

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

THIAGO BARBOSA DA SILVA

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DE INTEGRIDADE EM SISTEMAS DE REVESTIMENTO VIA
CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

Maceió

2018

THIAGO BARBOSA DA SILVA

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DE INTEGRIDADE EM SISTEMAS DE REVESTIMENTO VIA
CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, com a área de concentração em Estruturas.

Orientador: Eduardo Toledo de Lima Junior

Maceió

2018

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho

S586c

Silva, Thiago Barbosa da.

Contribuição à análise de integridade em sistemas de revestimento via confiabilidade estrutural / Thiago Barbosa da Silva. – Maceió, 2018.
84 f. : il., grafs. e tabs.

Orientador: Eduardo Toledo de Lima Junior.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2018.

Bibliografia: f. 81-84.

1. Confiabilidade (Engenharia). 2. Poços de petróleo – Revestimento. 3. Probabilidade de falha (Engenharia). I. Título.

CDU: 624.046:622.25



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC



**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DE INTEGRIDADE EM SISTEMAS DE
REVESTIMENTO VIA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**

THIAGO BARBOSA DA SILVA

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 16 do mês de julho do ano de 2018.

Banca Examinadora:

Eduardo Toledo de Lima Junior

Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior
Orientador – PPGEC/UFAL

João Paulo Lima Santos

Prof. Dr. João Paulo Lima Santos
(Avaliador Interno – CTEC/UFAL)

Cristiano Eduardo Agostini

Prof. Dr. Cristiano Eduardo Agostini
(Avaliador Externo – PETROBRAS)

*Aos meus pais Vânia Maria e Valto Jean,
pelo apoio incondicional e preciosos ensinamentos.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por não me deixar esmorecer nos momentos difíceis durante toda a minha vida acadêmica, além de me proporcionar todas as condições necessárias para que este trabalho fosse realizado.

Aos meus queridos pais, Valto e Vânia, por toda dedicação e confiança depositada. Sem a ajuda de vocês, esta conquista não seria possível e nem faria sentido. Ao meu irmão Igor, pela lealdade, parceria de sempre e pelos maravilhosos sobrinhos, Miguel e Isadora.

À minha noiva, Jéssica Gonçalves, por todos os momentos vividos durante esta etapa da minha vida, pelo constante e fundamental apoio e por me fazer feliz.

Ao Professor Eduardo Toledo, pela paciência, atenção e incansáveis orientações.

A todos os professores que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho. Em especial aos professores Lucas Gouveia e João Paulo, pela atenção e suporte na execução deste trabalho.

Ao Laboratório de Computação Científica e Visualização por toda disponibilidade de suas instalações e infraestrutura. À PETROBRAS, pelo suporte financeiro, através de projeto de pesquisa, desenvolvimento e inovação identificado pelo número ANP 18007-5.

Ao pessoal do grupo de pesquisa de poços do LCCV por toda contribuição técnica e científica, em especial ao Engenheiro João Paulo Araújo, pelas orientações acerca da prática de projeto de poços. Aos Engenheiros do CENPES/PDGP/PCP, Jorel dos Anjos e Felipe Oliveira, pelas valiosas sugestões.

*O otimista é um tolo. O pessimista, um chato.
Bom mesmo é ser um realista esperançoso.
(Ariano Suassuna)*

RESUMO

As incertezas sempre estarão presentes no desenvolvimento de qualquer projeto estrutural, devendo ser mitigadas, quando possível. O conhecimento do comportamento mecânico da estrutura frente a este cenário é extremamente importante e necessário para o processo de avaliação dos níveis de segurança associados. A maioria dos códigos normativos está baseada em análises determinísticas, que basicamente empregam coeficientes parciais de segurança, que minoram a resistência e majoram os carregamentos. Em contrapartida, a análise de confiabilidade aplicada ao projeto estrutural permite que a probabilidade de falha da estrutura seja prevista, ainda na fase de dimensionamento. Esta pode ser construída com base na avaliação das incertezas das variáveis de projeto, as quais são descritas de forma aleatória. A integridade estrutural de um poço corresponde à sua característica de suportar adequadamente todos os esforços atuantes, desde sua perfuração, e ao longo da vida em serviço. É clara, então, a relação entre a integridade de um poço e sua segurança estrutural, a qual é significativamente dependente do sistema de revestimento. Propõe-se neste trabalho uma aplicação de análise confiabilística, com o objetivo de estimar os níveis de segurança associados ao sistema de revestimentos, considerando tanto incertezas de resistência quanto de carregamento. Pretende-se analisar a integridade do poço por meio de eventos sucessivos de falha em diferentes colunas de revestimento, utilizando a teoria de confiabilidade de sistemas. O cálculo da probabilidade de falha é realizado utilizando o método de transformação FORM e a simulação de Monte Carlo.

Palavras-chaves: Confiabilidade de Sistemas. Confiabilidade Estrutural. Revestimentos. Integridade de Poços. Probabilidade de Falha.

ABSTRACT

Uncertainties will always be present in the development of any structural project and should be mitigated if possible. Knowledge of the mechanical behavior of the structure in this scenario is extremely important and necessary for the evaluation of the associated safety levels. Most normative codes are based on deterministic analyses, which basically employ partial safety factors, which reduce resistance and increase loadings. On the other hand, the reliability analysis applied to the structural design allows the probability of failure of the structure to be predicted, still in design stage. The reliability-based model can be constructed based on the evaluation of the uncertainties associated to the design variables, which are statistically described. The structural well integrity corresponds to its characteristic of adequately supporting all the expected loadings, from the drilling operations, and throughout the life in service. It is clear, then, the relationship between the well integrity and its structural safety, which is significantly dependent on the casing system. This work applies structural reliability theory to the estimating of safety levels in well casing tubulars, considering both resistance and loading uncertainties. It aims to analyze the well integrity by means of successive failure events in different casing sections by using system reliability concepts. The evaluation of the probability of failure is performed using the FORM transformation method and the Monte Carlo simulation.

Keywords: Structural System Reliability. Well Casing. Well Integrity. Failure Probability.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração do poço de petróleo e seus revestimentos	19
Figura 2 – Nomenclatura dos Espaços Anulares em um Poço Submarino	27
Figura 3 – Árvore de falhas	30
Figura 4 – Árvore de eventos	31
Figura 5 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição normal	34
Figura 6 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição weibull	34
Figura 7 – Interpretação gráfica da definição de distribuição normal equivalente	35
Figura 8 – Histograma de densidade e Função cumulativa de uma amostra	36
Figura 9 – Superfície de uma PDF conjunta	37
Figura 10 – Superfície de uma CDF conjunta	38
Figura 11 – Definição da função de falha	40
Figura 12 – Exemplo ilustrativo da simulação de Monte Carlo	43
Figura 13 – Representação da superfície de falha no espaço reduzido	45
Figura 14 – Representação gráfica da busca do ponto de projeto para um problema com duas variáveis	46
Figura 15 – Sistemas na análise de confiabilidade estrutural	47
Figura 16 – Intersecção entre modos de falha em série	50
Figura 17 – Coeficientes de correlação entre modos de falha em série	50
Figura 18 – Formulação de <i>Klever-Stewart</i>	56
Figura 19 – Tensões solicitantes em tubos σ_a , σ_r e σ_t formando o estado triaxial de tensões	58
Figura 20 – Falha por fratura na extremidade rosqueada do tubo	62
Figura 21 – Perfil de pressão interna para dimensionamento ao <i>tubing leak</i>	65
Figura 22 – Perfil de pressão interna para carregamento de esvaziamento total	66
Figura 23 – Esquema do poço hipotético para as análises de confiabilidade	69
Figura 24 – Curvas de pressão de poros e fratura para o poço hipotético	70
Figura 25 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha no <i>liner</i> de produção	71
Figura 26 – Perfil de pressões e força axial atuantes no revestimento intermediário 9 7/8" .	74
Figura 27 – Perfil de pressões e força axial atuantes no <i>liner</i> de produção 6 5/8"	75
Figura 28 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pres- são interna no revestimento de produção, considerando o critério de início de escoamento de von Mises	76
Figura 29 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pres- são interna no revestimento de produção, considerando o modelo de Klever e Stewart (1998)	76

Figura 30 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento intermediário, considerando o critério de início de escoamento de von Mises	77
Figura 31 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento intermediário, considerando o modelo de Klever e Stewart (1998)	77
Figura 32 – Sequência de eventos que levam à falha do sistema num cenário de <i>tubing leak</i>	78
Figura 33 – Fatores de importância para equação de estado limite correspondente à falha na formação	79
Figura 34 – Fatores de importância para os eventos de falha, considerando critério de falha de von Mises	80
Figura 35 – Fatores de importância para os eventos de falha, utilizando o modelo de resistência de Klever e Stewart (1998)	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Carregamentos avaliados em revestimentos segundo a norma N-2752b (2014)	28
Tabela 2	– Níveis de dimensionamento em revestimentos. Adaptada de: N-2752b (2014)	29
Tabela 3	– Algumas distribuições de probabilidade contínuas	34
Tabela 4	– Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias utilizadas consideradas na análise	68
Tabela 5	– Detalhamento das Colunas de Revestimento	69
Tabela 6	– Fatores de importância para cada modo de falha analisado	72
Tabela 7	– Especificação dos valores de pressão externa e força axial atuantes em cada evento de falha	78
Tabela 8	– Resultados de β e P_f para o evento 2a (falha na formação)	79
Tabela 9	– Resultados de β e P_f para os eventos descritos, considerando o critério de falha de von Mises	80
Tabela 10	– Resultados de β e P_f para os eventos descritos, considerando o modelo de resistência proposto por Klever e Stewart (1998)	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API	<i>American Petroleum Institute</i>
BOP	<i>Blowout Preventer</i>
CDF	Função de distribuição cumulativa de probabilidades (<i>cumulative distribution function</i>)
COV	Coeficiente de variação
FORM	Método de confiabilidade de primeira ordem (<i>First Order Reliability Method</i>)
FOSM	Método de confiabilidade de segundo momento (<i>First Order Second Moment</i>)
HLRF	Algoritmo de otimização Hassofer, Lind, Rackwitz e Fiessler
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
NORSOK	Norsk Sokkels Konkuransesposisjon
PDF	Função de densidade de probabilidades (<i>Probability Density Function</i>)
PETROBRAS	Pétroleo Brasileiro S.A.
SCORE	Sistema de Confiabilidade de Revestimentos
SORM	Método de confiabilidade de segunda ordem (<i>Second Order Reliability Method</i>)
TRL	<i>Target Reliability Level</i>
TOC	Topo do cimento

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{jc}	Área da seção transversal da conexão
A_{jp}	Área líquida da seção transversal da extremidade rosqueada do tubo
A_p	Área da seção transversal do tubo
D	Diâmetro externo do tubo
E	Função valor esperado de uma variável aleatória
E_y	Módulo de elasticidade do aço
F_{BOX}	Resistência à fratura na conexão
F_{NE}	CDF da distribuição normal equivalente
F_{PIN}	Resistência à fratura na ponta do tubo
F_{PL}	Resistência à fratura por <i>pullout</i>
F_X	CDF da variável aleatória X
F_X	CDF conjunta das variáveis aleatórias contidas em X
f_{NE}	PDF da distribuição normal equivalente
f_X	PDF da variável aleatória X
f_X	PDF conjunta das variáveis aleatórias contidas em X
f_{umn}	Tensão última mínima a tração do aço
G	Função de falha
L	Comprimento da rosca acoplado
M	Variável aleatória margem de segurança definida por uma função de falha
mu_{KS}	Incerteza de modelo de Klever e Stewart (1998)
N	Número total de cenários da simulação de Monte Carlo
N_f	Número de cenários de falha da simulação de Monte Carlo
ns_{min}	Número mínimo sugerido de cenários para simulação de Monte Carlo
P_f	Probabilidade de falha

P_{iv}	Pressão interna no vazamento
R	Variável aleatória resistência
S	Variável aleatória solicitação
t	Espessura de parede do tubo
U_c	Resistência mínima à tração do material da conexão
U_p	Resistência mínima à tração do aço do corpo do tubo
Var	Função variância de uma variável aleatória
X	Variável aleatória genérica
\mathbf{X}	Vetor das variáveis aleatórias
x	Evento específico da variável aleatória genérica X
\mathbf{x}	Vetor de eventos das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X}
x^*	Ponto de referência para a distribuição normal equivalente
W	Diâmetro externo da conexão
Y	Variável aleatória normal padrão
\mathbf{Y}	Vetor das variáveis aleatórias reduzidas e não correlacionadas
Y_p	Tensão mínima de escoamento do aço do corpo do tubo
Y_c	Tensão mínima de escoamento do aço do material da conexão
\mathbf{Z}	Vetor das variáveis aleatórias reduzidas e correlacionadas.
α	Vetor de cossenos diretores
β	Índice de confiabilidade
Γ	Função gama
μ	Média de variável aleatória ou amostra
μ_{NE}	Média da distribuição normal equivalente
μ_X	Média da variável aleatória X
ρ	Coefficiente de correlação entre dois modos de falha
σ	Desvio padrão de variável aleatória ou amostra

σ_{NE}	Desvio padrão da distribuição normal equivalente
σ_X	Desvio padrão da variável aleatória X
Φ	CDF da distribuição normal padrão
ϕ	PDF da distribuição normal padrão
ω	Ponto amostral qualquer
Ω	Espaço amostral qualquer

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Breve Histórico	20
1.2	Motivação	23
1.3	Objetivos	24
1.4	Metodologia	24
1.5	Estrutura da Dissertação	25
2	SEGURANÇA E AVALIAÇÃO DE RISCO EM POÇOS	26
3	CONCEITOS BÁSICOS EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	32
3.1	Variáveis Aleatórias	32
3.2	Valor Esperado e Momentos de uma Variável Aleatória	33
3.3	Algumas Distribuições Usuais	33
3.4	Distribuição Normal Equivalente	35
3.5	Caracterização de uma Variável Aleatória	36
3.6	Combinação de Variáveis Aleatórias	37
4	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	39
4.1	Definição de Probabilidade de Falha	39
4.2	Problema Básico da Confiabilidade	40
4.3	Métodos de Análise em Confiabilidade Estrutural	42
4.3.1	Simulação de Monte Carlo	42
4.3.2	FORM - Método de Confiabilidade de Primeira Ordem	43
4.3.2.1	Algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler	45
4.4	Confiabilidade de Sistemas	47
4.4.1	Confiabilidade de Sistemas em Série	48
4.4.1.1	Limites de Ditlevsen	48
4.4.1.2	Aproximação da Probabilidade de Falha Global por Integração Numérica	51
4.4.2	Confiabilidade de Sistemas em Paralelo	52
5	MODELOS DE RESISTÊNCIA E CARREGAMENTO DE REVESTIMENTOS	54
5.1	Resistência dos Tubulares	54
5.1.1	Modelo de Pressão interna de <i>Klever-Stewart</i>	54
5.1.2	Estado Triaxial de Tensões – Critério de von Mises	57
5.1.3	Modelo de Pressão Externa de <i>Klever-Tamano</i>	58
5.2	Resistência de Conexões API	61
5.2.1	Fratura na Extremidade do Tubo	62
5.2.2	Fratura na Conexão	62

5.2.3	<i>Pullout</i>	63
5.2.4	Escoamento do Material	63
5.2.5	Vazamento	64
5.3	Cenários de Carregamento	64
5.3.1	Furo na Coluna de Produção (<i>Tubing Leak</i>)	64
5.3.2	Esvaziamento Total (<i>Full Evacuation</i>)	65
6	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA EM REVESTIMENTOS	67
6.1	Esquema do Poço e Cenário de Aplicação	68
6.2	Associação de Componentes em Série – <i>Tubing Leak</i>	70
6.3	Falha Progressiva – <i>Tubing Leak</i>	73
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	82
	REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

O setor de óleo e gás é essencial para o desenvolvimento de diversos sistemas produtivos, possuindo uma grande importância no cenário econômico mundial. A crescente demanda global por energia, atrelada a disponibilidade de recursos de hidrocarbonetos, tornam o petróleo uma fundamental fonte não-renovável da matriz energética de todo o mundo. A fim de suprir essa demanda energética, as indústrias petrolíferas se dedicam, sobretudo, a dois processos: exploração e exploração das reservas de petróleo e gás. Em síntese, exploração trata-se da fase de prospecção e pesquisa dos recursos naturais, visando a descoberta de jazidas. Já a exploração, é a fase de desenvolvimento do campo petrolífero ou do gás natural descoberto.

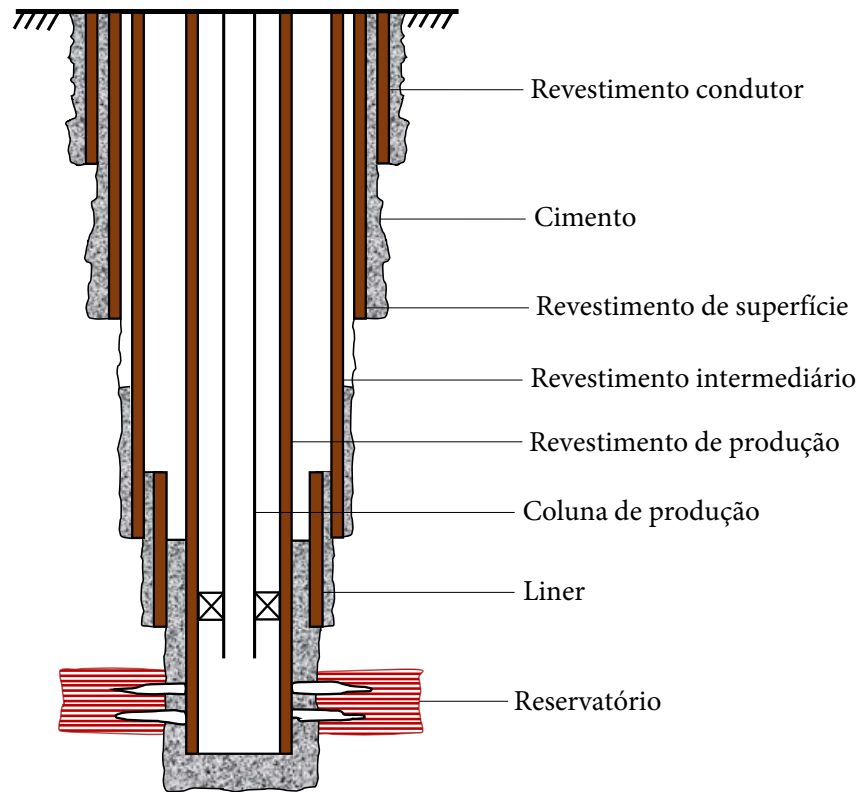
Após os estudos da bacia sedimentar (fase de exploração), as operadoras definem o local com maior chance de conter petróleo ou gás natural e iniciam a construção de poços pioneiros. A retirada deste recurso natural é viabilizada por meio da construção de poços de produção, que efetivamente levam o petróleo para a superfície. Qualquer poço perfurado tem a necessidade de ser revestido total ou parcialmente, com o propósito de proteger suas paredes. Os principais componentes estruturais em revestimentos de poços são o corpo e a conexão dos tubulares. Além de prevenir o desmoronamento das paredes, o revestimento evita a contaminação de lençóis freáticos e a perda de circulação, suporta pressões internas e externas, impede a migração de fluidos da formação (*kicks*), sustenta os equipamentos de segurança na cabeça do poço e o peso de outras colunas de revestimento, no caso de *liner* ancorado.

A atividade de perfuração é realizada por fases, cujo número e comprimento depende das características geológicas das zonas (pressão de poros e de fratura) que serão perfuradas e da profundidade final do poço. De acordo com Thomas *et al.* (2001), os revestimentos podem ser classificados em: revestimento condutor, de superfície, intermediário, de produção e liners. Essa classificação diz respeito a cada fase do poço perfurada, em que diferentes diâmetros de revestimento são empregados à medida que o poço avança em profundidade. A Figura 1 apresenta o esquema típico de um poço de petróleo e seus revestimentos. A determinação do material, comprimento e diâmetro do revestimento dependem das condições do poço. Nesse cenário, um dos principais objetivos no projeto de colunas de revestimento em poços de petróleo consiste no dimensionamento dos tubulares e conexões que constitui a coluna.

Os principais carregamentos atuantes numa coluna de revestimento são forças axiais, pressões externas e internas. As cargas axiais estão relacionadas ao peso próprio da coluna de revestimento, no qual podem surgir esforços axiais por flexão na situação de revestimento instalado em poços direcionais. As pressões externas são provenientes das formações rochosas e dos fluidos nos anulares do revestimento. Quanto às pressões internas, estas são originadas principalmente pela ação dos fluidos de perfuração e dos fluidos produzidos pelo poço. Existem também os carregamentos térmicos, principalmente durante a operação do poço, que provocam solicitações tanto internamente como externamente ao revestimento.

Na ocorrência de eventuais *kicks*, resultantes das altas pressões encontradas nas formações, a solicitação por pressão interna aumenta bruscamente. Tal comportamento advém do deslocamento de fluidos para o interior da coluna de revestimento. De modo geral, a falha por ruptura está associada as pressões internas, enquanto que as pressões externas levam o revestimento ao colapso. Vale ressaltar que a coluna de revestimento responde por uma parcela significativa no

Figura 1 – Ilustração do poço de petróleo e seus revestimentos



Fonte: elaborada pelo autor

custo total da construção de um poço. Thomas *et al.* (2001) estima que o custo seja de 15% a 20% em poços *offshore*, podendo chegar até 50% em poços *onshore*.

Os códigos que normatizam o projeto de estruturas, apresentam em sua maioria procedimentos determinísticos ou semi-probabilísticos, baseados em coeficientes parciais de segurança que minoram resistência e majoram solicitação. Dessa forma, não é possível uma avaliação precisa dos estados limites da estrutura. Tradicionalmente, o projeto de revestimentos de poços segue essa filosofia baseada em fatores de segurança. Segundo Payne e Swanson (1990), apesar dessa técnica de dimensionamento minimizar os riscos de falha, os custos associados ao projeto e execução de um poço de petróleo são extremamente superestimados. Os autores ainda apresentam uma metodologia de dimensionamento probabilístico baseado na teoria da confiabilidade estrutural, com o intuito de balancear segurança e custo nos revestimentos de poços. Assim, permite que o projetista calcule o menor custo atrelado à menor probabilidade de falha.

Teorias baseadas em análise probabilística, como a Confiabilidade Estrutural, se propõem a incrementar a qualidade de métodos de projeto e análise de estruturas, a partir da quantificação

e tratamento das incertezas inerentes ao problema em estudo. Como produto desse tipo de análise, pode-se obter uma estimativa da probabilidade de falha da estrutural. Deve-se salientar que o conceito de probabilidade de falha não está relacionado apenas à ocorrência de eventos extremos, de ruína estrutural, mas também à violação de qualquer requisito ao qual espera-se que a estrutura satisfaça, usualmente definidos pelos Estados Limites de Serviço da estrutura. Como exemplos, pode-se citar deslocamentos e tensões inadmissíveis e abertura excessiva de fissuras. Dentre os métodos usuais em confiabilidade de estruturas destacam-se o método de simulação de Monte Carlo e o método semi-analítico FORM (*First Order Reliability Method*). Ambos os métodos são apresentados no Capítulo 4.

As expressões para cálculo das resistências dos tubulares e conexões, sob diversos modos de solitação, são colocadas no documento normativo API TR 5C3 (2008), que possui texto integralmente transcrito da ISO TR 10400 (2007). Em seus anexos, o documento sugere uma abordagem probabilística no dimensionamento de revestimentos. Nesse contexto, a análise das incertezas surge como um dos elementos-chave nas atividades de produção e exploração de petróleo e gás natural. A quantificação de incertezas e análise de risco em revestimento de poços têm sido discutido por diversos autores. Na seção a seguir apresenta-se uma breve revisão acerca do tema.

1.1 Breve Histórico

Desde a década de 1990, a indústria petrolífera e a comunidade científica têm desenvolvido novas metodologias de dimensionamento em sistemas de revestimento de poços de petróleo. A filosofia de dimensionamento probabilístico, subsidiada pela teoria da confiabilidade estrutural, foi um dos temas discutidos em uma conferência organizada pela *Society of Petroleum Engineers* (SPE) em Woodlands, Texas, no ano de 1998. Alguns trabalhos (ADAMS *et al.*, 1998; BURREN *et al.*, 1998; HINTON, 1998; JU *et al.*, 1998; TALLIN *et al.*, 1998) publicados nesse evento contribuíram no âmbito da avaliação estrutural de revestimentos de poços sob a influência de incertezas de projeto, auxiliando o projetista no processo de tomada de decisão.

Utilizando a teoria da confiabilidade estrutural, Adams *et al.* (1993) detalham um método de análise quantitativa de risco para revestimento, de maneira a calibrar fatores de segurança por meio de probabilidades de falha alvo. Adams *et al.* (1998) adotam o modelo de resistência proposto por Tamano *et al.* (1985), e apresentam resultados confiabilísticos de tubos sujeitos à pressão externa (colapso). Dessa forma, observa-se limitações nos modelos clássicos de resistência, devido a grande variação da probabilidade de falha para tubos de diferentes esbeltezes e grau de aço. Da mesma forma, Ju *et al.* (1998) realizam a análise para resistência ao colapso, entretanto utiliza um modelo próprio de resistência. As conclusões dos autores convergem com Adams *et al.* (1998). Hinton (1998) alerta que para poços em condições severas de pressão e temperatura, as equações de dimensionamento baseadas em fatores de segurança tendem a ser bastante conservadoras, tornando ainda mais importante uma análise de risco e incertezas durante o projeto dos

revestimentos. O modelo de resistência à pressão interna de Paslay *et al.* (1998) é utilizado por Tallin *et al.* (1998) em uma análise confiabilística. Os autores mostram a relação entre coeficientes de segurança e probabilidade de falha, levando em consideração incertezas inerentes a geometria e ao grau do aço do tubo adotado. Além disso, pode ser especificado o nível de segurança desejado pelo projetista.

Burres *et al.* (1998) comentam sobre o impacto financeiro que uma análise de confiabilidade pode proporcionar no processo de dimensionamento de revestimentos, exemplificada por meio de situações práticas de projeto. As análises são realizadas utilizando as mesmas metodologias empregadas por Tallin *et al.* (1998) e Ju *et al.* (1998). Adams *et al.* (2003) realizaram um estudo de confiabilidade estrutural aplicado a tubos em situação de colapso, utilizando as equações de estado limite fornecidas na literatura.

Além de um estudo confiabilístico sobre colapso em tubulares, Liao *et al.* (2012) investigaram a resistência ao colapso sob efeito de pressão interna a partir de uma análise quantitativa baseada em risco. O estudo mostra a importância da consideração de incertezas no modelo de resistência na previsão da probabilidade de falha dos revestimentos. Gouveia (2014) e Gouveia *et al.* (2014b) estimam os níveis de confiabilidade associados a tubos de revestimentos em poços, considerando incertezas das resistências mecânicas. Os autores empregaram as equações clássicas de resistência presentes no código normativo API TR 5C3 (2008), e realizam os estudos confiabilísticos por meio de diversos métodos. A referida norma traz, em seus anexos, textos referentes a análises de confiabilidade, no qual são apresentados dados estatísticos de propriedades geométricas e mecânicas dos tubos, fornecidos por fabricantes para lotes produzidos entre as décadas de 1960 e 2000. Os trabalhos citados até aqui contemplam incertezas apenas nas variáveis de resistência dos tubulares, não considerando as conexões que os interligam. Em geral, as conexões são os elementos críticos do sistema, considerando que entre 85% e 95% das falhas em revestimentos de poços ocorrem exatamente nesses elementos (PAYNE *et al.*, 2006).

