

Lucas Pereira de Gouveia

Avaliação da Confiabilidade em Tubos de Revestimento de Poços de Petróleo

Maceió, Alagoas

2014

Lucas Pereira de Gouveia

Avaliação da Confiabilidade em Tubos de Revestimento de Poços de Petróleo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, com a área de concentração em Estruturas.

Universidade Federal de Alagoas – UFAL

Centro de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil / Estruturas

Orientador: Eduardo Toledo de Lima Junior

Coorientador: William Wagner Matos Lira

Maceió, Alagoas

2014

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade

G719a Gouveia, Lucas Pereira de.
Avaliação da confiabilidade em tubos de revestimento de poços de petróleo /
Lucas Pereira de Gouveia. – Maceió, 2014.
123f. : il., grafs. e tabs.

Orientador: Eduardo Toledo de Lima Júnior.
Co-orientador: William Wagner Matos Lira.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas) – Universidade
Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2014.

Bibliografia: f. 122-123.

1. Tubos de revestimentos. 2. Poços de petróleo. 3. Estruturas (Confiabilidade).
4. Falhas estruturais - Probabilidades. 5. Confiabilidade (Engenharia) – Métodos
estatísticos. I. Título.

CDU: 624.046:622.25



AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM TUBOS DE REVESTIMENTO DE POÇOS

LUCAS PEREIRA DE GOUVEIA

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 08 do mês de agosto do ano de 2014.

Banca Examinadora:

Eduardo Toledo de Lima Jr.

Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior

Orientador – CTEC/UFAL

William Wagner Matos Lira

Prof. Dr. William Wagner Matos Lira

Coorientador - CTEC/UFAL



João Paulo Lima Santos

Prof. Dr. João Paulo Lima Santos

CTEC/UFAL

João Carlos Ribeiro Plácido

Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Plácido

CENPES/PETROBRAS

AGRADECIMENTOS

À Maria Julia por propiciar momentos de mais pura felicidade e alegria, impulsionando a motivação necessária para concluir mais esta fase da minha vida.

À Teresa de Lisieux por me encorajar e apoiar nos momentos mais complicados para buscar a concentração imprescindível no andamento do trabalho.

Aos meus pais e irmãos pela educação, conselhos e companheirismo sempre presentes em toda minha vida, e a todos os investimentos em mim confiados.

Ao professor Eduardo Toledo pela paciência, atenção, dedicação e todo apoio didático e científico investidos em minha formação acadêmica.

Ao professor William Lira pelas oportunidades e orientações, e por todos os estímulos e ideias que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os membros do Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV), em especial a Heleno, Michele, Ricardo, Catarina, Tiago, Igor, Tony, Wellington, Romildo e Esdras pela amizade, ajuda em dificuldades, companheirismo e momentos de descontração e alegria durante a rotina do laboratório.

A todos do grupo de pesquisa de poços do LCCV pelas contribuições técnicas e científicas durante as reuniões de acompanhamento de atividades.

Ao apoio técnico do setor de engenharia de poços da Petrobras, especialmente aos engenheiros Jorel dos Anjos, Charlton Souza e Felipe Oliveira, pelas valorosas contribuições.

Ao apoio financeiro do CENPES/Petrobras por meio do projeto nº 0050.0074148.12-9, intitulado *Desenvolvimento de critério de falha para projeto de revestimento de poços baseado em análise de risco*.

À Deus por ter me guiado até aqui, me propiciando momentos de inestimáveis alegrias e me dando forças no momentos mais difíceis.

RESUMO

Este trabalho visa avaliar os níveis de confiabilidade associados a uma abordagem probabilística das resistências mecânicas de tubos de revestimento em poços de petróleo. Além disso, durante as análises realizadas, objetiva-se comparar os diferentes métodos de confiabilidade comumente encontrados na literatura com a finalidade de identificar o método mais vantajoso para a aplicação proposta. Em projetos de poços de petróleo e gás natural, os revestimentos exercem o papel de resistir mecanicamente aos esforços existentes na subsuperfície, como as solicitações impostas pela formação, pelo fluido de perfuração, pelos fluidos produzidos ao longo da vida útil do poço e pelos pesos da própria coluna de revestimento e de outros equipamentos. Já a análise de confiabilidade, aplicada a um projeto estrutural, permite a avaliação da probabilidade de violação de um determinado estado limite da estrutura, de forma que esta pode ser prevista, com valor adequado, ainda na fase de projeto. Esse tipo de análise é útil na obtenção da margem de segurança adequada do projeto e na discussão do nível de controle no processo de produção de elementos estruturais. Neste trabalho, o cálculo da probabilidade de falha é realizado através dos seguintes métodos: integração numérica sobre o domínio de falha, simulação de Monte Carlo e dos métodos de transformação: *First Order Reliability Method* (FORM) e *Second Order Reliability Method* (SORM). Os estados limites dos tubos são estimados por modelos de resistência encontrados na literatura, baseados em teorias da mecânica dos materiais e em dados de ensaios de ruptura. Os dados estatísticos utilizados são baseados em relatórios técnicos de produção disponíveis na literatura sob domínio público. Os resultados obtidos contribuem para a avaliação estrutural de revestimentos de poços de petróleo sob a influência de incertezas de projeto, motivando a incorporação da análise de confiabilidade no processo de tomada de decisão do projetista.

Palavras-chaves: Tubos de revestimento. Poços de petróleo. Confiabilidade estrutural. Probabilidade de falha.

ABSTRACT

This work aims to evaluate the reliability levels associated to a probabilistic approach of mechanical strength models of casing tubes on oil and gas wells. A comparative study between different reliability evaluation methods commonly applied is also carried out. On the oil and gas well design, casing tubes must bear the mechanical loadings in the subsurface, such as the ones from formations, from drilling and completion fluids, from production fluid over the well lifetime, from the self-weight of casing column and from weight of other components. Reliability-based analysis applied to a structural design allows the assessment of the probability of violation for a given limit state of the structure, so that it can be predicted with adequate value since the design stage. This kind of analysis is useful to obtain adequate safety levels in design and to discuss the quality control level in the manufacturer production process. In this work, the failure probability is evaluated by the following reliability methods: failure domain numeric integration, Monte Carlo simulation and the transformation methods: First Order Reliability Method (FORM) and Second Order Reliability Method (SORM). The limit states verified are established by using casing strength models found in the literature, based on mechanics of materials theory and rupture test data. Statistical data are based on technical reports from casing manufacturers found in open-access literature. The achieved results contribute to well casing structural assessment taking into account the influence of design uncertainties, motivating the adoption of reliability-based analysis in decision-making process on OCTG design.

Keywords: Casing tubes. Oil wells. Structural reliability. Failure probability.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração de poço de petróleo e seus revestimentos.	22
Figura 2 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição gaussiana.	31
Figura 3 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição lognormal.	31
Figura 4 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição Weibull.	32
Figura 5 – Interpretação gráfica da definição de distribuição normal equivalente.	35
Figura 6 – Exemplo gráfico de superfície de uma PDF conjunta.	39
Figura 7 – PDF conjunta com equação de estado limite delimitando a zona de falha da zona segura.	43
Figura 8 – Confiabilidade em problema com apenas uma variável aleatória.	44
Figura 9 – Exemplo ilustrativo da simulação de Monte Carlo com 1000 cenários randômicos gerados para $R = N(115.0; 4.0)$ e $S = N(90.0; 10.0)$	47
Figura 10 – Evolução do tempo computacional em função do número de cenários randômicos testados em uma simulação de Monte Carlo.	48
Figura 11 – Ilustração para resolução do problema básico da confiabilidade.	50
Figura 12 – Transformação da PDF conjunta e equação de estado limite do espaço original (à esquerda) para o espaço reduzido (à direita).	52
Figura 13 – Definição geométrica do índice de confiabilidade para problemas de duas variáveis aleatórias. As curvas de nível representam a PDF conjunta gaussiana padrão.	53
Figura 14 – Esquema de resolução de problema de confiabilidade através do SORM.	57
Figura 15 – Esquematização de projetos típicos de assentamento de sapatas utilizados em poços simples.	59
Figura 16 – Esquematização de perfis de pressão de cenários típicos de projeto.	60
Figura 17 – Comparação entre os modelos de resistência ao <i>burst</i> para tubos de diferentes D/t de grau P110.	64
Figura 18 – Envoltória de ruptura dúctil e empescoçamento dúctil em função da força efetiva atuante para o tubo P110, $D = 10.75$ pol e $t = 0.797$ pol.	67
Figura 19 – Evolução da envoltória de K-S em função do fator de encruamento η	68
Figura 20 – Ilustração de resposta tensão-deformação de ensaio uniaxial para materiais dúcteis.	69
Figura 21 – Resistência de projeto ao colapso de tubos P110 de acordo com API Bull 5C3 com os regimes de colapso destacados.	72
Figura 22 – Resistências de projeto ao colapso de tubos K55, N80 e P110, de acordo com a API Bull 5C3.	73

Figura 23 – Gráfico comparativo entre as resistências de projeto para diferentes valores de Ht_{des} para tubos P110.	75
Figura 24 – Gráficos mostrando a evolução de Ht_{des} em função de valores usuais das imperfeições ov , ec , rs e h_n dos tubos de revestimento.	76
Figura 25 – Comportamento das resistências de projeto ao colapso em função de D/t e de $k_{y\ des}$ de acordo com a ISO TR 10400 (P110 HRS, $k_{e\ des} = 0.825$ e $Ht_{des} = 0.2$).	78
Figura 26 – Comportamento das resistências de projeto ao colapso em função de D/t e de $k_{e\ des}$ de acordo com a ISO TR 10400 (P110 HRS, $k_{y\ des} = 0.855$ e $Ht_{des} = 0.2$).	78
Figura 27 – Análise comparativa entre as resistências de projeto da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400 para tubos P110 HRS, L80 CRS e K55 CRS.	79
Figura 28 – Análise comparativa entre as resistências de projeto da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400 para tubos P110 quando Ht_{des} , $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ são considerados para um fabricante específico.	80
Figura 29 – Diagrama com as principais etapas para determinação de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$	81
Figura 30 – Iterações realizadas para encontrar $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$	85
Figura 31 – Envoltórias de colapso para formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $D = 10.75''$, $t = 0.797''$, $Ht_{des} = 0.2$ e ver Tabela 1 para $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$	88
Figura 32 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $t = 0.797''$, $Ht_{des} = 0.2$, $k_{y\ des} = 0.855$ e $k_{e\ des} = 0.825$	89
Figura 33 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $D = 10.75''$, $Ht_{des} = 0.2$, $k_{y\ des} = 0.855$ e $k_{e\ des} = 0.825$	90
Figura 34 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $D = 10.75''$, $t = 0.797''$, $k_{y\ des} = 0.855$ e $k_{e\ des} = 0.825$	91
Figura 35 – Tensões solicitantes em tubos σ_a , σ_r e σ_t compondo o estado triaxial de tensões.	93
Figura 36 – Elipse de von Mises para a resistência de projeto. Tubo P110 10 3/4 pol 83.5 lb/ft.	94
Figura 37 – Representação gráfica do problema tratado via MVFOSM. A margem de segurança é adotada como gaussiana com média e desvio padrão aproximados por série de Taylor no ponto das médias das variáveis aleatórias.	100
Figura 38 – Comparação de probabilidades de falha para as resistências de projeto à pressão interna da API Bull 5C3 (1999) e da ISO TR 10400 (2007) calculadas com diferentes métodos de confiabilidade. O modelo de resistência utilizado é o de Klever e Stewart (1998).	105

Figura 39 – Fatores de sensibilidade das análises realizadas para a pressão interna com FORM, utilizando a equação de estado limite $G_{iISO}(\mathbf{X}_{KS})$	106
Figura 40 – Comparação de probabilidades de falha para as resistências de projeto à pressão externa da API Bull 5C3 (1999) e da ISO TR 10400 (2007) calculadas com diferentes métodos de confiabilidade. O modelo de resistência utilizado é o de Klever e Tamano (2006).	107
Figura 41 – Fatores de sensibilidade das análises realizadas para a pressão interna com FORM, utilizando a equação de estado limite $G_{oISO}(\mathbf{X})$	108
Figura 42 – Pontos adotados sobre a elipse de von Mises para realizar as análises de confiabilidade com o modelo de falha dado pelo início do escoamento do tubo.	110
Figura 43 – Probabilidades de falha associadas aos pontos sobre a elipse de von Mises do tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé.	112
Figura 44 – Isocurvas de probabilidade de falha ilustradas no mesmo espaço da elipse de von Mises para o tubo P110 10 3/4 pol 85.3 lb/pé.	113
Figura 45 – Esquema e perfil de pressões para o cenário hipotético de <i>tubing leak</i>	114
Figura 46 – Elipse de von Mises para tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé e cenário hipotético de <i>tubing leak</i> adotado para aplicação da confiabilidade estrutural.	115
Figura 47 – Envoltória de resistência à pressão interna da ISO TR 10400 (2007) para tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé e cenário prático de <i>tubing leak</i> adotado para aplicação da confiabilidade estrutural.	115
Figura 48 – Probabilidades de falha obtidas para o cenário de <i>tubing leak</i> considerando a ruptura do tubo (G_{TLKS}) e o início do escoamento na parede interna do tubo (G_{TLvM}).	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados dos parâmetros $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$ sintetizados pela ISO TR 10400, utilizando vários lotes de diferentes fabricantes.	77
Tabela 2 – Dados estatísticos do fabricante específico do exemplo em questão.	84
Tabela 3 – Pontos discretos de D/t para o exemplo em questão.	84
Tabela 4 – Comparação das resistências de projeto à pressão externa de acordo com a API Bull 5C3 e a ISO TR 10400.	86
Tabela 5 – Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias utilizadas nos resultados. . .	96
Tabela 6 – Parâmetros estatísticos e determinísticos das variáveis do exemplo de aplicação.	97
Tabela 7 – Iterações para busca do ponto de projeto para o FOSM/FORM.	101
Tabela 8 – Fatores de sensibilidade para a probabilidade de falha obtida via FOSM/FORM.	101
Tabela 9 – Resultados do exemplo de aplicação com os métodos de confiabilidade utilizados.	103
Tabela 10 – Especificação dos pontos adotados sobre a elipse de von Mises para o tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé.	111

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API	<i>American Petroleum Institute</i>
CDF	Função cumulativa de densidade de probabilidades
COV	Coefficiente de variação
CRS	<i>Cold Rotary Straightened</i>
FOSM	<i>First Order Second Moment Method</i>
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
HRS	<i>Hot Rotary Straightened</i>
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
MVFOSM	<i>Mean Value First Order Second Moment Method</i>
OCTG	<i>Oil Country Tubular Goods</i>
PDF	Função densidade de probabilidades
SORM	<i>Second Order Reliability Method</i>
TRL	<i>Target Reliability Level</i>
VME	Elipse de von Mises (<i>von Mises Elipse</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Evento qualquer do domínio Ω
A_c	Constante empírica na formulação de R_{oP}
\mathbf{A}	Matriz auxiliar para resolução do SORM
\mathbf{A}^*	Matriz auxiliar para resolução do SORM
A_i	Área interna do tubo
A_o	Área externa do tubo
A_s	Área da seção transversal do tubo
a	Profundidade máxima de uma trinca na parede do tubo devido ao processo de produção
a_N	Máxima profundidade que uma trinca na parede do tubo pode ter e não ser detectada pelo sistema de inspeção do fabricante
B_c	Constante empírica na formulação de R_{oP}
C_1	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
C_2	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
C_3	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
C_c	Constante empírica na formulação de R_{oP}
COV	Coefficiente de variação
D	Diâmetro externo do tubo
D_{ave}	Diâmetro externo médio do tubo
$(D/t)_{PT}$	Fronteira entre colapso plástico e colapso de transição
$(D/t)_{TE}$	Fronteira entre colapso de transição e colapso elástico
$(D/t)_{YP}$	Fronteira entre colapso por escoamento e colapso plástico

E	Função valor esperado de uma variável aleatória
E_y	Módulo de elasticidade do aço
ec	Excentricidade do tubo
F_{NE}	PDF da distribuição gaussiana equivalente
F_X	CDF da variável aleatória X
$F_{\mathbf{X}}$	CDF conjunta das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X}
F_a	Força axial
F_c	Constante empírica na formulação de R_{oP}
F_{eff}	Força efetiva no modelo de von Mises
$F_{\text{eff KS}}$	Força efetiva no modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
$F_{\text{eff VMEKT}}$	Força efetiva pelo critério de von Mises no modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Tamano (2006)
F_{uts}	Força resistente última à tração do tubo (KLEVER; STEWART, 1998)
$F_{y \text{ des}}$	Força resistente de projeto à tração do tubo (KLEVER; TAMANO, 2006)
f_{NE}	PDF da distribuição gaussiana equivalente
f_u	Tensão última à tração do aço
f_{umn}	Tensão última mínima à tração do aço
f_X	PDF da variável aleatória X
$f_{\mathbf{X}}$	PDF conjunta das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X}
f_y	Tensão de escoamento do aço
$f_{y\text{mn}}$	Tensão de escoamento mínima do aço
G	Função de estado limite
G_b	Função de estado limite do exemplo básico de aplicação
G_c	Constante empírica na formulação de R_{oP}
$G_{i\text{API}}$	Função de estado limite para a ruptura por pressão interna da recomendação da API Bull 5C3

G_{iISO}	Função de estado limite para a ruptura por pressão interna da recomendação da ISO TR 10400
G_{oAPI}	Função de estado limite para a ruptura por pressão externa da recomendação da API Bull 5C3
G_{oISO}	Função de estado limite para a ruptura por pressão externa da recomendação da ISO TR 10400
G_{TLKS}	Função de estado limite para a ruptura por pressão interna do cenário hipotético de <i>tubing leak</i>
G_{TLvM}	Função de estado limite para o início do escoamento na parede interna do tubo do cenário hipotético de <i>tubing leak</i>
G_{VM}	Função de estado limite para o início do escoamento na parede interna do tubo da recomendação de regime elástico da ISO TR 10400
g	Função de estado limite linear no espaço reduzido
\tilde{g}	Função de estado limite qualquer no espaço reduzido
g_b	Função de estado limite linear no espaço reduzido do exemplo básico de aplicação
Ht_{des}	Fator de redução devido a imperfeições do tubo para R_{oISO}
Ht_{ult}	Fator de redução devido a imperfeições do tubo para R_{oKT}
h	Função de variáveis aleatórias
h_n	Fator de forma para curva tensão-deformação do aço
K_1	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Tamano (2006)
K_2	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Tamano (2006)
K_3	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Tamano (2006)
k_X	Parâmetro da distribuição Weibull para uma variável aleatória X
k_a	Fator baseado na tenacidade do aço
k_{dr}	Fator baseado nas deformações de encruamento do aço

$k_{e\ des}$	Coeficiente de minoração do colapso elástico para R_{oISO}
$k_{e\ uls}$	Coeficiente de calibração do colapso elástico para R_{oKT}
k_N	Fator baseado nas deformações de encruamento do aço
k_R	Fator baseado nas deformações de encruamento do aço
$k_{y\ des}$	Coeficiente de minoração do colapso por escoamento para R_{oISO}
$k_{y\ uls}$	Coeficiente de calibração do colapso por escoamento para R_{oKT}
k_{wall}	Tolerância admissível da espessura de parede do tubo devido a imprecisões no processo de produção
M	Variável aleatória margem de segurança definida por uma função de estado limite
m	Evento específico da variável aleatória M
mu_{KS}	Incerteza de modelo de Klever e Stewart (1998)
mu_{KT}	Incerteza de modelo de Klever e Tamano (2006)
N	Número total de cenários da simulação de Monte Carlo
N_f	Número de cenários de falha da simulação de Monte Carlo
N_{min}	Número mínimo sugerido de cenários para simulação de Monte Carlo
n	Número de variáveis aleatórias
ov	Ovalização do tubo
P_f	Probabilidade de falha
P_{f_2}	Probabilidade de falha obtida com o SORM
P_f^{FORM}	Probabilidade de falha do exemplo básico de aplicação obtida com FORM
$P_f^{integral}$	Probabilidade de falha do exemplo básico de aplicação obtida com a integração numérica
P_f^{MC}	Probabilidade de falha do exemplo básico de aplicação obtida com Monte Carlo
P_f^{MVFORM}	Probabilidade de falha do exemplo básico de aplicação obtida com MV-FOSM
P_f^{SORM}	Probabilidade de falha do exemplo básico de aplicação obtida com SORM

P_i	Pressão interna
P_o	Pressão externa
P_r	Função probabilidade
p_M	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
$p_{ref M}$	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
$p_{ref T}$	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
p_{uts}	Variável auxiliar para o modelo de resistência com ações combinadas de Klever e Stewart (1998)
Q	Matriz de rotação para resolução do SORM
R	Variável aleatória resistência
R_{iAPI}	Resistência de projeto à pressão interna (API Bull 5C3)
$R_{iBarlow}$	Resistência à pressão interna de acordo com a equação de Barlow
R_{iISO}	Resistência de projeto à pressão interna (ISO TR 10400)
R_{iKS}	Resistência à pressão interna de acordo com Klever e Stewart (1998)
R_{oAPI}	Resistência de projeto à pressão externa (API Bull 5C3)
R_{oE}	Resistência à pressão externa no colapso elástico (ISO TR 10400)
R_{oEmin}	Resistência à pressão externa no colapso elástico mínimo (API Bull 5C3)
R_{oEult}	Resistência última à pressão externa no colapso elástico para R_{oKT}
R_{oISO}	Resistência de projeto à pressão externa (ISO TR 10400)
R_{oKT}	Resistência à pressão externa de acordo com Klever e Tamano (2006)
R_{oP}	Resistência à pressão externa no colapso plástico (API Bull 5C3)
R_{oT}	Resistência à pressão externa no colapso de transição (API Bull 5C3)
R_{oY}	Resistência à pressão externa no colapso por escoamento (ISO TR 10400)
R_{oYp}	Resistência à pressão externa no colapso por escoamento (API Bull 5C3)

$R_{oY\text{ ult}}$	Resistência última à pressão externa no colapso por escoamento para R_{oKT}
$R_{oY\text{ VME}}$	Resistência absoluta à pressão externa com ações combinadas no colapso por escoamento pelo critério de von Mises (KLEVER; TAMANO, 2006)
r_s	Tensão residual do aço
S	Variável aleatória solicitação
S_a	Tensão axial
t	Espessura de parede do tubo
$t_{c\text{ ave}}$	Espessura de parede média do tubo
t_{dr}	Espessura de parede mínima do tubo penalizada por trincas advindas do processo de produção
t_{min}	Espessura de parede mínima do tubo
u_i	Amostra gerada randomicamente com distribuição uniforme
Var	Função variância de uma variável aleatória
v_i	Amostra gerada randomicamente com distribuição gaussiana padrão
X	Variável aleatória genérica
\mathbf{X}	Vetor das variáveis aleatórias
\mathbf{X}_{KT}	Vetor das variáveis aleatórias do modelo de Klever e Tamano (2006)
\mathbf{X}_{KS}	Vetor das variáveis aleatórias do modelo de Klever e Stewart (1998)
x	Evento específico da variável aleatória genérica X
\mathbf{x}	Vetor de eventos específicos das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X}
x^*	Ponto de referência para a distribuição gaussiana equivalente
Y	Variável aleatória gaussiana padrão
\mathbf{Y}	Vetor das variáveis aleatórias reduzidas e não correlacionadas
Y_p	Tensão de escoamento mínima do aço
Y_{pa}	Tensão de escoamento equivalente
y	Evento específico da variável aleatória gaussiana padrão
\mathbf{y}	Vetor de eventos específicos das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{Y}

\mathbf{y}^d	Ponto de projeto no espaço reduzido
Z	Variável aleatória resultante de uma função de variáveis aleatórias
\mathbf{Z}	Vetor das variáveis aleatórias reduzidas e correlacionadas
z	Evento específico da variável aleatória Z
$\nabla^2 \tilde{g}$	Matriz hessiana da função de estado limite no espaço reduzido
$\nabla \tilde{g}$	Vetor gradiente da função de estado limite no espaço reduzido
α	Vetor unitário com direção e sentido de \mathbf{y}^d
β	Índice de confiabilidade
Γ	Função Gamma
ΔP	Diferencial de pressão
ΔP_{TL}	Diferencial de pressão do cenário hipotético de <i>tubing leak</i>
ΔR_{iAPI}	Diferencial de pressão resistente para API Bull 5C3 (pressão interna)
ΔR_{iKS}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para Klever e Stewart (1998) (pressão interna - ruptura dúctil do tubo)
ΔR_{iKSn}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para Klever e Stewart (1998) (pressão interna - empescoamento do tubo)
ΔR_{oAPI}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para API Bull 5C3 (pressão externa)
ΔR_{oE}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para R_{oE}
ΔR_{oISO}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para ISO TR 10400 (pressão externa)
ΔR_{oY}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas para R_{oY}
ΔR_{oYT}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas pelo critério de Tresca
ΔR_{oYVME}	Diferencial de pressão resistente com ações combinadas pelo critério de von Mises
ϵ_e	Deformação do aço correspondente ao limite elástico do material
ϵ_p	Deformação do aço correspondente ao limite de proporcionalidade do material

ϵ_{Y_p}	Deformação do aço correspondente ao limite de escoamento do material
ζ_X	Parâmetro da distribuição lognormal para uma variável aleatória X
η	Fator adimensional de encruamento do aço
λ_X	Parâmetro da distribuição lognormal ou parâmetro da distribuição Weibull para uma variável aleatória X
μ	Média de variável aleatória ou amostra
μ_{NE}	Média da distribuição gaussiana equivalente
μ_X	Média da variável aleatória X
ν	Coefficiente de Poisson do aço
σ	Desvio padrão de variável aleatória ou amostra
σ_{NE}	Desvio padrão da distribuição gaussiana equivalente
σ_X	Desvio padrão da variável aleatória X
σ_{Y_p}	Tensão do aço correspondente ao limite de escoamento do material
σ_a	Tensão axial
σ_e	Tensão do aço correspondente ao limite elástico do material
σ_{eq}	Tensão equivalente de von Mises
σ_p	Tensão do aço correspondente ao limite de proporcionalidade do material
σ_r	Tensão radial
σ_t	Tensão tangencial
$\sigma_{tensile}$	Tensão resistente à tração do aço
Φ	CDF da distribuição gaussiana padrão
ϕ	PDF da distribuição gaussiana padrão
ϕ_n	PDF conjunta de n variáveis aleatórias gaussianas padrão
Ω	Espaço amostral qualquer

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Breve Histórico	23
1.2	Motivação	24
1.3	Objetivos	25
1.4	Metodologia	26
1.5	Delimitações	26
1.6	Estrutura da Dissertação	27
2	PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA - CONCEITOS BÁSICOS	28
2.1	Variáveis Aleatórias	28
2.2	Momentos de uma Variável Aleatória	30
2.3	Distribuições de Variáveis Aleatórias Contínuas	30
2.4	Distribuição Gaussiana Equivalente	35
2.5	Caracterização de uma Variável Aleatória	36
2.6	Combinação de Variáveis Aleatórias	37
2.7	Funções de Variáveis Aleatórias	39
3	MÉTODOS DE ANÁLISE EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	41
3.1	Integração Numérica	43
3.2	Monte Carlo	45
3.3	Métodos de Transformação	49
3.3.1	<i>Mean-Value First-Order Second-Moment Method - MVFOSM</i>	51
3.3.2	<i>First-Order Second-Moment Method - FOSM</i>	51
3.3.3	<i>First-Order Reliability Method - FORM</i>	55
3.3.4	<i>Second-Order Reliability Method - SORM</i>	56
4	TUBOS DE REVESTIMENTO EM POÇOS DE PETRÓLEO	58
4.1	Considerações Sobre Projetos de Revestimento de Poços	58
4.2	Modelos de Resistência dos Tubos	61
4.2.1	Resistência à Pressão Interna (<i>Burst</i>)	61
4.2.2	Resistência à Pressão Externa (Colapso)	68
4.2.3	Resistência Axial	91
4.2.4	Resistência pelo Critério de Início de Escoamento de von Mises	92
5	RESULTADOS	95
5.1	Exemplo Básico de Aplicação	96

5.1.1	Resolução via Integração Numérica	98
5.1.2	Resolução via Monte Carlo	99
5.1.3	Resolução via MVFOSM	99
5.1.4	Resolução via FOSM / FORM	101
5.1.5	Resolução via SORM	102
5.1.6	Considerações	103
5.2	Análise de Confiabilidade dos Modelos de Resistência de Projeto	104
5.2.1	Ruptura sob Pressão Interna	104
5.2.2	Ruptura sob Pressão Externa	106
5.2.3	Início de Escoamento na Parede Interna do Tubo	109
5.3	Análise de Confiabilidade de Cenário Hipotético	113
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	118
	Referências	122

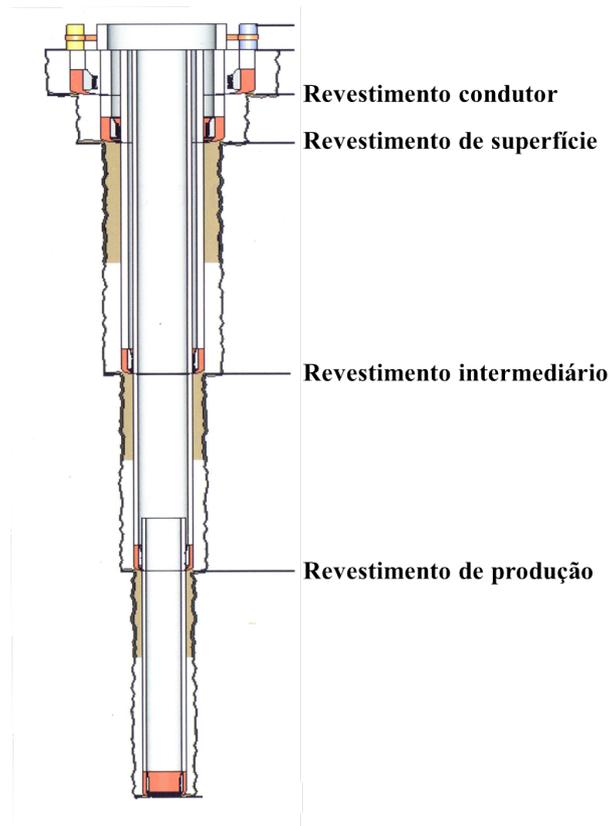
1 INTRODUÇÃO

A construção de poços destinados à exploração de reservatórios de petróleo se configura por diversas atividades específicas e complementares que devem ser realizadas adequadamente para que a viabilidade da exploração e a segurança do poço sejam garantidas. Assim, o planejamento dessas atividades através da elaboração de diversos projetos é de grande importância. Thomas (2001) divide um poço de petróleo nos seguintes sistemas: sistema de sustentação de cargas, sistema de movimentação de cargas, sistema de geração de energia, sistema de circulação de fluidos, sistema de rotação, sistema de segurança, sistema de monitoramento e sistema de subsuperfície. Cada um desses sistemas precisa ser projetado e operado de maneira adequada para que o objetivo do poço seja alcançado satisfatoriamente.

No sistema de subsuperfície, a coluna de revestimento possui a função de manter a integridade estrutural do poço logo após a retirada da coluna e broca de perfuração, quando uma fase do poço é concluída. De imediato, evita-se o desmoronamento da parede do poço e o seu fechamento. Ao longo da vida útil do poço, a coluna de revestimento também exerce outras importantes funções para que as operações de perfuração e produção sejam realizadas adequadamente, como manter a estanqueidade do poço, evitando perdas ou invasões indesejáveis de fluidos e, resistir mecanicamente aos diversos esforços existentes na subsuperfície. Mais especificamente, elas devem resistir às ações internas, externas e axiais ao longo do poço. As ações internas são provenientes principalmente dos fluidos de perfuração e dos fluidos produzidos pelo poço. As ações externas decorrem das formações rochosas e dos fluidos no entorno do revestimento. E as ações axiais geralmente estão associadas ao peso próprio da coluna de revestimento, ao peso de outros equipamentos ancorados nela e à presença de elementos de fundação.

Os poços de petróleo são perfurados por fases que são determinadas durante o projeto. A profundidade de cada fase e o número de fases são determinados principalmente em função das pressões de poros e de fratura previstas, das formações rochosas a serem perfuradas, das brocas utilizadas e da profundidade total do reservatório (THOMAS, 2001). Em função de cada fase perfurada, os revestimentos podem ser classificados como revestimento condutor, de superfície, intermediário e produtor, como mostra a Figura 1, os quais possuem funções específicas. Assim, observa-se que os tubos de revestimento utilizados em um mesmo poço podem variar de diâmetro, espessura de parede e tensão limite resistente do aço para cada fase da perfuração.

Figura 1 – Ilustração de poço de petróleo e seus revestimentos.



Fonte: Adaptado de ROCHA e AZEVEDO (2009, p. 328).

Nesse contexto, um projeto de colunas de revestimento em poços de petróleo consiste basicamente no dimensionamento dos tubos e conexões que compõem a coluna. Estes são geralmente especificados por suas propriedades geométricas e pelo grau do aço.

Ressalta-se ainda que a coluna de revestimento é responsável por uma significativa parcela do custo total do poço, de 15% a 20% em poços *offshore*, podendo chegar a 50% em poços em terra (THOMAS, 2001). Com o objetivo de executar projetos complexos e muitas vezes inviáveis, novos modelos e metodologias de dimensionamento são propostos e estudados pela comunidade científica. Nesses casos, os níveis de segurança associados precisam ser avaliados para que a evolução do método de cálculo seja realizada de maneira confiável e eficiente. A análise de confiabilidade estrutural é capaz de estimar tais níveis de segurança através de informações estatísticas dos parâmetros de resistências e solicitações da estrutura. Essas informações estatísticas são uma representação das incertezas inerentes aos projetos de engenharia. Por um lado, a variabilidade dimensional de elementos e a variabilidade de características de materiais induzem a incertezas no desempenho mecânico das estruturas. Por outro lado, as variações temporais de carregamentos e as incertezas relacionadas às quantificações das ações induzem a incertezas no valor total da solicitação.

Os códigos normativos atuais de projetos de estruturas apresentam, em sua maioria, pro-

cedimentos determinísticos ou semi-probabilísticos baseados em coeficientes de segurança que minoram resistência e majoram solicitação a fim de reduzir a probabilidade de falha da estrutura devido às incertezas de projeto. Entretanto, não existe um controle direto dos níveis de segurança aplicados, onde o coeficiente de segurança é mantido constante para qualquer situação de projeto. Isso pode levar a inconformidades de projeto, onde o mesmo valor de coeficiente de segurança é aplicado a elementos estruturais fabricados com diferentes níveis de controle de qualidade, ou a cenários usuais e complexos, sem distinção.

O principal texto normativo para dimensionamento de colunas de revestimentos em poços de petróleo é a API Bull 5C3 (1999). Apesar de possuir os mesmos procedimentos de cálculo sugeridos na década de 1960, essa norma ainda é largamente aplicada no cenário atual da engenharia de poços. A ISO TR 10400 (2007), com o texto integralmente transcrito na API TR 5C3 (2008), consiste em um relatório técnico com atualizações importantes das formulações de resistência dos tubos, sugerindo ainda uma abordagem probabilística dos procedimentos de cálculo estrutural.

1.1 Breve Histórico

Visando o aprimoramento das metodologias de dimensionamento de tubos de revestimento em poços de petróleo, indústria e academia desde a década de 90 desenvolvem trabalhos com a aplicação da análise de confiabilidade estrutural nas resistências destes tubos. No ano de 1998, em um *workshop* organizado pela *Society of Petroleum Engineers* (SPE) em Woodlands, Texas, destaca-se a publicação de quatro trabalhos (ADAMS et al., 1998; BURREN et al., 1998; JU et al., 1998; TALLIN et al., 1998) que realizam este tipo de análise.

Adams et al. (1998) apresenta os resultados confiabilísticos das resistências de tubos de revestimentos à pressão externa (colapso) utilizando o modelo de resistência de Tamano et al. (1983). Seus resultados mostram que as formulações para colapso da clássica API Bull 5C3 precisam ser atualizadas devido a grande variação da probabilidade de falha entre diferentes tubos de revestimentos. Ju et al. (1998) também realiza a análise para a resistência ao colapso, porém utiliza um modelo de resistência proposto por ele mesmo. Suas conclusões convergem com Adams et al. (1998).

Tallin et al. (1998) aplica a confiabilidade estrutural na resistência à pressão interna (*burst*), utilizando o modelo de resistência de Paslay et al. (1998). Seus resultados sugerem a aplicação de variados coeficientes de segurança à formulação de projeto da API Bull 5C3 em função do grau do aço do tubo, da geometria do tubo e do nível de segurança desejado pelo projetista.

Burres et al. (1998) exemplifica situações práticas de projeto onde a confiabilidade pode servir como ferramenta de apoio direto ao dimensionamento, trazendo inclusive em valores monetários a economia deste tipo de abordagem. As mesmas metodologias de Tallin et al. (1998)

e Ju et al. (1998) são utilizadas para realizar as análises.

Em geral, a base de dados desses trabalhos é dada por relatórios técnicos da API Bull 5C3 e por relatórios técnicos de fabricantes específicos.

A ISO TR 10400 (2007) traz em seus anexos, textos informativos explicando como realizar adequadamente as análises de confiabilidade para pressão externa e interna, recomendando os modelos de resistência de Klever e Tamano (2006) e Klever e Stewart (1998), que se mostram mais adequados para tanto. Além disso, também são apresentados dados estatísticos compilados de propriedades geométricas e mecânicas dos tubos, fornecidos por fabricantes de lotes compreendidos entre as décadas de 1960 e 2000.

1.2 Motivação

As principais referências do tema deste trabalho, citadas na seção anterior, já possuem resultados e conclusões de grande importância para o avanço da metodologia probabilística em tubos de revestimento. Entretanto, verifica-se que o método de confiabilidade sempre aplicado é o FORM (*First Order Reliability Method*), não sendo detalhado nenhum estudo acerca da precisão deste método em comparação a outros para a aplicação proposta. Entende-se também que outros tipos de estados limites podem ser definidos e analisados, além do estado limite último que é definido pela ruptura efetiva do tubo e é o único estudado nestes trabalhos. Ainda, aplicações da confiabilidade com solicitações combinadas de pressão interna, externa e força axial também não são encontradas, apesar deste tipo de configuração ser a que melhor representa cenários reais dos poços.

