

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MARCÍLIO FABIANO GOIVINHO DA SILVA

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DUTOS ENTERRADOS SUJEITOS
A RECALQUE OU ELEVAÇÃO LOCALIZADOS**

MACEIÓ

2012

MARCÍLIO FABIANO GOIVINHO DA SILVA

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DUTOS ENTERRADOS SUJEITOS
A RECALQUE OU ELEVAÇÃO LOCALIZADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: *Estruturas*

Orientador: Dr. Wayne Santos de Assis

Coorientadora: Dra. Viviane Carrilho Leão Ramos

MACEIÓ

2012

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Fabiana Camargo dos Santos

S586m Silva, Marcílio Fabiano Goivinho da.
Modelagem e simulação numérica de dutos enterrados sujeitos a recalque ou elevação localizados / Marcílio Fabiano Goivinho da Silva. -- 2012.
112 f. : il., tabs., graf.

Orientador: Wayne Santos de Assis.
Co-orientadora: Viviane Carrilho Leão Ramos.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil : Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2012.

Bibliografia: f. 100-103.
Anexos: f. 104-112.

1. Método dos elementos finitos. 2. Arqueamento. 3. Dutos enterrados.
4. Mohr-Coulomb – Modelo constitutivo. 5. Tresca – Modelo constitutivo.
I. Título.

CDU: 624.1:531-142.36

Universidade Federal de Alagoas
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DUTOS
ENTERRADOS SUJEITOS A RECALQUE OU ELEVAÇÃO
LOCALIZADOS**

MARCÍLIO FABIANO GOIVINHO DA SILVA

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Maceió, 02 de abril de 2012.

Prof. Dr. Wayne Santos de Assis
Orientador – CTEC/UFAL

Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
DEC/UEM



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil – PPGEC

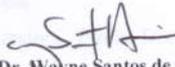


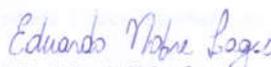
**MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DUTOS
ENTERRADOS SUJEITOS A RECALQUE OU ELEVAÇÃO LOCALIZADOS**

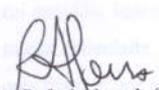
MARCÍLIO FABIANO GOIVINHO DA SILVA

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 02 do mês de abril do ano de 2012.

Banca Examinadora:


Prof. Dr. Wayne Santos de Assis
Orientador – CTEC/UFAL


Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages
CTEC/UFAL


Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
Universidade Estadual de Maringá

Campus A. C. Simões, Av. Lourival de Melo Mota, S/N
Tabuleiro do Martins – CEP 57072-970 – Maceió – Alagoas
Tel/Fax: (82) 3214-1863
E-mail: ppgec@ctec.ufal.br
Homepage: www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgec

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que participaram desse longo processo de amadurecimento profissional, que culminou nesta humilde contribuição científica. Sei que tal é impossível, e na tentativa, antecipo-me pedindo desculpas aos injustamente esquecidos. Agradeço a todos os colegas da graduação pelas mesas redondas de estudo e pela descontração nos momentos de tensão, importantíssima preparação para encarar um curso de mestrado.

Agradeço aos colegas de mestrado Catarina Nogueira de Araujo, Diogo Henrique Souza Ferraz, Emanuella Bezerra da Silva, Iran Cardoso Pontes, Marcelo Nunes de Albuquerque Gobbi, Rebecca Maria Gomes de Medeiros Barros, Ricardo Albuquerque Fernandes, Tássia Neuda de Moraes Silva e Valdeir de Sousa Galindo Júnior, cujas contribuições tornaram a empreitada menos custosa em vários sentidos.

Agradeço a todos os professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFAL pelos conhecimentos passados, em especial pelas aulas inspiradoras, que despertaram em mim a vontade de também lecionar.

Agradeço a minha coorientadora, Profa. Dra. Viviane Carrilho Leão Ramos, em especial pelas longas e elucidadoras discussões a cerca da Mecânica dos Meios Porosos.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Wayne Santos de Assis pela paciência durante as longas reuniões nos fins de tarde, pelo inestimável conhecimento transmitido e pela seriedade com que conduziu sua tutoria. Lições importantes que carregarei comigo para além do ambiente acadêmico.

Sinto-me muito feliz de declarar aqui a minha infinita gratidão aos meus pais: Dona Margarida e Seu Francisco. Maiores exemplos de honestidade, companheirismo e força de vontade que eu já vi. Desde sempre fui apoiado, independente do caminho que eu resolvesse seguir, para eles o importante era a minha felicidade. Quando eu for pai, tentarei fazer pelo meu filho exatamente o que os meus pais fizeram por mim.

Agradeço, finalmente, a Deus (...).

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais
voltará ao seu tamanho original."

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho discute os aspectos gerais da modelagem e da simulação numérica de um modelo físico através do método dos elementos finitos. Para tanto, utiliza-se o software comercial Abaqus, uma ferramenta consagrada pela comunidade acadêmica, que é utilizado frequentemente para simulação de materiais geotécnicos, inclusive para o estudo de tubulações enterradas. O modelo numérico estudado é o de uma caixa de areia provida de um alçapão que pode mover-se verticalmente. As simulações, quando consideram a presença do duto, buscam avaliar as deflexões do duto, e quando o duto não é inserido na modelagem, visam o estudo do arqueamento do solo, considerando, nos dois casos, a movimentação ascendente e descendente do alçapão. O modelo físico contribui fornecendo dados que alimentam os modelos constitutivos, o que permite a comparação entre os resultados das simulações numéricas e o comportamento real dos materiais, possibilitando ajustes quando necessário. São analisados modelos numéricos com relação constitutiva elástico linear e elastoplástico (segundo o critério de Mohr-Coulomb) para o solo; elástico linear e elastoplástico (utilizando o critério de Tresca) para o duto. Os resultados mostram que apesar de o modelo de Mohr-Coulomb apresentar resultados melhores do que o modelo elástico linear, essa relação constitutiva elastoplástica não simula a variação da compactidade de maciços arenosos, quando em escoamento. O modelo de Mohr-Coulomb contempla uma variação controlada de volume no escoamento, o qual é empregado em regiões do maciço submetidas a grandes deformações. Nas demais regiões do maciço, é utilizado um modelo elástico linear. Para as solicitações empregadas nas simulações, não são observadas deformações plásticas no duto.

Palavras chave: Métodos dos Elementos Finitos. Arqueamento. Dutos Enterrados. Mohr-Coulomb. Tresca.

ABSTRACT

This work discusses general aspects of modeling and numerical simulation of a physical model using the finite element method. For this purpose, is used the commercial software Abaqus, a tool very used by the academic community, which is often used for simulation of geotechnical materials, including the study of buried pipes. The numerical model studied is a sandbox provided with a trapdoor that can move vertically. The simulations, when considering the presence of the pipe, seek to evaluate the deflections of the pipe, and when the pipe is not inserted in the model, aim the study of soil arching, considering, in both cases, moving up and down of the trapdoor. The physical model contributes providing data that supply the constitutive models, allowing comparison between the result of numerical simulations and the real behavior of the materials, permitting adjustment when necessary. The numerical models are analyzed with linear elastic and elastoplastic constitutive relations (according to the Mohr-Coulomb criteria) for the soil; and linear elastic and elastoplastic (Tresca criteria) for the pipe. The results shows that although the Mohr-Coulomb model provide better results than the linear elastic model, this elastoplastic constitutive relation does not simulate the variation of the compacity of sand, when in yielding. The model of Mohr-Coulomb includes a controlled variation of volume in the yielding in regions of massif subjected to large deformations. A linear elastic model was used in the other regions of massif. For sollicitations used in the simulations, are not observed plastic deformations in the pipe.

Keywords: Finite Elements Method. Arching. Buried Pipes. Mohr-Coulomb. Tresca.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Caixa de testes utilizada por Costa (2005): a) vista lateral; b) vista frontal 19
Figura 2	– Caixa de testes do Laboratório de Geotecnia da UFAL; a) vista frontal; b) vista lateral.....	20
Figura 3	– Resultado do experimento de Terzaghi para um deslocamento descendente do alçapão de 1%B.....	24
Figura 4	– Variação da tensão vertical com o deslocamento do alçapão 25
Figura 5	– Tipos de arqueamento 26
Figura 6	– Ensaio uniaxial de uma barra metálica.....	30
Figura 7	– Superfícies de escoamento, potencial plástico e lei de fluxo.....	31
Figura 8	– Modelo de endurecimento isotrópico.....	33
Figura 9	– Modelo de endurecimento cinemático 33
Figura 10	– Ausência de endurecimento 34
Figura 11	– Círculo de Mohr para estado triaxial de tensões 34
Figura 12	– Superfície de plastificação de Tresca.....	36
Figura 13	– Superfície de plastificação de von Mises 38
Figura 14	– Envoltória dos círculos de Mohr das tensões efetivas 39
Figura 15	– Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb.....	41
Figura 16	– Círculo de Mohr das deformações plásticas.....	43
Figura 17	– Relação entre as funções de escoamento e de potencial plástico.....	44
Figura 18	– Região plástica ao redor de uma cavidade cilíndrica expandida por uma pressão interna uniformemente distribuída.....	46
Figura 19	– Região plástica ao redor de uma cavidade cilíndrica contraída por uma pressão externa uniformemente distribuída 47
Figura 20	– Exemplo de modelagem do duto submetido a uma pressão externa – dois elementos ao longo da espessura 51

Figura 21 – Espectro de resposta da magnitude das deformações plásticas (PEMAG) para um exemplo de discretização com 6 elementos com interpolação quadrática ao longo da espessura do duto	52
Figura 22 – Tensões circunferenciais normalizadas ao longo da espessura para discretizações com um número ímpar de elementos e elementos finitos com função de forma linear	53
Figura 23 – Tensões circunferenciais normalizadas ao longo da espessura para discretizações com um número ímpar de elementos e elementos finitos com função de forma quadrática	53
Figura 24 – Comportamento da tensão radial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma linear	55
Figura 25 – Comportamento da tensão radial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma quadrática.....	55
Figura 26 – Erro na obtenção dos valores da tensão radial normalizada	56
Figura 27 – Comportamento da tensão circunferencial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma linear	56
Figura 28 – Comportamento da tensão circunferencial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma quadrática.....	57
Figura 29 – Erro na obtenção dos valores da tensão circunferencial normalizada.....	57
Figura 30 – Erro na obtenção dos valores da tensão σ_z/Y ao longo da fronteira plástica....	59
Figura 31 – Erro na obtenção dos valores da tensão equivalente de Tresca ao longo da fronteira plástica.....	59
Figura 32 – Solução analítica do arqueamento para um estado plano	60
Figura 33 – Comportamento simulado das tensões verticais normalizadas ao longo de uma trajetória horizontal	62
Figura 34 – Comparação entre a solução analítica e a solução no Abaqus	63
Figura 35 – Partições do solo	64
Figura 36 – Exemplo de refinamento levando-se em conta a concentração de tensões	64
Figura 37 – Discretização da caixa e o alçapão, respectivamente.....	65
Figura 38 – Elementos constituintes de um corpo rígido	65

Figura 39 – Simulação de arqueamento passivo sem o duto.....	68
Figura 40 – Disposição das células de tensão total (I_n) na base da caixa de testes de - medidas em milímetros	68
Figura 41 – Trajetórias 1, 2 e 3 de análise de tensões verticais.....	69
Figura 42 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento passivo - modelo elástico linear	70
Figura 43 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento passivo - modelo elastoplástico.....	71
Figura 44 – Magnitude de deformações plásticas normalizada no arqueamento passivo - detalhe da zona cisalhante.....	72
Figura 45 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento passivo - modelo elástico linear	73
Figura 46 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento passivo - modelo elastoplástico.....	73
Figura 47 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elástico linear.....	74
Figura 48 – Espectro de resposta das tensões verticais normalizadas - detalhe da região de concentração de tensões verticais	75
Figura 49 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elastoplástico	75
Figura 50 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elástico linear.....	76
Figura 51 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elastoplástico	77
Figura 52 – Tensões verticais ao longo da trajetória 1 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	78
Figura 53 – Tensões verticais ao longo da trajetória 2 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	79
Figura 54 – Tensões verticais ao longo da trajetória 3 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	79
Figura 55 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento ativo - modelo elástico linear	81

Figura 56 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento ativo - modelo elastoplástico.....	81
Figura 57 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento ativo - modelo elástico linear	82
Figura 58 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento ativo - modelo elastoplástico.....	83
Figura 59 – Magnitude de deformações plásticas normalizada no arqueamento ativo - detalhe da zona cisalhante	83
Figura 60 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elástico linear.....	84
Figura 61 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elastoplástico	84
Figura 62 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elástico linear.....	85
Figura 63 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elastoplástico	86
Figura 64 – Tensões verticais ao longo da trajetória 1 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	87
Figura 65 – Tensões verticais ao longo da trajetória 2 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	87
Figura 66 – Tensões verticais ao longo da trajetória 3 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico.....	88
Figura 67 – Terminologia adotada para a identificação dos locais da seção transversal duto	89
Figura 68 – Deformada da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem	90
Figura 69 – Limites de execução de duto enterrado devido à pressão externa do solo.....	91
Figura 70 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada $\delta/B=2\%$ - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	92
Figura 71 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada $\delta/B=4\%$ - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	93

Figura 72 – Formatos típicos adquiridos por tubos flexíveis após carregamento	94
Figura 73 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada ($\delta/B=2\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem	95
Figura 74 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada ($\delta/B=4\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	95
Figura 75 – Coeficientes de deflexão global dos modelos físico e numérico submetidos a elevação localizada	96
Figura 76 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=1\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	97
Figura 77 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=50\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	97
Figura 78 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=1\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	98
Figura 79 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=50\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem.....	98
Figura 80 – Coeficientes de deflexão global dos modelos físico e numérico submetidos a perda de apoio localizada.....	99
Figura 81 – Relação pressão- <i>clearance</i> para o contato " <i>hard</i> "	107
Figura 82 – Nós escravos interagindo com uma superfície master bidimensional	108
Figura 83 – Lógica do algoritmo de contato	111

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0	Raio interno inicial do duto.
a_{pp}	Distância entre cume do cone do potencial plástico (Mohr-Coulomb) e a origem do espaço das tensões efetivas principais.
b	Raio externo atual do duto.
B	Largura do alçapão
B'	Largura da vala.
b_0	Raio externo inicial do duto.
c	Coesão.
c_0	Raio da fronteira plástica da seção do duto.
CDG	Coefficiente de deflexão global.
d	Deflexão do duto.
D	Constante de integração da equação de equilíbrio das tensões em um elemento infinitesimal de duto.
d_T	Deflexão do duto.
$d\lambda$	Índice de escoamento.
e	Espessura do duto.
E	Módulo de elasticidade.
f	Função de plastificação.
f_τ	Tensão tangencial máxima.
G	Módulo de elasticidade transversal.
H	Altura de instalação do duto.

I_1	Primeiro invariante de tensões.
I_2	Segundo invariante de tensões.
I_3	Terceiro invariante de tensões.
J	Invariante de tensões desviadoras.
J_c	Invariante de tensões desviadoras do estado corrente de tensões.
J_2	Segundo invariante de tensões desviadoras.
k	Coefficiente de empuxo ativo.
Nel_c	Número de elementos finitos da malha dispostos circunferencialmente.
Nel_R	Número de elementos finitos da malha dispostos radialmente.
p	Pressão solicitante no duto.
p'	Tensão efetiva média.
p_c'	Tensão efetiva média no estado corrente de tensões.
q	Carregamento distribuído no topo da vala.
r	Coordenada raio.
S_u	Resistência última ao cisalhamento em condição não drenada.
u	Deslocamento radial genérico.
Y	Tensão de escoamento.
α	Parâmetro de resistência ao cisalhamento dos solos.
γ	Peso específico do solo.
δ	Deslocamento do alçapão.
$\Delta\gamma^p$	Incremento deformação cisalhante plástica.

$\Delta \varepsilon_i^p$	Incremento deformação plástica.
ε_{ij}	Componente genérico do tensor de deformações.
ε_{ij}^e	Parcela elástica do tensor de deformações.
ε_{ij}^p	Parcela plástica do tensor de deformações.
ε_z	Deformação longitudinal.
θ	Ângulo de atrito interno.
θ_{cv}	Ângulo de atrito do estado crítico.
θ_L	Ângulo de Lode.
θ_{Lc}	Ângulo de Lode do estado corrente de tensões.
λ_1	Primeira constante de Lamé.
λ_2	Segunda constante de Lamé.
μ	Dilatância.
ν	Coefficiente de Poisson.
σ_h	Tensão horizontal.
σ_r	Tensão radial.
σ_T	Tensão equivalente de Tresca.
σ_v	Tensão vertical.
σ_{vM}	Tensão equivalente de von Mises.
σ_{yy}	Componente do tensor de tensões.
σ_z	Tensão longitudinal.
σ_θ	Tensão circunferencial (ou tangencial).

σ'_f Tensão normal efetiva.

τ_f Tensão cisalhante efetiva.

τ_{max} Tensão cisalhante máxima.

ψ Potencial plástico.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	18
1.1	Objetivos	20
1.2	Metodologia	21
1.3	Organização do texto	22
2	ARQUEAMENTO	23
3	ELASTOPLASTICIDADE	28
3.1	Componentes do tensor de deformação	28
3.2	Lei de elasticidade	28
3.3	CrITÉrio de escoamento	29
3.4	Potencial plástico	31
3.5	Lei de fluxo	32
3.6	Lei de endurecimento	32
3.7	Modelos para materiais puramente coesivos	34
3.7.1	CrITÉrio de escoamento de Tresca.....	34
3.7.2	CrITÉrio de escoamento de Huber-von Mises.....	36
3.8	Modelos para materiais coesivos friccionais	38
3.8.1	CrITÉrio de Mohr-Coulomb.....	38
4	ESTUDO DO REFINAMENTO	46
4.1	Estudo do refinamento da malha da espessura do duto	46
4.1.1	Análise.....	52
4.2	Estudo do refinamento circunferencial da malha do duto	58
4.3	Análise do arqueamento	60
4.4	Discretização da malha do solo	63
4.5	Discretização da malha da caixa e do alçapão	65
5	ESTUDO DAS TENSÕES VERTICAIS SEGUNDO A MOVIMENTAÇÃO DO ALÇAPÃO	67
5.1	Arqueamento Passivo	69

5.1.1	Comportamento das tensões verticais na superfície do alçapão	69
5.1.2	Comportamento das tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão	72
5.1.3	Comportamento das tensões verticais fora do alçapão	74
5.1.4	Comportamento das tensões verticais ao longo das trajetórias 1, 2 e 3 em arqueamento passivo	77
5.2	Arqueamento ativo	80
5.2.1	Comportamento das tensões verticais na superfície do alçapão	80
5.2.2	Comportamento das tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão	82
5.2.3	Comportamento das tensões verticais fora do alçapão	84
5.2.4	Comportamento das tensões verticais ao longo das trajetórias 1, 2 e 3 em arqueamento ativo	86
6	ESTUDO DAS DEFLEXÕES NO DUTO SEGUNDO A SOBRECARGA NO TOPO DA VALA E A MOVIMENTAÇÃO DO ALÇAPÃO	89
6.1	Influência da sobrecarga	89
6.2	Sistema solo-duto submetido a elevação localizada	92
6.3	Sistema solo-duto submetido a perda de apoio localizada	96
	ANEXO A – Modelagem do contato no software Abaqus	106
A.1	Comportamento do contato normal das superfícies	106
A.2	Contato com deslizamento relativo de superfícies	107
A.3	Formulação do contato	110
A.4	Propriedades das Interações de contatos	112

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

No século passado o estudo da estabilidade, bem como métodos de dimensionamento, de estruturas enterradas foram intensamente explorados. Uma das contribuições mais marcantes foi a teoria de Marston-Spangler (desenvolvida no início da década de 1920), cuja demonstração garante que a carga de solo sobre uma canalização enterrada é grandemente afetada pelas condições de execução desta, e não apenas pela profundidade da vala (CHAMA e FIGUEIREDO, 2002).

Com o passar do tempo, dutos cada vez mais flexíveis, como os poliméricos, começaram a ganhar espaço e também viraram objetos de intensos estudos por razões técnicas e econômicas. O baixo peso próprio desses dutos e a imunidade à corrosão aliam-se a uma baixa rugosidade, o que garante uma redução significativa no diâmetro desses. No entanto, a redução da seção transversal expõe essas estruturas à ruptura por flambagem, observadas e estudadas inicialmente por Forrestal e Herrmann (1965).

Segundo Costa (2005), as décadas de 1980 e 1990 foram marcadas por um grande volume de trabalhos envolvendo dutos plásticos. Muitos trabalhos experimentais e numéricos têm sido conduzidos com o objetivo de estudar o comportamento desses dutos mediante diversos fatores como, por exemplo, a altura de cobertura (KATONA, 1988), tipo de solo (ROGERS, 1988) e grau de compactação (CONRAD *et al.*, 1998).

Nos últimos anos, o custo de implantação e o aumento da demanda por transporte de produtos como petróleo e derivados através de dutos enterrados têm impulsionado o desenvolvimento de novas técnicas executivas e estratégias de monitoração, além de modelos de previsão capazes de aprimorar o dimensionamento dessas estruturas.

Com a descoberta das províncias petrolíferas do pré-sal, o Brasil figurará entre os maiores produtores de petróleo e gás do mundo, no entanto, ainda dispõe de uma malha dutoviária deficitária. Esse salto na produção tornará indispensável uma reestruturação da logística de transporte desses produtos.

Quanto aos aspectos técnicos, ainda há a necessidade de se conhecer melhor o funcionamento do sistema solo-duto, que ainda conta com relações empíricas como base de cálculo. Essa situação está mudando graças ao aumento da capacidade de processamento dos computadores, que tem permitido a realização de análises de modelos cada vez mais complexos por aproximações numéricas de grande precisão. A estrutura heterogênea do solo e a interação solo-duto ainda são os maiores entraves na análise mecânica desse tipo de sistema, carecendo de uma abordagem mais detalhada.

O modelo físico deste trabalho é o utilizado por Costa (2005) (Figura 1), o qual é constituído basicamente por uma caixa metálica provida de um alçapão móvel no centróide do seu fundo. As dimensões internas da caixa são 1,40 x 0,56 x 0,56 m. O alçapão é acionado manualmente através de uma manivela, que o faz subir ou descer, conforme o tipo de ensaio que se deseja realizar. O alçapão possui 0,30 m de comprimento e 0,10 m de largura. Um carregamento distribuído pode ser aplicado ao solo através de um colchão de ar controlando-se a pressão do ar injetado.

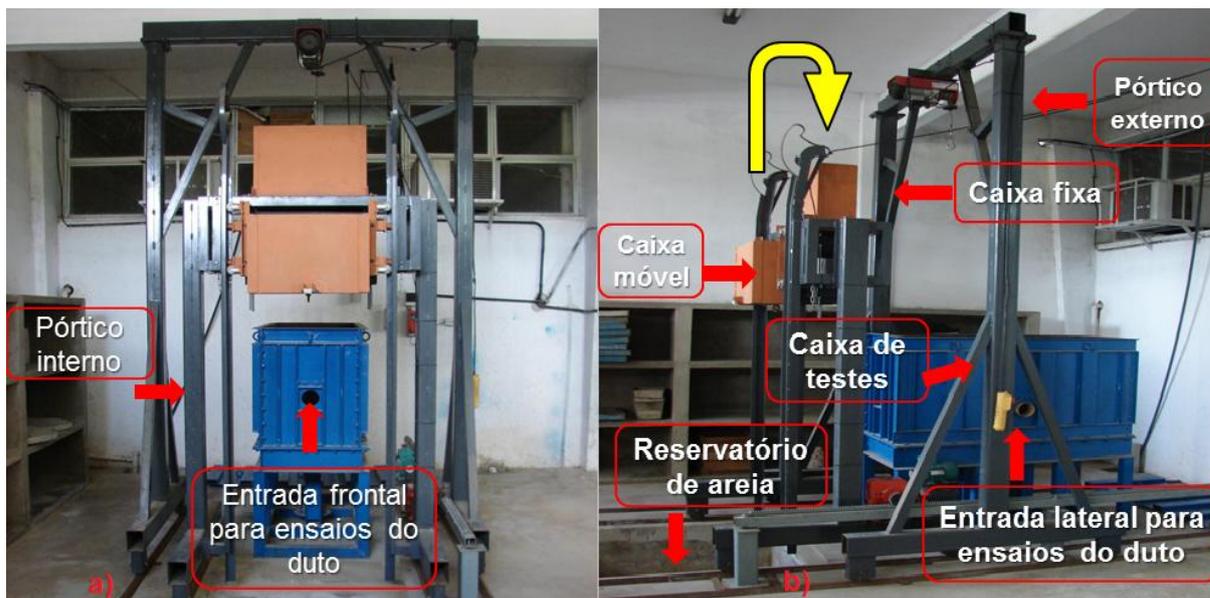
Figura 1 – Caixa de testes utilizada por Costa (2005): a) vista lateral; b) vista frontal



Fonte: Adaptado de Costa (2005)

O Laboratório de Geotecnia da Universidade Federal de Alagoas também possui uma caixa de testes similar (Figura 2), com dimensões ligeiramente diferentes. Essa caixa é uma ferramenta integrante do projeto Risco Duto.

Figura 2 – Caixa de testes do Laboratório de Geotecnia da UFAL; a) vista frontal; b) vista lateral



Fonte: Autor desta dissertação (2012).

Com o modelo numérico desenvolvido, a partir do modelo físico de Costa (2005), é possível identificar e avaliar parâmetros importantes, como o deslocamento do alçapão necessário para se conseguir uma determinada mobilização das tensões, a altura adequada de instalação do duto, e outros. Esses parâmetros são avaliados de forma paramétrica e poderão ser aplicados ao modelo físico da Universidade Federal de Alagoas, servindo de ponto de partida para outros estudos.

1.1 Objetivos

As atividades aqui realizadas visam o desenvolvimento de um modelo numérico capaz de prever o comportamento mecânico de um sistema solo-duto em situação de arqueamento, desencadeada pela perda de apoio ou elevação localizados. O modelo físico de Costa (2005) fornece estimativas dos parâmetros físicos e afere os resultados do modelo numérico, na tentativa de se reduzir os erros de modelagem oriundos da análise numérica de materiais geotécnicos.

Este trabalho é dividido em etapas que abrangem o estudo de modelos teóricos e o domínio da ferramenta Abaqus (HOBBIT *et al.*, 2003a e 2003b), bem como o estudo de modelos constitutivos, conforme apresentado a seguir:

- Estudo dos modelos teóricos de arqueamento;

- Estudo dos modelos analíticos do comportamento plástico de tubos cilíndricos;
- Estudo dos aspectos gerais de simulações estáticas realizadas no Abaqus;
- Estudo dos modelos de contato disponíveis no Abaqus;
- Estudo dos modelos constitutivos elastoplásticos de materiais geotécnicos (Mohr-Coulomb);
- Estudo dos modelos constitutivos elastoplásticos de materiais dúcteis (Tresca e von Mises);

1.2 Metodologia

Na condução deste trabalho utiliza-se para a solução do modelo numérico o método dos elementos finitos. Para o refinamento da malha de elementos ao longo da espessura da parede do duto utiliza-se uma solução analítica, com a qual se avalia a qualidade da discretização. Quanto à discretização da malha do solo, adota-se como parâmetro de controle a minimização das descontinuidades no campo de tensões verticais do modelo.

O modelo físico de Costa (2005) fornece os parâmetros que alimentam os modelos constitutivos e os resultados experimentais, com os quais se pode verificar a eficiência do modelo numérico e, posteriormente, proceder com os ajustes dos modelos constitutivos e dos modelos de contato, se necessários.

Para a modelagem dos materiais que constituem a caixa de testes e o alçapão, utiliza-se um modelo disponível no Abaqus denominado discreto rígido. Esse é um modelo que é tipo placa (*shell*) rígida, que interage no contato com outras partes do modelo, mas que não exhibe espectro de resposta, pois não é submetido à análise. Esse é um aspecto positivo, visto que a adoção desse tipo de modelo implica em uma economia computacional. Sua adoção é justificável pelo fato de que na construção da caixa e do alçapão físicos, foram tomadas medidas para se evitar a influência da deformação desses componentes na resposta do sistema solo-duto. A principal medida tomada foi a adoção de perfis metálicos de elevada rigidez na direção das tensões mais elevadas.

A análise do modelo numérico é feita mediante a captação da resposta mecânica ao longo de trajetórias estrategicamente traçadas, e pela criação de históricos de variáveis de

resposta em pontos igualmente estratégicos, relacionados com a localização das células de tensão total no modelo físico.

1.3 Organização do texto

Esse trabalho é composto de seis seções e um anexo.

Na presente seção é destacada a relevância do tema, objetivos e metodologia aplicada no seu desenvolvimento.

Na seção 2 é apresentada uma breve revisão do fenômeno do arqueamento, passando pelos fatores de desencadeamento, pela problemática da interação solo-duto e pelos principais pesquisadores que trabalharam com esse tema.

Na seção 3 são revisados os principais conceitos relacionados à plasticidade, que são primordiais para a compreensão dos modelos constitutivos aqui tratados. Também são discutidos os aspectos gerais dos modelos constitutivos de Tresca, von Mises e Mohr-Coulomb.

Na seção 4 são mostrados os resultados do estudo do refinamento da malha de elementos finitos do duto na direção radial e circunferencial. Também são discutidos os aspectos responsáveis pela escolha da discretização da malha do solo, da caixa e do alçapão.

Na seção 5 são apresentados os resultados das simulações numéricas do sistema solo-caixa-alçapão, onde é discutido o efeito do arqueamento no solo mediante a movimentação do alçapão.

Na seção 6 são apresentados os resultados das simulações com a presença do duto, onde são feitas as análises da influência do tipo de arqueamento sobre as deflexões do duto.

No Anexo A é mostrado o funcionamento do algoritmo responsável pela modelagem do contato no Abaqus. Também são discutidos os aspectos gerais dos principais modelos de contato disponíveis no Abaqus.