A incorporação de incertezas no processo de dimensionamento de qualquer elemento estrutural, deve de antemão, estar associada a um estudo determinístico. Nesse sentido, Cabral (2017) realiza um estudo de performance de conexões API, tanto por meio de equações analíticas de resistência, quanto por uma análise numérica via elementos finitos. Seus estudos paramétricos se mostram importantes no processo de escolha das conexões a serem adotadas. Ainda de forma determinística, Uribe (2017) apresenta um método para estimar os modos de falha de vazamento e desacoplamento para as conexões API do tipo *round*, utilizando um modelo numérico em elementos finitos. Ambos os trabalhos são motivados em diminuir os altos custos associados aos testes experimentais de conexões, empregando modelos numéricos capazes de reproduzir os fenômenos observados em situações reais. Baseado na teoria da confiabilidade estrutural, Silva (2016) investiga as incertezas associadas às propriedades geométricas e mecânicas das conexões API, de forma a avaliar sua influência na resistência dos elementos. O autor estima os níveis de segurança associados a formulação proposta pelo documento normativo API TR 5C3

(2008), largamente adotado pelas companhias de petróleo no processo de dimensionamento de revestimentos de poços.

O estudo de conexões API baseado em uma abordagem probabilística possui algumas dificuldades. A escassez de dados estatísticos na literatura, juntamente com o uso cada vez mais restritos dessas conexões, dado o amplo uso de conexões proprietárias, conferem aplicação limitada a esse tipo de análise.

O trabalho de Clinedinst (1965) é o único encontrado na literatura que fornece uma série de dados de ensaios realizados em conexões API. Os modelos de resistência das conexões presentes na norma API TR 5C3 (2008), foram propostos pelo mesmo autor durante a conferência da ASME (*American Society of Mechanical Engineers*) realizada em 1964 na cidade de Los Angeles, Califórnia. O autor analisou 162 tubos de diferentes diâmetros e graus de aço, submetidos a carregamento axial, com especial interesse no comportamento da região de ligação entre o tubo e a conexão. Como resultado, um fator estatístico foi inserido para incorporar as incertezas presentes durante os ensaios realizados.

Existem na indústria de petróleo alguns *softwares* voltados para o dimensionamento probabilístico de revestimentos de poços. O Sistema de Confiabilidade de Revestimentos (SCORE) é um exemplo deste tipo de ferramenta, tendo sido desenvolvido no contexto de um projeto de pesquisa entre a PETROBRAS e a Universidade Federal de Alagoas. O sistema permite o dimensionamento de revestimentos a partir de critérios definidos na norma PETROBRAS N-2752b (2014), fornecendo fatores de segurança determinísticos e valores de probabilidade de falha para os diversos carregamentos preconizados no documento supracitado. A ferramenta emprega o método confiabilístico FORM para a análise confiabilística ao longo da profundidade do poço, em suas diferentes colunas de revestimento, considerando as distribuições de probabilidade referentes às características dos tubulares (diâmetro, espessura de parede, tensão de escoamento, entre outras). Na versão atual, o SCORE ainda não considera a variabilidade inerente aos carregamentos, tratando-as como determinísticas.

A quantificação de incertezas relacionadas aos carregamentos, sobretudo os que atuam em revestimentos de poços — em que sua grande maioria advém de formações geológicas — consiste numa atividade bastante onerosa. A grande maioria dos trabalhos disponíveis na literatura costumam adotar as variáveis de carregamento como determinísticas, desprezando fontes de incertezas primordiais na quantificação da margem de segurança da estrutura. Em relação aos modelos de carregamento, Liang (2002) propõe uma caracterização estatística do carregamento imposto pelo gradiente de fratura e pela pressão de poros. Para isso o autor utiliza o modelo proposto por Eaton (1969), amplamente utilizado pelas operadoras de óleo e gás na previsão de pressão de poros. Liang (2002) conclui que os carregamentos investigados podem ser descritos por distribuições Gaussianas.

Zhang e Feng (2013) consideraram as incertezas de carregamento e resistência na estimativa da probabilidade de falha de tubos sujeitos à pressão interna, utilizando o método de

simulação de Monte Carlo. Long *et al.* (2013) apresentam uma metodologia semelhante, porém incorporam os efeitos dos carregamentos de pressão externa. Ambos os trabalhos mostram que a seleção de fatores de segurança devem ser ponderadas por análises confiabilísticas. Guan *et al.* (2010) consideram a incerteza de modelo na formulação de Eaton (1969), responsável pela avaliação da pressão poros. Seus resultados mostram que a pressão de poros e o gradiente de fratura podem ser descritos por distribuições gaussianas e lognormal, respectivamente. Oliveira (2017) realiza um estudo com enfoque nos efeitos dos carregamentos aleatórios no processo de dimensionamento de revestimentos de poços. As variáveis aleatórias descritas pelo autor são em termos de resistência (estado limite último dos tubos) e de carregamentos geológicos.

Os estudos de segurança e avaliação de risco em poços de petróleo estão diretamente ligados com o conceito de integridade de poço, que consiste na capacidade do sistema impedir fluxos do poço para o meio externo e vice-versa. O conjunto de equipamentos responsáveis por esse impedimento de fluxo não intencional, são denominados como barreiras de segurança. Miura (2004) define uma barreira de segurança como uma separação física capaz de conter ou isolar os fluidos (óleo, água ou gás) dos diferentes intervalos permeáveis do poço. A união de todas as barreiras de segurança compõe o conjunto solidário de barreiras (CSB).

Bouças (2017) propõe uma metodologia para quantificar a confiabilidade de um sistema de barreiras em poços de petróleo, utilizando o método de simulação de Monte Carlo. A autora trabalha na linha de equipamentos, especificando taxas de falhas, com o objetivo de estabelecer quais elementos possuem maior impacto no cálculo da probabilidade de falha e, conseqüentemente, na confiabilidade do sistema.

Dentre os documentos que regulam a indústria de óleo/gás quanto à integridade de poço, destacam-se o Regulamento Técnico de Gerenciamento de Integridade de Poço (SGIP), instituído pela Resolução ANP nº 46/2016, que define instrumentos e responsabilidades no sistema de gerenciamento de integridade desde a fase de projeto até seu abandono.

1.2 Motivação

Durante a etapa de revisão de literatura deste trabalho, notou-se a escassez de estudos que tratem o sistema de revestimentos de poços de forma integrada, em termos de análises probabilísticas. As principais referências citadas na seção anterior, dizem respeito a confiabilidade estrutural de um elemento específico, como tubulares e conexões. Diante disso, faz-se necessário o estudo da teoria da confiabilidade de sistemas. O objetivo é determinar como uma falha local pode se propagar dentro de um sistema, e assim, quantificar o nível de segurança associado ao conjunto de elementos do sistema de revestimento.

Conforme dito anteriormente, a maioria dos códigos normativos são baseados em análises determinísticas, que basicamente empregam coeficientes parciais de segurança que minoram resistência e majoram os carregamentos. Nesse sentido, a confiabilidade estrutural fornece ao

projetista os níveis de segurança associados à estrutura, os quais estão diretamente relacionados com o seu custo. Assim, ao contrário da filosofia determinística, o projetista pode especificar uma probabilidade de falha alvo da estrutura, por exemplo, de um sistema de revestimentos.

Dimensionamento probabilístico de revestimentos é um tema que vem sendo bastante estudado no meio científico, dada sua grande importância na indústria do petróleo. Probabilidade de falha, barreiras de segurança e confiabilidade de sistemas são conceitos primordiais que serão detalhados no decorrer deste trabalho. Por exemplo, na situação de falha em barreiras de segurança existe a possibilidade da ocorrência de fluxo indesejado de fluido da formação, originando assim um *kick*, que por sua vez (caso não detectado) pode-se transformar em uma explosão (*blowout*).

1.3 Objetivos

No presente trabalho, aplica-se a teoria de confiabilidade de sistemas ao desenvolvimento de modelos de verificação de segurança estrutural em sistemas de revestimento de poços de petróleo e gás natural. A estimativa da probabilidade de falha do sistema de revestimentos, considerando tanto as incertezas de resistência quanto as de carregamento, é um dos objetivos deste trabalho.

1.4 Metodologia

Para o desenvolvimento deste trabalho, realizou-se uma revisão preliminar sobre o projeto de revestimento de poço, seguido do estudo sobre modelos de resistência, preconizados na norma API TR 5C3 (2008), e cenários de carregamento definidos na N-2752b (2014).

A escolha dos cenários de carregamento a serem analisados é realizada de acordo com as variáveis aleatórias caracterizadas. Estuda-se o conceito de integridade de poços, visando entender os possíveis caminhos de fluxo presentes em sistemas de revestimentos. A identificação desses caminhos críticos de falha progressiva associados ao cenário, são realizadas com o uso do conceito de árvores de falha. Realiza-se a estimativa dos níveis de confiabilidade, em termos de componente e de sistema, para os cenários escolhidos.

Quanto aos aspectos computacionais deste trabalho, implementa-se os métodos de confiabilidade FORM e Monte Carlo, utilizando este último como ferramenta de validação para o FORM. Adota-se a linguagem de programação *Python*, com o auxílio do pacote numérico voltado para aplicações estatísticas *SciPy* (JONES *et al.*, 2001).

1.5 Estrutura da Dissertação

A dissertação é formada por sete capítulos, sendo este dedicado à introdução, breve histórico, motivação, objetivos, metodologia e estrutura da dissertação.

No Capítulo 2, apresenta-se conceitos gerais acerca de segurança e avaliação de risco em poços, destacando-se os cenários de carregamentos e níveis dimensionamentos preconizados pela norma N-2752b (2014).

O Capítulo 3 trata de conceitos básicos de estatística e probabilidade. As principais ferramentas da estatística e probabilidade são abordadas com o objetivo de fundamentar a aplicação teórica da confiabilidade estrutural.

O Capítulo 4 define, matematicamente, o conceito de probabilidade de falha e apresenta o problema fundamental da confiabilidade estrutural, juntamente com os métodos utilizados. Ainda neste capítulo, é apresentado a teoria da confiabilidade de sistemas.

O Capítulo 5 apresenta alguns modelos de resistência para tubulares e conexões em revestimentos de poços de petróleo e/ou gás. Além disso, na mostra-se um cenário de carregamento descrito pela norma interna N-2752b (2014).

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos com a aplicação de confiabilidade estrutural aplicada a um cenário de carregamento comum na prática de dimensionamento de revestimentos de poços. Destacam-se também as análises comparativas entre os métodos de confiabilidade aplicados.

Por fim, no Capítulo 7, conclusões referentes às análises são realizadas, ressaltando a importância de abordagens probabilísticas em dimensionamento de revestimentos. Ainda, sugere-se trabalhos futuros relacionados ao tema.

2 SEGURANÇA E AVALIAÇÃO DE RISCO EM POÇOS

A publicação da Resolução ANP n° 43/2007 evoca a importância do gerenciamento de segurança das operações de perfuração e produção de petróleo e gás natural, sendo ratificado o cuidado em garantir a integridade dos poços, conforme preconizado pela Resolução ANP n° 46/2016, que institui o SGIP (Sistema de Gerenciamento da Integridade de Poços). Neste contexto, destaca-se a importância do sistema de revestimento, que corresponde a um elemento fundamental do chamado Conjunto Solidário de Barreiras (CSB), sendo essencial para assegurar a integridade de poço.

No escopo do projeto de poços de óleo/gás, o dimensionamento dos revestimentos consiste numa etapa crucial, visto que possuem funções importantes — sustentação de formações não consolidadas — além de funções operacionais, evitando perda de circulação no processo de perfuração e confinando a produção no interior do poço, dentre outros. A ocorrência de falhas em revestimentos acarreta inúmeros problemas, que afetam a produção e a segurança de operação do poço.

Conforme dito anteriormente, os poços de petróleo são perfurados por fases que são definidas no período de projeto. Na Figura 1 ilustra-se os revestimentos classificados de acordo com a fase perfurada. A primeira fase do revestimento é formada pelo condutor, revestimento mais superficial responsável por isolar o poço das formações não consolidadas, permitindo assim a circulação do fluido de perfuração sem que ocorra erosão do solo e ainda protegendo as outras colunas de revestimento de líquidos corrosivos da formação. Em alguns casos, como no pré-sal, são responsáveis pela fundação do poço, ou seja, resistir a todo o carregamento do poço, suportado pelo solo.

A segunda fase do revestimento é composta pelo revestimento de superfície, que isola o poço das camadas rochosas seguintes às formações presentes na fase anterior. Semelhante ao revestimento condutor, o revestimento de superfície protege a formação de danos causados pela circulação de fluido de perfuração, visto que as camadas geológicas nessa fase ainda podem ser frágeis ou inconsolidadas. Esse revestimento ainda protege lençóis freáticos de agentes contaminantes presentes na lama de perfuração, bem como em outros fluidos produzidos/injetados ao longo da vida útil do poço.

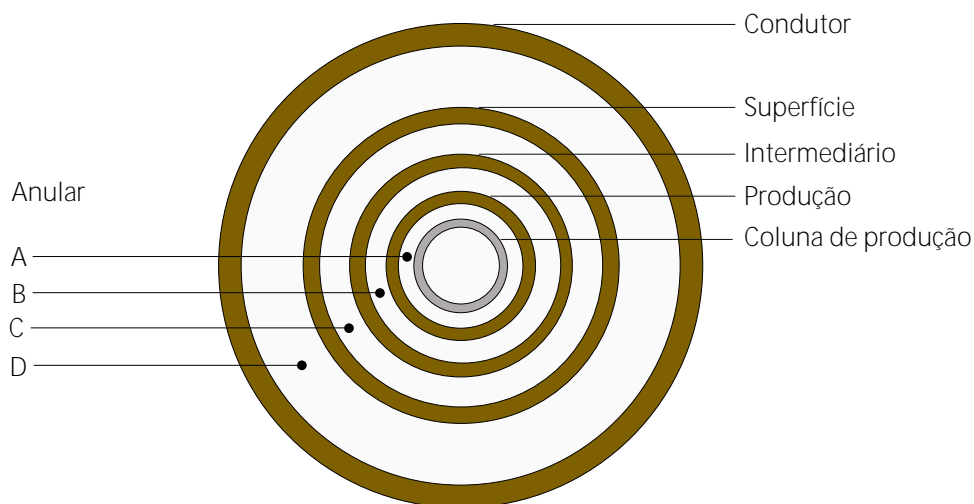
Quando o poço atinge grandes profundidades ou é perfurado através de formações que apresentam considerável instabilidade, zonas de perda de circulação ou ainda pressões anormalmente altas, nesse caso utiliza-se uma terceira fase de revestimento, chamado de revestimento intermediário, que tem como uma de suas características uma maior resistência mecânica.

A quarta fase é composta pelo revestimento de produção, que se estende desde a superfície até a região de produção/injeção, sua principal função é isolar zonas produtoras para que após um processo de canhoneamento seja possível ter uma comunicação seletiva. Uma outra fase consiste

no *liner*, que é uma coluna que cobre apenas a parte inferior do poço. O topo dessa coluna fica ancorado pouco acima do revestimento anterior, sendo um revestimento versátil e de rápida operação, que em alguns casos pode substituir o revestimento intermediário. Deve-se salientar que este é apenas um tipo de configuração de projeto, existindo diversas outras.

Durante o processo de perfuração, ao atingir determinada profundidade, a coluna de perfuração é retirada do interior do poço e uma coluna de revestimento de aço, de diâmetro inferior ao da broca, é descida no poço. O espaço anular entre os tubos do revestimento e as paredes do poço é então cimentado, com objetivo de fixar a coluna de revestimento e evitar que haja migração de fluidos entre as diversas zonas permeáveis atravessadas pelo poço, por fora do revestimento. Os espaços anulares em um poço são apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Nomenclatura dos Espaços Anulares em um Poço Submarino



Fonte: Adaptado de N-2752b (2014, p. 6)

Os carregamentos atuantes nos revestimentos podem ser classificados segundo diferentes cenários. De acordo com a referência normativa adotada pela Petróleo Brasileiro S.A (PETROBRAS), N-2752b (2014), existem duas categorias de carregamentos: serviço e sobrevivência. O primeiro refere-se aos carregamentos associados às condições normais de perfuração e operação do poço. O dimensionamento dos revestimentos deve contemplar tais carregamentos, associados ao serviço normal do poço, de maneira que não haja comprometimento de sua estrutura, nem de continuidade operacional. Como exemplo, pode-se citar pressões geradas por um *kick* com volume menor ou igual ao volume admissível de projeto determinado pelo critério de tolerância ao *kick*.

O conceito de carregamentos de sobrevivência está associado a situações extremas, não programadas e de baixa probabilidade de ocorrência. Devem ser considerados no projeto de poço para determinar se os tubulares e outros equipamentos são capazes de resistir sem comprometer a segurança, caso venham a ser expostos a estas condições. A pressão interna no revestimento após o fechamento do poço num cenário de *blowout*, com o poço completamente preenchido

com o fluido do reservatório, é um exemplo dessa categoria de carregamento.

Os revestimentos devem ser dimensionados para resistir aos esforços mecânicos originados por pressão e temperatura, segundo a função especificada em projeto e avaliado conforme os conceitos de carga de sobrevivência e de serviço. Na Tabela 1 mostram-se os carregamentos a serem considerados no dimensionamento, de acordo com a norma N-2752b (2014).

Tabela 1 – Carregamentos avaliados em revestimentos segundo a norma N-2752b (2014)

Carregamento		Colunas		
Cenário		Tipo	Superfície / Intermediários	Produção
Colapso	Perda de Circulação	Serviço	Sim	Apenas se houver perfuração avante Poços Injetores de água
	Esvaziamento Total (<i>full evacuation</i>)	Sobrevivência	Não	Poços Produtores/Injetores de Gás
	Esvaziamento Parcial	Serviço	Não	Sim
	Cimentação	Serviço	Sim	Sim
	APB	Serviço	Não / Sim	Sim
	APB e despressurização total	Sobrevivência	Não	Sim
	Esvaziamento total abaixo do <i>packer</i> (<i>above/below packer</i>)	Sobrevivência	Não	Sim
Pressão Interna	Poço cheio de fluido da formação	Sobrevivência	Sim	Apenas se houver perfuração avante
	Poço preenchido com 70% de fluido da formação e 30% de fluido de perfuração	Sobrevivência	Sim	Apenas se houver perfuração avante
	Teste de Pressão	Serviço	Sim	Sim
	Furo na Coluna de Produção/Injeção (<i>tubing leak</i>)	Sobrevivência	Não	Poços Produtores/Injetores
	APB	Serviço	Sim	Sim

Em função dos carregamentos e do critério de resistência, a N-2752b (2014) apresenta uma hierarquia de níveis de dimensionamento, conforme mostrado na Tabela 2. Os denominados níveis C e D, prescrevem modelos de resistência baseados em estados limites do material, considerando o efeito do regime plástico em seu critério de falha. Nesses níveis de dimensionamento admite-se apenas carregamentos de sobrevivência, visto que os carregamentos de serviço podem ocorrer com maior frequência durante a vida do poço, não justificando uma análise em Estado Limite Último (ELU).

Os níveis de dimensionamento A e B adotam como critério de resistência o limite elástico do material. A diferença consiste no método de dimensionamento utilizado; o nível A prevê dimensionamento baseado em equações determinísticas e o nível B contempla métodos probabilístico de dimensionamento. Assim, entende-se que análises probabilísticas devem ser realizadas, principalmente, para carregamentos de sobrevivência em concordância com os níveis de dimensionamento.

Tabela 2 – Níveis de dimensionamento em revestimentos. Adaptada de: N-2752b (2014)

Níveis de dimensionamento	Resistência	Carga
A	Determinística Baseada na elipse de von Mises e envoltória API	Determinística / Serviço e Sobrevivência
B	Probabilística baseada nos limites elásticos	Determinística / Serviço e Sobrevivência
C	Determinística baseada em estados limites	Determinística / Sobrevivência
D	Probabilística baseada em estados limites	Determinística / Sobrevivência

Na Tabela 2, nota-se que ainda não está previsto tratamento de variáveis de carregamento como aleatórias. Conforme colocado na seção 1.1, o trabalho de Oliveira (2017) foi um dos primeiros a explorar esse tema. Apesar disso, um quinto nível de dimensionamento pode ser admitido pela indústria, o qual envolve modelos de resistência probabilísticos em estados limites e modelos de carregamento também probabilísticos. Evidentemente, esse nível é aplicável somente a carregamentos de sobrevivência.

No dimensionamento probabilístico (níveis B e D), é muito importante mapear e caracterizar possíveis riscos de falha presentes ao longo do ciclo de vida do poço. Segundo o SGIP, regulamentado pela Resolução ANP nº 46/2016, o risco deve ser tão baixo quanto razoavelmente exequível ou *As Low As Reasonably Practicable* (ALARP). Este conceito preconiza que os esforços para a redução de risco devem ser contínuos até que o sacrifício adicional (em termos de custo, tempo, esforço ou outro emprego de recursos) seja amplamente desproporcional à redução de risco adicional alcançada. Assim, níveis admissíveis de probabilidade de falha (ou índice de confiabilidade) devem ser estabelecidos.

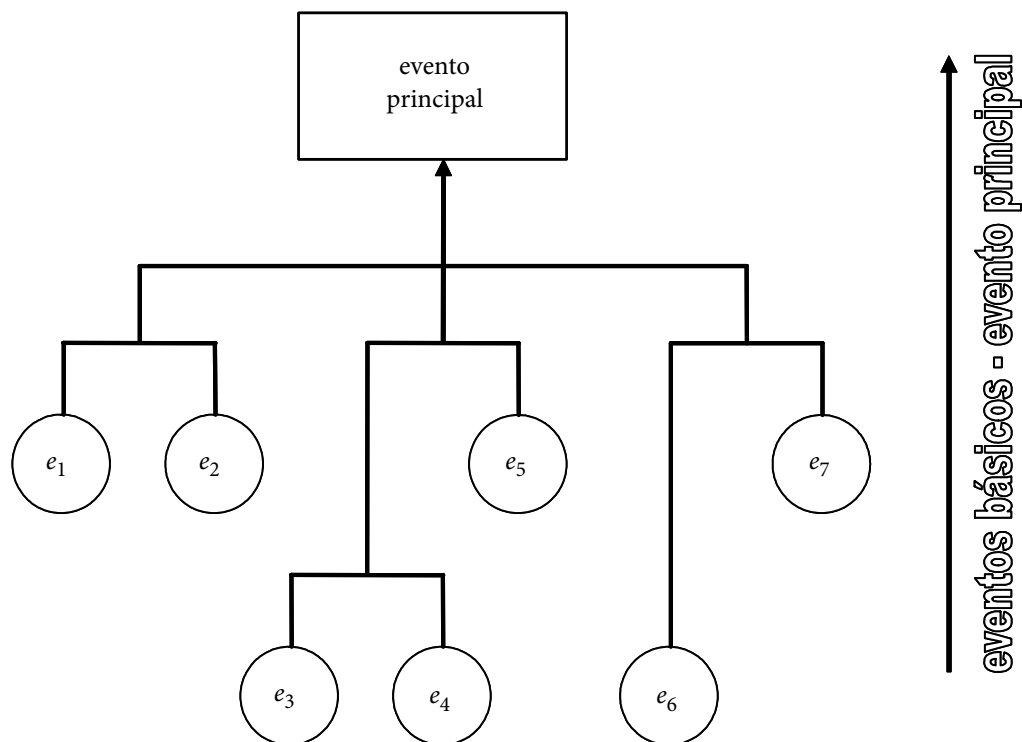
Outro aspecto importante diz respeito aos sistemas de barreira em poços, que devem conter danos ao meio ambiente causados pelo vazamento de hidrocarbonetos às formações ou superfície. A existência de dispositivos de segurança dessa natureza introduz um novo tipo de comportamento no sistema, no qual diferentes modos de propagação de falha podem ocorrer. A modelagem deste tipo de problema costuma ser complexa, envolvendo a associação de sistemas em paralelo e em série, além da construção de árvores de falha e/ou árvores de eventos.

Na análise de sistemas complexos, é possível empregar uma árvore de falhas, de forma a

decompor um evento principal (a falha do sistema, por exemplo) em combinações de eventos elementares que levam à ocorrência do evento principal. A decomposição é feita até o nível dos eventos básicos cuja probabilidade de ocorrência é conhecida ou possa ser calculada.

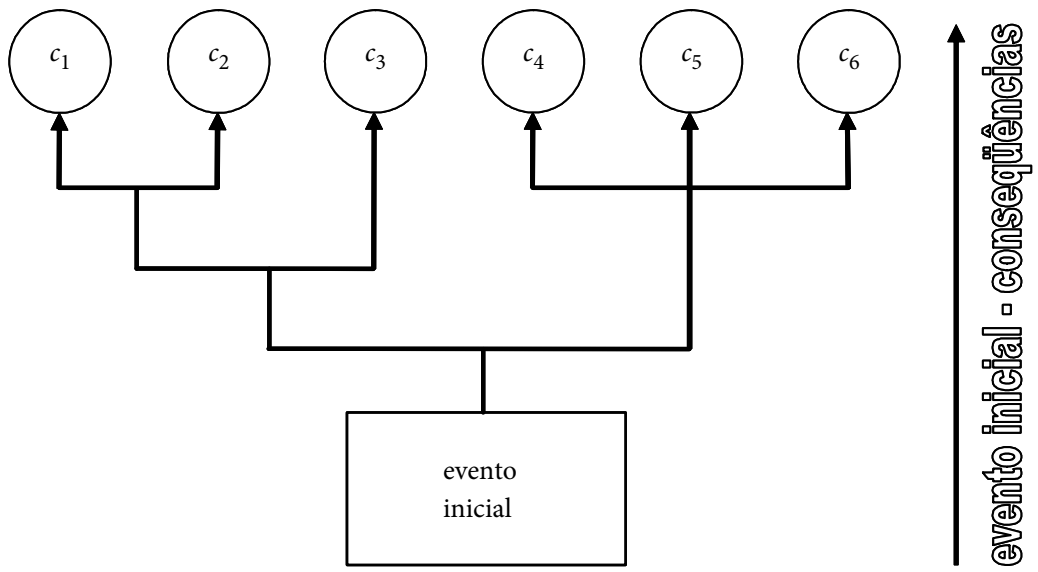
Árvores de eventos servem para identificar as consequências de um evento inicial, como a falha de um componente do sistema. Árvores de evento permitem ainda identificar a atuação de sistemas de segurança e sua adequação, identificar em que ponto devem ser investidos recursos para minimizar consequências e, finalmente, avaliar a probabilidade de ocorrência de determinadas consequências, sendo a principal ferramenta para decisões baseadas em análise de risco. Deve-se destacar que os dois tipos de ferramentas podem ser utilizados em análises quantitativas e qualitativas. Nas Figuras 3 e 4 ilustram-se composições típicas das árvores.

Figura 3 – Árvore de falhas



Fonte: Beck (2014, p. 149)

Figura 4 – Árvore de eventos



Fonte: Beck (2014, p. 149)

3 CONCEITOS BÁSICOS EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Para a aplicação da confiabilidade estrutural é necessário conhecimento prévio de conceitos básicos de probabilidade e estatística a saber, variáveis aleatórias, distribuições de probabilidades, funções de variáveis aleatórias, caracterização de amostras, entre outros.

Inicialmente, a diferença entre uma variável aleatória e uma variável determinística deve ser elucidada. Variável aleatória é uma função real que atribui um valor real para cada experimento aleatório (MONTGOMERY; RUNGER, 2010). Um exemplo de variável aleatória são os parâmetros geométricos dos tubos e conexões, que, por conta de imprecisões no processo de manufatura, possuem uma variabilidade dimensional. Em relação as variáveis tidas como determinísticas, possuem um intervalo de valores possíveis relativamente pequeno, que praticamente não apresenta variação no valor do parâmetro. Um exemplo de parâmetro considerado como variável determinística é a aceleração da gravidade em qualquer ponto da superfície terrestre. Para maior aprofundamento no assunto, recomenda-se a consulta em Ang e Tang (2007).