Adicionalmente, os códigos normativos mais utilizados por operadoras nacionais e internacionais para dimensionamento de tubos de revestimentos são, em sua maioria, baseados em análises determinísticas. Essa metodologia é utilizada há bastante tempo e poucos avanços referentes ao cálculo estrutural dos tubos são observados. Isso é afirmado no contexto de dimensionamento de tubos de revestimento, pois a API Bull 5C3 (1999), em sua 6ª versão, mantém a mesma metodologia para cálculo das resistências dos tubos de revestimento fornecidas na sua primeira versão de 1960. Essa norma ainda é muito utilizada por operadoras no mundo inteiro. Além disso, o relatório técnico ISO TR 10400 (2007) (ou API TR 5C3 (2008)), também mantém várias recomendações, entretanto evolui no sentido probabilístico do dimensionamento, abordando algumas sugestões para a introdução da análise de confiabilidade nos procedimentos de cálculo. Outro aspecto que a ISO TR 10400 também introduz consiste na possibilidade de dimensionamento dos tubos de revestimento para o estado limite último, onde se espera contar com uma maior capacidade resistente dos tubos nos projetos. Esse tipo de consideração pode reduzir significativamente os custos de construção de poços de petróleo se comparado ao dimensionamento limitado pelo início do escoamento do aço na parede interna do tubo, recomendação encontrada na antiga API Bull 5C3.

1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho consiste em avaliar dos níveis de confiabilidade associados às resistências mecânicas de tubos de revestimentos de poços de petróleo e gás natural. Os objetivos específicos deste trabalho são:

1. Comparação das respostas das análises de confiabilidade em tubos de revestimento utilizando os seguintes métodos: a) integração numérica da densidade de probabilidade conjunta sobre o domínio de falha; b) simulação de Monte Carlo e; c) métodos baseados na transformação das variáveis aleatórias: *First Order Reliability Method* (FORM) e *Second Order Reliability Method* (SORM);
2. Verificação da probabilidade de falha de tubos de revestimento em poços de petróleo para o estado limite de último (de ruptura efetiva), onde os dados estatísticos compilados pela ISO TR 10400 são utilizados para subsidiar as análises e os modelos de resistência de Klever e Tamano (2006) e Klever e Stewart (1998) são adotados;
3. Verificação da probabilidade de iniciar o escoamento na parede interna de tubos de revestimento em poços de petróleo, configurando um estado limite de serviço, onde também são utilizados dados estatísticos compilados pela ISO TR 10400 com o critério de von Mises combinado com as equações de Lamé sendo adotado como modelo de resistência;
4. Comparação dos níveis de segurança embutidos nas formulações de projeto sugeridas pela API Bull 5C3 e ISO TR 10400;
5. Sugestão de uma metodologia para avaliação da confiabilidade em cenários práticos de projeto.

A principal contribuição deste trabalho está no desenvolvimento da metodologia confiabilística para servir de apoio a projetos de tubos de revestimento em poços de petróleo. Vários resultados da aplicação desta metodologia são apresentados no contexto atual da indústria do petróleo. Porém, considerando a constante evolução dos métodos de produção, a confiabilidade estrutural permite que esta metodologia seja novamente aplicada e novos resultados sejam obtidos, incorporando a melhor qualidade dos dados do fabricante. Isso pode trazer a possibilidade de construir poços atualmente inviáveis ou de reduzir custos e aumentar a segurança de outros poços complexos.

Considerando o crescente desenvolvimento de trabalhos em diversas áreas da engenharia que sugerem a utilização da análise de confiabilidade, conclui-se que este trabalho traz uma contribuição importante na área da engenharia de poços em sua abordagem probabilística. Desta forma, pode-se destacar que um objetivo natural do trabalho consiste em disseminar a aplicação de rotinas probabilísticas em projetos de poços de petróleo.

Registra-se que este trabalho consiste na primeira iniciativa de estudos em confiabilidade estrutural aplicada a um projeto prático de engenharia no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas (PPGEC/UFAL).

1.4 Metodologia

A metodologia deste trabalho é dividida em três etapas. A primeira etapa é a revisão bibliográfica dos temas de interesse. Dentre as referências disponíveis, as mais utilizadas foram os artigos citados na seção 1.1, três livros contendo tópicos de interesse do trabalho e dois códigos normativos referentes ao dimensionamento de tubos de revestimento. Os três livros são: a) Ang e Tang (2007), com conceitos básicos importantes de estatística e probabilidade aplicadas à engenharia; b) Melchers (1999), com as principais metodologias para desenvolvimento da análise de confiabilidade; c) Aadnøy (2010), que apresenta aspectos do dimensionamento determinístico de tubos de revestimento em poços de petróleo. As duas referências normativas utilizadas são a API Bull 5C3 (1999) e a ISO TR 10400 (2007).

Na segunda etapa do trabalho, os métodos de confiabilidade estudados são implementados computacionalmente e validados comparando as respostas individuais entre eles em aplicações simples de engenharia. A linguagem *Python* é utilizada com o pacote numérico para aplicações estatísticas *SciPy* (JONES et al., 2001). Ainda, uma biblioteca numérica é desenvolvida contendo diversos modelos de resistência mecânica aplicáveis a tubos de revestimento.

Por fim, os resultados são gerados aplicando a análise de confiabilidade considerando probabilísticos os parâmetros de resistência dos tubos e tratando as solicitações deterministicamente. As solicitações são tomadas iguais aos valores fornecidos pelas formulações de projeto propostas pela API Bull 5C3 e ISO TR 10400, verificando assim os níveis de segurança embutidos nessas recomendações. Em seguida, sugere-se que essas solicitações determinísticas sejam utilizadas com valores de cenários hipotéticos, permitindo a avaliação de situações usuais e complexas de projeto. Dados estatísticos compilados pela ISO TR 10400 são utilizados para subsidiar as análises. Em todas as análises, sempre que possível, todos os métodos de confiabilidade implementados são aplicados, de forma a se realizar uma análise comparativa entre eles.

1.5 Delimitações

Este trabalho visa analisar os níveis de segurança dos tubos de revestimento submetidos principalmente a esforços axiais, radiais e circunferenciais. Outros tipos de esforços existem, tais como flexão e torção, entretanto aqui eles serão desprezados. Este tipo de abordagem é comum em poços verticais.

Ainda, as resistências dos tubos são tratadas de forma probabilística, levando em con-

sideração as incertezas inerentes a elas devido às inconformidades decorrentes do processo de produção dos tubos. Já as solicitações nos tubos são tratadas de maneira determinística. De acordo com Aadnøy (2010), o cálculo das solicitações depende principalmente de informações referentes à pressão de poros, à pressão de fratura e ao peso específico do fluido de perfuração. A aquisição de dados estatísticos para essas solicitações depende de informações de estudos geológicos das camadas de rocha que englobam o poço.

Além disso, a coluna de revestimento de um poço de petróleo é composta basicamente por tubos e conexões e neste trabalho analisa-se apenas as resistências mecânicas dos tubos.

Por fim, não consideram-se as correlações entre as variáveis aleatórias nas análises de confiabilidade realizadas, tendo em vista que esse tipo de simplificação é a favor da segurança (ISO TR 10400, 2007).

1.6 Estrutura da Dissertação

Nesta seção faz-se uma síntese dos capítulos apresentados durante o texto.

O Capítulo 2 trata de conceitos básicos de estatística e probabilidade aplicados à engenharia. As principais ferramentas da estatística e probabilidade são apresentadas a fim de embasar mais fortemente a aplicação teórica da confiabilidade.

O Capítulo 3 define probabilidade de falha e outros conceitos da confiabilidade estrutural, dando ênfase aos métodos de confiabilidade aplicados no trabalho.

O Capítulo 4 apresenta os principais modelos de resistência e formulações de projeto para tubos de revestimento. As principais normas e artigos do setor são referenciadas. Além disso, realiza-se uma descrição global dos principais aspectos a serem considerados em um projeto de tubos de revestimentos em poços de petróleo.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos com a aplicação da confiabilidade em tubos de revestimento de poços de petróleo. Destacam-se também conclusões das análises comparativas entre os métodos de confiabilidade aplicados. Inicialmente, um exemplo básico de aplicação é apresentado visando melhor entendimento dos conceitos previamente enunciados. Em seguida, verifica-se os avanços da ISO TR 10400 sobre a antiga API Bull 5C3. Por fim, um cenário hipotético de projeto é analisado via confiabilidade estrutural a fim de ilustrar uma aplicação prática do trabalho desenvolvido, servindo de apoio direto ao processo de dimensionamento dos tubos.

Por fim, no Capítulo 6, considerações referentes às análises realizadas são discutidas, resumindo os avanços obtidos e sugerindo trabalhos futuros relacionados ao tema.

2 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA - CONCEITOS BÁSICOS

Este capítulo apresenta uma breve revisão de conceitos básicos de probabilidade e estatística imprescindíveis para a aplicação da confiabilidade estrutural, tais como: variáveis aleatórias, distribuições de probabilidades, funções de variáveis aleatórias, caracterização de amostras, entre outros. Toda linguagem apresentada neste capítulo é necessária e imprescindível para a aplicação da confiabilidade estrutural.

De imediato, é importante destacar a diferença entre uma variável aleatória e uma variável determinística. Um parâmetro considerado como uma variável aleatória possui um intervalo de valores possíveis em que pode ocorrer. Um exemplo é a espessura de parede de um tubo de revestimento de poços de petróleo que, devido a limitação de precisão da máquina de produção, deve ter diferentes valores ao longo do tubo, e, de tubo para tubo. Já uma variável determinística é aquela que possui um intervalo de valores possíveis tão pequeno que praticamente não existe variação no valor do parâmetro. Um exemplo de parâmetro considerado como variável determinística é a aceleração da gravidade em qualquer ponto da superfície terrestre.

Desta forma, as variáveis aleatórias na confiabilidade estrutural surgem a partir de incertezas intrínsecas aos parâmetros considerados. Esse tipo de incerteza é verificado através de observações e não pode ser eliminado devido a limitações na origem do parâmetro, como a imprecisão de uma máquina de produção, por exemplo.

As seções a seguir descrevem como as incertezas em parâmetros são enxergadas matematicamente. Comenta-se a representação matemática das variáveis aleatórias através de distribuições de probabilidades e verifica-se como elas se comportam para eventos combinados de mais de uma variável aleatória. Por fim, descreve-se resumidamente as principais formas de caracterização matemática de dados estatísticos de um determinado parâmetro.

2.1 Variáveis Aleatórias

Uma variável aleatória possui o seu domínio denotado por um espaço amostral que contém o intervalo de valores possíveis desta variável, geralmente denotado por Ω . Quando esse domínio é formado por uma quantidade contável de pontos, diz-se que a variável aleatória é do tipo discreta (por exemplo, uma variável aleatória com domínio igual ao conjunto dos números naturais). Um domínio formado por um número não contável de pontos é caracterizado por uma variável aleatória contínua (por exemplo, uma variável aleatória com domínio igual ao conjunto dos números reais).

Neste trabalho, os parâmetros analisados possuem sempre o domínio característico de uma variável aleatória contínua, sendo as variáveis aleatórias discretas não utilizadas.

Os eventos de uma variável aleatória devem estar sempre associados com uma probabilidade ou medidas de probabilidade específicas, sendo essas idealizadas através de regras ou leis matemáticas conhecidas como distribuições de probabilidades.

A partir da *Teoria Matemática de Probabilidades* (ANG; TANG, 2007), define-se probabilidade como uma função de um evento A em um espaço amostral Ω , dada por $\Pr(A)$, a partir dos seguintes axiomas:

- a) $0 \leq \Pr(A) \leq 1$ para todo $A \in \Omega$;
- b) Se A_1, A_2, \dots, A_n são n eventos mutuamente exclusivos de Ω , então

$$\Pr\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n \Pr(A_i);$$
- c) $\Pr(\Omega) = 1$.

Sendo assim, é possível descrever sempre a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X , a partir de sua Função de Distribuição Acumulada de Probabilidades (CDF), $F_X(x)$, dada matematicamente por,

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x). \quad (2.1)$$

Essa equação pode ser interpretada da seguinte forma: a CDF de X em x consiste na probabilidade de ocorrência de valores menores ou iguais a x no domínio de X .

Variáveis aleatórias contínuas também são caracterizadas por uma Função Densidade de Probabilidade (PDF). Entretanto, a PDF não é uma medida direta da probabilidade de ocorrência de um evento x . Na realidade ela fornece a densidade de probabilidade de x . Isso porque não faz sentido analisar a probabilidade de ocorrência de um evento único para uma variável aleatória contínua, pois sempre se tem $\Pr(X = x) = 0$ (ANG; TANG, 2007). É mais comum a avaliação de um intervalo de eventos desta variável e a PDF é um bom indicador para isto. Assim, define-se a PDF $f_X(x)$ de uma variável aleatória contínua X por

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}. \quad (2.2)$$

Desta forma, é possível calcular a CDF através de,

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\tau) d\tau. \quad (2.3)$$

Seguindo esse raciocínio, calcula-se a probabilidade de ocorrência de um intervalo (a, b) no domínio de X , fazendo,

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx. \quad (2.4)$$

O resultado dessa integração de $-\infty$ até ∞ , deve ser igual a um.

2.2 Momentos de uma Variável Aleatória

Calcular os momentos de uma variável aleatória é útil para caracterizá-la com relação a sua tendência central, dispersão e assimetria da distribuição de probabilidades. Enfatiza-se que em procedimentos estatísticos mais avançados, como a própria análise de confiabilidade, o cálculo dos momentos de variáveis aleatórias representam etapas de alguns métodos.

O valor esperado de uma variável aleatória X , denotado por $E(X)$ (ou μ_X) é dado por,

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad , \text{ se a integral existir.} \quad (2.5)$$

Esse valor, específico para uma distribuição de probabilidades, pode também ser comparado com o centro de massa da área abaixo da respectiva PDF. Ele também é conhecido como primeiro momento ou média da variável aleatória. A variância $Var(X)$, por sua vez, é dada da seguinte forma,

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f_X(x) dx \quad , \text{ se a integral existir.} \quad (2.6)$$

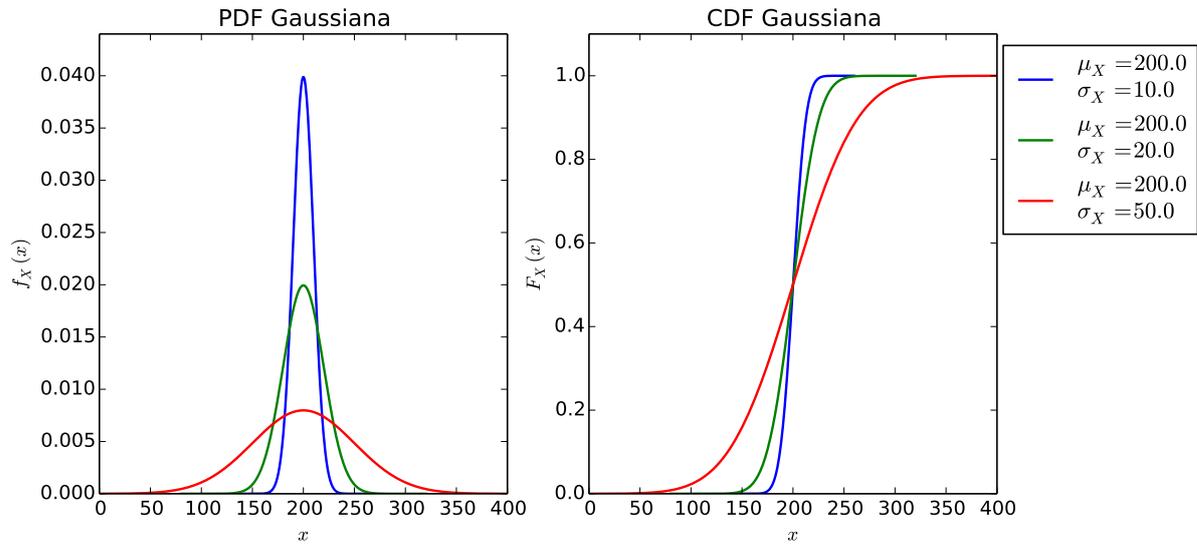
Adicionalmente, esse resultado se confunde com o momento de inércia da área abaixo da PDF da variável aleatória. A variância também é conhecida como segundo momento central. É comum utilizar o conceito de desvio padrão σ_X , que consiste na raiz quadrada da variância, pois ele representa uma medida de dispersão nas unidades da variável aleatória, visto que a variância é dada por essas unidades ao quadrado.

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)}. \quad (2.7)$$

2.3 Distribuições de Variáveis Aleatórias Contínuas

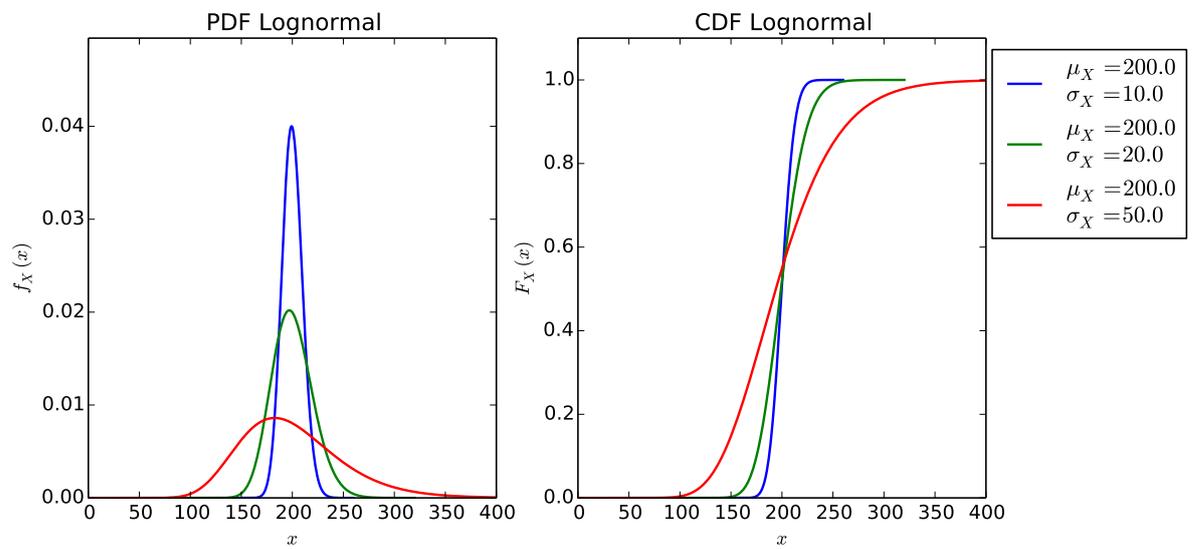
As Figuras 2, 3 e 4 ilustram PDF e CDF de alguns tipos comuns de distribuições de probabilidades para variáveis aleatórias contínuas que representam bem parâmetros de problemas estruturais de engenharia. São ilustradas as distribuições gaussiana, lognormal e Weibull. Elas são plotadas em função da média (μ) e do desvio padrão (σ) das variáveis aleatórias. Note que as distribuições ilustradas possuem tendências diferenciadas. A distribuição gaussiana, por exemplo, é sempre simétrica com relação à média, o que não ocorre com as outras duas distribuições.

Figura 2 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição gaussiana.



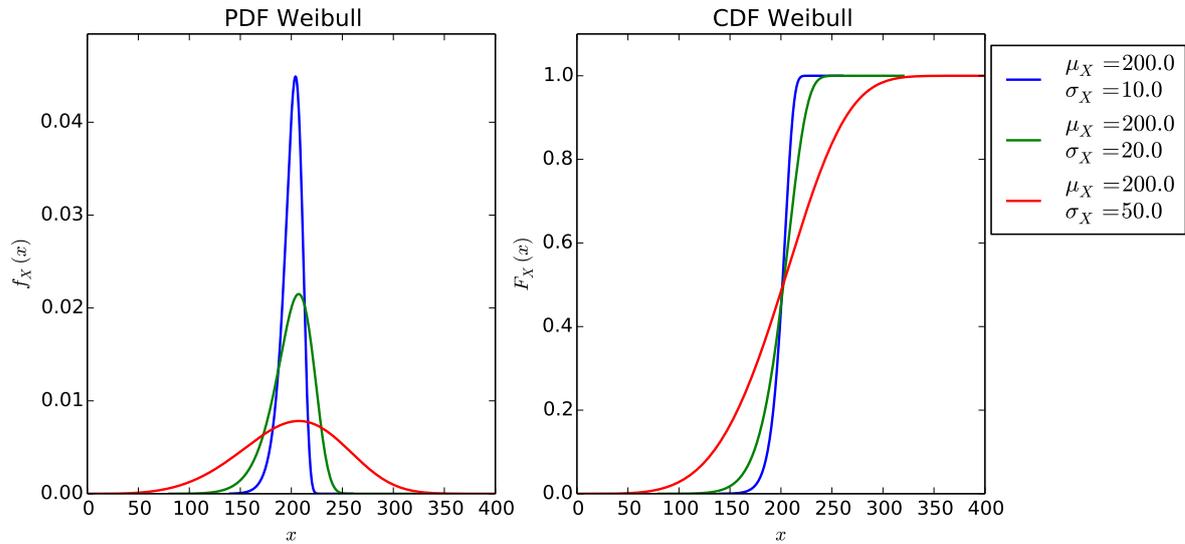
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 3 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição lognormal.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 4 – Exemplos de PDF e CDF da distribuição Weibull.



Fonte: elaborada pelo autor.

A literatura expressa diversos tipos de distribuições de probabilidades para variáveis aleatórias contínuas. Não é difícil encontrar tabelas com uma lista de diferentes distribuições de probabilidades (ANG; TANG, 2007; SAGRILO; LIMA, 2002). Além disso, pacotes numéricos computacionais também trazem uma vasta coletânea de distribuições de probabilidades prontas para serem usadas, como o *SciPy* (JONES et al., 2001), pacote numérico em *Python* utilizado neste trabalho. Essas distribuições geralmente são definidas a partir das suas PDFs, sendo as CDFs obtidas através da integração da Equação 2.3. A seguir, as distribuições de probabilidades ilustradas acima são um pouco mais detalhadas.

Distribuição Gaussiana

A distribuição gaussiana, também conhecida como distribuição normal, merece destaque pois é a mais importante distribuição contínua. Isso porque muitos fenômenos físicos, sociais, financeiros e outros, possuem distribuição gaussiana, como o diâmetro externo de um tubo de revestimento em poços de petróleo e a altura de indivíduos de uma determinada população, por exemplo.

Os parâmetros que a definem são média (μ) e desvio padrão (σ) da população. Adota-se neste trabalho uma notação bastante comum para esse tipo de distribuição: $N(\mu, \sigma)$. Desta forma, seja uma variável aleatória X com distribuição gaussiana, média μ_X e desvio padrão σ_X , ou seja, $X = N(\mu_X, \sigma_X)$, tem-se sua PDF dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] \quad (\mu_X \in \mathfrak{R}, \sigma_X \geq 0, -\infty \leq x \leq \infty). \quad (2.8)$$

Já a CDF da distribuição gaussiana é dada pela integração da PDF, de $-\infty$ à x , utilizando a Equação 2.3.

Um tipo de transformação que é vastamente utilizada, inclusive por alguns métodos de confiabilidade, é a redução de uma variável aleatória gaussiana X em uma variável aleatória gaussiana padrão Y . A transformação consiste em uma translação seguida de escalonamento da variável aleatória original e é dada pelas equações

$$y = \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \quad \text{e} \quad dx = \sigma_X dy. \quad (2.9)$$

Aplicando essa transformação, a PDF de Y resulta em

$$f_Y(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \quad (-\infty \leq y \leq \infty), \quad (2.10)$$

em que ϕ é a denominação clássica desta função. Integrando de $-\infty$ até y , tem-se a CDF da distribuição gaussiana padrão, classicamente denotada por $\Phi(y)$, dada por

$$F_Y(y) = \Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt \quad (-\infty \leq y \leq \infty). \quad (2.11)$$

A integral na equação acima não possui solução analítica, sendo recomendado o uso de técnicas de integração numérica.

Verifica-se que a média e o desvio padrão de Y são constantes e iguais a 0 e 1, respectivamente. É comum o uso da variável aleatória gaussiana padrão, também conhecida como variável aleatória reduzida, para calcular a CDF de uma variável aleatória gaussiana qualquer X aplicando a seguinte fórmula

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right). \quad (2.12)$$

Desta maneira, verifica-se que a área da PDF original de $-\infty$ até x corresponde a área da PDF reduzida de $-\infty$ até $y = (x - \mu_X)/\sigma_X$.

Distribuição Lognormal

Outro tipo de distribuição de probabilidades bastante comum é a lognormal. A PDF de uma variável aleatória X com distribuição lognormal é

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\zeta_X x)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X}\right)^2\right] \quad (x \geq 0), \quad (2.13)$$

onde λ_X e ζ_X são os parâmetros desta distribuição. Além disso, enfatiza-se que esse tipo de distribuição só é válido para variáveis aleatórias com valores positivos no domínio. Neste trabalho adota-se a nomenclatura $X = LN(\lambda_X, \zeta_X)$ para esse tipo de distribuição.

A CDF desta distribuição também não é algebricamente integrável, sendo recomendada a integração numérica da Equação 2.3 para sua respectiva PDF.

O cálculo dos parâmetros estatísticos λ_X e ζ_X a partir da média (μ_X) e desvio padrão (σ_X) da variável aleatória é realizado através de

$$\begin{cases} \zeta_X = \sqrt{\ln 1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2}, \\ \lambda_X = \ln \mu_X - \frac{1}{2}\zeta_X^2. \end{cases} \quad (2.14)$$

A distribuição lognormal é indicada para descrever eventos aleatórios como a resistência de materiais, a intensidade de chuvas, o volume de tráfego aéreo, entre outros (ANG; TANG, 2007).

Distribuição Weibull

Uma variável aleatória com distribuição Weibull é definida neste trabalho a partir da nomenclatura $X = W(\lambda_X, k_X)$, onde a PDF de uma variável aleatória X é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k_X}{\lambda_X} \left(\frac{x}{\lambda_X}\right)^{k_X-1} \exp\left[-(x/\lambda_X)^{k_X}\right] & x \geq 0, \\ 0 & x < 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Em que λ_X e k_X são os parâmetros que definem a distribuição. Já a CDF é dada pela integração da Equação 2.3, utilizando a PDF acima. O resultado algébrico dessa integração é

$$F_X(x) = 1 - \exp^{-(x/\lambda_X)^{k_X}} \quad (x \geq 0). \quad (2.16)$$

O cálculo dos parâmetros λ_X e k_X a partir da média (μ_X) e desvio padrão (σ_X) da variável aleatória é mais complicado de ser realizado. Isso porque para achar as expressões explícitas desses parâmetros seria necessário saber algebricamente a inversa da função gama (Γ), que não é trivial. Neste trabalho, o parâmetro k_X é encontrado iterativamente através de um problema de zero de função, onde a equação utilizada é

$$\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k_X}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k_X}\right)^2} - 1 - \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2 = 0. \quad (2.17)$$

Em seguida, o parâmetro λ_X é calculado diretamente através de

$$\lambda_X = \frac{\mu_X}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k_X}\right)}. \quad (2.18)$$

Essas expressões são obtidas quando as Equações 2.5, 2.6 e 2.7 são aplicadas para esta distribuição.

A aplicabilidade dessa distribuição vai além dos campos das engenharias, sendo capaz de representar bem a modelagem de eventos aleatórios em áreas como física, biologia e saúde. No contexto deste trabalho, a literatura sugere a distribuição Weibull para algumas características geométricas dos tubos, como a ovalização e a excentricidade do tubo.

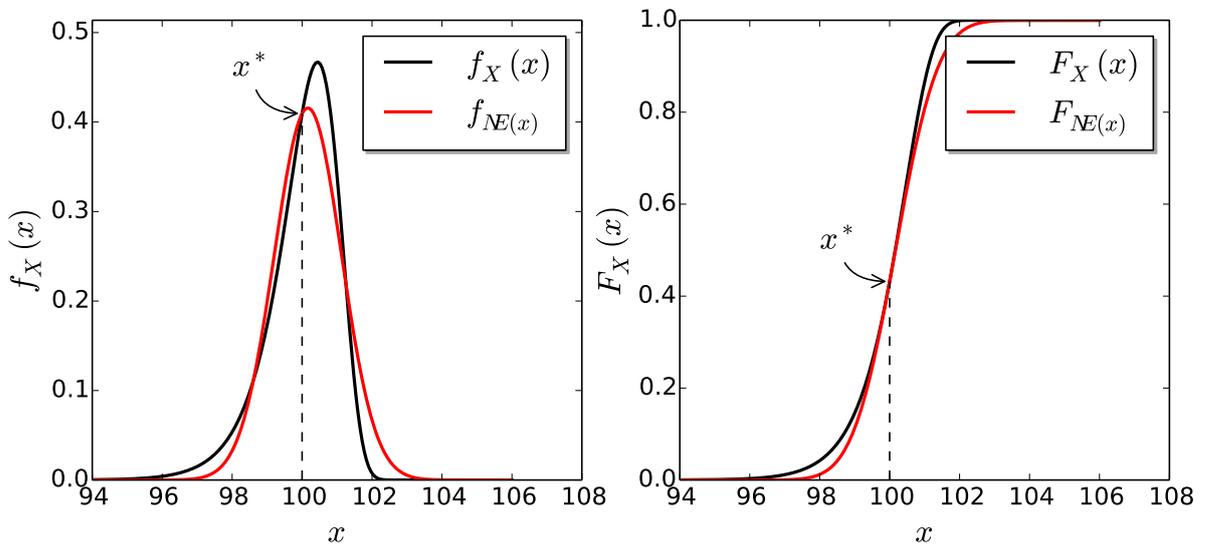
2.4 Distribuição Gaussiana Equivalente

Uma distribuição de probabilidades qualquer pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana equivalente em um determinado ponto x^* . Essa aproximação consiste em impor que PDF e CDF no ponto x^* de uma distribuição qualquer X sejam iguais respectivamente às PDF e CDF no mesmo ponto x^* de uma distribuição gaussiana equivalente. Ou seja,

$$\begin{cases} f_X(x^*) = f_{NE}(x^*), \\ F_X(x^*) = F_{NE}(x^*). \end{cases} \quad (2.19)$$

Por essa definição, conclui-se que, graficamente, f_{NE} intercepta f_X em x^* e que as áreas dessas PDF's são iguais de $-\infty$ até x^* . Esse comportamento é visualizado na Figura 5.

Figura 5 – Interpretação gráfica da definição de distribuição normal equivalente.



Fonte: elaborada pelo autor.

Reduzindo a distribuição gaussiana equivalente em uma gaussiana padrão, tem-se:

$$\begin{cases} f_X(x^*) = \frac{1}{\sigma_{NE}} \phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right), \\ F_X(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right). \end{cases} \quad (2.20)$$

Resolvendo o sistema de equações acima para μ_{NE} e σ_{NE} , chega-se a,

$$\begin{cases} \sigma_{NE} = \frac{\phi(\Phi^{-1}(F_X(x^*)))}{f_X(x^*)}, \\ \mu_{NE} = x^* - \sigma_{NE} \Phi^{-1}(F_X(x^*)). \end{cases} \quad (2.21)$$

A Equação 2.21 pode ser aplicada para encontrar diretamente a distribuição normal equivalente a uma distribuição qualquer em um determinado ponto x^* .

2.5 Caracterização de uma Variável Aleatória

Esta seção apresenta algumas metodologias para inferir uma distribuição de probabilidades a partir de uma amostra de determinado evento aleatório. Esse procedimento consiste em ajustes de distribuições de probabilidades a um conjunto de observações e envolve as seguintes etapas:

- a) Coleta de dados;
- b) Seleção de modelos de distribuição estatística (hipotéticos);
- c) Cálculo dos parâmetros estatísticos das distribuições selecionadas;
- d) Teste para verificar a qualidade do ajuste obtido (testes de aderência).

A coleta de dados deve ser realizada com as mesmas condições para cada ocorrência que formará a amostra. Média (μ) e desvio padrão (σ) são parâmetros estatísticos da amostra que podem ser extraídos desta etapa. Eles são dados por

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2.22)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2. \quad (2.23)$$

Em que N é o tamanho da amostra. Note que uma amostra não é uma variável aleatória, e, portanto, a média e o desvio padrão calculados aqui não são necessariamente iguais a média e desvio padrão calculados para uma variável aleatória (Equações 2.5 e 2.7). A amostra consiste em um conjunto de ocorrências de uma população. Já a população em sua totalidade é representada pela variável aleatória. Por outro lado, média e desvio padrão de uma amostra são estimadores da média e desvio padrão de uma variável aleatória.

De acordo com Beck (2011), a Equação 2.23 possui o denominador $N - 1$ ao invés de somente N , pois o segundo caso levaria o desvio padrão da amostra a ser um estimador tendencioso do desvio padrão da variável aleatória. Na prática, utilizar o denominador nesta equação somente igual a N sub-estima a variância da variável aleatória.

Conhecendo os parâmetros da amostra, os próximos passos consistem em selecionar modelos de distribuições de probabilidades hipotéticos e calcular seus parâmetros com os dados disponíveis na amostra. Destacam-se três métodos para o cálculo dos parâmetros das distribuições de probabilidades hipotéticas: o método dos momentos, o método dos mínimos quadrados e o método da máxima verossimilhança. Uma versão do primeiro consiste em adotar a média da variável aleatória igual à média da amostra e o desvio padrão da variável aleatória igual ao desvio padrão da amostra. Desta maneira, formam-se duas equações, sendo as incógnitas os dois parâmetros da distribuição de probabilidades hipotética para a variável aleatória. Momentos superiores da variável aleatória também podem ser usados, caso a distribuição dependa de mais de dois parâmetros.

No método dos mínimos quadrados, os parâmetros da variável aleatória são escolhidos de forma a minimizar as diferenças entre o histograma de ocorrências da amostra e o modelo hipotético. Neste método, o histograma de ocorrências cumulativas também pode ser utilizado. O método da máxima verossimilhança escolhe os parâmetros do modelo hipotético que levam a uma distribuição de probabilidades com a maior probabilidade de reproduzir a amostra.

Conhecidos os modelos hipotéticos com seus parâmetros devidamente estimados, é necessário verificar qual deles se ajusta melhor aos dados da amostra através de testes de aderência. Uma simples comparação visual pode ser realizada entre o modelo e o histograma da amostra, entretanto existem testes que fazem essa verificação de forma quantitativa. Os mais comuns são o de Komolgorov-Smirnov e o Chi-Quadrado (ANG; TANG, 2007). Os dois métodos realizam procedimentos que fornecem uma medida quantitativa da qualidade do ajuste. Entende-se que o uso do teste de aderência de Komolgorov-Smirnov é mais adequado por se tratar de um teste definido diretamente em função dos dados da amostra. O teste de Chi-Quadrado baseia-se na análise do histograma de ocorrências dos dados, introduzindo-se a dependência em relação à quantidade de intervalos adotados.

2.6 Combinação de Variáveis Aleatórias

Os problemas de confiabilidade tratados neste trabalho envolvem simultaneamente mais de uma variável aleatória. Tal como a tensão de escoamento do aço e os parâmetros geométricos do tubo. Sendo esses admitidos como variáveis aleatórias e conhecendo suas respectivas distribuições de probabilidades, qual deve a ser a probabilidade de ocorrência de um evento combinado deles? Esta seção aborda os principais aspectos referentes às combinações de várias variáveis aleatórias.

Seja \mathbf{X} um vetor de variáveis aleatórias de tamanho n dado por $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$, denota-se por $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ a CDF conjunta para o conjunto de valores \mathbf{x} . Sua definição é dada por

$$F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \Pr(X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n) \quad (2.24)$$

em que $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ é um vetor com valores específicos das variáveis aleatórias contidas em \mathbf{X} . Já a PDF conjunta, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, descreve a densidade de probabilidades de ocorrência do conjunto de valores x_1, \dots, x_n . Analogamente ao caso de uma única variável aleatória, tem-se a seguinte relação entre PDF e CDF conjuntas

$$f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \dots \partial x_n} F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n). \quad (2.25)$$

Desta forma, a operação inversa para encontrar $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ é

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (2.26)$$

Interpreta-se a Equação 2.26 como uma integral n -dimensional, com domínio de integração igual a valores menores do que x_1, \dots, x_n , para cada variável aleatória.

É possível conhecer as distribuições marginais da distribuição conjunta para cada variável aleatória. Isso é feito para uma variável aleatória qualquer x_i contida em \mathbf{X} utilizando a seguinte equação para a PDF marginal de x_i

$$f_{X_i}(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (2.27)$$

todos $x_1 \dots x_n$ exceto x_i

Neste caso, a integral é $[n-1]$ -dimensional, pois não se realiza a integração na variável aleatória correspondente à distribuição marginal que se deseja.

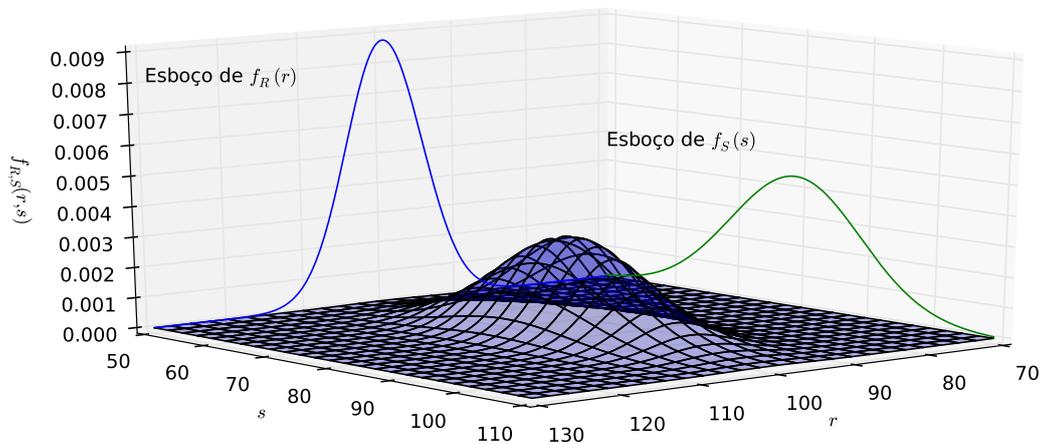
Quando se observa uma tendência de comportamento entre duas variáveis aleatórias, é possível admitir uma dependência entre elas. Porém, quando isso não é verificado, assume-se que as duas variáveis aleatórias são estatisticamente independentes. Neste caso, a PDF conjunta da Equação 2.25 é simplificada pelo produto

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = f_{X_1}(x_1) \dots f_{X_n}(x_n). \quad (2.28)$$

Os problemas analisados neste trabalho consideram as variáveis aleatórias como estatisticamente independentes. Isso faz com que os resultados obtidos com a análise de confiabilidade sejam mais conservadores do que análises que adotem algum tipo de dependência (ISO TR 10400, 2007). Esse comportamento é verificado uma vez que a dependência é uma informação a mais sobre as incertezas existentes na análise e quando adotada torna a PDF conjunta menos dispersa. Trabalhos futuros podem focar na dependência entre variáveis aleatórias para alcançar respostas mais precisas para as análises realizadas.

A Figura 6 ilustra um exemplo de PDF conjunta com variáveis aleatórias estatisticamente independentes. Adota-se $R = N(100, 5)$ e $S = N(80, 10)$. Verifica-se a formação de uma superfície.

Figura 6 – Exemplo gráfico de superfície de uma PDF conjunta.