2 ARQUEAMENTO

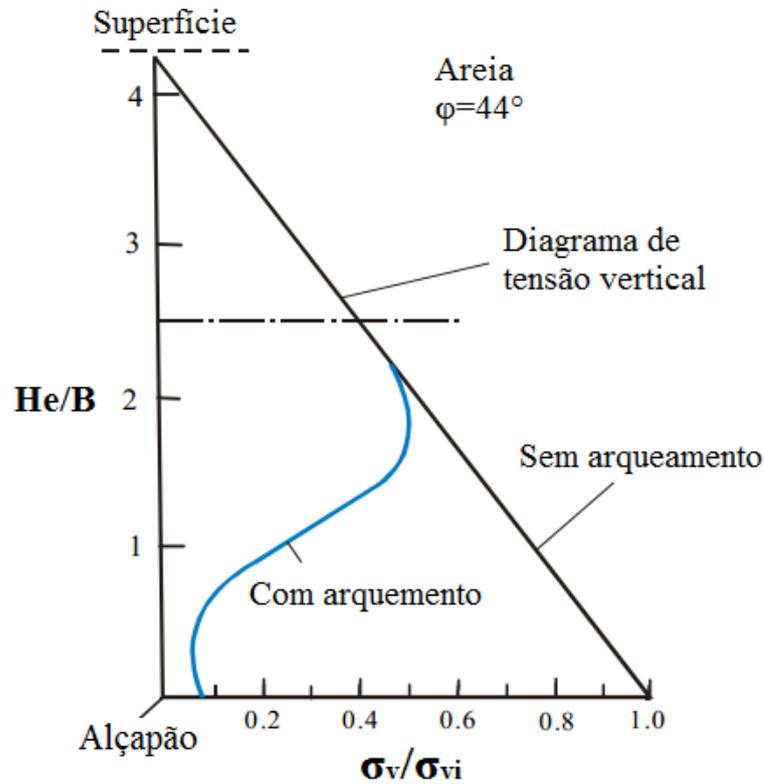
Ao se abrir uma vala para instalação de um duto, mesmo que o preenchimento seja feito com o material escavado, a resposta estrutural é fortemente alterada pela mudança de compacidade em solos arenosos; e pela mudança da consistência e do estado de agregação dado pela quebra das ligações a nível microscópico em materiais argilosos. Essa situação torna-se ainda mais relevante quando se abre uma vala em um local de solo com porções argilosas, a qual será preenchida com uma areia pura, situação frequentemente encarada em projetos dessa natureza.

A interação mecânica presente na interface de materiais distintos (solo-solo e solo-duto) e confinados revela uma complexa interação tridimensional, com uma total mudança na distribuição das tensões (COSTA, 2005) no solo. Mediante esta nova configuração, o duto poderá experimentar esforços longitudinais, transversais e circunferenciais de elevada magnitude, podendo inclusive, eventualmente, sofrer ruptura. Essa mudança da resposta estrutural é conhecida como arqueamento.

Uma análise apropriada do comportamento do sistema torna-se impossível sem a compreensão do fenômeno (ALLGOOD, 1964). Por isso, o arqueamento tem sido fruto de várias investigações como as de Marston (1930), Spangler (1948), Luscher e Höeg (1965), Nielson (1967), Getzler et al. (1968), Watkins (1975), Burghignoli (1981), Bulson (1985), Handy (1985), Sloan et al. (1990), Ono e Yamada (1993), Mckelvey III (1994), Dancygier e Yankelevsky (1996), Santichaiant (2002) e Chevalier (2009). Dentre essas, destaca-se a de Terzaghi (1936) e a McNulty (1965), que realizaram experimentos de grande relevância. Os trabalhos desses dois últimos são apresentados de maneira sucinta a seguir.

Terzaghi (1936) realizou um estudo sobre a influência da movimentação vertical de um alçapão horizontal na distribuição das tensões verticais (ao alçapão poder-se-ia aplicar deslocamentos prescritos de $1\%B$ a $7\%B$). A análise foi feita ao longo da profundidade de uma caixa preenchida com areia cuja base era provida de um alçapão com o comprimento muito maior que a sua largura (COSTA, 2005), buscando ,tanto quanto possível, similaridade com um estado plano de deformação. Na Figura 3 a tensão vertical σ_v encontra-se normalizada pelo peso do maciço σ_{vi} a uma dada altura H_e , medida a partir da base do alçapão; já a altura H_e encontra-se normalizada pela largura do alçapão B .

Figura 3 – Resultado do experimento de Terzaghi para um deslocamento descendente do alçapão de $1\%B$



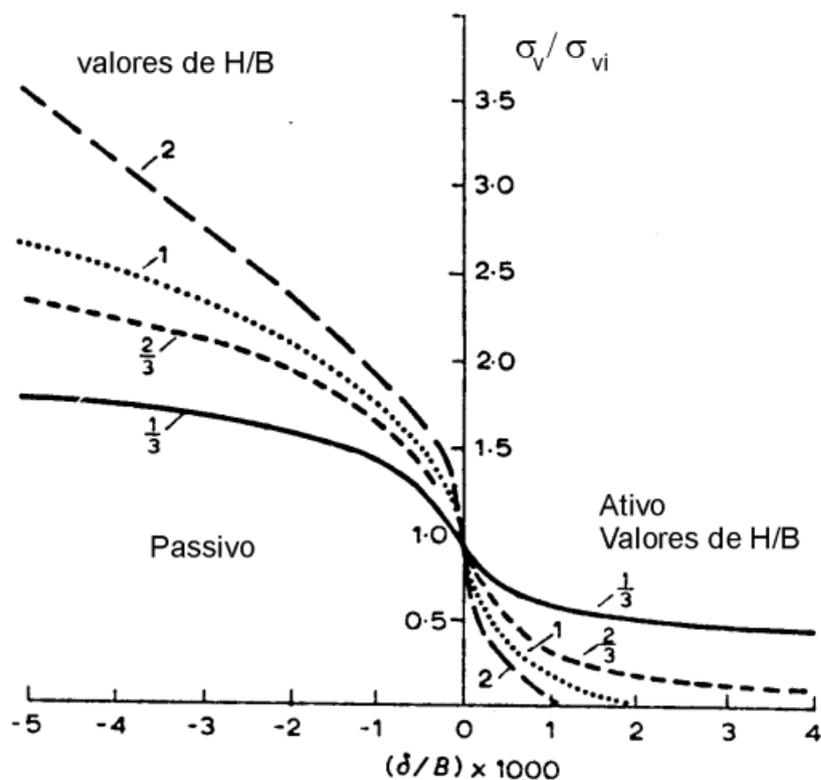
Fonte: Adaptado de Bulson (1985)

A Figura 3 mostra que a influência do arqueamento, desencadeado pela movimentação do alçapão, sobre a distribuição das tensões verticais é maior quando próximo do alçapão. No caso desse experimento, menos de 10% das tensões verticais iniciais chegam à superfície do alçapão e o estado de tensões do solo não mais alterado para alturas de aterro H_e/B superiores a $\sim 2,2$.

Quanto ao experimento de McNulty (1965), avaliou-se o efeito do arqueamento ativo e passivo (esses conceitos são discutidos mais adiante nesse mesmo capítulo) em um maciço de areia devido a movimentação de um alçapão circular. Esse experimento também contempla a variação do fator geométrico H_e/B (nesse caso B representa o diâmetro do alçapão), no qual se observa que o aumento de H_e/B promove uma redução mais acentuada da tensão vertical, no caso de movimentação descendente do alçapão, e um aumento mais acentuado, no caso de movimentação ascendente; e vice-versa. Esses efeitos sobre a tensão vertical também são acentuados pelo aumento da movimentação do alçapão δ/B . Segundo Costa (2005), o arqueamento do passivo necessita de deslocamentos comparativamente maiores para ser mobilizado, sendo esta tendência crescente com o aumento de H_e/B .

Segundo Viana (2003), os resultados observados por McNulty (1965) (Figura 4) estão em concordância com os observados por Terzaghi (1936), em que a maior parte do arqueamento desenvolve-se para pequenos deslocamentos do alçapão ($\delta/B \leq 0,5\%$). Além disso, pode-se verificar que, para um deslocamento constante, o efeito do arqueamento ativo é menor quanto menor for a altura de cobertura ou maior a largura (ou diâmetro) do alçapão. Na prática, isso pode refletir a situação de um duto instalado em aterro com pequena altura de cobertura.

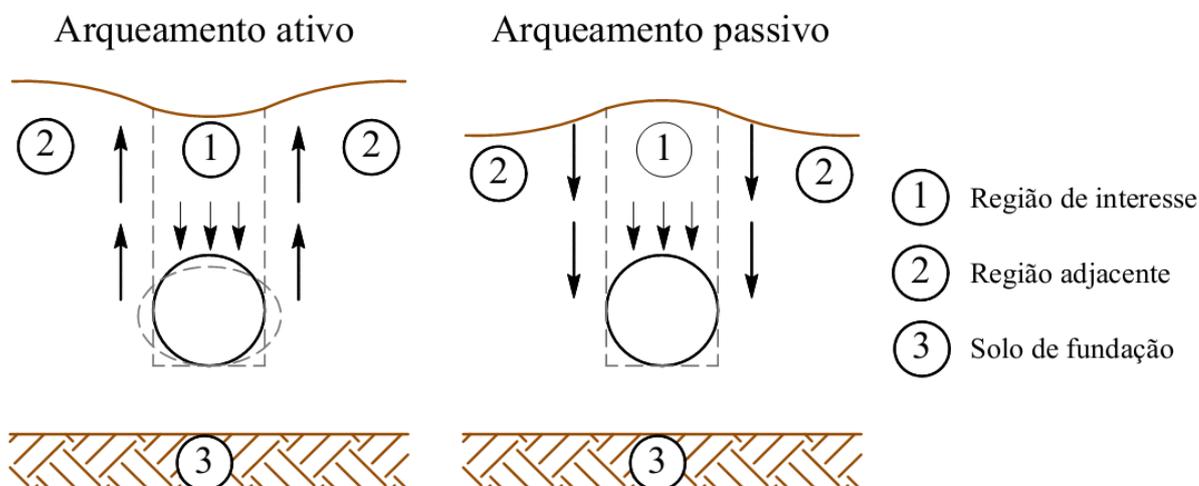
Figura 4 – Variação da tensão vertical com o deslocamento do alçapão



Fonte: McNulty (1965)

De um modo geral, o arqueamento do solo é influenciado por diversos fatores, como características do solo, geometria e rigidez da estrutura e a sobrecarga (DAMASCENO, 2001). De uma maneira geral, seu modo de atuação pode ser classificado como ativo ou passivo, conforme indicado na Figura 5.

Figura 5 – Tipos de arqueamento



Fonte: Adaptado de Damasceno (2001)

As deformadas da Figura 5 podem ser observadas nos sistemas solo-duto submetidos ao peso próprio, a uma ação no topo da vala ou a ambos. As setas das regiões adjacentes (2) indicam o sentido das ações dessas regiões na interface da região de interesse (1), e as setas no interior da região (1) indicam a ação exercida sobre o duto. O arqueamento ativo (ou positivo) é caracterizado pelo alívio de tensões no duto. A região de interesse, logo acima do duto, sofre um recalque diferencial em relação às estruturas adjacentes, transferindo tensões para esta. Esse tipo de arqueamento ocorre quando os dutos são mais flexíveis que o material de aterro.

No arqueamento passivo (ou negativo) ocorre um aumento das tensões atuantes no duto. Após a execução da estrutura, as regiões adjacentes (2) transferem tensões para a região de interesse (1), sobrecarregando o duto. Ocorre em sistemas onde o duto é mais rígido que o material de aterro.

Por conta das distâncias comumente significativas vencidas pelas dutovias, que passam por diversos tipos de solos, o arqueamento de sistemas solo-duto tem sido o foco de intensos estudos. Segundo Farani (2005), existem vários oleodutos nas regiões Sul e Sudeste que ligam terminais petrolíferos a refinarias instaladas no planalto ou em outros pontos da costa, com ocorrência de trechos de dutos de grande extensão atravessando zonas de colúvio, as quais podem movimentar-se para cotas mais baixas, afetando não só o alinhamento, como também as tensões internas dos dutos.

A determinação da tensão vertical remanescente devido à aplicação de uma carga no topo de uma vala recebeu a contribuição de alguns autores, merecendo destaque a solução

analítica de Brachman et al. (2000), que pode ser obtida expandindo-se a análise de Marston (1930) para o caso de uma vala tridimensional. Neste trabalho é utilizada uma forma adaptada da solução de Brachman et al. (2000).

3 ELASTOPLASTICIDADE

Inicialmente, a teoria da plasticidade foi desenvolvida para descrever o comportamento dos metais. No entanto, a necessidade de se descrever adequadamente o comportamento dos materiais geotécnicos e o conhecimento dos seus parâmetros de resistência e deformabilidade, motivou o desenvolvimento de modelos constitutivos específicos para esses materiais. A depender da incorporação ou não dos conceitos da mecânica dos solos dos estados críticos (WOOD, 1992), tais modelos constitutivos podem ser classificados como avançados ou básicos, sendo este último o foco do presente trabalho.

É de grande importância o conhecimento das características dos modelos elastoplásticos básicos, principalmente no que tange à sua capacidade de representar o comportamento mecânico dos materiais na fase de escoamento.

Para prosseguir é necessário o conhecimento de alguns conceitos básicos que compõem a teoria da plasticidade, os quais serão tratados nos itens a seguir.

3.1 Componentes do tensor de deformação

Na teoria da plasticidade o tensor de deformações (ε_{ij}) é composto por duas parcelas: a elástica (ou reversível) (ε_{ij}^e) e a plástica (ou irreversível) (ε_{ij}^p)

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (3.1)$$

Vale destacar que a parcela plástica não é relacionada ao estado de tensão do material, mas com o histórico de processos dissipativos irreversíveis aos quais o material é submetido (CECILIO, 2011).

3.2 Lei de elasticidade

O tensor de deformações de um sólido de comportamento elástico linear e isotrópico depende do módulo de elasticidade longitudinal (E) e do coeficiente de Poisson (ν). Para esse caso os componentes do tensor de deformações podem ser deduzidos do teorema de Rivlin-Ericksen (BRAESS, 1997), sendo escritas da seguinte forma:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{2G} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{2G} \quad (3.7)$$

A relação entre o tensor de tensões e o tensor de deformações, elásticos e isotrópicos, ainda pode ser escrita, resumidamente, em função das constantes de Lamé λ_1 e λ_2 :

$$\sigma_{ij} = \lambda_1 \text{tr}(\varepsilon_{ij}^e) I + 2\lambda_2 \varepsilon_{ij}^e \quad (3.7)$$

sendo

$$\lambda_1 = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.8)$$

e

$$\lambda_2 = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.9)$$

O símbolo tr representa o traço de tensor ε_{ij}^e .

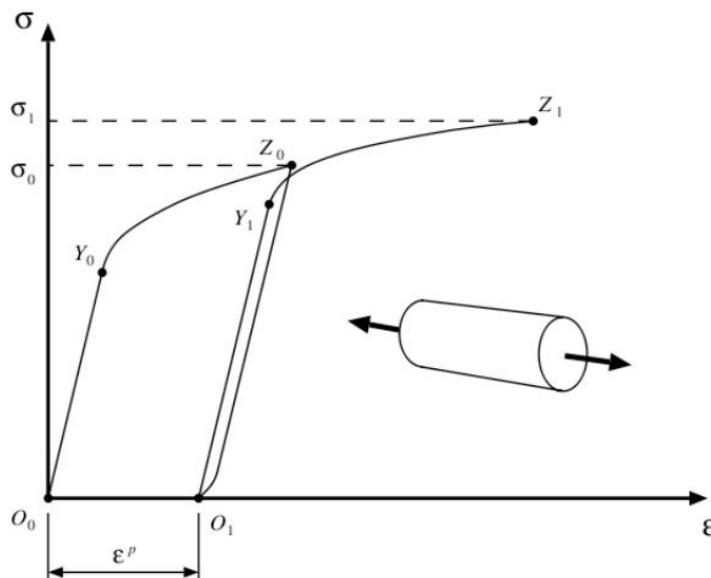
3.3 Critério de escoamento

A forma como se define o ponto a partir do qual um material experimenta deformações não recuperáveis é chamado de critério de escoamento ou de plastificação. Esse critério é expresso matematicamente por uma equação que é função do tensor de tensões ou dos três invariantes de tensões:

$$f(\sigma_{ij}) = f(I_1, I_2, I_3) = k, \quad k \leq 0 \quad (3.10)$$

No caso particular de um estado unidimensional de tensões, o limite entre os domínios elástico e plástico é representado por um ponto, tal como os Y_0 (para o carregamento) e Y_1 (para o recarregamento) da Figura 6.

Figura 6 – Ensaio uniaxial de uma barra metálica



Fonte: Cecilio (2011)

Para um estado tridimensional de tensões, a função que define o início da plastificação tem como variáveis independentes os seis componentes do tensor de tensões. Portanto, a função de plastificação delimita uma região fechada em um espaço hexadimensional através da superfície de plastificação. Essa região é referida como domínio elástico (PEDROSO, 2002).

Estados de tensão situados no interior da superfície ($k < 0$), definida pela referida função, representam um comportamento elástico; enquanto os situados na superfície ($k = 0$), um comportamento elastoplástico.

Se o material apresenta um comportamento elástico linear e isotrópico, f também pode ser expressa com função das tensões principais:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = k, \quad k \leq 0 \quad (3.11)$$

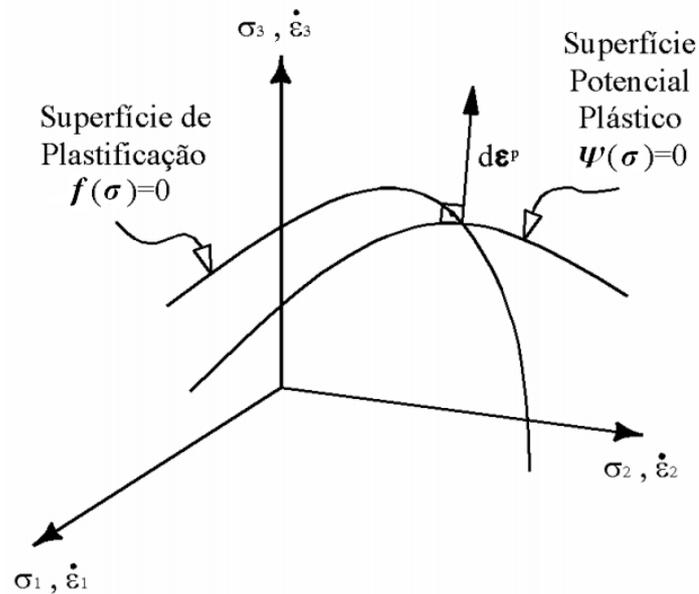
3.4 Potencial plástico

Após atingir o regime plástico de deformações é necessário definir de que forma se restabelecerá o equilíbrio, especificando de que maneira ocorrerá a evolução do tensor de incrementos de deformações plásticas no escoamento. Para tal, define-se uma função do tensor de tensões (ou dos invariantes de tensão) chamada de potencial plástico (ψ), conforme segue:

$$\psi(\sigma_{ij}) = \psi(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (3.12)$$

Para um material isotrópico, pode-se esboçar uma superfície de escoamento e de potencial plástico no espaço tridimensional de tensões principais (σ_1, σ_2 e σ_3) ou das taxas de deformação segundo as direções principais ($\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2$ e $\dot{\varepsilon}_3$), conforme indicado na Figura 7.

Figura 7 – Superfícies de escoamento, potencial plástico e lei de fluxo



Fonte: Pedroso (2002)

A função potencial pode ser a própria função de escoamento. Nesse caso diz-se que o modelo constitutivo utiliza uma lei de fluxo associada e que a condição de normalidade foi satisfeita. Segundo ainda Pedroso (2002), a função potencial deve ser determinada experimentalmente.

3.5 Lei de fluxo

A direção de incremento de deformação, no caso unidimensional, é a mesma do único componente do tensor de tensões (PEDROSO, 2002). Para casos mais gerais, a direção é definida pela lei de fluxo, que é uma função evolutiva que relaciona os incrementos de deformação plástica com os gradientes do potencial plástico. A evolução desses incrementos também está relacionada, diretamente, a um escalar positivo $d\lambda$, chamado de índice de escoamento. Assim:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{d\psi}{d\sigma_{ij}} \quad (3.13)$$

3.6 Lei de endurecimento

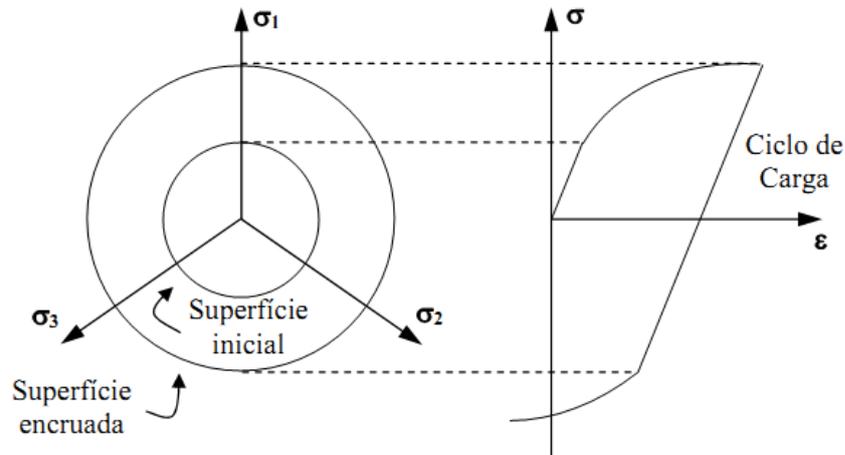
A lei de endurecimento descreve a forma como a superfície de plastificação se comporta após o escoamento do material (WOOD, 1992). Esse comportamento pode ser uma expansão, uma contração, uma translação ou uma inalteração da superfície. Esses comportamentos representam, respectivamente, o endurecimento isotrópico (*hardening*), o amolecimento isotrópico (*softening*), o endurecimento cinemático (Efeito Bauschinger) e o comportamento elastoplástico perfeitamente plástico (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2005).

Ocorre endurecimento (Figura 8) quando as deformações plásticas conduzem ao enrijecimento do material, e conseqüentemente, um aumento do limite plástico. Isso significa que em um eventual recarregamento, após escoamento (Figura 6), um material só escoará novamente para um nível de tensões maior. Raciocínio análogo aplica-se ao amolecimento.

De acordo com o supracitado, o limite de plastificação não é apenas controlado por um limite de resistência, mas também pelo histórico de deformações plásticas do material, o que leva a uma superfície representada matematicamente por

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad (3.14)$$

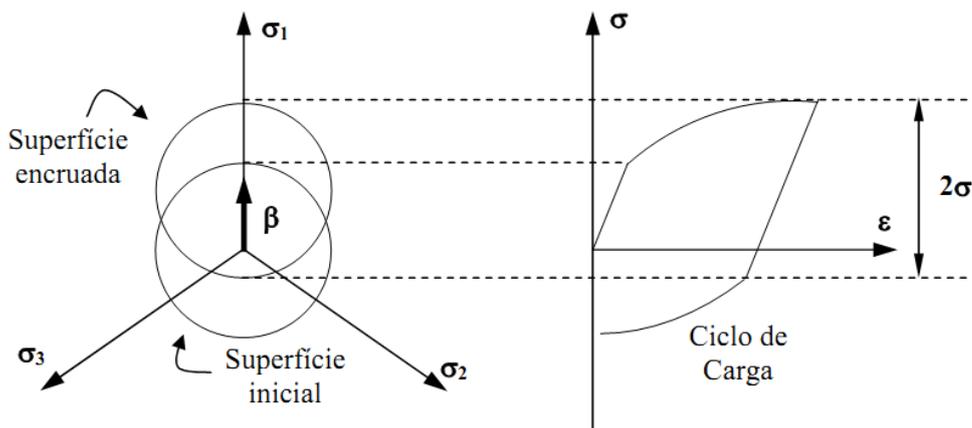
Figura 8 – Modelo de endurecimento isotrópico



Fonte: Santos (2008)

Com relação ao endurecimento cinemático, a superfície mantém a sua forma inicial e translada no espaço tensorial (Figura 9). Esse comportamento da superfície é observado em situações nas quais, após o escoamento, o material endurece na direção da solicitação e amolece na oposta. O parâmetro β na Figura 9 representa o tensor de translação, conhecido como força de endurecimento cinemático, ou ainda como *back-stress* (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2005).

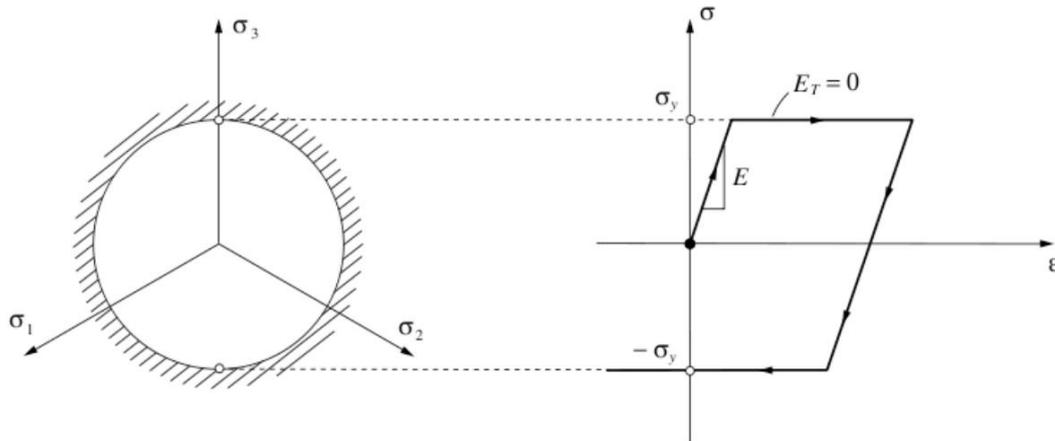
Figura 9 – Modelo de endurecimento cinemático



Fonte: Santos (2008)

Em modelos elastoplásticos perfeitamente plásticos não ocorre nenhum tipo de endurecimento, o que leva a uma superfície de escoamento fixa e indeformada (Figura 10) durante as deformações plásticas.

Figura 10 – Ausência de endurecimento



Fonte: Cecilio (2011)

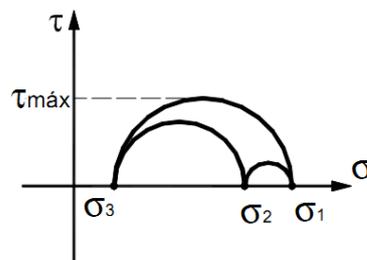
3.7 Modelos para materiais puramente coesivos

Para solos coesivos, os dois principais modelos que utilizam os conceitos da plasticidade são os de Tresca e von Mises. Segundo Lautenschläger (2010), a experiência sugere que esses modelos podem ser aplicados para solos argilosos saturados, em condições não drenadas.

3.7.1 Critério de escoamento de Tresca

Formulado em 1868, baseado em experimentos com metais, Tresca concluiu que o início da plastificação ocorre quando a tensão tangencial máxima ($\tau_{m\acute{a}x}$) chega a um determinado valor. Para determinação analítica do valor da tensão cisalhante máxima recorre-se ao círculo de Mohr (Figura 11):

Figura 11 – Círculo de Mohr para estado triaxial de tensões



Fonte: Adaptado de Ibañez (2003)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_T}{2} \quad (3.15)$$

sendo assim, uma expressão que representaria esse critério é

$$f = \sigma_T - 2f_\tau = 0 \quad (3.16)$$

onde f_τ é a tensão tangencial máxima e σ_T é a tensão equivalente de Tresca. No caso desse critério ser aplicado a estudos geotécnicos, f_τ representaria a resistência ao cisalhamento não drenada S_u de um solo puramente coesivo. Comumente, em análises geotécnicas, representa-se esse critério como uma função do invariante de tensões desviadoras J e do ângulo de Lode θ_L , conforme se pode observar no trabalho de Potts e Zdravkovic (1999):

$$f(J, \theta_L) = J \cos \theta_L - f_\tau = 0 \quad (3.17)$$

ou

$$f(J, \theta_L) = J \cos \theta_L - S_u = 0 \quad (3.18)$$

onde

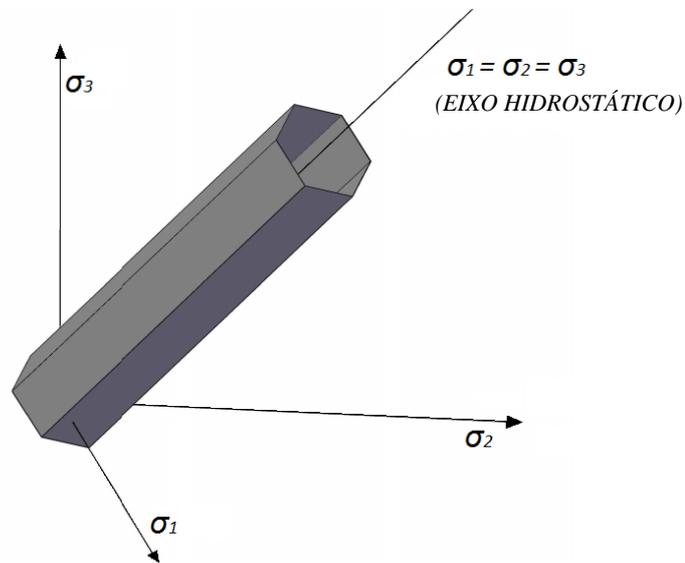
$$J = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{6}} \quad (3.19)$$

e

$$\theta_L = \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \left[2 \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - 1 \right] \right\} \quad (3.20)$$

A superfície de plastificação de Tresca é representada no espaço tridimensional de tensões por um prisma da base hexagonal regular, conforme a Figura 12.

Figura 12 – Superfície de plastificação de Tresca



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

3.7.2 Critério de escoamento de Huber-von Mises

Segundo Potts e Zdravkovic (1999), as arestas da superfície de escoamento de Tresca implicam em singularidades na função de plastificação, e no passado isso causou problemas ao se tentar usar a função de plastificação para a obtenção de soluções analíticas de problemas de valor de contorno simples. Essas arestas também podem causar dificuldades de convergência em análises numéricas. Isso se deve a impossibilidade da definição do vetor de incremento de deformações plásticas, que é ortogonal à superfície de plastificação.