3.1 Variáveis Aleatórias

Segundo Sagrilo (2003), os diversos resultados aleatórios obtidos ao se observar um experimento podem ser considerados como os resultados de uma função, que é definida como uma variável aleatória. O domínio desta função é denotado por um espaço amostral (usualmente simbolizado por Ω), que contém o conjunto de todos os pontos amostrais do experimento. Se o domínio da função possui um número finito ou enumerável de pontos, diz-se que a variável aleatória é do tipo discreta (por exemplo, o número de peças defeituosas numa linha de produção). Quando o domínio é formado por um número infinito de pontos, a variável aleatória é denominada contínua (por exemplo, tempo de vida até a fadiga de um componente estrutural).

Por definição, uma variável aleatória real $X(\omega)$ é uma função real que atribui a cada ponto amostral ω pertencente a um espaço amostral Ω um valor real x , tal que o conjunto $\{X \leq x\}$ é um evento para qualquer número real x . A simbologia $\{X \leq x\}$ significa dizer que a variável aleatória X assume qualquer valor menor ou igual a x . A probabilidade de ocorrência do evento $\{X \leq x\}$ é visivelmente dependente do valor atribuído x , ou seja, é uma função de x . Esta função é a chamada Função de Distribuição Acumulada de Probabilidades (CDF) da variável aleatória X , simbolizada por F_X , definida para qualquer número x no intervalo $(-\infty \leq x \leq \infty)$ e dada matematicamente por,

$$F_X(x) = P[\{X \leq x\}] \quad (3.1)$$

A chamada Função Densidade de Probabilidades (PDF) f_X de uma variável aleatória X , é obtida derivando-se a função de distribuição acumulada de probabilidades em relação a x ,

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.2)$$

A função densidade de probabilidades de uma variável aleatória representa a distribuição de probabilidades desta variável. Contudo, para variáveis aleatórias contínuas a PDF não fornece uma medida direta de probabilidade de ocorrência de um evento x . O que realmente ela fornece é a densidade de probabilidade de x . De acordo com Ang e Tang (2007), calcular a probabilidade de ocorrência de um evento único para uma variável aleatória contínua é incoerente, pois sempre se tem $P[\{X = x\}] = 0$. Desta maneira, a análise da probabilidade de ocorrência é geralmente feita a partir de um intervalo de eventos, como indicado abaixo,

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (3.3)$$

Para variáveis aleatórias contínuas o resultado dessa integração de $-\infty$ até ∞ , deve ser igual a um.

3.2 Valor Esperado e Momentos de uma Variável Aleatória

Define-se como valor esperado ou média de uma variável aleatória X , representado por $E[X]$ ou μ_X , a integral apresentada a seguir,

$$E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx, \text{ se a integral existir} \quad (3.4)$$

A variância, $Var[x]$, mede a dispersão dos valores da variável em torno da média. Desta forma, a variância é uma outra importante medida na descrição das variáveis aleatórias, dada da seguinte forma,

$$Var[x] = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx = \sigma_X^2 \quad (3.5)$$

A constante σ_X apresentada na equação acima é chamada de desvio-padrão, definido como raiz quadrada da variância,

$$\sigma_X = \sqrt{Var[x]} \quad (3.6)$$

Utilizando a analogia com as propriedades de uma área, a média e a variância de uma variável aleatória X correspondem respectivamente, ao centro de massa da área abaixo da respectiva função densidade de probabilidade $f_X(x)$ e ao momento de inércia da área abaixo da PDF da variável aleatória.

3.3 Algumas Distribuições Usuais

Em problemas de engenharia estrutural, alguns tipos de distribuições de probabilidades são utilizadas frequentemente por se adequarem de maneira aceitável aos parâmetros envolvidos no problema. Contudo, as distribuições Normal e Weibull se destacam por representarem com maior representatividade problemas que envolvem modelos de resistência e solicitação. Na Tabela 3 são apresentadas algumas distribuições de probabilidades, inclusive algumas que são de interesse deste trabalho. A Tabela 3 está baseada nos autores Ang e Tang (2007) e Sagrilo (2003).

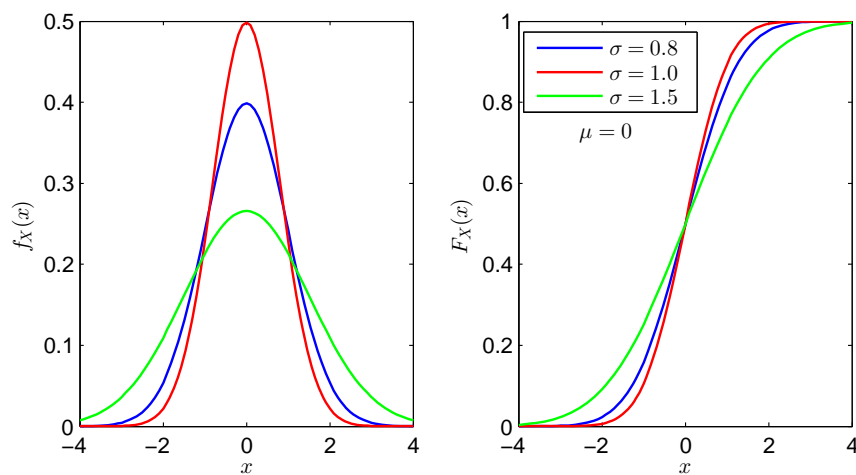
Nas Figuras 5 e 6 são ilustradas a PDF e a CDF das distribuições Normal e Weibull. Observa-se que as distribuições apresentadas possuem comportamento diferentes. No caso da

Tabela 3 – Algumas distribuições de probabilidade contínuas

Distribuição	$f_X(x)$	Média	Desv. padrão
Uniforme	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Normal	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	μ	σ
Lognormal	$\frac{1}{\xi x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\lambda}{\xi}\right)^2\right]$	$\exp[\lambda + 0.5\xi^2]$	$\mu\sqrt{(\exp[\xi^2] - 1)}$
Weibull	$\frac{k}{v}\left(\frac{x}{v}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{v}\right)^k\right]$	$v\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$v\left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$

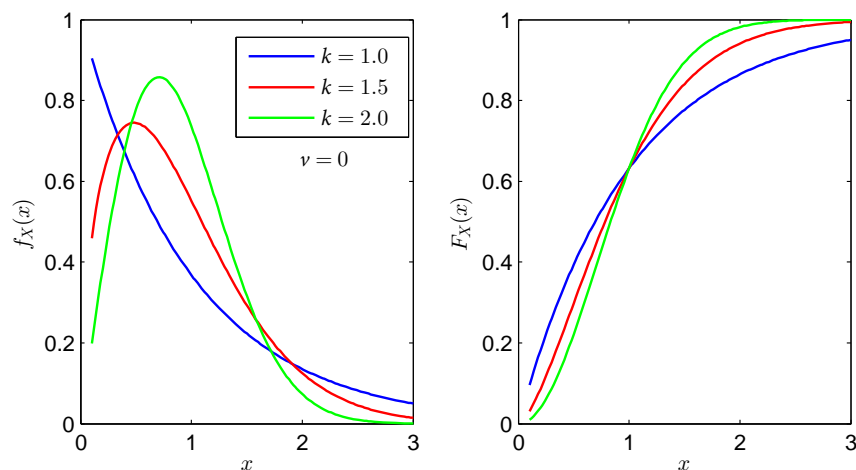
distribuição Normal, percebe-se que a mesma é sempre simétrica em relação à média, o que não ocorre na distribuição Weibull.

Figura 5 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição normal



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 6 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição weibull



Fonte: elaborada pelo autor

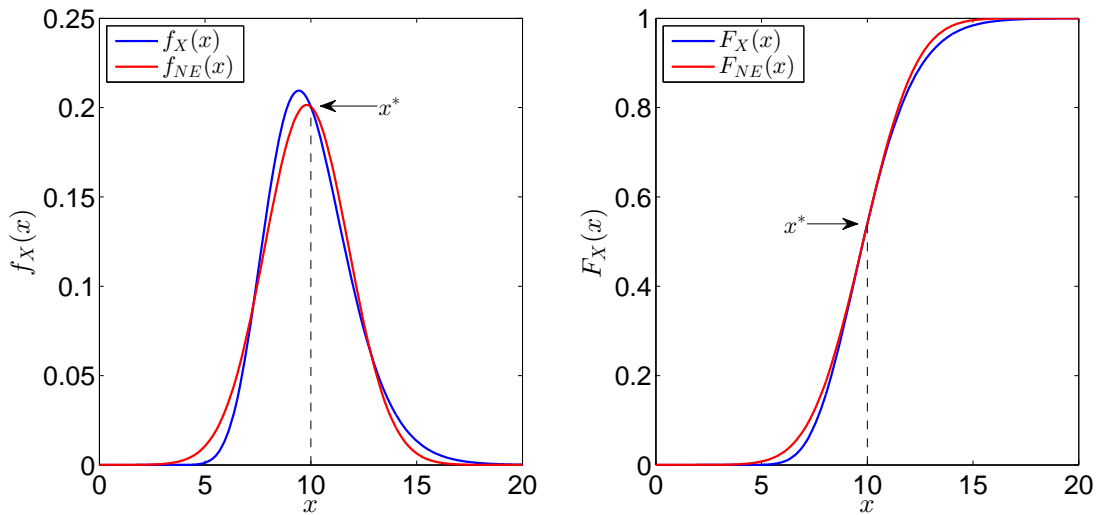
3.4 Distribuição Normal Equivalente

Seja uma variável aleatória X com uma distribuição de probabilidades qualquer, diferente da normal. Uma distribuição normal equivalente num ponto x^* pode ser obtida, igualando-se a PDF e a CDF de uma distribuição normal a PDF e CDF da distribuição real. Ou seja,

$$\begin{cases} f_X(x^*) = f_{NE}(x^*), \\ F_X(x^*) = F_{NE}(x^*). \end{cases} \quad (3.7)$$

Por meio dessa definição, conclui-se que f_{NE} intercepta f_X em x^* e que as áreas dessas PDF's são iguais de $-\infty$ até x^* . Este procedimento é ilustrado na Figura 7.

Figura 7 – Interpretação gráfica da definição de distribuição normal equivalente



Fonte: elaborada pelo autor

Obter uma distribuição normal equivalente significa obter a média e o desvio padrão desta distribuição, através do sistema de equações:

$$\begin{cases} f_X(x^*) = \frac{1}{\sigma_{NE}} \phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right) \\ F_X(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right) \end{cases} \quad (3.8)$$

Resolvendo o sistema de equações acima para μ_{NE} e σ_{NE} , obtém-se:

$$\begin{cases} \sigma_{NE} = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_X(x^*)]\}}{f_X(x^*)} \\ \mu_{NE} = x^* - \sigma_{NE}\Phi^{-1}[F_X(x^*)] \end{cases} \quad (3.9)$$

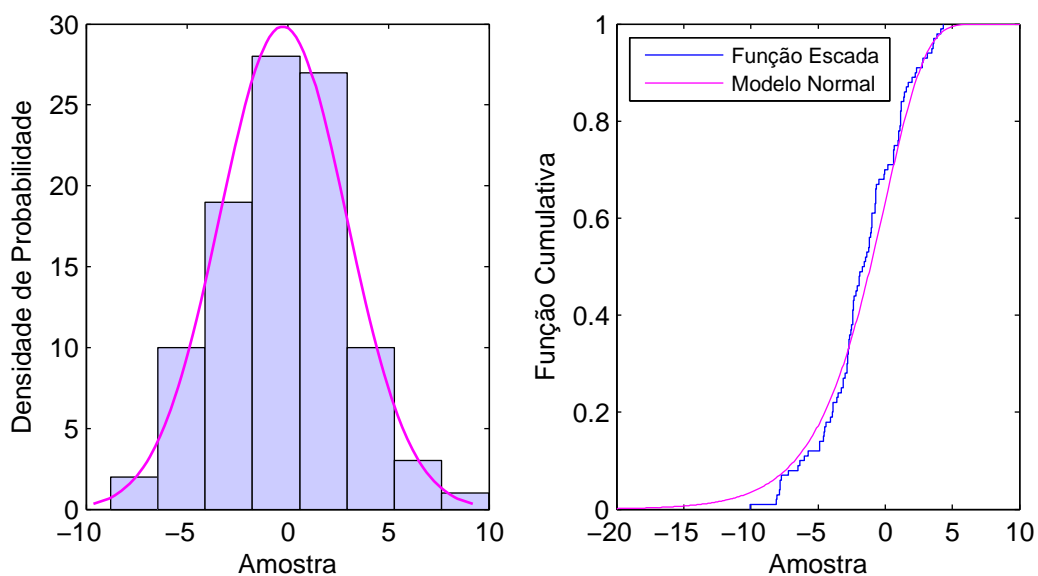
Desta forma, a Equação 3.9 pode ser aplicada para encontrar diretamente a distribuição normal equivalente a uma distribuição qualquer num ponto x^* . O conceito de normal equivalente será retomado no estudo do método FORM (Capítulo 4), tendo em vista a necessidade de representar variáveis aleatórias de distribuições quaisquer no espaço Gaussiano.

3.5 Caracterização de uma Variável Aleatória

Um fenômeno aleatório pode ser representado por uma variável aleatória, desde que se encontre um modelo de distribuição estatística que se ajuste ao fenômeno observado. Uma maneira simples de verificar a adequação do modelo teórico a um determinado conjunto de dados consiste em realizar uma comparação visual entre a função de densidade probabilidades (modelo) com um histograma de densidade de probabilidades, que serve como uma aproximação da PDF dos dados observados. Da mesma maneira, a comparação entre a função acumulada de probabilidades do modelo com o histograma cumulativo de observações (função escada) pode ser realizada. As duas comparações citadas são apresentadas na Figura 8.

Após a estimativa dos parâmetros da variável aleatória, seja via método dos momentos ou método da máxima propensão, é necessário verificar a qualidade do ajuste de uma distribuição teórica a um conjunto de dados. Conforme explicado anteriormente, esta verificação pode ser realizada através de uma simples comparação visual entre o modelo e o histograma da amostra. Entretanto, para que se obtenha uma medida quantitativa da qualidade do ajuste de um modelo hipotético a um conjunto de dados, é necessário realizar testes de aderência.

Figura 8 – Histograma de densidade e Função cumulativa de uma amostra



Fonte: elaborada pelo autor

Os testes que são mais difundidos na literatura são Kolmogorov–Smirnov (KS) e Chi-Quadrado (ANG; TANG, 2007). Enquanto o teste Chi-Quadrado apresenta dependência em relação a quantidade de intervalos adotados no histograma de ocorrências da amostra, o teste KS torna-se mais preciso por ser independente do histograma, trabalhando diretamente com os dados da amostra.

3.6 Combinação de Variáveis Aleatórias

A grande maioria dos problemas de engenharia estrutural envolvem simultaneamente mais de uma variável aleatória. Sendo assim, entender o comportamento conjunto destas variáveis é essencial para resolução de problemas de confiabilidade.

A função conjunta de probabilidades de um vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} de tamanho n representado por $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$, é dada por

$$F_{\mathbf{X}} = F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = P[X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n] \quad (3.10)$$

em que $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ é um vetor com valores exclusivos das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X} . A relação entre a PDF e a CDF para o caso de uma única variável aleatória (Equação 3.2) pode ser estendida para combinação de variáveis aleatórias. Dessa forma, a função de densidade conjunta de probabilidades $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ para a situação de combinação de variáveis aleatórias é calculada como

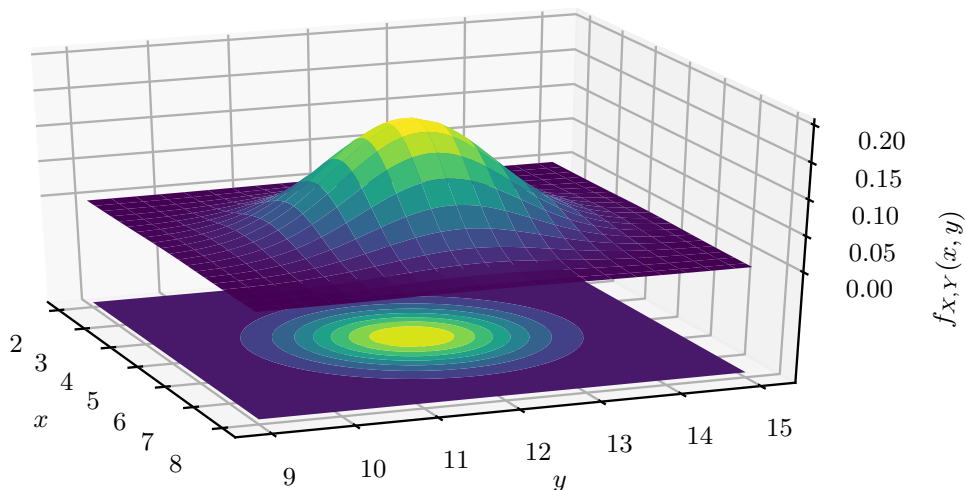
$$f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1, \dots, \partial x_n} F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) \quad (3.11)$$

Para encontrar $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ a partir de $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ realiza-se a operação inversa apresentada abaixo.

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.12)$$

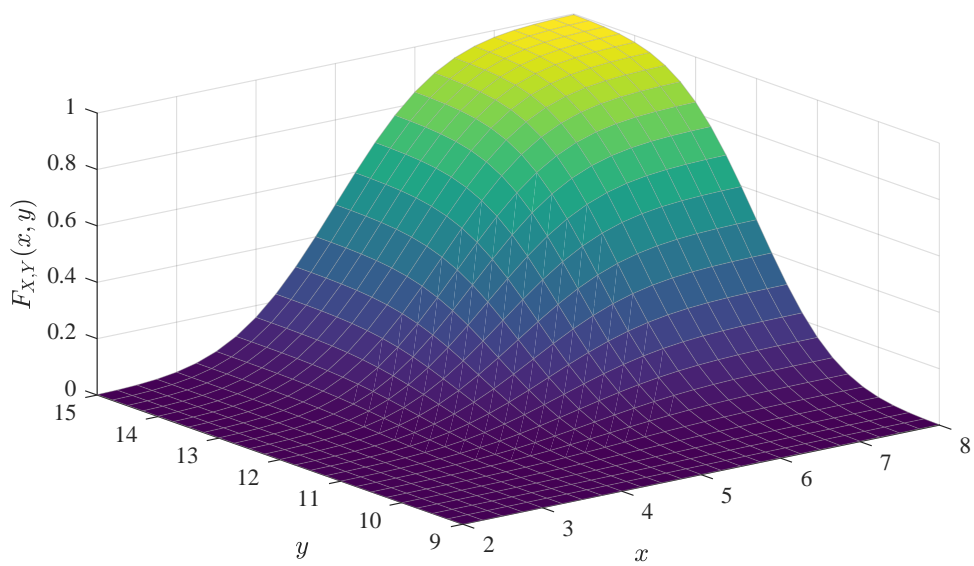
Para facilitar o entendimento de combinações de variáveis aleatórias, é ilustrado nas Figuras 9 e 10 um exemplo de PDF e CDF conjunta com variáveis aleatórias independentes. Consideram-se duas variáveis aleatórias normais $X = N(5, 1)$ e $Y = N(12, 1)$, verificando-se a formação de duas superfícies: função de densidade conjunta de probabilidades e função conjunta de distribuição acumulada de probabilidades.

Figura 9 – Superfície de uma PDF conjunta



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 10 – Superfície de uma CDF conjunta



Fonte: elaborada pelo autor

4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Segundo Melchers (1999), a confiabilidade estrutural tem como principal objetivo avaliar a segurança de uma estrutura, que basicamente consiste no cálculo da probabilidade de que um estado limite de uma estrutura seja violado. Desta forma, é possível quantificar a probabilidade de que uma estrutura não suporte as solicitações especificadas durante o projeto. Deve-se ressaltar que o conceito de confiabilidade não diz respeito apenas à ocorrência de eventos extremos, como falha ou colapso, mas também a quebra de qualquer requisito que a estrutura deva satisfazer. Pode-se citar como exemplos, deslocamentos inadmissíveis, tensões inadmissíveis, vibração excessiva, instabilidade e abertura inadmissível de fissuras.

A construção de modelos confiabilísticos é realizada com base na avaliação das incertezas das variáveis de projeto, que são descritas de maneira estatística, como variáveis aleatórias. Uma etapa crucial na fundamentação teórica em uma análise de confiabilidade estrutural consiste na caracterização das variáveis aleatórias, que em síntese trata-se da caracterização de um conjunto de dados (inferência estatística) e sua representação por um modelo de distribuição, amparada em testes de aderência, que avaliam a qualidade do ajuste entre os dados da amostra e o modelo estatístico proposto. Para maiores detalhes, vide Ang e Tang (2007).

4.1 Definição de Probabilidade de Falha

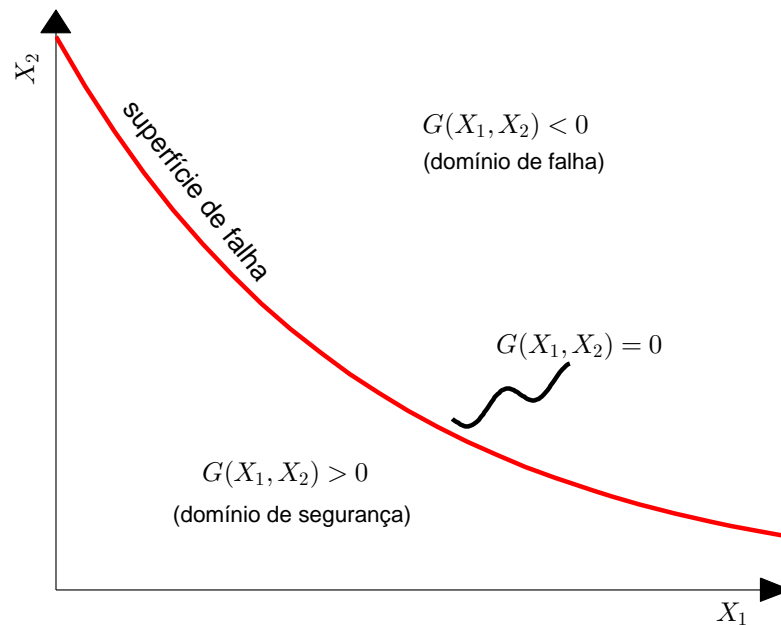
Na análise de segurança de estruturas ou de sistemas em engenharia, a probabilidade de falha é uma medida extremamente importante. Sua resposta fornece um indicativo da probabilidade que a capacidade de resistência da estrutura seja ultrapassada pelas solicitações impostas durante sua vida útil.

Para quantificar os modos de falha de uma estrutura utilizam-se as chamadas equações de estado limite (funções de falha), que são deduzidas a partir dos aspectos físicos do problema em análise. Seja uma função de falha denominada $G(\mathbf{X})$, em que \mathbf{X} é um vetor de variáveis aleatórias consideradas na análise. Para cada modo de falha de uma estrutura, a respectiva função estabelece uma fronteira entre as regiões de falha Ω_f e sobrevivência Ω_s da estrutura, da seguinte forma:

$$\begin{cases} G(\mathbf{X}) > 0 \Rightarrow \text{Evento seguro,} \\ G(\mathbf{X}) \leq 0 \Rightarrow \text{Evento de falha.} \end{cases} \quad (4.1)$$

Dessa forma, definem-se as fronteiras entre os domínios de falha Ω_f e de sobrevivência Ω_s da estrutura. O domínio de falha Ω_f é o conjunto de todos os pontos de \mathbf{X} que levam à falha da estrutura e, o domínio seguro é o conjunto complementar a este. A Figura 11 apresenta uma função de falha bidimensional G representada pelas variáveis aleatórias X_1 e X_2 . O limite $G(X_1, X_2) = 0$ é entendido como superfície de falha. Em um problema qualquer, a probabilidade de falha é calculada integrando-se a função conjunta de densidade de probabilidade das variáveis

Figura 11 – Definição da função de falha



Fonte: elaborada pelo autor

do problema sobre o domínio de falha, conforme apresentado a seguir.

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4.2)$$

A integral n-dimensional supracitada é de difícil avaliação analítica, considerando-se a complexidade das funções densidade de probabilidade das distribuições estatísticas usuais. Sendo assim, faz-se necessário a utilização de métodos de análise em confiabilidade estrutural para sua resolução. Na seção 4.3 serão apresentados o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e o Método de Simulação de Monte Carlo.

4.2 Problema Básico da Confiabilidade

Em uma análise de confiabilidade, as funções de falha independentes do tempo e que abordam apenas duas variáveis aleatórias são as mais simples. Via de regra, essas funções são formuladas a partir de um problema de capacidade versus demanda, ou resistência (R) versus solicitação (S), da seguinte forma:

$$G(R, S) = R - S = 0 \quad (4.3)$$

No entanto, em problemas complexos de análise estrutural existem diversas variáveis aleatórias envolvidas. Desta forma, a variável R é tratada como uma função de variáveis aleatórias relacionadas à resistência e a variável S como uma função de variáveis aleatórias relacionadas à solicitação (GOUVEIA, 2014).

O conceito de índice de confiabilidade é definido a partir da resolução de um problema didático, apresentado na Equação 4.3. Considerando que R e S são variáveis aleatórias normais

e independentes, a equação supracitada é classicamente conhecida como problema básico da confiabilidade. O problema pode ser resolvido em termos de uma variável aleatória chamada de margem de segurança (M):

$$M = R - S \quad (4.4)$$

Como R e S são variáveis aleatórias normais independentes, a distribuição de M também será normal (MELCHERS, 1999), com média μ_M e desvio padrão σ_M dados por

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (4.5)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.6)$$

A probabilidade de falha neste caso, corresponde a probabilidade da margem de segurança (M) assumir valores negativos, ou seja,

$$P_f = P[\{R - S \leq 0\}] = P[\{M \leq 0\}] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (4.7)$$

Para que seja possível definir o índice de confiabilidade, a variável M é transformada em uma variável aleatória com distribuição normal padrão (com média nula e desvio padrão unitário), fazendo:

$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (4.8)$$

Desta forma, a probabilidade de falha associada a variável M pode ser calculada utilizando-se a função de distribuição acumulada normal padrão Φ , da seguinte maneira:

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.9)$$

Verifica-se que a distância entre o ponto correspondente a $m = 0$ e a origem do sistema de coordenadas é dada pela razão $\frac{\mu_M}{\sigma_M}$. Esta distância é chamada de índice de confiabilidade, simbolizado por β :

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4.10)$$

Sendo assim, a probabilidade de falha pode ser reescrita como

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4.11)$$

Conforme explicado anteriormente, os problemas de engenharia em geral envolvem várias variáveis aleatórias, com distribuições quaisquer, nem sempre Gaussianas, conforme apresentado na seção 3.6.

4.3 Métodos de Análise em Confiabilidade Estrutural

4.3.1 Simulação de Monte Carlo

De acordo com Sagrilo (2003), a simulação de Monte Carlo é basicamente uma simulação que envolve a utilização de números aleatórios. O método tem como objetivo produzir N eventos randômicos para serem avaliados na equação de estado limite $G(X)$. Desta forma, eventos que possuem valores negativos são contabilizados como eventos de falha (N_f). Assim, a probabilidade de falha é estimada pela razão entre o número de eventos de falha e o número total de eventos,

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (4.12)$$

Uma das vantagens de utilizar um método de simulação como este, consiste na capacidade de previsão do comportamento de sistemas a longo prazo. Na análise estrutural, a simulação é uma alternativa de executar numericamente um experimento que seria complexo ou até mesmo impossível de ser realizado na prática. Os resultados gerados pela simulação de Monte Carlo podem ser bastante precisos, a depender do número de cenários que sejam testados. Contudo, para problemas que possuam probabilidades de falha muito baixas, faz-se necessário a realização de um grande número de simulações para atingir respostas adequadas (vide Equação 4.12), implicando em alto custo computacional.

