estas fissuras, para evitar a exposição do aço e conseqüente a sua corrosão quando em contato com o ar.

Portanto, na ocasião em que há desagregação de uma parte da seção transversal devido ao surgimento das fissuras, ocorre uma diminuição da rigidez e conseqüentemente um aumento do deslocamento vertical em elementos fletidos. De acordo com Pinheiro (2004), dá-se o nome de estádios às diversas fases de deformação pelas quais o concreto passa ao longo da viga de concreto armado submetida a cargas aplicadas perpendicularmente ao seu eixo longitudinal. Neste sentido, este autor destaca três fases distintas: Estádio I, Estádio II e Estádio III, detalhados a seguir.

Estádio I - Nesta fase o concreto consegue resistir aos esforços de tração, pois as tensões normais são de baixa magnitude, não ocasionando fissuramento no concreto. Assim, o estádio I representa somente as seções com concreto íntegro.

Devido a isto, a Lei de Hooke é válida pelo fato do diagrama de tensões comportar-se linearmente na seção transversal da peça. Como o concreto tem resistência à tração bem inferior à compressão, torna-se inviável um dimensionamento estrutural fundamentando-se apenas neste estágio. No entanto, o cálculo do momento de fissuração é realizado no estágio I, limitando a transição do estágio I para o estágio II.

A posição da linha neutra, o momento de inércia, os diagramas de deformações e de tensões para o estágio I estão representados na Figura 8.

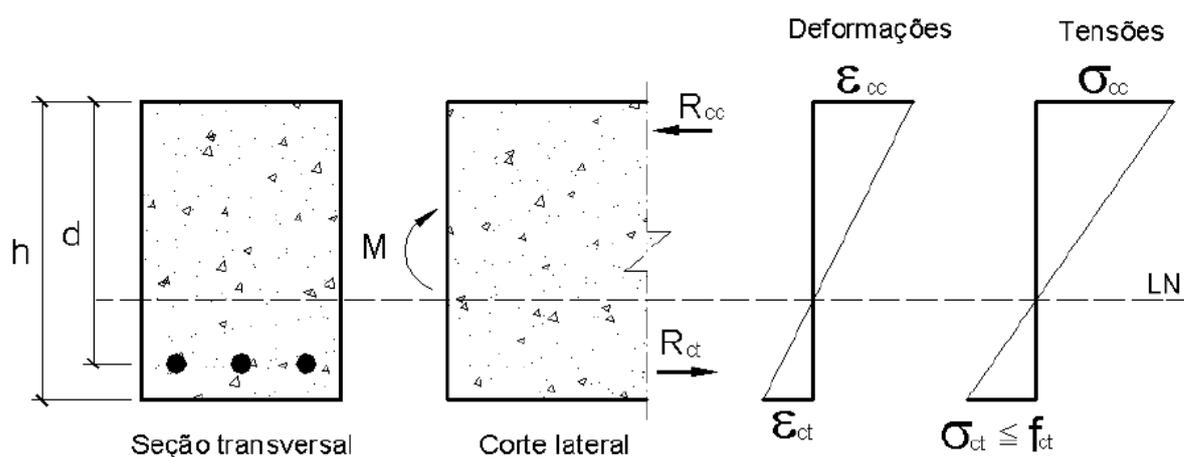


Figura 8: Desempenho do concreto na flexão pura. Fonte: Pinheiro (2007).

Estádio II - A NBR 6118/2014 denomina a situação em que o concreto tracionado se encontra fissurado de estágio II. Com o aumento do valor de momento fletor interno, devido à intensidade de carregamento aplicado, o concreto não resiste mais à tensão de tração e parte da seção se encontra fissurada na região tracionada. Nesta fase, em vigas biapoiadas de concreto armado, as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN) são resistidos apenas pela armadura, havendo uma relação linear entre tensão e deformação específica do concreto ao longo de toda seção transversal.

Como mencionado por Carvalho e Filho (2014), o estágio II envolve a circunstância em que um momento maior que o momento de fissuração atua na seção, de modo a levar a armadura tracionada à eminência do escoamento e podendo também provocar tensões no concreto comprimido que resulte em um regime na fronteira elasto-plástica. Nestas circunstâncias, embora na eminência do escoamento a

armadura tracionada não escoar e nem o concreto de fato plastificar, sendo desse modo, a distribuição das tensões de compressão ainda linear, permanecendo válida a lei de Hooke.

Com o aumento do carregamento, as fissuras prolongam-se no sentido da borda comprimida, desse modo, a linha neutra varia ao longo da peça e eleva a tensão na armadura. No entanto, o estágio II encerra-se com a origem da plastificação do concreto comprimido. Na Figura 9, pode-se observar o comportamento da viga neste estágio.

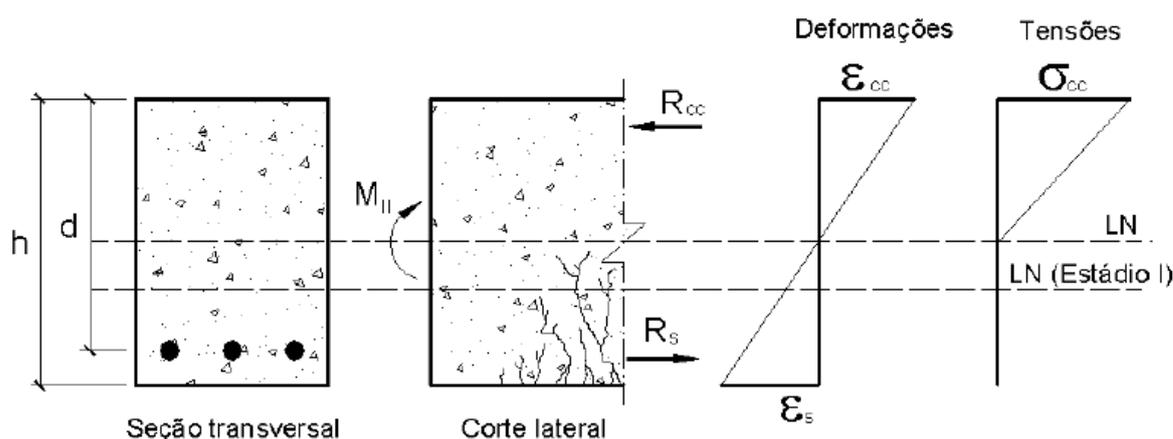


Figura 9: Comportamento do concreto na flexão pura (Estádio II). Fonte: Muzardo & Pinheiro (2004).

Estádio III - De acordo com Cabral (s.d.), ao intensificar-se o carregamento, surgem fissuras por toda a viga, nas regiões de tração e compressão. São aplicáveis neste Estádio: a Lei de Navier e a Hipótese de Euler Bernoulli, não estando mais relevante a Lei de Hooke para o concreto, devido ao seu comportamento plástico na região de compressão. O estágio III é definido por representar o aço ou o concreto numa situação de ruptura. Admite-se nessas condições que o diagrama de tensões no concreto acima da linha neutra seja de formato parabólico-retangular, como mostrado na Figura 10. Assim como no Estádio II, as tensões de tração são resistidas pela armadura.

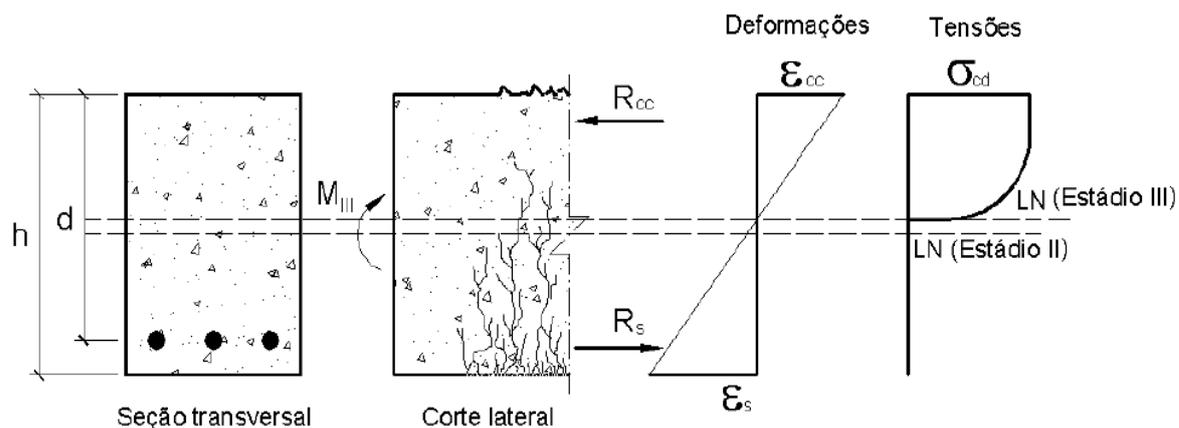


Figura 10: Comportamento do concreto e diagramas de tensão e deformação (Estádio III).
Fonte: Muzardo & Pinheiro (2004).

Para o cálculo da flecha imediata a NBR 6118/2014 considera a peça nos estádios I e II e nunca no estágio III, pois, as características deste último é uma situação estrutural a ser evitada. Por fim, embora ocasione o superdimensionamento dos elementos estruturais, esta norma recomenda a majoração das solicitações e a minoração das resistências, visando a segurança.

3.2.3 Retração

Trata-se de um fenômeno complexo estudado pela engenharia civil, e sua complexidade se deve às variedades de retrações existentes, às consequências, às causas decorrentes, aos métodos para a sua minimização, além dos tipos de estruturas que apresentam um maior grau de vulnerabilidade.

No entanto, muitos estudiosos descrevem a retração como uma consequência da diminuição, relativamente rápida, do volume de água presente no composto ao longo do processo de cura. Geralmente, a deformação provocada pela retração atinge 80% de sua grandeza no primeiro ano a partir do surgimento deste fenômeno, como destaca Montardo (2010). Segundo este autor, pode-se relatar que o concreto retrai em dois períodos diferentes: inicialmente no estado plástico e depois no estado seco.

Desse modo, a retração no estado plástico ocorre pela perda de água do concreto em seu estado fresco, quando a taxa de evaporação da água na superfície ultrapassa a taxa de água disponível pela exsudação. Este processo é acelerado pela exposição da superfície do elemento estrutural quando sujeito às ações do

vento, ao acréscimo de temperatura ambiente e à baixa umidade relativa do ar. A retração no estado seco ocorre com o concreto recentemente endurecido, pois, nesse processo a água ainda não está unida à estrutura do composto por ligações físico-químicas estáveis, no entanto, a remoção da água do concreto nestas circunstâncias não provoca retração significativa em comparação ao estado plástico (AOKI & MEDEIROS, 2010).

Em adição, destaca-se os três tipos de retração mais comuns no concreto, são elas: Retração Hidráulica, Retração Química e Retração Térmica. A seguir, esclarece-se brevemente estes três tipos de retração.

De acordo com Figueiredo e Nunes (2007), a retração química é provocada pela contração da água não evaporável que vai sendo ajustada com o cimento durante todo o procedimento de endurecimento, originando num produto de menor volume em relação aos materiais que deram início à reação. Segundo Veiga (2009), a retração hidráulica é também conhecida como retração capilar, pois a água, empregada na reação de hidratação, flui pelos poros capilares do concreto e, conseqüentemente, o seu volume é reduzido. Dessa forma, com a saída parcial da água capilar do composto, surgem tensões superficiais que agravam a retração.