Devido a essa dificuldade alguns matemáticos têm aplicado uma função de plastificação, que quando plotada no espaço das tensões principais resulta em um cilindro circular. Esse critério de escoamento é baseado em uma combinação crítica da energia de deformação. É comum a utilização desse critério observando a condição de inscrição e circunscrição da superfície de Tresca. Conseguem-se isso reescrevendo a Equação 3.18 da seguinte forma:

$$f(J) = J - \alpha = 0 \quad (3.21)$$

onde α é um parâmetro que representa a resistência ao cisalhamento dos solos. Comparando as Equações 3.18 e 3.21 obtém-se

$$\alpha = \frac{S_u}{\cos \theta_L} \quad (3.22)$$

Esse critério também é frequentemente utilizado para modelar metais, e nessas situações, costuma-se adotar como função de plastificação a seguinte combinação crítica do segundo invariante de tensões desviadoras:

$$f(J_2) = \sqrt{3J_2} - f_\tau = 0, \quad (3.23)$$

onde

$$J_2 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} \quad (3.24)$$

assim, a equação do critério de von Mises torna-se

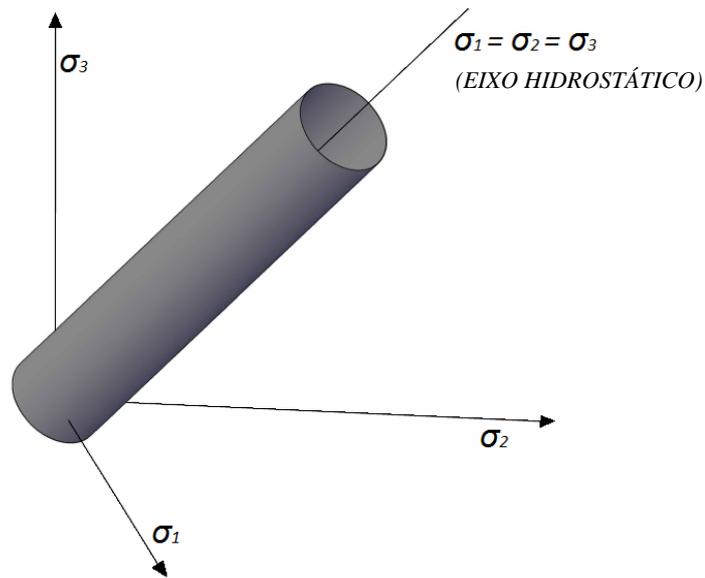
$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} - f_\tau = 0 \quad (3.25)$$

A primeira parcela da expressão acima é conhecida como a tensão equivalente de von Mises (σ_{vM}), e assim, alternativamente, reescreve-se esse critério como

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{vM} - f_\tau = 0 \quad (3.26)$$

Sua superfície de escoamento é representada por um cilindro circular (Figura 13), cuja interseção com o plano desviador é um círculo de raio igual a $\sqrt{2/3} f_\tau$.

Figura 13 – Superfície de plastificação de von Mises



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

3.8 Modelos para materiais coesivos friccionais

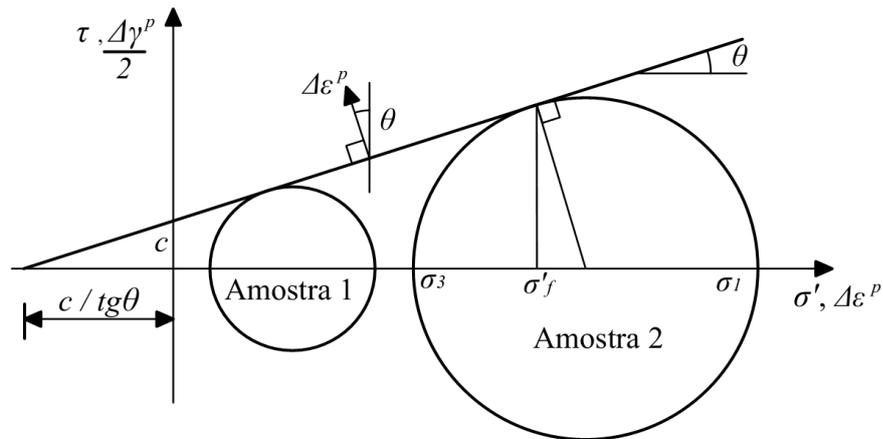
Materiais que apresentam atrito interno têm seu comportamento controlado pelas tensões hidrostáticas ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), fato que não é levado em conta na formulação dos modelos de Tresca e von Mises, pois tanto o critério de escoamento quanto as leis de fluxo, são independentes dos componentes da tensão hidrostática.

Materiais coesivos, segundo (LAUTENSCHLÄGER, 2010), envolvem dilatância, por isso sua regra de fluxo é dita não associada, ou seja, a função potencial plástico não é a mesma que define a superfície de plastificação, devido às variações volumétricas ocorridas durante o cisalhamento.

3.8.1 Critério de Mohr-Coulomb

Segundo Potts e Zdravkovic (1999), se os resultados dos ensaios de laboratório forem plotados em termos das tensões efetivas, os círculos de Mohr das tensões de ruptura são frequentemente idealizados como mostrado na Figura 14.

Figura 14 – Envoltória dos círculos de Mohr das tensões efetivas



Fonte: Adaptado de Potts e Zdravkovic (1999)

Os círculos de Mohr também podem ser plotados em termos dos incrementos de deformações plásticas, onde $\Delta\varepsilon^p$ é o incremento de deformação plástica normal ao plano de falha e $\Delta\gamma^p$ o incremento de deformação plástica tangencial em relação ao mesmo plano.

É comum assumir que a tangente a esses círculos, obtida com diferentes tensões efetivas iniciais, é uma reta. Essa linha é chamada de critério de falha de Coulomb e pode ser expressa como:

$$\tau_f = \sigma'_f \tan \theta + c \quad (3.27)$$

onde τ_f e σ'_f são as tensões cisalhante e normal efetiva no plano de falha, c a coesão e θ o ângulo de atrito interno.

Observando o círculo de Mohr na Figura 14, nota-se que

$$\tau_f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos \theta \quad (3.28)$$

e

$$\sigma'_f = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sen \theta \quad (3.29)$$

então a Equação 3.27 pode ser reescrita como:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \theta + c \cos \theta \quad (3.30)$$

Esse é o chamado critério de falha de Mohr-Coulomb, e no presente modelo é adotada como função de escoamento a seguinte expressão:

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen} \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.31)$$

Assim como para os modelos descritos anteriormente, para alguns casos é mais conveniente escrever a função de escoamento em termos de invariantes de tensões. Assim

$$f(p', J, \theta_L) = J - \left(\frac{c}{\tan \theta} + p' \right) g(\theta_L) = 0 \quad (3.32)$$

onde

$$g(\theta_L) = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta_L + (\operatorname{sen} \theta_L \operatorname{sen} \theta) / \sqrt{3}} \quad (3.33)$$

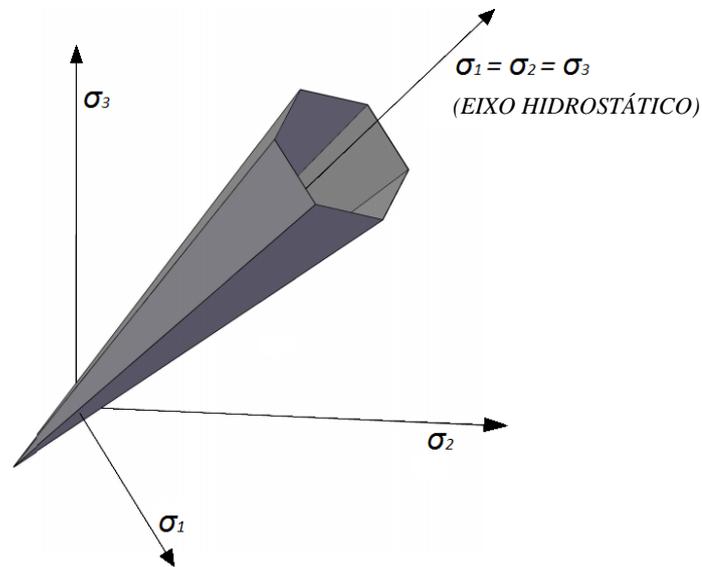
sendo

$$p' = 1/3 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.34)$$

Sendo g uma função auxiliar e p' a tensão efetiva média. É interessante registrar que, segundo Potts e Zdravkovic (1999), substituindo c por S_u e θ por zero, obtém-se a equação que descreve o escoamento segundo o critério de Tresca.

Plotada no espaço das tensões principais, a função de plastificação de Mohr-Coulomb é representada por uma pirâmide de base hexagonal irregular (Figura 15).

Figura 15 – Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

As seis faces da superfície podem ser obtidas alternando-se as tensões principais.

Assim

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.35)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_2 - \sigma_3 - (\sigma_2 + \sigma_3) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.36)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.37)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_3 - \sigma_1 - (\sigma_3 + \sigma_1) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.38)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_3 - \sigma_2 - (\sigma_3 + \sigma_2) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.39)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_2 - \sigma_1 - (\sigma_2 + \sigma_1) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.40)$$

No entanto, segundo Cecilio (2011), com o auxílio do ângulo de Lode é possível prever o comportamento do material segundo o modelo de Mohr-Coulomb com apenas três expressões. Isso é possível através da determinação dos autovalores do tensor de tensões analiticamente, que, de acordo com as seguintes equações, adaptadas de Chen (1988), são:

$$\sigma_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}J \cos \theta_L \quad (3.40)$$

$$\sigma_2 = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}J \cos \left(\theta_L - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.42)$$

$$\sigma_3 = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}J \cos \left(\theta_L - \frac{4\pi}{3} \right) \quad (3.43)$$

Com isso, é possível trabalhar apenas com as três funções abaixo, visto que estado de tensões crítico estará invariavelmente em uma destas três funções, já que se conhece a ordem de grandeza dos autovalores.

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.44)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_2 - \sigma_3 - (\sigma_2 + \sigma_3) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.45)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \theta - 2c \cos \theta = 0 \quad (3.46)$$

Para se determinar os autovalores analiticamente é necessário que se conheça o ângulo de Lode.

Como o modelo de Mohr-Coulomb é considerado, classicamente, perfeitamente plástico, nenhuma lei de endurecimento ou amolecimento é necessária. Os parâmetros de estado c e θ são habitualmente assumidos como constantes, independentemente das deformações plásticas e do trabalho plástico (POTTS e ZDRAVKOVIC, 1999).

Frequentemente a função de potencial plástico assume a mesma forma da função de escoamento, tem-se assim uma lei de fluxo associada, tal como no modelo de Tresca. Para tanto, segundo Yu (2006), basta substituir o ângulo de atrito pela dilatância, ou ângulo de dilatação. Assim

$$\psi(p', J, \theta_L) = J - \left(\frac{c}{\tan \mu} + p' \right) g(\theta_L) = 0 \quad (3.47)$$

onde μ é a dilatância e

$$g(\theta_L) = \frac{\text{sen } \mu}{\cos \theta_L + (\sin \theta_L \text{ sen } \mu)/\sqrt{3}} \quad (3.48)$$

Para relacionar o potencial plástico e a função de escoamento, uma equação que define a relação entre o ângulo de atrito e a dilatância precisa ser estabelecida. Talvez a melhor aproximação, segundo Yu (2006), seja o modelo simplificado proposto por Bolton (1986):

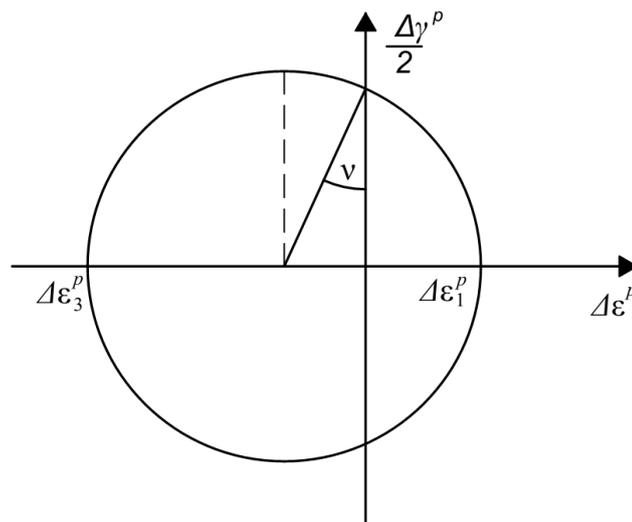
$$\mu = 1,25(\theta - \theta_{cv}) \quad (3.49)$$

onde θ_{cv} é o ângulo de atrito no estado crítico. Assumir a relação acima implica uma regra de fluxo não associada, uma vez que o ângulo de atrito e a dilatância não têm o mesmo valor.

De acordo com a Figura 14, o vetor de incremento de deformação plástica tem uma inclinação θ em relação à vertical e indica a direção das deformações plásticas negativas. Isso, por sua vez, segundo Potts e Zdravkovic (1999), resulta em uma deformação volumétrica plástica dilatante. Nessa situação, a dilatância, definida pela Equação 3.50 e representada graficamente pela Figura 16, é igual ao ângulo de atrito.

$$\mu = \text{sen}^{-1} \left(-\frac{\Delta \varepsilon_1^p + \Delta \varepsilon_3^p}{\Delta \varepsilon_1^p - \Delta \varepsilon_3^p} \right) \quad (3.50)$$

Figura 16 – Círculo de Mohr das deformações plásticas



Fonte: Adaptado de Potts e Zdravkovic (1999)

Há dois inconvenientes nessa aproximação, segundo Potts e Zdravkovic (1999). Primeiramente, a magnitude das deformações plásticas volumétricas é muito maior que a

observada em solos reais, e em segundo lugar, uma vez atingido o escoamento do solo, esse se deformará indefinidamente. Um solo real, o qual pode dilatar-se inicialmente ao encontrar a superfície de escoamento, provavelmente atingirá a condição de volume constante (incremento nulo de deformação volumétrica plástica) para grandes deformações.

O primeiro inconveniente pode ser parcialmente corrigido através da adoção de uma lei de fluxo não associada, onde a função de potencial plástico assume uma forma similar à da superfície de escoamento, também substituindo θ por μ . Essa função é

$$\psi(p', J, \theta_L) = J - (a_{pp} + p')g_{pp}(\theta_L) = 0 \quad (3.51)$$

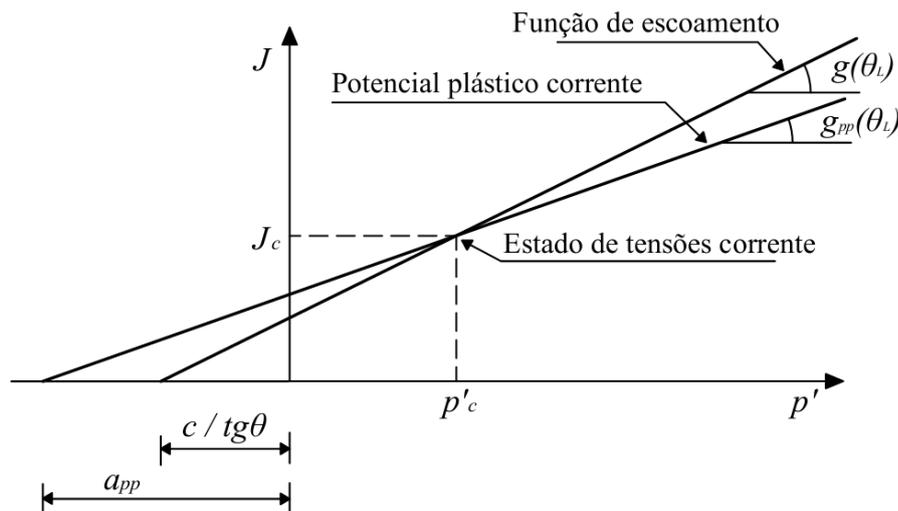
onde

$$g_{pp}(\theta_L) = \frac{\text{sen } \mu}{\cos \theta_L + (\sin \theta_L \text{ sen } \mu)/\sqrt{3}} \quad (3.52)$$

a_{pp} é a distância do cume do cone do potencial plástico até a origem do espaço das tensões efetivas principais e g_{pp} é uma outra função auxiliar.

Cabe referir que a função de potencial plástico também precisa passar pelo estado de tensões corrente, o qual precisa estar sobre a superfície de escoamento. Essa situação é mostrada na Figura 17.

Figura 17 – Relação entre as funções de escoamento e de potencial plástico



Fonte: Adaptado de Potts e Zdravkovic (1999)

Nessa figura, p'_c e J_c são os invariantes de tensões desviadoras no estado corrente de tensões. Tanto a superfície de potencial plástico quanto a superfície de escoamento precisam

passar por esse estado de tensões, assim ao substituir p_c , J_c e θ_{Lc} nas Equações 3.32 e 3.51 obtêm-se as seguintes equações:

$$J_c - \left(\frac{c}{\tan \theta} + p_c' \right) g(\theta_{Lc}) = 0 \quad (3.53)$$

$$J_c - (a_{pp} + p_c') g_{pp}(\theta_{Lc}) = 0 \quad (3.54)$$

resolvendo para a_{pp} tem-se

$$a_{pp} = \left(\frac{c}{\tan \theta} + p_c' \right) \frac{g(\theta_{Lc})}{g_{pp}(\theta_{Lc})} - p_c' \quad (3.55)$$

Substituindo na Equação 3.51, obtêm-se a requerida função de potencial plástico:

$$\psi(p', J, \theta_L) = J - \left[\left(\frac{c}{\tan \theta} + p_c' \right) \frac{g(\theta_{Lc})}{g_{pp}(\theta_{Lc})} - p_c' + p' \right] g_{pp}(\theta_L) = 0 \quad (3.56)$$

Enquanto a superfície de escoamento é fixa no espaço p - J - θ_L , a superfície de potencial plástico se move até atingir o estado de tensões corrente. Segundo Potts e Zdravkovic (1999), isso é aceitável porque somente as derivadas do potencial plástico em relação aos componentes do tensor de tensões são necessárias para compor a matriz constitutiva elastoplástica. Se $\mu = \theta$, a Equação 3.56 se torna igual a 3.32 e a condição de lei de fluxo associada é atingida. No entanto, $\mu < \theta$ resulta em uma condição não associada, e como μ reduz, menos dilatação é gerada. Se $\mu = 0^\circ$, nenhuma dilatação plástica (ou seja, nenhuma deformação volumétrica plástica) ocorre. Consequentemente, prescrevendo-se o ângulo de dilatação a deformação plástica volumétrica pode ser controlada.

Segundo Potts e Zdravkovic (1999), embora o uso de uma lei de fluxo não associada possibilite a limitação da magnitude das deformações volumétricas plásticas incrementais, o modelo ainda prevê incrementos de deformação volumétrica, não importando quão cisalhado esteja o solo. Isso é pouco realista, podendo fazer previsões absurdas em alguns problemas de valor de contorno. Uma das maneiras de contornar este problema é permitir que a dilatância varie com a deformação plástica.

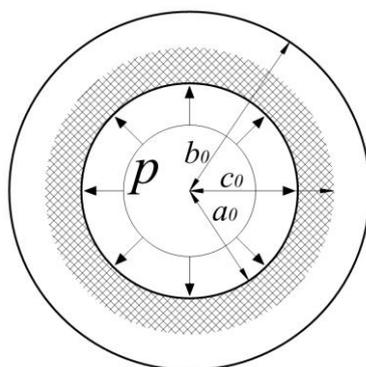
Para resumir, o modelo de Mohr-Coulomb requer cinco parâmetros. Três deles, c , θ e μ , controlam o comportamento plástico, e os dois restantes, E e ν , controlam o comportamento elástico. Se a condição de lei de fluxo associada for assumida, o número de parâmetros cai para quatro, pois $\mu = \theta$.

4 ESTUDO DO REFINAMENTO

4.1 Estudo do refinamento da malha da espessura do duto

Na década de 1950, Hill (1998) apresentou soluções analíticas para o mapeamento das tensões e do deslocamento radial devido a uma expansão causada por uma pressão interna em tubos cilíndricos (Figura 18). Uma das soluções apresentadas por esse autor parte do pressuposto que o tubo está parcialmente plastificado, segundo o critério de Tresca. Aqui, seguindo a mesma linha de raciocínio desse autor, mostra-se como obter as tensões principais para o caso de um duto sofrendo contração quando solicitado por uma pressão externa uniformemente distribuída (Figura 19) - caso que se assemelha bastante ao do modelo discutido neste trabalho.

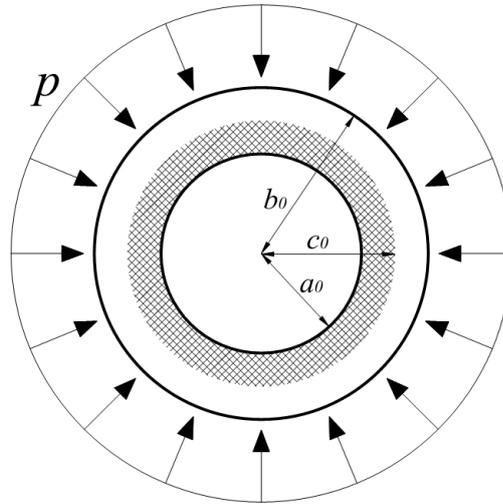
Figura 18 – Região plástica ao redor de uma cavidade cilíndrica expandida por uma pressão interna uniformemente distribuída



Fonte: adaptado de Hill (1998)

Considere um longo duto solicitado por uma pressão externa. O comprimento do duto é suposto muito maior que o seu diâmetro, de maneira que a distribuição das tensões e deformações suficientemente longe das extremidades não variam ao longo do duto, para qualquer aproximação desejada. Segue-se então, pela simetria, que qualquer seção transversal originalmente plana permanecerá plana e, portanto, que a deformação longitudinal ε_z é a mesma para todos os elementos em cada estágio da contração. Toma-se a e b como os atuais raios interno e externo (de valores iniciais a_0 e b_0 , e c_0 como o raio da fronteira plástica (Figura 18 e Figura 19).

Figura 19 – Região plástica ao redor de uma cavidade cilíndrica contraída por uma pressão externa uniformemente distribuída



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Quando o duto é solicitado elasticamente o deslocamento radial é conhecido por ter a forma (HILL, 1998)

$$u = Ar + \frac{B}{r} \quad (4.1)$$

onde A e B representam constantes. As equações elásticas em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) são

$$E\varepsilon_r = E \frac{\partial u}{\partial r} = E \left(A - \frac{B}{r^2} \right) = \sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z) \quad (4.2)$$

$$E\varepsilon_\theta = E \frac{u}{r} = E \left(A + \frac{B}{r^2} \right) = \sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r) \quad (4.3)$$

$$E\varepsilon_z = \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (4.4)$$

onde σ_r , σ_θ e σ_z , são as tensões principais. Resolvendo essas equações, tem-se:

$$(1 + \nu)(1 - 2\nu) \frac{\sigma_r}{E} = A - (1 - 2\nu) \frac{B}{r^2} + \nu \varepsilon_z \quad (4.5)$$

$$(1 + \nu)(1 - 2\nu) \frac{\sigma_\theta}{E} = A + (1 - 2\nu) \frac{B}{r^2} + \nu \varepsilon_z \quad (4.6)$$

$$(1 + \nu)(1 - 2\nu) \frac{\sigma_z}{E} = 2\nu A + (1 - \nu) \varepsilon_z \quad (4.7)$$

Uma propriedade da distribuição das tensões é que a tensão longitudinal σ_z e o componente da tensão hidrostática $\frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)$ são ambos constantes ao longo da seção. A e B são determinados pelas condições $\sigma_r = 0$ em $r = a_0$, e $\sigma_r = -p$ em $r = b_0$, de modo que

$$A = -\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)p}{E \left(1 - \frac{a_0^2}{b_0^2}\right)} - \nu \varepsilon_z \quad (4.8)$$

e

$$B = -\frac{(1 + \nu)a_0^2 p}{E \left(1 - \frac{a_0^2}{b_0^2}\right)} \quad (4.9)$$

As expressões finais para as tensões são, então

$$\sigma_r = -p \left(1 - \frac{a_0^2}{r^2}\right) / \left(1 - \frac{a_0^2}{b_0^2}\right) \quad (4.10)$$

$$\sigma_\theta = -p \left(1 + \frac{a_0^2}{r^2}\right) / \left(1 - \frac{a_0^2}{b_0^2}\right) \quad (4.11)$$

$$\sigma_z = E \varepsilon_z - 2\nu p / \left(1 - \frac{a_0^2}{b_0^2}\right) \quad (4.12)$$

Quando o duto está parcialmente plastificado, as tensões na região elástica ainda são da forma (HILL, 1998)

$$\sigma_r = -K \left(1 - \frac{a_0^2}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta = -K \left(1 + \frac{a_0^2}{r^2} \right) \quad e \quad \sigma_z = E\varepsilon_z - 2\nu K = const. \quad (4.13)$$

O parâmetro K é eliminado usando a condição de que o material imediatamente no lado elástico do contorno plástico $r = c_0$ está na iminência do escoamento. Assumindo que não há trabalho de endurecimento, e que σ_z permanece sendo a tensão intermediária, o critério de Tresca fornece, neste caso, em toda região plástica:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = Y \quad (4.14)$$

Por isso

$$K = \frac{Yc_0^2}{2a_0^2} \quad (4.15)$$

Para $a_0 \leq c_0 \leq b_0$, seguem as expressões das tensões radiais e circunferenciais normalizadas para a região elástica. Observa-se que a expressão de σ_z é válida apenas o caso de deformação plana ($\varepsilon_z = 0$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r}{Y} &= -\frac{c_0^2}{2a_0^2} \left(1 - \frac{a_0^2}{r^2} \right), \\ \frac{\sigma_\theta}{Y} &= -\frac{c_0^2}{2a_0^2} \left(1 + \frac{a_0^2}{r^2} \right), \\ \frac{\sigma_z}{Y} &= -2\nu \frac{c_0^2}{2a_0^2}. \end{aligned} \right\} (c_0 \leq r \leq b_0) \quad (4.16)$$

Para a região plástica, também é válida a equação de equilíbrio das tensões em um elemento infinitesimal de duto, que pode ser combinada com expressão que define o critério de Tresca:

$$\sigma_r + r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \sigma_\theta = 0 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\frac{Y}{r} \quad (4.17)$$

Resolvendo a equação diferencial, chega-se a

$$\sigma_r = -Y \ln r + D \quad (4.18)$$

O parâmetro D pode ser eliminado considerando que σ_r precisa ser contínuo em todo contorno da fronteira plástica ($r = c_0$), logo

$$D = Y \ln c_0 + \frac{Y}{2} - \frac{Yc_0^2}{2a_0^2} \quad (4.20)$$

Portanto,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r}{Y} &= \frac{1}{2} + \ln\left(\frac{c_0}{r}\right) - \frac{c_0^2}{2a_0^2}, \\ \frac{\sigma_\theta}{Y} &= -\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{c_0}{r}\right) - \frac{c_0^2}{2a_0^2} \end{aligned} \right\} (a_0 \leq r \leq c_0) \quad (4.21)$$

Fazendo $r = b_0$ para a tensão radial (Equação 4.16), chega-se à expressão da pressão normalizada, com a qual se pode aferir a posição da fronteira plástica c_0 :

$$\frac{p}{Y} = \frac{c_0^2}{2} \left(\frac{1}{a_0^2} - \frac{1}{b_0^2} \right) \quad (4.22)$$

De posse dessas expressões, é possível adotar como variável de controle da qualidade do mapeamento de campo de tensões, radial e circunferencial, o número de elementos ao longo da espessura do duto, entendendo que uma discretização adequada seria aquela capaz de representar qualitativamente e quantitativamente os perfis dessas tensões quando na espessura do duto houver os regimes plástico e elástico simultaneamente.

O primeiro passo é utilizar a expressão 4.22 para se determinar qual a pressão necessária para colocar a fronteira plástica em determinada posição. Neste trabalho coloca-se, arbitrariamente, a fronteira no ponto médio entre os raios interno a_0 e externo b_0 , para se estudar o comportamento de um duto parcialmente plastificado. Tendo em conta que o duto aqui modelado tem um diâmetro externo de 75 mm e espessura de 2 mm, obtém-se

$$b_0 = 0,0375m; \quad c_0 = 0,0365m; \quad a_0 = 0,0355m \quad (4.23)$$

Dessa forma chega-se ao seguinte valor pressão normalizada:

$$\frac{p}{Y} = 0,05487687190 \quad (4.24)$$

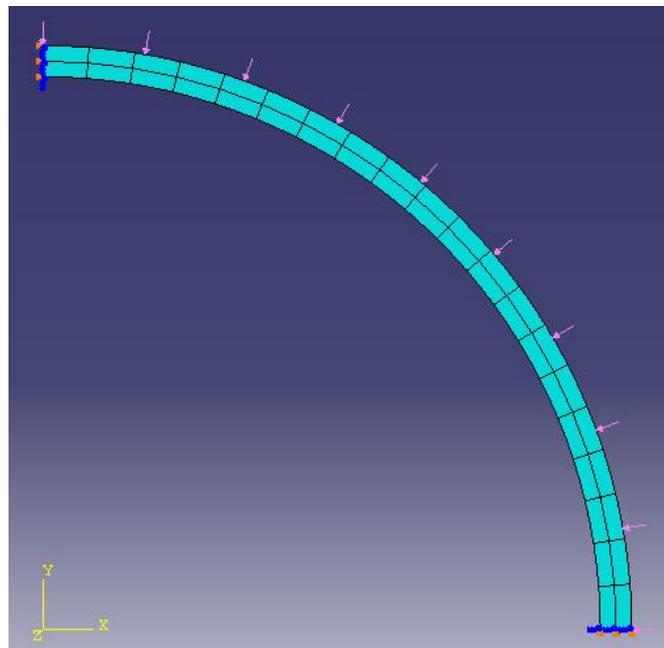
Com esse valor, é possível prosseguir com as simulações, cujo objetivo é avaliar a aderência entre o resultado numérico e a solução analítica.

Para este estudo são escolhidos os elementos retangulares (disponível no Abaqus) *CPE4R* e *CPE8R*, assim descritos em função das características abaixo relacionadas:

- C – sólido contínuo;
- PE – estado plano de deformação;
- 4 – quatro nós por elemento (dois em cada aresta), ou seja, funções de forma lineares;
- 8 – oito nós por elemento (três em cada aresta), ou seja, funções de forma quadráticas;
- R – integração reduzida.

A modelagem é feita aproveitando-se a simetria do problema, sendo necessário apenas um quarto do modelo real (Figura 20).