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que também são ilustrados esboços das funções marginais de R e S visando melhor entendimento do que representa esse tipo de função.

2.7 Funções de Variáveis Aleatórias

Em problemas de engenharia estrutural, resistência (R) e solicitação (S) dependem de outras variáveis aleatórias, tais como módulo de elasticidade, dimensões da seção transversal, comprimento da peça, peso específico da formação e do fluido de perfuração, pressão de poros, entre outros. Sendo assim, R e S também devem ser vistas como variáveis aleatórias, podendo então ser classificadas como funções de variáveis aleatórias. Além disso, uma das formas de determinar a probabilidade de falha de uma estrutura, ou seja, as chances de solicitação exceder resistência, é conhecendo as distribuições de probabilidades que melhor estimam resistência e solicitação.

Na seção anterior, ficou claro como se determina e em que consiste uma PDF conjunta. Porém, ainda não se sabe qual a distribuição de probabilidades específica do evento resultante, definido por uma função das variáveis aleatórias iniciais. De maneira geral, uma função com n variáveis aleatórias $h(X_1, \dots, X_n)$ é admitida também como uma variável aleatória Z , da seguinte forma:

$$Z = h(X_1, \dots, X_n) \quad (2.29)$$

Sendo assim, de acordo com Ang e Tang (2007), a CDF de Z é igual a

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \int_{h(x_1, \dots, x_n) \leq z} \int \dots \int f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{h^{-1}(z, x_2, \dots, x_n)} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n, \end{aligned} \quad (2.30)$$

em que $h^{-1}(z, x_2, \dots, x_n)$, ou simplificadaamente h^{-1} , é a função inversa de $h(x_1, \dots, x_n)$ trocando x_1 com z . Na prática, essa inversão consiste em isolar x_1 na equação $z = h(x_1, \dots, x_n)$. Fazendo a alteração na variável de integração chega-se a

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^z f_{X_1, \dots, X_n}(h^{-1}, x_2, \dots, x_n) \left| \frac{\partial h^{-1}}{\partial z} \right| dz dx_2 \dots dx_n. \quad (2.31)$$

Finalmente, derivando em relação a z , tem-se

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, \dots, X_n}(h^{-1}, x_2, \dots, x_n) \left| \frac{\partial h^{-1}}{\partial z} \right| dx_2 \dots dx_n. \quad (2.32)$$

Desta forma, essa última expressão é capaz de encontrar a PDF de uma variável aleatória resultante de uma função genérica de outras variáveis aleatórias. Entretanto, resolver essa integração e encontrar h^{-1} analiticamente não é possível em muitos casos.

Uma simplificação imediata da Equação 2.32 é obtida com a aplicação da Equação 2.28 devido as variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n serem consideradas estatisticamente independentes.

Os momentos de primeira e segunda ordem de Z podem ser estimados através de uma aproximação via série de Taylor. Nesse caso, é possível estimar μ_Z e σ_Z sem conhecer previamente CDF ou PDF de Z . As aproximações são dadas por

$$E(Z) \approx h(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n}), \quad (2.33)$$

$$Var(Z) \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h(X_1, \dots, X_n)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2. \quad (2.34)$$

Note que a aproximação pode ser melhorada caso sejam considerados termos de ordem superior na aproximação de Taylor.

3 MÉTODOS DE ANÁLISE EM CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

De acordo com Melchers (1999), a confiabilidade estrutural consiste no cálculo e na previsão da probabilidade de violação de um estado limite de uma estrutura. O autor ainda destaca que o conceito de confiabilidade não está relacionado apenas à ocorrência de eventos extremos, como falha ou colapso, mas também à violação de qualquer requisito ao qual espera-se que a estrutura satisfaça, usualmente definidos pelos estados limites de serviço da estrutura. Como exemplos, pode-se citar deslocamentos inadmissíveis, tensões inadmissíveis, vibração excessiva, instabilidade e abertura inadmissível de fissuras.

Também é possível associar a esse problema a definição de risco, que incorre numa análise mais complexa do problema. O risco associado a um determinado evento indesejável X pode ser medido pelo produto da probabilidade de sua ocorrência pelas consequências de sua ocorrência, ou seja,

$$\text{Risco}(X) = \text{Probabilidade}(X) \cdot \text{Custo}(X). \quad (3.1)$$

Em projetos/sistemas de engenharia, consequências normalmente são medidas em termos de custo. A estimativa do custo é específica para cada aplicação, sendo complexa sua avaliação, pois depende da atribuição de valores monetários a aspectos subjetivos, tais como o envolvimento de vidas humanas, a degradação do meio ambiente, a perda de equipamentos, a perda de produção, dentre outros.

Deve-se destacar que os valores aceitáveis de probabilidade de falha para diversas aplicações em mecânica estrutural são colocados nos documentos elaborados pelo Joint Committee on Structural Safety (JCSS), os quais são referenciados em alguns códigos de projeto em engenharia ao redor do mundo que já trazem normatização baseada em confiabilidade estrutural. Esses valores de probabilidade de falha aceitáveis para projetos são conhecidos também como *Target Reliability Level* (TRL). Destacam-se as normas NORSOK D-010 (2004) e ISO 2394:1998 (1998) que avaliam níveis de TRL aceitáveis para diversas aplicações de engenharia. No tocante a projeto de poços de petróleo, a ISO TR 10400 (2007) se baseia em um TRL de 0.5% (ou $10^{-2.30}$) para calcular a resistência de projeto ao colapso de tubos de revestimento. Já a NORSOK D-010 (2004) sugere para projetos de revestimento de poços um TRL de $10^{-3.5}$. Por outro lado, entende-se que as operadoras devem realizar estudos específicos do risco estrutural associado a cada tipo cenário para determinar o TRL adequado para cada situação.

A probabilidade de falha é uma resposta da análise de confiabilidade que fornece um indicativo da probabilidade de uma estrutura não atender às solicitações para as quais ela foi projetada. Três requisitos básicos são necessários para sua avaliação:

- a) as variáveis aleatórias do problema e como elas se comportam individualmente e em conjunto;
- b) uma equação de estado limite;
- c) um método de confiabilidade.

Além disso, a confiabilidade estrutural pode ser dependente do tempo ou não. Análises dependentes do tempo precisam de mais informações para serem realizadas e diversos conceitos relacionados a previsões precisam ser estabelecidos. Eventos extremos precisam ser avaliados em seus períodos de retorno e o comportamento de elementos estruturais precisa ser avaliado diante dos desgastes aos quais estão submetidos. As análises realizadas neste trabalho são estáticas, ou independentes do tempo. Desta forma, o problema é simplificado e, para as aplicações propostas, os resultados já são adequados.

As variáveis aleatórias são tratadas de acordo com a abordagem feita no Capítulo 2. Por exemplo, seja a tensão de escoamento do aço utilizado na produção de tubos de revestimento, apesar do seu valor nominal, ou seja, a tensão de escoamento mínima, ser aplicado de maneira determinística nas equações de resistência de revestimentos, existe uma grande probabilidade de que a tensão de escoamento real seja diferente desta especificada. Mais especificamente, é esperada uma grande probabilidade de que o valor real seja maior do que o valor nominal visando a segurança do projeto. Entretanto, ainda existe uma pequena probabilidade do oposto ocorrer, podendo ocasionar a falha da estrutura. Esse raciocínio indica a incerteza do parâmetro tensão de escoamento. E assim, na análise de confiabilidade, a incerteza precisa ser transformada em modelo matemático, através de uma distribuição de probabilidades. Outros parâmetros, como espessura de parede e diâmetro externo são considerados da mesma forma.

A equação de estado limite representa o problema a ser estudado. Ela deve ser deduzida a partir dos aspectos físicos do problema. É comum chamar a equação de estado limite de $G(\mathbf{X}) = 0$, em que \mathbf{X} é um vetor com todas as variáveis aleatórias da análise. Desta forma, a equação de estado limite é utilizada para especificar eventos de falha e eventos seguros da seguinte maneira:

$$\begin{cases} G(\mathbf{X}) > 0 \Rightarrow \text{Evento seguro,} \\ G(\mathbf{X}) \leq 0 \Rightarrow \text{Evento de falha.} \end{cases} \quad (3.2)$$

Desta forma, a probabilidade de falha é caracterizada pela probabilidade de ocorrência de eventos de falha em relação à quantidade total de eventos. Equações de estado limite de problemas típicos de análise estrutural costumam ser representadas em um formato clássico, em termos de um problema de capacidade versus demanda, ou resistência (R) versus solicitação (S):

$$G(R, S) = R - S = 0. \quad (3.3)$$

Em problemas complexos, R é uma função de variáveis aleatórias relacionadas à resistência e S é uma função de variáveis aleatórias relacionadas à solicitação.

Portanto, os métodos de análise em confiabilidade estrutural visam calcular a probabilidade de ocorrência de eventos de falha em uma estrutura definida com sua equação de estado limite e suas variáveis aleatórias. As metodologias propostas para realizar essa análise em tubos de revestimento de poços de petróleo são:

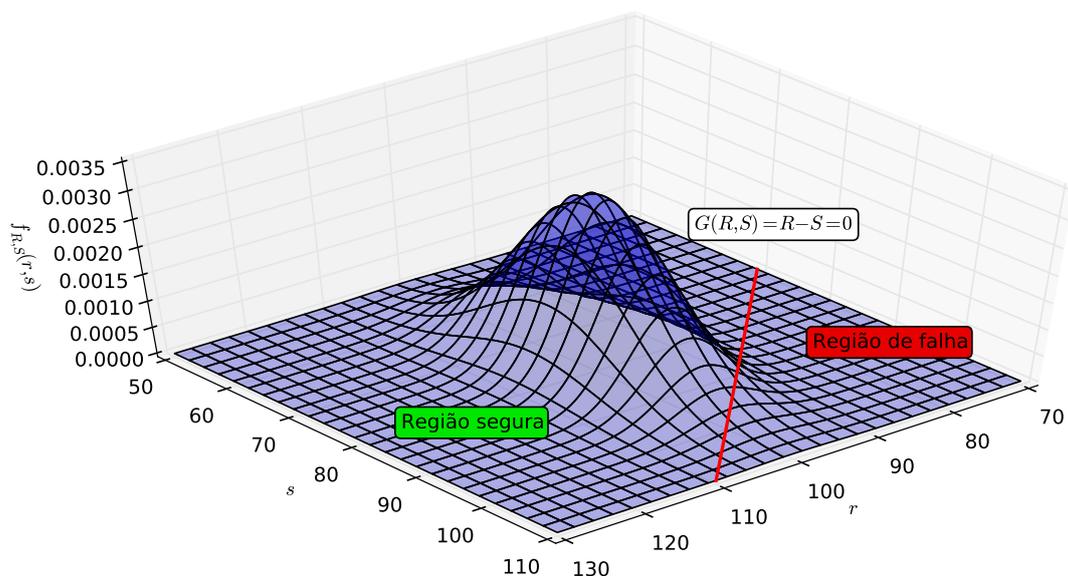
- integração numérica da função densidade de probabilidade sobre o domínio de falha;
- simulação de Monte Carlo, baseada na geração de números randômicos;
- métodos de transformação: consistem numa abordagem analítica diferenciada do problema, envolvendo a transformação das variáveis aleatórias em variáveis aleatórias gaussianas reduzidas.

Essas metodologias são abordadas nas seções que seguem.

3.1 Integração Numérica

O problema generalizado da confiabilidade deve ser tratado imaginando a equação de estado limite como não linear e tendo uma quantidade qualquer de variáveis aleatórias com as distribuições de probabilidades quaisquer. Desta forma, para efeito ilustrativo, recupera-se a imagem da PDF conjunta (Figura 6) com duas variáveis aleatórias e traça-se a equação de estado limite sobre o plano R - S , conforme pode ser observado na Figura 7.

Figura 7 – PDF conjunta com equação de estado limite delimitando a zona de falha da zona segura.



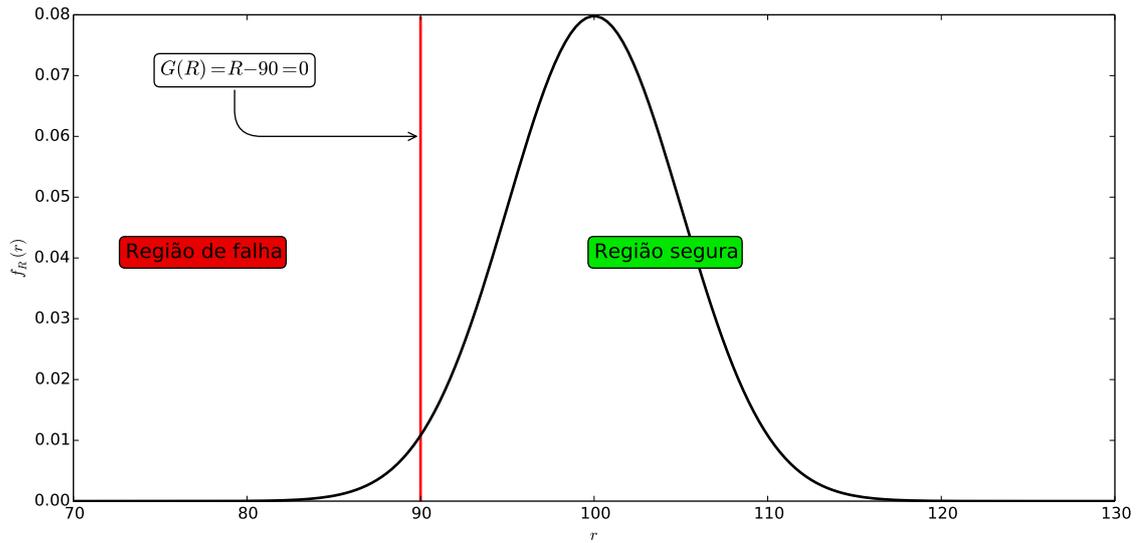
Fonte: elaborada pelo autor.

Note que, com duas variáveis aleatórias, a equação de estado limite pode ser entendida como um plano que corta a PDF conjunta separando duas regiões. A região em que a resistência é maior do que a solicitação é considerada a zona segura ($G(\mathbf{X}) > 0$). Já a região remanescente

é a zona de falha ($G(\mathbf{X}) \leq 0$). Desta forma, a probabilidade de falha é exatamente o volume da zona de falha.

No caso mais simples, de uma única variável aleatória, a probabilidade de falha consiste no cálculo da área da zona de falha e a equação de estado limite pode ser entendida como uma reta que corta a PDF da variável aleatória. Observa-se isso na Figura 8.

Figura 8 – Confiabilidade em problema com apenas uma variável aleatória.



Fonte: elaborada pelo autor.

Problemas com mais de duas variáveis aleatórias não podem ser ilustrados, mas a definição matemática é expandida na forma de uma integral n -dimensional, em que n é o número de variáveis aleatórias do problema. A Equação 3.4 mostra a integral que deve ser resolvida para problemas de confiabilidade genéricos.

$$P_f = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} \dots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}. \quad (3.4)$$

Nesse caso, o domínio de integração indica a zona de falha do sistema e o termo a ser integrado corresponde à PDF conjunta das variáveis aleatórias envolvidas no problema. A resolução de P_f nesse caso pode ser extremamente complexa para equações de estado limite não lineares com muitas variáveis aleatórias, uma vez que a integral a ser resolvida possui dimensão igual ao número de variáveis aleatórias do problema.

Outra forma de enxergar o problema analiticamente se baseia em admitir $G(\mathbf{X})$ como uma função de variáveis aleatórias, tornado-a também uma variável aleatória. Na literatura é comum chamar essa nova variável aleatória de margem de segurança (M). Esta metodologia já foi discutida na seção 2.7. Sendo assim, com base na Equação 2.31, a CDF de M é dada por

$$F_M(m) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^m f_{X_1, \dots, X_n}(G^{-1}, x_2, \dots, x_n) \left| \frac{\partial G^{-1}}{\partial m} \right| \, dm \, dx_2 \dots dx_n. \quad (3.5)$$

Em que G^{-1} é uma notação simplificada para $G^{-1}(m, x_2, \dots, x_n)$. Observe que assim como G é invertida para x_1 na equação acima, ela também pode ser invertida para qualquer outra variável aleatória do problema. Conhecendo a CDF de M , a probabilidade de falha pode ser calculada através de

$$P_f = F_M(0), \quad (3.6)$$

que consiste na probabilidade acumulada de eventos negativos de M , ou seja, na soma do eventos de falha da análise.

Mais uma vez, a resolução desse problema pode ser extramente complexa, visto que a integração a ser resolvida ainda possui dimensão igual ao número de variáveis aleatórias do problema. Além disso, a inversa da função G pode não existir ou possuir mais de uma solução, e, adicionalmente o termo integrando pode ser extremamente grande e complexo com as diferentes funções marginais de cada variável aleatória.

Ainda assim, é interessante tentar utilizar essa metodologia para o cálculo da probabilidade de falha de problemas mais simples, uma vez que seu resultado é exato, servindo de base para validação de outros métodos. Nesse trabalho, essas integrais múltiplas são avaliadas numericamente.

3.2 Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo, em uma análise de confiabilidade estrutural, consiste na geração de N cenários randômicos para serem avaliados na equação de estado limite $G(\mathbf{X})$. Sendo assim, os cenários que fornecem valores negativos para $G(\mathbf{X})$ são contabilizados como cenários de falha (N_f). A probabilidade de falha é então estimada por: $P_f = N_f/N$.

Para gerar N cenários randômicos é necessário gerar N valores randômicos para cada variável aleatória adotada no problema, respeitando a sua respectiva distribuição de probabilidades. Para tanto, um gerador de números randômicos deve ser utilizado. Computadores são capazes de gerar tais números randômicos a partir de um algoritmo de geração de números aleatórios e de um número inicial, conhecido como semente. O algoritmo geralmente está implícito em funções de bibliotecas de linguagens computacionais e é capaz de realizar a geração em um intervalo pré-estabelecido. A semente inicialmente é implantada no algoritmo que deve fornecer o primeiro número aleatório. Em seguida, esse número é utilizado para alimentar a geração do próximo número aleatório, e assim o procedimento é repetido e os números restantes são obtidos. De acordo com Vieira et al. (2004), o algoritmo precisa obedecer uma série de requisitos para que a geração seja garantida aleatória. Esses requisitos envolvem basicamente:

- a) garantia de uniformidade de geração dos números - onde todos os números devem possuir a mesma probabilidade de ocorrer;

- b) independência entre subsequências dos números gerados - em que nenhuma relação deve ser observada entre quaisquer subsequências dos números gerados;
- c) ausência de previsões - onde não deve ser possível saber o próximo número gerado, a não ser que a fórmula do algoritmo seja conhecida;
- d) possibilidade de reprodução de sequências - se a mesma semente for repetida, as sequências de números aleatórios obtidas devem ser idênticas.

A partir de números randômicos uniformemente gerados no intervalo entre zero e um, é possível fazer com que esses números sejam modificados para respeitar uma determinada distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X . De acordo com Neves (2004), o procedimento consiste em admitir que a sequência uniformemente aleatória obtida (u_i) representa os valores da CDF para uma distribuição gaussiana padrão ($u_i = \Phi(v_i)$). Então, a partir de uma transformação isoprobabilística inversa nos valores da sequência uniforme, chega-se aos valores da distribuição gaussiana padrão ($v_i = \Phi^{-1}(u_i)$). Por fim, esses valores devem ser transformados na distribuição de probabilidades que se deseja. No caso da distribuição gaussiana com média μ e desvio padrão σ , por exemplo, a transformação é

$$x_i = v_i\sigma + \mu. \quad (3.7)$$

Para outros tipos de distribuições de probabilidades deve ser verificada a transformação adequada. Dentre as rotinas utilizadas para a geração de números aleatórios, o algoritmo pseudo-aleatório congruencial linear (LEHMER, 1951) é amplamente difundido.

Neste trabalho, o gerador de números randômicos utilizado é o disponível no pacote numérico *SciPy* (JONES et al., 2001) que já realiza todo esse procedimento implicitamente.

Devido a sua metodologia, a simulação de Monte Carlo gera resultados bastante precisos, desde que um número adequado de cenários seja testado. Entretanto, esse método pode apresentar problemas para análises de confiabilidade que possuam probabilidades de falha bastante baixas, uma vez que se torna necessário um grande número de simulações para alcançar respostas adequadas. Computadores de alta performance são necessários para resolver essas análises de maneira mais eficiente.

É possível estabelecer o número mínimo de cenários (N_{\min}) para uma simulação de Monte Carlo encontrar uma resposta com um erro pré-estabelecido. Esse erro geralmente é dado como o coeficiente de variação da probabilidade de falha (COV). Para as aplicações desse trabalho adota-se $COV = 0.05$. Obviamente, esse erro é eliminado quando $N_{\min} \rightarrow \infty$. Ang e Tang (2007) chega a seguinte fórmula para calcular N_{\min} ,

$$N_{\min} = \frac{1}{COV^2} \cdot \frac{1 - P_f}{P_f}. \quad (3.8)$$

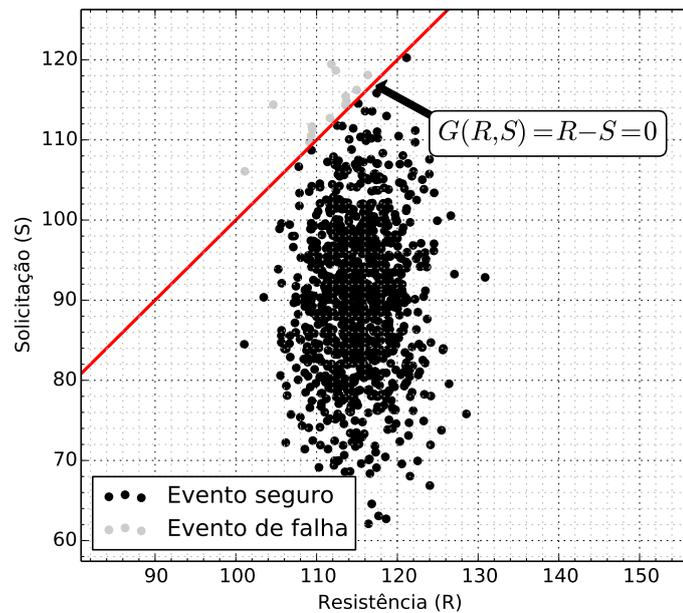
Note que o cálculo desse número mínimo de cenários depende da P_f que ainda não é conhecida. Isso significa que é necessário ter uma estimativa prévia da ordem de grandeza dessa P_f . Para

tanto, outros métodos de confiabilidade mais rápidos de serem executados podem ser utilizados como o MVFOSM, o FOSM, o FORM, o SORM (ver as próximas seções) ou até mesmo o próprio Monte Carlo com um número de cenários baixo. Invertendo a Equação 3.8 para encontrar o COV de uma simulação de Monte Carlo com N cenários testados, tem-se

$$COV = \sqrt{\frac{1 - P_f}{N P_f}}. \quad (3.9)$$

A Figura 9 apresenta um exemplo ilustrativo do uso da simulação de Monte Carlo, com mil eventos randômicos gerados. Neste exemplo, R e S possuem a mesma unidade e são adotados como variáveis aleatórias com distribuição gaussiana, em que $R = N(115.0; 4.0)$ e $S = N(90.0; 10.0)$.

Figura 9 – Exemplo ilustrativo da simulação de Monte Carlo com 1000 cenários randômicos gerados para $R = N(115.0; 4.0)$ e $S = N(90.0; 10.0)$

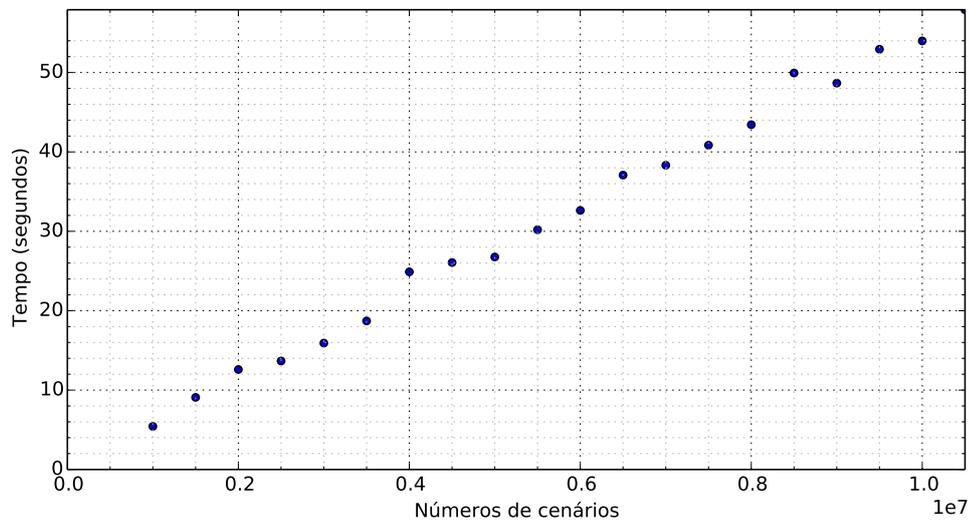


Fonte: elaborada pelo autor.

A probabilidade de falha obtida é $10^{-1.8539}$ com um $COV = 0.2654$, indicando que a estimativa pode não ser boa. Utilizando a Equação 3.8 estima-se $N_{\min} = 28171$ para $COV = 0.05$ e P_f igual ao valor encontrado na simulação com 1000 cenários. Neste caso, chega-se a $P_f = 10^{-1.9785}$. Obviamente, se o número de cenários for ainda maior, a P_f obtida estará cada vez mais próxima do valor exato.

O custo computacional das simulações de Monte Carlo é considerável quando um grande número de operações precisa ser realizado. O gráfico da Figura 10 a seguir apresenta a evolução do tempo computacional em função do número de cenários de cada simulação para o exemplo apresentado acima.

Figura 10 – Evolução do tempo computacional em função do número de cenários randômicos testados em uma simulação de Monte Carlo.



Fonte: elaborada pelo autor.

Esses resultados são alcançados em um computador pessoal com processador Intel(R) Core(TM) i5-2410M CPU @ 2.30GHz. A principal função desta análise é comparar o tempo computacional entre simulações com poucos cenários e simulações com muitos cenários. Destaca-se também o tempo de aproximadamente 40 segundos para concluir uma simulação de Monte Carlo neste simples exemplo ilustrativo, com apenas duas variáveis aleatórias e com uma equação de estado limite com apenas uma operação de subtração. Problemas mais complexos, comuns em problemas de engenharia estrutural, devem demandar uma maior quantidade de operações para testar cada cenário da simulação, elevando o custo computacional do método. Por outro lado, nenhuma otimização é realizada na geração destes resultados. Isso significa que o tempo computacional de todas essas simulações pode ser significativamente reduzido se pesquisas referentes à otimização do método de Monte Carlo forem realizadas e/ou adotadas.

Ainda, observa-se que a probabilidade de falha do exemplo é tão alta que o número de cenários neste gráfico é muito maior do que o necessário para alcançar uma boa resposta. Assim, a resposta nessas simulações está muito perto da resposta exata do problema, onde para $N = 10^7$ chega-se a uma $P_f = 10^{-1.9914}$ com um $COV = 0.0030$.

Alternativamente, existem evoluções do método de Monte Carlo, baseadas em redução da variância, que fazem o desempenho do método melhorar consideravelmente. Alguns exemplos são as técnicas de amostragem por importância utilizando o ponto de projeto, amostragem por importância adaptativa e amostragem por hipercubo latino. Tais métodos são mais complexos e não fazem parte do escopo deste trabalho. Maiores detalhes sobre eles podem ser encontrados na literatura (BECK, 2011; MELCHERS, 1999).

3.3 Métodos de Transformação

Essa seção apresenta os métodos analíticos de confiabilidade, baseados na transformação das variáveis aleatórias em variáveis aleatórias gaussianas reduzidas. Inicialmente, o conceito de índice de confiabilidade é definido em um problema didático apresentado a seguir.

Problema básico da confiabilidade

Quando R e S são gaussianas e independentes, o problema é classicamente conhecido como problema básico da confiabilidade. Além disso, a equação de estado limite, denotada como uma variável aleatória conhecida como margem de segurança (M), é dada por:

$$M = R - S. \quad (3.10)$$

Nesse caso em especial, verifica-se que M também é gaussiana, com média μ_M e desvio padrão σ_M dados por

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S, \quad (3.11)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}. \quad (3.12)$$

Percebe-se que a probabilidade de falha consiste na probabilidade de M ser negativo, ou seja,

$$P_f = \Pr(R - S \leq 0) = \Pr(M \leq 0) = F_M(0). \quad (3.13)$$

Note que P_f já pode ser calculada pois a distribuição de M é conhecida. Para definir o índice de confiabilidade, transforma-se M em uma variável aleatória com distribuição gaussiana padrão y (Equação 2.9) da seguinte forma:

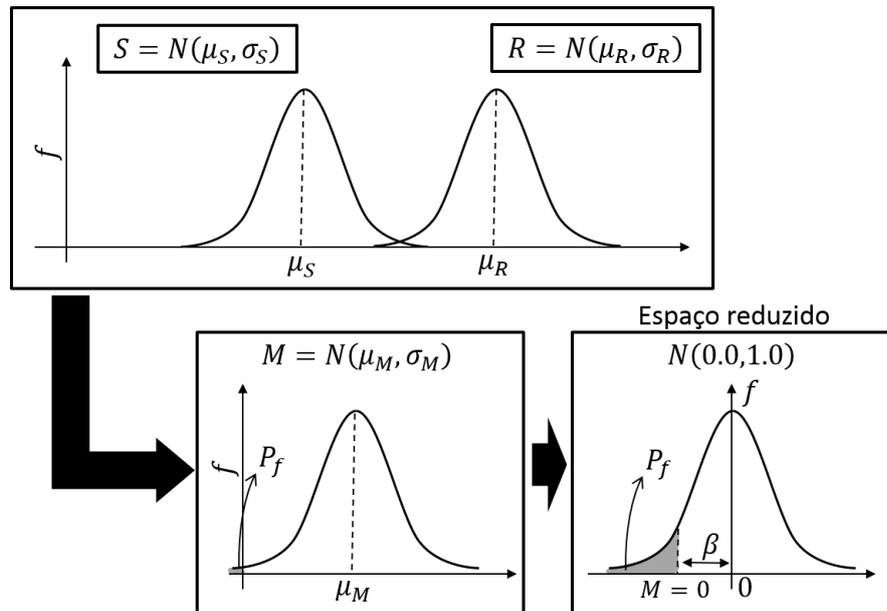
$$y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M}. \quad (3.14)$$

Portanto, aplicando a definição de P_f da Equação 3.13 na variável aleatória reduzida y , tem-se

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right). \quad (3.15)$$

O esquema de resolução do problema básico da confiabilidade é ilustrado pela Figura 11. A figura também destaca a área limitada por $M = 0$ que representa a probabilidade de falha da análise.

Figura 11 – Ilustração para resolução do problema básico da confiabilidade.



Fonte: elaborada pelo autor.

Observando a Figura 11 define-se geometricamente o índice de confiabilidade β como a distância entre a origem do sistema de coordenadas e o ponto correspondente a $M = 0$ no espaço reduzido. Portanto, tem-se

$$M = 0 \Rightarrow y = \frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}, \tag{3.16}$$

que resulta em

$$\beta = \left\| -\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right\| = \frac{\mu_M}{\sigma_M}. \tag{3.17}$$

Portanto, a probabilidade de falha pode ser reescrita como

$$P_f = \Phi(-\beta), \tag{3.18}$$

que consiste na CDF da distribuição gaussiana padrão aplicada ao ponto menos β .

O problema básico da confiabilidade possui solução exata seguindo o procedimento descrito acima. Entretanto, a maioria dos problemas de engenharia não podem ser simplificados com R e S com distribuições gaussianas. Além disso, em geral, R e S não são viáveis de serem caracterizadas como variáveis aleatórias. Na prática, os parâmetros que definem resistência e solicitação é que podem ser caracterizados, tais como parâmetros físicos e geométricos. Isso torna a resolução da probabilidade de falha muito mais complexa.

A seguir apresentam-se métodos que derivam do conceito de índice de confiabilidade para tentar resolver problemas mais complexos do que o problema básico da confiabilidade. A definição de β é estendida para esses métodos, representando a menor distância entre a equação de estado limite e a origem do sistema de coordenadas no espaço reduzido.

3.3.1 Mean-Value First-Order Second-Moment Method - MVFOSM

Esse método calcula a probabilidade de falha, aplicando a aproximação de primeira ordem em série de Taylor para média e desvio padrão da margem de segurança. A aproximação é realizada no ponto das médias das variáveis aleatórias do problema. Portanto, μ_M e σ_M são aproximados pelas Equações 2.33 e 2.34, em seguida o índice de confiabilidade é calculado pela Equação 3.17 e por fim, a probabilidade de falha é calculada pela Equação 3.18. Em resumo, um problema com a equação de estado limite qualquer G e n variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n , tem sua P_f calculada pelo MVFOSM fazendo

$$\beta = \frac{G(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n})}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2} \quad (3.19)$$

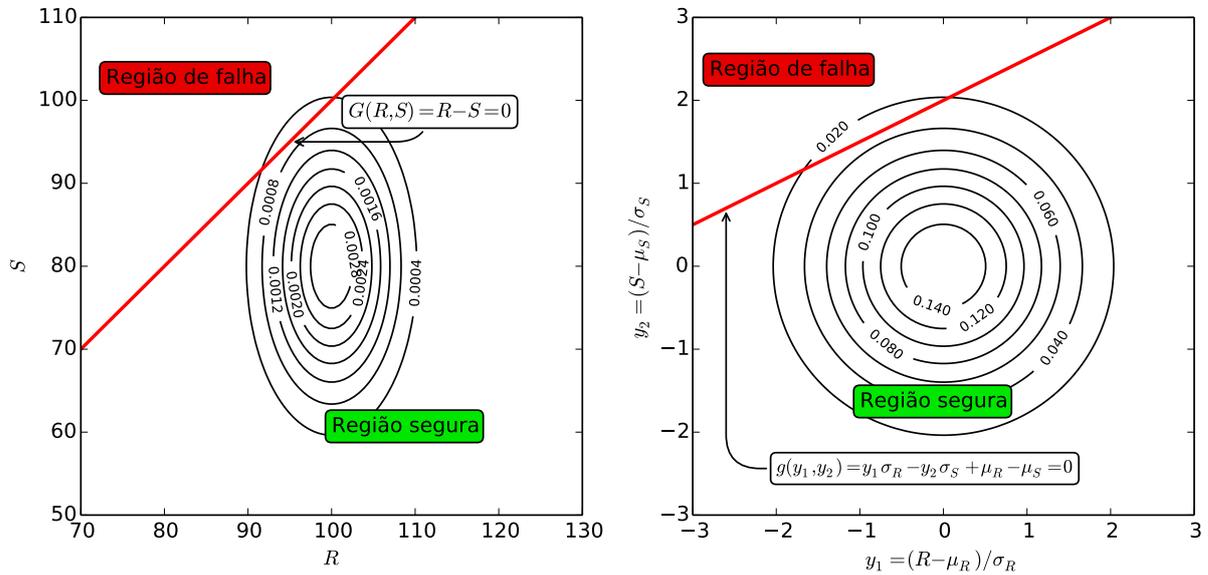
$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.20)$$

Note que esse procedimento só utiliza média e desvio padrão das variáveis aleatórias, isso pode ser entendido como uma simplificação onde distribuições quaisquer são sempre vistas como gaussianas. Ainda, adotar M gaussiana e a aproximação em série de Taylor no ponto médio das variáveis aleatórias só é exato quando G for linear. Além disso, nenhuma consideração sobre as correlações entre variáveis aleatórias é feita. Desta forma, essas simplificações tornam a probabilidade de falha calculada pelo MVFOSM na maioria dos problemas complexos de engenharia, uma aproximação bastante limitada da resposta exata.

3.3.2 First-Order Second-Moment Method - FOSM

O FOSM consiste em inicialmente transformar as variáveis aleatórias \mathbf{X} em variáveis aleatórias gaussianas reduzidas \mathbf{Y} utilizando a transformação da Equação 2.9. Adicionalmente, a equação de estado limite $G(\mathbf{X})$ também é transformada para o espaço gaussiano reduzido como $g(\mathbf{Y})$. O procedimento é conhecido como transformação de Hasofer e Lind (MELCHERS, 1999) e está exemplificado graficamente na Figura 12. Essa figura contém a PDF conjunta original formada pelas variáveis aleatórias originais $R = N(100, 5)$ e $S = N(80, 10)$, e a PDF conjunta reduzida formada pelas variáveis aleatórias reduzidas. Essas PDF conjuntas são apresentadas no formato de curvas de nível das densidades de probabilidades. Ainda na Figura 12 é destacada a equação de estado limite no espaço original, $G(R, S)$, e no espaço reduzido, $g(y_1, y_2)$.

Figura 12 – Transformação da PDF conjunta e equação de estado limite do espaço original (à esquerda) para o espaço reduzido (à direita).



Fonte: elaborada pelo autor.

Desta forma, se a transformação do espaço original para o espaço reduzido for exata, tanto para a PDF conjunta como para a equação de estado limite, a probabilidade de falha pode ser também calculada pelo volume da região de falha do espaço reduzido. Na prática, essa é a abordagem geral dos métodos conhecidos como métodos analíticos de transformação.

Para uma equação de estado limite não linear $\tilde{g}(\mathbf{y})$, o FOSM realiza uma linearização via série de Taylor, tornando a equação de estado limite dada por

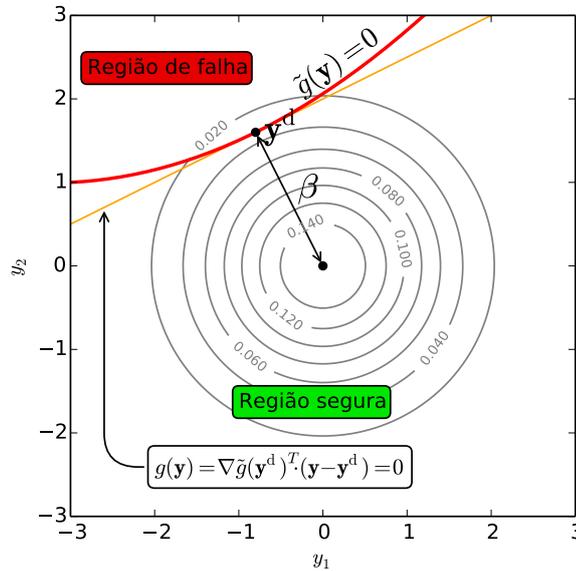
$$g(\mathbf{y}) = \tilde{g}(\mathbf{y}) + \nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d)^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{y}^d) = 0, \quad (3.21)$$

em que \mathbf{y}^d é o ponto da linearização, conhecido como ponto de projeto, e, $\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d)$ é o vetor gradiente de $\tilde{g}(\mathbf{y})$ aplicado ao ponto de projeto, dado por

$$\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d) = \left[\frac{\partial \tilde{g}}{\partial y_1}(\mathbf{y}^d) \ \dots \ \frac{\partial \tilde{g}}{\partial y_n}(\mathbf{y}^d) \right]^T, \quad (3.22)$$

sendo n o número de variáveis aleatórias. O ponto de projeto, ou ponto de maior probabilidade de falha, consiste no ponto mais próximo da origem do espaço reduzido pertencente à $\tilde{g}(\mathbf{y})$. Ele é o ponto mais adequado para realizar a linearização de $\tilde{g}(\mathbf{y})$. Isso pode ser concluído com auxílio da Figura 13 que mostra uma equação de estado limite não linear aproximada por uma equação de estado limite linear no ponto de projeto.