Ademais, a retração térmica é acarretada pelo calor liberado na reação de hidratação, caracterizada como uma reação exotérmica, em que a temperatura gerada expande o concreto por um determinado tempo, e ao se resfriar, causa uma redução do volume, portanto, gerando-se a retração do elemento (AMARAL, 2011).

Mindess e Young (1981) relatam que na sistematização de cura do concreto, ao aplicar um processo de molhagem no elemento, a retração demonstrará um certo nível de convertibilidade, como ilustrado na Figura 11.

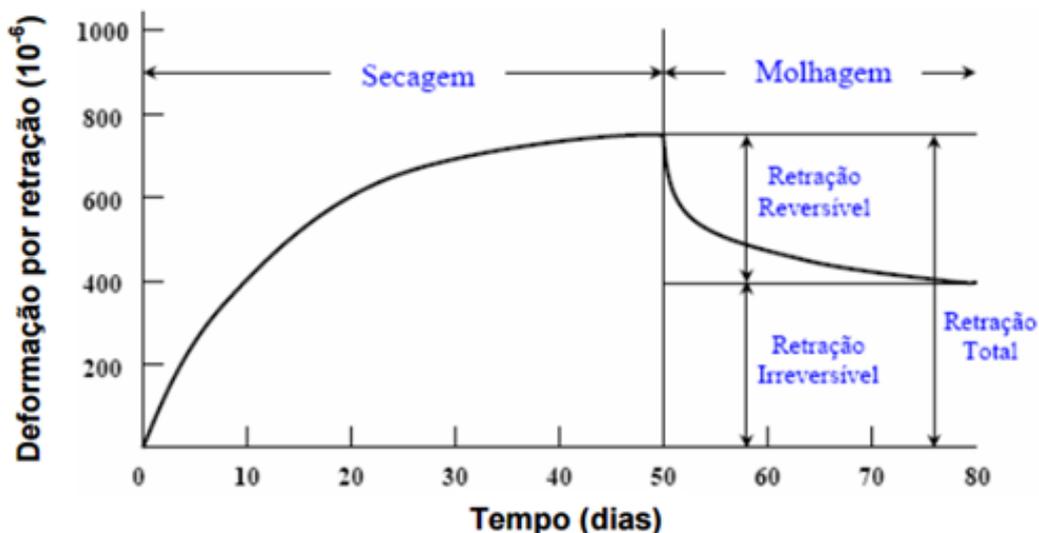


Figura 11: Reversibilidade da retração. Fonte: Mindess e Young (1981).

Todavia, a influência da retração nos deslocamentos de vigas de concreto armado se dá em virtude do aumento das fissuras, como pode-se observar na Figura 12. Outra causa se deve ao fato da ferragem de tração ser mais robusta que a de compressão, favorecendo no encurtamento da superfície superior do elemento devido a uma menor retração na região tracionada do que na região comprimida, provocando o surgimento de uma curvatura extra no mesmo sentido da curvatura formada pela flexão. Dessa forma, esse fator ocasiona um acréscimo do deslocamento em vigas de concreto armado.



Figura 12: Fissuras no concreto provocadas por retração. Fonte: Schwartz (2009).

3.2.4 Fluência

De acordo com Neville (2013), define-se como fluência, a propagação de deslocamentos verticais em vigas sob situações de tensão constante, fenômeno que pode ser agravado caso desenvolva-se os efeitos da retração.

De modo geral, a deformação do concreto ao longo do tempo, sujeito à aplicação de cargas permanentes, pode ser compreendida como um efeito acarretado em duas fases (ARAÚJO, 2002). A primeira delas, denomina-se como fluência básica e se desenvolve sem a perda de água do concreto para o ambiente, geralmente presente em grandes estruturas onde a retração por secagem possa ser desconsiderada, ocorrendo, até mesmo, em condições de umidade relativa na ordem de 100%. A segunda fase, conhecida como fluência por secagem, ocorre na secagem do elemento estrutural, relacionada diretamente aos mecanismos da retração, tornando a avaliação desse fenômeno ainda mais complexo.

No entanto, a fluência é limitadamente reversível, ou seja, uma parte do deslocamento total é restabelecida imediatamente, outra parcela é restaurada com o tempo e o restante se torna irreversível, como pode ser observado na Figura 13. As contribuições para o deslocamento de vigas de concreto armado, provenientes da fluência, são caracterizadas como deformação rápida e deformação lenta. A primeira delas se desenvolve inicialmente durante as 24 horas após à aplicação de cargas na viga, gerando modificações irreversíveis na estrutura, e a segunda se propaga com o tempo, sendo desenvolvida por uma parte reversível e outra irreversível.

Entretanto, nos elementos de concreto armado, a ferragem ameniza a deformação do concreto, tanto na retração como na fluência (CARVALHO & FILHO, 2014). Contudo, a importância do efeito da fluência para as flechas é abordada partindo-se de uma conciliação de carregamento quase-permanente, levando-se em consideração que uma parcela da carga acidental trabalha ao longo da vida útil da edificação. Dessa forma, a NBR 6118/2014 aborda métodos empíricos para o cálculo da deformação imediata e diferida no tempo.

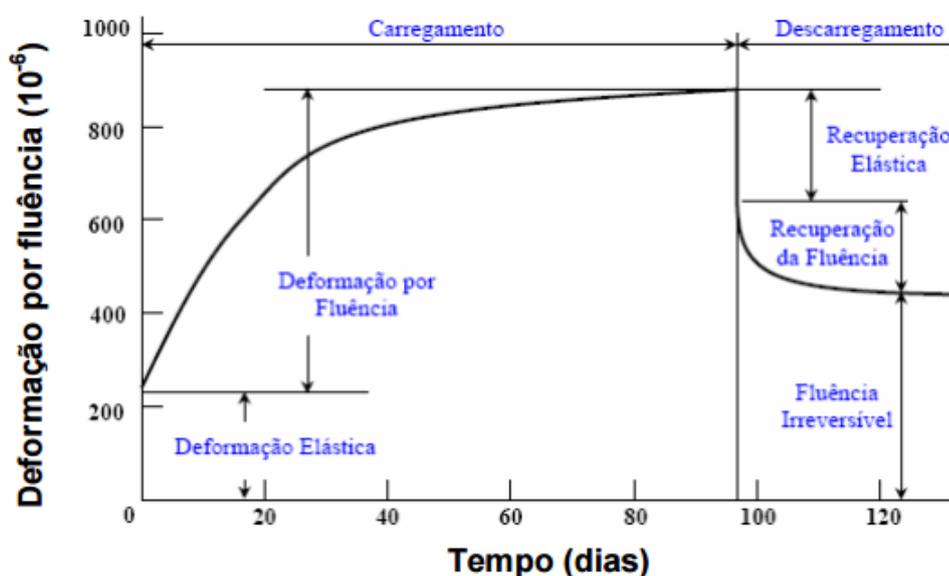


Figura 13: Reversibilidade da fluência. Fonte: Mehta & Monteiro (1994).

No mais, a metodologia para o cálculo da flecha imediata proposta pela NBR 6118/2014 será abordada posteriormente, porém, a flecha adicional diferida pela fluência pode ser calculada seguindo as recomendações do item 17.3.2.1.2 da mesma norma, a qual pode ser obtida de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata por um fator α_f . Todavia, o fenômeno da fluência foi desconsiderado no modelo proposto deste trabalho. No entanto, a abordagem deste tópico foi fundamental para associar por completo os fatores que causam o deslocamento de vigas de concreto armado.

3.2.5 Fatores de Moldagem que Influenciam no Desempenho das Vigas

Outro fator que influencia no desempenho das vigas sobretudo quanto ao seu deslocamento é o seu processo de moldagem. Entende-se processo de moldagem como a montagem das armaduras, a concretagem do elemento, o processo de vibração para o adensamento do concreto, e dentre outros procedimentos para a construção das vigas. Neste sentido, discute-se a seguir os fatores que influenciam negativamente no desempenho estrutural de vigas de concreto armado quando da sua moldagem.

O primeiro deles diz respeito à adição de água no concreto, pois, a relação água/cimento influi bastante na resistência e na durabilidade dos elementos, devendo ser realizada em quantidade adequada e de maneira controlada. Outro

fator importante é o alinhamento impróprio das fôrmas, no qual pode ocasionar numa descontinuidade da superfície da viga, acarretando em diversos problemas, como na variação da seção transversal ao longo do elemento (NEVILLE, 2016).

A compactação inadequada do concreto é também um fator negativo para estes elementos estruturais, visto que esta provoca o surgimento de vazios, de faveolamento, e dentre outros problemas. Essa primeira patologia é originada pela formação de pequenos bolsões de ar ou água presos contra as fôrmas, e a segunda refere-se às lacunas no concreto causadas pela argamassa que não preenche todos os espaços (CINTRA, 2013).

No mais, a cura inadequada do concreto também se destaca como um fator que agrava o deslocamento das vigas, devido à sua importância para promover por completo as reações químicas entre o cimento e a água. No entanto, a falta de uma boa hidratação do concreto acarreta numa perda de resistência dos elementos estruturais, pois parte do cimento se torna anidro, além de promover rachaduras e a desintegração do material (SOUZA & RIPPER, 1998).

Por fim, destaca-se também que outro fator preponderante para a o desempenho das vigas é a correta posição da ferragem. A disposição inapropriada do aço ao longo da viga pode leva-la a alguns problemas, como no surgimento de fissuras e em outras falhas devido à distribuição inadequada das tensões internas. A durabilidade também é afetada pela má disposição da ferragem, sobretudo com a corrosão do aço a medida que a cobertura de concreto é reduzida (BASTOS, 2006).

No entanto, esclarece-se que estes são apenas alguns dos fatores de moldagem que influenciam no desempenho final do concreto, na verdade, poder-se-ia citar vários outros fatores, porém este não é o objetivo central deste trabalho.

4 PROCEDIMENTOS PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A seguir detalha-se três métodos para avaliação de deslocamentos de vigas de concreto armado. O primeiro e o segundo são procedimentos propostos pela Mecânica Clássica e pela NBR 6118/2014, respectivamente, enquanto o terceiro deles, consiste na formulação matemática proposta neste trabalho.

4.1 Método da Seção Transversal Equivalente

O deslocamento vertical de vigas é propagado quando submetidos à carregamentos transversais ao seu eixo longitudinal, a linha elástica, na resistência dos materiais, representa o eixo longitudinal da viga deformado.

De acordo com Hibbeler (2002), a linha elástica de uma viga é representada por v e varia com a coordenada longitudinal (x), diz-se, portanto, que v é uma função de x . No entanto, a coordenada y especifica a posição de uma fibra na seção transversal da viga e ρ simboliza o raio da curvatura, medido do centro O' . A Figura 14 ilustra uma configuração genérica de carregamento em uma viga biapoiada, mostrando estas variáveis.