Figura 20 – Exemplo de modelagem do duto submetido a uma pressão externa – dois elementos ao longo da espessura



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

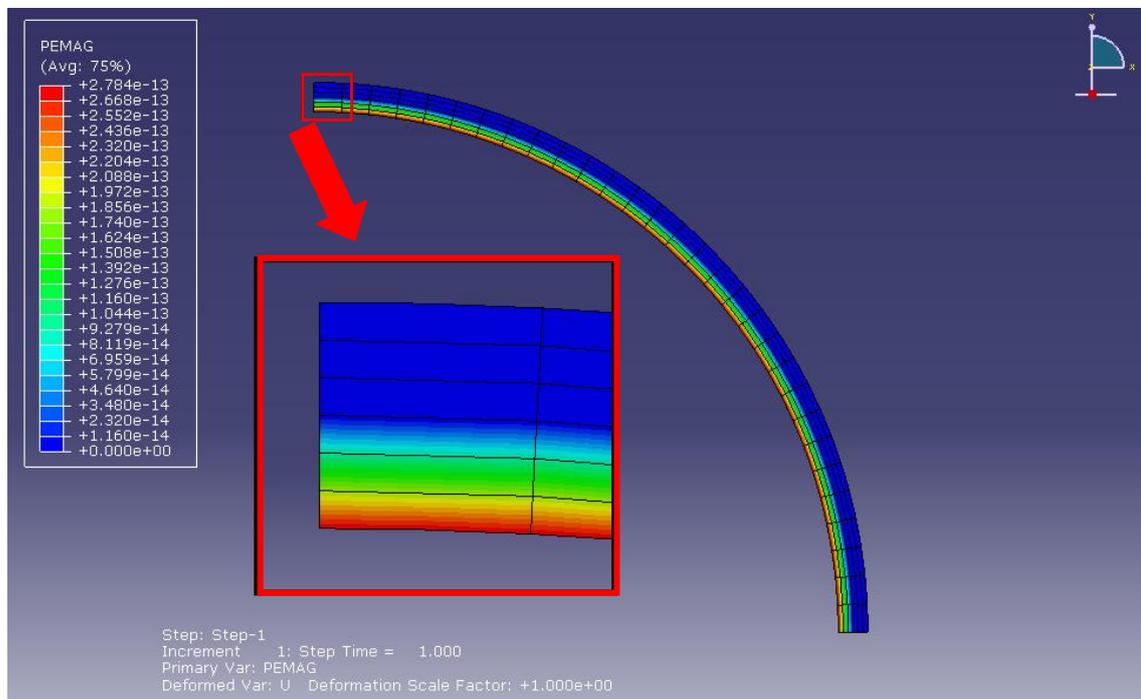
Para se evitar a influência do efeito da distorção dos elementos da malha, e para se estudar o efeito do refinamento na direção circunferencial, fixa-se um valor para a relação entre o número de elementos na direção circunferencial e o número de elementos na direção radial, nesse um quarto de duto:

$$\frac{Nel_C}{Nel_R} = 9 \quad (4.25)$$

4.1.1 Análise

Aplicando-se a pressão externa obtida pela solução analítica, a plastificação do duto chega exatamente até a metade interna de sua parede (Figura 21).

Figura 21 – Espectro de resposta da magnitude das deformações plásticas (PEMAG) para um exemplo de discretização com 6 elementos com interpolação quadrática ao longo da espessura do duto



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

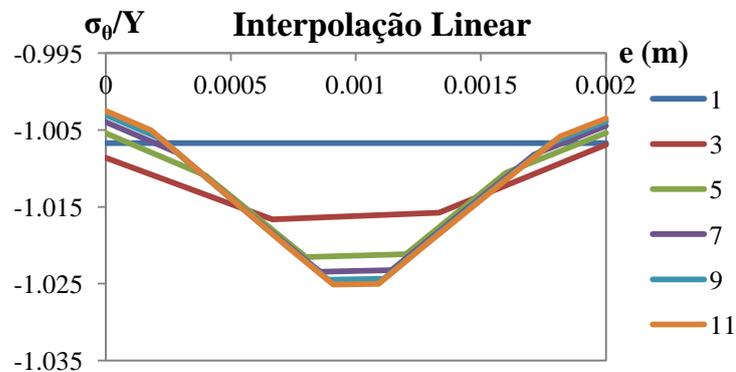
O duto é refinado com até doze elementos ao longo de sua espessura. Esse cuidado com o refinamento ao longo da espessura se faz necessário porque Hill (1998) demonstrou que o escoamento do tubo inicia-se radialmente de dentro para fora (para o caso de o duto sofrer expansão devido a uma pressão interna) e para o presente caso (contração devido à pressão externa) observa-se, numericamente (Figura 21), o mesmo padrão de escoamento, porém com a inversão das tensões principais maior e menor.

O duto tem uma espessura muito pequena (2 mm) em relação ao seu diâmetro (75 mm), por isso o controle da posição da fronteira plástica e a qualidade da descrição das

tensões radiais e circunferenciais são muito sensíveis em relação ao número de elemento da malha, dispostos radialmente.

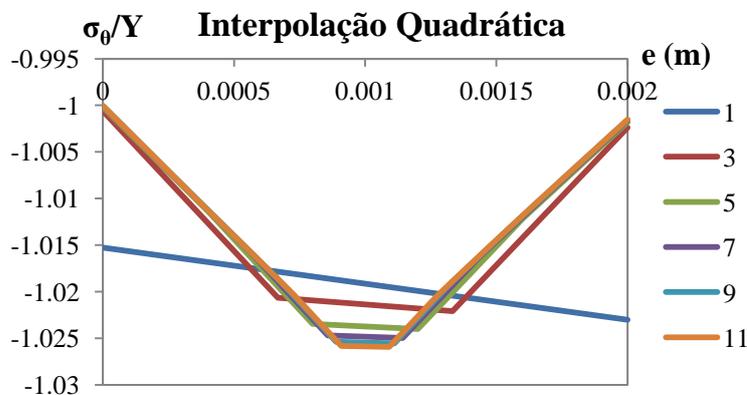
Em uma breve análise qualitativa, observa-se que as discretizações com um número ímpar de elementos ao longo da espessura não conseguem captar o pico das tensões circunferenciais, que é uma descontinuidade daquela função homônima obtida analiticamente (equações 4.16 e 4.21). A Figura 22 e a Figura 23 mostram o comportamento dessas tensões ao longo da espessura do duto para as análises com elementos finitos de funções de forma linear e quadrática, respectivamente.

Figura 22 – Tensões circunferenciais normalizadas ao longo da espessura para discretizações com um número ímpar de elementos e elementos finitos com função de forma linear



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 23 – Tensões circunferenciais normalizadas ao longo da espessura para discretizações com um número ímpar de elementos e elementos finitos com função de forma quadrática



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Para se obter uma boa resposta com um número ímpar de elementos, no presente caso, seria necessário adotar uma discretização com um número elevado de elementos ao longo da espessura do duto, visto que a qualidade da discretização e o número de elementos guardam uma relação crescente.

Por isso é importante observar, de um modo geral, que o mapeamento de uma determinada variável, cuja resposta ao longo de quaisquer trajetórias apresente descontinuidades, deve ser feito mediante discretizações com nós tão próximos dessas descontinuidades quanto possível, sendo ideal que os nós coincidam com as descontinuidades; fato que ocorre ao se utilizar discretizações com um número par de elementos ao longo da espessura do duto aqui estudado.

A Figura 24 e a Figura 25 mostram o comportamento da tensão radial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma linear e quadrática, respectivamente, utilizando números pares de elementos.

Figura 24 – Comportamento da tensão radial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma linear

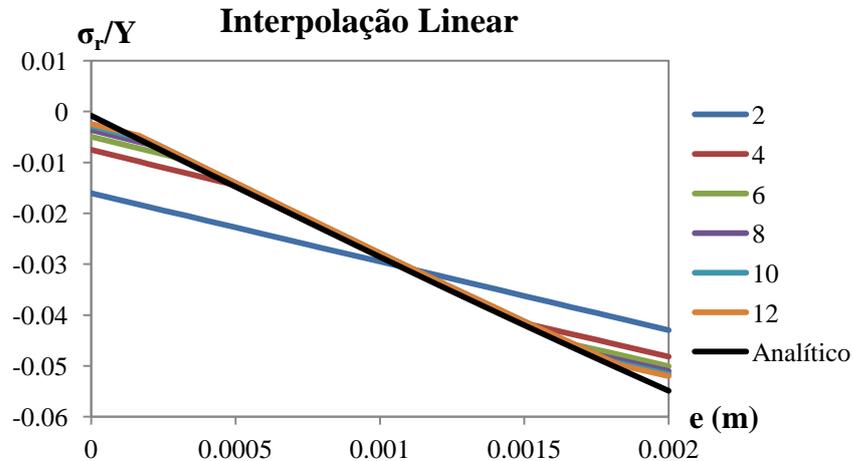
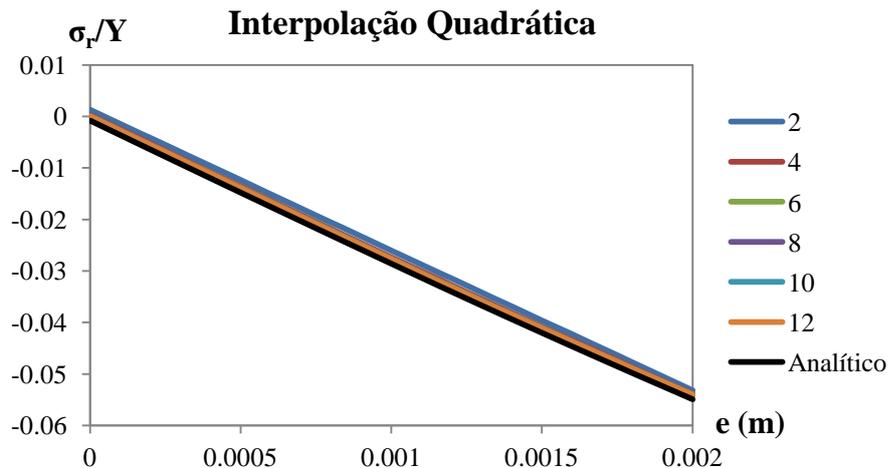
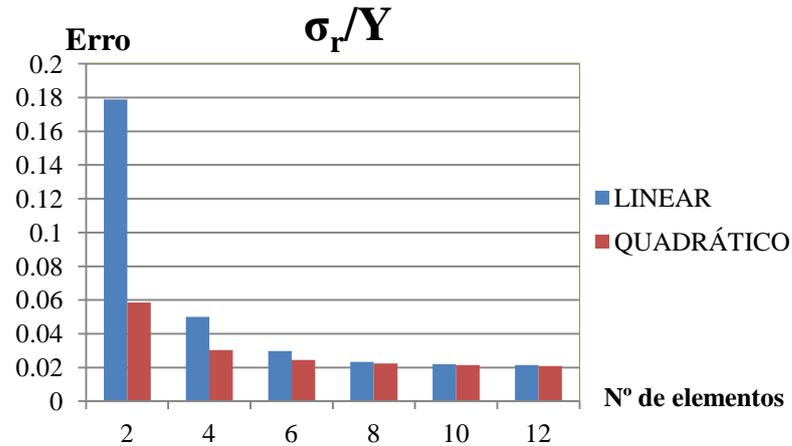


Figura 25 – Comportamento da tensão radial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma quadrática



É notória a diferença de qualidade entre as discretizações com elementos finitos de função de forma linear e quadrática, que, com esses últimos, obtém-se uma melhor aderência à solução analítica. A Figura 26 quantifica essa qualidade mostrando o erro das simulações em relação à solução analítica. O erro discutido aqui é calculado como o somatório dos módulos das diferenças (GILAT e SUBRAMANIAM, 2008) entre a função da solução analítica e a solução numérica, avaliados em vinte e cinco pontos de controle distribuídos no domínio.

Figura 26 – Erro na obtenção dos valores da tensão radial normalizada

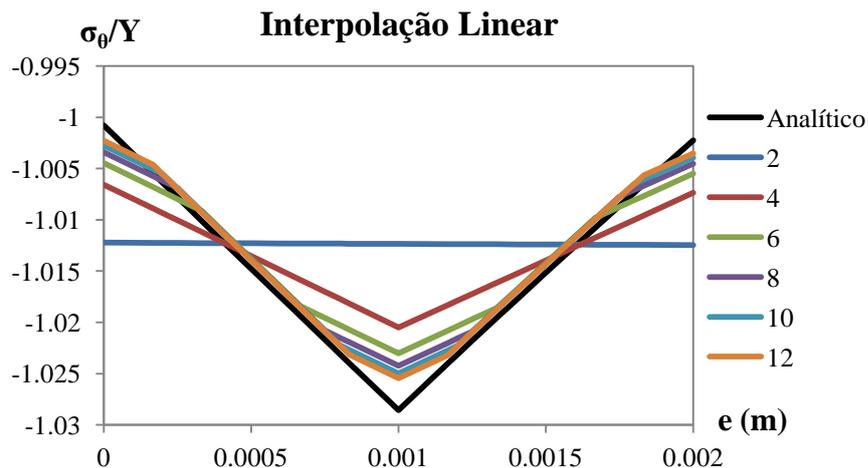


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

A redução e a estabilização do erro ocorrem mais rapidamente com o aumento do número de elementos quando se utiliza o elemento de interpolação quadrática. Com oito elementos, o erro associado à interpolação quadrática praticamente se estabiliza, enquanto para interpolação linear são necessários pelo menos doze elementos.

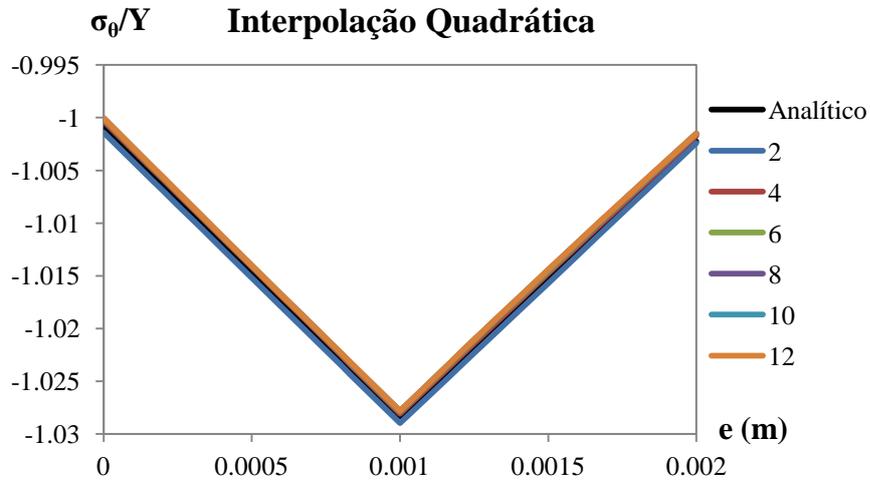
A Figura 27 e a Figura 28 mostram o comportamento das tensões circunferenciais normalizadas para diferentes números de elementos ao longo da espessura do duto.

Figura 27 – Comportamento da tensão circunferencial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma linear



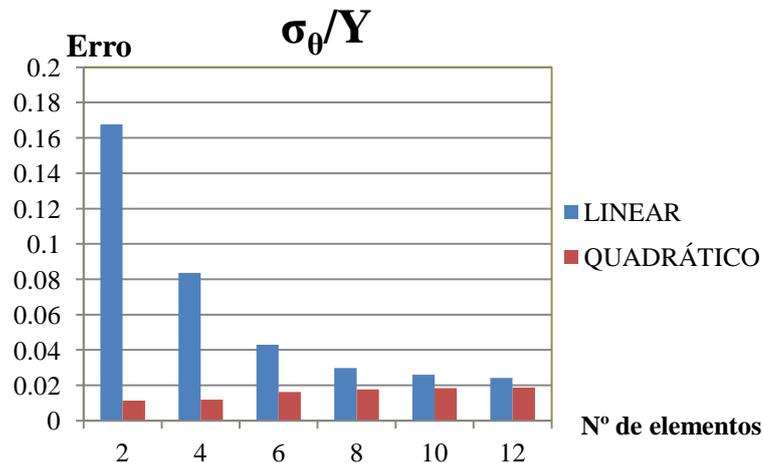
Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 28 – Comportamento da tensão circunferencial normalizada da solução analítica e das simulações com elementos finitos de função de forma quadrática



Conforme verificado nas tensões radiais, as tensões circunferenciais são fortemente influenciadas pelo grau do polinômio interpolador de campo dos elementos finitos e pelo número de elementos ao longo da espessura. Essa influência é expressa quantitativamente pela Figura 29.

Figura 29 – Erro na obtenção dos valores da tensão circunferencial normalizada



Também se observa uma melhor qualidade da discretização com elementos de função de forma quadrática do que com linear. Com interpolação quadrática a estabilização ocorre com dez elementos, enquanto com interpolação linear, a estabilização do erro exige um

número mais elevado de elementos. Além disso, a magnitude do erro estabilizado é menor no caso da interpolação quadrática.

De um modo geral, as tensões se estabilizam com valores de erro de aproximadamente 0,02%.

Frente ao exposto, no presente caso, opta-se pela discretização com dez elementos finitos de função de forma quadrática ao longo da espessura do duto. Em suma, deve-se adotar uma discretização com a qual se tenha um nó coincidente com o pico de tensões, ou tão próximos quanto possível.

Quanto ao refinamento ao longo do comprimento do duto, são avaliadas as descontinuidades das tensões σ_z ao longo desse, buscando sempre uma discretização que as minimizem. No presente caso é a discretização com 100 elementos.

4.2 Estudo do refinamento circunferencial da malha do duto

A qualidade do refinamento na direção circunferencial é estudada segundo o valor da tensão σ_z (Equação 4.16) e da tensão equivalente de Tresca ao longo do contorno da fronteira plástica ($r = c_0$). Dessa forma avalia-se a qualidade do refinamento mediante as tensões principais, pois a tensão equivalente de Tresca engloba as tensões principais maior (σ_r) e menor (σ_θ), sendo σ_z a intermediária.

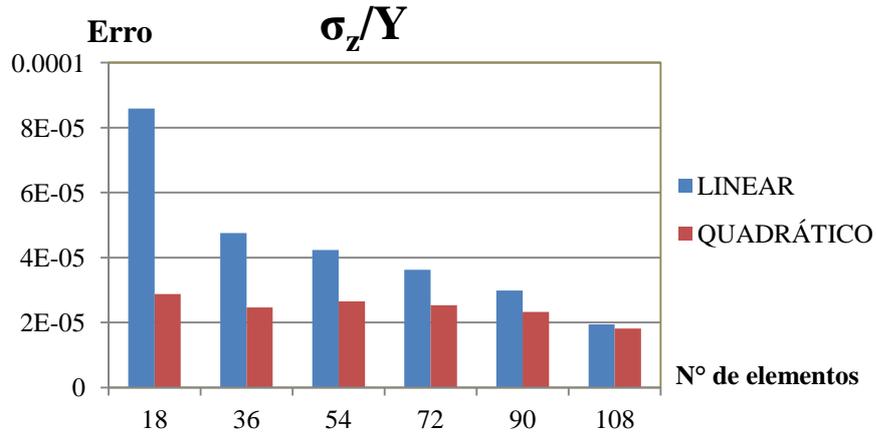
A tensão σ_z , normalizada, vale, nesse caso

$$\frac{\sigma_z}{Y} = -0,3171394565 \quad (4.26)$$

enquanto a tensão de Tresca, assim como as outras tensões discutidas neste capítulo, encontra-se normalizada pela tensão de escoamento, tem valor igual a 1.

A Figura 30 mostra o erro inerente às tensões normalizadas na direção z, em função do número de elementos dispostos circunferencialmente.

Figura 30 – Erro na obtenção dos valores da tensão σ_z/Y ao longo da fronteira plástica

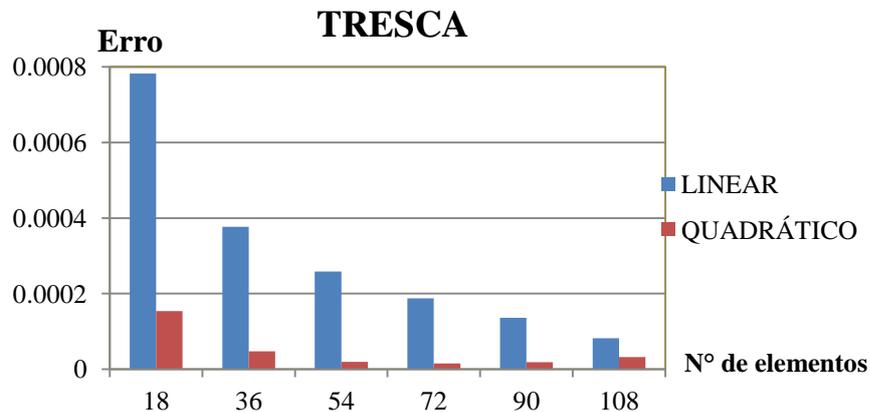


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Nessas simulações nota-se pequena variabilidade com funções de forma quadráticas, sendo necessários apenas 36 elementos, enquanto para as funções de forma lineares são necessários pelo menos 108 elementos para a ocorrência de estabilização do erro.

A Figura 31 mostra o comportamento do erro em relação à tensão equivalente de Tresca.

Figura 31 – Erro na obtenção dos valores da tensão equivalente de Tresca ao longo da fronteira plástica



Fonte - Autor desta dissertação (2012)

Nota-se uma estabilização com erros muito pequenos a partir de 54 elementos para funções de forma quadráticas. Com funções de forma lineares esse nível de erro só seria alcançado com mais de 108 elementos.

Em função desses resultados adota-se, para a discretização, 54 elementos com função de forma quadrática ao longo desse um quarto de circunferência de duto.

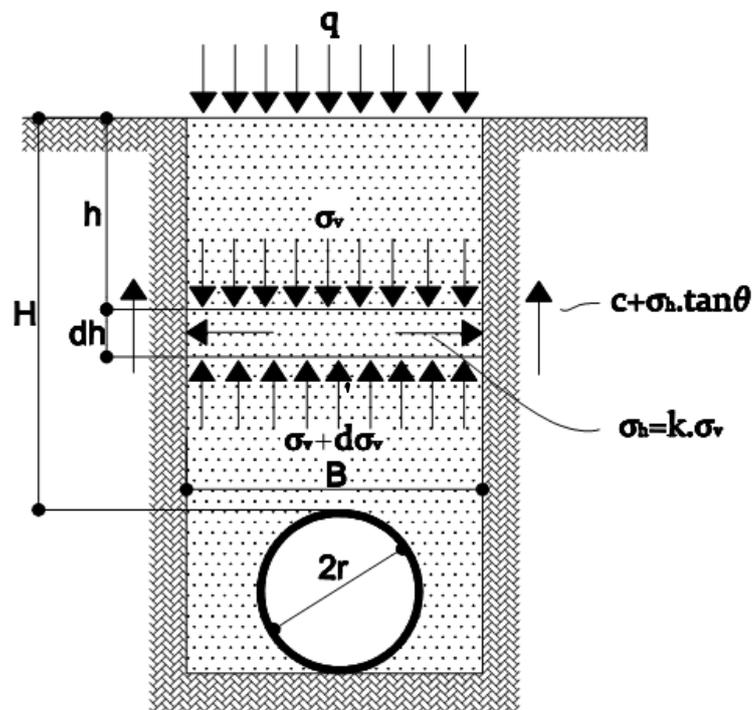
4.3 Análise do arqueamento

Inicia-se essa análise pela obtenção da solução analítica do arqueamento para o estado plano de deformação, através de uma modificação da solução de Brachman *et al.* (2000), a qual é conhecida, quando em caso tridimensional, como teoria clássica do arqueamento.

A solução de Brachman *et al.* (2000) pode ser obtida pela modificação da solução de Marston (1930), a qual resolvia o problema da determinação da resultante das forças que agem por unidade de comprimento linear ao longo da extensão do duto. A discussão e o confronto com soluções numéricas são tratados detalhadamente no trabalho de Cintra *et al.* (2005).

Considere, aqui, o arqueamento em uma vala como um problema de estado plano, mas com o objetivo de se determinar o valor da tensão vertical (σ_v) em função da profundidade, em uma vala, de largura B' e altura H , submetida a um carregamento distribuído (q) aplicado no seu topo (Figura 32).

Figura 32 – Solução analítica do arqueamento para um estado plano



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

A equação de equilíbrio das tensões verticais que atuam sobre a fatia pode ser escrita como:

$$\sigma_v + \gamma B' dh = \sigma_v + d\sigma_v + 2k \frac{\sigma_v}{B'} \tan \theta dh \quad (4.27)$$

onde σ_h é a tensão horizontal, k o coeficiente de empuxo ativo, θ o ângulo de atrito entre o solo e as paredes da vala e γ o peso específico do solo; considera-se um solo estritamente arenoso, ou seja, $c = 0$.

A solução dessa equação diferencial pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sigma_v(h) = qe^{-\eta h} + \gamma B' C_d \quad (4.28)$$

sendo

$$C_d = \frac{1 - e^{-\eta h}}{2k\mu}, \quad (4.29)$$

$$\eta = \frac{2k\Phi}{B'} \quad (4.30)$$

e

$$\Phi = \tan \theta \quad (4.31)$$

É demonstrável para o caso de uma vala tridimensional de comprimento L com atrito entre o solo circundante e suas as quatro faces laterais que

$$\sigma_v(h) = qe^{-\eta h} + \gamma C_d \quad (4.32)$$

com

$$C_d = \frac{1 - e^{-\eta h}}{2k\Phi w} \quad (4.33)$$

$$\eta = 2k\Phi w \quad (4.34)$$

e

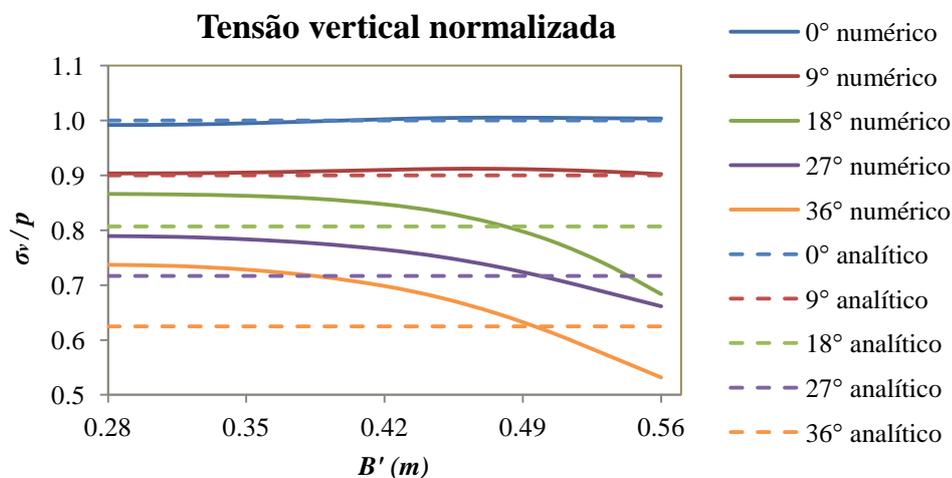
$$w = \frac{1}{B'} + \frac{1}{L} \quad (4.35)$$

C_d é uma função auxiliar; η , Φ e w (coeficiente geométrico da vala) são constantes.

Agora, com a solução analítica para estado plano de deformações, efetua-se uma comparação com um modelo numérico simulado no Abaqus, com diferentes valores de ângulo de atrito entre o solo e as paredes da vala. O modelo aqui experimentado tem os mesmos parâmetros da caixa de testes estudada por Costa (2005), sendo avaliadas as tensões verticais ao longo de uma trajetória horizontal a uma altura média da vala.

De antemão, percebe-se que a solução analítica representa uma aproximação, afinal, na sua demonstração, parte-se do pressuposto que a tensão vertical é constante ao longo da largura da vala, quando na realidade, espera-se que nas proximidades das paredes da vala a reação tangencial alivie as tensões verticais, sendo esse alívio mais pronunciado quanto mais próximo se estiver de uma das paredes. De fato, isso pode ser verificado na Figura 33, que mostra o comportamento das tensões verticais normalizadas do centro da vala até a parede direita ao longo de uma trajetória horizontal, para o modelo simulado no Abaqus e para a solução analítica.

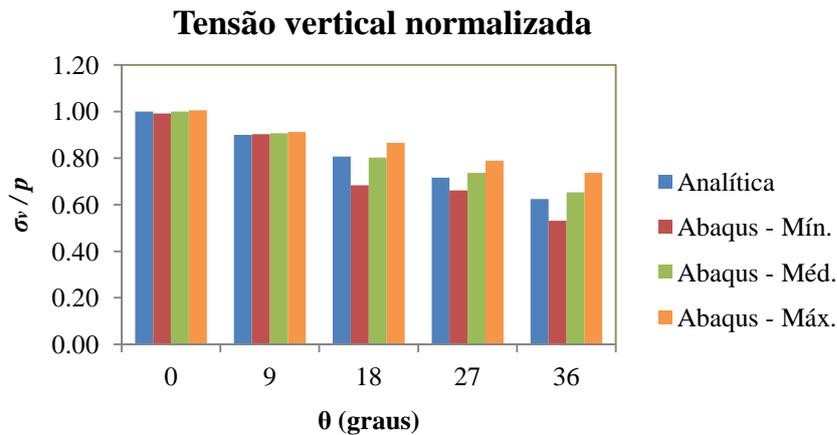
Figura 33 – Comportamento simulado das tensões verticais normalizadas ao longo de uma trajetória horizontal



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Nota-se claramente a influência do ângulo de atrito, o que leva concluir que quanto mais próximo de zero, mais próximo do perfil da solução analítica está o da solução numérica. A Figura 34 permite a comparação entre a solução analítica e os valores mínimo, médio e máximo da solução numérica ao longo da referida trajetória horizontal.

Figura 34 – Comparação entre a solução analítica e a solução no Abaqus



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

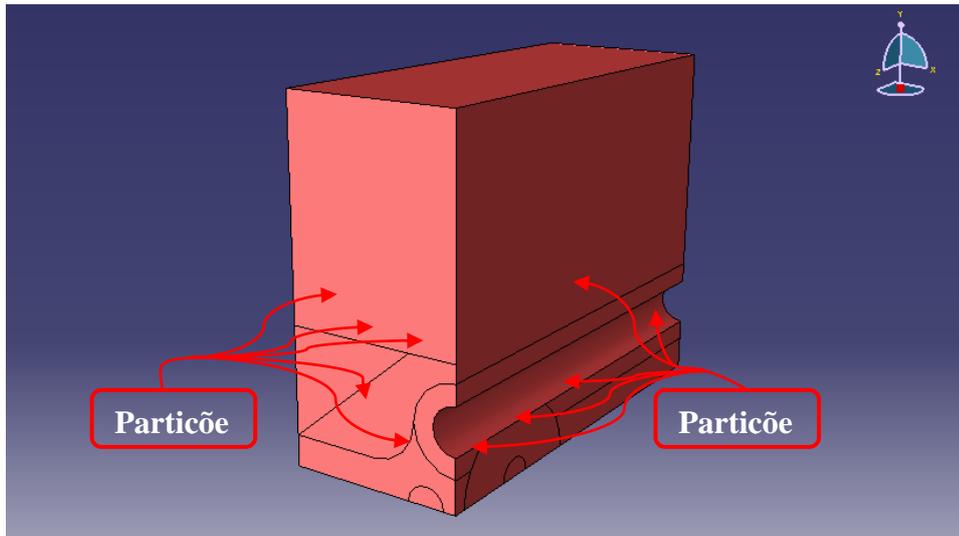
Percebe-se, no presente caso, de acordo com a Figura 33 e a Figura 34, que a solução analítica representa uma alternativa razoável à solução numérica, para valores de ângulo de atrito entre as paredes e o solo da vala de até 9°. Apesar de o valor médio da solução numérica ter excelente aderência até 18°, para ângulos acima de 9° a solução analítica começa a se tornar inviável, devido à dispersão dos valores de tensão vertical ao longo da trajetória.