Figura 13 – Definição geométrica do índice de confiabilidade para problemas de duas variáveis aleatórias. As curvas de nível representam a PDF conjunta gaussiana padrão.



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que, na Equação 3.21, o termo $\tilde{g}(\mathbf{y}^d)$ é nulo, uma vez que o ponto de projeto está na equação de estado limite. Sendo assim, a linearização é simplificada para

$$g(\mathbf{y}) = \nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d)^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{y}^d) = 0. \quad (3.23)$$

A PDF conjunta do espaço reduzido é conhecida como distribuição gaussiana padrão multivariável e é dada por

$$\phi_n(\mathbf{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|^2 \right], \quad (3.24)$$

em que $\|\mathbf{y}\|$ é a norma Euclidiana do vetor \mathbf{y} , que é o vetor posição de um ponto qualquer no espaço reduzido. A definição é válida para n variáveis aleatórias representando uma hipersuperfície para $n > 2$. As curvas de nível desta PDF conjunta consistem em círculos concêntricos ao redor da origem, conforme mostrado na Figura 13. Desta maneira, a probabilidade de falha a ser calculada no espaço reduzido para uma análise com n variáveis aleatórias é dada por

$$P_f = \int \dots \int_{g(\mathbf{y}) \leq 0} \phi_n(\mathbf{y}) \, dy_1 \dots dy_n. \quad (3.25)$$

Rotacionando os eixos do espaço reduzido de forma a deixar um deles (escolhe-se o eixo n) perpendicular à equação de estado limite linearizada, pode-se reescrever a integral múltipla da seguinte forma:

$$P_f = \int_{y_n \geq \|\mathbf{y}^d\|} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|^2 \right] \, dy_1 \dots dy_{n-1} dy_n. \quad (3.26)$$

Essa formatação é obtida considerando a ortogonalidade dos eixos do espaço reduzido. Desta maneira, o domínio da integral múltipla, que é o domínio de falha, é representado simplesmente pela restrição da integral sobre o eixo y_n . O integrando não sofre alterações. Assim, as integrais sobre os demais eixos devem possuir limites de integração de $-\infty$ a ∞ . Ainda, considerando que

$$\|\mathbf{y}\|^2 = y_1^2 + \dots + y_n^2, \quad (3.27)$$

reescreve-se a integral múltipla da Equação 3.26 com o integrando dado pelo produto das PDF de n variáveis aleatórias gaussianas reduzidas:

$$P_f = \int_{y_n \geq \|\mathbf{y}^d\|} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y_1^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \dots \frac{e^{-\frac{y_{n-1}^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{y_n^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy_1 \dots dy_{n-1} dy_n. \quad (3.28)$$

Nesse caso, a PDF gaussiana reduzida de y_1 é uma constante em relação às integrais das outras variáveis, exceto em relação à integral dela própria. O mesmo raciocínio é válido para as outras variáveis. Desta forma, as integrais podem ser separadas, da seguinte forma:

$$P_f = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y_1^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y_{n-1}^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy_{n-1} \right] \times \int_{y_n \geq \|\mathbf{y}^d\|} \frac{e^{-\frac{y_n^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy_n \quad (3.29)$$

As integrais colocadas entre colchetes são todas iguais a 1. Portanto, a probabilidade de falha é simplificada em

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_n \geq \|\mathbf{y}^d\|} \exp\left[-\frac{1}{2}y_n^2\right] dy_n \quad (3.30)$$

ou

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\|\mathbf{y}^d\|} \exp\left(-\frac{1}{2}y_n^2\right) dy_n = \Phi(-\|\mathbf{y}^d\|) = \Phi(-\beta). \quad (3.31)$$

Observa-se que analogamente ao caso unidimensional, o índice de confiabilidade β se confunde com a norma do vetor posição de \mathbf{y}^d , representando a menor distância entre $g(\mathbf{y}) = 0$ e a origem do sistema de coordenadas no espaço reduzido, como apresenta a Figura 13.

Sendo assim, \mathbf{y}^d é o ponto pertencente à $g(\mathbf{y}) = 0$ mais próximo da origem. Portanto, torna-se necessário obter esse ponto, ou seja, deve-se resolver o seguinte problema de otimização:

$$\beta = \min \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^{1/2} = \min (\mathbf{y}^T \cdot \mathbf{y})^{1/2} \quad (3.32)$$

sujeito a $\tilde{g}(\mathbf{y}) = 0$.

Algoritmos de busca por ponto de mínimo devem ser utilizados para resolver esse problema. Classicamente, devido a sua simplicidade e eficiência, o algoritmo de Hassofer, Lind, Rackwitz e Fiessler (HLRF) é sugerido. A fórmula de recorrência nesse algoritmo é dada por

$$g(\mathbf{y}_{k+1}) = \tilde{g}(\mathbf{y}_k) + \nabla \tilde{g}(\mathbf{y}_k)^T \cdot (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k) = 0. \quad (3.33)$$

Realizando manipulações algébricas para isolar \mathbf{y}_{k+1} , como apresentam Melchers (1999) e Beck (2011), chega-se a seguinte Equação 3.34 utilizada diretamente no algoritmo do FOSM,

$$\mathbf{y}_{k+1} = \frac{\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}_k)^T \cdot \mathbf{y}_k - \tilde{g}(\mathbf{y}_k)}{\|\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}_k)\|^2} \nabla \tilde{g}(\mathbf{y}_k) \quad (3.34)$$

Desta forma, depois de algumas iterações, o ponto de projeto \mathbf{y}^d tende a convergir.

O erro associado a linearização da equação de estado limite tende a diminuir a medida que o índice de confiabilidade aumenta. Isso se deve ao decaimento exponencial da PDF conjunta do espaço reduzido, que quanto mais distante da origem estiver a equação de estado limite menores erros serão incorporados à probabilidade de falha.

Se todas as variáveis aleatórias envolvidas na análise possuem distribuição gaussiana e forem independentes, o FOSM resolve problemas com equações de estado limite lineares e não lineares da mesma forma que o FORM. Entretanto, em problemas de engenharia é comum lidar com variáveis aleatórias não gaussianas, sendo importante atribuir as transformações sugeridas pelo FORM, que são descritas na seção a seguir.

Outra informação importante gerada pelo FOSM e seus derivados é o fator de sensibilidade das variáveis aleatórias na probabilidade de falha alcançada. Esse fator indica a importância de cada variável aleatória na análise probabilística realizada. Ele é encontrado a partir dos cossenos diretores do vetor unitário na direção de \mathbf{y}^d , ou seja,

$$\alpha = \frac{\mathbf{y}^d}{\beta}, \quad (3.35)$$

em que cada componente de α indica o fator de influência da correspondente variável aleatória.

Ao se analisar esses fatores, algumas conclusões importantes podem ser tomadas. Por exemplo, se o fator de sensibilidade de um parâmetro for muito alto em comparação aos outros parâmetros envolvidos, sugere-se uma melhoria no controle de qualidade referente a esse parâmetro durante a produção do elemento estrutural. Em contrapartida, no caso de um fator de sensibilidade muito baixo, entende-se que o parâmetro não possui influência significativa na análise probabilística, podendo até ser considerado como variável determinística e, ainda assim, não alterando significativamente a probabilidade de falha alcançada.

O FORM, apresentado a seguir, possui aplicação muito mais abrangente do que o FOSM, visto que ele é capaz de lidar com variáveis aleatórias de distribuições de probabilidades diferentes da gaussiana. Desta forma, o FOSM é geralmente visto apenas como uma etapa do FORM, sendo natural apresentá-lo de forma didática.

3.3.3 First-Order Reliability Method - FORM

Esse método difere do método anterior devido às transformações realizadas sobre as variáveis aleatórias originais do problema. Quando essas não são gaussianas, a transformação de Hasofer

e Lind não representa bem a distribuição original, uma vez que ela leva em consideração apenas os dois primeiros momentos da variável aleatória. Além disso, a dependência entre as variáveis aleatórias originais também não é computada. O FORM vai de encontro a essas limitações e sugere um conjunto de transformações analíticas que traz maior robustez a correspondência entre variáveis aleatórias no espaço original e variáveis aleatórias no espaço reduzido. As seguintes transformações são sugeridas pelo FORM:

- a) distribuição gaussiana equivalente (*normal tail transformation*) no ponto de projeto;
- b) transformações para tornar as variáveis aleatórias independentes.

Considerando essas transformações o FORM segue com as mesmas etapas do FOSM.

A distribuição gaussiana equivalente é utilizada para aproximar a variável aleatória original para o espaço gaussiano reduzido. Os procedimentos para a determinação dessa distribuição são encontrados na seção 2.4. Essa transformação é a primeira etapa do FORM, que consiste na redução das variáveis aleatórias originais dependentes \mathbf{X} em variáveis aleatórias reduzidas ainda dependentes \mathbf{Z} .

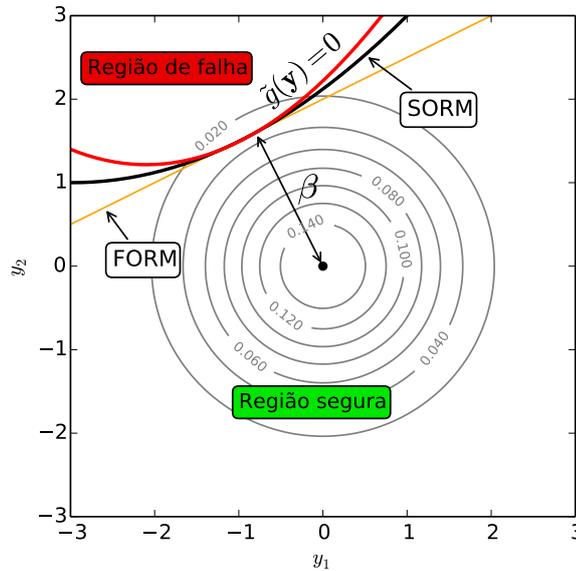
A transformação visando variáveis aleatórias reduzidas independentes \mathbf{Y} é realizada através da eliminação das correlações lineares no espaço reduzido \mathbf{Z} , se as variáveis originais forem linearmente correlacionadas. Destacam-se duas metodologias para realizar essa transformação: a transformação de Rosenblatt e a transformação de Nataf. Detalhes sobre elas podem ser encontrados em (MELCHERS, 1999). Entretanto, neste trabalho, as variáveis aleatórias são sempre adotadas como independentes, pois a dependência entre variáveis aleatórias reduz a dispersão da PDF conjunta quando a análise de confiabilidade é unimodal, ou seja, quando existe apenas uma equação de estado limite na análise. Desta forma, as probabilidades de falha obtidas são sempre maiores do que se a dependência fosse considerada, configurando uma simplificação a favor da segurança. Exemplos desse comportamento podem ser encontrados na ISO TR 10400 (2007).

3.3.4 *Second-Order Reliability Method - SORM*

Segundo Beck (2011), algumas situações podem fazer com que a linearização no ponto de projeto de uma equação de estado limite não linear seja insatisfatória. Esses casos ocorrem quando, por exemplo, as variáveis aleatórias são fortemente dependentes, quando as distribuições de probabilidade são fortemente não-gaussianas ou quando a equação de estado limite no espaço original é não linear. Nesses casos, o SORM é mais indicado, pois ele consiste na aproximação de segunda ordem da equação de estado limite no espaço reduzido.

Esse tipo de aproximação necessita de mais informações sobre a equação de estado limite, tal como as curvaturas ou pontos vizinhos do ponto de projeto. A aproximação final consiste em uma equação de estado limite do segundo grau centrada no ponto de projeto (MELCHERS, 1999). A resolução do problema, nesse caso, pode ser ilustrada através da Figura 14.

Figura 14 – Esquema de resolução de problema de confiabilidade através do SORM.



Fonte: elaborada pelo autor.

Neste trabalho, a metodologia proposta por Breitung (1984) é adotada. Nela, uma aproximação parabólica é realizada baseada nas curvaturas da equação de estado limite no espaço reduzido. Desta forma, a equação utilizada para calcular a probabilidade de falha é

$$P_{f_2} = \Phi(-\beta) \frac{1}{\sqrt{\det(\mathbf{I} + \beta \mathbf{A})}}, \quad (3.36)$$

em que β é o índice de confiabilidade de primeira ordem calculado com o FORM, \mathbf{I} é a matriz identidade e \mathbf{A} é a matriz dada por

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{Q}^T \cdot \nabla^2 \tilde{g}(\mathbf{y}^d) \cdot \mathbf{Q}}{\|\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d)\|}, \quad (3.37)$$

sendo $\nabla^2 \tilde{g}(\mathbf{y}^d)$ e $\nabla \tilde{g}(\mathbf{y}^d)$, respectivamente, matriz Hessiana e vetor gradiente da equação de estado limite no ponto de projeto do espaço reduzido. A matriz \mathbf{Q} consiste numa matriz de rotação que altera o sistema de coordenadas do espaço reduzido de forma a deixar um dos eixos com direção coincidente com a direção do índice de confiabilidade β , ainda mantendo a ortogonalidade dos demais eixos. Desta maneira, a matriz resultante \mathbf{A} deve conter as informações necessárias sobre as curvaturas do parabolóide ajustado.

Analogamente ao FOSM/FORM, verifica-se que essa aproximação tende ao valor exato da probabilidade de falha quando o índice de confiabilidade aumenta, devido ao decaimento exponencial da PDF conjunta no espaço reduzido. Ou seja, quando a distância entre $\tilde{g}(\mathbf{y}) = 0$ e origem do espaço reduzido aumenta.

4 TUBOS DE REVESTIMENTO EM POÇOS DE PETRÓLEO

Este capítulo tem como objetivo detalhar as principais considerações realizadas para as resistências de tubos durante a elaboração de um projeto de revestimento em poços de petróleo. A seção a seguir introduz aspectos gerais que devem ser considerados em projetos de revestimento de poços de petróleo, servindo de apoio para melhor contextualização da contribuição do trabalho. A seção seguinte apresenta formulações bem difundidas na literatura e adotadas em normas do setor para estimar a resistência dos tubos de revestimento.

4.1 Considerações Sobre Projetos de Revestimento de Poços

As especificações dos tubos de revestimento a serem utilizados em poços de petróleo geralmente constam no projeto de assentamento de sapatas. De acordo com ROCHA e AZEVEDO (2009), um projeto típico de assentamento de sapatas contém a definição dos revestimentos a serem utilizados, de seus diâmetros, de suas profundidades de assentamento, do número de fases do poço e do diâmetro do poço em cada fase. A elaboração do projeto deve ocorrer no sentido contrário ao da perfuração, isto é, a partir da profundidade final do poço até a superfície terrestre ou leito marinho. Desta forma, o objetivo é priorizado, independente do tipo do poço. Se for um poço de produção ou de injeção, por exemplo, os requisitos do reservatório precisam ser atendidos. No caso de poço exploratório, deve-se verificar as condições da geologia.

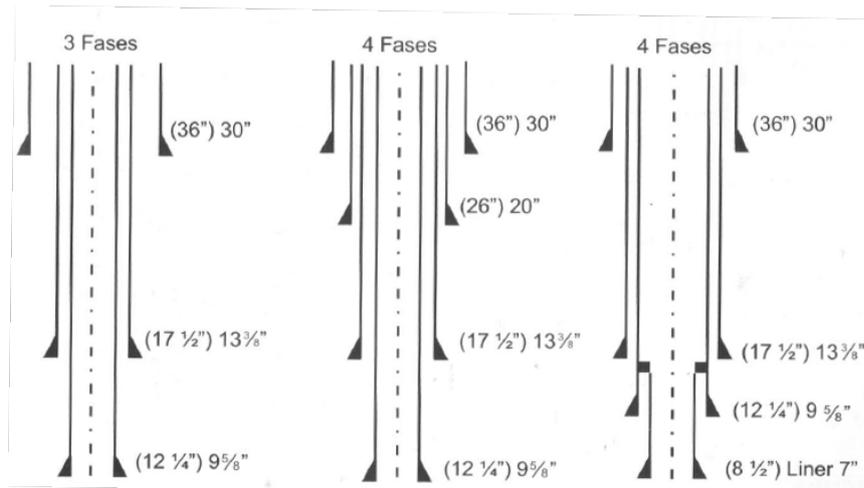
A profundidade de assentamento da sapata de cada revestimento em uma fase do poço é determinada através de critérios internos estabelecidos pelas operadoras de petróleo (ROCHA; AZEVEDO, 2009). Esses critérios geralmente são desenvolvidos com base em conceitos como janela operacional e tolerância ao *kick*. Além disso, esses critérios também devem fornecer os pesos específicos adequados para os fluidos de perfuração em cada fase do poço.

Os diâmetros dos revestimentos em cada fase, são determinados a partir da definição da finalidade do poço e das condições do reservatório, ou seja, dos requisitos definidos para a última fase (ROCHA; AZEVEDO, 2009). Por exemplo, um poço de produção deve ter um determinado diâmetro mínimo no revestimento produtor para atingir uma determinada vazão de produção. Esse diâmetro é fixado e os diâmetros das fases acima são determinados em função dele.

Já o diâmetro do poço, que coincide com o diâmetro da broca de perfuração, deve ser sempre maior do que o diâmetro do revestimento da mesma fase e menor do que o diâmetro

do revestimento da fase acima, exceto quando é necessário utilizar alargadores (*underreamers*). Desta forma, existem inúmeras combinações entre diâmetro da broca e do revestimento sugeridas pelas companhias de petróleo. A Figura 15 apresenta esquemas típicos das colunas de revestimento de poços de petróleo. O valor entre parênteses indica o diâmetro do poço e o fora dos parênteses indica o diâmetro do revestimento.

Figura 15 – Esquemática de projetos típicos de assentamento de sapatas utilizados em poços simples.



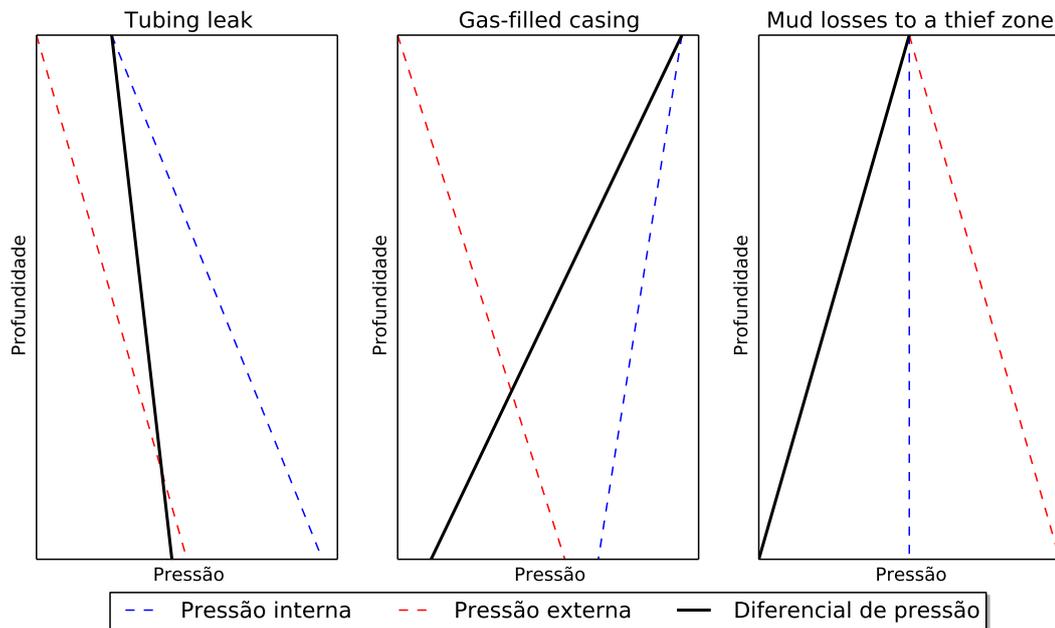
Fonte: ROCHA e AZEVEDO (2009, p. 337).

Portanto, tendo o esquema do poço, deve-se verificar quais tubos de revestimento são adequados para resistir aos diversos esforços presentes na subsuperfície.

Os tubos de revestimento são geralmente classificados por seu diâmetro externo, peso linear e grau do aço. O diâmetro externo dos revestimentos é definido previamente quando as fases do poço são concebidas. O peso linear do tubo está diretamente relacionado com sua espessura de parede. O grau do aço de um tubo indica a resistência do aço. Por exemplo, tubos com grau de aço K55, N80 e P110 possuem respectivamente tensões de escoamento mínimas iguais a 55000 psi, 80000 psi e 110000 psi. Nota-se que os dígitos da nomenclatura do grau do aço indicam a tensão de escoamento mínima em ksi. Desta forma, deve-se escolher os tubos com as configurações ideais para cada fase do poço em função das resistências calculadas por modelos e formulações de norma, mais detalhados na seção a seguir.

Para estimar as solicitações atuantes sobre os tubos, diversos dados precisam ser coletados sobre a geomecânica das camadas que englobam o poço, sobre os pesos de equipamentos que o revestimento suporta, sobre os fluidos de perfuração e fluidos produzidos pelo reservatório, entre outros. Na prática, todos esses efeitos são interpretados em termos de pressão interna, pressão externa e força axial e são geralmente apresentados em perfis de pressões, como os apresentados na Figura 16.

Figura 16 – Esquematização de perfis de pressão de cenários típicos de projeto.



Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 16 apresenta perfis de pressões para cenários típicos que devem ser analisados durante a elaboração do projeto. São esquematizados cenários de vazamento da coluna de produção (*tubing leak*), revestimento preenchido por gás (*gas-filled casing*) e perda de fluido para a formação (*mud losses to a thief zone*) (AADNØY, 2010). O diferencial de pressão é dado pela diferença entre pressão interna e externa. Analogamente, as informações de força axial ao longo da profundidade também devem ser anexadas aos cenários analisados. Desta forma, deve-se verificar quais tubos de revestimento disponíveis pela operadora de petróleo resistem a todos cenários possíveis. Ao final, o tubo adequado é escolhido em função do seu custo.

Em geral, após a etapa de assentamento do revestimento, realiza-se a cimentação da fase perfurada, sendo colocado concreto no espaço anular entre o tubo de revestimento e a formação. A cimentação possui o objetivo de fixar a coluna de revestimento e evitar que haja migração de fluidos entre as diversas zonas permeáveis atravessadas pelo poço, por fora do revestimento.

Visando focar nos parâmetros de resistência dos tubos e simplificar as análises, neste trabalho as solicitações são consideradas determinísticas e previamente conhecidas. Estudos específicos precisam ser realizados para que as solicitações sejam consideradas como probabilísticas, principalmente relacionados à probabilidade de ocorrência de solicitações extremas e sua intensidade. Ainda, grande parte das análises realizadas neste trabalho adotam o valor de solicitação igual ao valor da resistência de projeto do tubo, ou seja, a situação mais crítica de projeto é avaliada. Com isso, é possível obter a probabilidade de falha associada a esse valor de resistência.

4.2 Modelos de Resistência dos Tubos

Em geral, a estimativa da resistência de um tubo de revestimento pode ser feita através de teorias da mecânica dos materiais e a partir de dados de ensaios de laboratório. Muitas vezes, as duas práticas são usadas simultaneamente, onde coeficientes empíricos são calibrados via dados de ensaios para alimentar a formulação com base teórica. Quanto mais dados de ensaios laboratoriais estiverem disponíveis, melhor deve ser a estimativa. Entretanto, o custo dos ensaios geralmente é bastante alto, nem sempre sendo possível realizar a quantidade suficiente para calibrar o modelo. Isso torna a avaliação teórica extremamente importante. Adicionalmente, recorre-se também a simulações computacionais, calibradas com base teórica, que são capazes de reproduzir ensaios laboratoriais e aplicações reais com um custo muito menor.

Na literatura destacam-se alguns trabalhos que sugerem formulações para estimar as resistências dos tubos de revestimentos, tais como a equação de Barlow (API BULL 5C3, 1999) e o critério de von Mises (AADNØY, 2010; ISO TR 10400, 2007), Clinedinst (1939), Tamano et al. (1983), Abbassian e Parfitt (1995), Klever e Stewart (1998) e Klever e Tamano (2006).

A resistência de projeto geralmente é fornecida por normas específicas do setor que realizam minorações na resistência estimada do tubo. Dois tipos de minorações são comumente adotadas: a) adoção de parâmetros nominais no lugar dos parâmetros reais; b) aplicação de coeficientes de segurança recomendados por normas específicas.

É comum adotar o diferencial de pressão (ΔP) como o termo de referência para o valor de solicitação do tubo de revestimento. Basicamente, ΔP consiste na diferença entre pressão interna (P_i) e pressão externa (P_o). Quando $P_i > P_o$ o cenário de falha é caracterizado pela explosão (*burst*) do tubo. Quando $P_o > P_i$, tem-se a situação oposta, em que as pressões externas é que levam o tubo à ruína, neste caso a falha é conhecida pelo colapso (*collapse*) do tubo. Modelos de resistência destes dois casos são detalhados a seguir.

4.2.1 Resistência à Pressão Interna (*Burst*)

O *burst* de um tubo de revestimento ocorre quando a diferença entre a pressão interna (P_i) e a pressão externa (P_o) ultrapassa a resistência última à pressão interna do tubo de revestimento. O principal mecanismo que causa a falha é o limite de capacidade resistente do material do tubo, no caso, o aço. Esse limite pode ser adotado como a tensão de escoamento ou a tensão última de tração do aço.

Resistência ao Burst de acordo com a API Bull 5C3

A Equação 4.1 (AADNØY, 2010) representa uma aproximação para a real resistência ao *burst* de um tubo de revestimento. Essa fórmula é conhecida como equação de Barlow, dada por

$$R_{i\text{Barlow}} = 2\sigma_{\text{tensile}} \frac{t}{D}. \quad (4.1)$$

Nessa equação, verifica-se que a resistência depende apenas de três parâmetros: tensão resistente de tração σ_{tensile} , diâmetro externo D e espessura do tubo t . O valor de σ_{tensile} deve ser estabelecido de acordo com o estado limite pré-estabelecido. Para o início do escoamento do aço, utiliza-se σ_{tensile} como a tensão de escoamento do aço f_y . Para o estado limite último, utiliza-se a tensão última de tração do aço f_u . A API Bull 5C3 recomenda essa formulação com o início do escoamento do aço, adotando parâmetros nominais e mínimos para aplicação de projeto. Ou seja, σ_{tensile} igual a tensão de escoamento mínima $f_{y\text{mn}}$, D igual ao diâmetro nominal e t igual à espessura de parede nominal ainda reduzida pelo fator k_{wall} . Esse fator corresponde a uma tolerância admissível devido a imprecisões no processo de produção do tubo, sendo preconizado pela API Bull 5C3 em uma redução de 12.5% da espessura de parede. Desta forma, o fator vale 0.875. Assim, a resistência de projeto ao *burst* de acordo com a API Bull 5C3 é

$$R_{i\text{API}} = 2f_{y\text{mn}} \frac{0.875t}{D}. \quad (4.2)$$

Essa fórmula possui limitações decorrentes de simplificações na dedução da equação de Barlow, tais como: a) consideração apenas da tensão tangencial atuante no tubo, sendo a tensão radial desprezada; b) termos de ordem superior para a espessura de parede são desprezados, tornando a equação menos precisa para tubos de parede grossa, e; c) não consideração de nenhuma imperfeição decorrente do processo produtivo dos tubos de revestimento.

Além disso, na presença de força axial de tração, a norma recomenda que nenhuma alteração na Equação 4.2 seja realizada, uma vez que esse tipo de esforço, até certo limite, é benéfico para a resistência à pressão interna. Nenhuma consideração é feita sobre força axial de compressão.

Para considerar a pressão externa P_o , a resistência à pressão interna passa a ser definida como o diferencial de pressão resistente $\Delta R_{i\text{API}}$, dado por

$$\Delta R_{i\text{API}} = R_{i\text{API}} - P_o = 2f_{y\text{mn}} \frac{0.875t}{D}, \quad (4.3)$$

em que $R_{i\text{API}}$ passa a ser o valor absoluto de resistência à pressão interna.

Resistência ao Burst de acordo com a ISO TR 10400

Outra formulação que estima a pressão resistente ao *burst* é a encontrada em Klever e Stewart (1998). Ela é deduzida a partir do equilíbrio de um tubo com espessura de parede e diâmetro externo conhecidos, combinado com um modelo de plastificação e um modelo para consideração dos efeitos das imperfeições decorrentes dos processos de produção do tubo. Ainda, durante a dedução, admite-se o tubo sob condições de ponta fechada (*capped-end*), o seja, a pressão é aplicada em uma extremidade do tubo estando a outra extremidade tampada. A formulação é dada por

$$R_{i\text{KS}} = \frac{2k_{\text{dr}}f_u(t_{\text{min}} - k_a a)}{D - (t_{\text{min}} - k_a a)} \quad (4.4)$$

em que f_u é a tensão de tração última do aço, t_{\min} é a menor espessura de parede medida ao longo do tubo, D é o diâmetro externo nominal do tubo, a é a profundidade máxima de uma trinca na parede do tubo devido ao processo de produção, k_a é um fator de amplificação dessa trinca a depender da tenacidade do aço, geralmente 1.0 ou 2.0, e k_{dr} é um fator de correção baseado nas deformações de encruamento do aço, dado por

$$k_{dr} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\eta+1} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{\eta+1} \quad (4.5)$$

sendo η um fator adimensional de encruamento obtido a partir de um ajuste para a curva tensão-deformação do ensaio de tração uniaxial do aço. Verifica-se que esse fator é influenciado basicamente pela tensão de escoamento do aço. Portanto, na falta de dados de ensaios de tração uniaxiais, pode-se estimar o valor de η por

$$\eta = 0.1693 - 8.12 \times 10^{-7} f_y. \quad (4.6)$$

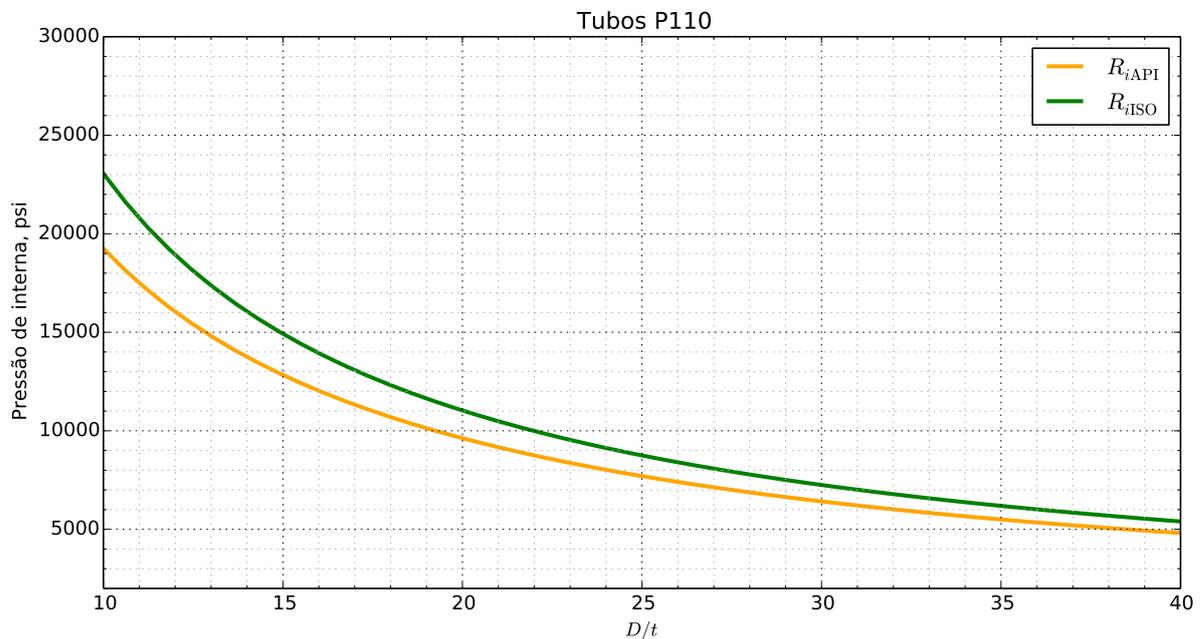
Essa aproximação para η só é válida para f_y em psi.

Comparando a Equação 4.4 com a Equação 4.1, nota-se a inclusão de parâmetros referentes às imperfeições dos tubos, ao processo de plastificação do aço e à consideração de seu limite de resistência à tração. A ISO TR 10400 recomenda para projeto uma derivação de K-S, a equação é

$$R_{ISO} = \frac{2k_{dr}f_{umn}(k_{wall}t - k_a a_N)}{D - (k_{wall}t - k_a a_N)} \quad (4.7)$$

em que f_{umn} é a tensão mínima de tração do aço, t é a espessura de parede nominal, k_{wall} é a tolerância admissível para a espessura de parede, a_N é a máxima profundidade que uma trinca na parede do tubo pode ter e não ser detectada pelo sistema de inspeção do fabricante, e k_a e k_{dr} são os mesmos da Equação 4.4. Em geral, a_N é dado como uma porcentagem da espessura de parede e k_a é 1.0 para materiais que passam por têmpera e revenimento, apresentando estrutura martensítica, e 2.0 para os outros casos. Valores intermediários entre 1.0 e 2.0 também podem ser adotados quando dados de produção dos tubos estiverem disponíveis, sendo a metodologia detalhada na norma.

Na Figura 17, os modelos das duas normas são comparados (Equação 4.2 e Equação 4.7). Tubos de grau P110 são utilizados na análise. Valores usuais para os parâmetros relacionados às imperfeições deste grau de aço são: $a_N = 5\% t$, $k_a = 1.0$, $k_{wall} = 0.875$.

Figura 17 – Comparação entre os modelos de resistência ao *burst* para tubos de diferentes D/t de grau P110.

Fonte: elaborada pelo autor.

O gráfico apresenta o comportamento das resistências em função da razão D/t . Verifica-se que tubos com menor razão D/t apresentam maiores resistências. Para valores altos de D/t , onde a hipótese de parede fina adotada por Barlow é mais coerente, os valores de resistência das duas normas tendem a se aproximar. Nota-se também que a ISO TR 10400 recomenda resistências maiores do que a antiga API Bull 5C3.

É importante destacar que o modelo de resistência ao *burst* de Klever e Stewart (1998) (Equação 4.4) é escolhido pela ISO TR 10400 para ser base de sua equação de projeto, pois ele é o que melhor se ajusta aos dados de ensaios de pressão interna disponíveis. No total são 106 dados de ensaios de pressão interna disponibilizados por fabricantes. Esses ensaios são realizados sob condições de ponta fechada. Neste caso, observa-se que existe uma força axial de tração atuante sobre o tubo no momento e no ponto de ruptura, decorrente da pressão interna aplicada.

Além disso, a equação de Klever e Stewart (1998) é válida somente para tubos com um valor de tenacidade mínimo, sendo o mecanismo de falha também conhecido como ruptura dúctil (*ductile rupture*). Quando o tubo não possui essa tenacidade mínima, ele deve falhar como um material frágil. Nesse caso, outra formulação deve ser utilizada. Mais informações sobre esse mecanismo de ruptura são encontradas na ISO TR 10400.

Ações combinadas - *Burst* ISO TR 10400

Visando contemplar cenários mais realísticos, pressão interna, externa e força axial são considerados atuando simultaneamente sobre o revestimento. Nesses casos, a estimativa da resistência ao *burst* sugerida pela ISO TR 10400 é precedida do cálculo da força efetiva ($F_{\text{eff KS}}$) atuante. Ela pode ser interpretada como uma correção para a força axial devido às solicitações de pressão interna e externa. Valores positivos de $F_{\text{eff KS}}$ indicam tração e valores negativos indicam compressão. Quando $F_{\text{eff KS}} = 0$, tem-se a Equação 4.4 ou a Equação 4.7. Desta forma, a $F_{\text{eff KS}}$ é dada por

$$F_{\text{eff KS}} = F_a + P_o \pi t (D - t) - \frac{p_M \pi t (D - t) (D - 2t_{\text{dr}})^2}{4t_{\text{dr}} (D - t_{\text{dr}})}, \quad (4.8)$$

em que

$$p_M = p_{\text{ref M}} \sqrt{1 - k_R \left(\frac{F_{\text{eff KS}}}{F_{\text{uts}}} \right)^2}, \quad (4.9)$$

$$t_{\text{dr}} = t_{\text{min}} - k_a a, \quad (4.10)$$

$$k_R = \frac{4^{1-\eta} - 1}{3^{1-\eta}}, \quad (4.11)$$

$$F_{\text{uts}} = \pi t (D - t) f_u, \quad (4.12)$$

$$p_{\text{ref M}} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+\eta} \left(\frac{1}{2} \right)^\eta p_{\text{uts}}, \quad (4.13)$$

$$p_{\text{uts}} = \frac{2t_{\text{dr}} f_u}{D - t_{\text{dr}}}. \quad (4.14)$$

Em resumo, os parâmetros básicos para calcular a $F_{\text{eff KS}}$ são os mesmos da Equação 4.4: f_u , D , t_{min} , η , a e k_a , sendo adicionadas a espessura de parede média t , a força axial F_a e a pressão externa P_o . Nota-se também que o cálculo de $F_{\text{eff KS}}$ depende de p_M que por sua vez depende de $F_{\text{eff KS}}$ (Equações 4.8 e 4.9). Neste caso, um solucionador numérico pode ser utilizado para resolver o sistema de duas equações e duas incógnitas. Por outro lado, através de manipulações puramente algébricas é possível chegar na seguinte expressão para a força efetiva:

$$F_{\text{eff KS}} = \frac{C_1 - C_2 \sqrt{1 - C_3 (C_1^2 - C_2^2)}}{1 - C_3 C_2^2}, \quad (4.15)$$

onde

$$C_1 = F_a + P_o \pi t (D - t), \quad (4.16)$$

$$C_2 = \frac{p_{\text{ref M}} \pi t (D - t) (D - 2t_{\text{dr}})^2}{4t_{\text{dr}} (D - t_{\text{dr}})}, \quad (4.17)$$

$$C_3 = \frac{k_R}{F_{\text{uts}}^2}. \quad (4.18)$$

Esse formato de $F_{\text{eff KS}}$ é obtido combinando as Equações 4.8 e 4.9 e reescrevendo-as na forma de equação do segundo grau para $F_{\text{eff KS}}$. Resolvendo a equação uma raiz é descartada e a outra corresponde a Equação 4.15.