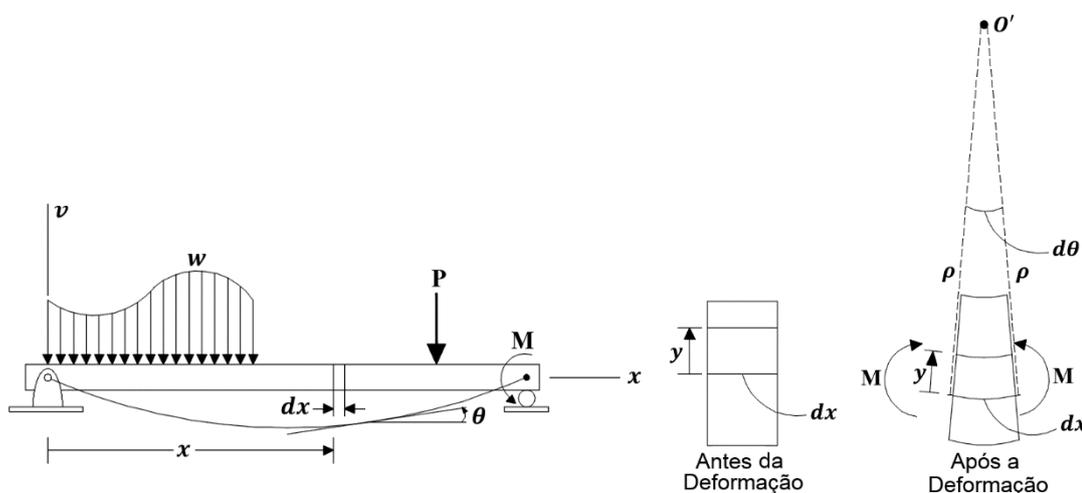


Figura 14: Configuração genérica de carregamento em uma viga biapoiada e a representação de deformação da superfície lateral. Fonte: Modificado de Hibbeler (2002).

Segundo Martha (1996), um elemento esbelto submetido a cargas transversais, proporciona ações axiais e de flexão, tais efeitos possibilitam deformações normais na direção longitudinal do elemento. Deste modo, surgem tensões normais longitudinais (σ_x) decorrentes destes efeitos. Levando-se em consideração o

equilíbrio na área transversal entre tensões e esforço de momento fletor interno ($M_z(x)$), verifica-se a seguinte equação de análise em uma área infinitesimal:

$$M_z(x) = \int_A \sigma_x(-y)dA. \quad (6)$$

A partir de manipulações algébricas básicas, pode-se verificar uma relação entre a curvatura ($K(x)$) e a deformação normal ($\varepsilon(x)$):

$$K(x) = \frac{1}{\rho} = -\frac{\varepsilon(x)}{y}. \quad (7)$$

Considerando a homogeneidade e um comportamento linear-elástico do material, aplica-se a lei de Hooke e a Equação 6 na Equação 7, desta forma, obtém-se a seguinte relação:

$$K(x) = \frac{1}{\rho} = \frac{M_z(x)}{EI}. \quad (8)$$

onde E representa o módulo de elasticidade do material e I o momento de inércia da viga calculado em torno do seu eixo neutro.

A curvatura de uma viga é expressa em termos de v e x na tentativa de obter uma relação entre a rigidez, a linha elástica e o momento fletor. Segundo Nash e Potter (2014), esta relação representa a curvatura em qualquer ponto ao longo da linha elástica, desenvolvida a partir de cálculos diferenciais. A expressão se escreve como:

$$K(x) = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v/dx^2}{[1 + (dv/dx)^2]^{\frac{2}{3}}}. \quad (9)$$

A partir do emprego das hipóteses cinemáticas de Euler-Bernoulli, e admitindo-se um comportamento elástico linear do material, pode-se chegar na relação curvatura-momento fletor. Dessa forma, substituindo a Equação 8 na Equação 9, e entendendo que a razão dv/dx por ser muito pequena, o seu quadrado pode ser desconsiderado, dessa forma, verifica-se a equação diferencial da linha elástica:

$$K(x) = \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_z(x)}{EI}. \quad (10)$$

A Equação 10 define genérica e implicitamente a linha elástica de uma viga como uma função de x . Para se obter a linha elástica de forma explícita, são necessárias integrações sucessivas, onde as constantes de integração são encontradas a partir da imposição das condições de contorno. Além disso, $M_z(x)$ depende diretamente das condições de carregamento na viga.

Outra observação importante acerca desta formulação consiste no fato desta considerar o material homogêneo. Como se sabe, o concreto armado não é um material homogêneo, assim, os deslocamentos imediatos não poderiam ser avaliados a partir desta formulação. No método da seção transversal equivalente, a área de aço (A_s) é transformada em uma área equivalente de concreto, utilizando o fator de transformação $n = E_s/E_{cs}$, como visto na Figura 15, onde E_s e E_{cs} são os módulos de elasticidade do aço e secante do concreto, respectivamente. Desta forma, a abordagem acima pode ser empregada utilizando uma seção transversal equivalente de concreto, onde a área transformada de aço seria igual a nA_s .

Este método de abordagem desconsidera a capacidade do concreto de suportar a tração, portanto, os esforços de tração atuantes abaixo da linha neutra são suportados apenas pela seção transformada de aço.

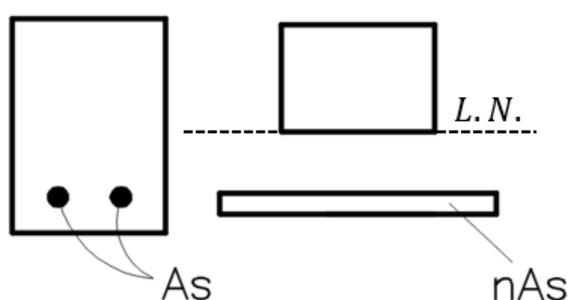


Figura 15: Seção transversal equivalente da viga de concreto armado. Fonte: O Autor (2016).

Por fim, a Equação 10 é utilizada para estimar o deslocamento vertical máximo em uma viga para ser comparado com os valores obtidos através dos outros métodos discutidos neste trabalho.

4.2 Método Simplificado Recomendado pela NBR 6118/2014

Inicialmente, deve-se ressaltar que a NBR 6118/2014 define três estádios de deformação de uma viga de concreto armado. Estes estádios foram definidos no

Capítulo 3 deste trabalho, evidenciando que o Estádio III corresponde ao estado limite último, que ocorre em situações de ações extremas, dessa forma, não é levado em consideração nas formulações deste método, pois, este estágio deve ser evitado em projetos estruturais.

Para calcular os deslocamentos verticais por este método, utiliza-se um modelo proposto por Branson (1968). Esta formulação consiste em um método semiprobabilístico, onde um valor médio para o momento de inércia é avaliado a partir de uma expressão empírica, como mostrado a seguir:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] I_{II} \quad (11)$$

em que:

I_m – Momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça;

I_I – Momento de inércia da peça no estágio I;

I_{II} – Momento de inércia da peça no estágio II puro;

M_r – Momento de fissuração do concreto;

M_{at} – Momento atuante de serviço na seção mais solicitada;

n – Índice que pode valer 3 ou 4, caso queira avaliar a viga por inteiro ou por seções, respectivamente.

Para o cálculo da rigidez à flexão equivalente de uma viga de concreto armado, a NBR 6118/2014 fez uma adaptação da fórmula de Branson (1968), chegando à seguinte expressão:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (12)$$

onde:

I_c – Momento de inércia da seção bruta de concreto, referente à seção no estágio I;

I_{II} – Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

M_a – Momento fletor na seção crítica do vão considerado;

M_r – Momento de fissuração do elemento estrutural;

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto.

A resistência à tração do concreto, como visto no item 3.2.1.3, pode ser obtida por meio de três tipos de ensaios: Tração na Flexão ($f_{ct,f}$) segundo a NBR 12142:2010; Compressão Diametral ($f_{ct,sp}$) e Tração Direta (f_{ct}) de acordo com a NBR 7222:2011. Conforme a NBR 6118/2014, na falta de ensaios para estimar a resistência axial do concreto até a classe C50, pode-se estimá-la como valor médio utilizando a Equação 13.

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (13)$$

onde o f_{ck} deve ser utilizado em MPa.

O momento de fissuração, segundo a NBR 6118/2014, pode ser calculado como segue:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct,m} I_c}{y_t} \quad (14)$$

sendo:

$\alpha = 1,2$ para seções em forma de T ou duplo T;

$\alpha = 1,3$ para seções I ou T invertido;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares;

I_c – Momento de inércia da seção bruta de concreto, referente à seção no estágio I;

$f_{ct,m}$ – Resistência média à tração do concreto;

y_t – Distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada.

O deslocamento vertical imediato máximo para vigas de concreto armado pode ser avaliado pela Equação 15, que consiste numa expressão da resistência dos materiais para uma seção transversal constante ao longo da peça.

$$v = \frac{\alpha_c M_z L^2}{(EI)_{eq}} \quad (15)$$

em que,

M_z – Momento fletor máximo ao longo da viga;

L – Vão da viga;

EI_{eq} – Rigidez equivalente;

α_c – Coeficiente que depende da condição estática do sistema considerado e do tipo de ações atuantes de acordo com a Figura 16.

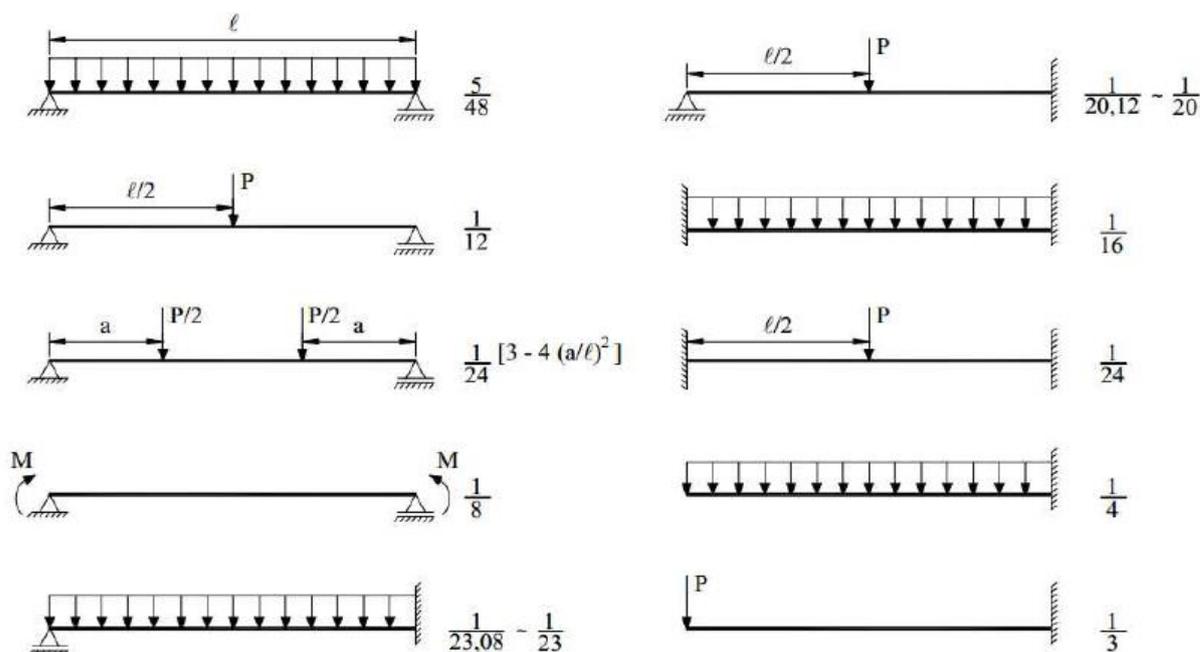


Figura 16: Valores do coeficiente α_c . Fonte: Merlin (2006).