Como o ângulo de atrito entre o solo da vala e as suas paredes para o presente trabalho vale 9°, é possível estimar analiticamente, com boa exatidão, o valor da tensão vertical que chega ao duto.

4.4 Discretização da malha do solo

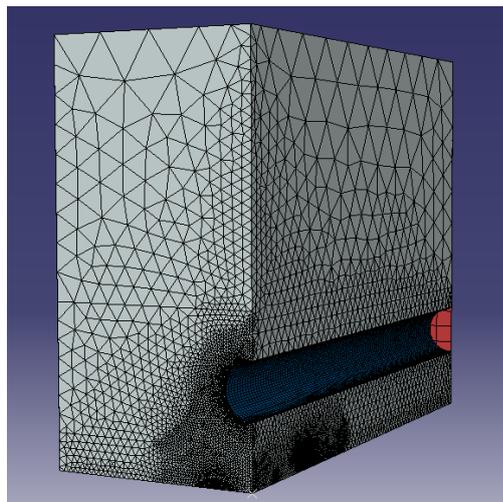
Para discretização da malha de elementos finitos do solo adotada-se o elemento tetraédrico de polinômio interpolador linear, nomeado pelo Abaqus de *C3D4*. Apesar desse elemento ser mais rígido (quanto à qualidade de discretização) que o hexaédrico, por possuir menos nós (quatro no tetraédrico e oito no hexaédrico) e menos faces (quatro no tetraédrico e seis no hexaédrico), ele permite a utilização de técnicas de discretização mais flexíveis, ou seja, o aumento do refinamento de uma determinada região (ou regiões) exerce uma influência consideravelmente menor sobre o refinamento das demais.

Pesou ainda na escolha desse elemento o fato de serem necessárias partições em faces adjacentes dessa parte do modelo (Figura 35). Tal situação inviabiliza a adoção de elementos hexaédricos, pois, para tanto, é necessária a utilização de algoritmos de discretização de malha complexos, resultando em elementos demasiadamente distorcidos.

Figura 35 – Partições do solo

Fonte: Autor desta dissertação (2012)

As partições (Figura 35) são imprescindíveis para o controle das discontinuidades (mediante aumento do refinamento) das regiões de elevada concentração de tensões, como ao redor do duto, imediatamente acima do alçapão e nas regiões mais próximas do fundo da caixa de um modo geral (Figura 36). Além do tamanho médio dos elementos, o controle do refinamento é feito através da atribuição do número de elementos ao longo dos contornos do modelo, que podem ser as arestas vivas ou as partições (Figura 35) convenientemente criadas para esse fim.

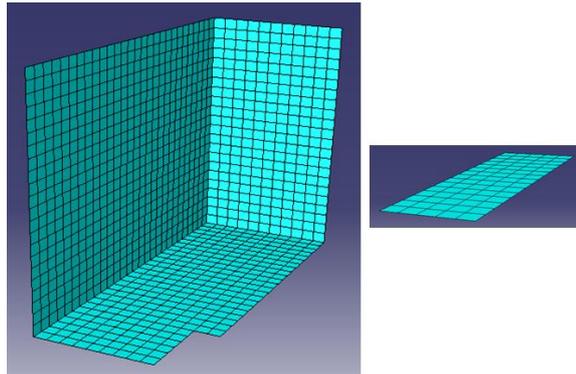
Figura 36 – Exemplo de refinamento levando-se em conta a concentração de tensões

Fonte: Autor desta dissertação (2012)

4.5 Discretização da malha da caixa e do alçapão

Para a caixa de testes e o alçapão (Figura 37), opta-se por modelá-los como corpo rígido com elemento de placa tridimensional retangular do tipo rígido discreto e com polinômio interpolador linear (*R3D4*).

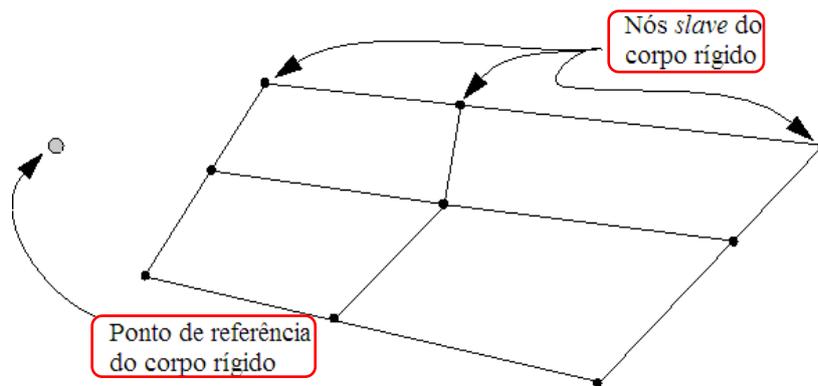
Figura 37 – Discretização da caixa e o alçapão, respectivamente



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

No Abaqus, segundo Hobbit *et al.* (2003b), um corpo rígido é um conjunto de pontos e elementos cujo movimento é governado pelas condições de contorno de um único nó, conhecido como ponto de referência do corpo rígido, ilustrado na Figura 38. Durante a análise o corpo rígido não se deforma, mas pode sofrer deslocamentos de corpo rígido.

Figura 38 – Elementos constituintes de um corpo rígido



Fonte: adaptado de Hobbit *et al.* (2003a)

Corpos rígidos podem ser utilizados para representar componentes relativamente muito rígidos, como é o caso da caixa metálica modelada neste trabalho. A principal

vantagem de se representar porções do modelo com corpos rígidos, em vez de elementos deformáveis, é a eficiência computacional. Apesar de ser necessário algum esforço computacional para atualizar o movimento dos nós do corpo rígido e para montar as cargas concentradas e distribuídas, o movimento do corpo é totalmente determinado por um máximo de seis graus de liberdade, concernentes ao ponto de referência previamente informado pelo usuário.

5 ESTUDO DAS TENSÕES VERTICAIS SEGUNDO A MOVIMENTAÇÃO DO ALÇAPÃO

A mudança da resposta mecânica de estruturas subterrâneas heterogêneas, perante formas variadas de carregamento, se dá por conta dessas estruturas apresentarem parâmetros de deformabilidade distintos, o que as leva a deslocamentos relativos. Essa interação faz com que ocorra uma transferência de tensões, a fim de se restabelecer o equilíbrio mecânico dos corpos e/ou partes do corpo, envolvidos no processo. Essa reorganização estrutural é por vezes chamada de arqueamento.

Neste capítulo é mostrado o resultado da simulação numérica do modelo físico de Costa (2005), onde o arqueamento do solo é avaliado mediante a movimentação do alçapão. Em um primeiro momento, as simulações são realizadas idealizando que o solo e o duto apresentam comportamento elástico linear. Devido a formação de uma chamada zona cisalhante próximo às interfaces alçapão-duto, é adotado, em outro momento, o modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb para o solo, visto que esse toma como critério de escoamento uma combinação crítica da tensão cisalhante.

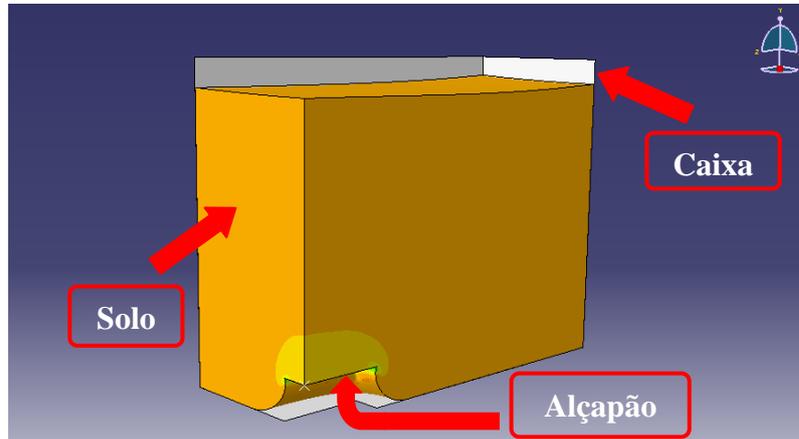
Em se tratando da caixa e do alçapão, adotada-se um modelo totalmente rígido, conforme já mencionado.

O módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e o peso específico do solo são, respectivamente, $E_s = 95 \text{ MPa}$, $\nu_s = 0,34$ e $\gamma_s = 15,95 \text{ kN/m}^3$; e para o duto, cujo material é PVC, $E_d = 1,91 \text{ GPa}$, $\nu_d = 0,385$ e $\gamma_d = 16,00 \text{ kN/m}^3$. Com exceção do módulo de elasticidade do solo, os valores dos parâmetros apresentados são extraídos do trabalho de Costa (2005).

Quando se adota o modelo de Mohr-Coulomb os parâmetros adicionais necessários são: $\theta = 33,4^\circ$ (ângulo de atrito interno), $\mu = 8,8^\circ$ (dilatância) e $c = 0,5 \text{ kPa}$ (coesão). Por se tratar de um solo essencialmente arenoso dever-se-ia ter uma coesão aproximadamente nula, no entanto, o Abaqus não permite a adoção valor zero para esse parâmetro, e ainda apresenta problemas de convergência para valores muito próximos de zero. Por esse motivo trabalha-se com o valor discriminado acima (que em termos práticos é considerado pequeno), com módulo de encruamento coesivo nulo. Esses valores são obtidos partindo-se dos valores definidos por Costa (2005), com uma posterior calibração do modelo elastoplástico, observando sempre a qualidade da aderência aos resultados obtidos pelas células de tensão total do trabalho desse autor.

Nas simulações realizadas, valendo-se da simetria do problema, modela-se um quarto da caixa de testes (Figura 39), com e sem o duto.

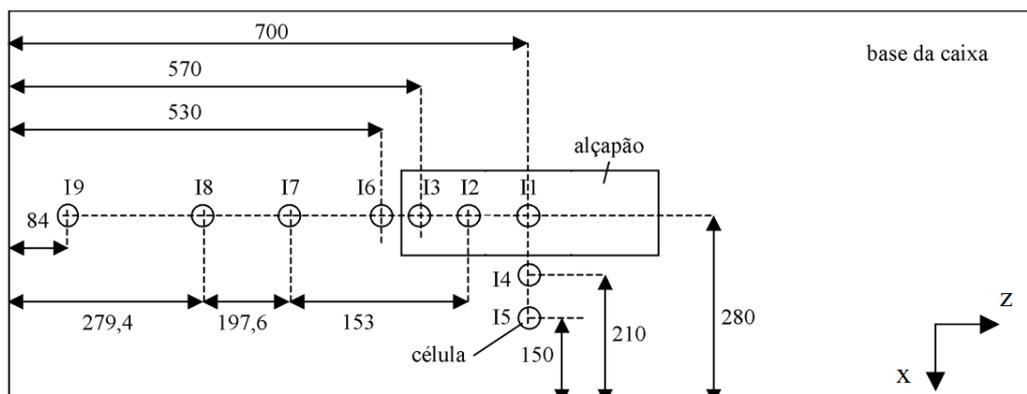
Figura 39 – Simulação de arqueamento passivo sem o duto



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Analisa-se o comportamento das tensões verticais frente à movimentação do alçapão, em um estágio posterior à aplicação de uma sobrecarga de 100 kPa no topo da vala. Essas tensões são avaliadas nos pontos correspondentes aos que estavam as células de tensão total de base do modelo físico de Costa (2005), conforme Figura 40. As tensões verticais estudadas neste trabalho correspondem ao componente normal σ_{yy} do tensor de tensões, segundo o sistema de coordenadas mostrado na Figura 41.

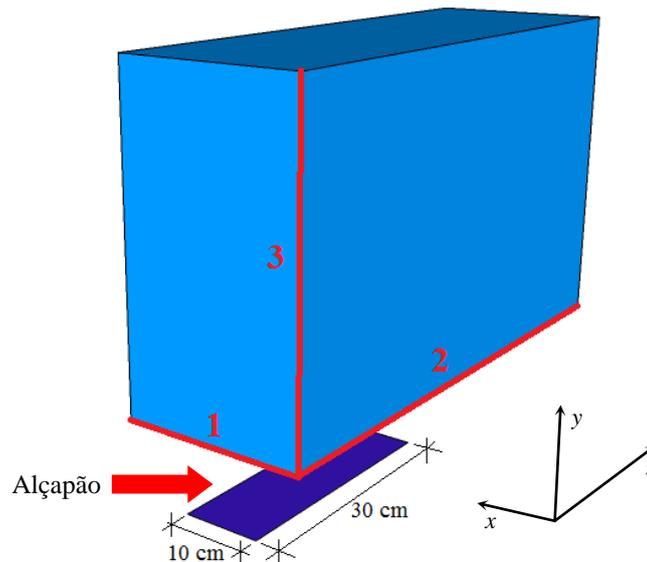
Figura 40 – Disposição das células de tensão total (I_n) na base da caixa de testes de - medidas em milímetros



Fonte: Costa (2005)

Valendo-se de uma das funcionalidades do Abaqus, adicionalmente analisado-se o comportamento dessas tensões ao longo das trajetórias 1, 2 e 3 (Figura 41) do modelo numérico.

Figura 41 – Trajetórias 1, 2 e 3 de análise de tensões verticais



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

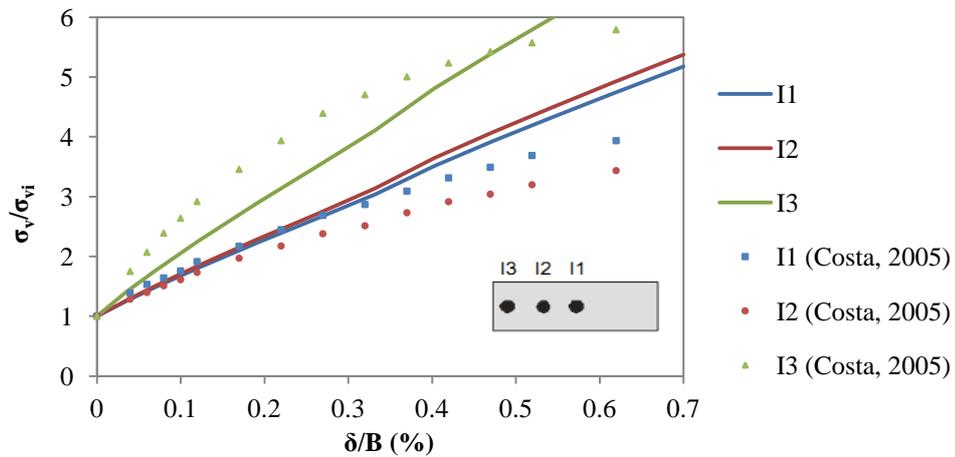
5.1 Arqueamento Passivo

Essa condição é atingida quando o alçapão é movimentado ascendentemente. Para se atingir a mobilização do arqueamento máximo, segundo Costa (2005), bastam deslocamentos relativos do alçapão (δ/B) muito pequenos, inferiores a 0,7%. O valor δ/B representa o deslocamento do alçapão normalizado pela sua largura, que vale 10 *cm*. Com esse valor de δ/B não há perda de material, ou seja, há abertura entre a borda do orifício no fundo da caixa e o alçapão.

5.1.1 Comportamento das tensões verticais na superfície do alçapão

As tensões apresentadas daqui em diante estão normalizadas pela tensão vertical inicial, que corresponde à tensão registrada imediatamente antes da movimentação do alçapão. A Figura 42 apresenta os valores registrados na superfície do alçapão, especificamente nos pontos I1, I2 e I3, para o modelo elástico linear.

Figura 42 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento passivo - modelo elástico linear



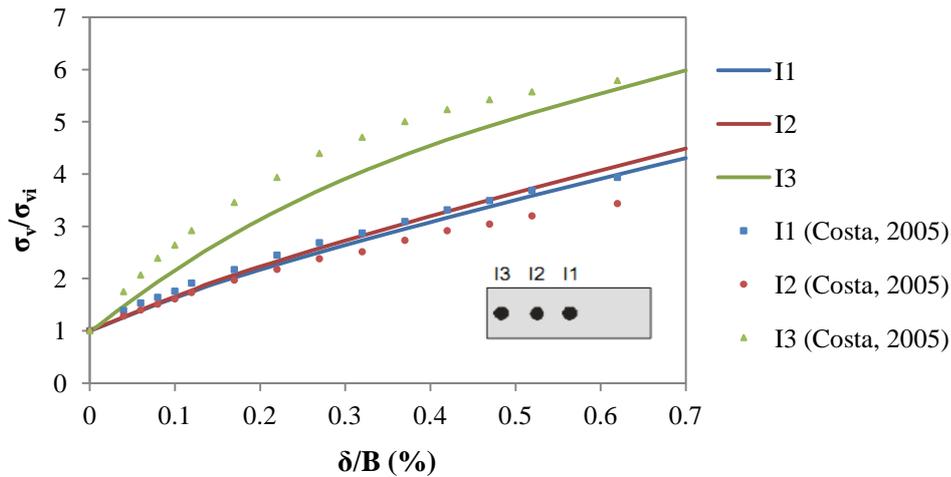
Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Nas posições I1 e I2, as tensões, ao final da subida do alçapão, ultrapassam o quántuplo das tensões iniciais. Enquanto na posição I3, a tensão superou o sétuplo da tensão inicial, o que mostra que nas regiões próximas às arestas do alçapão uma elevada concentração de tensões. Segundo Costa (2005), nessa região do solo, forma-se uma zona cisalhante.

A Figura 42 mostra também a série de pontos obtidos por Costa (2005). Os perfis de tensões do modelo numérico têm um comportamento parecido aos do modelo físico, havendo nesses uma redução da inclinação das linearizações da série de pontos de tensões com a movimentação do alçapão, em relação àqueles. Esse fato pode indicar que um modelo numérico com relação constitutiva elástico linear não representa satisfatoriamente o comportamento do solo nessa região, carecendo de uma relação constitutiva que englobe os efeitos das tensões cisalhantes, pois essas são, obviamente, o principal agente de deformações na chamada zona cisalhante.

Assim, conforme sugere o parágrafo acima, segue a Figura 43, relativa ao modelo elastoplástico e sua respectiva análise.

Figura 43 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento passivo - modelo elastoplástico

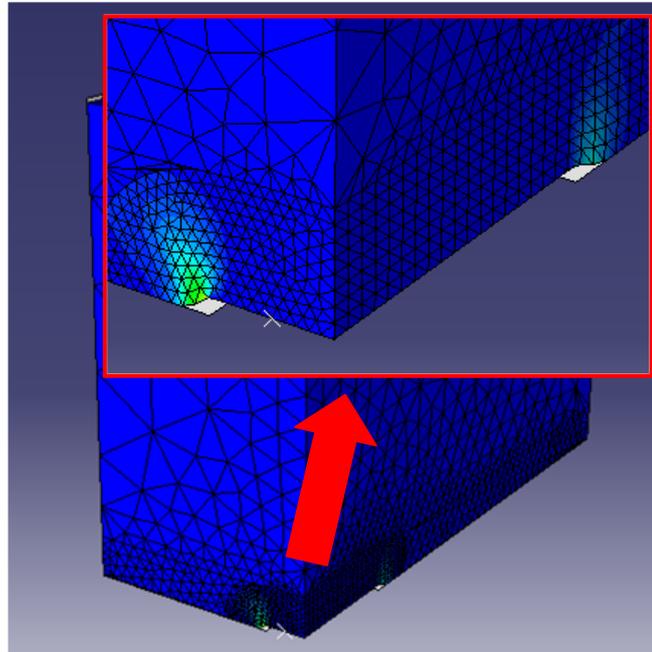


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Com o modelo elastoplástico obtém-se uma aderência bem melhor do que com o elástico linear. Observa-se também que os valores ao final da subida do alçapão estão bem próximos aos seus respectivos resultados experimentais, em especial as tensões verticais em I1 e I3.

É possível observar, de um modo geral, que a redução da tensão vertical final é mais evidente em I3 e menos em I1, indicando que há uma relação entre essa redução e a distância à aresta alçapão-caixa. Isso parece razoável, visto que, devido ao surgimento da zona cisalhante, essa região provavelmente sofreu escoamento, considerando o nível de mobilização do alçapão, o que pode ser constatado na Figura 44, que mostra o espectro de resposta da magnitude de deformações plásticas.

Figura 44 – Magnitude de deformações plásticas normalizada no arqueamento passivo - detalhe da zona cisalhante

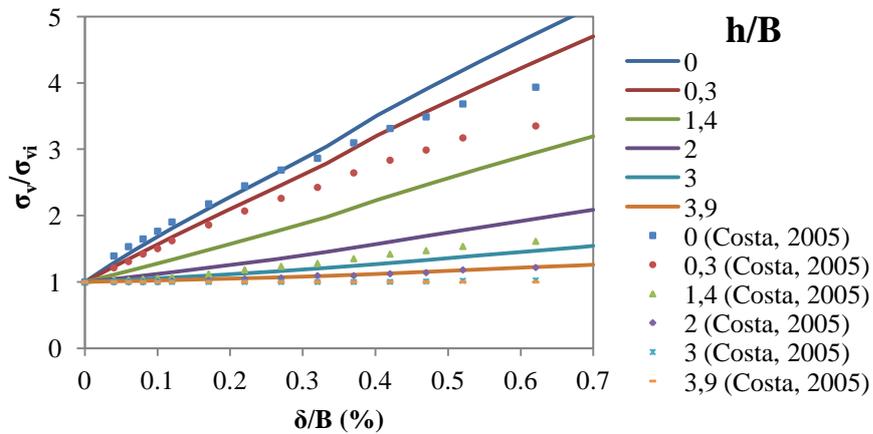


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

5.1.2 Comportamento das tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão

O valor de δ/B último adotado pode parecer pequeno, mas consegue modificar consideravelmente a resposta do solo ao longo da altura da vala. A Figura 45 mostra perfis do comportamento da tensão vertical para diferentes alturas relativas, em função da movimentação do alçapão na simulação com o modelo elástico linear.

Figura 45 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento passivo - modelo elástico linear

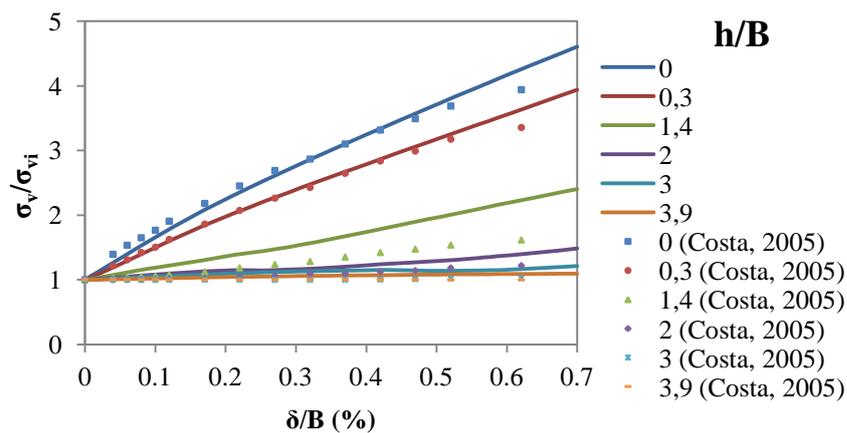


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Ao se comparar os modelos numérico e físico nota-se que todas as tensões verticais finais avaliadas numericamente apresentam valores maiores do que as obtidas experimentalmente, tal como na análise dessas tensões sobre o alçapão. O que reforça a ideia de que um modelo elástico linear não representa adequadamente o comportamento do solo nessa situação.

A Figura 46 mostra o comportamento das tensões para o modelo elastoplástico.

Figura 46 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento passivo - modelo elastoplástico



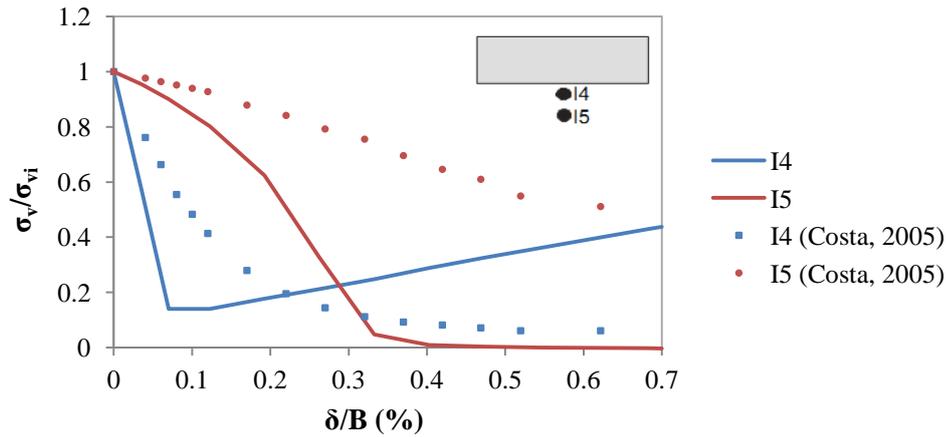
Fonte: Auto desta dissertação (2012)

O efeito da adoção do modelo elastoplástico é mais pronunciado da metade da mobilização do alçapão em diante, onde se percebe uma melhora com a relação à aderência aos resultados dos experimentos de Costa (2005).

5.1.3 Comportamento das tensões verticais fora do alçapão

A redistribuição das tensões adjacentes ao maior lado do alçapão, utilizando um modelo elástico linear é apresentada na Figura 47.

Figura 47 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elástico linear

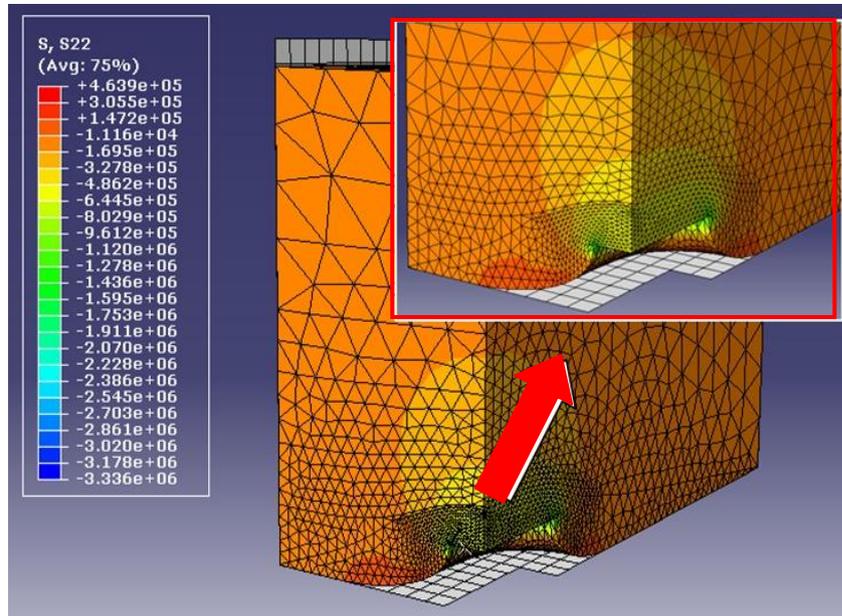


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Na posição I4 observa-se um alívio abrupto das tensões verticais, chegando próximo de zero, seguido de uma reação após 0,8% de δ/B . Na posição I5 a tensão vertical também sofre um alívio, menos acentuado, porém chegando a zero a partir de 0,4% de δ/B .

Intuitivamente, é razoável supor que nas regiões fora do alçapão haja uma redução das tensões verticais, sendo essa redução mais pronunciada quanto mais próxima a região estiver da interface alçapão-caixa. De fato, a redução é mais acentuada em I4 que em I5, no entanto há uma reação das forças internas nesse primeiro, que é devida à elevada concentração de tensões verticais em torno da região que contém a interface alçapão-caixa. Isso pode observado na Figura 48, que mostra o espectro de resposta das tensões verticais normalizadas da simulação com o modelo numérico elástico linear.

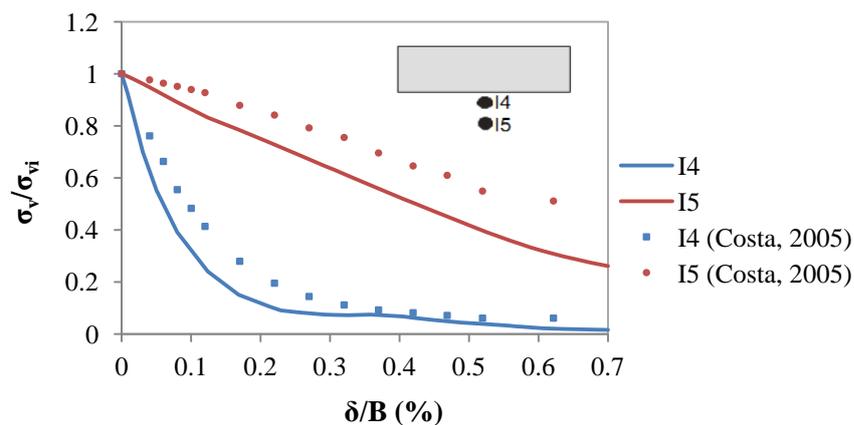
Figura 48 – Espectro de resposta das tensões verticais normalizadas - detalhe da região de concentração de tensões verticais



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Com o modelo elastoplástico (Figura 49) consegue-se um resultado mais próximo ao do modelo físico.