Finalmente, a resistência à pressão interna é dada como o diferencial de pressão resistente $\Delta R_{i\text{KS}}$ dado por

$$\Delta R_{i\text{KS}} = R_{i\text{KS}} - P_o = \min \left(\frac{p_M + p_{\text{ref T}}}{2}, p_M \right), \quad (4.19)$$

em que $R_{i\text{KS}}$ é o valor absoluto da resistência à pressão interna e

$$p_{\text{ref T}} = \left(\frac{1}{2} \right)^\eta p_{\text{uts}}. \quad (4.20)$$

Essa formulação é baseada nos critérios de escoamento de von Mises e Tresca combinados com um modelo de plastificação para materiais dúcteis até a ruptura.

Quando a $F_{\text{eff KS}}$ sobre o tubo é suficientemente alta (em módulo), outros mecanismos de ruptura ocorrem sobre o mesmo, tais como o empescoamento (*necking*) para tração, ou o enrugamento (*wrinkling*) para a compressão. O modelo apresentado acima é conservador para o enrugamento e, portanto, pode continuar sendo utilizado em casos de $F_{\text{eff KS}}$ negativas extremas (compressões extremas). Já no caso de empescoamento o modelo precisa ser corrigido. Desta forma, o empescoamento deve ocorrer quando

$$\frac{F_{\text{eff KS}}}{F_{\text{uts}}} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{1-\eta}, \quad (4.21)$$

sendo dado por

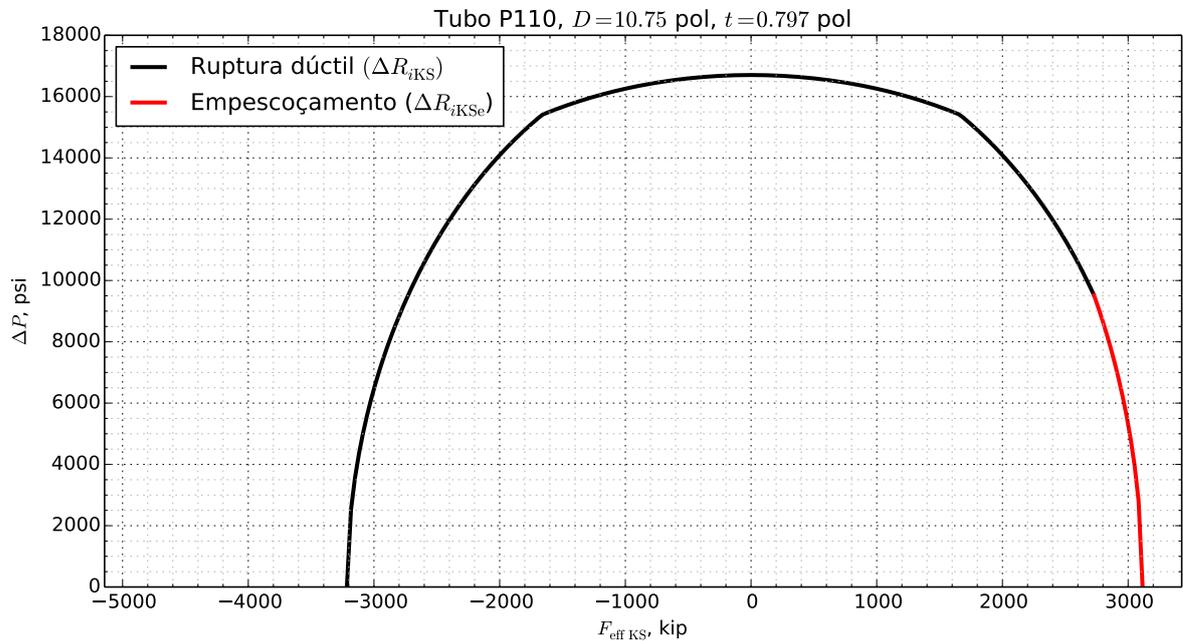
$$\Delta R_{i\text{KSn}} = p_{\text{ref M}} \sqrt{\frac{1}{k_N} \left[1 - \left(\frac{F_{\text{eff KS}}}{F_{\text{uts}}} \right)^2 \right]} \quad (4.22)$$

em que $k_N = 4^{1-\eta} - 3^{1-\eta}$.

As resistências de projeto são obtidas fazendo o mesmo procedimento, entretanto as seguintes substituições precisam ser realizadas: f_u por f_{umn} , t_{min} por $k_{\text{wall}}t$ e a por a_N . Adicionalmente, t passa a ser interpretado como espessura de parede nominal ao invés de espessura de parede média.

O gráfico da Figura 18 apresenta os valores de resistência à ruptura dúctil ($\Delta R_{i\text{KS}}$) e ao empescoamento ($\Delta R_{i\text{KSn}}$) em função da força efetiva ($F_{\text{eff KS}}$), para o tubo P110 com diâmetro externo igual a 10.75 pol e espessura de parede igual a 0.797 pol.

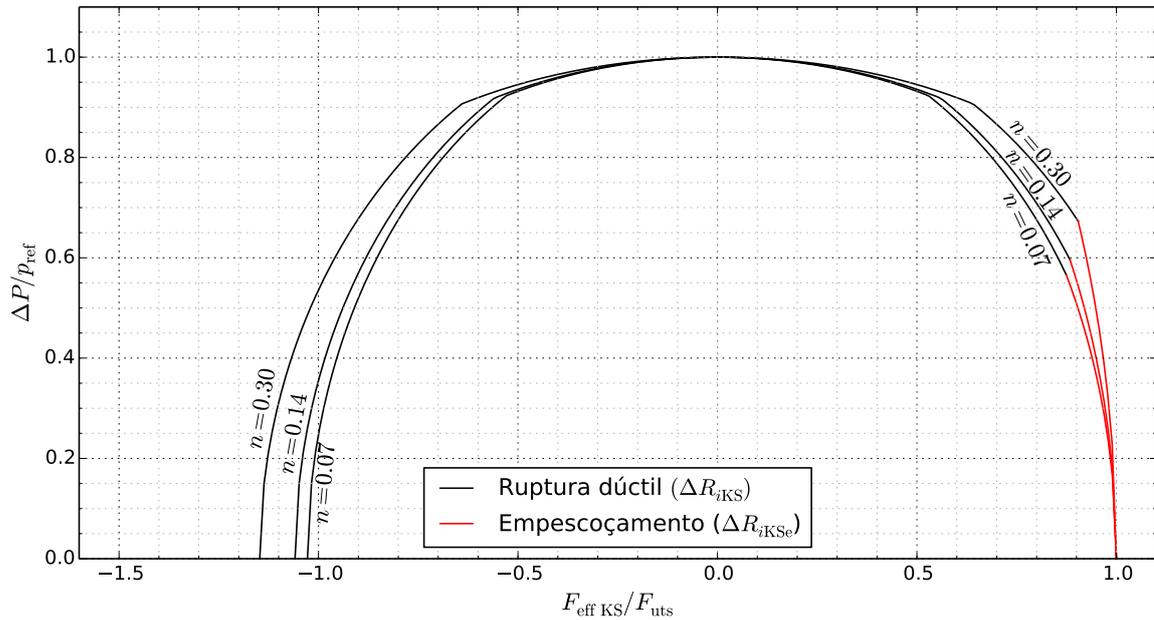
Figura 18 – Envoltória de ruptura dúctil e empescoçamento dúctil em função da força efetiva atuante para o tubo P110, $D = 10.75$ pol e $t = 0.797$ pol.



Fonte: elaborada pelo autor.

O termo envoltória consiste na delimitação da região de não excedência da resistência do tubo. Isso porque nesse tipo de gráfico é possível plotar também carregamentos (pontuais ou trajetórias) e verificar se eles estão dentro dos limites do modelo.

Uma análise mais geral pode ser realizada tornando os eixos do gráfico adimensionais. As resistências, no eixo das ordenadas, são fatoradas por $p_{ref} = 0.5(p_{refM} + p_{refT})$. Já a força efetiva é fatorada pelo termo F_{uts} da Equação 4.12. Essas simplificações tornam a análise gráfica generalizada para qualquer tubo com um fator de encruamento constante. A Figura 19 apresenta as envoltórias de resistência para $\eta = 0.07$, $\eta = 0.14$ e $\eta = 0.30$.

Figura 19 – Evolução da envoltória de K-S em função do fator de encruamento η .

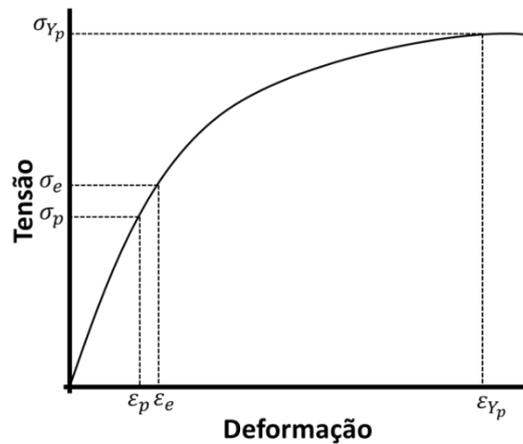
Fonte: elaborada pelo autor.

Verifica-se que valores usuais de η ($0.07 \leq \eta \leq 0.14$) não influenciam muito a envoltória da formulação combinada de Klever e Stewart (1998). Nota-se que apenas em valores extremos de η existe uma alteração significativa da envoltória ($\eta = 0.30$). Valores muito altos de η devem ocorrer para tubos de alto endurecimento, como aqueles compostos por aço duplex, usados em ambientes quimicamente agressivos. Aços de aço mais comuns possuem η variando no intervalo compreendido entre 0.07 e 0.14.

4.2.2 Resistência à Pressão Externa (Colapso)

Em oposição ao *burst*, o colapso acontece quando a pressão externa (P_o) é maior do que a pressão interna (P_i). De acordo com Aadnøy (2010), o colapso é caracterizado tanto pela perda de integridade estrutural do tubo como por deformações excessivas que podem comprometer o poço, impossibilitando a passagem de equipamentos. Verifica-se experimentalmente que existem três tipos de mecanismos de colapso (CLINEDINST, 1985): colapso elástico, colapso plástico e colapso por escoamento. O colapso elástico ocorre com tensões abaixo do limite de proporcionalidade (ϵ_p, σ_p). O colapso plástico ocorre com tensões acima do limite de proporcionalidade, mas abaixo do limite de escoamento ($\epsilon_{Y_p}, \sigma_{Y_p}$). E o colapso por escoamento ocorre quando as tensões atingem o limite de escoamento. A Figura 20 ilustra os níveis de tensões supracitados que definem cada regime de colapso em um ensaio uniaxial de tração.

Figura 20 – Ilustração de resposta tensão-deformação de ensaio uniaxial para materiais dúcteis.



Fonte: elaborada pelo autor.

Mais especificamente, o mecanismo de colapso depende diretamente da relação entre diâmetro externo e espessura do tubo (D/t). Essa relação quantifica a robustez da seção transversal do tubo, em que tubos com menor D/t são mais robustos do que tubos com maior D/t , os quais são mais esbeltos.

Baseando-se na análise física dos mecanismos de colapso e na observação de ensaios experimentais, diversos autores (AADNØY, 2010; API BULL 5C3, 1999; CLINEDINST, 1939; CLINEDINST, 1985; ABBASSIAN; PARFITT, 1995; TAMANO et al., 1983; KLEVER; TAMANO, 2006) sugerem expressões para estimar o momento exato da ruptura do tubo. De maneira geral, essas expressões se baseiam em características geométricas (D e t) e mecânicas (f_y) dos tubos. Algumas delas ainda consideram imperfeições que podem afetar as resistências dos tubos, tais como ovalização (ov), excentricidade (ec) e tensão residual (rs).

A Equação 4.23, por exemplo, pode ser aplicada a tubos com menor valor de D/t . Sua dedução é feita com base na pressão que gera a mínima tensão de escoamento na parede interna do tubo, calculada através do desenvolvimento das equações de Lamé aplicadas no critério de início de escoamento de von Mises (AADNØY, 2010). Dada por

$$R_{oYp} = 2Y_p \frac{(D/t) - 1}{(D/t)^2} \quad (4.23)$$

em que Y_p é a tensão de escoamento mínima do aço.

Já a Equação 4.24 é melhor aplicada para tubos com D/t maiores. Essa equação foi desenvolvida por Clinedinst (1939) e é dada por

$$R_{oE} = \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D/t) [(D/t) - 1]^2} \quad (4.24)$$

em que E_y e ν são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do aço. Observe que ela não depende de $\sigma_{tensile}$, ou seja, ela não considera limites de resistência do material, possuindo como base a flambagem da seção transversal do tubo.

Resistência ao Colapso de acordo com a API Bull 5C3

A API Bull 5C3 e a ISO TR 10400 recomendam para projeto a definição de quatro regimes de D/t para a utilização de diferentes equações de colapso em cada regime. O primeiro regime é dado por R_{oYp} (Equação 4.23). O segundo e terceiro regimes são definidos com base empírica, probabilística e algébrica. Eles são apresentados a seguir. O quarto regime, também apresentado na sequência, consiste na Equação 4.24 com reduções percentuais específicas para chegar na resistência para projeto.

O segundo regime é chamado de colapso plástico e é dado pela seguinte equação:

$$R_{oP} = Y_p \left[\frac{A_c}{(D/t)} - B_c \right] - C_c \quad (4.25)$$

em que Y_p , D e t são parâmetros nominais, e A_c e B_c são constantes determinadas empiricamente quando a Equação 4.25 é ajustada para elas (sem a constante C_c) a partir de dados de ensaios de colapso. Um total de 2488 ensaios de colapso dos graus de aço K55, N80 e P110 são utilizados para realizar o ajuste de curva. A constante C_c é inserida logo em seguida visando estabelecer uma margem de segurança para projeto. Ela é deduzida como um limite de tolerância unilateral com a função de dar um nível de confiança de 95% de que apenas 0.5% dos tubos projetados devem falhar. Isso significa que a norma estabelece uma probabilidade de falha de 0.5% para os projetos de tubos de revestimento em cenários de colapso. Entretanto, alguns trabalhos (ADAMS et al., 1998; JU et al., 1998) verificam que essa probabilidade de falha não converge com a probabilidade de falha encontrada via análise de confiabilidade estrutural. Isso implica em uma motivação adicional para atualização dessas recomendações normativas. As constantes A_c , B_c e C_c são dadas por:

$$\begin{aligned} A_c &= 2.8762 + 0.10679 \cdot 10^{-5} \cdot Y_p + 0.21301 \cdot 10^{-10} \cdot Y_p^2 - 0.53132 \cdot 10^{-16} \cdot Y_p^3, \\ B_c &= 0.026233 + 0.50609 \cdot 10^{-6} \cdot Y_p, \\ C_c &= -465.93 + 0.030867 \cdot Y_p - 0.10483 \cdot 10^{-7} \cdot Y_p^2 + 0.36989 \cdot 10^{-13} \cdot Y_p^3. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Percebe-se que as constantes são determinadas em função do grau de aço do tubo, dependendo apenas de Y_p . Além disso, as equações destas constantes são deduzidas a partir de uma interpolação para os graus K55, N80 e P110, seguida de uma extrapolação para outros graus, sendo portanto aplicáveis a outros tubos com diferentes tensões de escoamento.

O terceiro regime, chamado de colapso de transição, é definido para que o colapso plástico seja suavemente ligado ao quarto regime (colapso elástico mínimo, definido a seguir). Isso porque esses dois regimes não se interceptam para um D/t consistente. Tem-se o terceiro regime definido por

$$R_{oT} = Y_p \left[\frac{F_c}{(D/t)} - G_c \right] \quad (4.27)$$

onde F_c e G_c são dados em função dos parâmetros 4.26:

$$F = \frac{46.95 \times 10^6 \left[\frac{3B_c/A_c}{2+B_c/A_c} \right]^3}{Y_p \left[\frac{3B_c/A_c}{2+(B_c/A_c)} - (B_c/A_c) \right] \left[1 - \frac{3B_c/A_c}{2+(B_c/A_c)} \right]^2} \quad (4.28)$$

$$G = \frac{F_c B_c}{A_c}.$$

O desenvolvimento da Equação 4.27 é puramente algébrico. A API Bull 5C3 assume que essa curva deve ser tangente ao colapso elástico (quarto regime) e interceptar o eixo das abscissas onde R_{oP} sem a constante C_c também intercepta.

Por fim, o quarto regime é o colapso elástico mínimo, que consiste em uma redução da Equação 4.24. Essa redução é atribuída da seguinte maneira: inicialmente 5% de redução, com o arredondamento na segunda casa decimal, e, sobre esse resultado, 25% de redução, com o arredondamento na terceira casa decimal, correspondendo à resistência mínima ao colapso elástico. O resultado é a seguinte equação:

$$R_{oEmin} = \frac{46.95 \times 10^6}{(D/t) [(D/t) - 1]^2} \quad (4.29)$$

em que E_y e ν da Equação 4.24 são substituídos respectivamente por 30×10^6 *psi* e 0.3, valores correspondentes ao aço.

As três fronteiras de cada regime de colapso são dadas pelas interseções das curvas dos quatro regimes de colapso. O desenvolvimento algébrico para encontrar essas interseções, resulta em:

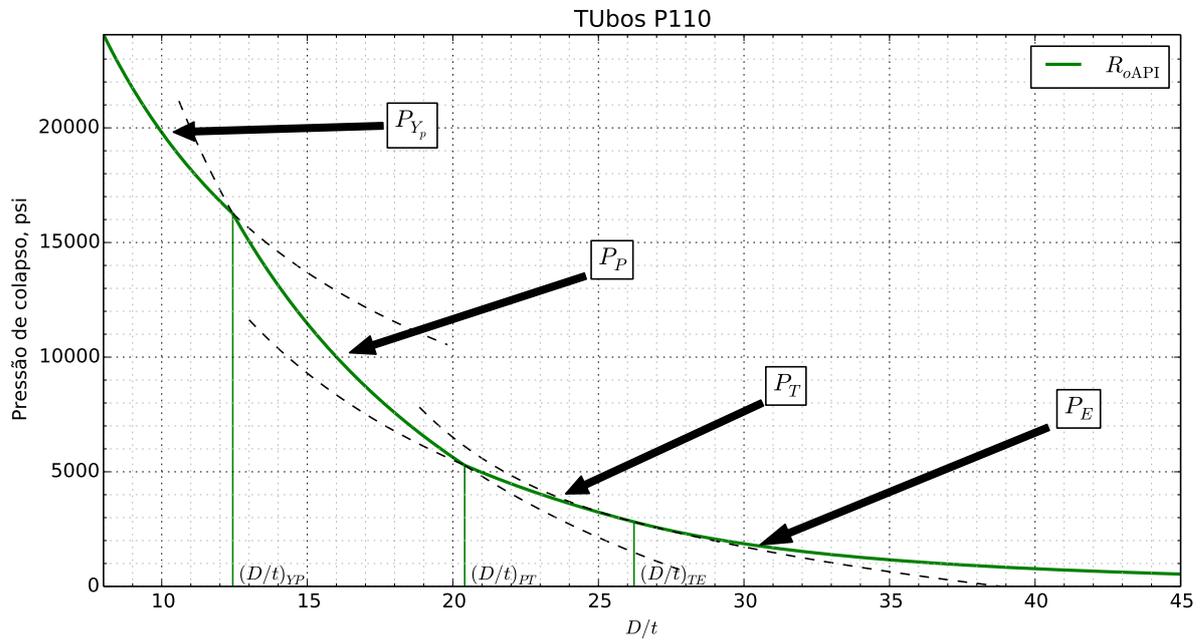
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{fronteira entre } R_{oYp} \text{ e } R_{oP} \longrightarrow (D/t)_{YP} = \frac{\sqrt{(A_c-2)^2 + 8(B_c+C_c/Y_p) + (A_c-2)}}{2(B_c+C_c/Y_p)}, \\ \text{fronteira entre } R_{oP} \text{ e } R_{oT} \longrightarrow (D/t)_{PT} = \frac{Y_p(A_c-F_c)}{C_c+Y_p(B_c-G_c)}, \\ \text{fronteira entre } R_{oT} \text{ e } R_{oEmin} \longrightarrow (D/t)_{TE} = \frac{2+B_c/A_c}{3B_c/A_c}. \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Desta maneira, de acordo com a API Bull 5C3, um determinado tubo com um D/t específico tem sua resistência de projeto à pressão externa dada por:

$$R_{oAPI} = \begin{cases} R_{oYp} & \text{se } D/t \leq (D/t)_{YP}, \\ R_{oP} & \text{se } (D/t)_{YP} < D/t \leq (D/t)_{PT}, \\ R_{oT} & \text{se } (D/t)_{PT} < D/t \leq (D/t)_{TE}, \\ R_{oEmin} & \text{se } (D/t)_{TE} < D/t. \end{cases} \quad (4.31)$$

A Figura 21 apresenta uma ilustração gráfica da resistência de projeto ao colapso de tubos P110. As linhas tracejadas indicam o prolongamento de cada regime de colapso, fora das recomendações de projeto.

Figura 21 – Resistência de projeto ao colapso de tubos P110 de acordo com API Bull 5C3 com os regimes de colapso destacados.

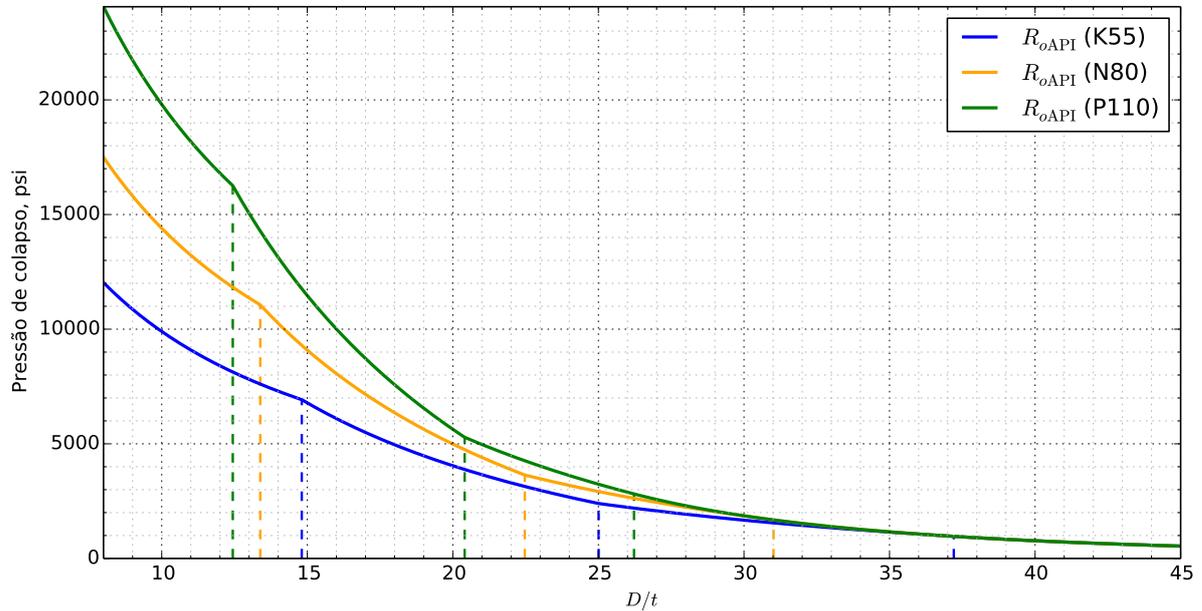


Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se o decaimento de resistência com o aumento de D/t e a formação de picos nos pontos de interseção entre os regimes, caracterizando transições não suaves.

A Figura 22 apresenta gráficos de resistência ao colapso para tubos K55, N80 e P110, de acordo com a API Bull 5C3. Nos gráficos são destacados os diferentes regimes de colapso desses graus de aço.

Figura 22 – Resistências de projeto ao colapso de tubos K55, N80 e P110, de acordo com a API Bull 5C3.



Fonte: elaborada pelo autor.

Ações combinadas - Colapso API Bull 5C3

Na presença de força axial de tração (F_a positivo), a norma recomenda a substituição de Y_p pela tensão de escoamento equivalente Y_{pa} . Ela consiste numa tensão de escoamento penalizada devido ao esforço axial aplicado, onde

$$Y_{pa} = Y_p \left(\sqrt{1 - 0.75(S_a/Y_p)^2} - 0.5(S_a/Y_p) \right) \quad (4.32)$$

Desta forma, o valor de Y_p deve ser esquecido e todo o procedimento de cálculo da resistência de projeto deve ser realizado em seguida com Y_{pa} . Como limitação, impõe-se que, se Y_{pa} for menor do que 24000 *psi*, essa prática não deve ser adotada.

Para considerar a pressão interna P_i atuante no tubo, deve-se verificar o diferencial de pressão resistente ΔR_{oAPI} , dado por

$$\Delta R_{oAPI} = \begin{cases} R_{oYp} & \text{se } D/t \leq (D/t)_{Yp}, \\ R_{oP} & \text{se } (D/t)_{Yp} < D/t \leq (D/t)_{PT}, \\ R_{oT} & \text{se } (D/t)_{PT} < D/t \leq (D/t)_{TE}, \\ R_{oEmin} & \text{se } (D/t)_{TE} < D/t. \end{cases} - \left(1 - \frac{2}{D/t} \right) P_i \quad (4.33)$$

Resistência ao Colapso de acordo com a ISO TR 10400

O modelo de resistência de Klever e Tamano (2006) é eleito pela ISO TR 10400 como o que melhor estima a resistência à pressão externa de tubos de revestimento de poços. A expressão é

dada por

$$R_{oKT} = \frac{(R_{oE\text{ ult}} + R_{oY\text{ ult}}) - \sqrt{(R_{oE\text{ ult}} - R_{oY\text{ ult}})^2 + 4R_{oE\text{ ult}}R_{oY\text{ ult}}Ht_{\text{ult}}}}{2(1 - Ht_{\text{ult}})}, \quad (4.34)$$

em que $R_{oE\text{ ult}}$ é a pressão de colapso elástico última, $R_{oY\text{ ult}}$ é a pressão de colapso por escoamento última e Ht_{ult} é um fator de redução influenciado pelas imperfeições do processo produtivo dos tubos. Eles são dados respectivamente por

$$R_{oE\text{ ult}} = k_{e\text{ uls}} \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D_{\text{ave}}/t_{c\text{ ave}}) [(D_{\text{ave}}/t_{c\text{ ave}}) - 1]^2}, \quad (4.35)$$

$$R_{oY\text{ ult}} = k_{y\text{ uls}} 2f_y \left(\frac{t_{c\text{ ave}}}{D_{\text{ave}}} \right) \left(1 + \frac{t_{c\text{ ave}}}{2D_{\text{ave}}} \right), \quad (4.36)$$

$$Ht_{\text{ult}} = 0.127ov + 0.0039ec - 0.440(rs/f_y) + h_n, \quad (4.37)$$

onde E_y é o módulo de elasticidade do aço, ν é o coeficiente de Poisson, f_y é a tensão de escoamento medida, D_{ave} é o diâmetro externo médio medido, $t_{c\text{ ave}}$ é a espessura de parede média medida, ov é a ovalização, ec é a excentricidade, rs é a tensão residual e h_n é um fator de forma para a curva tensão-deformação do aço. Os coeficientes $k_{e\text{ uls}}$ e $k_{y\text{ uls}}$ são coeficientes calibrados empiricamente para a resistência calculada estimar da melhor forma possível os dados de ensaios de colapso. Ou seja, eles devem ser calculados com o objetivo de deixar a curva teórica de R_{oKT} mais próxima dos pontos de ensaios de colapso. De acordo com a série de dados históricos com 2986 ensaios de colapso, a norma sugere os valores $k_{e\text{ uls}} = 1.089$ e $k_{y\text{ uls}} = 0.9911$.

De maneira geral, todos esses parâmetros devem ser obtidos através de dados brutos de produção, sem tratamentos. Ou seja, D_{ave} , $t_{c\text{ ave}}$, ov e ec devem ser medidos em várias geratrizes para o mesmo tubo e em seguida é realizada uma análise estatística de obtenção de um valor representativo de todo o lote, o qual será empregado no projeto do revestimento. Já os outros parâmetros (E_y , ν , f_y , rs e h_n) só podem ser obtidos através de ensaios destrutivos. Isso significa que é necessário extrair uma amostra representativa do lote no qual o tubo foi expedido.

O fator de forma h_n deve variar com o formato da curva tensão-deformação obtida no ensaio de tração. Tubos que apresentam curvas com formato mais retilíneo sugere-se $h_n = 0$, enquanto que curvas de formato mais arredondado sugere-se $h_n = 0.017$.

Apesar de recomendar a metodologia dos quatro regimes de colapso, apresentada na seção anterior, a ISO TR 10400 traz em um dos seus anexos um texto informativo que apresenta uma nova formulação para cálculo da resistência de projeto ao colapso, dada por

$$R_{oISO} = \frac{(k_{e\text{ des}}R_{oE} + k_{y\text{ des}}R_{oY}) - \sqrt{(k_{e\text{ des}}R_{oE} - k_{y\text{ des}}R_{oY})^2 + 4k_{e\text{ des}}R_{oE}k_{y\text{ des}}R_{oY}Ht_{\text{des}}}}{2(1 - Ht_{\text{des}})}, \quad (4.38)$$

em que R_{oE} é a pressão de colapso elástico e R_{oY} é a pressão de colapso por escoamento, dados por

$$R_{oE} = \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D/t) [(D/t) - 1]^2}, \quad (4.39)$$

$$R_{oY} = 2f_{ymn} \left(\frac{t}{D} \right) \left(1 + \frac{t}{2D} \right), \quad (4.40)$$

onde $E_y = 30 \times 10^6$ e $\nu = 0.28$, e, f_{ymn} , D e t são parâmetros nominais do tubo. Os coeficientes $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ correspondem a minorações realizadas a partir de conclusões da análise de confiabilidade e Ht_{des} é um fator de decremento semelhante a Ht_{ult} , dado por:

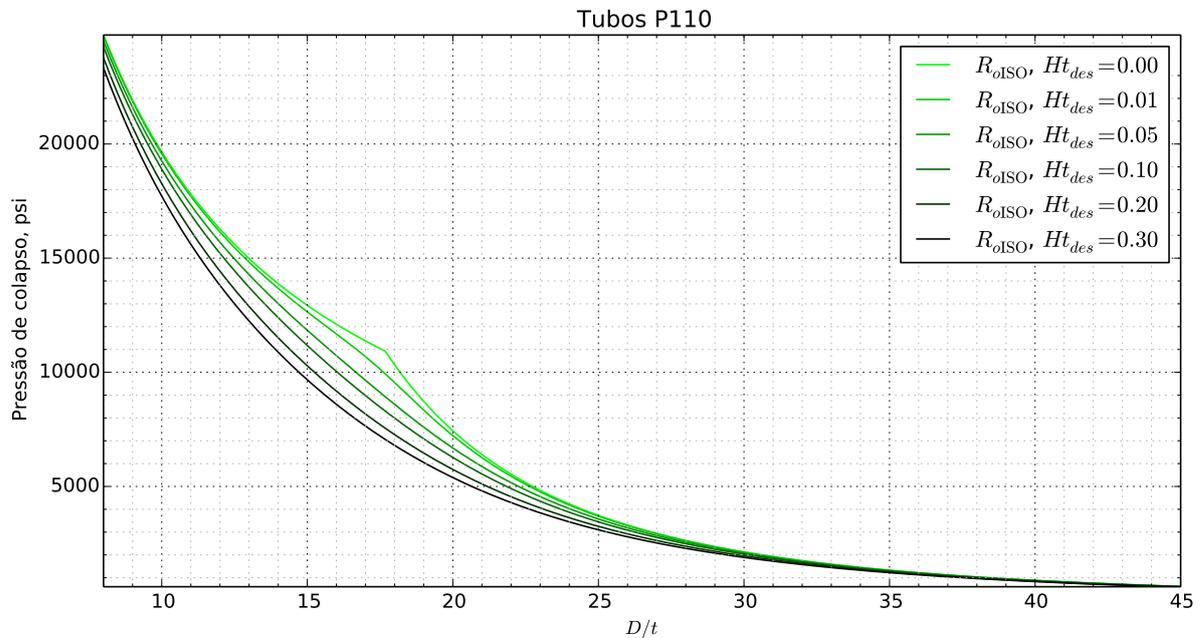
$$Ht_{des} = 0.127\mu_{ov} + 0.0039\mu_{ec} - 0.440(\mu_{rs}/\mu_{Yp}) + h_n, \quad (4.41)$$

sendo μ a média correspondente aos parâmetros subscritos. O parâmetro h_n deve ser 0.017 para produtos CRS (*cold rotary straightened*) e 0.0 para produtos HRS (*hot rotary straightened*).

A pressão de colapso por escoamento da Equação 4.40 se difere da Equação 4.23, utilizada no regime de colapso por escoamento da API Bull 5C3, devido a primeira estimar o início do escoamento em toda a parede do tubo e a segunda realizar essa estimativa para a parede interna.

O fator Ht_{des} possui a função de transmitir ao valor de resistência de projeto o efeito das imperfeições geométricas (*ov* e *ec*) e das imperfeições de material (*rs* e h_n). O gráfico da Figura 23 a seguir apresenta o comportamento das resistências ao colapso de tubos P110 para diferentes valores de Ht_{des} .

Figura 23 – Gráfico comparativo entre as resistências de projeto para diferentes valores de Ht_{des} para tubos P110.



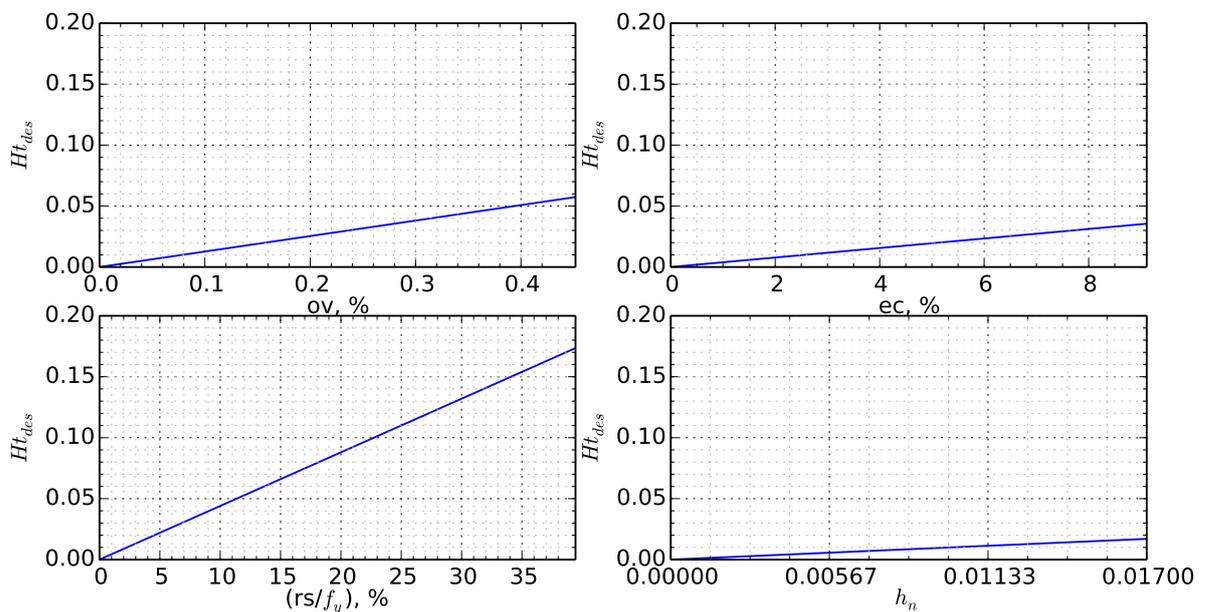
Fonte: elaborada pelo autor.

Verifica-se que, quando as imperfeições são reduzidas ao extremo ($Ht_{des} = 0.0$), a resistência ao colapso é significativamente maior para tubos deste grau de aço com $D/t <$

30 aproximadamente. Acima disso os efeitos das imperfeições não são tão expressivos. Um comportamento semelhante é observado para tubos de outros graus de aço. Na ausência de informações mais precisas sobre as imperfeições, a norma recomenda o uso de $Ht_{des} = 0.2$ para tubos HRS e $Ht_{des} = 0.22$ para tubos CRS.

O comportamento de Ht_{des} deve variar linearmente com os valores de ov , ec , rs e h_n , como mostra a Equação 4.41. Para valores usuais dessas imperfeições, plotam-se os seguintes gráficos apresentados na Figura 24 a seguir.

Figura 24 – Gráficos mostrando a evolução de Ht_{des} em função de valores usuais das imperfeições ov , ec , rs e h_n dos tubos de revestimento.



Fonte: elaborada pelo autor.

Como os gráficos são plotados para valores usuais das imperfeições, verifica-se que a tensão residual é a que mais influencia Ht_{des} , seguida da ovalização e da excentricidade. O fator de forma h_n possui uma influência muito pequena no valor de Ht_{des} .

O gráfico da Figura 23 é plotado fixando-se os coeficientes de minoração $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ com valores recomendados pela ISO TR 10400 para tubos P110 HRS ($k_{y\ des} = 0.855$ e $k_{e\ des} = 0.825$). Esses valores devem ser utilizados para este grau de aço quando dados estatísticos de produção dos tubos, fornecidos pelos fabricantes, não estiverem disponíveis. Eles são calculados com base nos dados históricos de produção de fabricantes selecionados pela norma. A Tabela 1 a seguir apresenta os valores recomendados para outros graus de aço, na ausência de dados estatísticos de produção do fabricante.

Tabela 1 – Resultados dos parâmetros $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$ sintetizados pela ISO TR 10400, utilizando vários lotes de diferentes fabricantes.