O deslocamento vertical imediato estimado pela Equação 15 é utilizado para comparar com os valores obtidos através dos demais métodos delineados neste trabalho. Vale ressaltar que, para o cálculo dos deslocamentos verticais, a NBR 6118/2014 desconsidera a capacidade do concreto de suportar esforços internos de tração para o estágio II, enquanto considera esta capacidade no estágio I, como ilustrado pela Figura 17.

No mais, a NBR 6118/2014 sugere dois métodos diferentes para o cálculo do momento de inércia no estágio I, sendo o primeiro deles desprezando a área de aço tracionado e o segundo transformando a área de aço tracionado numa área equivalente de concreto. Para o estágio II, as áreas de aço tracionado e comprimido são convertidas em áreas de concreto equivalente. Dessa forma, este trabalho usou as duas abordagens para o estágio I, portanto, obteve-se dois resultados distintos para o deslocamento vertical imediato das vigas.

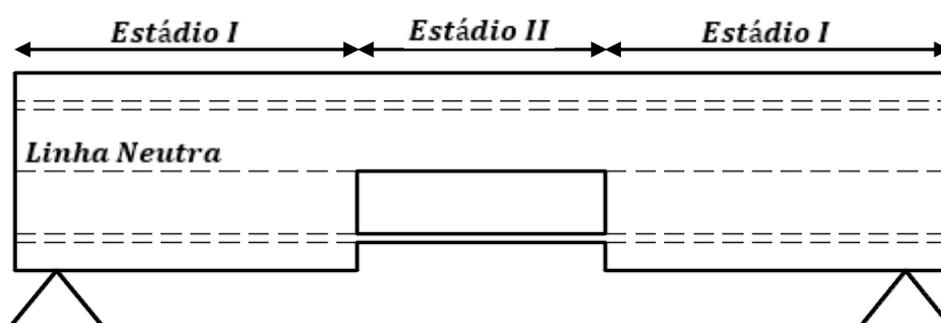


Figura 17: Condições dos estádios da viga de concreto armado. Fonte: O Autor (2016).

Entretanto, seguindo a NBR 6118/2014, a área de aço comprimida pode ser desprezada para o cálculo do momento de inércia da seção no estágio I, pois, nesta situação o concreto não apresenta nenhum dano, podendo suportar os esforços internos de compressão sem o auxílio do aço. A área de aço comprimida deve ser considerada na avaliação do momento de inércia no estágio II, devido ao estado de plastificação do concreto. Nesse contexto, analisando a Figura 18, tem-se ao lado esquerdo a seção transversal bruta de concreto para o cálculo do momento de inércia no estágio I, e ao lado direito, a seção transversal homogeneizada para o mesmo estágio.

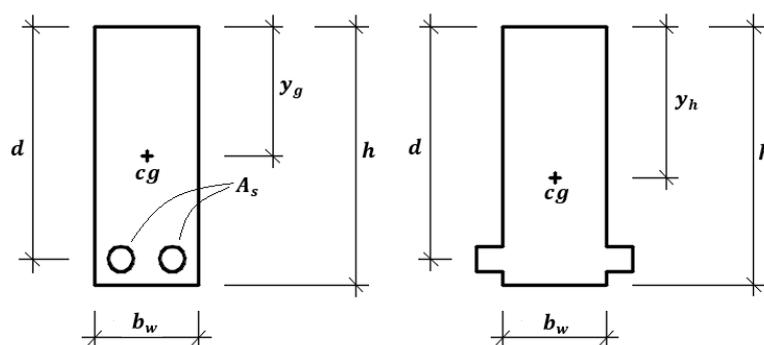


Figura 18: Seções transversais bruta e homogeneizada de uma viga retangular para o cálculo do momento de inércia no estágio I. Fonte: O Autor (2016).

Desta maneira, caso escolha-se as características da seção considerando-a formada somente por concreto para o estádio I, utiliza-se as equações da Tabela 1, como demonstrado na seção esquerda da Figura 18.

Tabela 1: Características geométricas de seções transversais retangulares no estádio I sem considerar a presença da armadura.

	Equações	Número
Área (Seção Geométrica)	$A_g = b_w \cdot h$	16
Centro de Gravidade	$y_{cg} = \frac{b_w \cdot h^2}{2 \cdot A_g}$	17
Momento de Inércia à Flexão	$I_{I,g} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$	18

Fonte: O Autor (2016).

Com o conhecimento da área de aço tracionado, pode-se considerar a seção composta somente por concreto utilizando o procedimento de homogeneização. Desse modo, para uma seção retangular, como ilustrada no lado direito da Figura 18, aplica-se as equações da Tabela 2 para a seção da viga no estádio I, na qual a área de aço tracionado está transformada em uma tira de concreto equivalente.

Tabela 2: Características geométricas de seções transversais retangulares no estádio I, com armadura tracionada homogeneizada A_s .

	Equações	Número
Área (Seção Homogeneizada)	$A_h = b_w \cdot h + A_s \cdot (n - 1)$	19
Centro de Gravidade	$y_h = \frac{b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s \cdot (n - 1) \cdot d}{A_h}$	20
Momento de Inércia à Flexão	$I_{I,h} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2}\right)^2 + A_s \cdot (n - 1) \cdot (y_h - d)^2$	21

Fonte: O Autor (2016).

No estádio II, as tensões de tração interna na maioria dos pontos abaixo da L.N. terão valores maiores que o da resistência à tração característica do concreto. Neste caso, como o concreto tracionado encontra-se fissurado, a NBR 6118/2014 admite para este estádio que a contribuição do equilíbrio de tensões interna é assegurada pelo concreto comprimido e pelas ferragens superior e inferior. Com isso, para casos

de viga com seção transversal retangular, como representado na Figura 19, a posição y_{II} da L.N. é obtida igualando-se o momento estático da seção homogeneizada a zero. Desse modo, Ghali e Favre (1986) sugere a seguinte Equação para o cálculo de y_{II} :

$$a_1 Y_{II}^2 + a_2 Y_{II} + a_3 = 0 \quad (22)$$

cuja solução é:

$$y_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3}}{2a_1} \quad (23)$$

na qual os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 valem:

$$a_1 = b_w/2 \quad (24)$$

$$a_2 = (n - 1)A_{s'} + nA_s \quad (25)$$

$$a_3 = -d'(n - 1)A_{s'} - dnA_s \quad (26)$$

Em que d' representa a distância do centro de gravidade da armadura comprimida $A_{s'}$ até à borda da seção comprimida de concreto. Com o valor de y_{II} , consegue-se calcular o momento de inércia no estágio II, assim, tem-se a seguinte equação para vigas de seção retangular homogeneizada:

$$I_{II} = \frac{b_w y_{II}^3}{3} + nA_s (y_{II} - d)^2 + (n - 1)A_{s'} (y_{II} - d')^2 \quad (27)$$

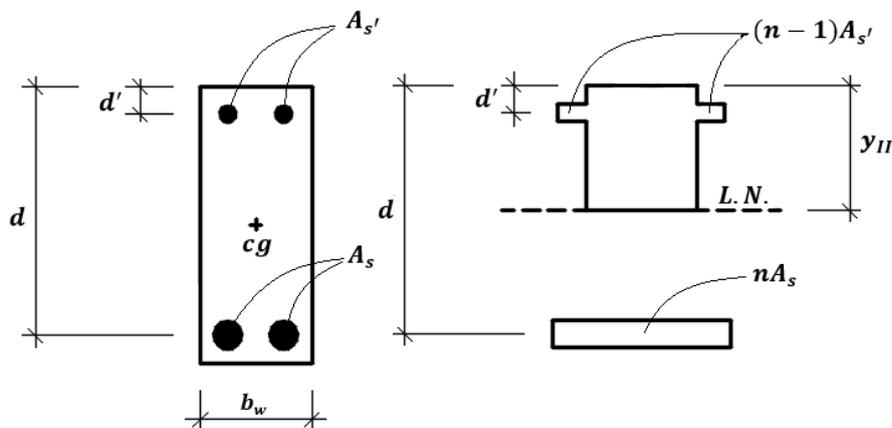


Figura 19: Seção retangular composta e homogeneizada para o cálculo do momento de inércia da seção no Estádio II. Fonte: O Autor (2016).

4.3 Método Proposto Baseado na Determinação da Região de Fissuração

Neste método, supõe-se que as hipóteses cinemáticas de Euler-Bernoulli são válidas, o que resulta numa variação linear da deformação normal (ε_{xx}) ao longo da altura da viga (y), como ilustrado na Figura 20 e de acordo com a Equação 28:

$$\varepsilon_{xx}(y) = -\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)y = -K(x)y \quad (28)$$

No entanto, a metodologia baseada para as deduções deste método parte das condições do comportamento dos materiais oriundas da mecânica tradicional. A priori, analisou-se as tensões normais (σ_{xx}) atuantes em um elemento esbelto, tais tensões são originadas de efeitos pontuais nas seções transversais. Define-se tensão normal como a razão entre o esforço normal interno (F_{xx}) e a área da seção transversal (A), conforme a Equação 29.

$$\sigma_{xx} = \frac{F_{xx}}{A} \quad (29)$$

Analogamente, ao analisar de modo infinitesimal uma região transversal do elemento submetido à esforços normais, como ilustrado na Figura 20, a Equação 29 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma_{xx} = \frac{dF_{xx}}{dA} \quad (30)$$

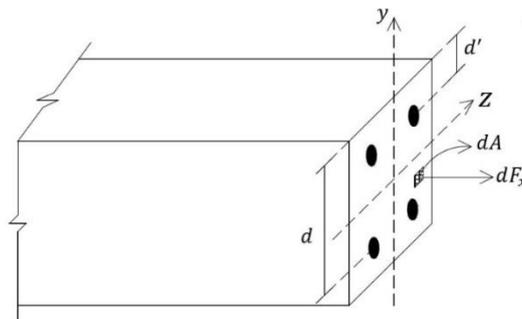


Figura 20: Análise infinitesimal de tensão normal. Fonte: O Autor (2016).

Como a viga de concreto armado é um elemento heterogêneo, necessita-se analisar a distribuição de tensões de forma individual para cada área de material composto na seção transversal. Além disso, os sentidos dos esforços normais aplicados

podem ser de tração ou compressão. Nesse contexto, pode-se expandir o somatório dos esforços normais atuantes ao longo do eixo longitudinal:

$$F_{xx} = \sum \int_{F_x} dF_{xx} = \sum \int_A \sigma_{xx} dA = \int_{A_c} \sigma_{xx}^c dA + \int_{A_{s'}} \sigma_{xx}^{s'} dA + \int_{A_s} \sigma_{xx}^s dA \quad (30)$$

onde,

A_c = Área do concreto não fissurado;

$A_{s'}$ = Área de aço superior da seção da viga;

A_s = Área de aço inferior da seção da viga;

σ_{xx}^c = Tensão normal aplicado no concreto não fissurado;

$\sigma_{xx}^{s'}$ = Tensão normal aplicado no aço superior da seção da viga;

σ_{xx}^s = Tensão normal aplicado no aço inferior da seção da viga.

A tensão normal pode ser relacionada com a curvatura utilizando-se a Equação 7 e a lei de Hooke, obtendo-se desta forma a Equação 31.

$$\sigma_{xx} = -EK(x)y \quad (31)$$

Uma das principais características desse modelo é a consideração de toda a área de concreto íntegro no estágio I e no estágio II para a distribuição de tensão, ou seja, este método estima a contribuição do concreto nas regiões da viga onde agem esforços de tração, desde que o mesmo não se encontre fissurado. Outrossim, quando a viga está submetida à esforços de flexão, surgem zonas de fissuração que se propagam tendendo à linha neutra (L.N.).