Considerando-se que a probabilidade de falha é, por natureza, uma variável aleatória, além de seu valor médio estimado, pode-se definir seu coeficiente de variação (COV), que indica sua dispersão em termos relativos a seu valor médio. Desta forma, de posse de uma probabilidade de falha alvo (P_f^{alvo}), é possível estimar o número mínimo de simulações (ns_{min}) para manter o COV em níveis aceitáveis. Ang e Tang (2007) chega a seguinte fórmula para calcular ns_{min} ,

$$ns_{min} = \frac{1}{COV^2} \cdot \frac{1 - P_f^{alvo}}{P_f^{alvo}} \quad (4.13)$$

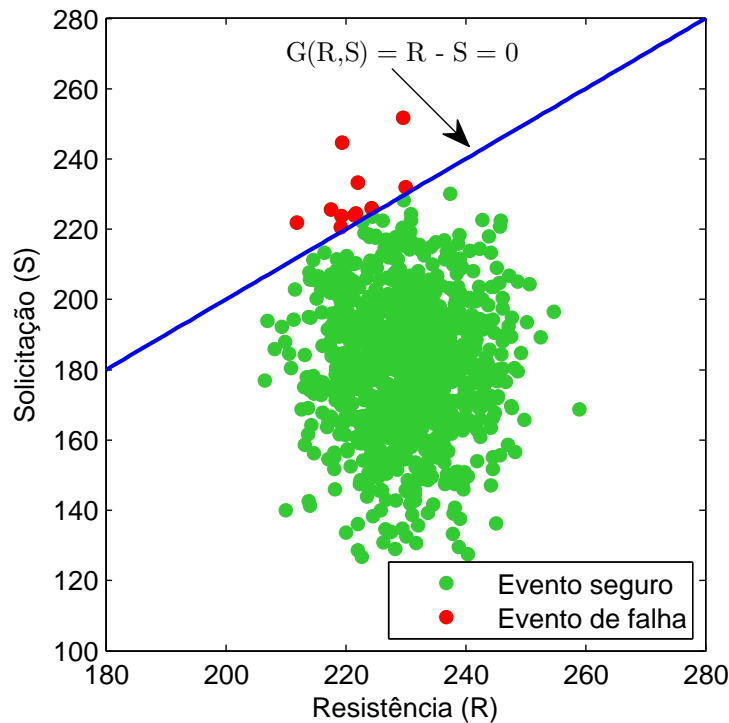
Para aplicações deste trabalho adota-se $COV = 5\%$. Deve-se destacar que inicialmente a P_f^{alvo} não é conhecida, uma vez que esta corresponde a resposta final obtida via simulação de Monte Carlo. Sendo assim, a P_f^{alvo} deve ser definida com a mesma ordem de grandeza da probabilidade de falha do problema. Para isso, podem ser utilizados outros métodos de confiabilidade, como por exemplo o método de transformação FORM, que apresenta maior velocidade em sua execução. Outra estratégia é utilizar o próprio Monte Carlo com um número reduzido de simulações para encontrar o COV de uma simulação de Monte Carlo com um número de simulações (ns) testados. Invertendo a Equação 4.13 tem-se,

$$COV = \sqrt{\frac{1 - P_f^{alvo}}{ns \cdot P_f^{alvo}}} \quad (4.14)$$

Um exemplo ilustrativo do funcionamento da simulação de Monte Carlo é apresentado na Figura 12. Neste exemplo, as variáveis aleatórias R e S possuem a mesma unidade e seguem a dis-

tribuição gaussiana. O valor médio e o desvio padrão das variáveis aleatórias são os parâmetros de entrada da distribuição gaussiana $N(\mu, \sigma)$. Neste exemplo são definidas como $R = N(230.0, 8.0)$ e $S = N(180.0, 20.0)$.

Figura 12 – Exemplo ilustrativo da simulação de Monte Carlo



Foram gerados mil cenários randômicos e a probabilidade de falha estimada para este exemplo foi de $10^{-1.9586}$ com um $COV = 0.2998$, assinalando que a estimativa pode não ser boa. Através da Equação 4.13 estima-se o $ns_{min} = 35637$ para $COV = 0.05$ e P_f igual ao valor encontrado na simulação com 1000 eventos. Com isso, chega-se a $P_f = 10^{-1.9706}$. Evidentemente, quanto maior o número de cenários, a P_f estimada estará cada vez mais próxima do valor exato.

4.3.2 FORM - Método de Confiabilidade de Primeira Ordem

O método de Confiabilidade de Primeira Ordem ou FORM (*First Order Reliability Method*) é um método analítico de confiabilidade baseado na transformação das variáveis aleatórias originais em variáveis aleatórias normais equivalentes, e na linearização da função de falha do problema. O grande diferencial desse método consiste em sua capacidade de utilizar toda a informação estatística das variáveis aleatórias do problema, podendo-se lidar com distribuições estatísticas quaisquer, inclusive considerando correlação entre variáveis.

Conforme apresentado na seção 4.2 o índice de confiabilidade β possui sua interpretação geométrica desenvolvida no espaço das variáveis aleatórias normais reduzidas independentes. Desta forma, além da transformação das variáveis aleatórias em normais reduzidas, existe a

necessidade de descorrelacioná-las. A metodologia de solução de problemas de confiabilidade via FORM envolve as seguintes etapas:

- a) transformação de distribuições originais em normais equivalentes reduzidas;
- b) determinação de coeficientes de correlação equivalentes para distribuições marginais normais;
- c) eliminação da correlação através de alguma estratégia de decomposição.

A primeira transformação está fundamentada no modelo de Hasofer e Lind (1974), que consiste na redução das variáveis aleatórias originais dependentes \mathbf{X} em variáveis aleatórias reduzidas dependentes \mathbf{Z} . Na segunda etapa da estratégia de solução, usualmente utiliza-se a transformação de Nataf (1962) para determinar os coeficientes de correlação equivalentes para distribuições marginais normais. Em seguida, elimina-se a correlação entre as variáveis, transformando as variáveis aleatórias reduzidas dependentes \mathbf{Z} em variáveis aleatórias reduzidas independentes \mathbf{Y} . Comumente, em problemas de confiabilidade estrutural, utiliza-se a decomposição de Cholesky para fatorar a matriz de correlação, obtendo-se uma matriz triangular inferior associada. Maiores detalhes acerca da formulação do método podem ser vistos em Melchers (1999).

De forma a ilustrar o uso do método, aplica-se ao problema básico da confiabilidade estrutural. Neste, não existe a necessidade de eliminar a correlação entre as variáveis, já que as mesmas são independentes. Assim, a transformação é realizada diretamente de \mathbf{X} para \mathbf{Y} , por meio da chamada transformação de Hasofer-Lind:

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (4.15)$$

Através desta transformação obtém-se as variáveis transformadas Y_1 e Y_2 , e a expressão da margem de segurança pode ser reescrita como:

$$m(y_1, y_2) = r - s = y_1\sigma_R + \mu_R - y_2\sigma_S - \mu_S \quad (4.16)$$

Na superfície de falha, $m(y_1, y_2) = 0$, obtém-se y_2 em função de y_1 , das médias e desvios-padrão.

$$y_2 = \frac{y_1\sigma_R + \mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (4.17)$$

O quadrado da distância entre um ponto qualquer (y_1, y_2) e a origem é dado por $d^2 = y_1^2 + y_2^2$. Uma condição de mínimo é obtida derivando a expressão em relação a y_1 e igualando a zero. Assim, obtém-se a coordenada y_1^* do ponto sobre $m(y_1, y_2) = 0$ mais próximo da origem.

$$y_1^* = -\frac{\sigma_R(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.18)$$

De forma semelhante, derivando a expressão da distância em relação a y_2 e igualando a zero, obtém-se a respectiva coordenada y_2^* .

$$y_2^* = -\frac{\sigma_S(\mu_R - \mu_S)}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.19)$$

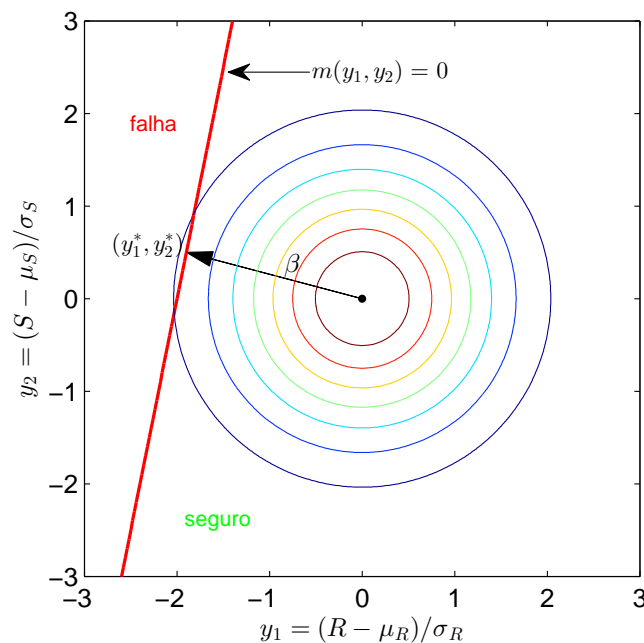
A expressão para mínima distância entre a superfície de falha e a origem é obtida substituindo-se o chamado ponto de projeto (y_1^*, y_2^*) na expressão $d^2 = y_1^2 + y_2^2$.

$$d_{min} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.20)$$

Observa-se que o índice de confiabilidade β (Equação 4.10) é idêntico a d_{min} , ou seja, corresponde à mínima distância entre a função de falha e a origem do espaço normal padrão. Na Figura 13 é apresentado a superfície de falha ($m(y_1, y_2) = 0$) no espaço das variáveis reduzidas. O exemplo resolvido acima é para o caso de variáveis aleatórias normais e independentes. Entretanto, na maioria dos problemas de confiabilidade estrutural, as variáveis aleatórias não seguem a distribuição normal. Dessa forma, é necessário transformar um distribuição qualquer em uma distribuição normal equivalente, como foi detalhado na seção 3.4.

O método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) é formulado como um problema de otimização não linear com restrição, onde se busca o ponto de projeto. Usa-se em geral o algoritmo HLRF (HASOFER; LIND, 1974; RACKWITZ; FIESSLER, 1978) para tal busca. Na seção a seguir apresenta-se brevemente o referido algoritmo, que foi desenvolvido especificamente para solução do problema de otimização em confiabilidade estrutural.

Figura 13 – Representação da superfície de falha no espaço reduzido



Fonte: elaborada pelo autor

4.3.2.1 Algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler

Segundo Beck (2014), a fórmula de recorrência do algoritmo HLRF fundamenta-se na aproximação de um ponto qualquer y à superfície $g(y) = 0$ e na perpendicularização entre o vetor y e a tangente à superfície no ponto.

Admitindo \mathbf{y}_k como um ponto inicial qualquer, fora ou não da superfície de falha, aproxima-se a função de falha com os termos de primeira ordem de sua expansão em série de Taylor em torno deste ponto:

$$\tilde{g}(\mathbf{y}_{k+1}) = g(\mathbf{y}_k) + \nabla g(\mathbf{y}_k)^T \cdot (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k) = 0 \quad (4.21)$$

em que $\nabla g(\mathbf{y}_k)$ é o gradiente da função de falha, no espaço normal padrão, avaliado no ponto \mathbf{y}_k . Na implementação do FORM realizada neste trabalho, o gradiente é calculado utilizando-se o método das diferenças finitas.

Com a linearização da função de falha procura-se um novo ponto \mathbf{y}_{k+1} , de forma que $\tilde{g}(\mathbf{y}_{k+1}) = 0$. O valor inicial do índice de confiabilidade é dado por $\beta_k = \sqrt{\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{y}_k}$ e o vetor de cossenos diretores da função de falha (α_k) é definido por:

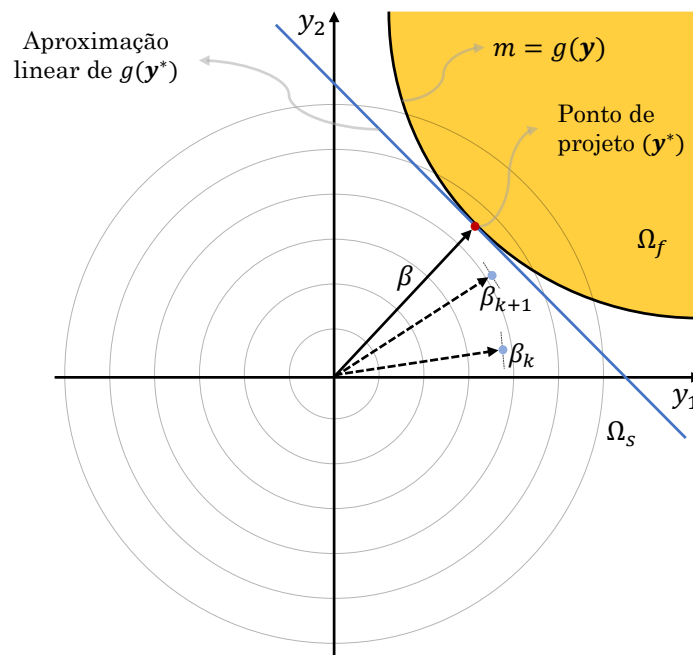
$$\alpha_k = \frac{g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|} \quad (4.22)$$

Realizando manipulações algébricas para isolar \mathbf{y}_{k+1} , como apresentam Beck (2014) e Melchers (1999), chega-se à seguinte expressão para determinação do novo ponto:

$$\mathbf{y}_{k+1} = -\alpha_k \left[\beta_k + \frac{g(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|} \right] \quad (4.23)$$

Na Equação 4.23, o termo entre colchetes representa a nova aproximação do índice de confiabilidade. A expressão é utilizada iterativamente até que se atinja convergência em \mathbf{y} ou β . O processo de busca do ponto de projeto, segundo o algoritmo HLRF, é ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Representação gráfica da busca do ponto de projeto para um problema com duas variáveis

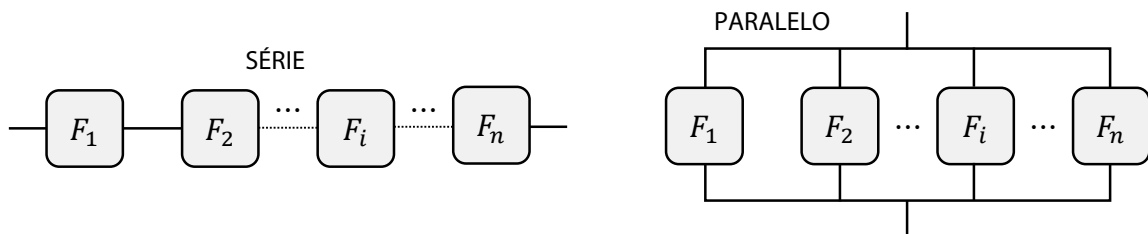


Fonte: elaborada pelo autor

4.4 Confiabilidade de Sistemas

Os métodos de confiabilidade apresentados até aqui, Monte Carlo e FORM, permitem estimar a probabilidade de falha para uma única equação de estado limite (função de falha). Na prática, os elementos e sistemas estruturais costumam apresentar múltiplos modos de falha, os quais são tratados pelas múltiplas equações de estado limite associadas. O tipo mais simples de associação de elementos estruturais ocorre em série, ou seja, a falha de um elemento leva à falha de todo o sistema. Na subseção 4.4.1 faz-se uma breve descrição do funcionamento deste tipo de associação de elementos estruturais, do ponto de vista confiabilístico. Em sistemas mais complexos, pode existir uma associação em paralelo, na qual a falha global só ocorre se um número suficiente de componentes falhar, conforme apresentado na subseção 4.4.2. Os dois esquemas são ilustrados na Figura 15, considerando-se n diferentes modos de falha F_i .

Figura 15 – Sistemas na análise de confiabilidade estrutural



Fonte: elaborada pelo autor

Um primeiro comentário deve ser feito a respeito dos conceitos de *componente* e *sistema*. Em um modelo estrutural qualquer, define-se o componente (ou elemento) como a entidade básica de um sistema, como é o caso de tubos e conexões, tidos como *componentes* de um *sistema* de revestimento. Em se tratando de confiabilidade estrutural, um único *elemento* pode ser tratado como um *sistema*, tendo em vista os múltiplos modos de falha que pode apresentar. Para fins de ilustração, admita-se uma conexão de revestimento *buttress* sujeita à pressão interna e tração. Esta pode apresentar 4 modos de falha, simultaneamente, associados às fraturas no pino e na luva, em caso de tração, além de escoamento do aço e vazamento de fluido, causados por pressão interna.

A metodologia probabilística pode ser aplicada a um determinado cenário de projeto, como um poço cheio de gás, ou um teste de pressão, por exemplo, nos quais valores de probabilidade de falha são medidos em quantos pontos se queira, ao longo da profundidade, de acordo com o perfil de pressões considerado. Um protocolo simples para tomada de decisão pode ser a verificação dos níveis de probabilidade de falha nos pontos críticos do revestimento, que apresentem menores fatores de segurança, em cada cenário de carregamento considerado.

Outro aspecto importante diz respeito aos sistemas de barreira em poços, que devem conter danos ao meio ambiente causados pelo vazamento de hidrocarbonetos às formações ou superfície. A existência de dispositivos de segurança dessa natureza introduz um novo tipo de comportamento no sistema, no qual diferentes modos de propagação de falha podem ocorrer. A

modelagem deste tipo de problema costuma ser complexa, envolvendo a combinação de sistemas em paralelo e em série, além da construção de árvores de falha.

4.4.1 Confiabilidade de Sistemas em Série

Um sistema é dito em série quando a falha de um dos seus componentes implica em sua falha completa, e neste caso a probabilidade de falha do sistema é dada pela probabilidade de qualquer um dos componentes falhar (SAGRILO, 2003). Matematicamente, esta probabilidade é expressa pela união dos eventos que representam a falha dos n componentes individuais F_i , ou seja,

$$P_f = P \left[\bigcup_{i=1}^n F_i \right] = P \left[\bigcup_{i=1}^n G_i(\mathbf{X}) \leq 0 \right] \quad (4.24)$$

sendo $G_i(\mathbf{X})$ a função de falha associada ao i -ésimo modo. O cálculo desta probabilidade conjunta pode ser feito com base na definição já conhecida para o caso unimodal (Equação 4.2), necessitando-se apenas atualizar o domínio de falha. Desta forma, o domínio composto de falha Ω_f por ser construído pela união dos domínios individuais, da forma $\Omega_f = \left[\bigcup_{i=1}^n \Omega_{f_i} \right]$. Por domínio de falha entenda-se o conjunto de variáveis aleatórias envolvidas no problema que levam a equação de estado limite a assumir valores nulos ou negativos. Em termos práticos, pode-se calcular as P_f individuais de cada modo por qualquer método (Monte Carlo, FOSM, FORM, SORM), e combiná-las para a solução do problema sobre um domínio composto Ω_f . A metodologia de cálculo da probabilidade de falha conjunta ilustrada a seguir é adequada para uso junto aos métodos FORM e SORM, por se utilizar de propriedades da função de falha naturalmente calculadas ao longo do processo de solução destes métodos, conforme será visto nas subseções 4.4.1.1 e 4.4.1.2.

Considerando-se a Equação 4.24, na qual o evento de falha em relação a qualquer um dos n modos em série é dado pela união $F = \left[\bigcup_{i=1}^n F_i \right]$, e com base na definição da teoria de conjuntos (diagrama de Venn), escreve-se a probabilidade de falha global para 3 eventos, por exemplo, da forma a seguir.

$$P[F] = P[F_1] + P[F_2] - P[F_2 \cap F_1] + P[F_3] - P[F_3 \cap F_1] - P[F_3 \cap F_2] + P[F_3 \cap F_2 \cap F_1] \quad (4.25)$$

Um caso geral, com n modos em série, pode ser expresso pela Equação 4.26.

$$P_f = \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n P[F_i \cap F_j] + \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \sum_{k>j}^n P[F_i \cap F_j \cap F_k] \quad (4.26)$$

4.4.1.1 Limites de Ditlevsen

O cálculo de probabilidades de falha em sistemas costuma ser feito de forma estimada, resultando num intervalo, com valores limite mínimo e máximo para o valor de P_f . A depender do número de termos que se toma na Equação 4.26, tende-se a uma estimativa mais precisa. Porém, em termos práticos, sabe-se que os termos de ordem superior têm uma influência assintoticamente

decrecente no cálculo. O cálculo mais simples da P_f de um sistema em série é feito considerando-se apenas os valores unimodais, levando a valores intuitivos dos limites a seguir.

$$\max [P(F_i)] \leq P_f \leq \prod_{i=1}^n (1 - P[F_i]) \approx \sum_{i=1}^n P[F_i] \quad (4.27)$$

O operador max indica a seleção do maior valor dentre as probabilidades de falha individuais. O limite inferior corresponde à dependência perfeita entre os eventos e, portanto, à falha do componente mais fraco (com maior probabilidade de ocorrência). O limite superior, à direita, corresponde à independência entre os eventos de falha. Para probabilidades unimodais $P[F_i]$ pequenas, o limite superior pode ser aproximado pela quase-igualdade mostrada.

Deve-se destacar que, caso não haja modo de falha dominante, estes limites são amplos, pouco aplicáveis. Visando uma melhor representação do sistema, pode-se utilizar os limites bimodais da Equação 4.26, o que leva aos limites de probabilidade de falha apresentados nas Equações 4.28 e 4.29.

$$P[F_1] + \sum_{i=2}^n \max \left[0, P[F_i] - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j) \right] \leq P_f \quad (4.28)$$

$$P_f \leq \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{i=2}^n \max_{i>j} [P(F_i \cap F_j)] \quad (4.29)$$

Os valores de probabilidade de falha de cada modo devem ser ordenados de forma decrescente, sendo atribuído o índice 1 ao maior deles ($P[F_1]$). O operador max evita a consideração de contribuições negativas no valor de P_f , por se ter negligenciado os termos de terceira ordem.

Geralmente, as probabilidades $P(F_i \cap F_j)$ de intersecção entre os modos são difíceis de calcular, visto que a própria definição da região de intersecção pode ser complexa, principalmente em problemas com uma grande quantidade de variáveis aleatórias e com múltiplos modos de falha. Assim, o que se faz para calcular os limites bimodais do sistema é linearizar as equações de estado limite de cada modo em seu respectivo ponto de projeto. Essa aproximação é compatível com a linearização das equações de estado limite feita em métodos como o FORM.

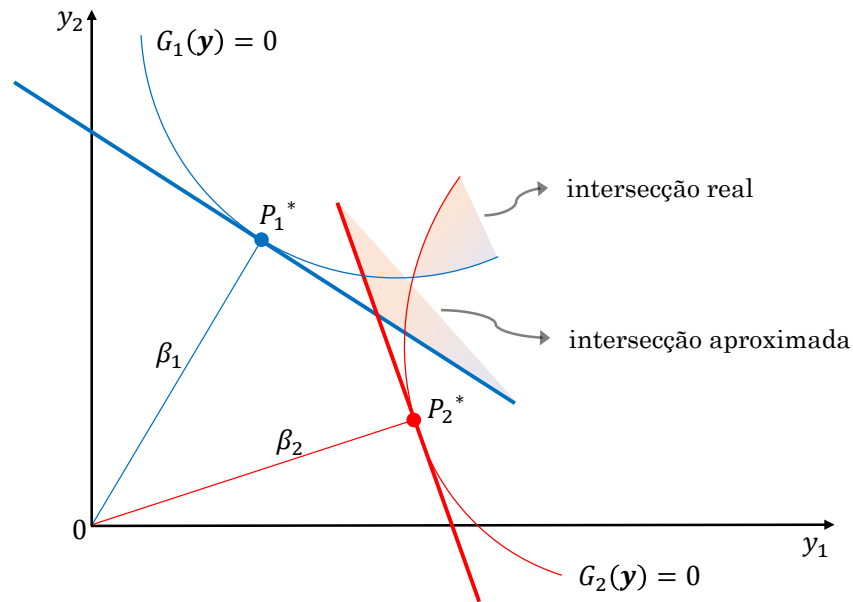
Com isso, torna-se possível estimar os termos de segunda ordem a partir dos coeficientes de correlação entre os modos de falha linearizados e dos índices de confiabilidade individuais de cada modo de falha (LEMAIRE *et al.*, 2009; BECK, 2014).

O coeficiente de correlação entre dos modos de falha (ρ_{ij}) pode ser aproximado pelo cosseno do ângulo ente os vetores normais às funções de falha linearizadas:

$$\rho_{ij} = \alpha_i(\mathbf{y}_i^*)^T \cdot \alpha_j(\mathbf{y}_j^*) = \frac{\nabla G_i(\mathbf{y}_i^*) \cdot \nabla G_j(\mathbf{y}_j^*)}{\|\nabla G_i(\mathbf{y}_i^*)\| \|\nabla G_j(\mathbf{y}_j^*)\|} \quad (4.30)$$

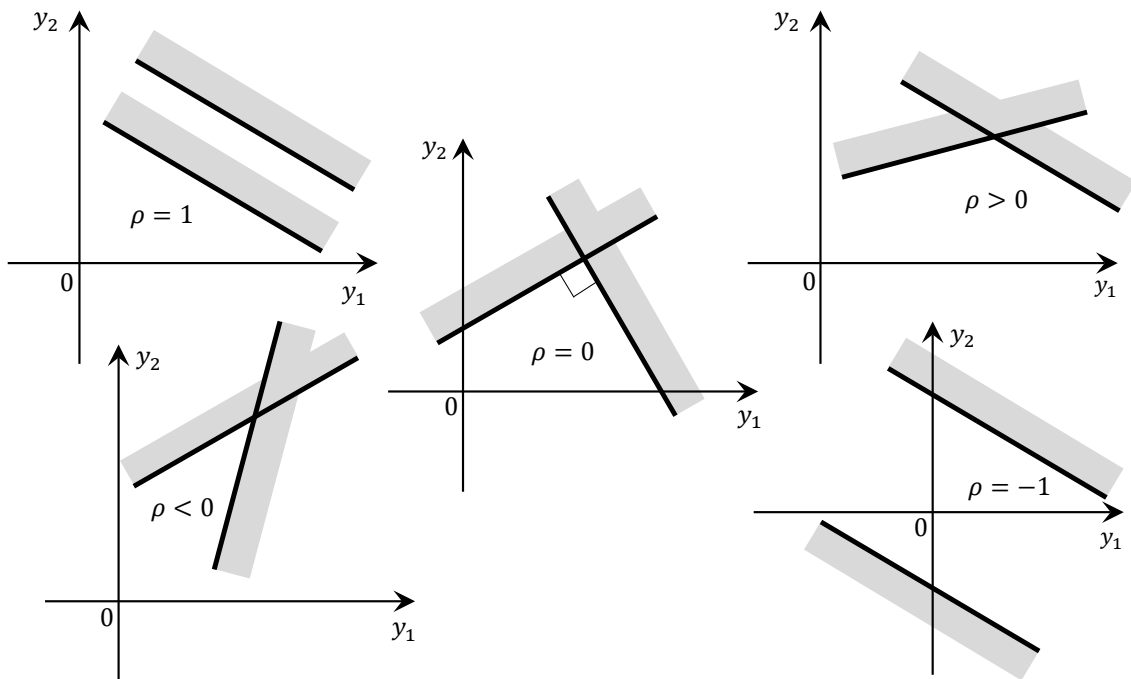
sendo $\nabla G_i(\mathbf{y}_i^*)$ o vetor dos gradientes da função de falha no ponto de projeto.