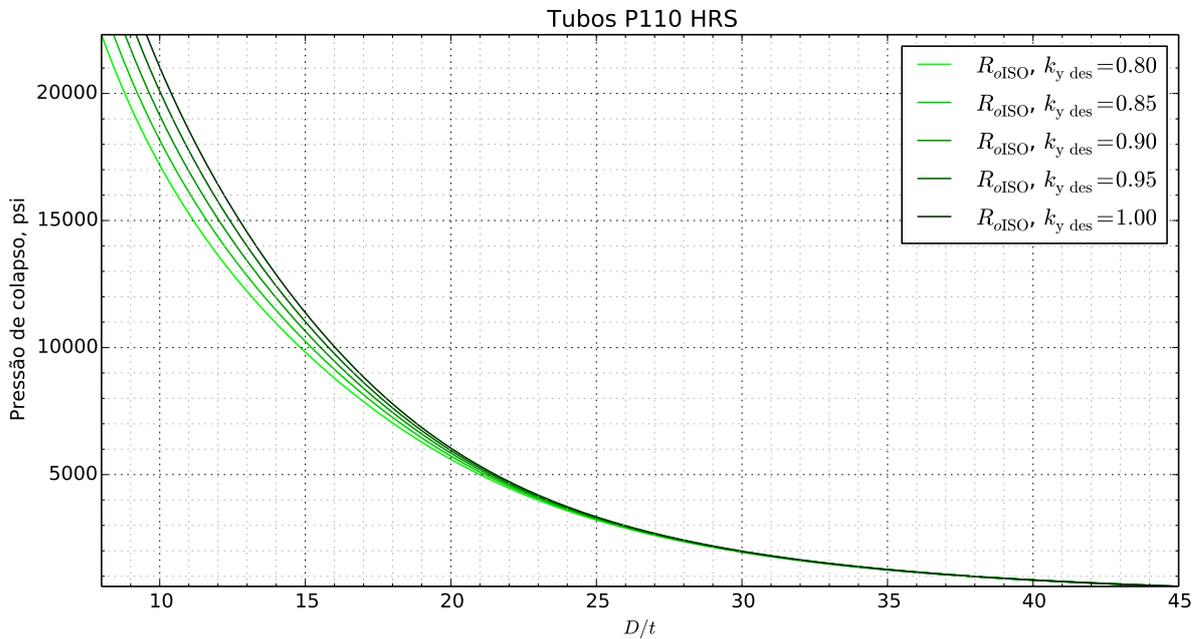
Grau do aço	CRS		HRS	
	$k_{y\ des}$	$k_{e\ des}$	$k_{y\ des}$	$k_{e\ des}$
K55	0.830	0.890	n/a	n/a
L80	0.825	0.855	0.825	0.865
C95	0.825	0.840	0.825	0.855
P110	0.825	0.855	0.825	0.855

Fonte: ISO TR 10400 (2007, p. 179).

Sugere-se também estimar esses coeficientes quando dados estatísticos de produção de um fabricante específico estiverem disponíveis. O procedimento para estimar esses coeficientes de minoração é baseado em análise de confiabilidade e as etapas necessárias para tanto são apresentadas mais a frente.

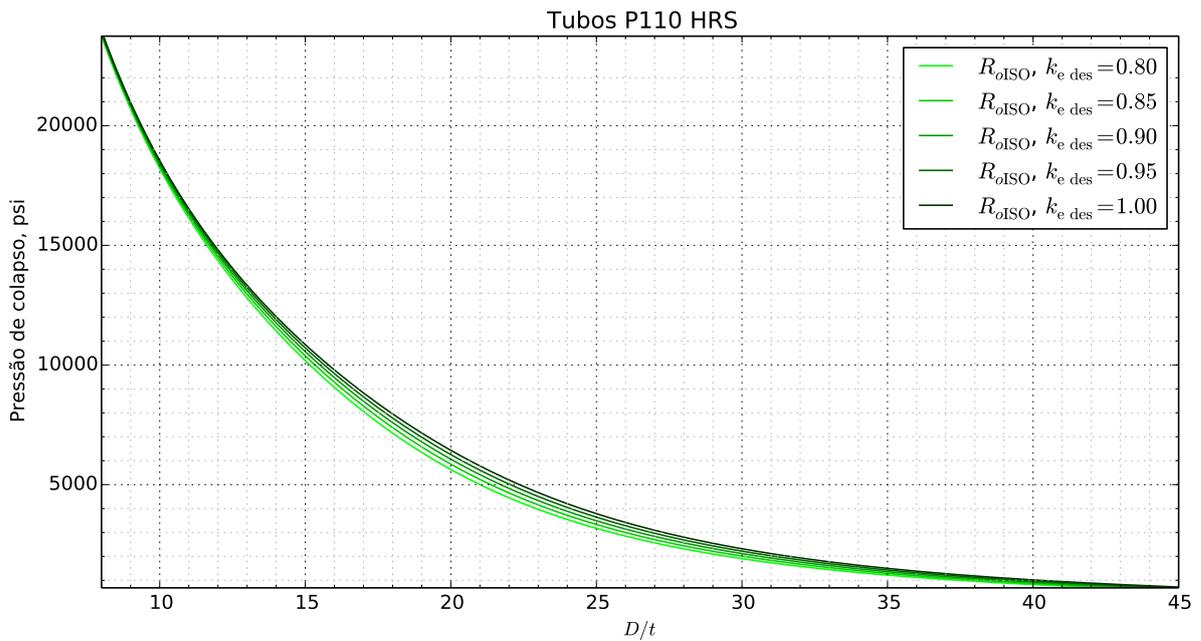
Os coeficientes de minoração $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ possuem a função de reduzir a resistência ao colapso para tubos com razões D/t distintas. O primeiro influencia aqueles tubos que colapsam por escoamento, ou seja, tubos com D/t menores. Já o segundo possui maior sensibilidade sobre tubos com D/t maiores, que colapsam por mecanismos de flambagem da seção transversal. As Figuras 25 e 26 apresentam o comportamento das resistências de projeto ao colapso quando ambos os coeficientes são variados.

Figura 25 – Comportamento das resistências de projeto ao colapso em função de D/t e de $k_{y\ des}$ de acordo com a ISO TR 10400 (P110 HRS, $k_{e\ des} = 0.825$ e $Ht_{des} = 0.2$).



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 26 – Comportamento das resistências de projeto ao colapso em função de D/t e de $k_{e\ des}$ de acordo com a ISO TR 10400 (P110 HRS, $k_{y\ des} = 0.855$ e $Ht_{des} = 0.2$).



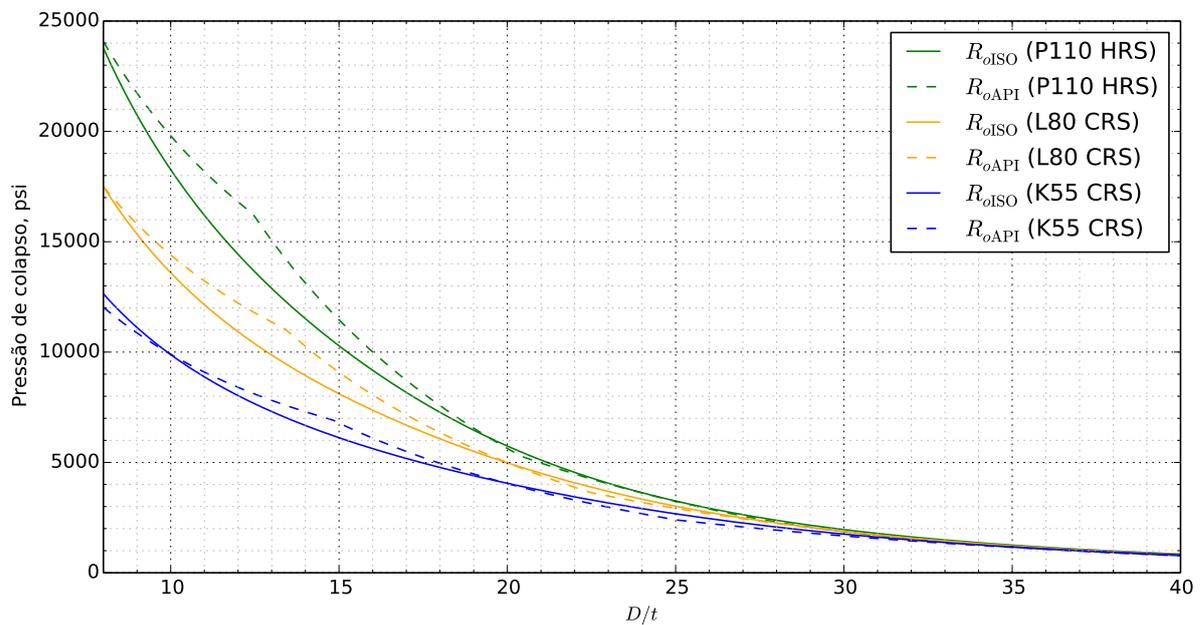
Fonte: elaborada pelo autor.

Verifica-se que esses coeficientes de minoração podem influenciar significativamente

as resistências ao colapso de tubos P110 HRS. Análises em outros graus de aço mostram um comportamento semelhante.

A Figura 27 mostra uma análise comparativa entre as resistências de projeto da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400. Três graus de aço são comparados (K55 CRS, L80 CRS e P110 HRS) e os valores de Ht_{des} , $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ adotados são os recomendados pela norma, quando maiores informações sobre o tubo não forem disponibilizadas pelo fabricante.

Figura 27 – Análise comparativa entre as resistências de projeto da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400 para tubos P110 HRS, L80 CRS e K55 CRS.

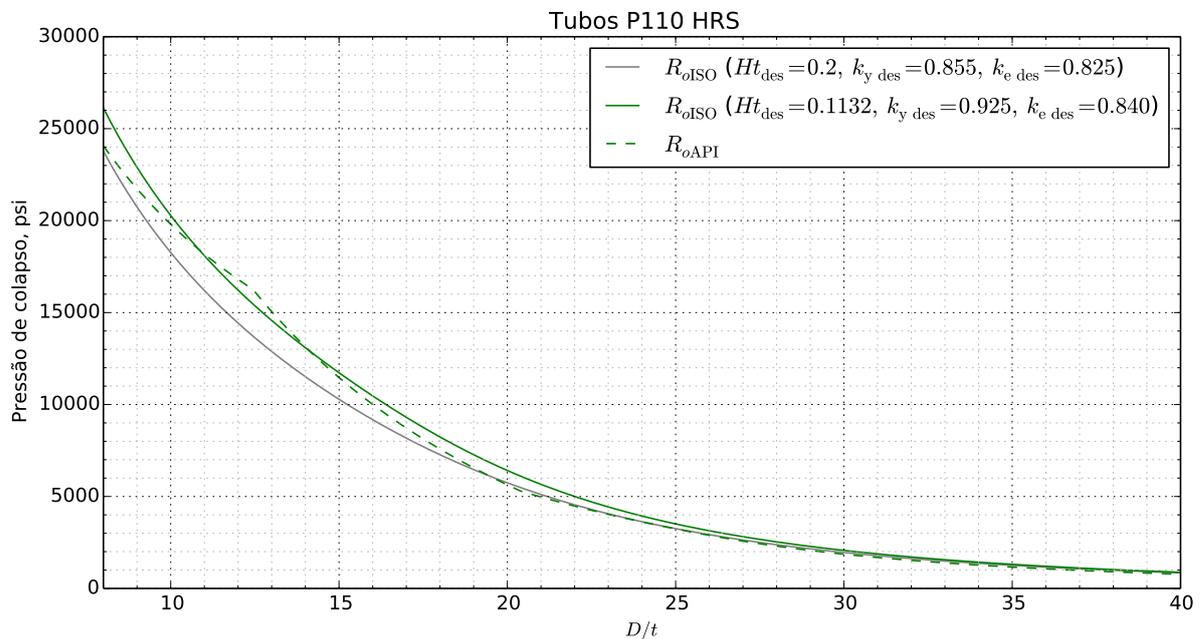


Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se que as resistências de projeto da norma mais recente são menores do que da norma antiga em um grande intervalo de D/t . Entretanto, os valores dos parâmetros Ht_{des} , $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ adotados nessa análise são aqueles recomendados por norma caso não existam informações prévias suficientes sobre dados estatísticos de produção e imperfeições dos tubos de um fabricante específico.

Por outro lado, o exemplo H.4.1.3 da ISO TR 10400 realiza o procedimento de determinação de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ para tubos P110 HRS de um fabricante específico, chegando aos valores $k_{y\ des} = 0.925$ e $k_{e\ des} = 0.840$. Além disso, possuindo informações sobre as imperfeições dos tubos, tem-se $Ht_{des} = 0.1132$. O gráfico da Figura 28 a seguir mostra os resultados quando esses parâmetros são substituídos para o fabricante específico.

Figura 28 – Análise comparativa entre as resistências de projeto da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400 para tubos P110 quando Ht_{des} , $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ são considerados para um fabricante específico.



Fonte: elaborada pelo autor.

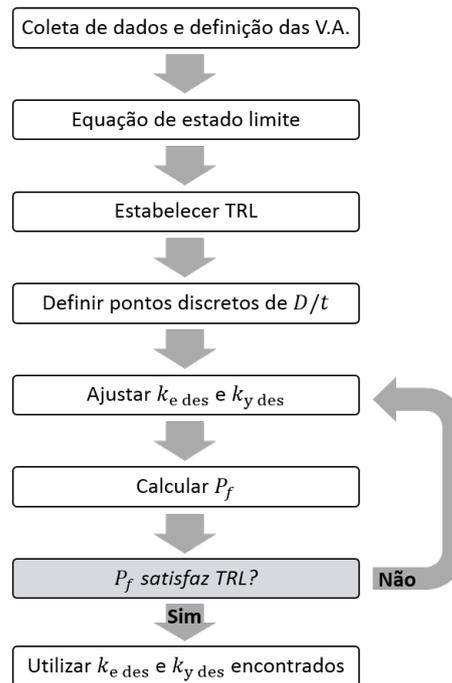
Nota-se que, para o fabricante específico, têm-se resistências maiores do que para os parâmetros generalizados sobre todo o intervalo de D/t . Além disso, apenas um pequeno trecho possui a resistência da API Bull 5C3 superior (D/t aproximadamente entre 11.0 e 14.5). Os resultados ainda podem ser melhores caso haja maior qualidade dos dados de produção fornecidos pelo fabricante, o que levaria a valores cada vez mais razoáveis para Ht_{des} , $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$, e conseqüentemente em resistências maiores para os tubos.

Portanto, essa nova metodologia de cálculo tenta aproximar o projetista do fabricante. Uma vez que um aumento no controle de qualidade dos tubos durante o processo de fabricação deve implicar num aumento das resistências de projeto. Entretanto, a Equação 4.38 ainda não é recomendada pela ISO TR 10400, pois, de acordo com a própria norma, ainda não foi estabelecido um padrão para a caracterização das variáveis aleatórias dos tubos.

A seção a seguir apresenta o procedimento sugerido pela norma para determinação dos coeficientes $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ via análise de confiabilidade.

Determinação de $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$

O procedimento sugerido pela ISO TR 10400 consiste na avaliação da probabilidade de falha usando o modelo de Klever e Tamano (2006) para a resistência probabilística e igualando a solicitação ao valor da resistência de projeto. A Figura 29 apresenta um esquema da metodologia normativa para determinação de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$.

Figura 29 – Diagrama com as principais etapas para determinação de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$.

Fonte: elaborada pelo autor.

As etapas dessa metodologia são detalhadas a seguir.

Coleta de dados e definição das V.A.

Consiste na tarefa de aquisição de dados estatísticos de produção e descrição matemática dos mesmos através de variáveis aleatórias (V.A.). Desta forma, o objetivo principal desta etapa é a determinação das distribuições de probabilidades dos parâmetros físicos que definem a resistência ao colapso dos tubos.

A realização dessa etapa consiste em algumas atividades específicas, tais como: aquisição e registro de dados de produção, tratamento estatístico desses dados e a caracterização das variáveis aleatórias que representam esses parâmetros físicos.

Todavia, a ISO TR 10400 revela que ainda não existe um consenso sobre a melhor maneira de realizar a caracterização das variáveis aleatórias. Isso ocorre provavelmente devido a falta de padronização em algumas etapas específicas do processo produtivo para diferentes fabricantes de tubos no cenário mundial.

Equação de estado limite

A montagem da equação de estado limite $G(\mathbf{X})$, em que \mathbf{X} é o vetor de variáveis aleatórias do problema, é realizada em dois passos: escolha da formulação de estado limite (R_{EL}) e escolha da equação de projeto (R_{des}). A R_{EL} é aquela que melhor se ajusta aos dados de ensaios de colapso e representa a melhor estimativa do momento real em que o tubo perde completamente sua função estrutural. No caso, a formulação de Klever e Tamano (2006) (Equação 4.34) é utilizada.

Em geral, a R_{des} segue o mesmo formato da R_{EL} sendo alterada nos valores dos parâmetros medidos que agora devem ser valores nominais, e na inclusão de coeficientes de segurança para reduzir o valor da resistência e atribuir uma margem de segurança ao dimensionamento. Para isso, tem-se a equação de projeto da ISO TR 10400 com os coeficientes $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ ainda indeterminados. Desta forma, tem-se $G(\mathbf{X})$ dada por:

$$G(\mathbf{X}) = R_{EL}(\mathbf{X}) - R_{des} \quad (4.42)$$

Nota-se que uma análise de confiabilidade utilizando essa equação de estado limite possui apenas a parcela de $R_{EL}(\mathbf{X})$ probabilística, sendo R_{des} determinística. $R_{EL}(\mathbf{X})$ e R_{des} são dadas por:

$$R_{EL}(\mathbf{X}) = R_{oKT} \cdot mu_{KT} \quad (4.43)$$

$$R_{des} = R_{oISO} \quad (4.44)$$

em que mu_{KT} é a incerteza do modelo de Klever e Tamano (2006), R_{oKT} é a estimativa da resistência real do tubo com o modelo adotado (igual a Equação 4.34) e R_{oISO} é a equação de projeto adotada, no caso, a Equação 4.38. A incerteza de modelo consiste em uma variável aleatória que reflete as limitações e possíveis erros da formulação de estado limite, ou seja, é a forma de envolver os parâmetros físicos não contemplados pelo modelo adotado e sanar simplificações realizadas durante o desenvolvimento da formulação. Sua definição é dada pela razão entre a resistência real do tubo, medida por ensaio direto de colapso, e, a resistência estimada do tubo, calculada pelo modelo. De acordo com sua base de dados a norma sugere $\mu_{mu_{KT}} = 0.9991$ e $COV_{mu_{KT}} = 0.0670$, com distribuição Gaussiana.

As variáveis aleatórias \mathbf{X} correspondem aos parâmetros físicos de Klever e Tamano (2006) mais a incerteza de modelo. Ou seja, \mathbf{X} pode conter mu_{KT} , f_y , D_{ave} , $t_{t\ cave}$, ov , ec , rs , E e ν como variáveis aleatórias, caso existam dados estatísticos suficientes para a caracterização delas.

Estabelecer o TRL (Target Reliability Level)

Um grande potencial da equação de projeto para a resistência à pressão externa está na possibilidade de calibrar essa equação para níveis de confiabilidade pré-estabelecidos ou níveis de confiabilidade alvo (TRL). Esses níveis são representados em forma de probabilidade de falha alvo (P_{fa}). Estudando os valores de P_f dos tubos dimensionados pela antiga API Bull 5C3 e visando a P_f que a própria API Bull 5C3 tenta alcançar, mas não consegue (ADAMS et al., 1998; JU et al., 1998; ISO TR 10400, 2007), a ISO TR 10400 sugere um TRL para $P_{fa} = 0.5\%$ (ou 5×10^{-3}).

Estudos específicos relacionados ao custo da falha podem sugerir diferentes TRL. Na prática, o seguinte raciocínio é válido: poços com maiores investimentos financeiros e que possam causar maiores danos ao meio ambiente devem possuir probabilidades de falha cada vez

menores. Já poços menores em regiões de menos riscos ambientais podem trabalhar probabilidades de falha maiores.

Na realidade, chegar a uma P_{fa} ideal é uma tarefa muito complexa em que diversos fatores devem ser considerados (econômicos, ambientais e até mesmo políticos). A ISO TR 10400 avalia as probabilidades de falha de tubos de revestimentos já consolidados, dimensionados com a versão antiga da norma, e que até hoje funcionam bem. Esses tubos se comportaram satisfatoriamente durante todo esse tempo. Então, é seguro adotar a probabilidade de falha relacionada a eles para o dimensionamento atual. Como a probabilidade de falha está ligada aos dados de produção, espera-se que maiores resistências sejam obtidas quando o controle de qualidade de produção dos tubos for aprimorado.

Definir pontos discretos de D/t

A determinação de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ é realizada para cada grau de tubo para todo o domínio de valores possíveis de D/t . Desta forma, para um grau de aço específico, a ISO TR 10400 sugere criar 6 pontos discretos que tentam melhor representar o domínio por completo de D/t . Os valores de D/t escolhidos são aqueles que implicam na resposta de $\log_{10}(R_{oY}/R_{oE})$ (Equações 4.40 e 4.39) igual a -0.5 , -0.3 , -0.1 , 0.1 , 0.3 e 0.5 . Sugere-se a utilização de um solucionador numérico para avaliar as respostas.

Ajustar $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$

Na primeira vez que essa etapa é executada, é necessário assumir um valor inicial para $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$, por exemplo, $k_{e\ des} = k_{y\ des} = 1.0$. Nas iterações seguintes, os valores destes coeficientes devem ser ajustados até que o TRL seja alcançado.

Calcular P_f

A P_f é calculada para cada um dos dez pontos discretos de D/t . Para tanto, o método de confiabilidade proposto pela norma é o FORM (subseção 3.3.3).

P_f satisfaz TRL?

Verifica-se então se as respostas em cada ponto estão próximas de P_{fa} . Se a P_f para os menores valores de D/t estiver longe de P_{fa} , $k_{y\ des}$ precisa ser alterado. Isso é necessário, pois $k_{y\ des}$ é responsável pela resistência de tubos mais robustos, que falham pelo mecanismo de colapso por escoamento. Por outro lado, se a P_f para os maiores valores de D/t estiver longe de P_{fa} , $k_{e\ des}$ precisa ser alterado. Neste caso, $k_{e\ des}$ é responsável pela resistência de tubos mais finos, que falham pelo mecanismo de colapso elástico. O procedimento deve ser realizado até a P_f para todos os pontos discretos de D/t estiver suficiente próxima de P_{fa} .

Utilizar $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ encontrados

Consiste na aplicação dos valores de $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ encontrados na equação de projeto (Equação 4.38). Desta maneira, o projetista saberá que o tubo dimensionado possui uma probabilidade de falha sempre correspondente ao TRL proposto.

Exemplo prático para determinação de $k_{y \text{ des}}$ e $k_{e \text{ des}}$

A ISO TR 10400 apresenta alguns exemplos para cálculo da resistência de projeto à pressão externa. Para melhor entendimento das etapas descritas na seção anterior, a seguir apresenta-se o procedimento lá detalhado para tubos P110 HRS de um fabricante específico. Esse exemplo consta nesta norma na seção H.4.1.3.

Os dados estatísticos do fabricante são dados como mostra a Tabela 2. Nela, COV diz respeito ao coeficiente de variação do parâmetro e é definido pelo valor médio medido dividido pelo desvio padrão do parâmetro.

Tabela 2 – Dados estatísticos do fabricante específico do exemplo em questão.

	Média/Nominal	COV	Distribuição	Unidade
f_y (P110, HRS)	1.16	0.0354	gaussiana	-
D	1.0071	0.00189	gaussiana	-
t_{ave}	1.0068	0.0217	gaussiana	-
ov	0.241*	0.338	Weibull	%
ec	5.170*	0.317	Weibull	%
rs/f_y (HRS)	-0.142*	0.189	gaussiana	-
mu_{KT}	0.9681*	0.0543	gaussiana	-

Fonte: ISO TR 10400 (2007, p. 197).

Nota: *Já representam a média do parâmetro físico, pois não existe definição para o valor nominal.

Em seguida, o TRL é definido para uma $P_{fa} = 0.5\%$ e os pontos discretos de D/t são calculados conforme mostra os valores dispostos na Tabela 3. Para chegar os valores de D/t dessa tabela, um solucionador numérico é necessário.

Tabela 3 – Pontos discretos de D/t para o exemplo em questão.

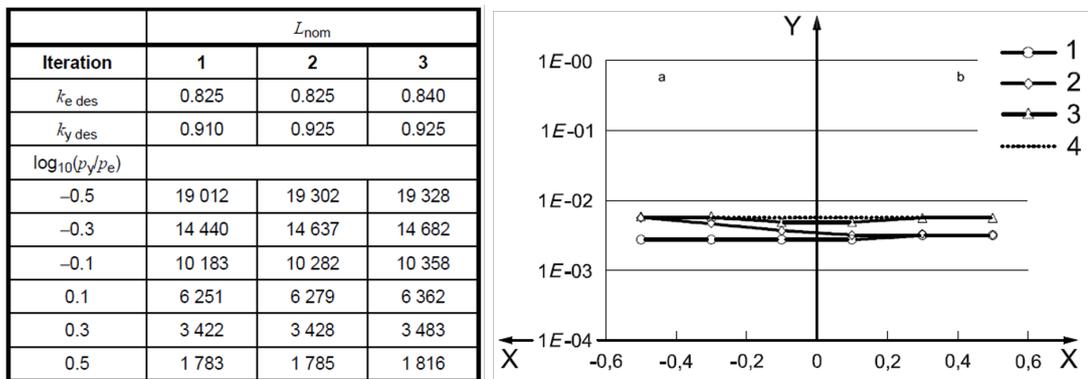
$\log_{10}(R_{oY}/R_{oE})$	D/t	R_{oY} (psi)	R_{oE} (psi)
-0.5	10.45	22060	69764
-0.3	12.95	17644	35205
-0.1	16.10	14090	17738
0.1	20.07	11237	8926
0.3	25.06	8954	4488
0.5	31.35	7129	2255

Fonte: ISO TR 10400 (2007, p. 199).

Os valores iniciais $k_{y \text{ des}} = 0.910$ e $k_{e \text{ des}} = 0.825$ são adotados e a P_f é então calculada para cada valor de D/t da Tabela 3. A equação de estado limite utilizada é a Equação 4.42. Três

iterações são necessárias para encontrar os valores de $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$ que satisfazem o TRL. A Figura 30 apresenta uma tabela e um gráfico das iterações processadas.

Figura 30 – Iterações realizadas para encontrar $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$.



Fonte: ISO TR 10400 (2007, p. 200).

No gráfico, o eixo X é $\log_{10}(R_{oY}/R_{oE})$ e o eixo Y é a P_f . Além disso, 1, 2 e 3 são as iterações do processo e 4 é a P_{fa} (0.5%). O gráfico ainda é dividido em valores negativos (região a) e positivos (região b) de $\log_{10}(R_{oY}/R_{oE})$. Neste caso, nos valores negativos predominam tubos mais robustos, com valores baixos de D/t , e, nos valores positivos predominam tubos mais finos, com altos D/t . Na tabela, apresentam-se os valores dos coeficientes $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$, e, das resistências nominais (R_{oISO}) dados por L_{nom} .

A iteração 1 resulta em valores de P_f baixos para $k_{e\ des} = 0.825$ e $k_{y\ des} = 0.910$. Desta forma, esses coeficientes de minoração podem ser aumentados. Note que da iteração 1 para a iteração 2 apenas $k_{y\ des}$ é alterado, havendo modificações significativas apenas nas resistências nominais de valores negativos de $\log_{10}(R_{oY}/R_{oE})$, ou seja, em tubos mais robustos, que falham sob o mecanismo de colapso por escoamento. Já da iteração 2 para a 3 apenas $k_{e\ des}$ é alterado, ocorrendo modificações significativas nos tubos mais finos, que falham sob o mecanismo de colapso elástico. Veja que na terceira iteração os níveis de P_f já são aceitáveis para o TRL em todos os pontos de D/t .

Utilizando os valores de $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$ encontrados, as resistências de projeto à pressão externa podem ser calculadas. Na Tabela 4 apresentam-se esses valores para quatro tubos diferentes, além disso, faz-se também uma comparação com os valores calculados pela API Bull 5C3.

Tabela 4 – Comparação das resistências de projeto à pressão externa de acordo com a API Bull 5C3 e a ISO TR 10400.

D , peso linear e grau	D/t	API Bull 5C3 (psi)	ISO TR 10400 (psi)	Ganho (%)
20 pol 94 lb/pé P110 HRS	45.45	516	590	14.3
13-3/8 pol 72 lb/pé P110 HRS	26.23	2880	3125	8.5
9-5/8 pol 47 lb/pé P110 HRS	20.48	5300	6106	15.2
7 pol 32 lb/pé P110 HRS	15.55	10780	11158	3.5

Fonte: ISO TR 10400 (2007, p. 201).

Verifica-se um aumento significativo das resistências nominais para os tubos em questão em comparação a metodologia clássica, com valores que chegam a ser 15% superiores. Este aumento também é verificado no gráfico da Figura 28, onde os resultados deste exemplo são utilizados.

É importante salientar que o procedimento descrito é válido somente para amostras de parâmetros físicos suficientemente grandes, ou seja, amostras com mais de 1000 observações. Caso contrário, um tratamento estatístico adicional precisa ser realizado. Maiores detalhes são encontrados na ISO TR 10400. Resumidamente, quando as amostras possuírem menos do que 1000 observações, os parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias (como média e desvio padrão), passam a ser tratados também como variáveis aleatórias, visto que existe uma incerteza com relação aos seus valores devido a baixa quantidade de dados disponível.

Ações combinadas - Colapso ISO TR 10400

Para calcular a resistência de projeto à pressão externa em cenários mais próximos da realidade é necessário considerar a força axial (F_a) e a pressão interna (P_i) atuantes no tubo.

O procedimento adotado pela ISO TR 10400 se baseia em Klever e Tamano (2006). Utiliza-se a Equação 4.38, a mesma utilizada no caso isolado de pressão externa, alterando apenas os termos R_{oY} e R_{oE} , por ΔR_{oY} e ΔR_{oE} , respectivamente. Desta forma, é válida a seguinte expressão:

$$\Delta R_{oISO} = \frac{(k_e \text{ des } \Delta R_{oE} + k_y \text{ des } \Delta R_{oY}) - \sqrt{(k_e \text{ des } \Delta R_{oE} - k_y \text{ des } \Delta R_{oY})^2 + 4k_e \text{ des } \Delta R_{oE} k_y \text{ des } \Delta R_{oY} H t_{\text{des}}}}{2(1 - H t_{\text{des}})} \quad (4.45)$$

onde o prefixo Δ representa a variação entre pressão externa e pressão interna. Desta forma, a pressão externa resistente absoluta R_{oISO} é dada por

$$R_{oISO} = \Delta R_{oISO} + P_i. \quad (4.46)$$

A seguir apresenta-se a metodologia de cálculo para ΔR_{oY} e ΔR_{oE} . O fator $H t_{\text{des}}$ não é influenciado pela força axial ou pela pressão interna, sendo calculado como antes pela Equação 4.41.

O mecanismo de colapso elástico não sofre influência da força axial, portanto sua formulação se mantém

$$\Delta R_{oE} = \frac{2E_y}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{(D/t) [(D/t) - 1]^2}. \quad (4.47)$$

Já o mecanismo de colapso por escoamento pode ser interpretado de duas maneiras: pelo critério de escoamento de Tresca ou pelo critério de escoamento de von Mises. Pelo critério de Tresca, tem-se ΔR_{oYT} dado por

$$\Delta R_{oYT} = \frac{2f_{ymnt}}{D - t}. \quad (4.48)$$

Já pelo critério de escoamento de von Mises, tem-se $\Delta R_{oY VME}$ dado por

$$\Delta R_{oY VME} = R_{oY VME} - P_i = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} f_{ymnt} t \sqrt{1 - \left(\frac{F_{\text{eff VMEKT}}}{F_{y \text{ des}}} \right)^2}}{D - t}, \quad (4.49)$$

em que

$$F_{\text{eff VMEKT}} = F_a - P_i A_i + R_{oY VME} A_o, \quad (4.50)$$

$$F_{y \text{ des}} = k_{y \text{ des}} f_{ymn} A_s, \quad (4.51)$$

onde A_i é a área interna do tubo, A_o é a área externa e A_s é a área da seção transversal. Nota-se que $R_{oY VME}$ depende de $F_{\text{eff VMEKT}}$ que por sua vez depende $R_{oY VME}$. Neste caso, um solucionador numérico pode ser utilizado para resolver o sistema de duas equações e duas incógnitas. Por outro lado, através de manipulações puramente algébricas é possível chegar na seguinte expressão para a força efetiva:

$$F_{\text{eff VMEKT}} = \frac{K_1 - K_2 \sqrt{1 - K_3 (K_1^2 - K_2^2)}}{1 + K_3 K_2^2}, \quad (4.52)$$

onde

$$K_1 = F_a + P_i (A_o - A_i), \quad (4.53)$$

$$K_2 = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} f_{ymnt}}{D - t} A_o, \quad (4.54)$$

$$K_3 = \frac{1}{F_{y \text{ des}}}. \quad (4.55)$$

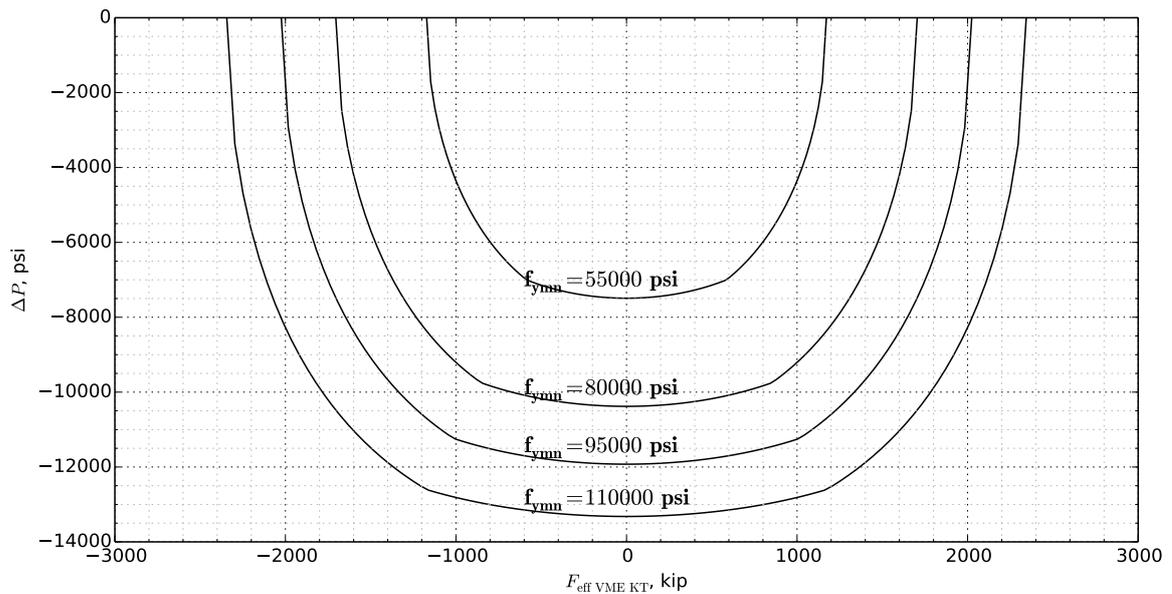
Esse formato de $F_{\text{eff VMEKT}}$ é obtido combinando as Equações 4.49 e 4.50 e reescrevendo-as na forma de equação do segundo grau para $F_{\text{eff VMEKT}}$. Resolvendo a equação uma raiz é descartada e a outra corresponde a Equação 4.52.

Sendo assim, ΔR_{oY} é dado pela média dos dois critérios se $\Delta R_{oY VME} > \Delta R_{oYT}$. Caso contrário, se $\Delta R_{oY VME} < \Delta R_{oYT}$, tem-se $\Delta R_{oY} = \Delta R_{oY VME}$. Ou seja

$$\Delta R_{oY} = \begin{cases} \frac{\Delta R_{oY VME} + \Delta R_{oYT}}{2} & \text{se } \Delta R_{oY VME} > \Delta R_{oYT}, \\ \Delta R_{oY VME} & \text{se } \Delta R_{oY VME} < \Delta R_{oYT}. \end{cases} \quad (4.56)$$

O comportamento da resistência à pressão externa em função da força efetiva é graficamente ilustrado na Figura 31 para tubos de diferentes tensões de escoamento com 10.75" de diâmetro externo e espessura de parede igual a 0.797". Os parâmetros generalizados pela ISO TR 10400 são adotados para esse gráfico: $Ht_{des} = 0.2$ e ver Tabela 1 para $k_{y des}$ e $k_{e des}$.

Figura 31 – Envoltórias de colapso para formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $D = 10.75''$, $t = 0.797''$, $Ht_{des} = 0.2$ e ver Tabela 1 para $k_{y des}$ e $k_{e des}$.

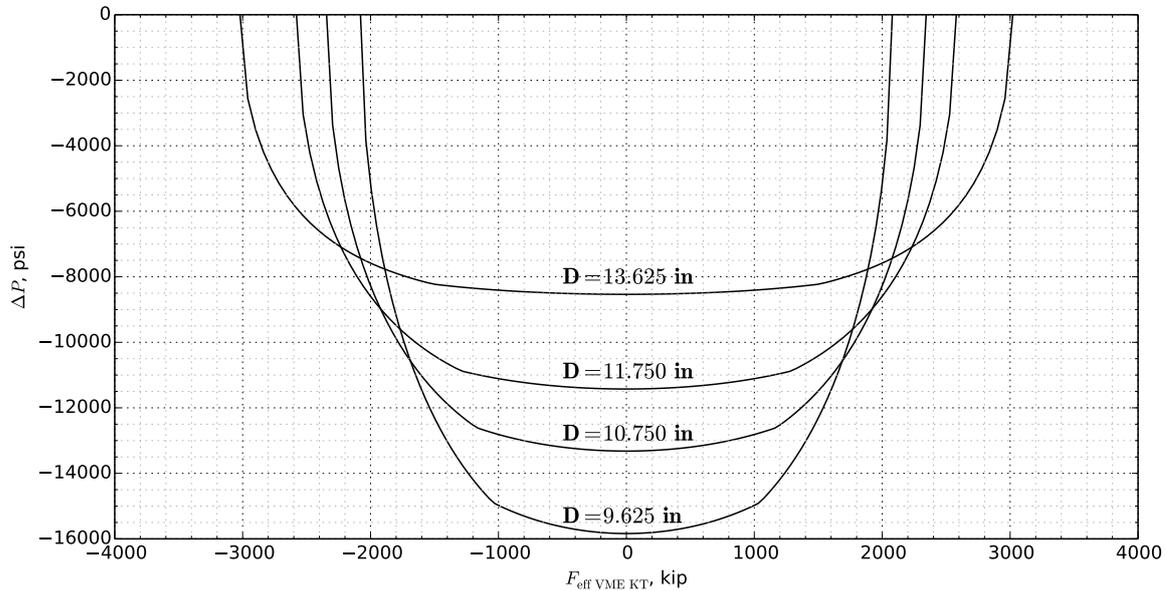


Fonte: elaborada pelo autor.

O termo envoltória consiste na delimitação da região segura para projeto. Isso porque nesse tipo de gráfico é possível plotar também carregamentos (pontuais ou trajetórias) e verificar se eles estão dentro dos limites de projeto. Como esperado, tubos com menor tensão de escoamento mínima possuem uma envoltória menor.

Na Figura 32 é apresentada uma análise semelhante, mas mantendo a tensão de escoamento constante ($f_{ymn} = 110000$ psi) e variando o diâmetro externo. Não é possível destacar a relação D/t na formulação de colapso combinado de Klever e Tamano (2006), pois a área da seção transversal passa a ser um parâmetro que afeta diretamente a resistência ao colapso, devido a consideração da força axial.

Figura 32 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $t = 0.797''$, $Ht_{des} = 0.2$, $k_{y des} = 0.855$ e $k_{e des} = 0.825$.