Figura 49 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

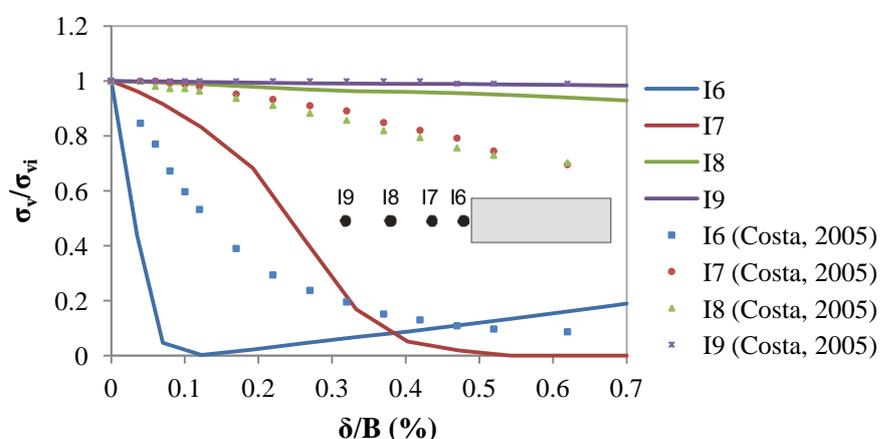
Dessa vez não há reação nas tensões nem I4, apresentado boa aderência entre 0,35% e 5,20% de δ/B . Essa menor reação é devido a I4 estar dentro da região plastificada (Figura 44). As tensões em I5 são agora maiores que em I4 e sofrem uma queda muito menos

acentuada que com o modelo elástico linear, tendo comportamento muito mais condizente, assim como I4, com o modelo físico de Costa (2005).

Assim é possível afirmar, com embasamento numérico, que próximo às arestas do alçapão tem-se uma zona de cisalhamento, pois na superfície do alçapão, próximo a sua aresta tem-se um acentuado aumento da tensão vertical (I3) e fora da sua superfície (I4) tem-se uma acentuada redução.

O comportamento das tensões verticais, com modelo elástico linear, em regiões adjacentes ao menor lado do alçapão é mostrado na Figura 50.

Figura 50 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elástico linear

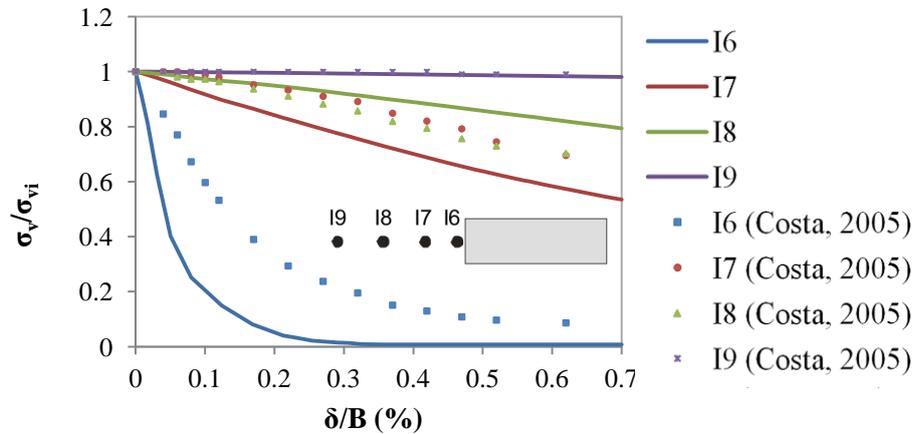


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

O comportamento da tensão vertical mais próxima à aresta do alçapão (I6) é muito similar ao equivalente I4 (Figura 47), inclusive apresentando reação para níveis de δ/B aproximadamente iguais. Já a tensão vertical na posição I7, apesar de apresentar um perfil semelhante a I5 (Figura 47), torna-se nula só em 0,5% δ/B . O que confirma que a mobilização do alçapão, e a conseqüente mobilização das tensões verticais, guardam uma relação crescente. De fato, I8 sofre uma redução muito pequena e em I9 a mobilização é praticamente nula, não sofrendo influência da movimentação do alçapão em decorrência da distância da região mobilizada.

A Figura 51 mostra o comportamento das tensões verticais com o modelo elastoplástico.

Figura 51 – Tensões verticais em arqueamento passivo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

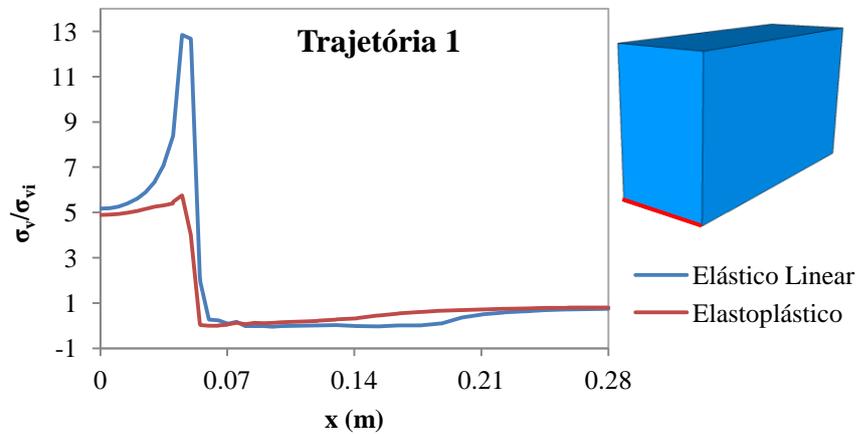
A tensão em I6 tem um comportamento parecido com o de I4 (Figura 49), a menos da estabilização em zero. É um indicativo da influência da geometria do alçapão – cuja relação entre os lados vale 3 (lado menor igual a 10 cm e lado maior igual a 30 cm) – visto que I4 e I6 encontram-se a uma mesma distância da interface alçapão-caixa (2 cm), conforme pode ser verificado na Figura 40.

Em I7 e I8 há uma maior mobilização final, em relação ao modelo elástico linear, assim como em I5 (Figura 49). Isso indica que a perda da capacidade de reação das forças interna da vala devido à plastificação leva a uma transferência de tensões para as regiões adjacentes ainda não plastificadas.

5.1.4 Comportamento das tensões verticais ao longo das trajetórias 1, 2 e 3 em arqueamento passivo

A Figura 52 mostra o comportamento das tensões verticais ao longo da trajetória 1 (Figura 41), ou seja, do centro geométrico do alçapão até a parede mais próxima da caixa.

Figura 52 – Tensões verticais ao longo da trajetória 1 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

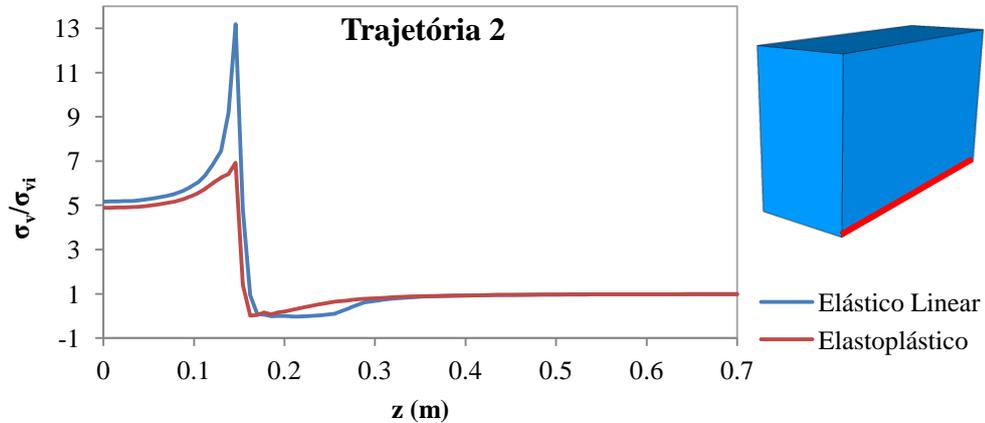
Observa-se um pico de tensões exatamente na interface caixa-alçapão ($x = 5 \text{ cm}$), sendo esse um local de grande concentração de tensões verticais. Na superfície do alçapão, especialmente próximo à interface alçapão-caixa, a tensão vertical aumenta consideravelmente para ambos os casos, enquanto imediatamente após, a tensão cai até zero.

Mais uma vez percebe-se a existência de uma zona de cisalhamento nas proximidades da interface caixa-alçapão, pois há uma variação abrupta de tensões verticais ao atravessar a essa região.

Com o modelo elastoplástico, o trecho de tensão vertical nula é bem menor do que com o modelo elástico linear. Conforme apresentado na Figura 52, com o modelo elastoplástico, o trecho de tensão vertical nula chega a até 2 cm da borda do alçapão ($x = 0,07 \text{ m}$), e no segundo, até 12,5 cm ($x = 0,125 \text{ m}$), ou seja, reduz-se a área de influência do alçapão com o modelo elastoplástico. Isso reforça que a plastificação dessa região promove uma redistribuição de tensões no maciço, transferindo-as para regiões próximas.

A Figura 53 mostra o comportamento das tensões verticais ao longo da trajetória 2, ou seja, do centro do alçapão até a parede mais afastada da caixa.

Figura 53 – Tensões verticais ao longo da trajetória 2 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico

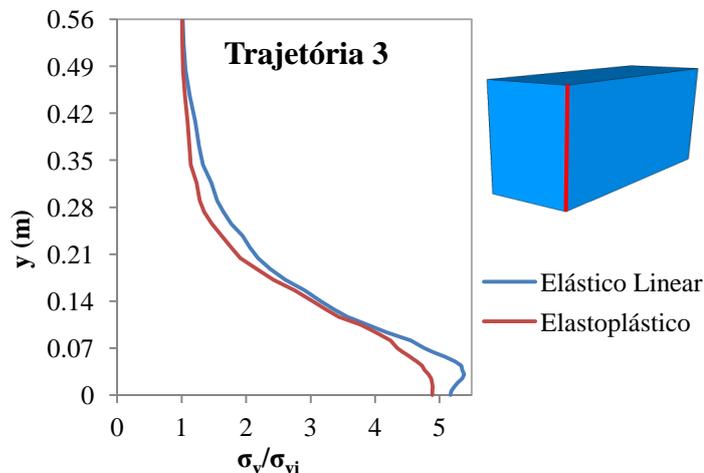


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Ao analisar o comportamento ao longo da trajetória 2 (Figura 53), nota-se grande semelhança com a trajetória 1, exceto pela área de influência do alçapão. Na trajetória 2, quando do uso do modelo elástico linear, o trecho de tensão vertical nula chega a até 7 cm ($z = 0,22 \text{ m}$) da borda do alçapão, e quando do uso do modelo elastoplástico, a até 1 cm ($z = 0,16 \text{ m}$), reforçando que a área de influência da movimentação do alçapão está relacionada com a geometria do alçapão.

A Figura 54 mostra o comportamento das tensões verticais ao longo da altura sobre o centróide do alçapão (trajetória 3).

Figura 54 – Tensões verticais ao longo da trajetória 3 em arqueamento passivo - modelos elástico linear e elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Na face do alçapão ($y = 0$), a movimentação do alçapão promove um aumento na tensão vertical até um valor máximo de cerca de 4,8 vezes quando do uso do modelo elastoplástico, e 5,3 vezes com o modelo elástico linear. Entre $y = 0,03 \text{ m}$ e $y = 0 \text{ m}$, o perfil de tensões verticais normalizadas do modelo elástico linear experimenta uma redução. Essa redução é devida à transferência de tensões verticais do centro do alçapão para a zona de cisalhamento. Ela não é verificada na simulação com o modelo elastoplástico porque para esse nível de mobilização, a zona cisalhante entra em escoamento, alterando a distribuição das tensões de tal maneira que essa região tem reduzida a sua capacidade de reação das forças internas.

Em comparação com os resultados fornecidos pelo modelo elástico, também é observada uma redução na capacidade de reação entre $1,5B$ e $5B$, mostrando que a adoção do modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb não altera apenas a distribuição de tensões próximo à zona cisalhante (plastificada), mas até próximo do topo da vala.

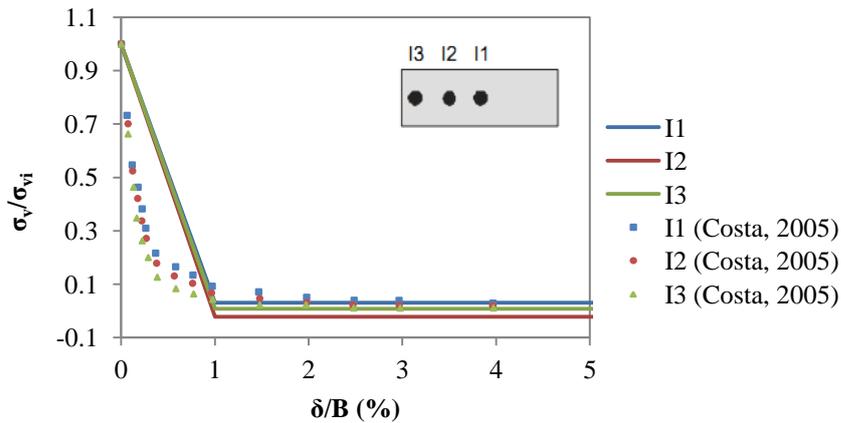
5.2 Arqueamento ativo

O arqueamento é desencadeado nesse caso pela movimentação descendente do alçapão. As simulações discutidas neste tópico utilizam os mesmos parâmetros empregados nas simulações do arqueamento ativo.

5.2.1 Comportamento das tensões verticais na superfície do alçapão

A Figura 55 mostra o comportamento das tensões verticais no interior do alçapão para o modelo elástico linear.

Figura 55 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento ativo - modelo elástico linear

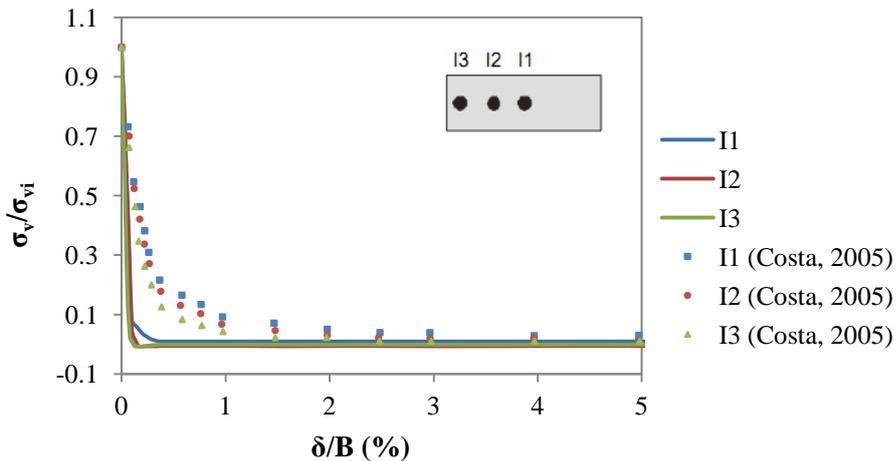


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Assim como nos dados experimentais de Costa (2005), ocorre uma redução inicial abrupta das tensões verticais, seguida de uma estabilização à medida que a tensão vertical se aproxima de zero. É interessante observar que na posição I2 (intermediária) a tensão de estabilização é dirigida para cima (sinal negativo). Qualitativamente, esse resultado não é satisfatório.

Procede-se com a análise do modelo elastoplástico, representado na Figura 56.

Figura 56 – Tensões verticais na superfície do alçapão em arqueamento ativo - modelo elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

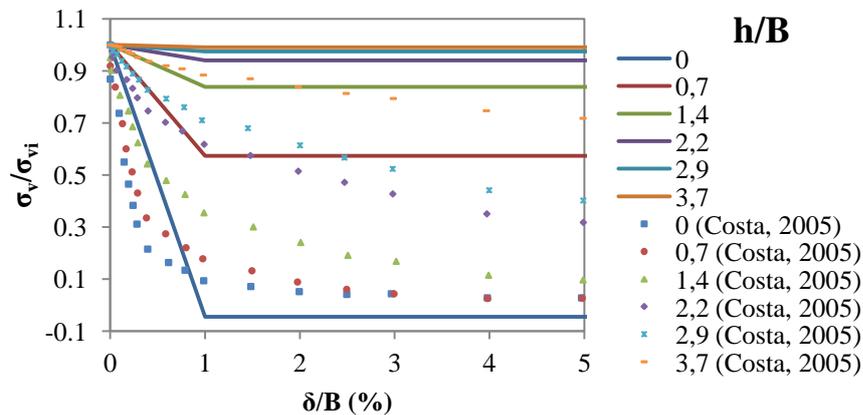
Dessa vez a redução inicial de tensões é mais acentuada que a verificada no experimento de Costa (2005), no entanto, quantitativamente, as tensões verticais finais desse modelo apresentam valores próximos dos experimentais. Nota-se que a relação entre a

distância da borda do alçapão e a taxa da queda de tensões é contemplada pelo modelo com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb.

5.2.2 Comportamento das tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão

Na Figura 57 é mostrado o comportamento das tensões verticais da simulação com o modelo elástico linear. Observa-se que ao longo da altura da vala o modelo numérico apresenta valores superiores em relação ao modelo físico, exceto na superfície do alçapão, chegando a mudar o sentido de atuação (sinal negativo).

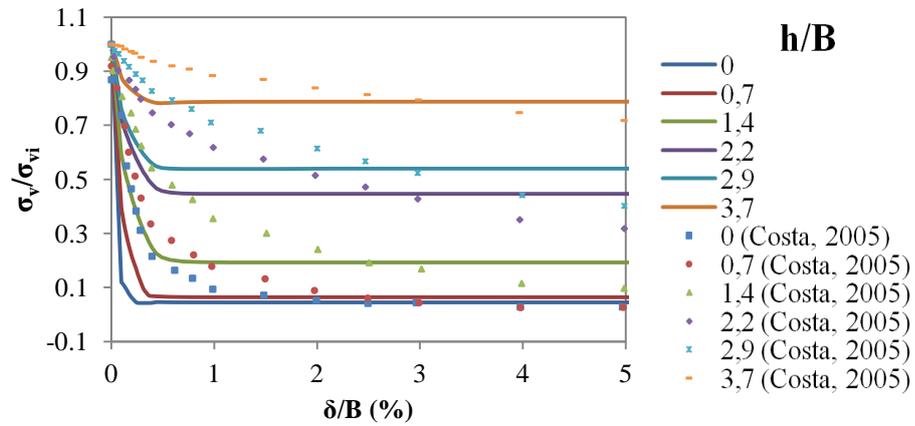
Figura 57 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento ativo - modelo elástico linear



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

A Figura 58 ilustra o comportamento de pontos ao longo da altura da vala, utilizando o modelo elastoplástico. De imediato, percebe-se o melhor ajuste aos dados experimentais, em comparação com os resultados proporcionados pelo modelo elástico linear. Também é importante registrar que o efeito do arqueamento reduz com a altura (distância do alçapão). A partir dos resultados utilizando o modelo elastoplástico, observa-se que acima do alçapão as tensões verticais sofrem uma redução, tal como na superfície do alçapão (Figura 56) e próximo às suas arestas (Figura 61 e Figura 63). Isso mostra que essas regiões encontram-se em regime plástico, devido a sua perda da capacidade de reação das forças internas.

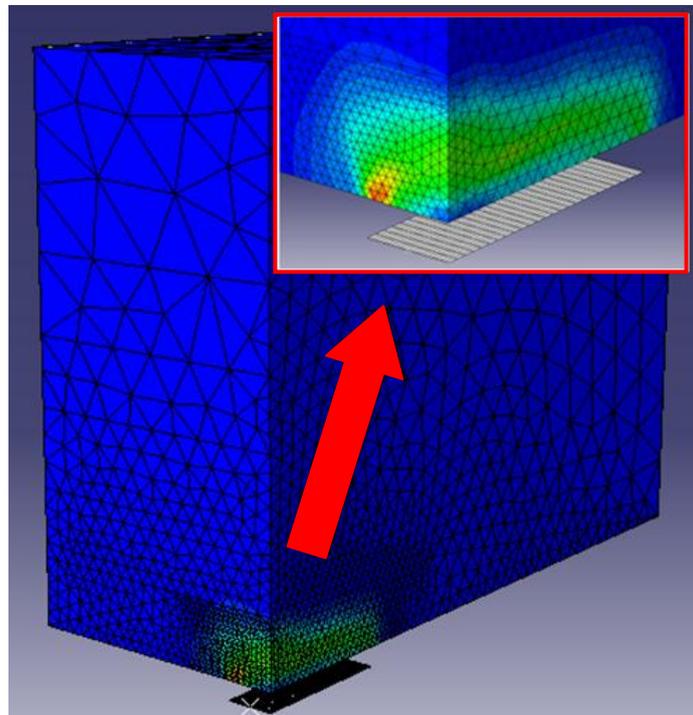
Figura 58 – Tensões verticais em um perfil vertical sobre o centróide do alçapão em arqueamento ativo - modelo elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

A constatação numérica acerca a região plastificada é observada na Figura 59, que mostra o espectro de resposta da magnitude de deformações plásticas do solo da vala.

Figura 59 – Magnitude de deformações plásticas normalizada no arqueamento ativo - detalhe da zona cisalhante

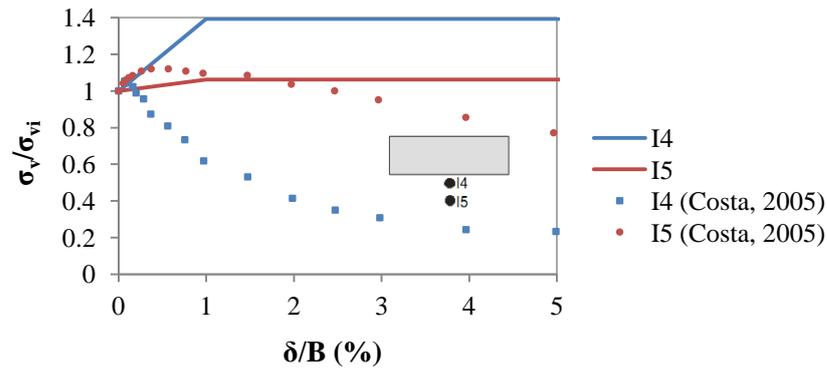


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

5.2.3 Comportamento das tensões verticais fora do alçapão

A Figura 60 mostra a distribuição de tensões verticais adjacentes ao maior lado do alçapão, utilizando o modelo elástico linear.

Figura 60 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elástico linear

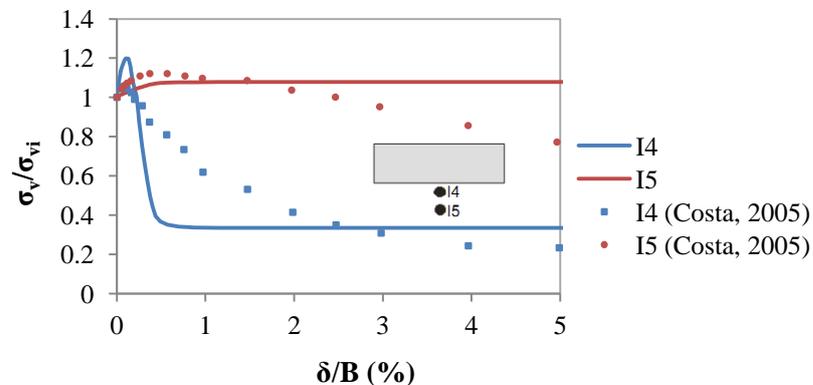


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Dos resultados utilizando o modelo elástico linear, verifica-se que as tensões verticais atuantes sobre o alçapão são transferidas, em maior intensidade, para as regiões mais próximas à interface alçapão-caixa. Essa relação de proximidade é constatada observando que em I4 o aumento é mais acentuado do que em I5 (mais afastado).

Procede-se a análise utilizando o modelo elastoplástico, cuja distribuição de tensões verticais é mostrada na Figura 61.

Figura 61 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao maior lado do alçapão - modelo elastoplástico

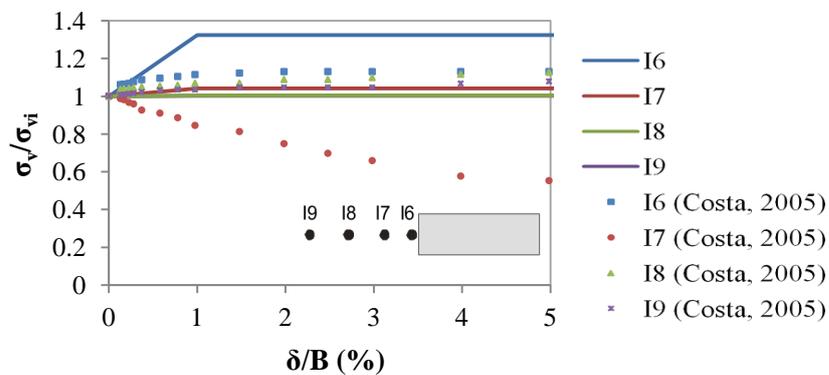


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Em I4, assim como no modelo elástico linear, ocorre um aumento, mas até $\delta/B = 0,9\%$. A partir desse valor ocorre uma queda acentuada, indicando que I4 encontra-se na zona cisalhante (região plastificada). Em I5 a tensão de estabilização ocorre em um valor sensivelmente menor em relação ao modelo elástico linear, enquanto no experimento de Costa (2005) não se observa tensão de estabilização para esse nível de mobilização do alçapão. Para esse caso o modelo de Mohr-Coulomb também apresenta resultados melhores do que o modelo elástico linear.

A Figura 62 mostra o comportamento das tensões verticais adjacentes ao menor lado do alçapão para o modelo elástico linear.

Figura 62 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elástico linear

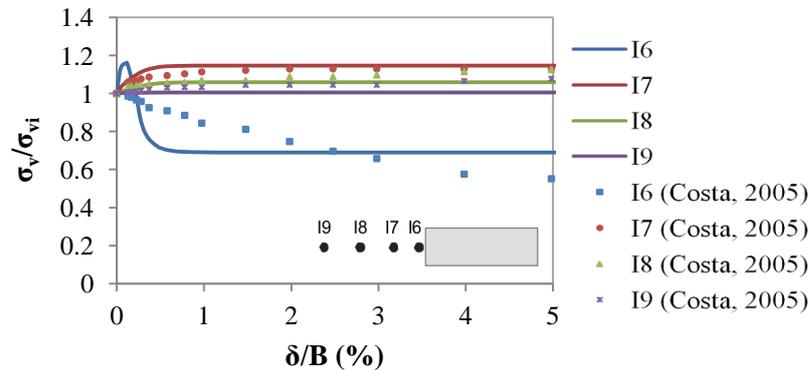


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Assim como em I4, no caso das tensões adjacentes ao maior lado alçapão, em I6, que também fica a 2 cm da borda do alçapão, ocorre uma um aumento seguido de estabilização das tensões verticais. No entanto, nesse o aumento é menos acentuado que naquele. Isso indica a influência da geometria do alçapão na distribuição das tensões verticais. Quanto aos demais, nota-se que, na base da caixa, o efeito do arqueamento reduz-se com o afastamento do alçapão.

A Figura 63 mostra a distribuição das tensões verticais adjacentes ao menor lado do alçapão para o modelo elastoplástico.

Figura 63 – Tensões verticais em arqueamento ativo na região adjacente ao menor lado do alçapão - modelo elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

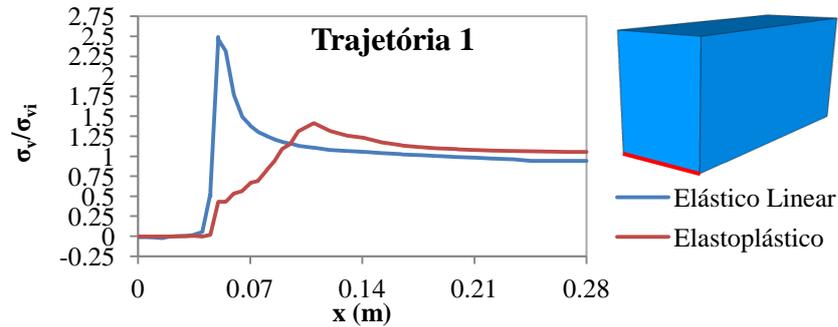
Dos resultados, notam-se perfis de tensões verticais semelhantes aos observados na região adjacente ao menor lado do alçapão. É possível observar também a relação entre a distribuição das tensões verticais e a geometria do alçapão: comparativamente aos resultados numéricos observados em I4, o pico de tensões em I6 apresenta um valor menor, enquanto a tensão de estabilização um valor maior.

De modo geral, observa-se que na região adjacente ao maior lado do alçapão o efeito do arqueamento é mais pronunciado.

5.2.4 Comportamento das tensões verticais ao longo das trajetórias 1, 2 e 3 em arqueamento ativo

Na Figura 64 é possível constatar que a região plastificada chega até $x = 0,11 m$ no fundo da vala. Notadamente, para os níveis de mobilização do alçapão empregados, o arqueamento ativo modifica a distribuição de tensões em uma região maior. Com a adoção do modelo elastoplástico a transferência de tensões da região plastificada atinge a parede da caixa.

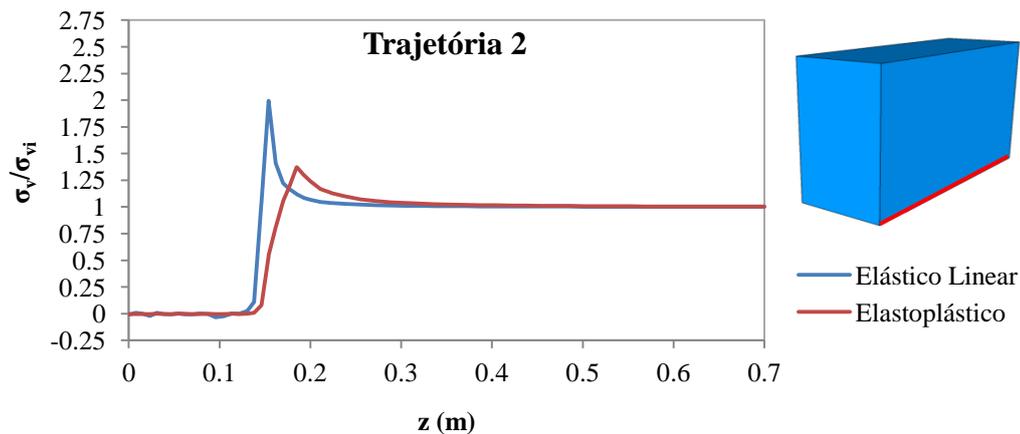
Figura 64 – Tensões verticais ao longo da trajetória 1 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

O comportamento das tensões verticais ao longo da trajetória 2 é mostrado na Figura 65.