Figura 16 – Intersecção entre modos de falha em série



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 17 – Coeficientes de correlação entre modos de falha em série



Fonte: Adaptado de Lemaire *et al.* (2009, p. 328)

Calculam-se as probabilidades de ocorrência de dois eventos complementares A e B , que representam a interferência entre as duas regiões de falha, como segue.

$$P[A_{ij}] = \Phi(-\beta_i) \Phi\left(\frac{\beta_j - \rho_{ij}\beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right) \quad (4.31)$$

$$P[B_{ij}] = \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{ij}\beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right) \quad (4.32)$$

Assim, as probabilidades de interseção são calculadas nas condições a seguir. Se $\rho_{ij} > 0$,

$$P(F_i \cap F_j) = P[A_{ij}] + P[B_{ij}] \quad (\text{para o limite inferior}) \quad (4.33)$$

$$P(F_i \cap F_j) = \max[P[A_{ij}], P[B_{ij}]] \quad (\text{para o limite superior}) \quad (4.34)$$

Se $\rho_{ij} < 0$,

$$P(F_i \cap F_j) = \min[P[A_{ij}], P[B_{ij}]] \quad (\text{para o limite inferior}) \quad (4.35)$$

$$P(F_i \cap F_j) = 0 \quad (\text{para o limite superior}) \quad (4.36)$$

O uso destes valores nas Equações 4.28 e 4.29 permite o cálculo da P_f global do sistema em série. Os limites calculados por esta metodologia são assintóticos, se estreitando à medida que as probabilidades de falha modais diminuem. Conforme já comentado, estes limites podem ser largos (pouco representativos), quando não há um modo de falha dominante, especialmente se as probabilidades de falha modais forem elevadas.

Deve-se registrar as aproximações feitas neste procedimento, a saber:

- Linearização das equações de estado limite nos pontos de projeto;
- Consideração de falha simultânea em apenas dois modos de falha¹;
- Aproximação feita no cálculo da área de intersecção dos dois modos.

4.4.1.2 Aproximação da Probabilidade de Falha Global por Integração Numérica

Os termos da Equação 4.25, identificados por $P[F_i]$ e $P[F_i \cap F_j]$ podem ser calculados diretamente, segundo as equações a seguir.

$$P(F_i) = \Phi(-\beta_i) \quad (4.37)$$

$$P(F_i \cap F_j) = \Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) \quad (4.38)$$

sendo $\Phi(\cdot)$ a função cumulativa normal padrão e $\Phi(\cdot, \cdot, \rho_{ij})$ a função cumulativa normal padrão bivariada, a qual pode ser calculada como (MADSEN *et al.*, 2006):

$$\Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) = \Phi(-\beta_i) \Phi(-\beta_j) + \int_0^{\rho_{ij}} \varphi(-\beta_i, -\beta_j, z) dz \quad (4.39)$$

¹ As probabilidades de falha modais em sistemas estruturais costumam ser pequenas, de forma que desprezar os termos tri-modais não impõe um erro significativo.

sendo $\varphi(x, y, \rho_{xy})$ a PDF normal padrão bivariada, dada na Equação 4.40.

$$\varphi(x, y, \rho_{xy}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 - 2\rho_{xy}xy}{2(1-\rho_{xy}^2)}\right) \quad (4.40)$$

A integral da Equação 4.39 deve ser avaliada numericamente. Deve-se destacar que, num sistema em série, caso exista modo de falha dominante, com P_f mais alta, a probabilidade de falha global tende a este valor crítico.

4.4.2 Confiabilidade de Sistemas em Paralelo

Num sistema dito em paralelo, a falha global só ocorre depois da falha de todos os seus componentes. Matematicamente, esta probabilidade é expressa pela interseção dos eventos que representam a falha dos n componentes individuais F_i , ou seja,

$$P_f = P\left[\bigcap_{i=1}^n F_i\right] = P\left[\bigcap_{i=1}^n G_i(\mathbf{X}) \leq 0\right] \quad (4.41)$$

sendo $G_i(\mathbf{X})$ a função de falha associado ao i -ésimo modo. De acordo com Beck (2014), sistemas em paralelo são sistemas redundantes, podendo haver redundância ativa ou passiva. Na redundância ativa, vários componentes dividem uma mesma tarefa, ao passo que na redundância passiva, alguns componentes ficam em estado de *standby*, até que um deles falhe e os componentes redundantes sejam acionados.

No caso de redundância do tipo *ativa*, pode-se estimar os seguintes limites para a probabilidade de falha do sistema:

$$\prod_{i=1}^n P[F_i] \leq P_f \leq \min P[F_i] \quad (4.42)$$

O limite inferior corresponde ao caso de independência entre os modos de falha, e o limite superior sugere dependência perfeita entre os componentes. Já no caso de redundância *passiva*, deve-se elaborar uma árvore de falhas, a qual é construída estabelecendo-se a probabilidade de ocorrência de cada uma das possíveis sequências de falha, que são determinadas por eventos condicionais. Como exemplo, para um sistema com 3 componentes em paralelo, a probabilidade de falha para a sequência de falha S_1 é dada pela equação

$$P[S_1] = P[F_1] P[F_2|F_1] P[F_3|F_{1,2}] \quad (4.43)$$

na qual $P[F_j|F_i]$ indica a probabilidade de ocorrência do modo de falha j sujeita à ocorrência do modo i . Se as sequência de falha são mutuamente exclusivas, tem-se que a P_f do sistema é calculada com base nas N sequências, a seguir.

$$P_f = P[S_1] + P[S_2] + \dots + P[S_N] \quad (4.44)$$

A redundância do tipo passiva sempre reduz a probabilidade de falha do sistema em relação à probabilidade de falha dos membros.

No caso de falhas em sistemas de revestimento, objeto deste trabalho, podem ocorrer complexas associações de componentes em paralelo, envolvendo os diferentes elementos de barreira, tais como o fluido, os tubulares, o cimento, a rocha da formação e os componentes de cabeça de poço.

5 MODELOS DE RESISTÊNCIA E CARREGAMENTO DE REVESTIMENTOS

A finalidade deste capítulo é apresentar alguns modelos de resistência para tubulares e conexões em revestimentos de poços de petróleo e/ou gás. Para os tubulares, aborda-se na seção 5.1 o modelo de pressão interna de Klever e Stewart (1998), e para pressão externa utiliza-se a formulação proposta por Klever e Tamano (2006). Além disso, apresenta-se o critério de escoamento de von Mises. No caso dos elementos de conexão, a seção 5.2 apresenta os modelos que consideram sollicitação axial, pressão interna e externa, atuando isoladamente. Os referidos modelos estão contidos no documento normativo API TR 5C3 (2008).

Além disso, na seção 5.3, mostra-se um cenário de carregamento (pressão interna) descrito pela norma interna N-2752b (2014). O cenário escolhido é abordado no Capítulo 6, por meio de um poço hipotético, aplicado a análises de confiabilidade de sistemas.

5.1 Resistência dos Tubulares

5.1.1 Modelo de Pressão interna de *Klever-Stewart*

O modelo de resistência à pressão interna proposto por Klever e Stewart (1998) é adotado pelo documento normativo API TR 5C3 (2008) como base de sua equação de projeto no dimensionamento de tubulares submetidos à esse tipo de carregamento. Dados de ensaios de pressão interna fornecidos por fabricantes comprovam a acurácia do modelo, tanto no regime elástico quanto no regime plástico. Um modelo modificado de *Klever-Stewart* que contempla o efeito de ações combinadas (pressão externa, interna e força axial) atuando simultaneamente sobre o revestimento é sugerido pela API TR 5C3 (2008). A pressão máxima P_{iKS} suportada pelo revestimento sem a ocorrência de explosão (busrt) é definida de forma implícita por meio da Equação 5.1.

$$P_{iKS} = P_o + \min\left(\frac{p_M + p_{refT}}{2}, p_M\right), \quad \text{em que} \quad (5.1)$$

$$p_M = p_{refM} \sqrt{1 - k_R \left(\frac{F_{eff}}{F_{uts}}\right)^2} \quad (5.2)$$

O termo P_o na Equação 5.1 corresponde a pressão externa aplicada ao tubo de revestimento, e k_r é uma constante obtida por meio da equação

$$k_R = \frac{4^{1-\eta} - 1}{3^{1-\eta}} \quad (5.3)$$

em que η representa um fator adimensional de encruamento do aço obtido a partir de um ajuste para a curva tensão-deformação do ensaio de tração uniaxial do aço. Na falta de dados de ensaio de tração uniaxiais, pode-se estimar o valor de η por meio da Equação 5.4, que depende da tensão de escoamento do aço f_y . Essa aproximação para η é válida apenas para f_y em psi.

$$\eta = 0.1693 - 8.12 \times 10^{-7} f_y \quad (5.4)$$

A força efetiva (F_{eff}) atuante sobre o revestimento pode ser interpretada como uma correção para a força axial proveniente das solicitações de pressão interna e externa. A força axial F_a é dada por

$$F_a = \pi t(D - t)\sigma_a \quad (5.5)$$

na qual σ_a é a tensão axial atuante atuante, D é o diâmetro externo do tubo e t é a espessura nominal de parede do mesmo. Após o cálculo da força axial, a força efetiva F_{eff} é calculada de maneira iterativa por meio das Equações 5.2 e 5.6.

$$F_{\text{eff}} = F_a + P_o \pi t(D - t) - \frac{p_M t(D - t)}{(k_{\text{wall}} t - k_a \alpha_N)(D - k_{\text{wall}} t + k_a \alpha_N)} \frac{\pi}{4} [D - 2(k_{\text{wall}} t - k_a \alpha_N)]^2 \quad (5.6)$$

em que k_{wall} corresponde a um fator de redução de parede devido a imprecisões no processo de fabricação do tubo. O termo k_a representa um fator de resistência à explosão, que de acordo com a norma API TR 5C3 (2008) assume valor de 1.0 para aços temperados e revenidos, e 2.0 caso contrário. Já α_N , é a máxima profundidade que uma trinca na parede do tubo pode ter, sem ser detectada pelo sistema de inspeção do fabricante. A força resistente última à tração do tubo F_{uts} é dada por:

$$F_{\text{uts}} = \pi t(D - t)f_{\text{umn}}, \quad (5.7)$$

sendo f_{umn} a tensão última mínima à tração do aço.

A pressão interna no limite da ruptura segundo o critério de falha de von Mises (p_{refM}), ajustada pelo fator de encruamento do aço é escrita da seguinte forma:

$$p_{\text{refM}} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{1+\eta} \left(\frac{1}{2}\right)^\eta p_{\text{uts}} \quad (5.8)$$

em que p_{uts} representa a pressão no limite de ruptura, dada por

$$p_{\text{uts}} = 2f_{\text{umn}} \frac{k_{\text{wall}} t - k_a \alpha_N}{D - k_{\text{wall}} t + k_a \alpha_N} \quad (5.9)$$

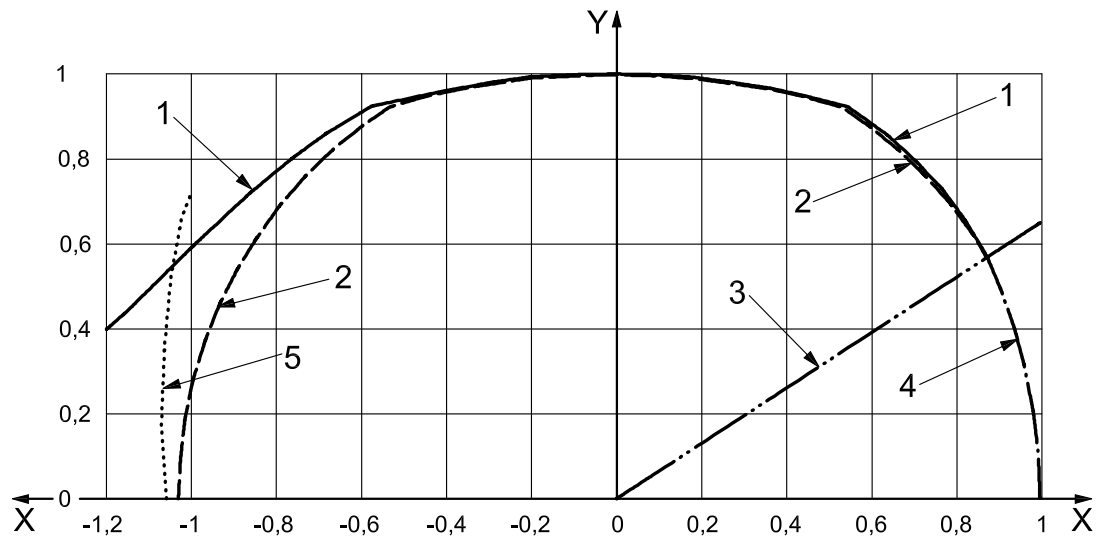
Para especificar totalmente P_{IKS} , resistência à pressão interna de acordo com Klever e Stewart (1998), é necessário definir a pressão interna no limite de ruptura segundo o critério de falha de Tresca (p_{refT}), também corrigida pelo fator de encruamento do aço:

$$p_{\text{refT}} = \left(\frac{1}{2}\right)^\eta p_{\text{uts}} \quad (5.10)$$

A norma API TR 5C3 (2008) compara os resultados obtidos em testes de ruptura em laboratório com os resultados fornecidos pela Equação 5.1, conforme indicado na Figura 18.

Na Figura 18, o eixo X equivale à razão entre a força efetiva e a força axial de ruptura, ou seja,

$$X = \frac{F_{\text{eff}}}{F_{\text{uts}}} \quad (5.11)$$

Figura 18 – Formulação de *Klever-Stewart*

Fonte: API TR 5C3 (2008)

Já o eixo Y , diz respeito ao diferencial de pressão ($P_i - P_o$) dividido pela pressão de referência p_{ref} , dada por

$$p_{ref} = \frac{p_{ref M} + p_{ref T}}{2} \quad (5.12)$$

$$Y = \frac{P_i - P_o}{p_{ref}} \quad (5.13)$$

Os pontos em que ocorreram falha por ruptura estão representados pela curva 1. Esses resultados são de dados históricos de ensaios de pressão interna relatados pela norma API TR 5C3 (2008). Na curva 2 apresenta-se os pontos em que a Equação 5.1 prediz que haverá falha por ruptura. A curva 3 descreve a região de transição entre os modos de falha de ruptura por pressão interna e o *necking* (empescoçamento). A curva 4 representa os pontos em que o tubo falhará por empescoçamento para tração. Já a curva 5 diz respeito a falha por enrugamento (*wrinkling*) para a compressão, que é um indicativo do fenômeno da flambagem.

A resistência à pressão interna de *Klever-Stewart* (P_{iKS}), deve ser calculada iterativamente, tendo em vista que a pressão interna limite p_M depende da força efetiva F_{eff} , que por sua vez depende de p_M (Equação 5.6).

O documento normativo API TR 5C3 (2008) traz algumas observações quanto a não validade da Equação 5.6, a saber:

- (i) Tração axial efetiva suficientemente alta. Nessa situação, o modo de falha preponderante passa a ser o empescoçamento devido ao esforço excessivo de tração. Tal comportamento é observado na Figura 18, em que a curva 2 (Equação 5.1) é interrompida pela curva 3, que consiste na região de transição entre os dois modos de falha;

- (ii) Força axial efetiva (F_{eff}) negativa. Aqui pode ocorrer o fenômeno de flambagem, seja de forma global ou local, invalidando as hipóteses assumidas na Equação 5.1. A divergência entre a curva 1 (dados de ensaios) e a curva 2, principalmente na região em que a tração efetiva (eixo X) cresce no sentido negativo, ilustra esse comportamento divergente.

A força efetiva deve ser limitada para que o item (i) não ocorra. Assim, o máximo valor admitido para F_{eff} é dado por,

$$F_{\text{eff}} \leq F_{\text{uts}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{1-\eta} \quad (5.14)$$

5.1.2 Estado Triaxial de Tensões – Critério de von Mises

A consideração de que os carregamentos atuantes em um tubo de revestimento ocorrem individualmente não condiz com a realidade. Na prática, os tubulares estão submetidos principalmente a carregamentos simultâneos, sobretudo de forças axiais, pressões externas e internas. Deve-se destacar que a combinação de carregamentos tende a intensificar seus efeitos individuais.

A norma API TR 5C3 (2008) contempla a combinação de carregamentos (estado multiaxial de tensões) no dimensionamento de tubulares. O estado limite caracteriza-se no início de escoamento, formulado a partir da teoria clássica de distorção de energia de von Mises. De modo geral, essa teoria é empregada a materiais dúcteis que podem ser descritos por estados de tensão calculados com base na sua plastificação.

Segundo a teoria de von Mises, a relação entre o estado de tensões triaxiais e a tensão de escoamento para um material que ainda encontra-se em regime elástico é dada por,

$$f_y^2 > \sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_a^2 - \sigma_r\sigma_t - \sigma_r\sigma_a - \sigma_t\sigma_a \quad (5.15)$$

em que f_y representa a tensão de escoamento do material e as tensões σ_a , σ_r , e σ_t consistem nas tensões axiais, radiais e tangenciais, respectivamente. Na Figura 19 é ilustrado um tubo com as referidas tensões. Adota-se a convenção usual de tração positiva e compressão negativa.

Baseado na formulação de Lamé para tubos espessos, Aadnøy (2010) apresenta as expressões para o cálculo da tensão tangencial e radial, dadas por

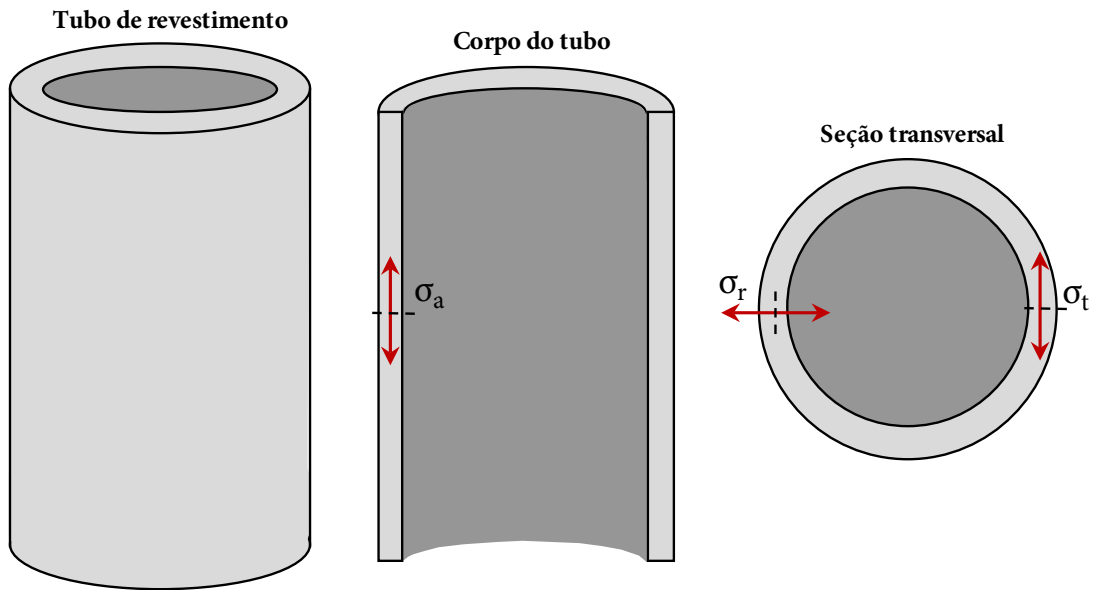
$$\sigma_r = -P_i \quad (5.16)$$

$$\sigma_t = -P_i + \Delta P \frac{D^2}{2t_{\text{min}}(D - t_{\text{min}})} \quad (5.17)$$

em que P_i é a pressão interna, P_o é a pressão externa, D é o diâmetro externo e t_{min} é a espessura de parede mínima.

A tensão axial corresponde à razão entre a força axial e a área da seção transversal:

$$\sigma_a = \frac{F_a}{\pi t(D - t)} \quad (5.18)$$

Figura 19 – Tensões solicitantes em tubos σ_a , σ_r e σ_t formando o estado triaxial de tensões

Fonte: elaborada pelo autor

em que t é a espessura de parede média. Para o cálculo de σ_r e σ_t , recomenda-se o uso de t_{\min} , enquanto que para σ_a é indicado o uso de t . Essas recomendações tornam a estimativa da resistência a favor da segurança.

Substituindo essas tensões no critério de von Mises e realizando as manipulações algébricas necessárias, tem-se

$$f_y^2 > \left(\frac{F_{\text{eff}}}{\pi t (D - t)} \right)^2 + \frac{3}{16} \left(\Delta P \frac{D^2}{t_{\min} (D - t_{\min})} \right)^2 \quad (5.19)$$

em que

$$F_{\text{eff}} = F_a - P_i \frac{\pi t (D - t) (D - 2t_{\min})^2}{4 t_{\min} (D - t_{\min})} + P_o \frac{\pi t (D - t) D^2}{4 t_{\min} (D - t_{\min})} \quad (5.20)$$

A formulação apresentada diz respeito ao estado limite para início do escoamento da parede interna do tubo.

A equação de projeto para von Mises, de acordo com a API TR 5C3, é obtida substituindo f_y por $f_{y\text{mn}}$, utilizando D e t nominais, e, substituindo t_{\min} por $k_{\text{wall}} t$. O fator k_{wall} corresponde a uma tolerância admissível devido a imprecisões no processo de produção do tubo.

5.1.3 Modelo de Pressão Externa de Klever-Tamano

Ao contrário do *burst*, o colapso ocorre quando a pressão externa (P_o) é maior do que a pressão interna (P_i). Segundo Aadnøy (2010), o colapso é caracterizado pela perda de integridade estrutural do tubo e por deformações excessivas que podem comprometer o poço, impossibilitando a passagem de equipamentos. Clinedinst (1985) observou em ensaios experimentais que existem três tipos de mecanismos de colapso: colapso elástico, colapso plástico e colapso por escoamento.

De acordo com a norma API TR 5C3 (2008), o modelo de resistência de Klever e Tamano (2006) é o que apresenta os melhores resultados na estimativa da resistência à pressão externa de tubos de revestimentos de poços. A escolha foi realizada com base em uma série de dados históricos de ensaios de colapso, fornecidos por diversos fabricantes, entre os anos de 1977 e 2000. A expressão do modelo é dada por

$$P_{oKT} = \frac{(P_{oE\text{ ult}} + P_{oY\text{ ult}}) - \sqrt{(P_{oE\text{ ult}} - P_{oY\text{ ult}})^2 + 4P_{oE\text{ ult}}P_{oY\text{ ult}}Ht_{\text{ult}}}}{2(1 - Ht_{\text{ult}})}, \quad (5.21)$$

em que $P_{oE\text{ ult}}$ é a pressão de colapso elástico última, $P_{oY\text{ ult}}$ é a pressão de colapso por escoamento última e Ht_{ult} é um fator de redução influenciado pelas imperfeições do processo produtivo dos tubos. Suas equações são dadas, respectivamente, por

$$P_{oE\text{ ult}} = k_{e\text{ uls}} \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D_{\text{ave}}/t_{c\text{ ave}}) [(D_{\text{ave}}/t_{c\text{ ave}}) - 1]^2}, \quad (5.22)$$

$$P_{oY\text{ ult}} = k_{y\text{ uls}} 2f_y \left(\frac{t_{c\text{ ave}}}{D_{\text{ave}}} \right) \left(1 + \frac{t_{c\text{ ave}}}{2D_{\text{ave}}} \right), \quad (5.23)$$

$$Ht_{\text{ult}} = 0.127ov + 0.0039ec - 0.440(rs/f_y) + h_n, \quad (5.24)$$

em que E_y é o módulo de elasticidade do aço, ν é o coeficiente de Poisson, f_y é a tensão de escoamento medida, D_{ave} é o diâmetro externo médio medido, $t_{c\text{ ave}}$ é a espessura de parede média medida, ov é a ovalização, ec é a excentricidade, rs é a tensão residual e h_n é um fator de forma para a curva tensão-deformação do aço. Os coeficientes $k_{e\text{ uls}}$ e $k_{y\text{ uls}}$ são coeficientes calibrados empiricamente para que os resultados de ensaios de colapso se aproximem da resistência calculada com a Equação 5.21. Em outras palavras, esses coeficientes devem ser calculados com o objetivo de deixar a curva teórica de P_{oKT} mais próxima possível dos pontos de ensaios de colapso. De acordo com a série de dados históricos com 2986 ensaios de colapso (API TR 5C3, 2008), a norma sugere os valores $k_{e\text{ uls}} = 1.089$ e $k_{y\text{ uls}} = 0.9911$.

O modelo de *Klever-Tamano* supracitado, trata do comportamento de tubos ao colapso em ELU (Estado Limite Último). A formulação para o cálculo da resistência de projeto ao colapso, recomendada pela API TR 5C3 (2008), baseia-se na tradicional metodologia dos quatro regimes de colapso. No entanto, a norma traz em um dos seus anexos um texto informativo que apresenta uma nova formulação de projeto (derivada do modelo de *Klever-Tamano*), dada por

$$P_{oKT\text{ des}} = \frac{(k_{e\text{ des}}P_{oE} + k_{y\text{ des}}P_{oY}) - \sqrt{(k_{e\text{ des}}P_{oE} - k_{y\text{ des}}P_{oY})^2 + 4k_{e\text{ des}}P_{oE}k_{y\text{ des}}P_{oY}Ht_{\text{des}}}}{2(1 - Ht_{\text{des}})}, \quad (5.25)$$

em que P_{oE} é a pressão de colapso elástico e P_{oY} é a pressão de colapso por escoamento, dados por

$$P_{oE} = \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D/t) [(D/t) - 1]^2}, \quad (5.26)$$

$$P_{oY} = 2f_{y\text{ mn}} \left(\frac{t}{D} \right) \left(1 + \frac{t}{2D} \right), \quad (5.27)$$

sendo $E_y = 30 \times 10^6$ psi e $\nu = 0.28$, e, f_{ymn} , D e t são parâmetros nominais do tubo.

Os coeficientes $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ correspondem a minorações realizadas a partir de conclusões da análise de confiabilidade e Ht_{des} é um fator de decremento semelhante a Ht_{ult} , dado por:

$$Ht_{des} = 0.127\mu_{ov} + 0.0039\mu_{ec} - 0.440(\mu_{rs}/\mu_{yp}) + h_n, \quad (5.28)$$

sendo μ a média correspondente aos parâmetros subscritos. O parâmetro h_n deve ser 0.017 para produtos CRS (*cold rotary straightened*) e 0.0 para produtos HRS (*hot rotary straightened*). O fator Ht_{des} é responsável por transmitir ao valor de resistência de projeto o efeito das imperfeições geométricas (*ov* e *ec*) e das imperfeições de material (*rs* e h_n).