Desse modo, como pode ser vislumbrado na Figura 21, a altura transversal de concreto considerada atuante na contribuição do equilíbrio de esforços internos, equivale a $h - h' + h''$. Em que h'' delimita a região não fissurada de concreto abaixo da linha neutra, h' representa a posição da linha neutra em relação a superfície inferior da viga e h expressa a altura da seção.

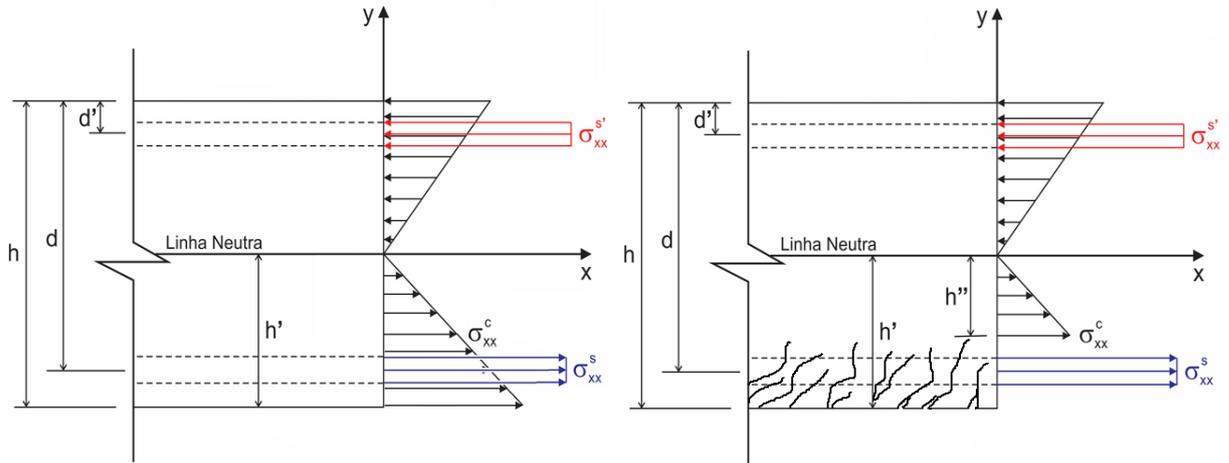


Figura 21: Diagrama de tensões propagadas na seção transversal íntegra de concreto da viga submetida a Flexão. Fonte: O Autor (2016).

Para o desenvolvimento da Equação 30, precisa-se aplicar a Equação 31 à cada elemento envolvido no sistema. Dessa forma, utilizar-se-á as seguintes equações na Equação 30.

$$\sigma_{xx}^c = -E_{cs}K(x)y_c \quad (32)$$

$$\sigma_{xx}^s = -E_sK(x)y_s \quad (33)$$

$$\sigma_{xx}^{s'} = -E_sK(x)y_{s'} \quad (34)$$

sendo,

$$y_s = -(h' - (h - d)) \quad (35)$$

$$y_{s'} = h - (h' + d') \quad (36)$$

Além disso, considerando-se as áreas de aço conhecidas e que a área de concreto não fissurada depende de h , h' , h'' e da base b da viga, a Equação 30 pode ser ampliada da seguinte forma:

$$F_{xx} = K(x) \left\{ -\frac{1}{2}E_{cs}b[h^2 - 2hh' + h'^2 - h''^2] - E_s[h - (h' + d')]A_{s'} + E_s[h' - (h - d)]A_s \right\} \quad (37)$$

Classicamente, o esforço interno normal atuante axialmente no elemento estrutural é nulo ($F_{xx} = 0$) quando resultante de carregamentos transversais. Assim, na situação em que o concreto não apresenta fissuras, ou seja, $h'' \geq h'$, é razoável admitir $h'' = h'$. Em sequência, a partir de manipulações algébricas básicas, obtêm-se a Equação 38 para a determinação da linha neutra.

$$h' = \frac{E_{cs}bh^2/2 + E_sA_s(h-d) + E_sA'_s(h-d')}{E_{cs}bh + E_s(A_s + A'_s)} \quad (38)$$

Se a seção transversal estiver fissurada, ou seja, $h'' < h'$, faz-se necessário definir o procedimento para determinar h'' . Inicialmente, verifica-se a seguinte relação para a deformação limite à tração do concreto, como pode ser observado na Figura 21.

$$\varepsilon_{LIM(T)} = K(x)h'' \quad (39)$$

Considerando uma distribuição linear da deformação normal, Equação 28, e a resistência do concreto obtida do ensaio de tração direta ($f_{ct,m}$), pode-se chegar nas seguintes expressões para a deformação limite do concreto na tração:

$$\varepsilon_{LIM(T)} = \frac{f_{ct,m}}{0,67E_{cs}} \quad (40)$$

Ressalta-se que o fator 0,67 foi estimado neste método e introduzido na Equação 40 com o intuito de converter a resistência do concreto obtida no ensaio de tração direta para a resistência à tração na flexão para vigas de concreto armado. O item 8.2.5 da NBR 6118/2014 recomenda utilizar o fator de conversão 0,7 para vigas de concreto sem a presença de armaduras, no entanto, o valor de 0,67 foi o que melhor se ajustou aos resultados experimentais apresentados na próxima seção. A partir das Equações 39 e 40, pode-se obter a seguinte expressão para h'' :

$$h'' = \frac{f_{ct,m}}{0,67K(x)E_{cs}} \quad (41)$$

Baseando-se no exposto, para a situação em que $h'' < h'$, a Equação 37 se tornará uma equação de segundo grau na variável h' com a seguinte solução:

$$h' = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (42)$$

Onde:

$$A = -E_{cs}b/2;$$

$$B = E_{cs}bh + E_s(A_s + A'_s);$$

$$C = -\frac{E_{cs}b[h^2 - (h'')^2]}{2} - E_sA_s(h-d) - E_sA'_s(h-d').$$

Dando continuidade, da mesma forma que foi feito para o esforço normal resultante, deve-se avaliar o momento fletor resultante na seção transversal da viga, como apresentado na Figura 22. Dessa forma, com base na Equação 6 e manuseando-a similarmente à Equação 30, tem-se a Equação 43.

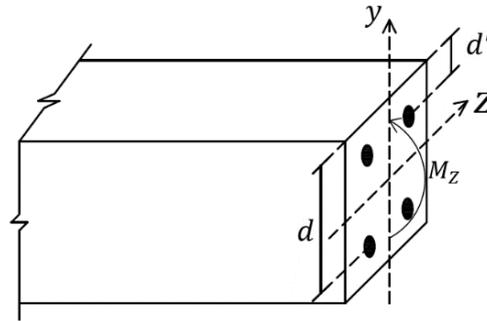


Figura 22: Momento fletor interno atuante na seção transversal da viga. Fonte: O Autor (2016).

$$M_z(x) = K(x) \left\{ \frac{1}{3} E_{cs} b [(h - h')^3 + (h'')^3] + E_{s'} (h - h' - d')^2 A_{s'} + E_s (h - h' - d)^2 A_s \right\} \quad (43)$$

Desse modo, avalia-se a curvatura em função do momento fletor interno como segue:

$$K(x) = \frac{M_z(x)}{E_{cs} b [(h - h')^3 + (h'')^3] / 3 + E_s A_s (h - h' - d)^2 + E_{s'} A_{s'} (h - h' - d')^2} \quad (44)$$

De posse da curvatura $K(x)$, pode-se obter os valores da inclinação $\theta(x)$ e, posteriormente, o deslocamento vertical $v(x)$. No entanto, devido à complexidade das expressões apresentadas acima, não foi possível resolver este problema de contorno analiticamente, logo, optou-se por utilizar o Método de Euler Melhorado (Valle, 2012). Este método consiste na discretização do domínio de análise de n pontos $(x_0, x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{n-1}, x_n)$, no qual se determina o valor de uma inclinação θ_{i+1} , conhecendo-se o valor da inclinação anterior (θ_i) , partindo-se de um valor para a inclinação (θ_0) previamente conhecido. A expressão utilizada por este método para avaliar as inclinações é a seguinte:

$$\theta_{i+1} \approx \theta_i + (x_{i+1} - x_i) \frac{\kappa_i + \kappa_{i+1}}{2} \quad (45)$$

Da mesma forma, a partir dos valores da inclinação, estima-se os deslocamentos verticais, utilizando-se do mesmo método, como pode ser observado na Equação 46.

$$v_{i+1} \approx v_i + (x_{i+1} - x_i) \frac{\theta_i + \theta_{i+1}}{2} \quad (46)$$

No mais, ressalta-se que a utilização da formulação proposta depende do emprego de um processo incremental. Em outras palavras, utilizou-se um programa computacional que avalia o avanço dos deslocamentos verticais, considerando a aplicação gradativa de cargas na viga, e supõe-se que o concreto se encontra íntegro no início da análise, ou seja, $h'' \geq h'$. No final de cada passo incremental, avalia-se h'' utilizando-se a Equação 31, e emprega-se este valor calculado para h'' no passo seguinte para a determinação do h' . Ainda neste sentido, utiliza-se conceitos de condições de contorno para estados iniciais de curvatura, inclinação e deslocamentos, de modo que o processo incremental possa ser iniciado.

Para realizar a implementação deste método, utilizou-se o software MATLAB® e foi feito um estudo da convergência da discretização das variáveis. Este estudo da convergência, destina-se a determinar a quantidade de seções que o comprimento da viga deve ser dividido, a quantidade de passos incrementais do carregamento e a taxa de incremento deste. Para este método, necessitou-se utilizar uma quantidade mínima de 2000 passos incrementais e de 2000 pontos de análise ao longo do eixo longitudinal da viga para que os resultados não divergissem. Dessa forma, encontra-se a curva dos deslocamentos verticais com um nível de precisão satisfatório.

5 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

Para analisar a eficiência dos métodos demonstrados neste trabalho, comparou-se resultados experimentais de deflexões em vigas obtidas por Baroni (2003), Gilbert e Nejadi (2004), e Simonetti (2008). Nesta seção, compara-se os resultados obtidos pelos procedimentos delineados em 5.1, 5.2 e 5.3, considerando-se os valores mensurados experimentalmente por estes autores supracitados.

5.1 Vigas Ensaçadas por Baroni (2003)

Baroni (2003) moldou seis vigas de mesmas dimensões e as submeteu a carregamentos iguais aos mostrados na Figura 23 e Tabela 3, diversificando somente as características de resistência mecânica do concreto de acordo com a Tabela 4. As vigas de nomenclaturas VT são denominadas de Viga Testemunho, as quais o concreto foi confeccionado com cimento Portland Comum, CP32. Em contrapartida, as vigas com terminologia VB e VA são as que o concreto foi produzido com cimento Branco e de Alta Resistência, respectivamente.