Figura 65 – Tensões verticais ao longo da trajetória 2 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico

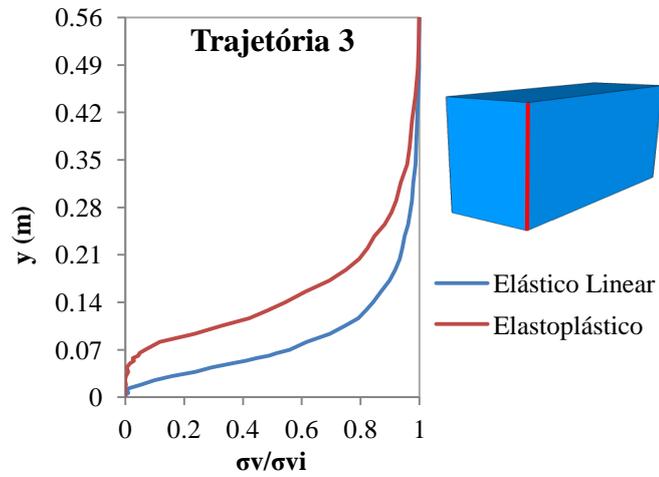


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Conforme já comentado, as tensões de pico, em ambos os modelos, têm um valor menor em relação ao observado na Figura 64. Comparando os modelos elástico linear e elastoplástico, observa-se que a transferência de tensão da região plastificada chega até $z = 0,5 \text{ m}$. Mais uma vez observa-se a influência da geometria do alçapão.

A Figura 66 mostra o comportamento das tensões verticais ao longo da trajetória 3, sobre o centro do alçapão.

Figura 66 – Tensões verticais ao longo da trajetória 3 em arqueamento ativo - modelos elástico linear e elastoplástico



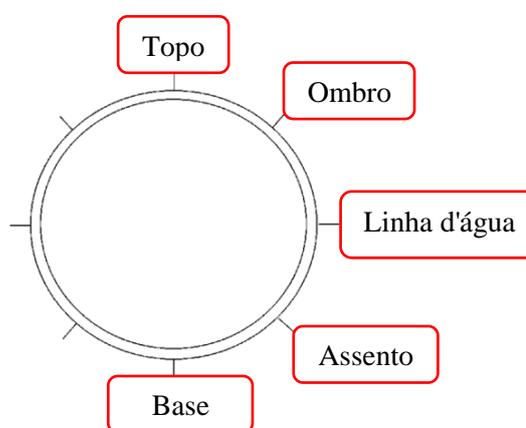
Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Comparando os modelos elástico linear e elastoplástico, observa-se que a movimentação do alçapão consegue reduzir as tensões verticais ao longo de praticamente toda a altura, tendo o efeito reduzido próximo do topo da vala e da superfície do alçapão.

6 ESTUDO DAS DEFLEXÕES NO DUTO SEGUNDO A SOBRECARGA NO TOPO DA VALA E A MOVIMENTAÇÃO DO ALÇAPÃO

Neste capítulo é discutido o efeito da sobrecarga aplicada no topo da vala e da movimentação do alçapão sobre a deflexão total e sobre as deflexões em pontos específicos da seção transversal do duto, que fica sobre o centróide do alçapão. Esses pontos da seção transversal são mostrados na Figura 67.

Figura 67 – Terminologia adotada para a identificação dos locais da seção transversal duto



Fonte: Adaptado de Costa (2005)

Entende-se por deflexão (d), o deslocamento radial de qualquer ponto da seção transversal em relação ao diâmetro médio do duto. Quanto à deflexão total (d_T), esta é a soma das deflexões de pontos diametralmente opostos da seção transversal. Convencionalmente, a deflexão é positiva se o ponto se afasta do centro do duto, enquanto a deflexão total será positiva se ocorrer aumento do diâmetro.

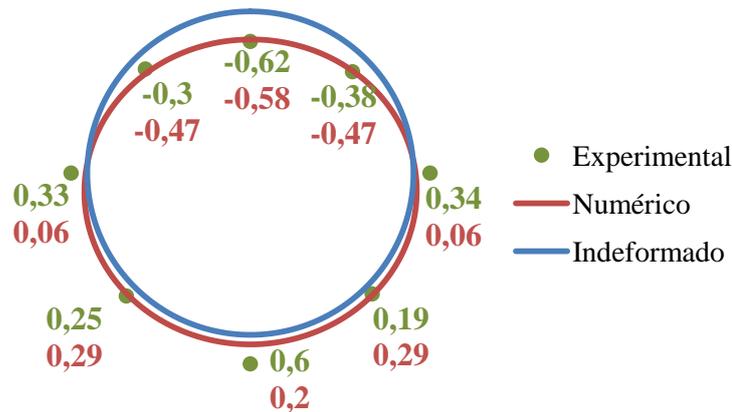
As análises são feitas em três momentos. Primeiro é discutida a influência da sobrecarga, segundo a influência da elevação localizada e, por último, da perda de apoio.

6.1 Influência da sobrecarga

Inicialmente, é importante destacar que para o nível de carregamento aplicado no topo da vala (100 kPa), o qual corresponde ao valor utilizado nos experimentos de Costa (2005), nem no duto e nem no solo ocorre plastificação. Por isso é indiferente a análise pelo modelo elástico linear ou pelo modelo elastoplástico.

A Figura 68 destaca os pontos experimentais e a deformada do modelo numérico da seção transversal central do duto, majorados por um fator igual a 30. Os valores em verde representam as deflexões do modelo físico de Costa (2005) e os em vermelho do modelo numérico. Constatou-se que as deflexões do modelo físico não são simétricas em relação ao eixo de simetria vertical, em virtude da aleatoriedade inerente aos resultados laboratoriais.

Figura 68 – Deformada da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem

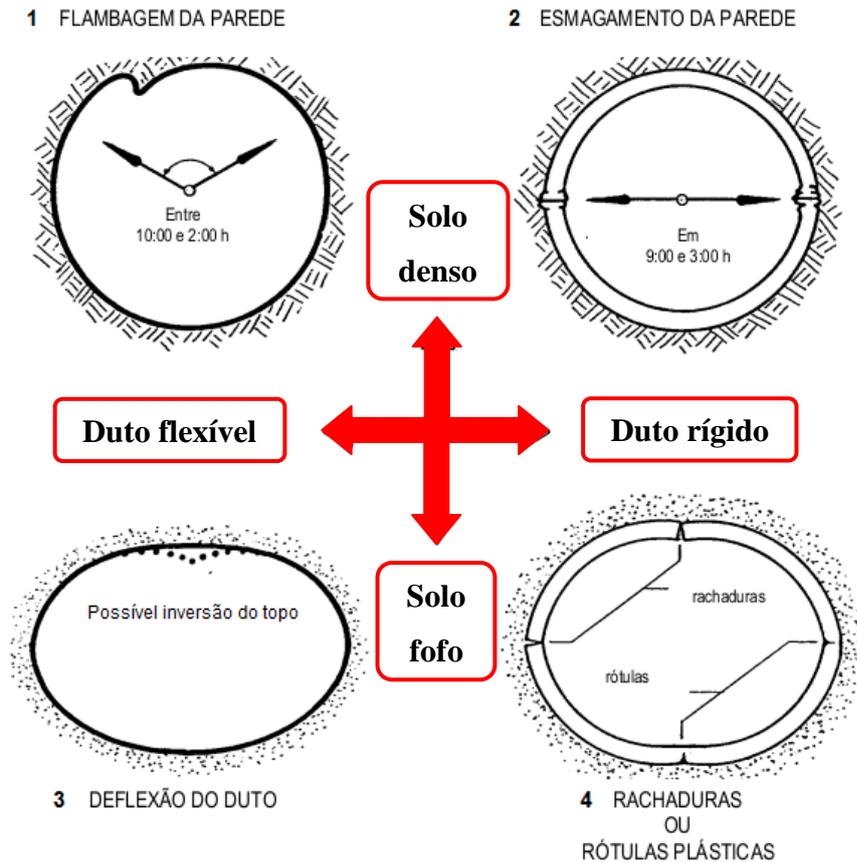


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Com o modelo físico, Costa (2005) observou uma deformada aproximadamente elíptica (aumento do diâmetro horizontal e redução do diâmetro vertical) com um acentuado achatamento do topo. O acentuado recalque da base parece ter relação com uma redução de compacidade do solo imediatamente abaixo do duto. A deflexão total vertical observada experimentalmente é $d_T = -0,02\%$ e a horizontal é $d_T = 0,67\%$, ou seja, o aumento do diâmetro horizontal ultrapassou a redução diâmetro vertical.

Assim, pode-se classificar esse sistema solo-duto como duto flexível imerso em solo fofo (tipo 3 da Figura 69), conforme sugerido por Rubio (2008). Em termos práticos (projetos) costuma-se limitar o valor das deflexões em 5%, que para o presente caso é obedecido.

Figura 69 – Limites de execução de duto enterrado devido à pressão externa do solo



Fonte: Adaptado de Rubio (2008)

Quanto ao modelo numérico, observa-se um padrão de deformação igual (tipo 3) ao do modelo físico de Costa (2005), a menos da inversão do topo (fortemente influenciado pela não linearidade física do problema) e do recalque da base (mudança de compactidade do solo não contemplada pelo modelo de Mohr-Coulomb). A deflexão total vertical observada é $d_T = -0,38\%$ e a horizontal é $d_T = 0,12\%$, ou seja, o aumento do diâmetro horizontal, nesse caso, é inferior à redução do diâmetro vertical.

Para se avaliar melhor o dano na seção em questão, mediante os modelos físico e numérico, pode-se utilizar o coeficiente de deflexão global (CDG) definido pelo somatório dos módulos das deflexões nos pontos de controle:

$$CDG = \sum_{i=1}^8 |d|$$

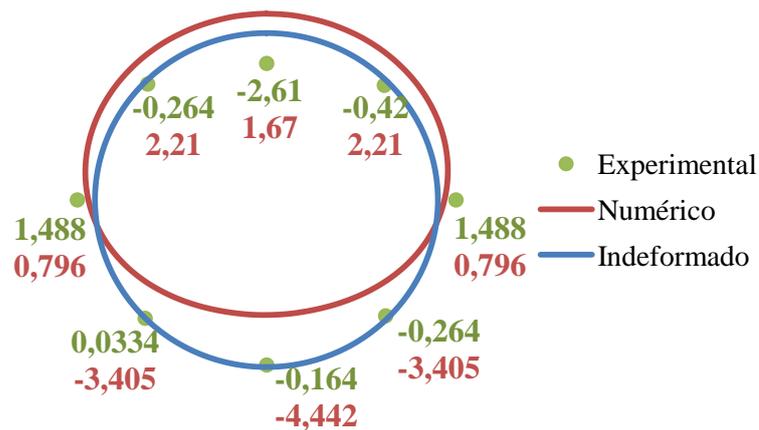
O modelo físico de Costa (2005) apresenta um CDG igual a 3,01 e o modelo numérico, igual a 2,42. Apesar de apresentarem discordância em alguns pontos (na linha d'água e na base, principalmente), os danos impostos nessa seção estão próximos.

6.2 Sistema solo-duto submetido a elevação localizada

Nesta análise observa-se o efeito de uma ascensão do alçapão de $\delta/B = 2\%$ e $\delta/B = 4\%$, após a aplicação de uma sobrecarga no topo da vala. Para esse nível de mobilização do alçapão o duto continua em regime elástico, no entanto, o solo apresenta regiões plastificadas, conforme já visto. O valor da sobrecarga aplicada no topo da vala é de 100 kPa .

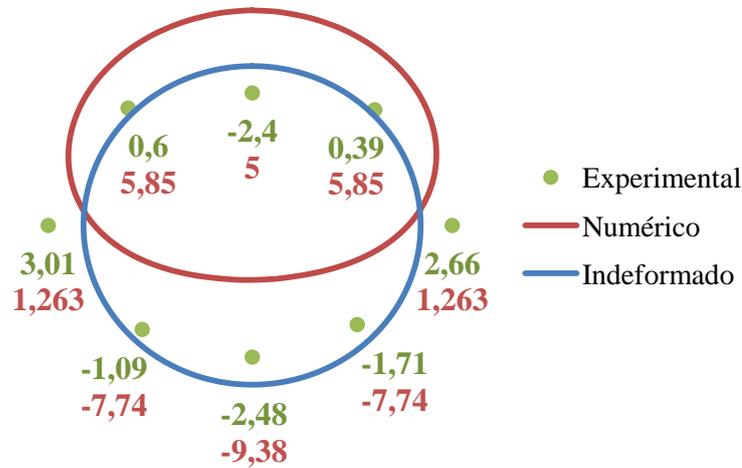
A Figura 70 e a Figura 71 destacam as deflexões do duto, em porcentagem, para as análises numéricas com o modelo elástico linear. As deformadas encontram-se ampliadas por um fator igual a 7.

Figura 70 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada $\delta/B=2\%$ - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 71 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada $\delta/B=4\%$ - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

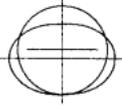
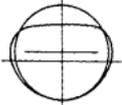
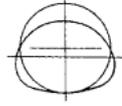
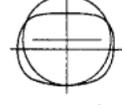
No modelo físico o aumento da mobilização do alçapão exerce pouca influência sobre o ombro e o topo. A deflexão total horizontal aumenta de 2,98% para 5,57% e deflexão total vertical reduz de -2,77% para -4,88%. Ou seja, duplicando a mobilização do alçapão, duplica-se a o aumento do diâmetro horizontal e reduz-se à metade a contração do diâmetro vertical, aproximadamente.

É interessante observar que os recalques do assento e da base, devidos à aplicação da sobrecarga no topo da vala, são praticamente anulados pela movimentação passiva do solo devido à elevação do alçapão, quando $\delta/B = 2\%$. Quando o deslocamento relativo do alçapão é levado até 4%, o assento e a base passam a sofrer elevação em relação à seção indeformada.

Se a movimentação do alçapão fosse levada adiante seria provável que a falha estrutural ocorresse por flambagem local devido à inversão do topo dessa seção transversal do duto.

Quanto ao modelo numérico, também ocorre aumento da deflexão total horizontal (de 1,59% para 2,53%) e uma redução da deflexão total vertical (de -2,77% para -4,38%). No entanto, não há indicação de inversão do topo da seção, mas uma deformada do tipo "coração invertido" (Figura 72), com uma possível inversão da base da seção para níveis mais elevados de mobilização.

Figura 72 – Formatos típicos adquiridos por tubos flexíveis após carregamento

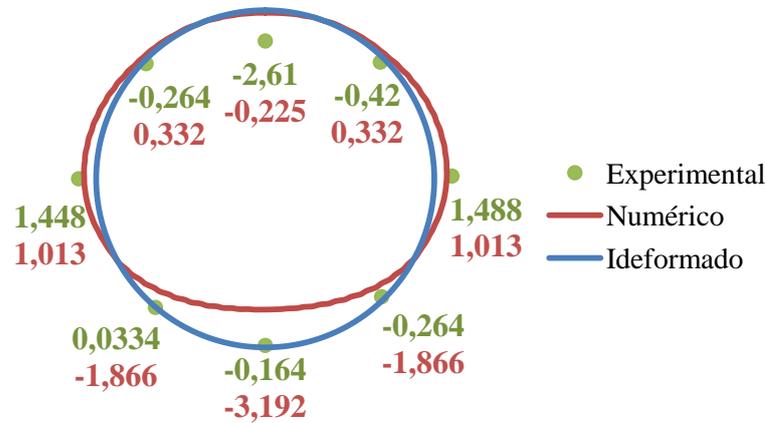
Condição do solo de aterro	Seção deformada	Observações
Solo mal compactado ao longo de toda a profundidade do tubo.	 Elipse	A baixa restrição lateral fornecida pelo solo permite maiores deformações na linha d'água, com conseqüente afundamento do topo e ombros. É a configuração mais freqüentemente identificada.
Solo bem compactado até a metade inferior do tubo e mal compactado na metade superior.	 "Coração"	O topo sofre achatamento e os ombros adquirem maior curvatura. A linha d'água sofre pouca deformação.
Solo mal compactado até a metade inferior do tubo e bem compactado na metade superior.	 "Coração invertido"	Comportamento oposto ao descrito acima.
Solo bem compactado ao longo de toda a profundidade do tubo.	 Retangular	O topo e a base sofrem achatamento. Os ombros e os assentos adquirem maior curvatura. A linha d'água permanece praticamente indeformada.

Fonte: Costa (2005)

Conforme sugere a Figura 72, no modelo físico ocorre um aumento da compacidade na região entre o duto e o alçapão, aumentando artificialmente o nível de confinamento e a reação lateral do solo, quando da condição passiva. Esse efeito não é contemplado pelo modelo elástico linear, dada a sua simplicidade. O modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb também não leva em conta os efeitos estudados na mecânica dos solos dos estados críticos.

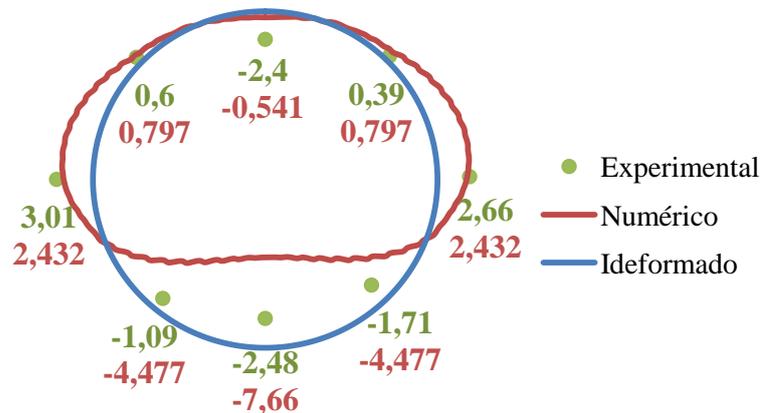
De fato, a Figura 73 e a Figura 74 mostram que com o modelo elastoplástico as deformadas também assumem a forma "coração invertido", independentemente do deslocamento do alçapão. As deformadas estão ampliadas por um fator igual a 7.

Figura 73 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada ($\delta/B=2\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 74 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos à elevação localizada ($\delta/B=4\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem

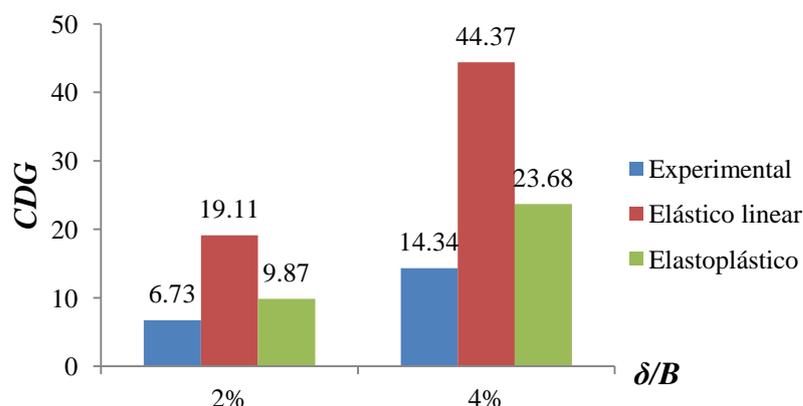


Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Com os modelos elastoplásticos obtêm-se deformadas similares às dos modelos elásticos lineares, no entanto, as seções desses últimos sofrem elevação como um todo, enquanto nos primeiros, apenas as bases das seções sofrem elevação, permanecendo os ombros e as linhas d'água com boa aderência.

Essa aderência pode ser discutida, também, mediante análise do *CDG* dos casos aqui discutidos, cuja síntese encontra-se ilustrada na Figura 75.

Figura 75 – Coeficientes de deflexão global dos modelos físico e numérico submetidos a elevação localizada



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

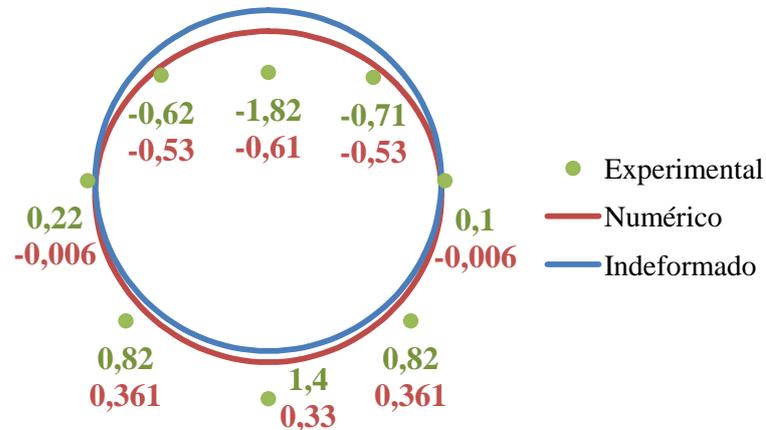
Os modelos numéricos apresentam um grau de deformação sempre maior do que o modelo físico de Costa (2005), devidos, principalmente, aos recalques das bases das seções desse. É importante destacar a notória melhora, quantitativa, do modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb em relação ao modelo elástico linear.

Para um deslocamento relativo de 2% do alçapão, o modelo elástico linear apresenta uma diferença de 184% em relação ao modelo físico, enquanto o modelo elastoplástico, de 46,7%. Se o deslocamento relativo for de 4%, então a diferença do modelo elástico linear é de 209,4%, e do modelo elastoplástico, 65,13%. Ou seja, para a faixa de deslocamentos relativos aqui investigada, quanto maior esse deslocamento, maior é a discrepância entre o modelo físico e os modelos numéricos.

6.3 Sistema solo-duto submetido a perda de apoio localizada

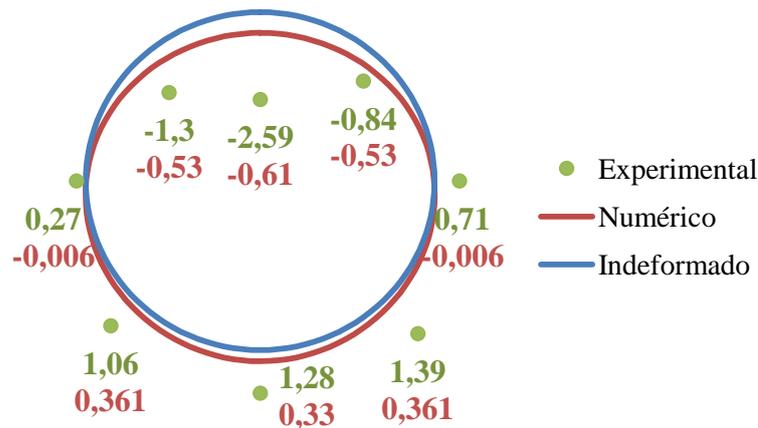
Aqui as deflexões do duto são analisadas mediante a movimentação ativa do alçapão igual a 1% e a 50%, após a aplicação da sobrecarga no topo da vala, conforme fez Costa (2005) em seu modelo físico. A Figura 76 e a Figura 77 mostram as deformadas da seção do duto para as simulações com modelo elástico linear, majoradas por fator igual a 20.

Figura 76 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=1\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 77 – Deformada (modelo elástico linear) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=50\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

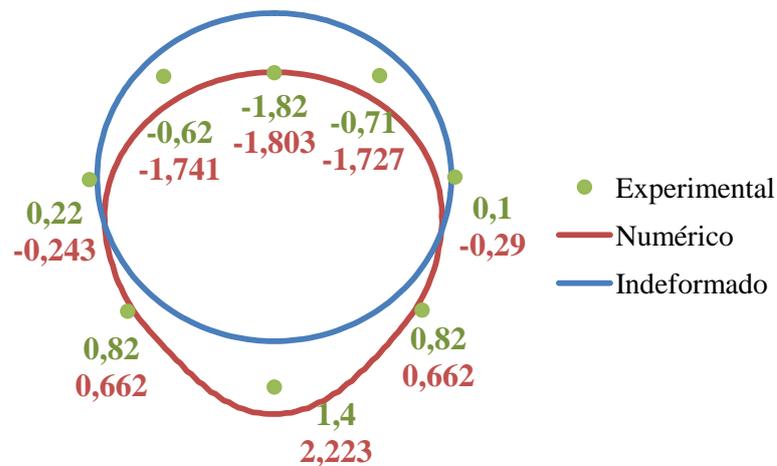
Nota-se que para os deslocamentos relativos do alçapão avaliados, as deformadas das simulações numéricas são iguais, indicando que a estabilização das deflexões ocorre em $\delta / B \leq 1\%$. De fato, ao observar a Figura 55, nota-se a partir de 1% de deslocamento relativo do alçapão, as tensões tornam-se constantes, indicando que é nesse ponto que o alçapão perde o contato com o solo.

No modelo físico observa-se um aumento do diâmetro horizontal ($d_T = 0,32\%$ para $\delta/B = 1\%$ e $d_T = 0,98\%$ para $\delta/B = 50\%$) e uma redução do diâmetro vertical ($d_T = -0,42\%$ para $\delta/B = 1\%$ e $d_T = -1,31\%$ para $\delta/B = 50\%$), sendo o aumento do diâmetro horizontal sempre menor que a redução do diâmetro vertical. No modelo numérico as

deflexões observadas para os dois valores de deslocamento do alçapão são iguais, tendo uma redução do diâmetro vertical igual a 0,28% e não havendo variação significativa do diâmetro horizontal.

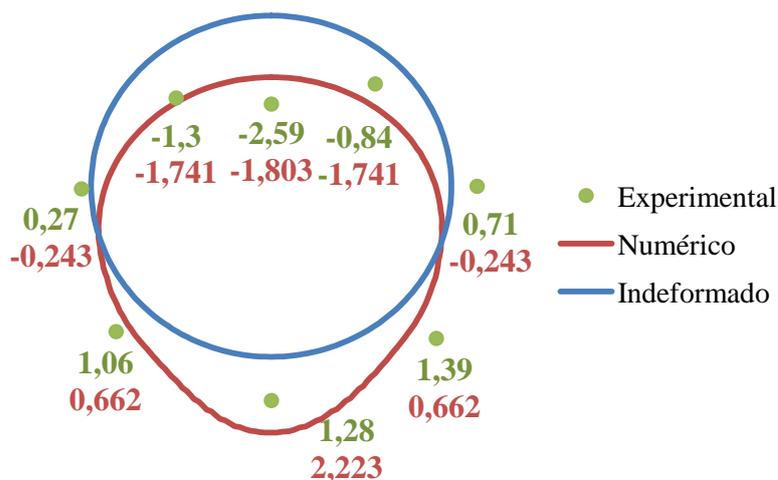
A Figura 78 e a Figura 79 mostram os resultados das simulações com o modelo elastoplástico, cujas deformadas encontram-se majoradas por um fator igual a 20.

Figura 78 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=1\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Figura 79 – Deformada (modelo elastoplástico) da seção transversal central e pontos experimentais de Costa (2005) submetidos a recalque localizado ($\delta/B=50\%$) - detalhe dos valores das deflexões em porcentagem



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

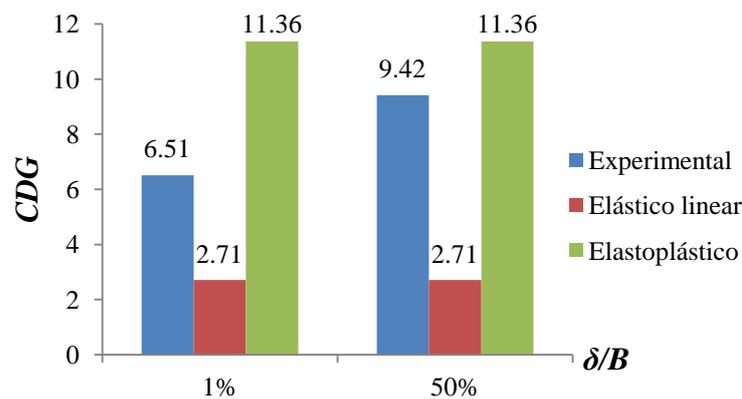
Com o modelo elastoplástico as deformadas também permaneceram constantes, pois nesse caso as tensões verticais se estabilizam antes de $\delta/B = 1\%$ (ver Figura 56). No entanto,

nota-se um recalque acentuado no topo e, principalmente, na base da seção, devido à plastificação que ocorre na região compreendida entre o duto e o alçapão.

No modelo físico, para os dois valores de deslocamento do alçapão, observa-se o aumento do diâmetro horizontal, decorrentes, segundo Costa (2005), do desconfinamento lateral provocado pela descida do alçapão. Esse desconfinamento é acompanhado pela redução da compacidade do maciço dessa região. Por isso ocorrem discordâncias em relação ao modelo numérico, afinal, variações do índice de vazios não são contempladas pelo modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb.

Na análise do nível de dano, quando da adoção dos modelos elástico linear e elastoplástico, também se faz uso do *CDG*, cujos resultados estão destacados na Figura 80.

Figura 80 – Coeficientes de deflexão global dos modelos físico e numérico submetidos a perda de apoio localizada



Fonte: Autor desta dissertação (2012)

Como no caso de elevação localizada, o modelo elastoplástico apresenta um dano maior que o modelo físico. No entanto, contrariamente àquele caso, a aplicação do modelo elástico linear apresenta um dano da seção menor que o do modelo físico.

É importante observar, agora, que a diferença entre o dano do modelo físico e do elastoplástico reduz com o aumento valor do deslocamento relativo do alçapão (de 74,5% para 20,6%).

CONCLUSÕES

A ativação do mecanismo de transferência de tensões verticais pode ser observado quando da adoção do modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb, que apresenta uma maior fidelidade ao modelo físico em relação ao modelo elástico linear. Esse último, por não contemplar o efeito danoso das tensões cisalhantes, permite que o solo reaja às solicitações nas zonas cisalhantes, visto que lá as tensões verticais atingem valores de elevada magnitude.

Assim como no modelo físico, nos modelos numéricos foi possível perceber a influência da geometria do alçapão sobre a distribuição das tensões verticais. A região de influência da movimentação do alçapão é superestimada pelo modelo elástico linear, enquanto os resultados do modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb se mostram bem mais condizentes com o modelo físico.

É importante destacar as limitações do modelo de Mohr-Coulomb. Esse, apesar de apresentar deformação volumétrica plástica dilatante, quando em escoamento, independe do tipo de solicitação, quando o mais adequado seria, para materiais granulares, comportamentos distintos para o esforço de compressão e para o esforço de tração. No primeiro há uma tendência de estabilização das deformações à medida que o índice de vazios se aproxima do valor mínimo. No segundo, as deformações plásticas são mais acentuadas, pois ao atingir o máximo valor de índice de vazios, o maciço solicitado passa por um processo de conformação. Esse processo faz o maciço deixar de apresentar um comportamento de sólido contínuo, passando a se comportar como um sistema discreto.