Em cenários mais próximos da realidade, a resistência de projeto à pressão externa é estimada considerando-se a pressão interna (P_i) e a força axial (F_a) atuantes no tubo. Nessa situação de ações combinadas, a metodologia adotada pela API TR 5C3 (2008) para calcular a resistência de projeto também baseia-se em Klever e Tamano (2006). Utiliza-se a Equação 5.25, que aborda o caso isolado de pressão externa, alterando-se apenas os termos P_{oY} e P_{oE} , por ΔP_{oY} e ΔP_{oE} , respectivamente.

$$\Delta P_{oKT\ des} = \frac{(k_{e\ des}\Delta P_{oE} + k_{y\ des}\Delta P_{oY}) - \sqrt{(k_{e\ des}\Delta P_{oE} - k_{y\ des}\Delta P_{oY})^2 + 4k_{e\ des}\Delta P_{oE}k_{y\ des}\Delta P_{oY}Ht_{des}}}{2(1-Ht_{des})} \quad (5.29)$$

em que o prefixo Δ representa a variação entre pressão externa e pressão interna. Assim, a pressão externa resistente absoluta $P_{oKT\ des}$ é dada por

$$P_{oKT\ des} = \Delta P_{oKT\ des} + P_i \quad (5.30)$$

O fator Ht_{des} não é influenciado pela força axial ou pela pressão interna, sendo calculado como antes pela Equação 5.28. Os termos ΔP_{oY} e ΔP_{oE} são calculados conforme apresentado a seguir. No caso do mecanismo de colapso elástico, que não sofre influência da força axial, sua formulação se mantém

$$\Delta P_{oE} = \frac{2E_y}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{(D/t)[(D/t)-1]^2}. \quad (5.31)$$

Já o mecanismo de colapso por escoamento pode ser interpretado de duas maneiras: pelo critério de escoamento de Tresca ou pelo critério de escoamento de von Mises. Pelo critério de Tresca, tem-se ΔR_{oYT} dado por

$$\Delta P_{oYT} = \frac{2f_{ymn}t}{D-t}. \quad (5.32)$$

Utilizando o critério de escoamento de von Mises, tem-se $\Delta P_{oY\ VME}$ dado por

$$\Delta P_{oY\ VME} = P_{oY\ VME} - P_i = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}}f_{ymn}t\sqrt{1 - \left(\frac{F_{eff\ VMEKT}}{F_{y\ des}}\right)^2}}{D-t}, \quad (5.33)$$

em que

$$F_{eff\ VMEKT} = F_a - P_i A_i + P_{oY\ VME} A_o, \quad (5.34)$$

$$F_{Y \text{ des}} = k_{Y \text{ des}} f_{ymn} A_s, \quad (5.35)$$

sendo A_i a área interna do tubo, A_o a área externa e A_s a área da seção transversal. Nota-se que $P_{oY \text{ VME}}$ depende de $F_{\text{eff VMEKT}}$ que por sua vez depende $P_{oY \text{ VME}}$. Neste caso, um solucionador numérico pode ser utilizado para resolver o sistema de duas equações e duas incógnitas. Por outro lado, através de manipulações puramente algébricas é possível chegar na seguinte expressão para a força efetiva:

$$F_{\text{eff VMEKT}} = \frac{K_1 - K_2 \sqrt{1 - K_3(K_1^2 - K_2^2)}}{1 + K_3 K_2^2}, \quad (5.36)$$

sendo

$$K_1 = F_a + P_i(A_o - A_i), \quad (5.37)$$

$$K_2 = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} f_{ymn} t}{D - t} A_o, \quad (5.38)$$

$$K_3 = \frac{1}{F_{Y \text{ des}}}. \quad (5.39)$$

Esse formato de $F_{\text{eff VMEKT}}$ é obtido combinando as Equações 5.33 e 5.34 e reescrevendo-as na forma de equação do segundo grau para $F_{\text{eff VMEKT}}$. Resolvendo a equação uma raiz é descartada e a outra corresponde a Equação 5.36.

Sendo assim, ΔP_{oY} é dado pela média dos dois critérios se $\Delta P_{oY \text{ VME}} > \Delta P_{oY \text{ T}}$. Caso contrário, se $\Delta P_{oY \text{ VME}} < \Delta P_{oY \text{ T}}$, tem-se $\Delta P_{oY} = \Delta P_{oY \text{ VME}}$. Ou seja,

$$\Delta P_{oY} = \begin{cases} \frac{\Delta P_{oY \text{ VME}} + \Delta P_{oY \text{ T}}}{2} & \text{se } \Delta P_{oY \text{ VME}} > \Delta P_{oY \text{ T}}, \\ \Delta P_{oY \text{ VME}} & \text{se } \Delta P_{oY \text{ VME}} < \Delta P_{oY \text{ T}}. \end{cases} \quad (5.40)$$

5.2 Resistência de Conexões API

O documento normativo API TR 5C3 (2008) define as equações para os modos de falha usuais em conexões API, que são formulados a partir do esforço atuante na conexão ou na extremidade rosqueada do tubo. As equações de resistência são calculadas com os valores mínimos de resistência tanto no tubo quanto na conexão. Observa-se que, a depender das condições de acoplamento, a resistência da ligação pode ser inferior à do corpo do tubo.

Os modelos de resistência à tração (solicitação axial) para conexões *round* e *buttress* apresentados no código supracitado são relativos à fratura na extremidade rosqueada do tubo, fratura na conexão e *pullout*. Em relação aos modelos de resistência sob ação de pressão interna, a norma contempla os modos de falha: escoamento do material e vazamento. Os referidos modos de falha serão abordados nas próximas seções.

Deve-se destacar a presença do fator 0.95 na formulação a seguir, o qual corresponde a um fator de minoração da resistência, para utilização na prática de projeto (CLINEDINST,

1965). Tais equações, originalmente, em suas versões de *estado limite*, não possuem tal fator. Este coeficiente assegura uma condição de projeto mais conservadora, sendo uma forma simples de tratar as incertezas inerentes ao problema.

5.2.1 Fratura na Extremidade do Tubo

A falha por fratura na ponta do tubo para conexões *round* é calculada com base na resistência mínima do tubo, conforme apresentado na Equação 5.41.

$$F_{PIN} = 0.95A_{jp}U_p \quad (5.41)$$

em que

F_{PIN} resistência à fratura na ponta do tubo, em lbf;

A_{jp} área líquida da seção transversal da extremidade rosqueada do tubo, em pol²;

U_p resistência mínima à tração do aço do corpo do tubo, em psi.

Em conexões *buttress*, a resistência à fratura na ponta do tubo é calculada utilizando a Equação 5.42. A Figura 20 ilustra uma falha por fratura na extremidade rosqueada do tubo.

$$F_{PIN} = 0.95A_pU_p \left[1.008 - 0.0396 \left(1.083 - \frac{Y_p}{U_p} \right) D \right] \quad (5.42)$$

em que

A_p área da seção transversal do tubo, em pol²;

Y_p tensão mínima de escoamento do aço do corpo do tubo, em psi;

D diâmetro externo do tubo, em pol.

Figura 20 – Falha por fratura na extremidade rosqueada do tubo



Fonte: Dvorkin e Toscano (2003)

5.2.2 Fratura na Conexão

Na falha por fratura diretamente na conexão, considera-se as propriedades da conexão, como indicado na Equação 5.43. A formulação é semelhante para as conexões do tipo *round*

e *buttress*, à exceção do parâmetro A_{jc} , distinto para cada tipo de conexão (vide API TR 5C3 (2008)).

$$F_{\text{BOX}} = 0.95A_{jc}U_c \quad (5.43)$$

em que

F_{BOX} resistência à fratura na conexão, em lbf;

A_{jc} área da seção transversal da conexão, em pol²;

U_c resistência mínima à tração do material da conexão, em psi.

5.2.3 Pullout

Uma falha por *pullout* caracteriza-se quando a rosca do tubo desliza sobre a rosca da conexão ou vice-versa. A norma API TR 5C3 (2008) apresenta esse modelo de resistência apenas para conexões *round*, admitindo-se que conexões do tipo *buttress* não apresentam falha por *pullout*. O modo de falha citado é dado pela seguinte equação,

$$F_{\text{PL}} = 0.95A_{jp}L \left[\frac{0.74D^{-0.59}}{0.5L + 0.14D} + \frac{Y_p}{L + 0.14D} \right] \quad (5.44)$$

em que F_{PL} representa a resistência à fratura por *pullout*, em psi; F_{PL} consiste na resistência à fratura por *pullout*, em psi; e L é definido como o comprimento da rosca acoplado, em pol.

5.2.4 Escoamento do Material

Esse modo de falha ocorre quando o aço que compõe a conexão inicia o processo de escoamento, ultrapassando a tensão de escoamento e violando o limite elástico. A pressão interna no início desse processo de escoamento do material da conexão é dada por,

$$P_{ie} = Y_c \left(\frac{W - d_1}{W} \right) \quad (5.45)$$

sendo

P_{ie} pressão interna no escoamento do material da conexão, em psi;

Y_c tensão mínima de escoamento do material da conexão, em psi;

W diâmetro externo da conexão, em pol;

d_1 diâmetro da rosca na extremidade do pino após o aperto, em pol.

Para rosca do tipo *round*,

$$d_1 = E_1 - (L_1 + A) T_d + H - 2s_m \quad (5.46)$$

Para rosca do tipo *buttress*,

$$d_1 = E_7 - (L_7 + I_B) T_d + h_B \quad (5.47)$$

Os parâmetros A , E_1 , H e s_m são referências geométricas das conexões tipo *round*, enquanto que os termos E_7 , h_B , I_B e L_7 são referências geométricas das roscas *buttress*. O parâmetro geométrico T_d é comum para ambas conexões. Esses dados são obtidos nas tabelas contidas na norma API 5B (2008).

5.2.5 Vazamento

No modelo de resistência de vazamento por pressão interna, a resistência ao vazamento é baseada na pressão que ocorre entre os segmentos de tubo e conexão. O modo de falha de vazamento é verificado através da Equação 5.48.

$$P_{iv} = E_y T N p \left(\frac{W^2 - E_s^2}{2E_s W^2} \right) \quad (5.48)$$

onde

- P_{iv} pressão interna no vazamento, em psi;
- E_y módulo de elasticidade do aço, em psi;
- W diâmetro externo da conexão, em pol.

Os parâmetros E_s , T , N e p são referências geométricas que podem ser obtidas nas tabelas contidas na API 5B (2008).

5.3 Cenários de Carregamento

5.3.1 Furo na Coluna de Produção (*Tubing Leak*)

O cenário identificado como *tubing leak* ou furo na coluna de produção assume um vazamento no topo da coluna (*tubing*), logo abaixo da cabeça do poço (situação mais crítica). O carregamento ocorre quando a pressão interna no interior da coluna de produção (pressão do fluido produzido para poços em produção) é transmitida para o interior do revestimento de produção, chegando até o *packer*. Assim, o perfil de pressão interna é acrescido pela pressão hidrostática do *packer fluid*. O evento *tubing leak* é específico para revestimentos de produção em poços produtores ou injetores. Para as análises realizadas neste trabalho, adota-se poços produtores. Neste caso, a pressão no furo situado logo abaixo da cabeça do poço, para poços produtores pode ser calculada pela seguinte equação:

$$P_{furo} = 0,1704 \cdot \rho_{poros} \cdot prof_{vc} - G_{HC} \cdot (prof_{vc} - ML) \quad (5.49)$$

em que ρ_{poros} é o gradiente de pressão de poros da zona produtora em ppg, G_{HC} o gradiente do hidrocarboneto produzido em psi/m, $prof_{vc}$ a profundidade vertical dos canhoneados e ML a profundidade do *Mud Line*, ambas dadas em metros.

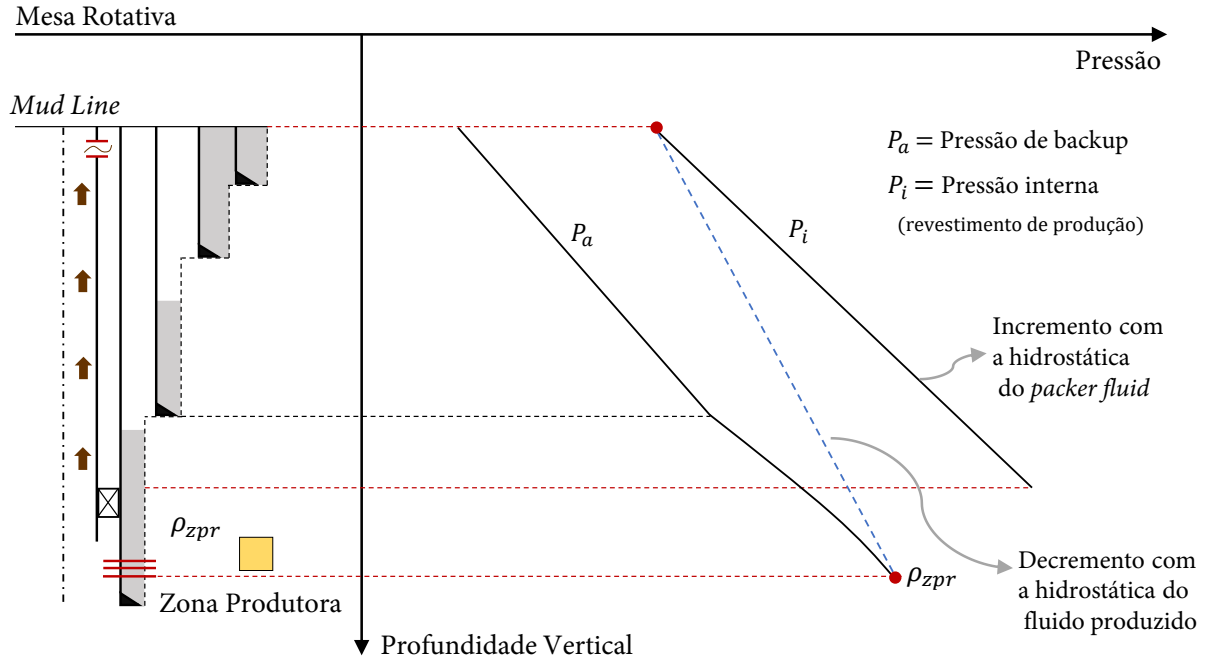
Dessa forma, a pressão interna em um ponto qualquer localizado no anular entre a coluna de produção e o revestimento de produção (anular A) é dada pela equação,

$$P_i = P_{furo} + 0,1704 \cdot \rho_{pf} \cdot (prof_v - ML) \quad (5.50)$$

em que ρ_{pf} representa a massa específica do *packer fluid* (fluido de completação) em ppg, e $prof_v$ a profundidade vertical em metros, variando entre $ML \leq prof_v \leq prof_{vp}$, em que $prof_{vp}$ corresponde a profundidade vertical do *packer*. Na Figura 21 ilustram-se os perfis de pressão

interna e externa para esse carregamento. As variáveis mostradas na figura, P_{zpr} e TC_v , representam a pressão do fluido produzido e a profundidade vertical do topo do cimento, respectivamente.

Figura 21 – Perfil de pressão interna para dimensionamento ao *tubing leak*



Fonte: elaborada pelo autor

5.3.2 Esvaziamento Total (*Full Evacuation*)

Neste tipo de carregamento assume-se que todo o poço foi esvaziado, desde a base dos canhoneados até o nível do solo marinho (*Mud Line*). Como envolve um completo esvaziamento do poço, esse carregamento é conceitualmente possível apenas em poços de gás: produtores de gás, injetores de gás ou injetores WaG (*Water Alternated Gas* – ora injeta água, ora injeta gás). Na Figura 22 apresenta-se o perfil de pressão interna para o carregamento de esvaziamento total, também conhecido como *full evacuation*. O cálculo deste perfil é demonstrando na Equação 5.51:

$$P_i = \begin{cases} 0 & \text{se } \text{TVD} \leq \text{TVD}_{\text{canh}} \\ 0,1704 \cdot \rho_{\text{pf}} \cdot (\text{TVD} - \text{TVD}_{\text{canh}}) & \text{se } \text{TVD} > \text{TVD}_{\text{canh}} \end{cases} \quad (5.51)$$

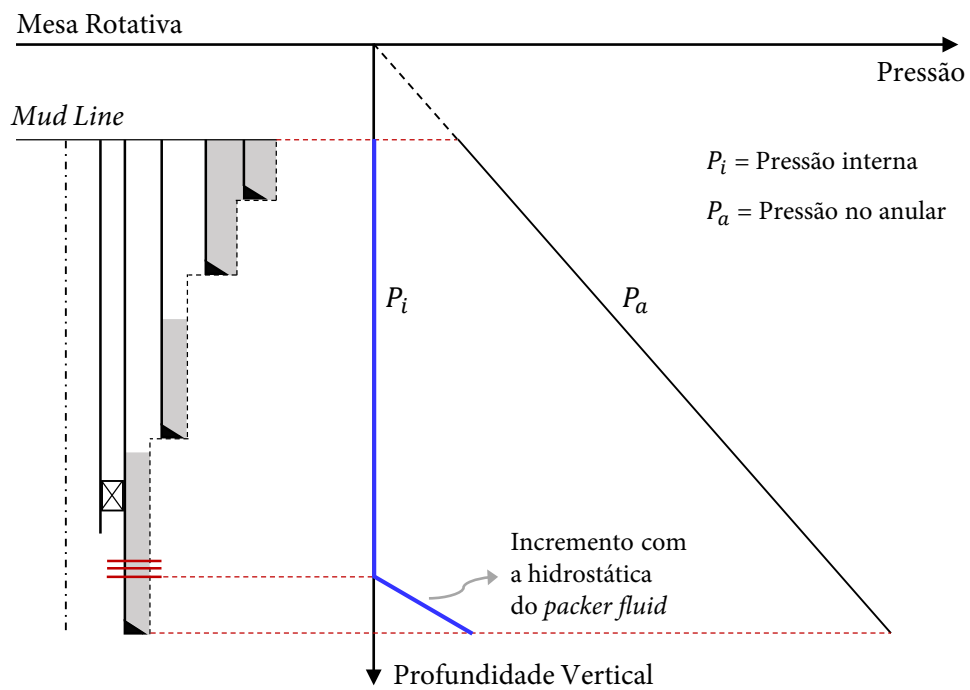
sendo TVD_{canh} a profundidade vertical da base dos canhoneados e TVD a profundidade vertical que está sendo investigada a pressão. Em relação ao perfil de pressão no anular (P_a), este equivale à hidrostática do fluido de maior peso utilizado.

Vale ressaltar que esse carregamento é praticamente teórico, sendo difícil de ser observado na prática, uma vez que depende da ocorrência de uma possível sequência de eventos:

- (i) Perda de vedação do packer, por qualquer que seja o motivo (falha, corrosão, etc.);

- (ii) Substituição gradativa de todo o packer fluid pelo gás produzido/injetado;
- (iii) Entupimento total do reservatório, impossibilitando qualquer comunicação de pressão entre a coluna e o mesmo;
- (iv) Comunicação do gás remanescente na coluna com pressão atmosférica, causando sua descompressão e submetendo a coluna somente à hidrostática do gás – que é desprezível.

Figura 22 – Perfil de pressão interna para carregamento de esvaziamento total



Fonte: elaborada pelo autor

6 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADA EM REVESTIMENTOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos com a confiabilidade estrutural aplicada a um cenários de carregamento comum na prática de dimensionamento de revestimentos de poços. Trata-se de uma carga de pressão interna proveniente de um furo na coluna de produção (*tubing leak*), conforme descrito na subseção 5.3.1.

Para estimar a resistência dos tubulares aos carregamentos de pressão interna, os seguintes modelos são adotados:

- a) Klever e Stewart (1998) – falha por pressão interna (*burst*);
- b) critério de falha de von Mises – início de escoamento na parede interna;

Os esforços axiais aos quais os revestimentos estão submetidos influenciam diretamente nos modos de falha de pressão interna e de colapso, de maneira que sua determinação e consideração em todos os cenários de carregamento é extremamente relevante. A estratégia para quantificar estes esforços é baseada na superposição de dois estados. Primeiramente, determina-se o estado inicial de tensões a que os tubulares estão submetidos, que podem ser oriundos de cargas de pressão, força axial e/ou temperatura. Assim, o estado final de tensões é obtido por meio da sobreposição da condição inicial e da variação de esforço provocada por um determinado cenário de carregamento. Para os exemplos analisados a seguir, utilizou-se a ferramenta SCORE (Sistema de Confiabilidade de Revestimentos) na determinação dos esforços axiais.

A primeira etapa num dimensionamento probabilístico de revestimentos, consiste no tratamento estatístico dos parâmetros de resistência e carregamento envolvidos no projeto. As variáveis consideradas como aleatórias nas análises deste capítulo estão apresentadas na Tabela 4. Os parâmetros estatísticos (média e desvio padrão) de cada variável aleatória são escritos em termos dos coeficientes *mean* e COV. O valor médio é obtido multiplicando-se o fator apresentado na tabela por seu valor nominal. Em relação ao desvio padrão, este é obtido multiplicando seu valor médio pelo coeficiente de variação (COV).

As informações estatísticas das variáveis aleatórias de resistência dos tubulares foram obtidas com base nos dados de fabricação publicados na norma API TR 5C3 (2008) e no artigo desenvolvido por Tallin *et al.* (1998), que elaboraram a caracterização dessas variáveis aleatórias a partir de dados fornecidos pela indústria de revestimentos de poços de petróleo. O conjunto de dados presente no documento normativo são de lotes de fabricantes de tubulares produzidos entre as décadas de 1970 e 2000. Ao todo são 17 lotes, com um total 3171 tubos com características geométricas e propriedades mecânicas registradas.

Conforme mencionado na seção 1.1, os dados estatísticos referentes as conexões são bastante escassos na literatura. O trabalho desenvolvido por Clinedinst (1965) é o único que fornece uma série de dados de ensaios realizados em conexões API. Dessa forma, caracterizou-

se a variável aleatória W (diâmetro externo da conexão) com base nesse conjunto de dados, verificando-se a melhor distribuição que a representa por meio de testes de aderência.

Em relação a variável aleatória relacionada com o carregamento (gradiente de pressão de poros), seus parâmetros estatísticos foram retirados do trabalho de Oliveira (2017), que considera carregamentos aleatórios no processo de dimensionamento dos revestimentos.

Tabela 4 – Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias utilizadas consideradas na análise

Variável Aleatória	Símbolo	Distribuição	mean	COV
Diâmetro externo do tubo	D	Gaussiana	1.0059	0.00181
Diâmetro externo da conexão	W	Gaussiana	1.0092	0.00341
Espessura de parede do tubo	t	Gaussiana	1.0069	0.0259
Espessura de parede mínima do tubo	t_{\min}	Gaussiana	0.941	0.0213
Tensão de escoamento do aço	f_y (K55)	Gaussiana	1.23	0.0719
	f_y (L80)	Gaussiana	1.10	0.0529
	f_y (P110)	Gaussiana	1.10	0.036
Tensão última à tração do aço	f_u (K55)	Gaussiana	1.089	0.04483
	f_u (L80)	Gaussiana	1.079	0.03746
	f_u (P110)	Gaussiana	1.092	0.02769
Módulo de elasticidade	E_y	Gaussiana	1.00	0.035
Gradiente de pressão de poros	ρ_{poros}	Gaussiana	1.00	0.039
Gradiente de pressão de fratura	ρ_{frat}	Gaussiana	1.00	0.04
Incerteza de modelo de Klever e Stewart (1998)	mu_{KS}^*	Gaussiana	1.01	0.036

6.1 Esquema do Poço e Cenário de Aplicação

As análises de confiabilidade serão realizadas para um poço vertical hipotético. Admita-se como poço produtor de gás natural, situado numa região que possui uma lâmina d'água de 1524 metros. Sua configuração de revestimentos é descrita na Tabela 5, que traz informações geométricas e mecânicas acerca dos tubulares. O peso do fluido de perfuração utilizado em cada fase também é apresentado na tabela.

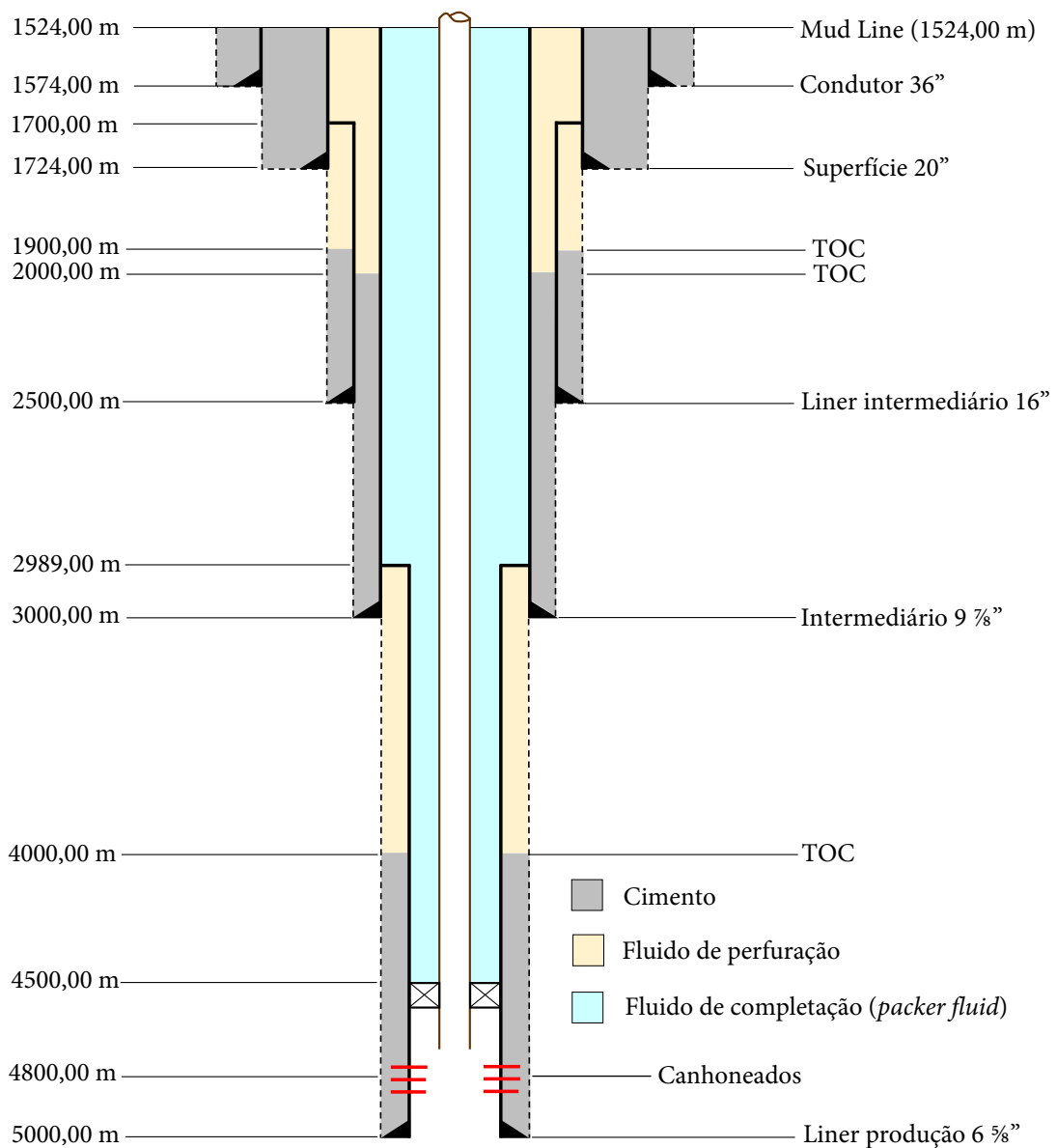
As profundidades verticais da sapata e do topo de cada revestimento estão indicadas no esquema apresentado na Figura 23. Além disso, também define-se a cota do topo do cimento (TOC) para cada fase do poço. Na Figura 24, estão apresentadas as curvas de pressão de poros e pressão de fratura para o poço em estudo.

* Os valores informados já correspondem à média e ao desvio padrão da v.a. incerteza de modelo.