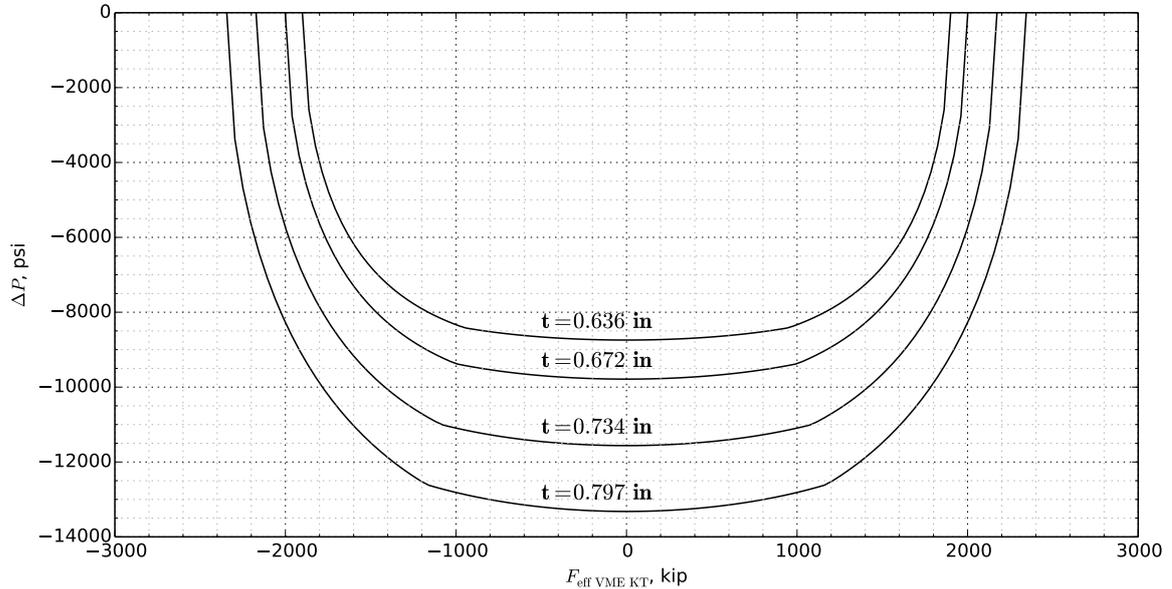


Fonte: elaborada pelo autor.

Nesta análise verifica-se um fato interessante, onde depois de determinado nível de força efetiva, em módulo, tubos com maior D , e conseqüentemente maior relação D/t , interceptam as envoltórias de tubos com menor relação D/t . Isso ocorre pois quando a força efetiva, e conseqüentemente a força axial, são muito grandes a área da seção transversal passa a ser um parâmetro de maior influência na resistência ao colapso do que a relação D/t .

Mais uma análise é realizada na Figura 33, onde desta vez a espessura de parede é objeto de estudo.

Figura 33 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $D = 10.75''$, $Ht_{des} = 0.2$, $k_{y des} = 0.855$ e $k_{e des} = 0.825$.

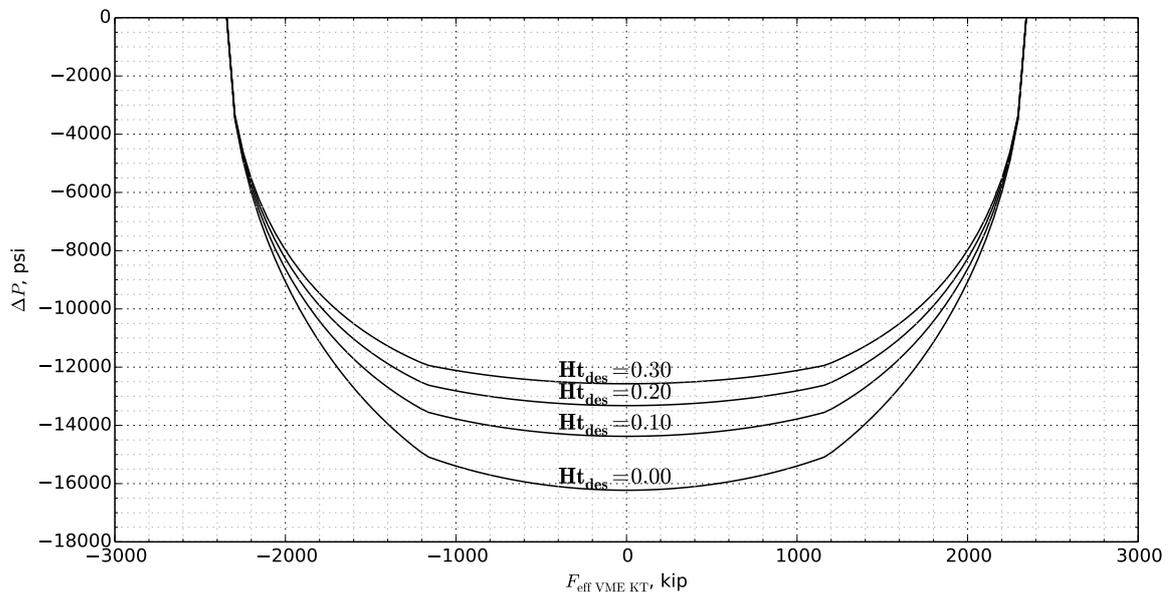


Fonte: elaborada pelo autor.

Observa-se que espessuras menores sempre reduzem as envoltórias. Neste caso, tanto a relação D/t aumenta como a área da seção transversal diminui, devendo sempre haver redução da resistência.

Por fim, analisa-se o efeito das imperfeições, através da variação de Ht_{des} no colapso combinado. A Figura 34 a seguir mostra esse comportamento.

Figura 34 – Envoltórias de colapso para a formulação de projeto de ações combinadas de Klever e Tamano (2006). Parâmetros fixados: $f_{ymn} = 110000$ psi, $D = 10.75''$, $t = 0.797''$, $k_{y\ des} = 0.855$ e $k_{e\ des} = 0.825$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se que as imperfeições reduzem a envoltória de Klever e Tamano (2006). Entretanto, com forças efetivas extremas, essa redução não influencia a resistência ao colapso significativamente, como visualizado na Figura 34.

Nas quatro análises apresentadas observa-se uma simetria das envoltórias com relação à força efetiva. Ou seja, as forças efetivas de tração (positivas) possuem o mesmo comportamento de forças efetivas de compressão (negativas).

A formulação para estado limite é obtida substituindo $k_{y\ des}$ e $k_{e\ des}$ por $k_{y\ uls}$ e $k_{e\ uls}$, respectivamente. Além disso os parâmetros nominais também precisam ser substituídos pelos parâmetros médios medidos.

4.2.3 Resistência Axial

Esse tipo de falha é alcançado quando um esforço axial ao longo do corpo do tubo excede os limites resistentes do material, partindo o tubo ou uma conexão (AADNØY, 2010). De imediato, os tubos estão sempre solicitados axialmente pelos seus próprios pesos e pelos pesos de equipamentos ancorados neles. Apesar desses esforços não serem significativos em comparação à resistência axial dos tubos, alguns eventos podem elevar bruscamente esse tipo de solicitação, levando o tubo à ruptura. De acordo com Aadnøy (2010), alguns desses eventos são:

- a) forças dinâmicas e colisões sobre o tubo de revestimento durante a etapa de instalação;

- b) movimentos para soltar um tubo preso;
- c) carregamentos flexionais sobre os tubos;

Ainda, pode existir concentração e inversão de valores de força axial em pontos de transição ao longo do revestimento, como na própria cabeça do poço e em sapatas intermediárias.

Neste trabalho, entretanto, esses eventos e outros que gerem altas tensões axiais, não são analisados. As análises de confiabilidade executadas para modos de falha exclusivamente devidos à tração ou compressão levam à probabilidades de falha extremamente baixas, negligenciáveis. Não se deve descartar, porém, a necessidade de verificar esse modo de falha, caso especificidades de cenário do poço demandem tal investigação. Em contrapartida, as solicitações axiais, resultantes dos pesos que os tubos de revestimento suportam, influenciam efeitos combinados como os apresentados nas Seções 4.2.1 e 4.2.2.

4.2.4 Resistência pelo Critério de Início de Escoamento de von Mises

A ISO TR 10400 traz a possibilidade de dimensionamento para o estado limite de início de escoamento, com base na teoria clássica de distorção de energia de von Mises. Na realidade, a recomendação da norma vale apenas para cenários em que $P_i > P_o$, entretanto essa seção apresenta a formulação válida para qualquer cenário. Na prática, os tubos de revestimento em poços de petróleo estão submetidos principalmente a carregamentos simultâneos, advindos de pressões internas, externas e axiais.

De acordo com a teoria, a seguinte relação entre o estado de tensões triaxiais e a tensão de escoamento do aço é verdadeira para um material que ainda está no regime elástico:

$$f_y^2 > \sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_a^2 - \sigma_r\sigma_t - \sigma_r\sigma_a - \sigma_t\sigma_a \quad (4.57)$$

onde σ_a é a tensão axial, σ_t é a tensão tangencial, σ_r é a tensão radial e f_y é a tensão de escoamento do material, no caso, do aço. As tensões solicitantes no tubo estão representadas graficamente na Figura 35. Nesses casos, adota-se tração positiva e compressão negativa.

De acordo com Aadnøy (2010), baseado na formulação de Lamé para tubos espessos, as tensões tangencial e radial são dadas por

$$\sigma_r = -P_i, \quad (4.58)$$

$$\sigma_t = -P_i + \Delta P \frac{D^2}{2t_{\min}(D - t_{\min})}, \quad (4.59)$$

em que P_i é a pressão interna, P_o é a pressão externa, D é o diâmetro externo e t_{\min} é a espessura de parede mínima.

A tensão axial é a força axial dividida pela área da seção transversal:

$$\sigma_a = \frac{F_a}{\pi t(D - t)}, \quad (4.60)$$

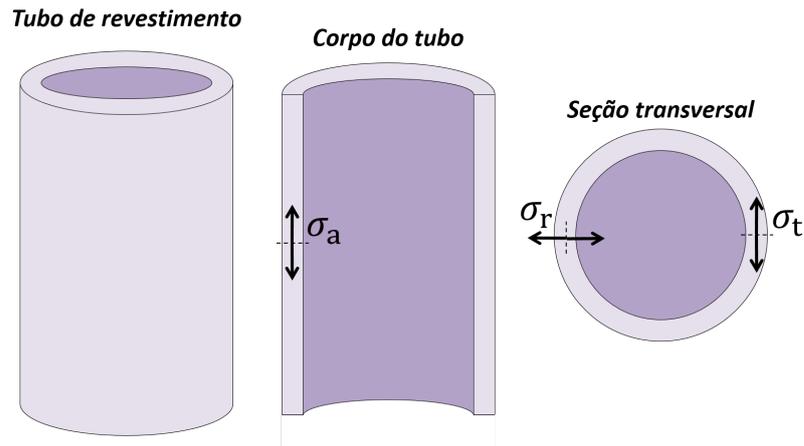


Figura 35 – Tensões solicitantes em tubos σ_a , σ_r e σ_t compondo o estado triaxial de tensões.

onde t é a espessura de parede média. Destaca-se que recomenda-se o uso de t_{\min} para o cálculo de σ_r e σ_t , enquanto que para σ_a recomenda-se o uso de t . Essas práticas tornam a estimativa da resistência a favor da segurança.

Substituindo essas tensões no critério de von Mises e realizando as manipulações algébricas necessárias, tem-se

$$f_y^2 > \left(\frac{F_{\text{eff}}}{\pi t(D-t)} \right)^2 + \frac{3}{16} \left(\Delta P \frac{D^2}{t_{\min}(D-t_{\min})} \right)^2 \quad (4.61)$$

onde

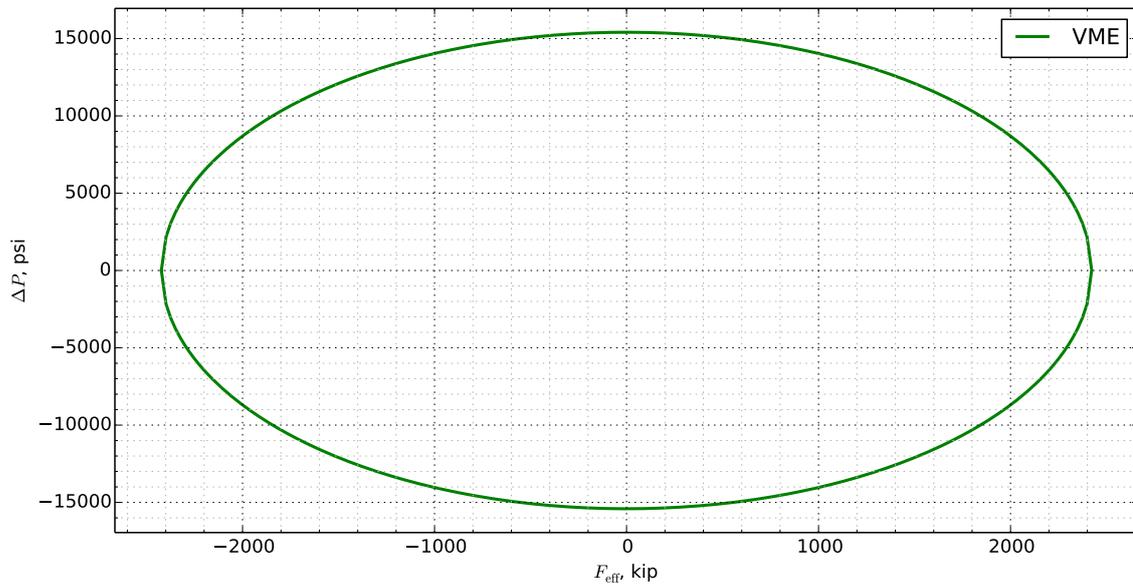
$$F_{\text{eff}} = F_a - P_i \frac{\pi t(D-t)(D-2t_{\min})^2}{4t_{\min}(D-t_{\min})} + P_o \frac{\pi t(D-t)D^2}{4t_{\min}(D-t_{\min})}, \quad (4.62)$$

Essa é a formulação de estado limite para início do escoamento na parede interna do tubo.

A formulação de projeto para von Mises, de acordo com a ISO TR 10400, é obtida substituindo f_y por $f_{y\text{mn}}$, utilizando D e t nominais, e, substituindo t_{\min} por $k_{\text{wall}}t$. O fator k_{wall} corresponde a uma tolerância admissível devido a imprecisões no processo de produção do tubo.

Graficamente, o critério de von Mises representa uma elipse (VME). A elipse de von Mises desenvolvida para um tubo específico é ilustrada na Figura 36. O tubo adotado é de grau P110, possui diâmetro externo de 10.75 pol e espessura de parede de 0.797 pol ($k_{\text{wall}} = 0.875$). Neste espaço, os eixos correspondem à F_{eff} e a ΔP .

Figura 36 – Elipse de von Mises para a resistência de projeto. Tubo P110 10 3/4 pol 83.5 lb/ft.



Fonte: elaborada pelo autor.

Nesta elipse, valores positivos do eixo vertical indicam cenário de *burst* e valores negativos indicam colapso. No eixo horizontal tem-se compressão na esquerda e tração na direita.

A aplicação desta envoltória de resistência de von Mises é bastante comum na prática de projetos de revestimentos. Isso porque cenários de solicitações podem ser plotados simultaneamente com a envoltória, verificando-se rapidamente se o tubo é adequado ou não para o projeto. As envoltórias aqui se diferem das envoltórias das Seções 4.2.1 e 4.2.2 pois as resistências correspondem ao início do escoamento na parede interna do tubo. Nas seções anteriores as resistências representam o momento de ruptura do tubo.

É importante ressaltar que tubos com relação D/t alta são rompidos via colapso antes mesmo de iniciar o escoamento na parede interna. Isso faz com que nesses casos as resistências de von Mises ao colapso sejam maiores do que as resistências da API Bull 5C3 e da ISO TR 10400, devendo-se observar o modo de falha dominante a cada seção do revestimento dimensionado.

5 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos com a confiabilidade estrutural aplicada às resistências mecânicas de tubos de revestimento de poços de petróleo. Ele possui a primeira seção dedicada a apresentar um exemplo básico de aplicação. Neste exemplo, espera-se ilustrar os conceitos teóricos descritos nos capítulos anteriores, detalhando a metodologia aplicada. Nas seções seguintes, a mesma avaliação é realizada para outros tubos de revestimento com características geométricas e mecânicas distintas. A ideia é estender as conclusões confiabilísticas para uma grande variedade de tubos. Desta forma, a confiabilidade das recomendações de projeto da antiga API Bull 5C3 (1999) é analisada e comparada com a confiabilidade das recomendações mais recentes da ISO TR 10400 (2007). Ainda, realiza-se a análise de confiabilidade de um cenário hipotético, onde a probabilidade de falha é avaliada por toda a profundidade do poço.

O tratamento probabilístico da resistência visa constatar a qualidade da produção dos tubos de revestimento e, principalmente, avaliar os coeficiente de segurança atualmente empregados. Desta forma, pretende-se verificar a confiabilidade das resistências utilizadas em projetos de tubos de revestimento de poços admitindo a falha com os modelos de resistência apresentados na seção 4.2. Além disso, os métodos de confiabilidade discutidos no Capítulo 3 são comparados entre si, sendo destacadas as vantagens e desvantagens de cada um.

As falha dos tubos de revestimento são adotadas através dos seguintes modelos de resistência:

- a) Falha por pressão interna - Klever e Stewart (1998);
- b) Falha por pressão externa - Klever e Tamano (2006);
- c) Início de escoamento na parede interna - critério de von Mises e equações de Lamé (AADNØY, 2010).

Os parâmetros considerados como variáveis aleatórias são apresentados na Tabela 5. Alguns desses parâmetros são adimensionalizados pelo seu respectivo valor nominal. Essas informações são extraídas da ISO TR 10400 e do artigo Tallin et al. (1998) que elaboraram a caracterização dessas variáveis aleatórias a partir de dados fornecidos pela indústria de tubos de revestimento de poços de petróleo. Os dados da norma pertencem a lotes de fabricantes de tubos de revestimento produzidos entre as décadas de 1970 e 2000. São 17 lotes totalizando 3171 tubos com características geométricas e propriedades mecânicas registradas.

Na tabela, os termos HRS (*Hot Rotary Straightened*) e CRS (*Cold Rotary Straightened*) indicam o tipo de alinhamento sofrido pelo aço do tubo, se foi a quente (HRS) ou a frio (CRS).

Por serem dados estatísticos adotados de um grande número de lotes de diferentes fabricantes, a dispersão de cada variável aleatória é relativamente alta e conseqüentemente con-

Tabela 5 – Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias utilizadas nos resultados.

	Média/Nominal	COV	Distribuição	Unidade
D	1.0059	0.00181	gaussiana	-
t	1.0069	0.0259	gaussiana	-
t_{\min}	0.941	0.0213	gaussiana	-
ov	0.217*	0.541	Weibull	%
ec	3.924*	0.661	Weibull	%
rs/f_y (CRS)	-0.237*	0.332	gaussiana	-
rs/f_y (HRS)	-0.138*	0.507	gaussiana	-
mu_{KS}	1.010*	0.036	gaussiana	-
mu_{KT}	0.9991*	0.067	gaussiana	-
f_y (K55, CRS)	1.23	0.0719	gaussiana	-
f_y (L80, CRS)	1.10	0.0529	gaussiana	-
f_y (P110, HRS)	1.10	0.0360	gaussiana	-
f_u (K55)	1.089	0.04483	gaussiana	-
f_u (L80)	1.079	0.03746	gaussiana	-
f_u (P110)	1.092	0.02769	gaussiana	-

Fonte: a partir de dados da ISO TR 10400 (2007) e de Tallin et al. (1998).

Nota: *Já representam a média do parâmetro, pois não existe definição para o valor nominal.

servadora. Isto deve resultar em probabilidades de falha também conservadoras. Além disto, as variáveis aleatórias em todas análises realizadas neste trabalho são adotadas como estatisticamente independentes, o que também induz a probabilidades de falha conservadoras.

Em um projeto específico de revestimento de poço, é possível que o fabricante dos tubos forneça as informações estatísticas dos parâmetros de seus produtos. Nesse caso, espera-se que a dispersão das variáveis aleatórias sejam menores, resultando em probabilidades de falha menores durante a análise de projeto. Desta forma, a metodologia empregada neste capítulo pode ser refeita, substituindo as distribuições das variáveis aleatórias da Tabela 5 por distribuições fornecidas pelo fabricante específico.

Devido as probabilidades de falha serem dadas por valores muito pequenos, o erro analisado entre os métodos de confiabilidade utilizados é tomado como a diferença relativa entre os logaritmos das probabilidades de falha na base 10, ou seja, a diferença relativa entre os expoentes das probabilidades de falha.

Todas as análises são executadas em um computador pessoal com processador Intel(R) Core(TM) i5-2410M CPU @ 2.30GHz.

5.1 Exemplo Básico de Aplicação

Esta seção visa ilustrar os conceitos teóricos descritos nos capítulos anteriores, detalhando a metodologia aplicada. Desta forma, a probabilidade de falha é calculada pelos diferentes méto-

dos de confiabilidade enunciados no Capítulo 3 para um tubo específico sob a condição de falha por pressão interna.

Adota-se o tubo de revestimento classificado pela indústria petrolífera como P110 10 3/4" HRS, com peso específico linear igual a 85.3 lb/pé. Utilizando a Equação 4.7, verifica-se que a resistência de projeto deste tubo pela ISO TR 10400 vale 16704 psi. Desta forma, a equação de estado limite é dada por

$$G_b(\mathbf{X}_{KS}) = R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS}) - 16704 = 0, \quad (5.1)$$

em que \mathbf{X}_{KS} é o vetor de variáveis aleatórias e $R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS})$ é o modelo de resistência adotado, dado pela equação de Klever e Stewart (1998) (Equação 4.4). O cenário de falha portanto corresponde à ruptura dúctil do tubo sob pressão interna em condições de ponta fechada (seção 4.2.1):

$$R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS}) = mu_{KS} \frac{2k_{dr} f_u (t_{min} - k_a a)}{D - (t_{min} - k_a a)}. \quad (5.2)$$

A incerteza de modelo mu_{KS} precisa ser incorporada à equação de estado limite para contemplar as incertezas epistêmicas associadas ao modelo de resistência adotado. Desta forma, a incerteza de modelo é definida como a razão entre a resistência real do tubo, medida por ensaio direto de pressão interna, e, a resistência estimada do tubo, calculada pelo modelo adotado. Já o vetor de variáveis aleatórias é composto da seguinte forma

$$\mathbf{X}_{KS} = [D, t_{min}, f_u, mu_{KS}]. \quad (5.3)$$

Essas variáveis aleatórias possuem seus dados estatísticos retirados da Tabela 5. As médias e desvios padrões não adimensionais são apresentados na Tabela 6 para o tubo específico em questão.

Tabela 6 – Parâmetros estatísticos e determinísticos das variáveis do exemplo de aplicação.

	Unidade	Média	Desvio Padrão	Distribuição	Nominal
f_u	psi	136500	3780	gaussiana	125000 (f_{umn})
D	in	10.81	0.020	gaussiana	10.75
t_{min}	in	0.750	0.016	gaussiana	0.797 (t)
mu_{KS}	-	1.010	0.036	gaussiana	-

Fonte: a partir de dados da ISO TR 10400 (2007) e de Tallin et al. (1998).

A seguir, a probabilidade de falha deste tubo é estimada através de diferentes métodos de confiabilidade.

5.1.1 Resolução via Integração Numérica

Aplicando a integração direta, de acordo com a seção 3.1, a integral multidimensional a ser resolvida é a seguinte:

$$P_f^{\text{integral}} = F_M(m = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{m=0} f_{f_u, D, t_{\min}, mu_{KS}}(G_b^{-1}, D, t_{\min}, mu_{KS}) \left| \frac{\partial G_b^{-1}}{\partial m} \right| dm dD dt_{\min} dmu_{KS}, \quad (5.4)$$

em que M é a margem de segurança, $f_{f_u, D, t_{\min}, mu_{KS}}$ é a PDF conjunta das variáveis aleatórias da análise, e, $G_b^{-1} = G_b^{-1}(m, D, t_{\min}, mu_{KS})$ consiste na inversa da equação de estado limite para f_u . Ou seja, a equação de estado limite é manipulada de maneira a isolar o termo f_u , ficando

$$G_b^{-1} = f_u = \left(\frac{m + 16704}{mu_{KS}} \right) \left(\frac{D - (t_{\min} - k_a a)}{2k_{dr}(t_{\min} - k_a a)} \right). \quad (5.5)$$

Os limites de integração indicados como $-\infty$ e ∞ na Equação 5.4 na prática correspondem a valores extremos da variável aleatória correspondente à integral. Adotam-se limites extremos onde a densidade de probabilidade é igual ou menor a 10^{-50} , tanto pela esquerda ($-\infty$) como pela direita (∞) da PDF da variável aleatória.

A PDF conjunta $f_{f_u, D, t_{\min}, mu_{KS}}(G_b^{-1}, D, t_{\min}, mu_{KS})$ é encontrada através do produto das PDF individuais de cada variável aleatória, uma vez que essas são adotadas como independentes.

Desta forma, a integral multidimensional é resolvida numericamente com auxílio do pacote numérico *scipy.integrate* para *Python* (JONES et al., 2001). O resultado encontrado é

$$P_f^{\text{integral}} = 10^{-3.4583}. \quad (5.6)$$

O resultado é possivelmente o mais exato que se pode obter, tendo em vista que o erro nessa resposta se deve unicamente à precisão da integração numérica aplicada. Entretanto, essa metodologia demanda um tempo considerável para resolução da integral multidimensional, aproximadamente 17 minutos, considerando a máquina especificada anteriormente.

A probabilidade de falha encontrada revela que a resistência de projeto da ISO TR 10400, neste caso, pode ser considerada moderadamente conservadora se o TRL for adotado como 0.5% (valor adotado pela ISO TR 10400 para calcular a resistência de projeto à pressão externa). Ainda, invertendo P_f^{integral} pode-se concluir que produzindo e projetando tubos de revestimento desta forma, somente 1 em cada 2873 tubos devem falhar quando submetidos ao valor de resistência de projeto (16704 psi). Devido a isso, pode-se pensar em estabelecer uma resistência de projeto à pressão interna um pouco maior para o tubo em questão e chegar a uma probabilidade de falha um pouco maior, mas com um risco ainda aceitável. Entretanto, para fazer algo deste tipo, é importante avaliar outros fatores que influenciam o risco estrutural do poço para saber que probabilidade de falha é aceitável no contexto em que o tubo está inserido.

Destaca-se que a integral é resolvida para este tubo específico, no modo de falha proposto e para a solicitação adotada igual ao valor de resistência de projeto. Se qualquer modificação for necessária para analisar outro cenário devido a qualquer aspecto prático da análise, a integral deve ser novamente avaliada, demandando novamente o mesmo tempo para sua solução. Na prática, isso torna a metodologia de integração numérica limitada, mesmo que o erro desta resposta esteja associado somente à precisão da integração numérica.

5.1.2 Resolução via Monte Carlo

Utilizando o método de Monte Carlo, é necessário estabelecer inicialmente o número de cenários a serem avaliados pela equação de estado limite. Utilizando a Equação 3.8 para a probabilidade de falha encontrada via integração numérica e um $COV = 0.05$, tem-se $N_{\min} = 1.148.705$. Desta forma, executando Monte Carlo, encontra-se uma probabilidade de falha igual a $10^{-3.4560}$, levando cerca de 10 segundos para obter a resposta. Entretanto, executando novamente o método com os mesmos dados obtém-se uma nova probabilidade de falha igual a $10^{-3.5224}$. Obviamente, essa variabilidade da resposta é esperada pois está intrínseca ao método de Monte Carlo.

Visando uma resposta mais precisa, somente neste exemplo de aplicação o método é executado 100 vezes e adota-se a resposta da probabilidade de falha via Monte Carlo igual a média dessas simulações. O resultado obtido é

$$P_f^{MC} = 10^{-3.4605}. \quad (5.7)$$

Nota-se que a resposta está muito próxima da encontrada via integração numérica. O COV para essas 100 simulações, calculado através da fração entre desvio padrão e média das probabilidades de falha, vale 0.0512 ficando bastante próximo dos 0.05 que foram atribuídos inicialmente.

Apesar de fornecer uma resposta boa, ou seja, bastante próxima da resposta via integração direta, o método de Monte Carlo possui uma incerteza intrínseca a quantidade de cenários simulados, tornando-se limitado para aplicações práticas.

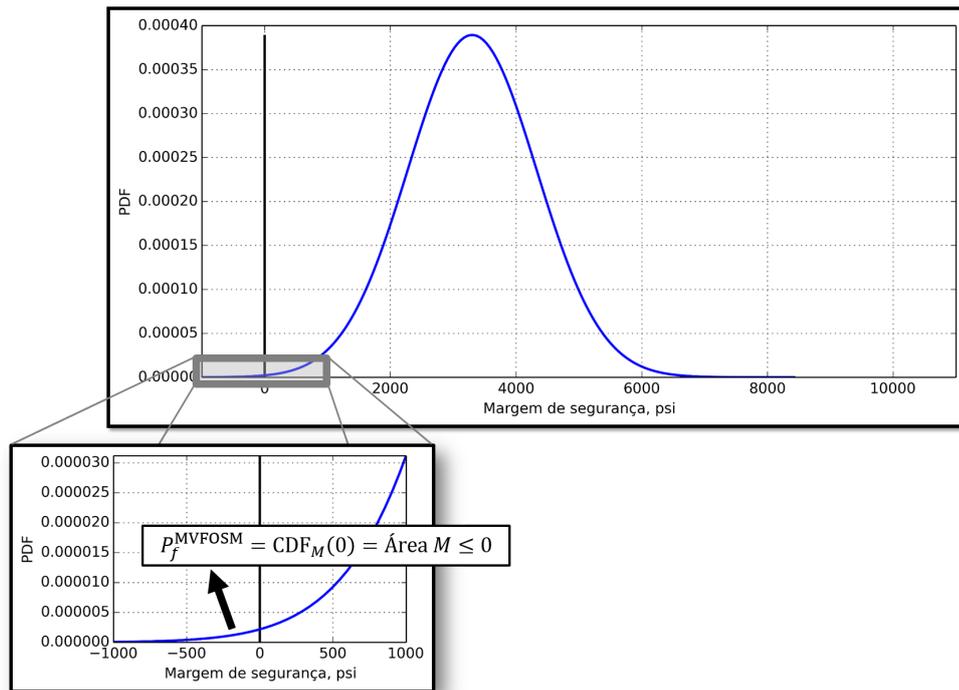
5.1.3 Resolução via MVFOSM

É possível ter uma noção mais imediata da confiabilidade deste exemplo prático ao se estimar média e variância da margem de segurança, $M = G_b(\mathbf{X}_{KS})$, que consiste na variável aleatória da equação de estado limite. Para tanto, realiza-se uma aproximação de primeira ordem em série de Taylor para média (Equação 2.33) e variância (Equação 2.34) de M no ponto das médias das variáveis aleatórias \mathbf{X}_{KS} . Como visto na seção 3.3, o índice de confiabilidade β é dado justamente pela divisão entre média e desvio padrão de M , ou seja,

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{G_b(\mu_{f_u}, \mu_D, \mu_{t_{\min}}, \mu_{mu_{KS}})}{\sqrt{\left(\frac{\partial G_b}{\partial f_u}\right)^2 \sigma_{f_u}^2 + \left(\frac{\partial G_b}{\partial D}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial G_b}{\partial t_{\min}}\right)^2 \sigma_{t_{\min}}^2 + \left(\frac{\partial G_b}{\partial mu_{KS}}\right)^2 \sigma_{mu_{KS}}^2}}. \quad (5.8)$$

Desta forma, chega-se a $\mu_M = 3301.9$, $\sigma_M = 1024.5$ e $\beta = 3.223$. Adotando M como uma variável aleatória de distribuição gaussiana, o cálculo da probabilidade de falha é realizado a partir da probabilidade de que $M \leq 0$. A Figura 37 a seguir apresenta graficamente como o problema é tratado via MVFOSM.

Figura 37 – Representação gráfica do problema tratado via MVFOSM. A margem de segurança é adotada como gaussiana com média e desvio padrão aproximados por série de Taylor no ponto das médias das variáveis aleatórias.



Fonte: Autor (2014).

Desta forma, quanto mais afastada de números negativos estiver a média de M e quanto menor for o desvio padrão de M , menor deve ser a probabilidade de falha da análise. Por fim, a probabilidade de falha é estimada fazendo:

$$P_f^{\text{MVFOSM}} = \Phi(-3.223) = 10^{-3.1974}. \quad (5.9)$$

Nota-se que o valor encontrado difere consideravelmente do valor encontrado via integração numérica. Analisando a diferença percentual entre os expoentes da probabilidade de falha, tem-se um erro de 7.54%. Neste caso, o erro associado ao MVFOSM é a favor da segurança, uma vez que a probabilidade de falha calculada com ele é maior do que a probabilidade de falha real do problema, melhor estimada com a integração direta.

A execução do MVFOSM pode ser automatizada em um computador, sendo extremamente rápida de ser realizada. O baixo tempo de processamento deste método é, portanto, uma

grande vantagem dele. Entretanto, sua resposta diverge razoavelmente da solução via integração numérica.

5.1.4 Resolução via FOSM / FORM

O FORM nesse exemplo se confunde com o FOSM, uma vez que as variáveis aleatórias são todas gaussianas e independentes, sendo idênticos os resultados alcançados pelos dois métodos.

A Tabela 7 a seguir apresenta detalhes das iterações para buscar o ponto de projeto. Note que com apenas 4 iterações o algoritmo rapidamente converge. A função de estado limite no espaço reduzido é dada por $g_b(\mathbf{y})$, onde \mathbf{y} é o vetor de variáveis aleatórias reduzidas.

Tabela 7 – Iterações para busca do ponto de projeto para o FOSM/FORM.

ite	β	$g_b(\mathbf{y})$	$y_1(D)$	$y_2(t_{\min})$	$y_3(f_u)$	$y_4(mu_{KS})$
0	-	3301.9	0.0000(10.810)	0.0000(0.750)	0.0000(136500)	0.0000(1.010)
1	3.2228	170.54	0.1246(10.812)	-1.5175(0.726)	-1.7426(129913)	-2.2430(0.929)
2	3.4074	0.4096	0.1234(10.812)	-1.5569(0.725)	-1.8187(129625)	-2.4215(0.923)
3	3.4079	-0.00077	0.1229(10.812)	-1.5517(0.725)	-1.8151(129639)	-2.4282(0.923)
4	3.4079	0.00000	0.1229(10.812)	-1.5514(0.725)	-1.8148(129640)	-2.4286(0.923)

Fonte: Autor (2014).

Desta forma, com o índice de confiabilidade encontrado na última iteração, a probabilidade de falha é estimada fazendo

$$P_f^{\text{FORM}} = \Phi^{-1}(3.408) = 10^{-3.4850} \quad (5.10)$$

Verifica-se que o FORM apresenta uma boa aproximação para a probabilidade de falha, comparando seu resultado com Monte Carlo e a integração direta. Além disso, o algoritmo é processado de forma instantânea pelo computador, onde o tempo de processamento é desprezível para esse exemplo.

O FORM fornece adicionalmente os fatores de sensibilidade de cada variável aleatória na probabilidade de falha obtida. Eles correspondem às componentes do vetor unitário com direção igual ao vetor posição do ponto de projeto no espaço reduzido, isto é, a direção do vetor \mathbf{y} na última iteração da Tabela 7. Desta forma, a Tabela 8 apresenta esses fatores em termos percentuais.

Tabela 8 – Fatores de sensibilidade para a probabilidade de falha obtida via FOSM/FORM.

D	t_{\min}	f_u	mu_{KS}
0.13%	20.72%	28.36%	50.79%

Fonte: Autor (2014).

A incerteza de modelo possui alta influência nessa análise probabilística, seguida de f_u e t_{\min} . Por fim, observa-se que o diâmetro externo praticamente não possui influência. Esse fato é comprovado quando o FOSM/FORM é executado novamente considerando o diâmetro externo como variável determinística igual ao seu valor médio. Neste caso, a probabilidade de falha encontrada vale $10^{-3.4885}$. Comparando com a resposta anterior, a diferença percentual entre os expoentes vale somente 0.10%.

Realizando o mesmo procedimento de avaliar P_f com D variável e depois com D fixo, utilizando os outros métodos de confiabilidade, obtém-se sempre a mesma diferença percentual entre as respostas, em torno de 0.10%. Isso mostra que a análise da sensibilidade da probabilidade de falha em relação as variáveis aleatórias também pode ser realizada através dos outros métodos de confiabilidade. Entretanto, essa análise possui maior custo computacional, demandando duas avaliações do método utilizado, enquanto que no FORM, os fatores de sensibilidade já fornecem de forma mais imediata uma resposta adequada.

5.1.5 Resolução via SORM

Partindo do índice de confiabilidade calculado via FORM, a probabilidade de falha via SORM é calculada utilizando a Equação 3.36, como apresenta a subseção 3.3.4. As curvaturas de $g_b(\mathbf{Y})$ são traduzidas para o cálculo da probabilidade de falha via SORM a partir da matriz \mathbf{A} . Ela consiste na matriz Hessiana de $g_b(\mathbf{Y})$ rotacionada de forma que um dos eixos deste novo sistema de coordenadas coincide com a direção do índice de confiabilidade e a ortogonalidade dos eixos restantes seja mantida. Geralmente o eixo escolhido para coincidir com a direção do índice de confiabilidade é o correspondente a última variável aleatória na ordenação do vetor de variáveis aleatórias. A ordem adotada aqui é dada pela Equação 5.3. Utiliza-se o algoritmo de Gram-Schmidt para realizar a ortogonalização dos demais eixos.

Sendo assim, depois da execução dessas etapas, chega-se a matriz \mathbf{A}^* , que nesta análise resulta em

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -2.1620 \times 10^{-6} & -7.6991 \times 10^{-1} & -4.2331 \times 10^{-1} & -9.4221 \times 10^{-1} \\ -7.6991 \times 10^{-1} & -1.8196 \times 10^1 & -2.4384 & -4.7651 \\ -4.2331 \times 10^{-1} & -2.4384 & -1.1616 \times 10^1 & -4.9912 \\ -9.4221 \times 10^{-1} & -4.7651 & -4.9912 & 3.1258 \times 10^1 \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

A aplicação desta matriz no cálculo da probabilidade de falha via SORM (Equação 3.36) deve ser feita desconsiderando a linha e coluna referente ao eixo fixado na direção do índice de confiabilidade, uma vez que no cálculo da probabilidade de falha são necessárias apenas as curvaturas da equação de estado limite em relação aos demais eixos. Desta forma, a matriz \mathbf{A} é

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2.1620 \times 10^{-6} & -7.6991 \times 10^{-1} & -4.2331 \times 10^{-1} \\ -7.6991 \times 10^{-1} & -1.8196 \times 10^1 & -2.4384 \\ -4.2331 \times 10^{-1} & -2.4384 & -1.1616 \times 10^1 \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

Finalmente, aplicando a Equação 3.36 chega-se a seguinte probabilidade de falha

$$P_f^{\text{SORM}} = 10^{-3.4601} \quad (5.13)$$

Nota-se que a resposta é mais próxima das respostas de Monte Carlo e da integração numérica do que a resposta do FORM. Isso é natural, uma vez que a equação de estado limite é não linear e a aproximação do SORM é de segundo grau, diferentemente da aproximação do FORM que é de primeiro grau.