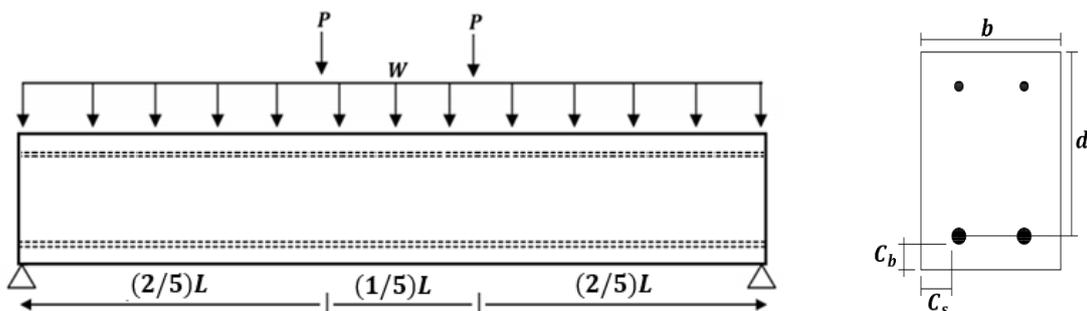


Figura 23: Carregamento e detalhamento transversal das vigas. Fonte: Baroni (2003).

Tabela 3: Detalhes das vigas de Baroni (2003).

Nº de Bar. Sup.	Nº de Bar. Inf.	ϕ (mm)	ϕ' (mm)	A_s (mm ²)	$A_{s'}$ (mm ²)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	d' (mm)	C_b (mm)	C_s (mm)	L (mm)
2	2	6,3	5	62	39	100	200	171,85	27,5	20	20	2000

Fonte: Adaptado de Baroni (2003).

Tabela 4: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Baroni (2003).

VIGA	E_s (GPa)	E_{cs28} (MPa)	f_{ck} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	W (kN/m)	P (kN)	$M_{máx}$ (kN.m)
VT1	210	20695	13,50	1,70	0,50	2,65	2,37
VT2	210	17567	13,10	1,66	0,50	2,65	2,37
VB1	210	21240	22,20	2,37	0,50	2,65	2,37
VB2	210	26547	30,10	2,90	0,50	2,65	2,37
VA1	210	37704	52,50	4,20	0,50	2,65	2,37
VA2	210	33660	51,50	4,15	0,50	2,65	2,37

Fonte: Adaptado de Baroni (2003).

Dando continuidade, a Tabela 5 evidencia a eficácia de cada método quando comparados com os resultados experimentais obtidos por Baroni (2003). Dessa maneira, ao examinar a Tabela 5, nota-se que os resultados oriundos do método proposto se aproximam consideravelmente dos valores encontrados pela NBR 6118/2014. O método proposto e o método da NBR 6118/2014 apresentaram erro relativo percentual médio (ERPM) de 35,35% e 39,46%, respectivamente. Por fim, o Método da Seção Transversal Equivalente apresentou um resultado divergente dos resultados experimentais, apresentando um ERPM de 422,73%.

Tabela 5: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Baroni (2003).

VIGA	F_i Experimental (mm)	NBR 6118/2014				Método da Seção Transversal Equivalente		Método Proposto	
		Seção Não Homogeneizada para o Estádio I		Seção Homogeneizada para o Estádio I		F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)
		F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)				
VT1	1,61	1,56	3,11	1,35	16,15	3,38	109,94	2,70	67,70
VT2	1,60	1,84	15,00	1,56	2,50	3,48	117,50	2,80	75,00
VB1	0,52	0,75	44,23	0,62	19,23	3,37	548,08	0,61	17,31
VB2	0,44	0,35	20,45	0,30	31,82	3,25	638,64	0,49	11,36
VA1	0,38	0,08	78,95	0,07	81,58	3,10	715,79	0,36	5,26
VA2	0,62	0,10	83,87	0,09	85,48	3,14	406,45	0,40	35,48
Erro Relativo Percentual Médio (%)		40,93		39,46		422,73		35,35	

Fonte: O Autor (2016).

As regiões de fissuração obtidas pelo método proposto para as vigas de Baroni (2003) podem ser vistas na Figura 24. Nas vigas VT1 e VT2 a tensão de trabalho ultrapassou a tensão limite à tração na flexão fazendo com que surjam superfícies

de fissuração, acarretando numa mudança abrupta na linha neutra. Por fim, nas demais vigas não houveram fissuras e a linha neutra permaneceu contínua longitudinalmente.

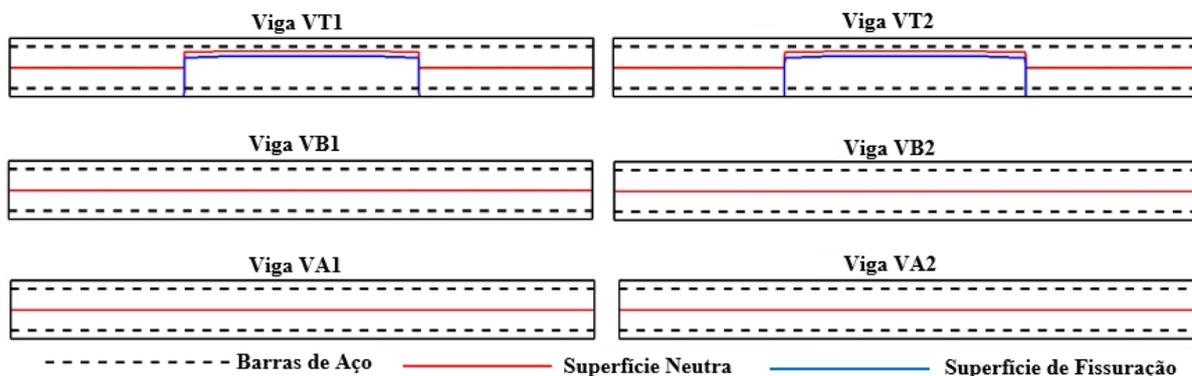


Figura 24: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Baroni (2003). Fonte: O Autor (2016).

5.2 Vigas Ensaçadas por Gilbert e Nejadi (2004)

Gilbert e Nejadi (2004) moldaram seis vigas, e analisaram a deflexão imediata e a deferida no tempo das mesmas ao submetê-las a duas cargas concentradas equidistante nos terços do vão, conforme Figura 25. Desta forma, como as vigas ensaiadas por Baroni (2003), estas também foram expostas a ações de flexão pura e estado de equilíbrio isostático por serem biapoiadas. Os aspectos dimensionais da seção transversal estão expostos na Tabela 6 e podem ser observados na Figura 25. As características de resistência mecânica das vigas e a intensidade das cargas estão expostas na Tabela 7.

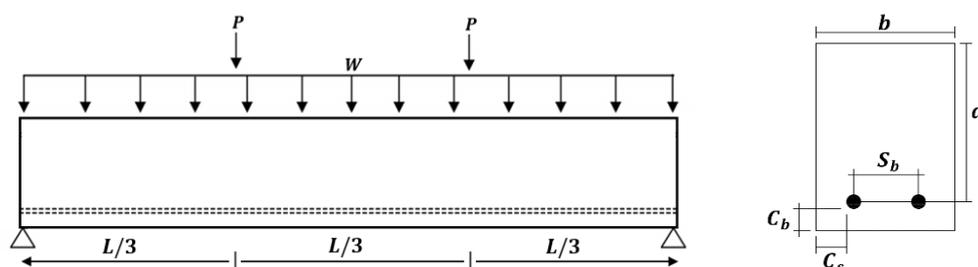


Figura 25: Configuração do carregamento longitudinal e detalhamento transversal das vigas. Fonte: Gilbert e Nejadi (2004).

Tabela 6: Detalhes das vigas de Gilbert e Nejadi (2004).

VIGA	Nº de Barras Tracionadas	\varnothing (mm)	A_S (mm ²)	b (mm)	h (mm)	d (mm)	C_b (mm)	C_s (mm)	S_b (mm)	L (mm)
B1-a	2	16	400	250	340	300	40	40	154	35000
B1-b	2	16	400	250	340	300	40	40	154	35000
B2-a	2	16	400	250	325	300	25	25	184	35000
B2-b	2	16	400	250	325	300	25	25	184	35000
B3-a	3	16	600	250	325	300	25	25	92	35000
B3-b	3	16	600	250	325	300	25	25	92	35000

Fonte: Adaptado de Gilbert e Nejadi (2004).

Tabela 7: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Gilbert e Nejadi (2004).

VIGA	E_S (GPa)	$E_{cs_{14}}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	W (kN/m)	P (kN)	$M_{m\acute{a}x}$ (kN.m)
B1-a	210	22820	18,30	2,98	2,04	18,60	24,82
B1-b	210	22820	18,30	2,98	2,04	11,80	16,89
B2-a	210	22820	18,30	2,98	1,95	18,60	24,69
B2-b	210	22820	18,30	2,98	1,95	11,80	16,75
B3-a	210	22820	18,30	2,98	1,95	27,00	34,49
B3-b	210	22820	18,30	2,98	1,95	15,20	20,72

Fonte: Adaptado de Gilbert e Nejadi (2004).

Outrossim, a Tabela 8 mostra um comparativo entre os métodos quando comparados com os resultados experimentais obtidos por Gilbert e Nejadi (2004).

Tabela 8: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Gilbert e Nejadi (2004).

VIGA	F_i Experimental (mm)	NBR 6118/2014				Método da Seção Transversal Equivalente		Método Proposto	
		Seção Não Homogeneizada para o Estádio I		Seção Homogeneizada para o Estádio I		F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)
		F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Percen. (%)				
B1-a	4,9	3,82	22,04	3,26	33,47	4,27	12,86	5,78	17,96
B1-b	2,0	1,50	25,00	1,17	41,50	2,71	35,50	2,06	3,00
B2-a	5,0	4,61	7,80	3,97	20,60	4,26	14,80	5,86	17,20
B2-b	2,1	1,94	7,62	1,47	30,00	2,71	29,05	1,97	6,19
B3-a	5,8	5,98	3,10	5,55	4,31	4,25	26,72	6,25	7,76
B3-b	2,0	2,04	2,00	1,48	26,00	2,39	19,50	2,08	4,00
Erro Relativo Percentual Médio (%)		11,26		25,98		23,07		9,35	

Fonte: O Autor (2016).

Dessa forma, ao examinar a Tabela 8, constata-se que o método proposto forneceu resultados muito próximos dos valores experimentais, apresentando um ERPM de 9,35%. O método da NBR 6118/2014 também forneceu valores relativamente próximos dos experimentais, apresentando um ERPM de 11,26%. Por fim, o Método da Seção Transversal Equivalente apresentou-se como o menos eficaz dos métodos, apresentando um ERPM de 23,07%.

As regiões de fissuração obtidas pelo método proposto das vigas de Gilbert e Nejadi (2004) podem ser vistas na Figura 26. Todas as vigas apresentaram fissuração e tiveram suas respectivas linhas neutras variando abruptamente com o surgimento da fissura. No entanto, as vigas B3-a e B3-b demonstraram regiões de fissuração mais prolongadas em relação as outras vigas.

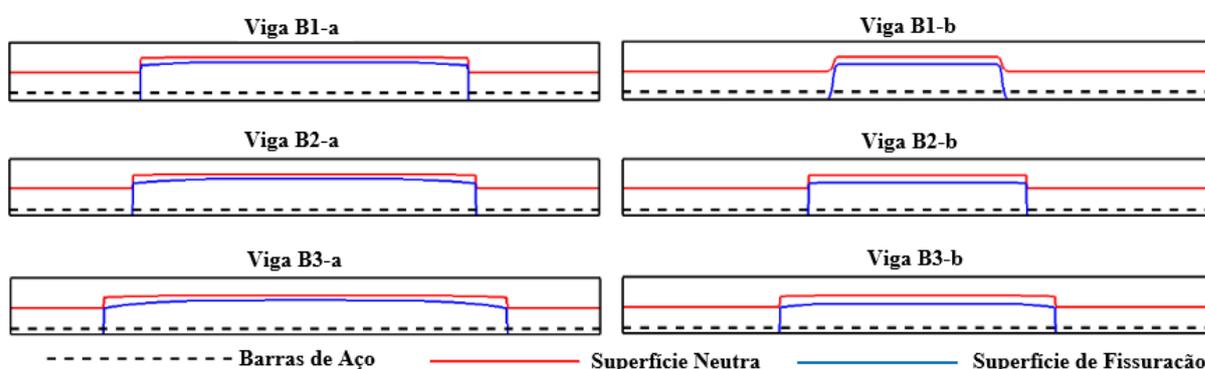


Figura 26: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Gilbert e Nejadi (2004). Fonte: O Autor (2016).