Tabela 5 – Detalhamento das Colunas de Revestimento

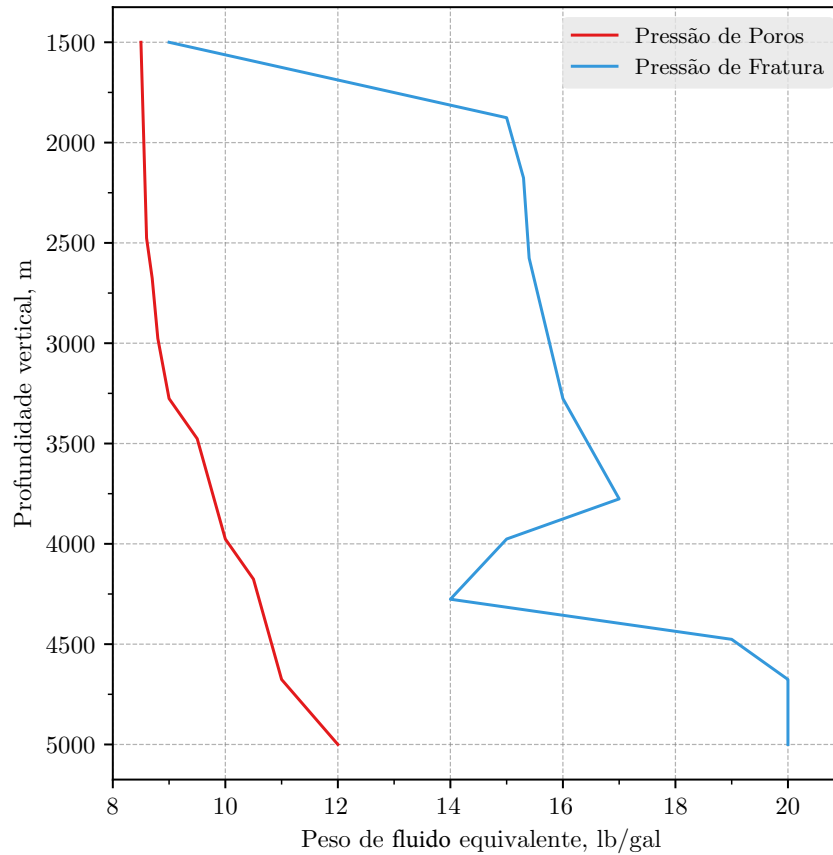
Fase	Nome	Tipo	Propriedades do tubo			Massa específica fluido de perfuração (ppg)
			Diâmetro externo (pol)	Peso linear (lbf/pé)	Grau do aço	
1	Condutor	Casing	36.0	556.0	P110	8.6
2	Superfície	Casing	20.0	209.0	P110	8.6
3	Intermediário	Liner	16.0	95.0	P110	8.7
4	Intermediário	Casing	9.875	66.9	P110	9.0
5	Produção	Liner	6.625	23.2	L80	12.4
6	Produção	Tubing	4.5	12.6	K55	10.9

Figura 23 – Esquema do poço hipotético para as análises de confiabilidade



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 24 – Curvas de pressão de poros e fratura para o poço hipotético



Fonte: elaborada pelo autor

6.2 Associação de Componentes em Série – *Tubing Leak*

Para ilustrar a aplicação de confiabilidade de sistemas em série, apresenta-se neste exemplo uma análise de confiabilidade dos tubos e conexões que compõem o *liner* de produção. O carregamento atuante é de pressão interna, proveniente de um cenário de *tubing leak*, o qual, por questão de concisão, é descrito na seção 6.3. Analisa-se conexões do tipo *buttress*, com diâmetro externo de 7.39", acopladas a tubos de diâmetro 6 5/8", com peso específico linear igual a 23.2 lb/pé e grau de aço K55. O módulo de elasticidade do aço adotado neste trabalho é de 30×10^6 psi.

Os modos de falha analisados são caracterizados pela ação do carregamento de pressão interna. Nas conexões, os modelos confiabilísticos baseiam-se na resistência ao escoamento P_{ie} (Equação 5.45) e na resistência ao vazamento P_{iv} (Equação 5.48). Dessa forma, definem-se duas equações de estado limite:

$$G_1(\mathbf{X}) = P_{ie}(f_y, W) - \Delta P_i(\rho_{\text{poros}}) \quad (6.1)$$

$$G_2(\mathbf{X}) = P_{iv}(E_y, W) - \Delta P_i(\rho_{\text{poros}}) \quad (6.2)$$

A parcela do carregamento, ΔP_i , corresponde ao diferencial de pressão do cenário, calculado com a Equação 5.50 e descontado o *backup* (pressão externa), que depende da configuração

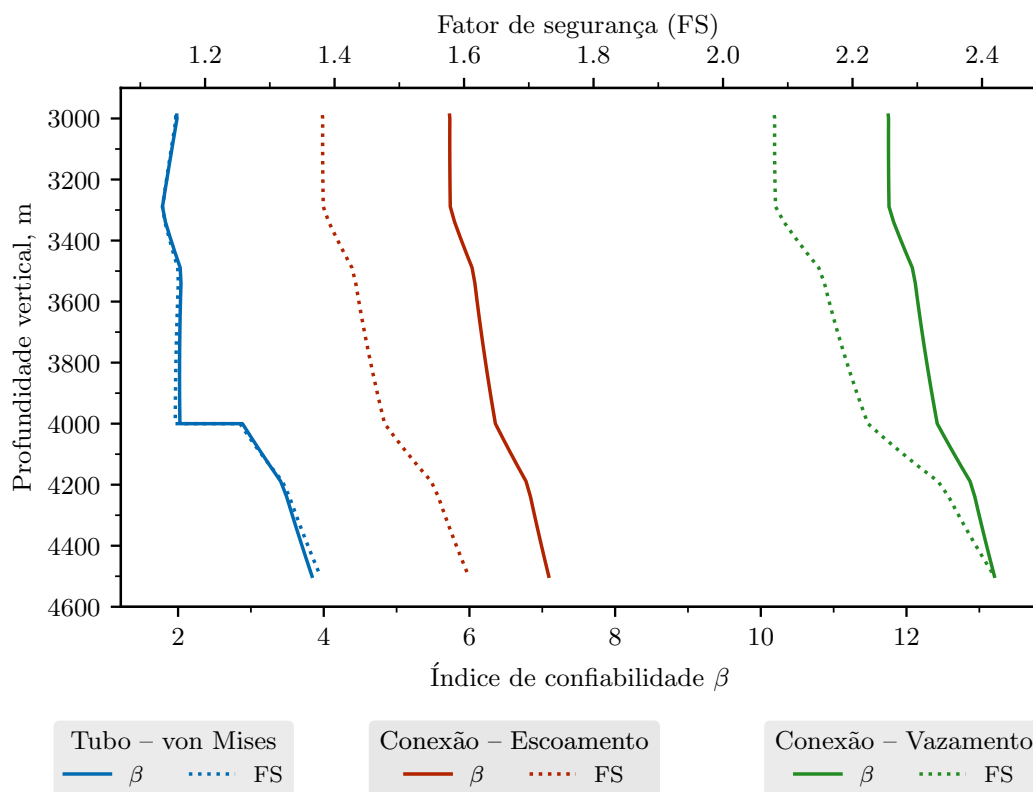
do poço em termos de cimentação (cobrindo ou não a sapata anterior). Para essa situação em que o cimento não cobre a sapata anterior, o perfil de pressões no anular é composto por dois trechos de características distintas. No trecho de revestimento defronte a formação, deve-se considerar a pressão de poros, enquanto acima da sapata anterior, deve-se abater a hidrostática do fluido de maior massa específica da fase.

Para os tubos, utiliza-se o modelo de resistência baseado no critério de von Mises (vide subseção 5.1.2), caracterizado pelo início do escoamento na parede interna do tubo. A equação de estado limite é dada por

$$G_3(\mathbf{X}) = f_y - \sigma_{eq}(D, t, t_{min}, \rho_{poros}) \tag{6.3}$$

As funções $G_1()$ e $G_3()$ dizem respeito a ocorrência de falha por início do escoamento do aço na conexão e no tubo, respectivamente. Na situação de falha nas conexões por vazamento devido à pressão interna, utiliza-se a função $G_2()$. Para essas três funções de falha o vetor de variáveis aleatórias é dado por $\mathbf{X} = [D, t, t_{min}, W, f_y, E_y, \rho_{poros}]$. Os fatores de segurança determinísticos e os índices de confiabilidade (calculados via método FORM) estão apresentados ao longo da profundidade do poço, conforme Figura 25.

Figura 25 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha no *liner* de produção



Fonte: elaborada pelo autor

Nota-se que os fatores de segurança determinísticos e os índices de confiabilidade β apresentam a mesma tendência de variação ao longo da profundidade, para cada modo de falha. Esse comportamento era esperado, visto que as funções de falha são construídas a partir

dos modelos de resistência e carregamento dos tubulares, os quais dão origem às verificações determinísticas de fator de segurança em cada ponto de análise. Assim, o fator de segurança (FS) crítico ocorre na mesma cota que o menor valor de β para cada modo de falha. Deve-se notar que os pontos críticos dos modos de falha dos tubos e conexões ocorrem próximo de 3000 m (nível logo abaixo do topo do revestimento), em que a pressão de poros (*backup* para este cenário) apresenta valores menores. No modo de falha baseado no critério de von Mises, percebe-se uma oscilação brusca do comportamento na profundidade de 4000 m. Isso se deve a mudança do esforço axial na região de transição entre o trecho livre e o cimentado, que considera condição de engastamento na coluna. Ainda, é de se notar elevados níveis de segurança associados ao modo de falha caracterizado pelo vazamento na conexão.

Nesse tipo de sistema, a falha de um componente induz a falha do sistema inteiro. Os valores críticos de β , os vetores de cossenos diretores e as respectivas probabilidades de falha, são apresentados a seguir.

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 5.7269 & \alpha_1 &= (0.0, 0.0, 0.0, -0.2713, -0.7961, 0.0, 0.5409) \\ \beta_2 &= 11.7493 & \alpha_2 &= (0.0, 0.0, 0.0, -0.4081, 0.0, -0.7069, 0.5776) \\ \beta_3 &= 1.7858 & \alpha_3 &= (0.0237, 0.0047, -0.2675, 0.0, -0.7042, 0.0, 0.6572)\end{aligned}\quad (6.4)$$

Com base nos cossenos diretores do vetor normal à superfície de falha em cada modo analisado, obtêm-se os fatores de importância das variáveis aleatórias envolvidas, os quais são colocados na Tabela 6.

Tabela 6 – Fatores de importância para cada modo de falha analisado

Modos de Falha	Fatores de Importância (%)						
	D	t	t_{\min}	W	f_y	E_y	ρ_{poros}
G_1 – Escoamento Conexão	-	-	-	7.36	63.38	-	29.26
G_2 – Vazamento Conexão	-	-	-	16.66	-	49.98	33.36
G_3 – Escoamento Tubo	0.06	0.00	7.16	-	49.59	-	43.19

Nota-se que a tensão de escoamento do aço (f_y) possui alta influência nessa análise confiabilística, tanto para o modo de falha por escoamento no tubo segundo critério de von Mises, quanto para escoamento na conexão. Isso pode ser explicado pelo comportamento estatístico da variável, que apresenta uma grande dispersão, perturbando significativamente a resposta. Na falha por vazamento na conexão, a variável que representa o módulo de elasticidade se mostra importante, com fator de importância em torno de 50%. Por fim, observa-se que as variáveis aleatórias D e t possuem pouca influência na obtenção do índice de confiabilidade β .

De forma a estimar o nível de segurança do sistema composto pelos tubos e conexões, adotou-se um sistema em série contendo os valores críticos de β para cada modo de falha. Esta análise simplificada é coerente, tendo em vista que a combinação em série da ocorrência de cada

modo de falha nos diversos pontos ao longo da profundidade naturalmente tende ao valor crítico observado. Para a associação em série é necessário calcular o coeficiente de correlação entre os modos de falha, dado pela Equação 4.30. Os resultados obtidos para cada par de modos de falha são apresentados a seguir.

$$\begin{aligned}\rho_{12} &= \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 0.35 \\ \rho_{13} &= \alpha_1 \cdot \alpha_3 = 0.95 \\ \rho_{23} &= \alpha_2 \cdot \alpha_3 = 0.34\end{aligned}\quad (6.5)$$

De posse dos resultados acima e integrando numericamente a Equação 4.39 tem-se as seguintes probabilidades cruzadas:

$$\begin{aligned}P_{f_{12}} &= 10^{-47.7857} \\ P_{f_{13}} &= 10^{-5.2041} \\ P_{f_{23}} &= 10^{-47.6837}\end{aligned}\quad (6.6)$$

Desse modo, calcula-se a probabilidade de falha do sistema como a soma das P_{f_i} individuais, descontada das probabilidades cruzadas, que representam as regiões de interseção entre os modos de falha.

$$P_{f_{\text{sistema}}} = P_{f_1} + P_{f_2} + P_{f_3} - P_{f_{12}} - P_{f_{13}} - P_{f_{23}} \quad (6.7)$$

$$P_{f_{\text{sistema}}} = 10^{-1.4898} \quad \beta_{\text{sistema}} = 1.8470 \quad (6.8)$$

Pode-se observar que a probabilidade de falha do sistema, em torno de 3.24%, é basicamente igual a probabilidade de falha individual obtida no modo de falha de escoamento do aço do tubo segundo critério de von Mises. Esse comportamento é justificado pela alta correlação entre os modos de falha 1 e 3. Além disso, a contribuição do modo de falha 2 é pequena quando comparada aos outros dois. Este valor de probabilidade de falha do sistema ($P_{f_{\text{sistema}}}$) é bastante elevado quando comparado com a probabilidade de falha aceitável de 0.0032% ou $10^{-3.5}$ definida na norma NORSOK D-010 (2004), sendo este um cenário preocupante em termos de integridade desta coluna de revestimento. Entretanto, como o modo de falha dominante representa o início do escoamento na parede interna do tubo, que não remete sua ruptura, espera-se valores de probabilidade nessa ordem de grandeza.

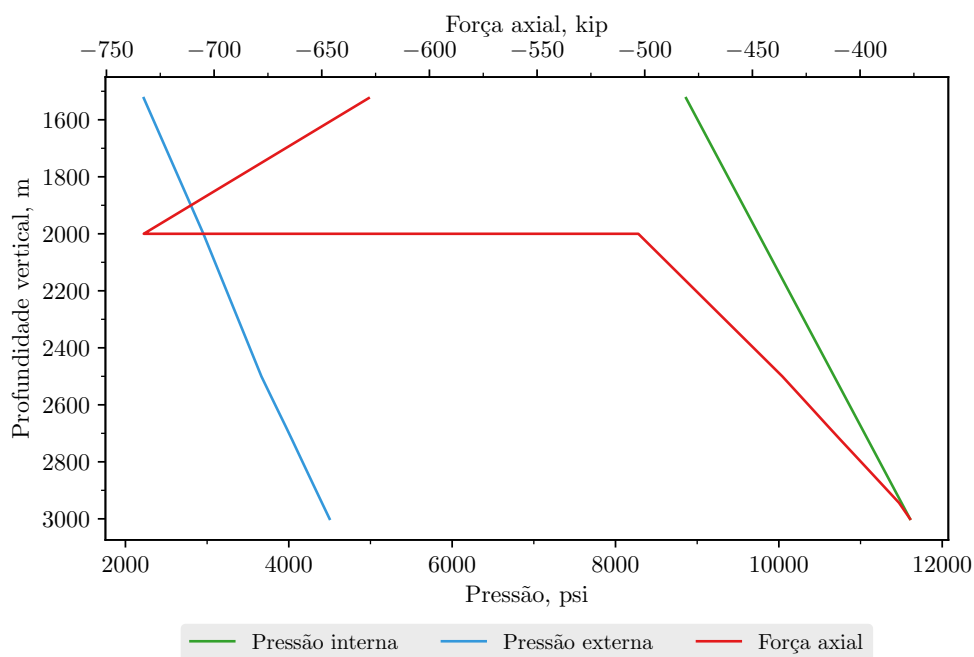
6.3 Falha Progressiva – *Tubing Leak*

Conforme dito anteriormente, o evento *tubing leak* provoca um aumento na solicitação de pressão interna atuante no revestimento de produção. Esse incremento de pressão é proveniente de um vazamento da coluna de produção (*tubing*) na profundidade da cabeça do poço, de maneira que a pressão no interior da coluna é transmitida para o anular A (revestimento de produção), mediante ao acréscimo da hidrostática do *packer fluid*. No caso do poço em estudo, o revestimento

de produção fica ancorado pouco acima da sapata do revestimento intermediário, caracterizando um revestimento do tipo *liner*. Dessa forma, ficam expostos ao carregamento de *tubing leak* os revestimentos *liner* de produção 6 5/8" e intermediário 9 7/8".

Apesar do esforço de pressão interna ser predominante nesses revestimentos, deve-se avaliar a parcela da força axial atuante, visto que os modelos de resistência à pressão interna de Klever e Stewart (1998) e o critério de escoamento de von Mises levam em consideração o efeito combinado destes carregamentos. Nas Figuras 26 e 27, estão representados os perfis de pressão e força axial para os revestimentos intermediário e *liner* de produção, respectivamente.

Figura 26 – Perfil de pressões e força axial atuantes no revestimento intermediário 9 7/8"



Fonte: elaborada pelo autor

Para realizar a análise de confiabilidade deste cenário, definem-se as equações de estado limite dos tubos de acordo com o modelo de resistência adotado. Quando utilizado o critério de von Mises, a função de falha que define o início do escoamento na parede interna do tubo é

$$G_{vM}(D, t, t_{min}, f_y, \rho_{poros}) = f_y - \sigma_{eq}(D, t, t_{min}, \rho_{poros}) \quad (6.9)$$

em que σ_{eq} , tensão equivalente de von Mises, é calculada por

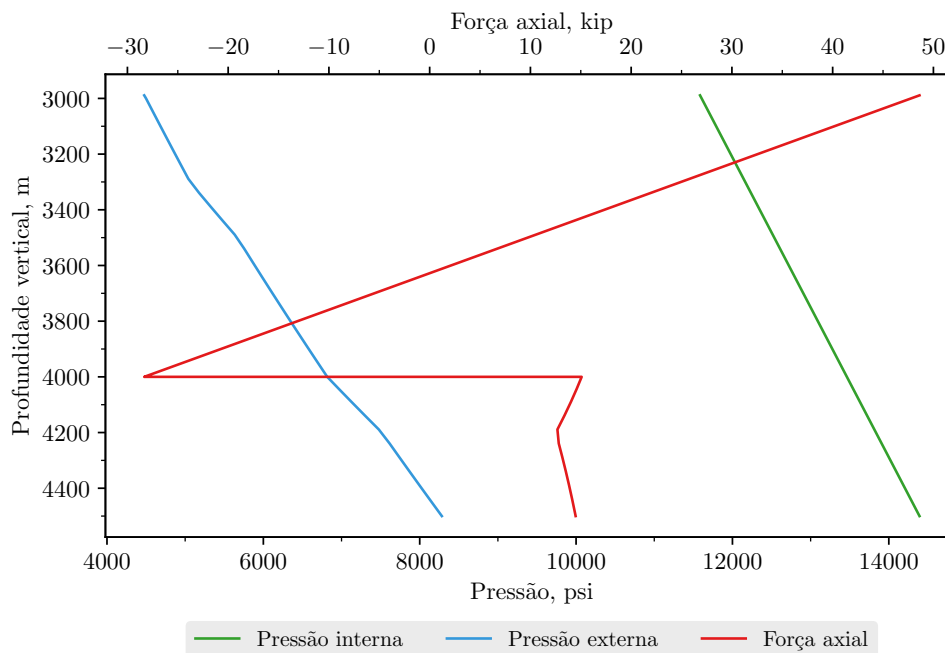
$$\sigma_{eq}(D, t, t_{min}, \rho_{poros}) = \left(\frac{F_{eff}}{\pi t(D-t)} \right)^2 + \frac{3}{16} \left(\frac{\Delta P D^2}{t_{min}(D-t_{min})} \right)^2, \quad (6.10)$$

e a força efetiva atuante é

$$F_{eff} = F_a - P_i \frac{\pi t(D-t)(D-2t_{min})^2}{4t_{min}(D-t_{min})} + P_o \frac{\pi t(D-t)D^2}{4t_{min}(D-t_{min})} \quad (6.11)$$

A parcela de pressão interna (P_i) é calculada por meio da Equação 5.50, considerando o gradiente de pressão de poros como variável aleatória. O cálculo do perfil de pressão no

Figura 27 – Perfil de pressões e força axial atuantes no *liner* de produção 6 5/8"



Fonte: elaborada pelo autor

anular (P_o) (pressão externa ou *back up*) é realizado de forma determinística, considerando duas situações: revestimento com cimento previsto para não cobrir a sapata anterior e revestimento com cimento previsto para cobrir a sapata anterior. Já os valores de força axial (F_a) são obtidos deterministicamente por meio do SCORE, conforme mencionado no início deste capítulo. Dessa forma, as variáveis aleatórias deste modelo probabilístico são: D , t , t_{min} , f_y , e ρ_{poros} . Seus dados estatísticos são retirados da Tabela 4.

Outro modo de falha à pressão interna analisado é o de ruptura dúctil, descrito pelo modelo de Klever e Stewart (1998). A equação de estado limite para esse modelo é dada por

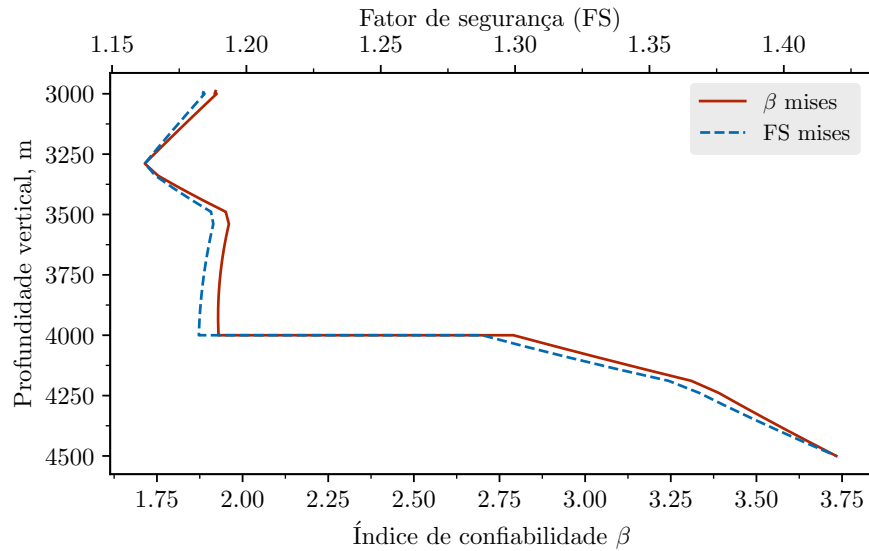
$$G_{KS}(D, t, t_{min}, f_u, mu_{KS}, \rho_{poros}) = \Delta R_{KS}(D, t, t_{min}, f_u) - (P_1(\rho_{poros}) - P_o) \quad (6.12)$$

em que ΔR_{KS} é o diferencial de pressão resistente para o modelo, apresentado na subseção 5.1.1. A força axial atuante e as pressões interna e externa (P_1 e P_o) são calculadas conforme explicado acima, destacando-se o emprego da variável aleatória gradiente de pressão de poros (ρ_{poros}) no cálculo da pressão interna no cenário *tubing leak*.

Apresenta-se a seguir os resultados das análises de confiabilidade aplicada ao cenário em estudo. Inicialmente, são investigados os níveis de segurança dos revestimentos que estão em contato direto com o carregamento de pressão interna. O primeiro revestimento analisado é o *liner* de produção. Os fatores de segurança determinísticos e os índices de confiabilidade são exibidos em um mesmo gráfico, com o objetivo de analisar a relação entre as duas metodologias de dimensionamento, determinística e probabilística. Nas Figuras 28 e 29, estão apresentados os resultados utilizando o critério de escoamento de von Mises e o modelo de resistência à pressão

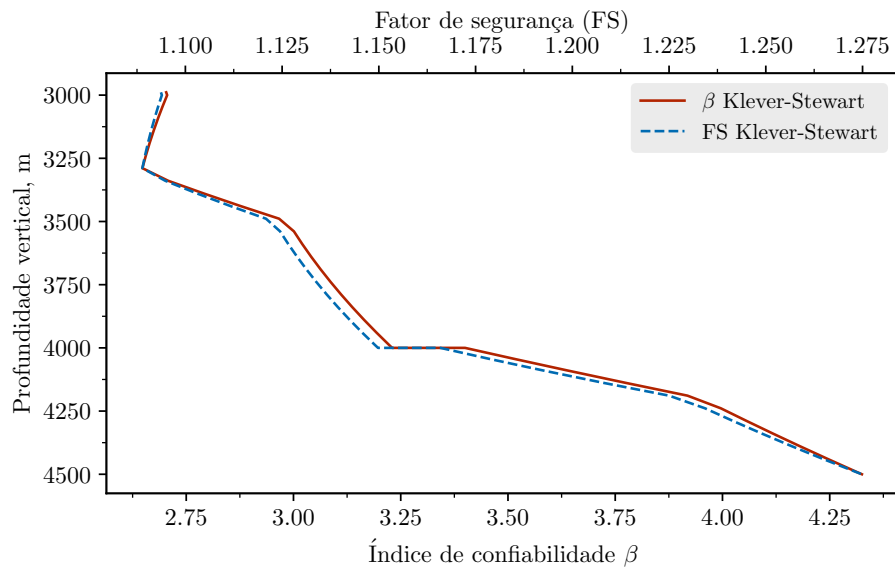
interna de Klever e Stewart (1998), respectivamente. Os resultados de β são calculados via método de transformação FORM, implementado neste trabalho em linguagem de programação *Python*.

Figura 28 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento de produção, considerando o critério de início de escoamento de von Mises



Fonte: elaborada pelo autor

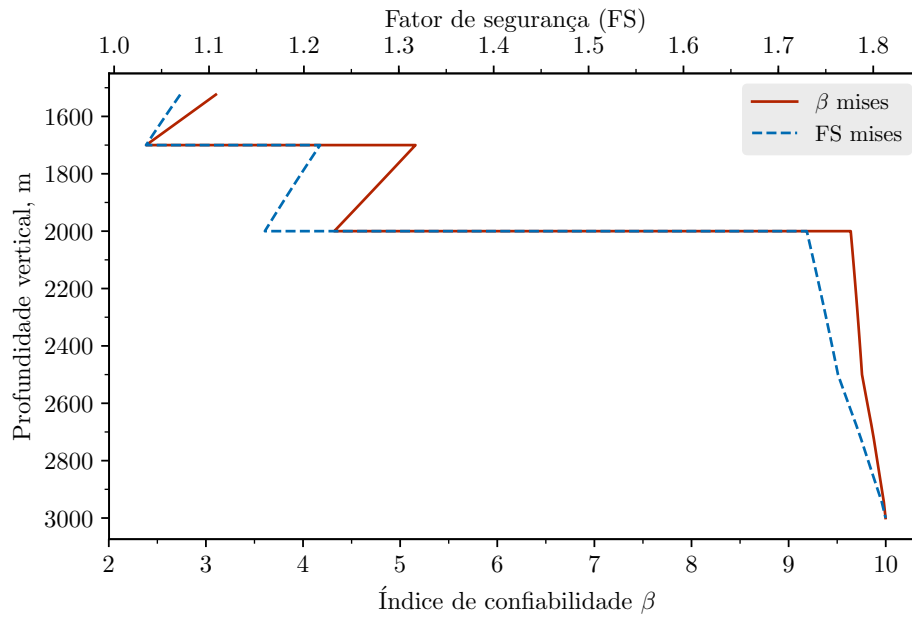
Figura 29 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento de produção, considerando o modelo de Klever e Stewart (1998)



Fonte: elaborada pelo autor

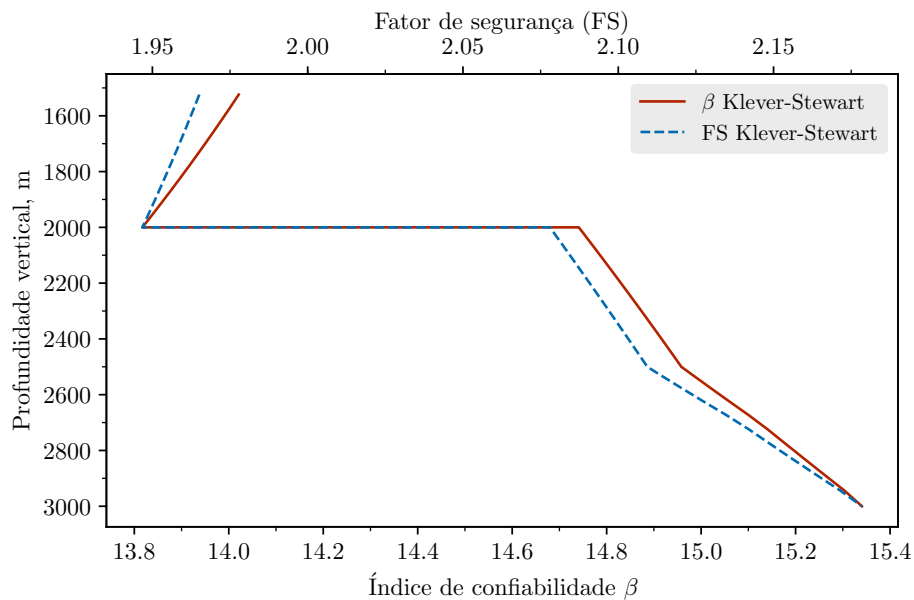
Nota-se que ao longo desse revestimento, os índices de confiabilidade e os fatores de segurança comportam-se de maneira semelhante para os dois modelos de resistência. Além disso, a probabilidade do tubo romper é sempre menor do que a probabilidade de tubo iniciar o escoamento na parede interna, conforme esperado. Esse comportamento também é observado no revestimento intermediário, conforme as Figuras 30 e 31.