No arqueamento passivo, onde ocorre um aumento das tensões verticais na região acima do alçapão, observa-se que o modelo físico e o modelo numérico elastoplástico apresentam comportamentos bem próximos para o correspondente deslocamento do alçapão. No arqueamento ativo, no qual o deslocamento do alçapão é igual a 7,14 vezes o valor absoluto do deslocamento do arqueamento passivo, percebe-se uma rápida queda das tensões verticais para o modelo numérico, indicando uma perda de contato entre alçapão e o solo já para os primeiros incrementos de deslocamento, enquanto no modelo físico a conformação dos grãos de areia promovem uma queda de tensões relativamente mais suave.

Por esse motivo, fica clara a importância da adoção de um modelo constitutivo que englobe os efeitos da variação do índice de vazios em uma análise por elemento finitos, ou ainda, a utilização do método dos elementos discretos (*Discrete Elements Methods - DEM*). É importante esclarecer que esse método ainda é considerado recente (IBAÑEZ, 2008), carecendo de mais validações e contribuições, somando-se ainda o grande custo

computacional para a modelagem de alta fidelização de um maciço arenoso, que atualmente só seria viável utilizando-se supercomputadores.

Quanto às deflexões do duto, os modelos numéricos, com os parâmetros geométricos do duto aqui utilizados, mostraram grande sensibilidade em relação ao número de elementos da malha, especialmente daqueles dispostos ao longo da espessura do duto. É muito importante, também, destacar a forte influência do tipo de elemento finito utilizado (função forma linear ou quadrática) sobre a qualidade do mapeamento das tensões. Elementos finitos com função de forma quadrática apresentam qualidade de discretização dos campos bem melhor que com função de forma linear.

Com o modelo numérico, o duto quando submetido apenas ao carregamento no topo da vala apresenta o mesmo padrão de deformação do modelo físico. Embora a relação entre as deflexões vertical e horizontal dos modelos físico e numérico sejam bem diferentes, os danos naquela seção apresentam valores bem próximos.

Em arqueamento passivo, o duto representado pelo modelo elástico linear apresenta um dano consideravelmente maior que o modelo físico, embora apresente o mesmo padrão de deformação naquela seção. O uso do modelo elastoplástico proporciona, além do mesmo padrão de deformação, um dano com valor bem mais próximo do modelo físico, embora a tendência de reversão do topo seja menos pronunciada. Esse é um importante indicativo da melhora do modelo numérico quando da aplicação da relação constitutiva elastoplástica, segundo o critério de Mohr-Coulomb.

Com relação ao arqueamento ativo, os dutos dos modelos numéricos alcançam suas deflexões de estabilização logo nos primeiros incrementos, comportamento sensivelmente diferente do modelo físico. Apesar disso, o padrão de deformação do modelo elastoplástico é o mesmo e a tendência de grandes recalques da base e dos assentos é observada, embora a tendência de reversão do topo também seja menos pronunciada. O CDG mostra novamente que dano do modelo numérico, de relação constitutiva elastoplástica, está mais próximo do modelo físico se comparado com o modelo de relação constitutiva elástico linear, o que mostra, novamente, a vantagem do primeiro sobre o segundo.

Em função das limitações apresentadas pelos modelos numéricos, observadas durante a elaboração deste trabalho, destacam-se algumas diretrizes para outros pesquisadores, que poderão ser utilizadas para o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados com a pesquisa realizada:

- Considerar a utilização de modelos constitutivos que contemplem a variação do índice de vazios, pois ficou clara a influência da variação da compactidade sobre a resposta estrutural de maciços arenosos sujeitos a grandes deformações;
- Considerar a utilização do método dos elementos discretos para problemas dessa natureza;
- Em se tratando de não linearidade geométrica, considerar a utilização de métodos de controle diferentes do utilizado pelo Abaqus, pois é importante investigar a influência destes sobre o efeito de reversão do topo e da base do duto.

REFERÊNCIAS

- ALLGOOD, J. R., 1964. *The behavior of shallow-buried cylinders*. In: Symposium on Soil-structure Interaction, Proceedings. Tucson, Arizona, EUA.
- BOLTON, M. D., 1986. *The strength and dilatancy of sands*. Géotechnique, 36, No. 1, 65-78.
- BRACHMAN, R. W. I.; MOORE, I. D. ROWE., 2000. *The design of a laboratory facility for evaluating the structural response of small diameter buried pipes*. Canadá.
- BRAESS, D., 1997. *Finite Elements: Theory, fast solvers and applications in solid mechanics*. Cambridge University Press, pp. 254–255.
- BULSON, P.S., 1985. *Buried and Rigid Pipes – Structural design of Pipelines*. Chapman and Hall Ltd, 227p, London.
- BURGHIGNOLI, A., 1981. *Soil Interaction in Buried Structures*. In: X ICSMFE, v.1, p.69-74.
- CECILIO, D. L., 2011. *Modelagem e simulação elastoplástica em elementos finitos*. Dissertação de M.Sc. em Estruturas, UNICAMP, Campinas-SP, Brasil.
- CHAMA NETO, P. J.; FIGUEIREDO, A. D., 2002. *Crítérios de projeto e dimensionamento de tubos de concreto para esgotos sanitários*. BT/PCC/328, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil.
- CHEVALIER, B.; COMBE, G.; VILLARD, P., 2009. *Experimental and numerical studies of load transfers and arching effect in the trap-door problem*. Laboratoire Sols, Solides, Structures - Risques, Grenoble, France.
- CINTRA, D. T. S. J.; LAGES, E. N.; RAMOS, 2005. V. C. L., *Estudos paramétricos do arqueamento no estado de tensões em dutos enterrados*. In: 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, p. 446-446, Salvador-BA, Brasil.
- CONRAD, B. E.; LOHNES, R. A.; KLAIBER, F. W.; WIPF, T. J., 1998. *Boundary effects on response of polyethylene pipe under simulated live load*. Transportation Research Record 1624, p. 196-205.
- COSTA, Y. D. J., 2005. *Modelagem física de condutos enterrados sujeitos a perda de apoio ou elevação localizada*. Tese de D.Sc. em Geotecnia, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Brasil.
- DAMASCENO, K. S., 2001. *Análise paramétrica do comportamento de condutos enterrados flexíveis e de grande diâmetro*. Dissertação de M.Sc em Geotecnia. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Brasil.
- DANCYGIER, A. N.; YANKELEVSKY, D. Z., 1996. *A soft layer to control soil arching above a buried structure - Haifa 32000*. Department of civil engineering: Technion-Israel Institute of Technology, Israel.

- FARANI, L. A. S., 2005. *Análise não linear via elementos finitos de um modelo de vigas para dutos enterrados*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.
- FORRESTAL, M. J.; HERRMANN, G., 1965. *Buckling of a long cylindrical shell surrounded by an elastic medium*. International Journal of Solids Struct., v.1, p.297-310.
- GETZLER, Z.; KORORMIK, A.; MAZURIK, A., 1968. *Model study in arching above buried structures*. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. n. SM5. p. 1123-1141.
- GILAT, A; SUBRAMANIAM, V., 2008. *Numerical Methods for Engineers and Scientists: An Introduction Applications Using MATLAB*. 1st. Edition. John Wiley & Sons, Inc. Ohio, EUA.
- HANDY, R. L., 1985. *The arch in soil arching*. Journal of Geotechnical Engineering. V.111, n.3, p. 302-318.
- HOBBIT, KARLSSON & SORENSEN, 2003a. *Abaqus 6.8 – Theory Manual*, Inc. Pawtucket, USA.
- HOBBIT, KARLSSON & SORENSEN, 2003b. *Abaqus 6.8 – User’s Manuals I, II e III*, Inc. Pawtucket, USA.
- HILL, R., 1998. *The mathematical Theory of Plasticity*. Oxford Classics Texts in the Physical Sciences, Nova York, EUA.
- IBAÑEZ, J. P., 2008. *Modelagem micro-mecânica discreta de solos residuais*. Tese de D.Sc., PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- IBAÑEZ, J. P., 2003. *Modelagem constitutiva para solos com ênfase em solos não saturados*. Dissertação de M.Sc., PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- LAUTENSCHLÄGER, C. E. R., 2010. *Modelagem numérica de fundações profundas submetidas a carregamento lateral*. Dissertação de M.Sc. em Geotecnia, UFRGS, Porto Alegre-RS, Brasil.
- KATONA, M. G, 1988. *Allowable fill height for corrugated polyethylene pipe*. TRB 1191, Transportation Research Board, National Research Council. Washington, DC, EUA.
- LUSCHER, U.; HÖEG, K., 1965. *The action of soil around buried tubes*. p.396-399.
- MARSTON, A., 1930. *The theory o external loads on closed conduits in the light of the latest experiments*. Iowa Engineering Experimental Station, Ames, Bulletin 96, 36 p., EUA.
- MCKELVEY III, J. A., 1994. *The anatomy of soil arching*. Geotextiles and Geomembranes, v.13, p.317-329.
- MCNULTY, J. W., 1965. *An experimental study of arching on sand*. US Waterways Experimental Station, Vicksburg, Tech. Report. 674p.

NIELSON, F. D., 1967. *Soil Structure Arching Analysis of Buried Flexible Structures*. Highway Research Board, HRB 185, p.36-50.

ONO, K.; YAMADA, M., 1993. *Analysis of the arching action in granular mass*. Geotèchnique, 43 n1 105-120.

PEDROSO, D. M., 2002. *Modelos elastoplásticos para solos argilosos: Capacidade de previsão do comportamento e integração da relação constitutiva*. Dissertação de M.Sc. em Geotecnia, UnB, Brasília-DF, Brasil.

POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L., 1999. *Finite element analysis in geotechnical engineering – Theory*. 1ª edição, Londres.

ROGERS, C. D. F., 1988. *Some observations on flexible pipe response to load*. Transportation Research Record 1191, p. 1-11.

RUBIO, N. P., 2008. *Estudo de dutos enterrados considerando a interação solo-estrutura*, Tese de D.Sc., PUC-Rio, Rio de Janeiro-RJ, Brasil.

SANTICHAIANAIN, K., 2002. *Centrifuge modeling and analysis of active trapdoor in sand*. Tese de Ph.D., Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado at Boulder, EUA.

SANTOS, F. C., 2008. *Modelo numérico elastoplástico de contato com rolamento aplicado à análise de fadiga de rodas ferroviárias*. Tese de D.Sc. em Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas-SP, Brasil.

SLOAN, S. W.; ASSADI, A.; PURUSHOTHAMAN, N., 1990. *Undrained stability of a trapdoor*. Géotechnique, v. 40, n. 1, p.45-62.

SPANGLER, M. G., 1948. *Discussion of Underground Conduits: an appraisal of Modern Research*. Transactions ASCE, n. 2337, p. 316-374.

TERZAGHI, K., 1943. *Theoretical soil mechanics*. John Wiley & Sons, New York, EUA.

VIANA, P. M. F., 2003. *Geovalva: Um novo processo construtivo para dutos enterrados*. Tese de D.Sc., Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Brasil.

WATKINS, R. K., 1975. *Buried Structures-Foundation Engineering*. Handbook, p.649-672.

WOOD, D. M., 1992. *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press., EUA.

YU, H. S., 2006. *Plastic and Geotechnics*, v13, Ed. Springer, Nova York, EUA.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L., 2005. *The Finite Elements Methods for Solid and Structural Mechanics*. 6th Edition, Butterworth-Heinemann, Inglaterra.

ANEXO A – Modelagem do contato no software Abaqus

Muitos problemas de engenharia envolvem o contato entre dois ou mais componentes (no presente estudo têm-se os contatos paredes-solo, duto-solo e alçapão-solo). Nesses problemas, uma força normal no contato entre as superfícies age nos dois corpos quando eles se tocam. Se houver atrito entre as superfícies, forças cisalhantes podem ser criadas para oposição ao movimento tangencial (deslizamento) dos corpos. O objetivo geral das simulações de contato é identificar as áreas na superfície que estão em contato e calcular as pressões de contato geradas (HOBBIT *et al.*, 2003a).

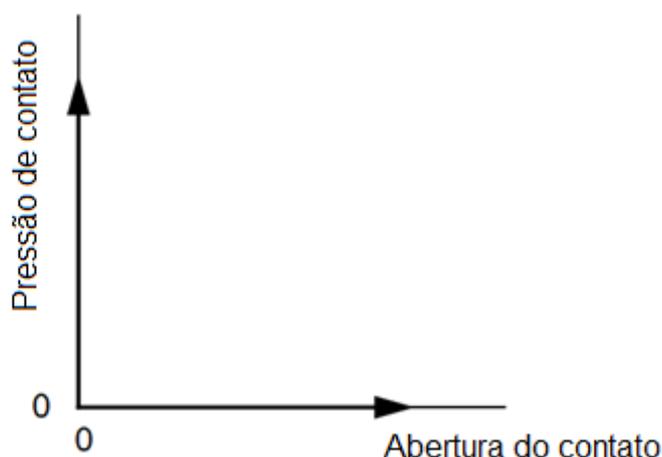
Ainda segundo Hobbit *et al.* (2003a), em uma análise de elementos finitos, as condições de contato são uma classe especial de restrição descontínua, permitindo que forças possam ser transmitidas de uma parte do modelo para outra. A restrição é descontínua porque é aplicada somente quando as duas superfícies estão em contato. Quando as duas superfícies se separam a restrição não é aplicada. A análise tem que ser capaz de detectar quando duas superfícies estão em contato e aplicar as restrições de contato adequadamente. Da mesma forma, a análise precisa ser capaz de detectar quando duas superfícies se separam e remover as restrições de contato.

As simulações de contato no Abaqus/Standard são baseadas em superfícies ou em elementos de contato. As superfícies que serão envolvidas no contato devem ser criadas nos vários componentes do modelo. Assim, o par de superfícies que podem entrar em contato, chamados de pares de contato, precisa ser identificado. Finalmente, os modelos constitutivos que governam as interações entre as várias superfícies precisam ser definidos. Esses modelos de interação entre superfícies incluem comportamentos tais como o atrito.

A.1 Comportamento do contato normal das superfícies

De acordo Hobbit *et al.* (2003a), a distância que separa duas superfícies é chamada de *clearance*. A restrição de contato no Abaqus é aplicada quando a *clearance* entre duas superfícies torna-se zero. Não há limite, na formulação do contato, para a pressão de contato que pode ser transmitida entre duas superfícies. As superfícies se separam quando a pressão de contato entre elas torna-se zero ou negativa, e a restrição é removida. Esse comportamento, chamado de contato “*hard*”, é resumido pela relação de contato pressão-*clearance* mostrada na Figura 81.

Figura 81 – Relação pressão-*clearance* para o contato "hard"



Fonte: Adaptado de Hobbit *et al.* (2003b)

A drástica mudança na pressão de contato que ocorre quando a condição de contato muda de “*open*” (uma *clearance* positiva) para “*closed*” (*clearance* igual a zero) torna difícil a finalização da simulação no Abaqus/Standard.

A.2 Contato com deslizamento relativo de superfícies

Segundo Hobbit *et al.* (2003a), o software Abaqus trabalha com dois possíveis modelos de contato. O primeiro é o *finite-sliding*, o qual permite que haja deslocamentos relativos consideráveis entre os corpos envolvidos no contato. O segundo, *small-sliding*, permite deslocamentos relativos infinitesimais entre os corpos. Em ambos os modelos é permitida, também, a rotação relativa. Computacionalmente o *finite-sliding* é mais dispendioso.

O *small-sliding* pode ser utilizado no modelo de interação entre dois corpos deformáveis ou entre um corpo deformável e um corpo rígido, em duas e três dimensões. Dentro dessa abordagem define-se, então, a superfície *master* e a superfície *slave*, tendo em conta a imposição cinemática de que os nós da superfície *slave* não penetrem na superfície *master*. As superfícies em contato não precisam ter malhas compatíveis, no entanto, obtém-se uma melhor precisão se essas forem inicialmente compatíveis. Para malhas não compatíveis inicialmente, a precisão pode ser melhorada especificando criteriosamente o ajuste inicial, para garantir que todos os nós *slave* que deveriam estar em contato estejam localizados na superfície *master*.

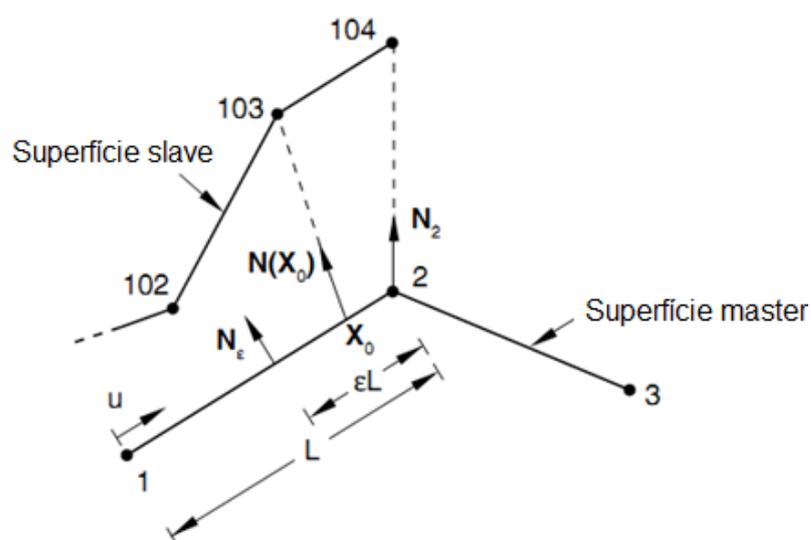
O modelo de contato *small-sliding* é implementado por meio de quatro elementos de contato, internos, desenvolvidos para lidar com as seguintes restrições cinemáticas: contato bidimensional entre um nó *slave* e uma superfície *master* deformável; contato bidimensional entre um nó *slave* e uma superfície *master* rígida; contato tridimensional entre um nó *slave* e uma superfície *master* deformável; e contato tridimensional entre um nó *slave* e uma superfície *master* rígida.

Esses elementos não são acessíveis ao usuário, e o Abaqus envolverá automaticamente a superfície *slave* com o tipo de elemento apropriado, baseado na natureza da superfície *master* correspondente.

Todos os quatro elementos têm sua formulação baseado na ideia de que um dado nó *slave* sempre interage com o mesmo grupo de nós da superfície *master*. Esse grupo de nós é determinado inicialmente pelo arquivo de entrada do Abaqus a partir do modelo indeformado, evitando assim a necessidade de mapear o nó escravo durante a análise em curso. Esse conjunto de nós mais próximos de um ponto da superfície *master* é utilizado para parametrizar o plano de contato com o qual o nó *slave* irá interagir durante a análise. Esse conceito é ilustrado a seguir para o caso bidimensional de um nó *slave* interagindo com uma superfície *master*. Essa formulação pode ser generalizada para situações tridimensionais.

Considere a interação de contato de três nós (102, 103 e 104) na superfície *slave* com uma superfície *master* descrita pelos nós 1, 2 e 3 (Figura 82).

Figura 82 – Nós escravos interagindo com uma superfície master bidimensional



Fonte: Adaptado de Hobbit *et al.* (2003b)

Antes de iniciar a busca pelo grupo de nós da superfície que interagirá com cada nó na superfície *slave*, vetores unitários normais são computados para todos os nós na superfície *master*. Por exemplo, o vetor normal unitário N_2 é calculado pela média dos vetores unitários normais dos segmentos 1–2 e 2–3. O usuário também pode especificar o vetor normal para cada nó na superfície *master*. Vetores unitários normais adicionais são computados para cada segmento a uma distância εL de cada uma das extremidades do segmento, onde ε é um fator fracionário e L o comprimento do segmento. Geralmente o valor de ε é ajustado para 0,5, e o usuário não pode alterar este valor. Os vetores unitários normais computados são então usados para definir uma expressão geral para o vetor unitário normal, $N(X)$, para qualquer ponto, X , na superfície *master*. Um ponto arbitrário na superfície *master*, X_0 , é computado para cada nó *slave* de modo que o vetor formado pelo nó *slave* e X_0 coincida com o vetor normal $N(X_0)$. Suponha que a procura pelo ponto arbitrário, X_0 , do nó *slave* 103 revele que X_0 pertença ao segmento 1–2. Então, chega-se a

$$X_0 = X(u_0) = (1 - u_0)X_1 + u_0X_2, \quad (\text{A. 1})$$

onde X_1 e X_2 são as coordenadas dos nós 1 e 2, respectivamente, e u_0 é calculado de modo que $X_0 - X_{103}$ coincida com $N(X_0)$. Além disso, a direção tangente ao ponto de contato, v_0 , em X_0 é escolhida de modo que ela seja perpendicular a $N(X_0)$, ou seja,

$$v_0 = N(X_0) \times e_z = T \cdot \frac{\partial X(u_0)}{\partial u} = T \cdot (X_1 - X_2) \quad (\text{A. 2})$$

onde T é uma matriz de rotação (constante).

As condições de restrição do contato *small-sliding* são alcançadas pela imposição de que o nó *slave* 103 interaja com o plano tangente cujas coordenadas do atual ponto arbitrário são, em qualquer momento, dadas por

$$x_0 = N_1(u_0)x_1 + N_2(u_0)x_2, \quad (\text{A. 3})$$

onde $N_1(u_0) = 1 - u_0$ e $N_2(u_0) = u_0$, e cuja atual direção tangente é dada por

$$v = T \cdot (N_1^u(u_0)x_1 + N_2^u(u_0)x_2), \quad (\text{A. 4})$$

onde $N_1^u(u_0) = -1$ e $N_2^u(u_0) = 1$. Uma vez que as expressões acima para o ponto x_0 e o vetor v resultaram de combinações dos pontos x_1 e x_2 , que é,

$$N_1(u_0) + N_2(u_0) = 1, \quad (\text{A. 5})$$

$$N_1^u(u_0) + N_2^u(u_0) = 1, \quad (\text{A. 6})$$

o plano de contato será mapeado corretamente por transformações tais como translação, mudança de escala e rotação.

A seguir, supõe-se que a procura pelo ponto arbitrário da superfície *master* do o nó *slave* 104 revela que o ponto arbitrário é coincidente com o nó 2 da superfície *master*. Neste caso o ponto arbitrário é X_2 , ou em termos das coordenadas dos três nós *master* 1, 2, e 3

$$X_0 = N_1(u_0)X_1 + N_2(u_0)X_2 + N_3(u_0)X_3, \quad (\text{A. 7})$$

onde $N_1(u_0) = 0$, $N_2(u_0) = 1$ e $N_3(u_0) = 0$. A direção tangente do contato em X_2 é simplesmente

$$v_0 = N_2 \times e_z. \quad (\text{A. 8})$$

No entanto, deseja-se expressar v_0 em termos das coordenadas dos três nós para poder mapear a evolução do plano tangente. Para isso, resolve-se para N_u^i a equação

$$N_1^u(u_0)X_1 + N_2^u(u_0)X_2 + N_3^u(u_0)X_3 = v_0 \quad (\text{A. 9})$$

sujeito a seguinte restrição

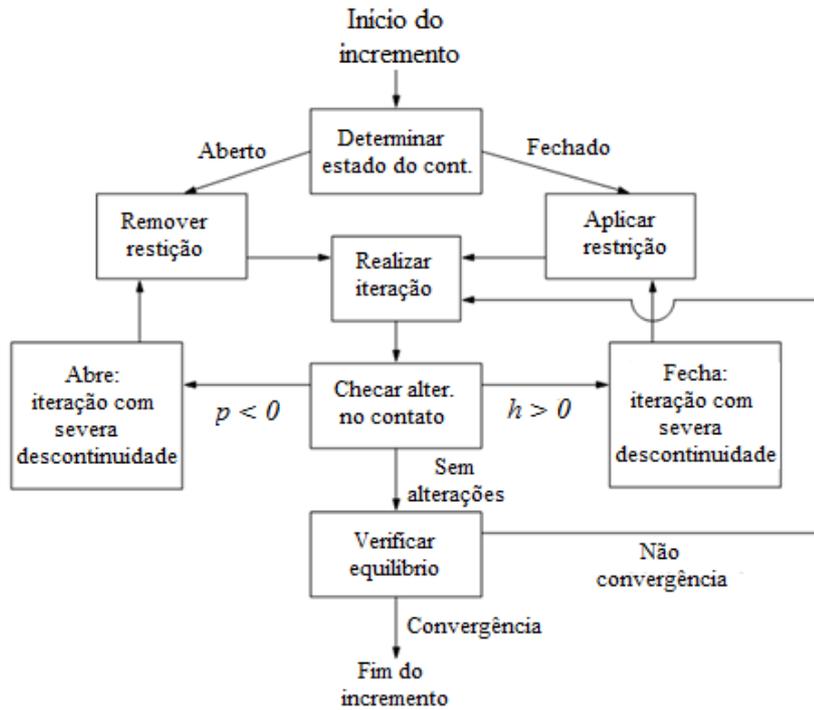
$$N_1^u(u_0) + N_2^u(u_0) + N_3^u(u_0) = 0. \quad (\text{A. 10})$$

Essa restrição garante que a expressão resultante para a direção tangente do plano de contato comportar-se-á como uma transformação, tais como translação e rotação.

A.3 Formulação do contato

Segundo Hobbitt *et al.* (2003a), em cada nó escravo que pode vir a contatar com uma superfície *master* constrói-se uma medida de *overclosure* (penetração do nó *slave* na superfície *master*) e medidas de deslizamento relativo s_i . Essas medidas cinemáticas são então utilizadas, junto com técnicas apropriadas de Multiplicadores de Lagrange, para introduzir as teorias de interação de superfícies. Segue na Figura 83 a lógica do algoritmo de contato utilizado pelo Abaqus.

Figura 83 – Lógica do algoritmo de contato



Fonte: Adaptado de Hobbit et al. (2003b)

Em análises bidimensionais, a *overclosure* ao longo do vetor unitário normal de contato \mathbf{n} entre um ponto *slave* x_{N+1} e uma linha *master* $\mathbf{p}(\xi)$, onde ξ parametriza a linha, é determinado a partir do vetor $(\mathbf{p} - x_{N+1})$ do nó *slave* para a linha que é perpendicular ao vetor tangente v em \mathbf{p} . Matematicamente, expressa-se a requerida condição como

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi) - x_{N+1}, \quad (\text{A.11})$$

onde

$$v \cdot (\mathbf{p}(\xi_1, \xi_1) - x_{N+1}) = 0. \quad (\text{A.12})$$

Similarmente, para casos tridimensionais, a *overclosure* ao longo do vetor unitário normal de contato \mathbf{n} entre um ponto *slave* x_{N+1} e uma linha *master* $\mathbf{p}(\xi)$, onde ξ parametriza o plano, é determinado a partir do vetor $(\mathbf{p} - x_{N+1})$ do nó *slave* para o plano que é perpendicular aos vetores tangentes v_1 e v_2 em \mathbf{p} . Matematicamente, expressa-se a requerida condição como

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi_1, \xi_1) - x_{N+1}, \quad (\text{A.13})$$

onde

$$v_1 \cdot (\mathbf{p}(\xi_1, \xi_1) - x_{N+1}) = 0, \quad (\text{A.14})$$

$$v_2 \cdot (\mathbf{p}(\xi_1, \xi_1) - x_{N+1}) = 0. \quad (\text{A.15})$$

Se em dado nó *slave* $h < 0$, não haverá contato entre as superfícies naquele nó, e nenhum outro cálculo de interação de superfícies será necessário. Se $h \geq 0$, as superfícies estarão em contato. A restrição de contato $h = 0$ é imposta pela introdução de um Multiplicador de Lagrange, \tilde{p} , cujo valor fornece o valor da pressão naquele ponto. Para impor a restrição de contato, precisa-se da primeira variação de δh ; e para as iterações do Método de Newton, precisa-se da segunda variação, $d\delta h$. Da mesma forma, se forças de atrito são transmitidas através das superfícies em contato, a primeira variação de deslizamento relativo, δs_i , e a segunda variação, $d\delta s_i$, serão necessárias na formulação.

A.4 Propriedades das Interações de contatos

No software Abaqus/Standard é possível editar as interações de contato entre dois ou mais corpos (*parts*), a partir da opção *interaction properties* e *interactions*. Em *interaction properties* dentre as opções (*types*): *contact*, *film condition*, *cavity radiation*, *acoustic impedance*, *incident wave* e *actuator/sensor*; adotou-se o primeiro para este trabalho. Ao escolher *contact*, na próxima janela, pode-se editar/atribuir interação mecânica e/ou térmica, das quais se ateve a primeira. Dentre as opções de propriedades de contato para interação mecânica: comportamento tangencial, comportamento normal, amortecimento, dano, comportamento coesivo e propriedades geométricas; dado o caráter deste trabalho, adotam-se os comportamentos tangencial e normal.

No comportamento tangencial, segundo Hobbit *et al.* (2003b), é possível escolher uma das opções:

- *Frictionless* – permite que as superfícies deslizem livremente sem atrito.
- *Penalty* – permite a atribuição de um coeficiente de atrito, fazendo com que fração da reação normal atue como reação tangencial, o que caracteriza um deslizamento elástico.
- *Static-Kinect Exponential Decay* – permite atribuir um coeficiente de atrito estático e cinemático. Assume-se que o atrito decai exponencialmente do valor estático para o cinemático segundo um coeficiente de decaimento. Alternativamente, podem-se testar séries de dados para um ajuste exponencial.
- *Rough* – permite a atribuição de um coeficiente de atrito infinito entre as superfícies.

- *Lagrange Multiplier* – permite a implementação dos multiplicadores de Lagrange para interface entre duas superfícies. Neste método não haverá movimento relativo entre duas superfícies até que a tensão cisalhante entre essas atinja um valor crítico, o qual deverá ser previamente fornecido.
- *User-defined* – permite a definição da interação tangencial entre duas superfícies a partir das sub-rotinas FRIC e VFRIC.

Para o comportamento normal, segundo Hobbit *et al.* (2003b), é possível optar entre os seguintes:

- *Default* – permite estabelecer a restrição de contato através da relação pressão-*oveclosure*. *Overclosure* é definida como penetração de cada nó da superfície *slave* na superfície *master*.
- *Augmented Lagrange* – permite a adoção de restrições de contatos usando o método de Lagrange aumentado.
- *Penalty* – permite a adoção de restrições de contato usando o método de penalidade.
- *Direct* – permite a imposição de restrições de contato diretamente, sem aproximações ou método iterativos.