5.3 Vigas Ensaaiadas por Simonetti (2008)

Simonetti (2008) realizou ensaio em seis vigas, sendo duas delas moldadas em concreto convencional (CCV) e as outras quatro moldadas em concreto auto adensável (CAA). As vigas são denominadas de CCV-V1, CCV-V2, CAA55-V1, CAA55-V2, CAA60-V1 e CAA60-V2, de mesma proporção dimensional, conforme mostrado na Tabela 9. As condições de carregamento estudadas por Simonetti (2008) consistiu em uma força concentrada (P) de 5,5 kN, no centro do vão e um carregamento distribuído (W) de 0,45 kN/m, considerando o peso próprio da viga. A Figura 27 ilustra esta configuração de carregamento e juntamente com a Tabela 10, descrevem todas as características da viga, necessária para a realização do estudo.

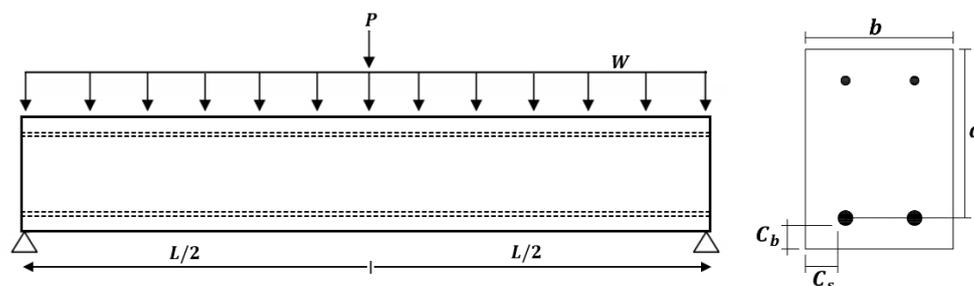


Figura 27: Configuração do carregamento longitudinal e detalhamento transversal das vigas.
Fonte: Simonetti (2008).

Tabela 9: Detalhes das vigas de Simonetti (2008).

Nº de Bar. Inf.	Nº de Bar. Sup.	\varnothing	\varnothing'	A_s	$A_{s'}$	b	h	d	C_b	C_s	L
		(mm)	(mm)	(mm ²)	(mm ²)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
2	2	6,3	5	62	39	100	180	151,85	20	20	2000

Fonte: Adaptado de Simonetti (2008).

O aspecto dissemelhante entre as vigas elaboradas por Simonetti está nas características de resistência das mesmas, como visto na Tabela 10.

Tabela 10: Carregamentos aplicados e propriedades mecânicas das vigas moldadas por Simonetti (2008).

VIGA	E_s (GPa)	E_{CS55} (MPa)	f_{ck} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	W (kN/m)	P (kN)	$M_{máx}$ (kN.m)
CCV-V1	210	29650	34,62	4,55	0,45	5,5	2,98
CCV-V2	210	30670	33,81	4,48	0,45	5,5	2,98
CAA55-V1	210	31690	33,59	4,46	0,45	5,5	2,98
CAA55-V2	210	30390	29,89	4,13	0,45	5,5	2,98
CAA60-V1	210	29810	36,73	4,73	0,45	5,5	2,98
CAA60-V2	210	34620	38,08	4,85	0,45	5,5	2,98

Fonte: Adaptado de Simonetti (2008).

Ao examinar a Tabela 11, nota-se que o método proposto mostrou ser o mais eficiente, fornecendo resultados mais próximos dos valores experimentais, apresentando um ERPM de 23,31%. O método da NBR 6118/2014, em contrapartida, apresentou um resultado mais discrepante, fornecendo um ERPM de 49,31%. Já o Método da Seção Transversal Equivalente apresentou resultados divergentes dos obtidos experimentalmente, com um ERPM de 80,21%.

Tabela 11: Comparativo das deflexões imediatas para as vigas de Simonetti (2008).

VIGA	F_i Experimental (mm)	NBR 6118/2014				Método da Seção Transversal Equivalente		Método Proposto	
		Seção Não Homogeneizada para o Estádio I		Seção Homogeneizada para o Estádio I		F_i (mm)	Erro Relativo Perce. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Perce. (%)
		F_i (mm)	Erro Relativo Perce. (%)	F_i (mm)	Erro Relativo Perce. (%)				
CCV-V1	3,08	1,32	57,14	1,16	62,34	4,60	49,35	1,94	37,01
CCV-V2	2,25	1,32	41,33	1,17	48,00	4,58	103,56	2,06	8,44
CAA55-V1	2,39	1,30	45,61	1,15	51,88	4,56	90,79	2,09	12,55
CAA55-V2	2,63	1,61	38,78	1,43	45,63	4,59	74,52	2,63	0,00
CAA60-V1	2,28	1,19	47,81	1,04	54,39	4,60	101,75	1,59	30,26
CAA60-V2	2,79	0,97	65,23	0,87	68,82	4,50	61,29	1,35	51,61
Erro Relativo Percentual Médio (%)			49,31		55,18		80,21		23,31

Fonte: Adaptado de Simonetti (2008).

As regiões de fissuração das vigas de Simonetti (2008), obtidas pelo método proposto, podem ser observadas na Figura 28. Todas as vigas apresentaram fissuração e tiveram suas respectivas linhas neutras variando abruptamente com o surgimento das fissuras. No mais, as vigas CCV-V1 e CCV-V2 apresentaram regiões de fissuração mais prolongada do que as outras vigas.

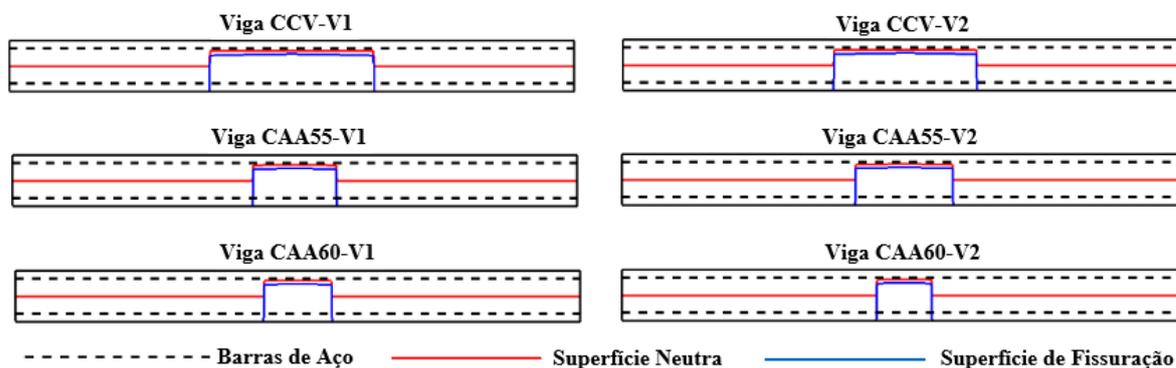


Figura 77: Região de fissuração das vigas ensaiadas por Simonetti (2008). Fonte: O Autor (2016).

Portanto, vale ressaltar que para as análises desta seção utilizou-se o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) do concreto no dia da aplicação da carga para todas as vigas analisadas. Os valores do E_{cs} foram estimados experimentalmente pelos autores utilizando-se amostras do concreto empregado na moldagem das vigas.

5.4 Discussões Gerais

De maneira geral, observa-se nas Figuras 24, 26 e 28 que a linha da superfície de fissuração, se aproxima bastante da linha neutra, em outras palavras, o método proposto assemelha-se às considerações concebidas pelo procedimento da NBR 6118/2014. Neste íterim, esperava-se que em todos os resultados experimentais, os valores da NBR 6118/2014 e do modelo proposto fossem próximos, no entanto observa-se que isso apenas ocorreu para o caso das vigas ensaiadas por Baroni (2003). Este fato pode ser facilmente explicado, pois as condições de carregamento para o modelo de Branson (1968) consistiu em um carregamento distribuído e os modelos de Baroni (2003), de Gilbert e Nejadi (2004) e de Simonetti (2008) apresentam forças concentradas, no entanto, as forças concentradas em Baroni (2003) são consideravelmente menores que as dos outros autores, caracterizando numa condição de carregamento mais próxima das condições analisadas por Branson.

Em adição, enfatiza-se que o método proposto é um modelo teórico, mas este ainda se fundamenta em processo semiprobabilístico, como é o caso da Equação 39 que foi obtida a partir da Equação 13, que por sua vez é uma fórmula semiprobabilística. Outrossim, pondera-se que todo experimento envolve erros, tanto de execução quanto de medição, o que pode acentuar ainda mais a discrepância entre os resultados desses dois métodos.

Esclarece-se que o método proposto permite estimar as regiões mais críticas da viga, em outras palavras, as regiões do concreto que apresentarão fissuras. Sabendo-se destas regiões, pode-se aplicar métodos de reforço objetivando minimizar a propagação das fissuras. Estes métodos podem ser a aplicação de materiais compósitos de resina e fibras como frisa Carneiro e Teixeira (2004), e com o conhecimento das regiões mais fissuradas pode-se saber qual região deve ser reforçada, dessa maneira, aplicam-se estes materiais de reforço de maneira econômica.

Contudo, o método proposto consiste em uma abordagem mais genérica, pois de fato o resultado obtido pelo método proposto para as vigas ensaiadas por Simonetti apresentou melhor concordância com os resultados experimentais. Dessa forma, o

método proposto pode ser empregado com maior confiabilidade para carregamentos que se diferenciam daqueles analisados por Branson (1968).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou um procedimento inovador para avaliação dos deslocamentos verticais em vigas de concreto armado. Em suma, os métodos tradicionais normatizados utilizam-se de fórmulas simplificadas que apresentam um caráter semi-empírico e estão sujeitas a erros quando aplicadas a vigas com condições de carregamento e de vinculação diferentes daquelas utilizadas nos trabalhos experimentais nos quais elas se baseiam.

Neste sentido, este trabalho propõe uma abordagem teórica para avaliação dos deslocamentos verticais, objetivando um procedimento mais genérico no que diz respeito às condições de carregamento e de vinculação. Para tanto, empregou-se um procedimento incremental, onde o carregamento é aplicado gradativamente, e a região de fissuração do concreto tracionado evolui durante a análise. Em adição, o método proposto também permite estimar a região de fissuração do concreto tracionado.

Os resultados dos deslocamentos obtidos pelo modelo proposto são comparados com valores avaliados pelas fórmulas recomendadas pela NBR 6118/2014 e pelo método da seção transversal equivalente, empregando-se como valores de referência, resultados experimentais obtidos por Baroni (2003), Gilbert e Nejadi (2004) e Simonetti (2008). A partir destas comparações, verifica-se que o desempenho do modelo proposto é satisfatório, devido a sua utilização genérica e aproximação dos resultados aos valores obtidos experimentalmente.