Figura 30 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento intermediário, considerando o critério de início de escoamento de von Mises



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 31 – Índices de confiabilidade e Fatores de segurança considerando falha por pressão interna no revestimento intermediário, considerando o modelo de Klever e Stewart (1998)



Fonte: elaborada pelo autor

Os resultados apresentados até aqui dizem respeito a probabilidade de falha de dois revestimentos específicos, analisados ao longo da profundidade do poço. Dando continuidade à análise confiabilística, investigou-se uma possível propagação de falha para os outros revestimentos e uma possibilidade de falha na formação. Os eventos de falha são considerados em cotas específicas, desde a ocorrência do furo na coluna de produção até a falha do revestimento condutor. Os carregamentos calculados deterministicamente, pressão externa e força axial, são colocados na

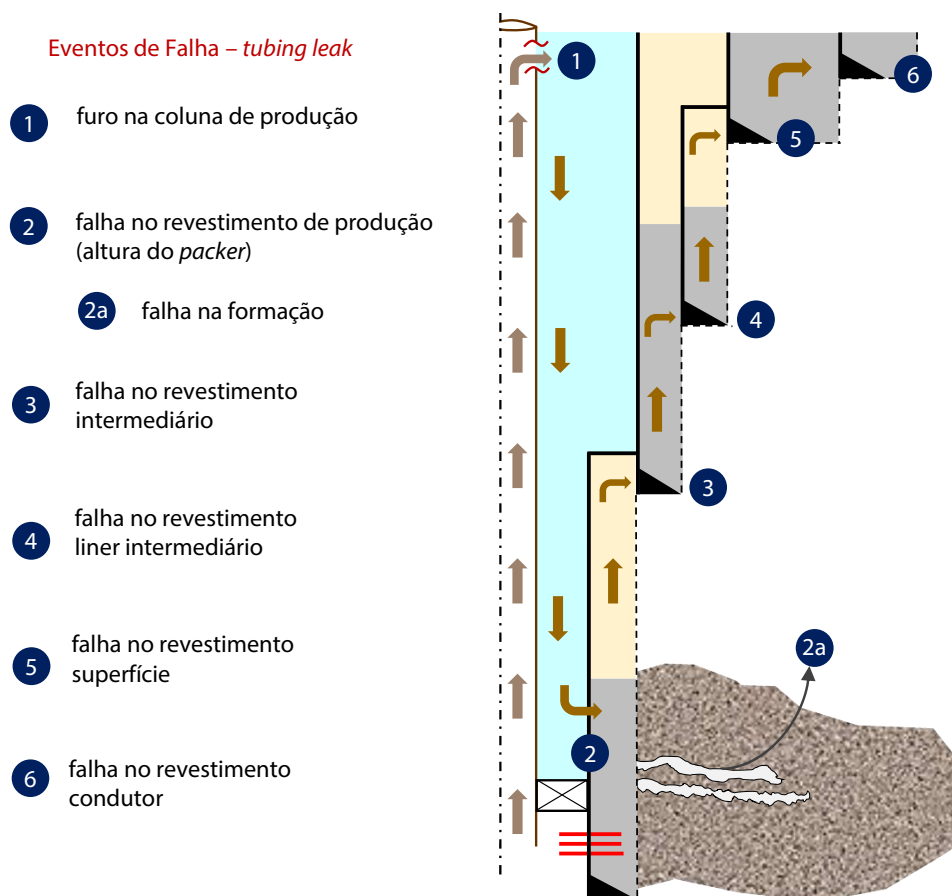
Tabela 7 para cada evento de falha. De forma semelhante aos resultados anteriores, a pressão interna é calculada com a Equação 5.50, considerando-se a variável aleatória ρ_{poros} .

Tabela 7 – Especificação dos valores de pressão externa e força axial atuantes em cada evento de falha

Evento de Falha	Profundidade Vertical (m)	Pressão Externa (psi)	Força Axial (lbf)
1	1524	3705	37679
2	4500	8283	14487
3	3000	4499	-376789
4	2500	3664	-383157
5	1724	2503	-1786673
6	1574	2281	-4485650

Na modelagem da propagação de falha num cenário de *tubing leak*, considera-se ocorrência de falha no processo de cimentação, possibilitando uma transmissão do carregamento para os revestimentos anteriores. Na Figura 32 apresenta-se os eventos de falha e a sequência de ocorrência dos mesmos.

Figura 32 – Sequência de eventos que levam à falha do sistema num cenário de *tubing leak*



Fonte: elaborada pelo autor

As equações de estado limite para os revestimentos são as mesmas utilizadas no início desta seção, ou seja, para o critério de von Mises a função de falha é dada pela Equação 6.9 e para

o modelo de *Klever-Stewart* utiliza-se a Equação 6.12. O evento 2a (Figura 32), caracterizado por uma falha na formação, é definido pela equação de estado limite apresentada a seguir.

$$G_{2a}(\rho_{\text{frat}}, \rho_{\text{poros}}) = P_{\text{frat}}(\rho_{\text{frat}}) - P_i(\rho_{\text{poros}}) \quad (6.13)$$

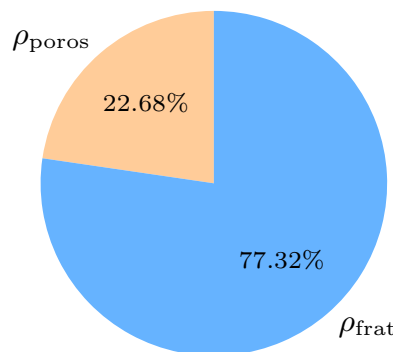
Na Tabela 8 são apresentados os valores de probabilidade de falha com os respectivos índices de confiabilidade, calculados via método FORM e simulação de Monte Carlo. Percebe-se que o FORM demonstra uma boa aproximação para a probabilidade de falha quando comparado com o resultado obtido com simulação de Monte Carlo.

Tabela 8 – Resultados de β e P_f para o evento 2a (falha na formação)

Índice de Confiabilidade (β)		Probabilidade de Falha	
FORM	Monte Carlo	FORM	Monte Carlo
3.7094	3.6985	$10^{-3.5617}$	$10^{-3.9648}$

Adicionalmente, o FORM fornece os fatores de importância de cada variável aleatória envolvida no cálculo da probabilidade de falha. Conforme já mencionado, eles correspondem às componentes do vetor unitário com direção igual ao vetor do ponto de projeto no espaço reduzido. Desta forma, apresenta-se esses fatores em termos percentuais na Figura 33. Nota-se que a variável aleatória ρ_{frat} possui maior importância na probabilidade de falha obtida.

Figura 33 – Fatores de importância para equação de estado limite correspondente à falha na formação



Fonte: elaborada pelo autor

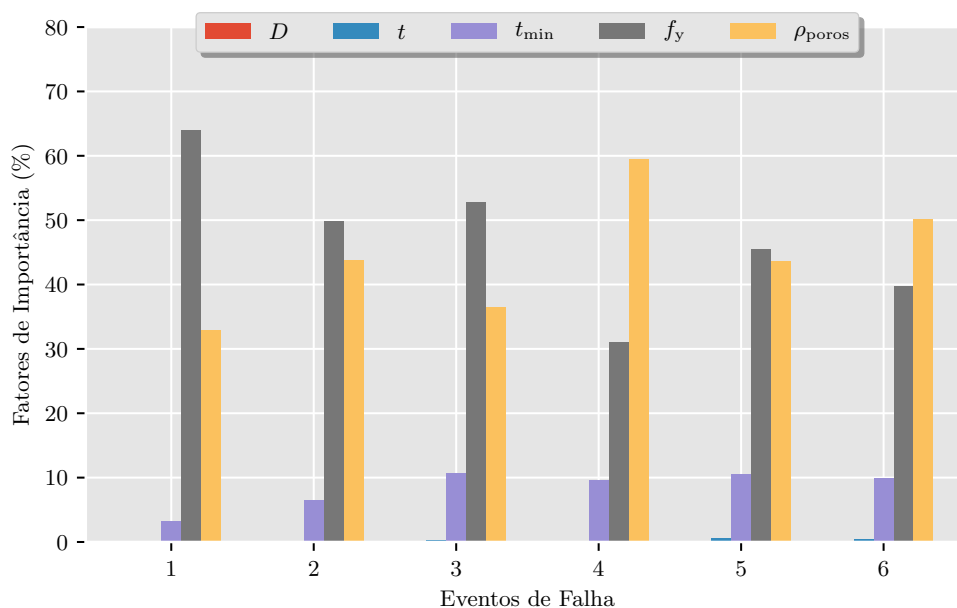
A falha na formação está condicionada a ocorrência de um furo/vazamento na coluna de produção (*tubing*), que por sua vez provoca falha por pressão interna do revestimento de produção. Considerando que esse carregamento atinja os revestimentos anteriores (intermediário, superfície e condutor), estima-se a probabilidade de falha individual de cada evento ilustrado na Figura 32. Vale destacar que a pressão interna atuante nos eventos de 3 a 6 é calculada com a pressão do evento 2, descontada da hidrostática da água de mistura (região cimentada) e do fluido de perfuração acima. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 9, utilizando a equação de estado limite baseada no critério de falha de von Mises.

Tabela 9 – Resultados de β e P_f para os eventos descritos, considerando o critério de falha de von Mises

Eventos de Falha	Índice de Confiabilidade (β)		Probabilidade de Falha (P_f)		Fator de Segurança
	FORM	Monte Carlo	FORM	Monte Carlo	
1	3.8076	3.8099	$10^{-4.1539}$	$10^{-4.1580}$	1.37
2	3.8393	3.8608	$10^{-4.2098}$	$10^{-4.2479}$	1.38
3	8.3594	–	$10^{-16.2556}$	–	1.81
4	1.4169	1.4132	$10^{-1.1065}$	$10^{-1.1035}$	1.05
5	3.0288	3.0319	$10^{-2.9110}$	$10^{-2.9154}$	1.32
6	2.0091	2.0005	$10^{-1.6524}$	$10^{-1.6435}$	1.17

Nota-se que a variação dos valores de β é congruente com os fatores de segurança determinísticos, ou seja, os revestimentos com maior folga de resistência apresentam os maiores índices de confiabilidade, correspondentes as menores probabilidades de falha. Destacam-se os valores obtidos para a falha da formação e para a falha do revestimento condutor. Novamente, os valores de β e P_f obtidos apresentam boa aproximação para os dois métodos utilizados, FORM e Monte Carlo. Em cada evento de falha estima-se a influência das variáveis aleatórias por meio dos fatores de importância, apresentados na Figura 34.

Figura 34 – Fatores de importância para os eventos de falha, considerando critério de falha de von Mises



Fonte: elaborada pelo autor

Os altos fatores de importância da variável aleatória f_y são esperados, visto que trata-se de um modo de falha associado ao escoamento do aço. No entanto, a pressão de poros se mostra dominante em alguns eventos de falha. Isso pode ser justificado pelas diferentes características de resistência do tubular em cada fase e, conseqüentemente, diferentes parâmetros estatísticos.

Os resultados para a equação de estado limite baseada no modelo de Klever e Stewart (1998) são dispostos na Tabela 10. Seus valores de probabilidade de falha se mostram menores

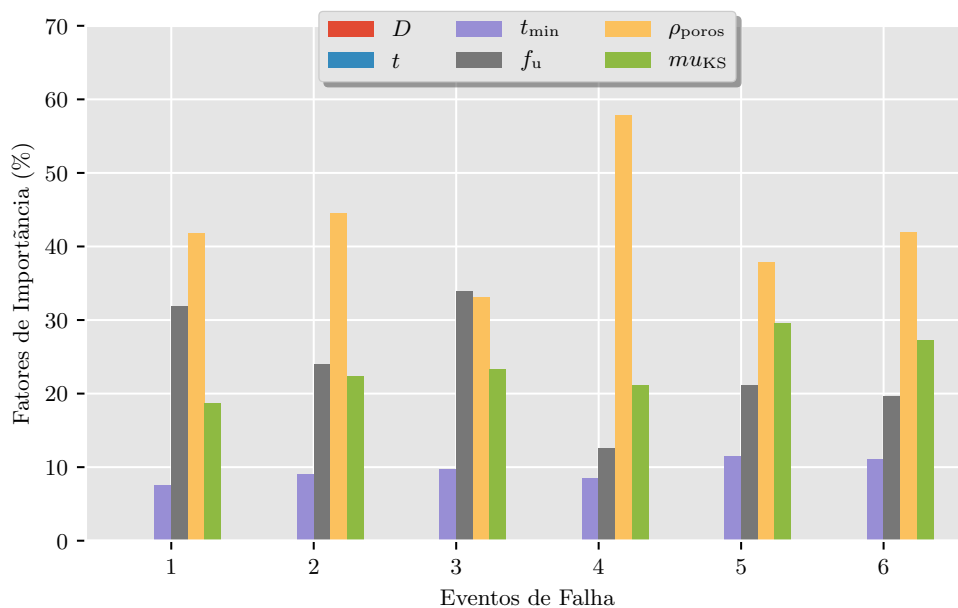
do que aqueles obtidos para o critério de von Mises. De fato, espera-se que a probabilidade de ocorrer uma ruptura dúctil seja menor do que o início do processo de escoamento do aço.

Tabela 10 – Resultados de β e P_f para os eventos descritos, considerando o modelo de resistência proposto por Klever e Stewart (1998)

Eventos de Falha	Índice de Confiabilidade (β)		Probabilidade de Falha (P_f)		Fator de Segurança
	FORM	Monte Carlo	FORM	Monte Carlo	
1	5.7645	5.7423	$10^{-8.3878}$	$10^{-8.3306}$	1.49
2	4.3354	4.3215	$10^{-5.1382}$	$10^{-5.1107}$	1.24
3	10.8083	-	$10^{-26.8035}$	-	1.96
4	3.5827	3.5983	$10^{-3.7695}$	$10^{-3.7955}$	1.02
5	6.2827	-	$10^{-9.7788}$	-	1.40
6	3.9739	3.9630	$10^{-4.4516}$	$10^{-4.4318}$	1.18

Os fatores de importância para esta análise trazem a influência de cada variável aleatória presente no modelo: D , t , t_{\min} , f_u , ρ_{poros} e μ_{KS} . Na Figura 35 estão apresentados os resultados.

Figura 35 – Fatores de importância para os eventos de falha, utilizando o modelo de resistência de Klever e Stewart (1998)



Fonte: elaborada pelo autor

Inicialmente, destaca-se a predominância da variável relacionada com o carregamento, dada pelo gradiente de pressão de poros. A incerteza inerente ao modelo de *Klever-Stewart*, representada pela variável μ_{KS} , apresenta uma influência relevante na obtenção do índice de confiabilidade β , conforme reportado na literatura (GOUVEIA, 2014). Em relação a tensão última à tração do aço f_u , seus fatores de importância se mostram relevantes em alguns eventos de falha. Deve-se destacar a baixa influência das variáveis D e t , tanto para o critério de von Mises quanto para esta análise. Seus valores são muito baixos, ao ponto de serem imperceptíveis nos gráficos (Figuras 34 e 35).

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Os projetos de revestimentos de poços, em quase sua totalidade, são baseados em uma abordagem determinística. No entanto, essa metodologia fundamentada em fatores de segurança não é a forma mais adequada para incorporar as inúmeras incertezas presentes num projeto de revestimentos. Nesse sentido, pode-se aplicar uma abordagem probabilística, capaz de quantificar a influência da aleatoriedade dos parâmetros de resistência e carregamento no projeto. Assim, o projetista passaria a especificar uma probabilidade de falha alvo, além de trabalhar com fatores de segurança determinísticos.

As análises realizadas neste trabalho reforçam a importância da utilização de conceitos probabilísticos aplicados ao dimensionamento de revestimentos. Em um exemplo de poço vertical hipotético, investigou-se os níveis de segurança aos quais os revestimentos estão submetidos e de que maneira um evento de falha pode se propagar dentro do poço. As barreiras de segurança consideradas foram o fluido de perfuração e o próprio revestimento.

Na seção 6.2, as conexões analisadas foram do tipo API, devido a complexidade em avaliar conexões proprietárias do ponto de vista confiabilístico, em virtude da dificuldade em se obter dados estatísticos de produção. Outro aspecto a considerar é que não existem modelos analíticos para sua resistência aos diferentes modos de falha, sendo disponibilizados os índices de eficiência em relação ao corpo do tubo e o envelope do processo de qualificação preconizado pela ISO 13679 (2002).

Deve-se salientar que os resultados apresentados dizem respeito unicamente aos casos analisados, não servindo como referência para o comportamento probabilístico de revestimentos em geral. Além disso, é importante destacar que a qualidade das análises de confiabilidade são totalmente dependentes de uma base consistente de dados estatísticos.

A análise de confiabilidade pode ser uma ferramenta poderosa no suporte ao dimensionamento de sistemas de revestimento, por fornecer ao projetista uma estimativa de segurança estrutural que vai além do cálculo do fator de segurança determinístico. Outrossim, valores adequados de TRL (*Target Reliability Level*) não são usualmente definidos em documentos normativos, tratando-se de um tema que ainda carece de muito estudo, sendo específico para cada tipo de problema, e não uma unanimidade nas Engenharias. O conceito de nível de segurança aceitável ou TRL, é especificado pela NORSOK D-010 (2004) em termo de probabilidade de falha admissível de $10^{-3.5}$, equivalente a 0.032%. Entretanto, em sua revisão (NORSOK D-010, 2013), essa recomendação foi retirada e substituída por uma tabela com fatores de segurança.

Sugestões para trabalhos futuros

Recomenda-se aplicar a metodologia a outros cenários de carregamento. Desta forma, pode-se investigar a possibilidade de ocorrência de modos de falha simultâneos para cada fase da

perfuração, considerando os cenários pertinentes.

Percebe-se que a literatura acerca da performance de conexões proprietárias é incipiente, e pautada, basicamente, em estudos numéricos. Assim, sugere-se avaliar confiabilisticamente as conexões proprietárias, a partir da obtenção de dados de produção, e de ajustes de curvas aos envelopes de qualificação.

Por fim, propõe-se incluir na análise outros elementos do sistema, como cimentação, *packer*, *pack-off*, componentes do sistema de cabeça do poço (SCPS), dentre outros.

REFERÊNCIAS

- AADNØY, B. *Modern well design*. Leiden, The Netherlands Boca Raton Fla: CRC Press/Balkema, 2010. ISBN 978-0-203-83613-2.
- ADAMS, A.; MOORE, P.; PAYNE, M. On the calibration of design collapse strengths for quenched and tempered pip. *SPE Drilling & Completion*, v. 18, n. 03, p. 214–227, 2003.
- ADAMS, A.; PARFITT, S.; REEVES, T.; THOROGOOD, J. Casing system risk analysis using structural reliability. *Conf*, p. 169–178, 1993.
- ADAMS, A.; WARREN, A.; MASSON, P. On the development of reliability-based design rules for casing collapse. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *API 5B: Specification for threading, gauging and thread inspection of casing, tubing, and line pipe threads*. Washington, D.C., 2008.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *API Technical Report 5C3: Technical report on equations and calculations for casing, tubing, and line pipe used as casing or tubing; and performance properties tables for casing and tubing*. Washington, D.C., 2008.
- ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. *Probability concepts in engineering: emphasis on applications in civil and environmental engineering*. New York: Wiley, 2007.
- BECK, A. T. Curso de confiabilidade estrutural: notas de aula. *Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos*, São Carlos, 2014.
- BOUÇAS, M. H. *Confiabilidade de Sistemas de Barreiras de Segurança em Poços de Petróleo pelo Método de Monte Carlo*. Dissertação (Mestrado) — Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.
- BURRES, C.; TALLIN, A.; CERNOCKY, E. Determination of Casing and Tubing Burst and Collapse Design Factors to Achieve Target Levels of Risk, Including Influence of Mill Source. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. p. 1–15.
- CABRAL, C. P. Performance de Conexões API em Revestimentos de Poços. *Monografia (Graduação em Engenharia de Petróleo)*, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.
- CLINEDINST, W. Strength of threaded joints for steel pipe. *Journal of Engineering for Industry*, American Society of Mechanical Engineers, v. 87, n. 2, p. 125–134, 1965.
- CLINEDINST, W. O. *Collapse Resistance Of Pipe*. Tese (Doutorado) — Century University, 1985.
- DVORKIN, E. N.; TOSCANO, R. G. Finite element models in the steel industry: Part ii: Analyses of tubular products performance. *Computers & structures*, Elsevier, v. 81, n. 8, p. 575–594, 2003.
- EATON, B. A. Fracture gradient prediction and its application in oilfield operations. *Journal of petroleum technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 21, n. 10, p. 1–353, 1969.
- GOUVEIA, L. P. *Avaliação da Confiabilidade em Tubos de Revestimento de Poços de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2014.

- GOUVEIA, L. P.; LIMA JUNIOR, E. T.; SANTOS, J. P. L.; ANJOS, J. L. R.; LIRA, W. W. M. Reliability assessment of well casing design based. In: ABMEC. *XXXV Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Fortaleza, Ceará, 2014.
- GOUVEIA, L. P.; LIMA JUNIOR, E. T.; SANTOS, J. P. L.; ANJOS, J. L. R.; LIRA, W. W. M. Reliability-based study of well casing strength formulation. In: *5th International Conference on Computational Methods*. Cambridge, England: University of Liverpool, 2014. p. 1–15.
- GUAN, Z.; KE, K.; LU, B. A new approach for casing program design with pressure uncertainties of deepwater exploration wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *International Oil and Gas Conference and Exhibition in China*. Beijing, China, 2010. p. 1–34.
- HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics division*, ASCE, v. 100, n. 1, p. 111–121, 1974.
- HINTON, A. Will Risk Based Casing Design Mean Safer Wells? In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 13679: Petroleum and natural gas industries — procedures for testing casing and tubing connections*. Delft, Holanda, 2002.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO Technical Report 10400: Petroleum, petrochemical and natural gas industries — equations and calculations for the properties of casing, tubing, drill pipe and line pipe used as casing or tubing*. Washington, D.C., 2007.
- JONES, E.; OLIPHANT, T.; PETERSON, P. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001.
- JU, G.; POWER, T.; TALLIN, A. A Reliability Approach to the Design of OCTG Tubulars Against Collapse. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998.
- KLEVER, F.; STEWART, G. Analytical burst strength prediction of OCTG with and without defects. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. ISBN 9781555633868.
- KLEVER, F.; TAMANO, T. A new octg strength equation for collapse under combined loads. *SPE Drilling & Completion*, Society of Petroleum Engineers, v. 21, n. 3, Sep 2006.
- LEMAIRE, M.; CHATEAUNEUF, A.; MITTEAU, J. C. *Structural Reliability*. London, UK: ISTE, 2009. 511 p. ISBN 9780470611708.
- LIANG, Q. Application of quantitative risk analysis to pore pressure and fracture gradient prediction. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, Texas, 2002.
- LIAO, H.; GUAN, Z.; LONG, G. Quantitative Risk Assessment on Safety and Reliability of Casing Strength for Oil and Gas Wells. *Energy Procedia*, v. 17, p. 429–435, 2012.
- LONG, G.; GUAN, Z. C.; LIAO, H. L. Quantitative Risk Assessment of Oil Well Casing Strings under Non-Uniform External Loadings. *Advanced Materials Research*, v. 785–786, p. 1036–1040, 2013. ISSN 1662-8985.

- MADSEN, H. O.; KRENK, S.; LIND, N. C. *Methods of Structural Safety*. Mineva, NY: Dover Publications, 2006. 407 p.
- MELCHERS, R. E. *Structural reliability analysis and prediction*. Second. New York: John Wiley, 1999. 456 p. ISBN 978-0-471-98771-0.
- MIURA, K. *Um Estudo sobre a Segurança Operacional na Construção e Reparo de Poços Marítimos de Petróleo*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Applied statistics and probability for engineers*. New York: John Wiley & Sons, 2010.
- NATAF, A. Détermination des distributions de probabilités dont les marges sont données. *C R Hebd Seânces Acad Sci*, v. 255, p. 42–43, 1962.
- NORSOK STANDARD. *NORSOK D-010: Well integrity in drilling and well operations*. Lysaker, Noruega, 2004. 158 p.
- NORSOK STANDARD. *NORSOK D-010: Well integrity in drilling and well operations*. Lysaker, Noruega, 2013. 224 p.
- OLIVEIRA, F. L. *Carregamentos Aleatórios no Dimensionamento Probabilístico de Revestimentos de Poços de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. P. *Probability, random variables, and stochastic processes*. Fourth. New York: McGraw-Hill, 2002. 852 p. ISBN 0-07-366011-6.
- PASLAY, P.; CERNOCKY, E.; WINK, R. Burst pressure prediction of thin-walled, ductile tubulars subjected to axial load. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas, 1998.
- PAYNE, M.; SCHWIND, B.; PARK, J.; COKER, O.; WU, J.; POSTLER, D.; COMET, A. Project aims to qualify tubular connections. *Drilling contractor*, p. 60–61, 2006.
- PAYNE, M. L.; SWANSON, J. D. Application of Probabilistic Reliability Methods to Tubular Designs. *SPE Drilling Engineering*, v. 5, n. 04, p. 299–305, 1990. ISSN 0885-9744.
- PETROBRAS. *Norma Petrobras 2752b: Segurança de poço para projetos de perfuração de poços marítimos*. Rio de Janeiro, Brasil, 2014. 43 p.
- RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 9, n. 5, p. 489–494, 1978.
- SAGRILO, L. V. S. Confiabilidade estrutural: notas de aula. *Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia - Universidade Federal do Rio de Janeiro*, Rio de Janeiro, 2003.
- SILVA, T. B. Estudo da Resistência de Conexões API em Revestimentos de Poços via Confiabilidade Estrutural. *Monografia (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal de Alagoas, Maceió*, 2016.

TALLIN, A.; PASLAY, P.; ONYEWUENYI, O.; BURREN, C.; CERNOCKY, E. The Development of Risk-Based Burst Design for Well Casing and Tubing. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. p. 1–12.

TAMANO, T.; MIMAKI, T.; YANAGIMOTO, S. A new empirical formula for collapse resistance of commercial casing. *Nippon Steel Tech. Rep.*, n. 26, p. 19–26, 1985.

THOMAS, J. E.; TRIGGIA, A. A.; CORREIA, C. A.; VEROTTI FILHO, C.; XAVIER, J. A. D.; MACHADO, J. C. V.; SOUZA FILHO, J. E.; PAULA, J. L. d.; DE ROSSI, N. C. M.; PITOMBO, N. E. S.; GOUVEA, P. C. V. M.; CARVALHO, R. S.; BARRAGAN, R. V. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. Rio de Janeiro: Interciência, 2001. 271 p.

URIBE, J. C. M. *Modelagem numérica e análise de modos de falha de conexões entre tubulares de revestimento de poços*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

ZHANG, X. Y.; FENG, J. Reliability Analysis of Wear Casing Internal Pressure Strength. *Advanced Materials Research*, v. 652-654, p. 1362–1366, 2013. ISSN 1662-8985.