7 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

Apresenta-se a seguir três sugestões para trabalhos futuros nesta perspectiva, de modo a melhorar e generalizar o modelo proposto.

Primeiramente, vale lembrar que toda a formulação obtida a partir do método proposto por este trabalho, apesar de genérica em termos de configurações de carregamentos, tem sua aplicação restrita a vigas biapoiadas. À luz destas considerações, sugere-se a ampliação desta formulação para casos diferentes de vinculações, a título de exemplificação pode-se citar a ampliação desta formulação para vigas engastadas e para vigas hiperestáticas. A respeito dos procedimentos incrementais, utilizar o Método Numérico de Runge-Kutta para o modelo de avaliação desenvolvido neste trabalho, pois o mesmo apresenta uma ordem de grandeza superior ao Método de Euler Melhorado.

Outrossim, propõe-se a adaptação deste método para avaliação de deslocamentos em lajes de concreto armado. Isso permitiria aumentar a abrangência deste método em termos de aplicação em componentes estruturais. Destaca-se aqui que tal ampliação estaria condicionada às várias vinculações nas quais as lajes apresentam além de uma análise não apenas longitudinal, mas também plana dos deslocamentos.

Ademais, aventa-se uma melhoria deste trabalho quanto à influência do esforço cortante nos deslocamentos verticais das vigas. Poder-se-ia utilizar a Teoria de Vigas de Timoshenko e conseqüentemente abandonar as suposições de Euler-Bernoulli, para uma abordagem mais realista do comportamento das seções das vigas. Com isso, pode-se obter um modelo ainda mais completo e sofisticado.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVA, G. M.; **Estados Limites de Serviço Segundo a NBR 6118**. Universidade Federal de Santa Maria. Departamento de Estruturas e Construção Civil. Santa Maria - RS. 2005.

AMARAL, J. C.; **Tensões Originadas pela Retração em Elementos de Concreto em Deformação Restringida Considerando-se o Efeito da Fluência**. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica; Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica - USP. São Paulo. 2011.

ANDRADE, P. H.; **Evolução do Concreto Armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), Universidade Anhembi Morumbi. São Paulo - SP. 2006.

ANDOLFATO, R. P.; **Controle Tecnológico Básico do Concreto**. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Ilha Solteira - SP. 2002.

AOKI J. & MEDEIROS G.; **Retração - Redução de Efeito e Compensação**. Disponível em: <<http://www.cimentoitambe.com.br/retracao-reducao-de-efeito-e-compensacao/>>. Acesso em: 9 fev. 2016.

ARAÚJO, J. M.; **Modelos de Previsão da Fluência e da Retração do Concreto**. Estruturas de Concreto. 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR 6118: **Projeto de Estruturas de Concreto Armado: Procedimento**. Rio de Janeiro - RJ. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR NM 67: **Concreto - Determinação da Consistência pelo Abatimento do Tronco de Cone**. Rio de Janeiro - RJ. 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR 5738: **Moldagem e Cura de Corpos-de-Prova Cilíndricos ou Prismáticos de Concreto**. Rio de Janeiro - RJ. 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR 8522: **Concreto - Determinação do Módulo Estático de Elasticidade à Compressão**. Rio de Janeiro - RJ. 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR 8953: **Concreto para**

Fins Estruturais - Classificação pela Massa Específica, por Grupos de Resistência e Consistência. Rio de Janeiro - RJ. 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; NBR 12142: **Concreto - Determinação da Resistência à Tração na Flexão de Corpos de Prova Prismáticos.** Rio de Janeiro - RJ, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222: **Concreto e Argamassa - Determinação da Resistência à Tração por Compressão Diametral de Corpos-de-Prova Cilíndricos.** Rio de Janeiro - RJ. 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; MB 2: **Concreto - Procedimento para Moldagem e Cura de Corpos-de-Prova.** Rio de Janeiro - RJ. 2003.

BARONI, H. J. M.; **Avaliação do Comportamento dos Deslocamentos Transversais ao Longo do Tempo em Vigas de Concreto Armado não Convencional.** Tese (Pós-Graduação em Engenharia Civil). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2003.

BASTOS, P. S. S.; **Flexão Normal Simples - Vigas.** Unesp - Campus de Bauru. Departamento de engenharia Civil. Bauru - SP. 2006.

BASTOS, P. S. S.; **Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado à Força Cortante.** Unesp - Campus de Bauru. Departamento de engenharia Civil. Bauru - SP. 2015.

BASTOS, P. S. S.; **Estruturas de concreto I - Fundamentos do Concreto Armado.** Unesp - Campus de Bauru. Departamento de engenharia Civil. Bauru - SP. 2006.

BELÉNDEZ, T.; NEIPP, C. & BELÉNDEZ, A.; **Estudio de la Flexión de una Viga de Material Elástico no Lineal.** Revista Brasileira de Ensino de Física; Vol. 24, São Paulo. 2002.

BRANSON, D. E.; **Design Procedures for Computing Deflections.** ACI Journal. 1968.

CABRAL, L. C. G.; Notas de Aula (NB1:2002); **Estrutura de Concreto I**; Departamento de Engenharia Civil. (s.d.).

CARNEIRO, L. A. & TEIXEIRA, A. M.; **Aplicações de Materiais Compósitos de Resina e Fibras na Engenharia de Construção**. Instituto Militar de Engenharia. 2004.

CARVALHO, J. D. N.; **Sobre as Origens e Desenvolvimento do Concreto**. Revista Tecnológica, v. 17, n. 1, p. 19–28. 2008.

CARVALHO, R. C. & Filho, J. R.; **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado - Segundo a NBR 6118:2014**; 4ª Edição. 2014.

CINTRA, D. C. B.; **Estudo de Procedimentos de Adensamento do Concreto por Vibradores de Imersão em Obras na Grande Vitória - ES**. Anais do 55º Congresso Brasileiro de Concreto. 2013.

DINIZ, Y. A.; **A Forma do Edifício Alto - Análise de Edifícios Residenciais em João Pessoa - PB entre 1979 a 1990**. 2013.

DUMÊT, T. B.; **Estruturas De Concreto Armado I**. v. 1. 2008.

FIGUEIREDO, A. D. & NUNES, N. L.; **Retração do Concreto de Cimento Portland**. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP - Departamento de Engenharia de Construção Civil. São Paulo. 2007.

FUSCO, P.B.; **Estruturas de Concreto**. São Paulo: Mcgraw-Hill do Brasil, v. 1. 1976.

GHALI, A. & FAVRE, R.; **Concrete Structures: Stresses and Deformations**. Londres: Chapman e Hall. 1986.

GILBERT, R. I. & NEJADI, S.; **An Experimental Study of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Members Under Sustained Loads**. UNICIV Report No. R-435, School of Civil & Environmental Engineering, UNSW, Sydney. 2004.

HELENE, P.; **Controle da Resistência à Compressão do Concreto das Estruturas de Edificações e Obras de Arte**. Separata dos encartes publicados nas

Revistas A Construção. PINI. Tecnologia de Edificações. Divisão de Edificações. Agosto de 1984.

HIBBELER, R. C.; **Resistência dos Materiais**. 5ª Edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 2002.

IBRACON; **Concreto: Material Construtivo Mais Consumido no Mundo**. 2009.

MARTHA, L. F.; **Métodos Básicos da Análise de Estruturas**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio. pp. 49–68. 1996.

ISHITANI, H.; LEOPOLDO, R.; & FRANÇA, S.; **Concreto Protendido - Fundamentações Iniciais**; Escola Politécnica da USP; Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. 2002.

MEHTA, P. K. & MONTEIRO, P. J. M.; **Concreto, Estrutura, Propriedades e Materiais**. 1ª Edição. São Paulo: Pini Ltda. 1994.

MERLIN, A. J.; **Análise Probabilística do Comportamento ao Longo do Tempo de Elementos Parcialmente Pré-Moldados com Ênfase em Flechas de Lajes com Armação Treliçada**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2006.

MINDESS, S. & YOUNG, J. F.; **Concrete**. London: Prentice-Hall. 1981.

MONTARDO, J. P.; **A Retratação do Concreto**. Disponível em: <<http://www.obra24horas.com.br/artigos/revestimentos/a-retratacao-do-concreto>>. Acesso em: 01/02/2016.

MUZARDO, C. D. & PINHEIRO, L. M.; **Estrutura de Concreto** - Capítulo 14. 2004.

NASH, W. A. & POTTER, M. C.; **Resistência dos Materiais**; 5ª Ed.; Editora Bookman. 2014.

NAWY, E. G.; **Concrete Construction Engineering Handbook**. Cap. 9: Deflection of Concrete Members. 2008.

NEVILLE, A. M.; **Tecnologia do Concreto**. Editora Bookman; 2ª Edição; Porto Alegre - RS. 2013.

NEVILLE, A. M.; **Propriedades do Concreto**. Editora Bookman; 5ª Edição; Porto Alegre - RS. 2016.

PINHEIRO, L. M.; **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. Universidade de São Carlos. 2004.

PFEIL, W.; **Concreto Armado**. Editora Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro - RJ. 1989.

REVITAS TÉCNICE; **Deformações Excessivas**; 97ª Edição. Abril de 2005.

REVITAS TÉCNICE; **Sinônimo de Construção**; 137ª Edição. 2008. Endereço de Acesso: <<http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/137/sinonimo-de-construcao-como-o-brasil-tornou-se-referencia-mundial-287574-1.aspx>>. Data de Acesso: 22/12/2015.

RIZZO, G. & PIMENTEL, L. L.; **Estudo da Aderência entre Concreto com Resíduos de Construção Cinza e o Aço pelo Método Apulot**. PUC Campinas; Anais do IV Encontro de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação. 2014.

SANTINI, C. R.; **Contra-Flechas em Lajes Treliçadas**, TQS News; 22ª Edição. Janeiro de 2006.

SBIDM; **Normas Técnicas**. Universidade de Aveiro, p. 1–2. 2015.

SCHWARTZ, A.; **Concrete Breaks Down**. Disponível em: <<http://cleantechnica.com/2009/06/17/mit-researchers-discover-why-concrete-breaks-down/>>. Acesso em: 10 de Fevereiro de 2016.

SIMONETTI, C.; **Análise Teórico-Experimental da Deformação Instantânea e Lenta de Vigas de Concretos Auto-Adensáveis**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS. 2008.

SOUZA, V. C. M & RIPPER, T.; **Patologia, Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto**. 1ª Edição; Editora Pini. 1998.

SYDNEY, B. & WEST, S.; **Concrete Beam Bridges Heritage Study of Pre-1948 Concrete Beam**; History. 2005.

VANDERLEI, R. D.; **Propriedades do Concreto**. Notas de aula; Programa de Pós-Graduação em Engenharia Urbana - UEM. Maringá - PR. 2008.

VALLE, K. N.; **Métodos Numéricos de Euler e Runge-Kutta**. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Belo Horizonte. 2012.

VEIGA, K. K.; ISAIA, G. C.; GASTALDINI, A. L. G. & DELLINGHAUSEN, L. M.; **Retração Total e Penetração de Cloretos em Concretos com Cimento Portland Branco e Escória de Alto Forno**. Ambiente Construído; Porto Alegre. 2009.

WATANABE, P. S.; **Concretos Especiais - Propriedades, Materiais e Aplicações**. Relatório Final de Pesquisa. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Civil, Bauru - São Paulo. 2008.