O tempo de processamento do SORM neste exemplo de aplicação também é praticamente desprezível, ou seja, muito próximo de zero. Entretanto, analisando a formulação da probabilidade de falha, verifica-se que as operações matriciais podem se tornar dispendiosas computacionalmente caso hajam muitas variáveis aleatórias na análise. Isso é devido ao cálculo da matriz hessiana e ao cálculo do determinante que possuem complexidade proporcional ao número de variáveis aleatórias.

5.1.6 Considerações

Os resultados dos métodos utilizados são resumidos na Tabela 9. O valor de referência para o erro é tomado como a probabilidade de falha obtida via integração numérica, mesmo sabendo que deve existir um pequeno erro numérico associado a esse resultado.

Tabela 9 – Resultados do exemplo de aplicação com os métodos de confiabilidade utilizados.

	Integração numérica	Monte Carlo	MVFOSM	FOSM/FORM	SORM
P_f	$10^{-3.4583}$	$10^{-3.4605}$	$10^{-3.1974}$	$10^{-3.4850}$	$10^{-3.4601}$
Erro	-	-0.06%	7.54%	-0.77%	-0.05%
Tempo	~ 17 minutos	~ 100×10 s	0.0003 s	0.016 s	0.033 s

Fonte: Autor (2014).

Os erros relativos são apresentados de forma que valores positivos indicam um erro a favor da segurança, ou seja, a probabilidade de falha estimada é maior do que a fornecida via integração numérica. Valores negativos indicam o oposto, sendo contra a segurança. Nota-se que o MVFOSM apresenta um erro bastante expressivo devido a sua aproximação grosseira que considera a margem de segurança gaussiana, aproximando média e desvio padrão via série de Taylor.

Por outro lado, o FOSM/FORM e o SORM apresentam resultados com erros relativos bastante pequenos, sendo o SORM um pouco melhor. Já o método de Monte Carlo apresenta também uma ótima estimativa da probabilidade de falha, entretanto sua metodologia torna o método limitado devido ao custo computacional e a variabilidade das respostas. Enfatiza-se que

os resultados desses métodos devem ser utilizados com precaução devido a suas estimativas estarem associadas a pequenos erros contra a segurança da análise estrutural.

As seções a seguir apresentam os resultados da confiabilidade de uma grande quantidade de tubos de revestimento para os principais modos de falha discutidos na seção 4.2.

5.2 Análise de Confiabilidade dos Modelos de Resistência de Projeto

Nesta seção, verifica-se os níveis de confiabilidade de tubos de revestimento dimensionados com base nos códigos normativos API Bull 5C3 e ISO TR 10400. Com isso, é possível verificar ganhos relacionados às atualizações de um documento para o outro.

A metodologia empregada é a mesma do exemplo de aplicação da seção anterior, sendo estendida para outros tubos com geometrias e graus de aço diferentes. Com isso, verifica-se a confiabilidade das recomendações de projeto de forma mais abrangente.

Durante as análises dos resultados também são comparados os diferentes métodos de confiabilidade enunciados no Capítulo 3. A ideia é verificar a qualidade da resposta de cada um e ao final, concluir qual o método mais adequado para a aplicação proposta.

5.2.1 Ruptura sob Pressão Interna

Essa subseção apresenta as probabilidades de falha relacionadas às formulações de projeto para pressão interna. O modelo de Klever e Stewart (1998) é utilizado de maneira probabilística para estimar a ruptura do tubo.

Visando comparar a confiabilidade entre as normas API Bull 5C3 e ISO TR 10400, duas equações de estado limite são adotadas:

$$G_{iAPI}(\mathbf{X}_{KS}) = R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS}) - R_{iAPI} = 0, \quad (5.14)$$

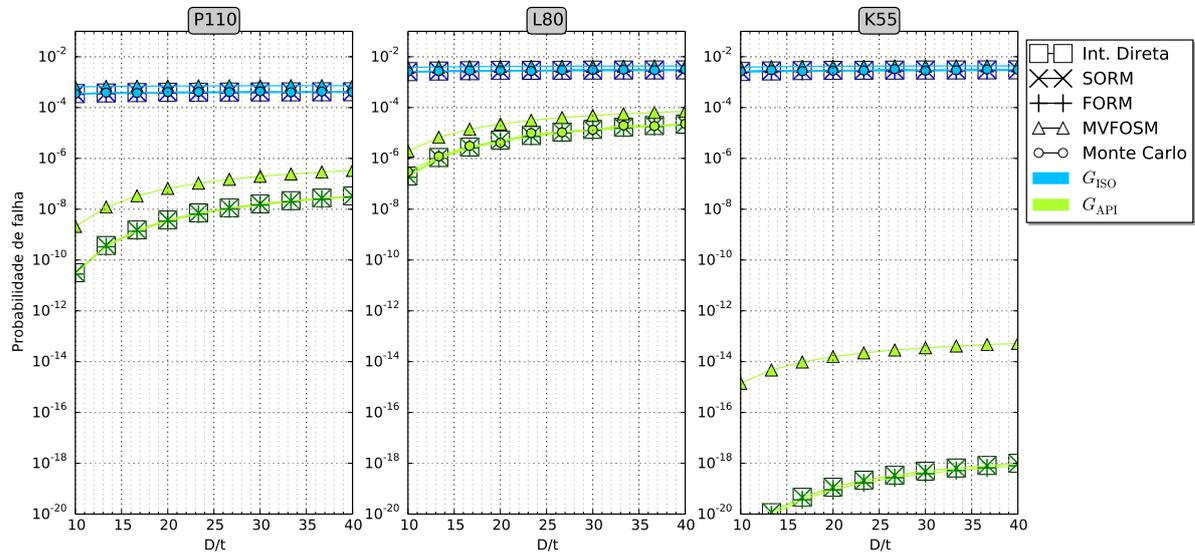
e

$$G_{iISO}(\mathbf{X}_{KS}) = R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS}) - R_{iISO} = 0. \quad (5.15)$$

Elas são semelhantes a da seção anterior, sendo mantida a resistência probabilística $R_{iKS}(\mathbf{X}_{KS})$ (Equação 5.2), mas alterando a solicitação. A primeira equação $G_{iAPI}(\mathbf{X}_{KS})$ permite avaliar a confiabilidade de tubos de revestimento dimensionados pela antiga API Bull 5C3. A segunda equação $G_{iISO}(\mathbf{X}_{KS})$ permite avaliar a confiabilidade de tubos de revestimento dimensionados pela ISO TR 10400. Além disso, o modelo de resistência probabilística adotado considera o tubo sob condições de ponta fechada (*capped-end*).

A Figura 38 apresenta os resultados das probabilidades de falha em função da razão D/t para tubos P110, L80 e K55, destacando-se os diferentes métodos utilizados.

Figura 38 – Comparação de probabilidades de falha para as resistências de projeto à pressão interna da API Bull 5C3 (1999) e da ISO TR 10400 (2007) calculadas com diferentes métodos de confiabilidade. O modelo de resistência utilizado é o de Klever e Stewart (1998).



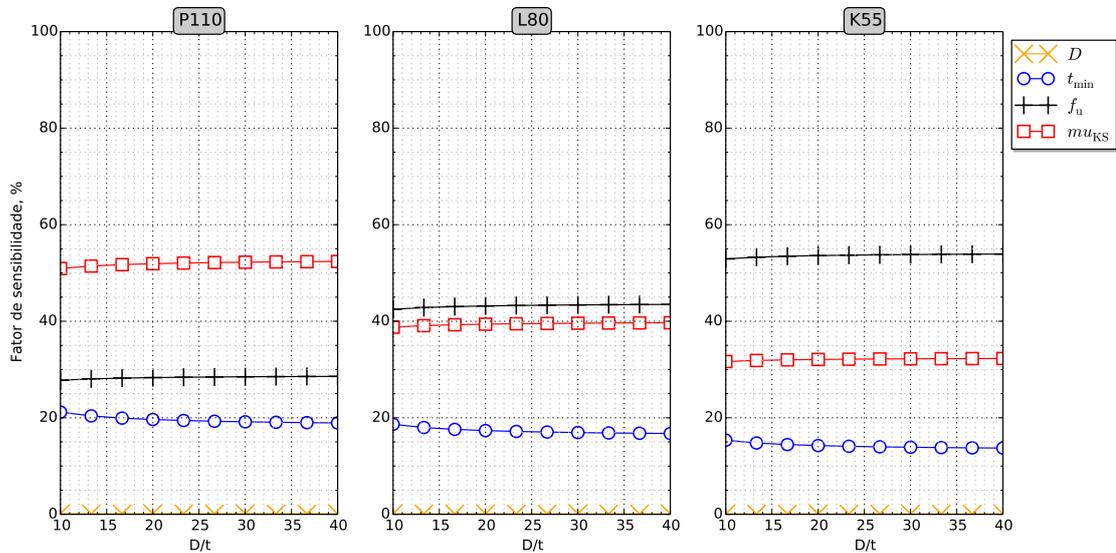
Fonte: Autor (2014).

Verifica-se que os resultados entre os métodos FORM, SORM, integração direta e Monte Carlo convergem satisfatoriamente sobre todo o intervalo de D/t . Apesar disso, o tempo de processamento dos métodos integração direta e Monte Carlo são muito maiores, entre 12 e 18 minutos para cada ponto no gráfico. Nota-se também que o MVFOSM traz as respostas mais divergentes entre os métodos utilizados. Isso ocorre devido as simplificações intrínsecas ao método não serem convenientes para a aplicação proposta. Por outro lado, observa-se que esse erro diminui a medida que a probabilidade de falha aumenta. Por fim, devido a limitação de memória do computador utilizado, as simulações de Monte Carlo se mostram incapazes de alcançar probabilidades de falha menores do que aproximadamente 10^{-7} , não sendo apresentados esses resultados nos gráficos.

Comparando as probabilidades de falha para as resistências de projeto da API Bull 5C3 e ISO TR 10400, nota-se uma grande diferença entre a confiabilidade de uma norma para outra. A API Bull 5C3 recomenda resistências de projeto bastante conservadoras, principalmente para tubos K55. Além disso, nota-se um crescimento de P_f com D/t em todos os graus de aço. Já a ISO TR 10400 recomenda resistências de projeto com probabilidades de falha constantes com D/t , havendo uma pequena variação entre os graus de aço (de $10^{-3.45}$ a $10^{-2.52}$). Ainda, as probabilidades de falha associadas às resistências de projeto da ISO TR 10400 (2007) estão sempre próximas e abaixo de $10^{-2.3}$, ou 0.5%, valor de probabilidade de falha referenciado na formulação de colapso.

Os fatores de sensibilidade das análises são apresentados na Figura 39.

Figura 39 – Fatores de sensibilidade das análises realizadas para a pressão interna com FORM, utilizando a equação de estado limite $G_{iISO}(\mathbf{X}_{KS})$.



Fonte: Autor (2014).

Para tubos P110, a incerteza de modelo é o parâmetro com maior influência na probabilidade de falha obtida sobre todo o intervalo de D/t analisado. Ainda neste grau de aço, tem-se a tensão última à tração e a espessura de parede logo em seguida. Em todos os graus de aço, o diâmetro externo possui pouquíssima influência na probabilidade de falha obtida. Isso se deve ao fato de que sua dispersão é bem menor em relação à dispersão dos outros parâmetros. Nos tubos L80 e K55, a tensão última à tração possui a maior importância na probabilidade de falha obtida. Como a incerteza de modelo, a espessura de parede e o diâmetro externo possuem dispersão fixa para os três graus de aço, é possível concluir que tubos P110 possuem melhor controle de qualidade em relação aos outros graus de aço.

5.2.2 Ruptura sob Pressão Externa

Essa subseção apresenta as probabilidades de falha relacionadas às formulações de projeto para pressão externa. O modelo de Klever e Tamano (2006) é utilizado de maneira probabilística para estimar a ruptura do tubo.

Portanto, a comparação entre as confiabilidades das normas API Bull 5C3 e ISO TR 10400 para a pressão externa é feita utilizando as seguintes equações de estado limite:

$$G_{oAPI}(\mathbf{X}_{KT}) = R_{oKT}(\mathbf{X}_{KT}) - R_{oAPI} = 0, \quad (5.16)$$

e

$$G_{oISO}(\mathbf{X}_{KT}) = R_{oKT}(\mathbf{X}_{KT}) - R_{oISO} = 0. \quad (5.17)$$

Desta vez, o modelo de resistência é dado por Klever e Tamano (2006) (Equação 4.34) e as solicitações são dadas pelas formulações de projeto das duas normas (Equações 4.31 e 4.38).

Assim, semelhante à subseção anterior, as análises visam comparar os níveis de confiabilidade entre as normas.

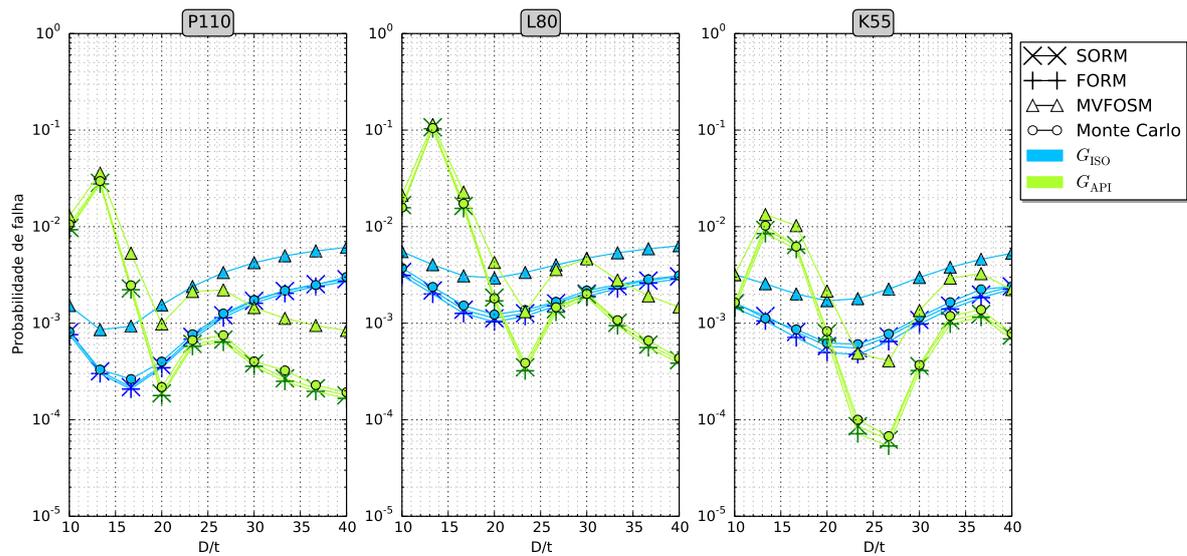
As variáveis aleatórias adotadas no modelo de Klever e Tamano (2006) são:

$$\mathbf{X}_{KT} = [f_y, D, t, ov, ec, rs, mu_{KT}]. \quad (5.18)$$

Essas variáveis aleatórias possuem seus dados estatísticos retirados da Tabela 5.

A Figura 40 apresenta as probabilidades de falha obtidas para tubos K55 CRS, L80 CRS e P110 HRS sob o domínio de D/t . Devido a grande quantidade de variáveis aleatórias nas análises, a integral multidimensional a ser solucionada possui dimensão igual a 7, desta forma a integração numérica da região de falha apresenta grande dificuldade de ser solucionada não sendo realizada nas análises.

Figura 40 – Comparação de probabilidades de falha para as resistências de projeto à pressão externa da API Bull 5C3 (1999) e da ISO TR 10400 (2007) calculadas com diferentes métodos de confiabilidade. O modelo de resistência utilizado é o de Klever e Tamano (2006).



Fonte: Autor (2014).

Mais uma vez, as respostas entre os métodos de confiabilidade FORM, SORM e Monte Carlo convergem satisfatoriamente, conforme apresentado na Figura 40. Entretanto, o MVFOSM diverge cada vez mais das respostas desses métodos a medida que a probabilidade de falha diminui.

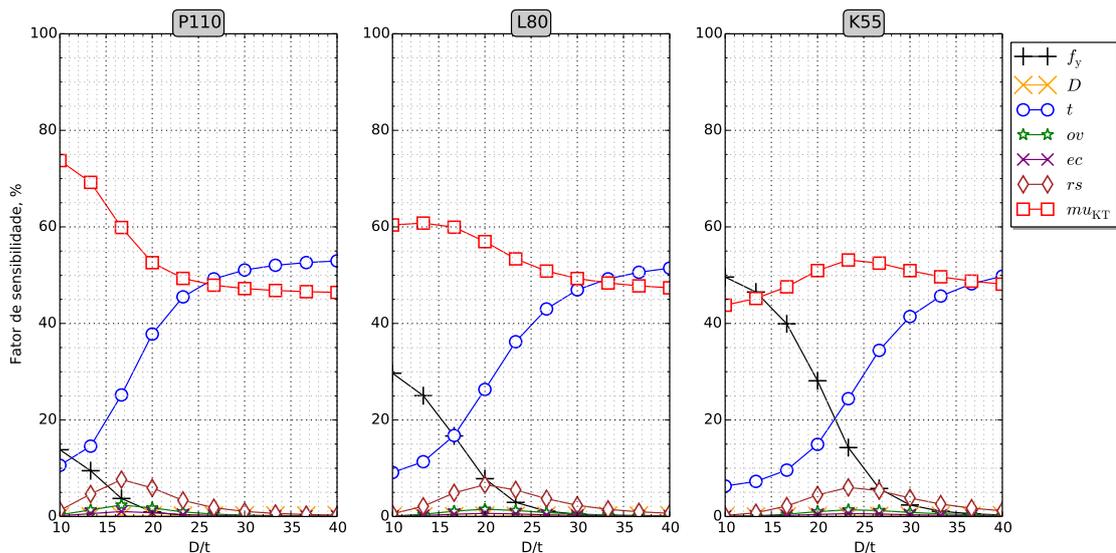
Comparando as probabilidades de falha entre as normas API Bull 5C3 e ISO TR 10400, nota-se que, para os três graus de aço, a API Bull 5C3 recomenda resistências de projeto com altas probabilidades de falha para tubos com D/t baixo (chegando a $P_f = 0.1$ no L80) e baixas probabilidade de falha para tubos com D/t alto (6×10^{-5} no K55). Esse comportamento não é desejável para recomendações normativas, sendo mais sensato que a probabilidade de falha seja

aproximadamente constante para qualquer tubo dimensionado pela mesma norma. Ao verificar esse comportamento, a ISO TR 10400 (2007) recomenda uma formulação para a resistência de projeto à pressão externa que apresenta probabilidades de falha mais constantes sobre o domínio de D/t , conforme apresentado na Figura 40. Vale ressaltar que esse resultado é obtido devido aos coeficientes de minoração $k_{e\ des}$ e $k_{y\ des}$ (seção 4.2.2) utilizados na formulação de projeto serem calibrados objetivando isso.

Comparando as probabilidades de falha entre as resistências à pressão externa e interna (subseção 5.2.1), nota-se que o comportamento para a pressão interna é mais constante sobre o intervalo de D/t . Isso pode ser justificado devido aos mecanismos de falha para a pressão externa serem mais complexos do que o mecanismo de falha para a pressão interna. Ou seja, para a pressão externa tubos de diferentes geometrias falham de formas distintas, onde tubos robustos falham por início de escoamento seguido de plastificação gradativa da seção transversal, e tubos finos falham por mecanismos geométricos, como flambagem da seção transversal (subseção 4.2.2). Portanto, a formulação adequada para sugerir resistências de projeto que abranja bem qualquer um desses casos possui uma complexidade razoável. Já para a pressão interna, o mecanismo de falha, dado pela ruptura dúctil (subseção 4.2.1), não se altera em função da geometria dos tubos, o que torna a formulação mais simples em comparação a formulação para a pressão externa.

Os fatores de sensibilidade das análises são apresentados na Figura 41.

Figura 41 – Fatores de sensibilidade das análises realizadas para a pressão interna com FORM, utilizando a equação de estado limite $G_{oISO}(X)$.



Fonte: Autor (2014).

De maneira geral, nota-se uma expressiva variação dos níveis de importância de cada parâmetro sobre o intervalo de D/t . A espessura de parede possui baixa influência em tubos

mais robustos, mas para tubos mais finos ela acaba se tornando a variável aleatória de maior influência. Já a tensão de escoamento possui um comportamento inverso. A incerteza de modelo se mantém com uma significativa influência em todos os graus de aço sobre todo o intervalo de D/t . Por fim, as variáveis aleatórias restantes possuem sempre baixa influência nas probabilidades de falha obtidas, se destacando entre elas a tensão residual com um salto sutil no fator de sensibilidade em tubos com D/t intermediários.

5.2.3 Início de Escoamento na Parede Interna do Tubo

Essa subseção apresenta as probabilidades de falha relacionadas às formulações de projeto para ações combinadas de pressão interna, externa e força axial. O modelo que combina o critério de von Mises com as equações de Lamé (subseção 4.2.4) é utilizado de maneira probabilística para estimar o início do escoamento na parede interna do tubo. Desta forma, a equação de estado limite é dada por

$$G_{VM}(f_{ymn}, D, t, t_{min}) = f_y - \sigma_{eq}(D, t, t_{min}) = 0, \quad (5.19)$$

onde

$$\sigma_{eq}(D, t, t_{min}) = \left(\frac{F_{eff}}{\pi t(D-t)} \right)^2 + \frac{3}{16} \left(\Delta P \frac{D^2}{t_{min}(D-t_{min})} \right)^2, \quad (5.20)$$

e

$$F_{eff} = F_a - P_i \frac{\pi t(D-t)(D-2t_{min})^2}{4t_{min}(D-t_{min})} + P_o \frac{\pi t(D-t)D^2}{4t_{min}(D-t_{min})}. \quad (5.21)$$

Desta forma, tem-se como variáveis aleatórias f_y , D , t e t_{min} . Elas possuem seus dados estatísticos retirados da Tabela 5. Ressalta-se que uma incerteza do modelo não é incorporada à equação de estado limite, pois não foram encontrados relatórios técnicos com dados de ensaios laboratoriais para calibrar esse parâmetro. Esta limitação pode tornar os resultados obtidos limitados. Porém, como o início do escoamento não remete à ruptura do tubo, onde a seção transversal ainda pode sofrer plastificação, entende-se que as probabilidades de falha obtidas aqui servem como uma resposta complementar à falha associada a ruptura verdadeira do tubo (modelos de Klever e Stewart (1998) e Klever e Tamano (2006) analisados nas subseções anteriores). Portanto, pode-se denominar as análises aqui realizadas como análises de confiabilidade para o estado limite de serviço. Ainda, a metodologia e os resultados apresentados aqui são úteis para futuras análises a serem realizadas quando uma incerteza de modelo de von Mises estiver disponível.

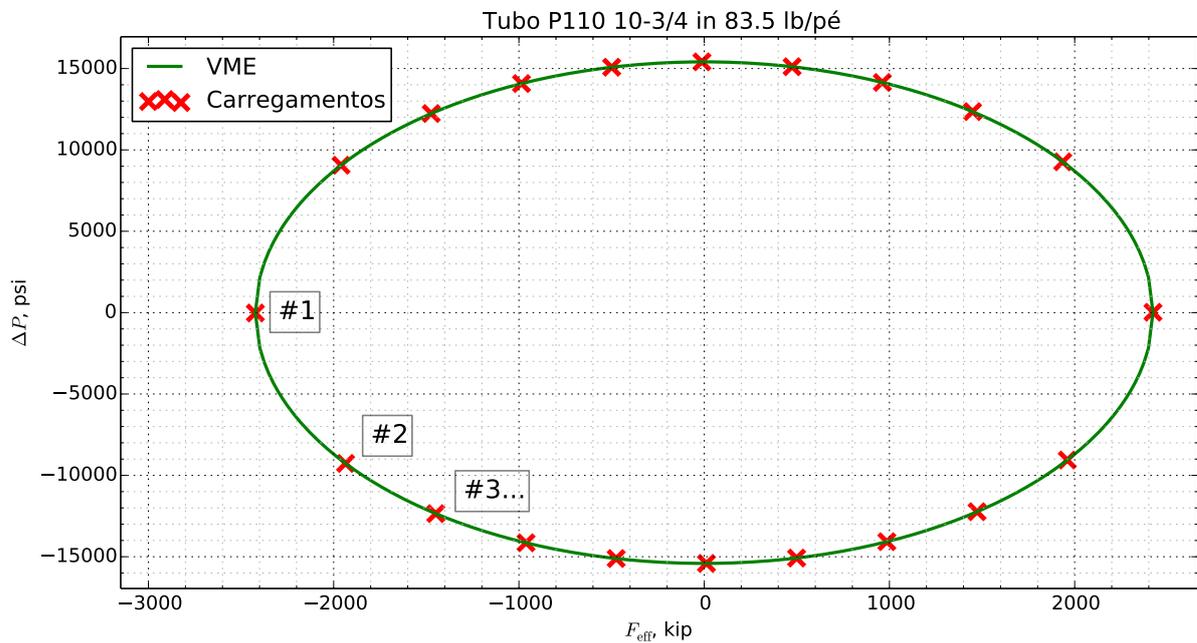
Ressalta-se também que tubos finos quando submetidos a cenários de pressão externa maior do que pressão interna falham por mecanismos geométricos, como flambagem da seção transversal, não sendo adequado atribuir o critério de von Mises à falha desses tubos, uma vez que a ruptura deve ocorrer antes mesmo do início do escoamento do aço. O mesmo pode ser concluído para tubos longos e esbeltos, que podem falhar por flambagem do corpo do tubo.

Diferente das duas seções anteriores, os resultados obtidos nesta seção se referem sempre a um tubo específico, pois as análises são realizadas com ações combinadas e a variação

dessas ações passam a ser o foco do estudo. Desta forma, o tubo adotado para as análises que seguem é o P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé.

Adicionalmente é necessário estabelecer valores para o carregamento através de P_i , P_o e F_a . Os carregamentos adotados para análise correspondem a pontos sobre a elipse de von Mises de projeto de um tubo específico. A formulação que define essa elipse é dada pela Equação 4.61. Vinte carregamentos pontuais são adotados, eles são ilustrados na Figura 42 e especificados na Tabela 10.

Figura 42 – Pontos adotados sobre a elipse de von Mises para realizar as análises de confiabilidade com o modelo de falha dado pelo início do escoamento do tubo.



Fonte: Autor (2014).

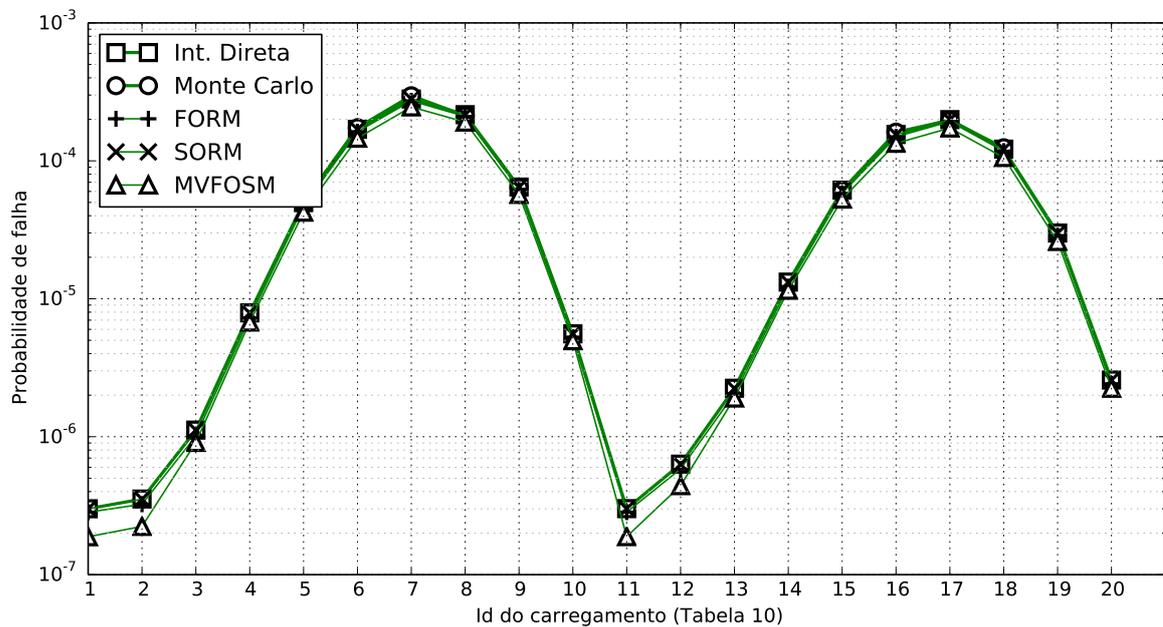
Tabela 10 – Especificação dos pontos adotados sobre a elipse de von Mises para o tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé.

#Id	ΔP , psi	F_a , ksi	F_{eff} , ksi
1	-21.79	-2424.61	-2422.63
2	-9267.02	-2776.77	-1935.67
3	-12351.70	-2569.78	-1448.71
4	-14144.29	-2245.52	-961.75
5	-15111.81	-1846.37	-474.79
6	-15410.46	-1386.52	12.17
7	-15080.03	-869.57	499.14
8	-14076.28	-291.50	986.10
9	-12234.62	362.61	1473.06
10	-9057.57	1137.93	1960.02
11	21.79	2424.13	2422.63
12	9267.02	2572.68	1935.67
13	12351.70	2297.75	1448.71
14	14144.29	1934.01	961.75
15	15111.81	1513.55	474.79
16	15410.46	1047.12	-12.17
17	15080.03	537.44	-499.14
18	14076.28	-18.51	-986.10
19	12234.62	-632.07	-1473.06
20	9057.57	-1337.42	-1960.02

Fonte: Autor (2014).

A Figura 43 apresenta os resultados de probabilidade de falha para esses carregamentos. Ainda nesta figura, as respostas dos métodos de confiabilidade FORM, SORM, MVFOSM, Monte Carlo e integração direta são destacadas. Alguns resultados de probabilidade via Monte Carlo não são apresentados devido a limitação de memória do computador para chegar aos níveis de probabilidade de falha associados à análise. De acordo com a Tabela 10, nota-se que a ordenação dos carregamentos pontuais se inicia no ponto extremo esquerdo caminhando no sentido anti-horário da elipse da Figura 42.

Figura 43 – Probabilidades de falha associadas aos pontos sobre a elipse de von Mises do tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé.



Fonte: Autor (2014).

As respostas de probabilidade de falha dos métodos de confiabilidade FORM, SORM, Monte Carlo e integração direta convergem satisfatoriamente. Já o MVFOSM apresenta respostas mais divergentes, principalmente quando as probabilidades de falha são baixas.

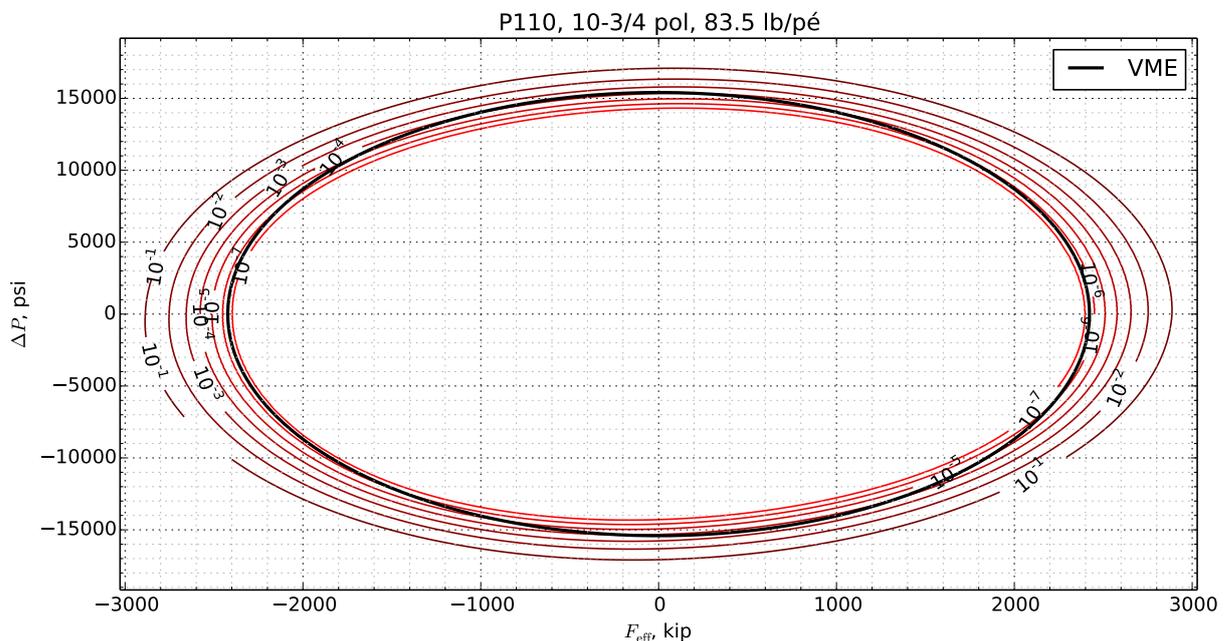
Nota-se que as probabilidades de falha mais altas ocorrem quando a força axial é baixa e o diferencial de pressão é alto. Isso pode estar associado a não consideração de t_{\min} no termo de tensão axial no critério de von Mises, o que torna as análises nesse caso menos conservadora.

Neste contexto, busca-se verificar para o tubo específico quais carregamentos remetem a probabilidades de falha previamente determinadas. Objetiva-se então gerar isocurvas de probabilidade de falha no mesmo espaço da elipse de von Mises. A metodologia utilizada para essa finalidade consiste no cálculo da probabilidade de falha para diversos carregamentos pontuais que são definidos a partir de pontos igualmente espaçados no domínio de interesse. Em seguida, uma interpolação é feita para as probabilidades de falha correspondentes as isocurvas que se deseja traçar. O resultado obtido é apresentado na Figura 44. O FORM é utilizado para realizar o cálculo das probabilidades de falha.

Observa-se novamente que a elipse de von Mises de projeto está associada a probabilidades de violação de início de escoamento muito baixas quando a força axial é alta. Assim, uma leve expansão desta elipse nessa região pode resultar em cenários ainda seguros, com probabilidades de violação de início de escoamento ainda aceitáveis.

O mapeamento das probabilidades de falha é realizado com um custo computacional

Figura 44 – Isocurvas de probabilidade de falha ilustradas no mesmo espaço da elipse de von Mises para o tubo P110 10 3/4 pol 85.3 lb/pé.



Fonte: Autor (2014).

considerável. Isso ocorre devido a grande quantidade de carregamentos pontuais avaliados pela confiabilidade estrutural. O espaço é subdividido em 300 pontos horizontais por 300 pontos verticais, totalizando 90000 avaliações a serem executadas. O tempo total para realizar essas avaliações é de aproximadamente 50 minutos. Portanto, para analisar outros tubos é necessário refazer o mapeamento, o que deve demandar um alto custo computacional.

As isocurvas de probabilidade de falha obtidas utilizando o pacote gráfico *matplotlib* (HUNTER, 2007) para *Python*.

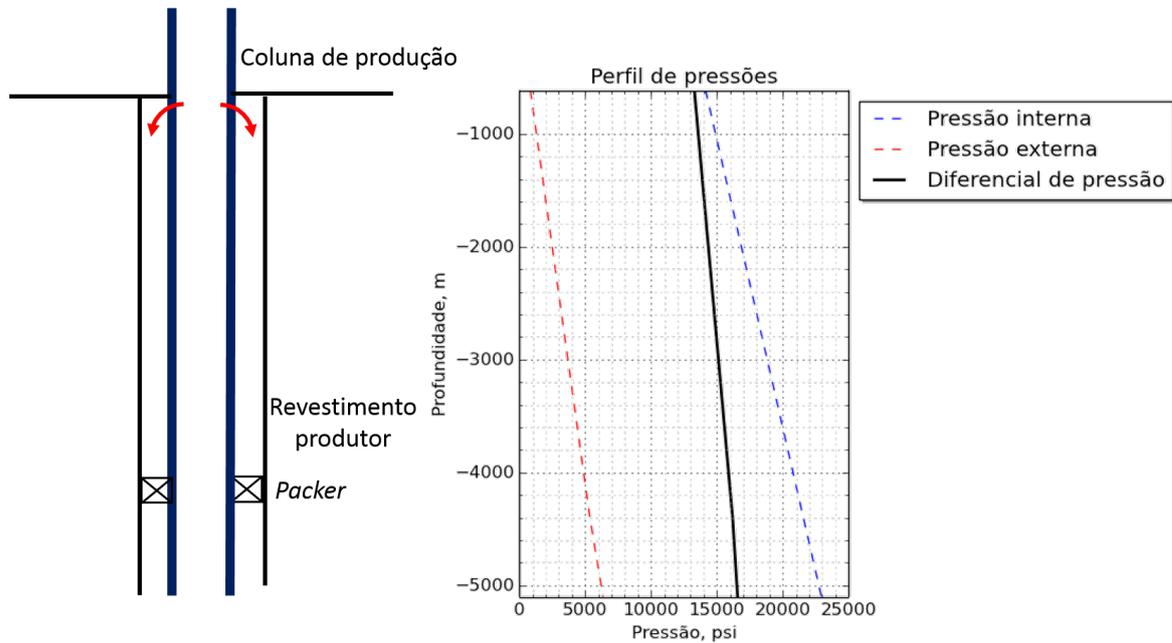
5.3 Análise de Confiabilidade de Cenário Hipotético

A confiabilidade estrutural pode também ser aplicada diretamente a cenários de solicitações quaisquer. Em geral, ainda na fase de projeto, esses cenários são previstos e ilustrados como trajetórias de carregamentos nos mesmos espaços da elipse de von Mises e das envoltórias de resistência de Klever e Stewart (1998) e Klever e Tamano (2006). Eles devem indicar casos típicos e extremos de carregamentos que devem ocorrer durante toda a vida útil do poço.

Adota-se um cenário hipotético de vazamento no topo da coluna de produção logo abaixo da cabeça do poço (*tubing leak*). A Figura 45 apresenta o esquema do poço nesta situação acompanhado do perfil de pressões do mesmo. Antes do vazamento, o espaço anular compreendido entre o revestimento produtor e a coluna de produção possui o fluido de completção e o *packer* que isola a zona produtora do espaço anular. Devido ao vazamento, a pressão

neste espaço anular aumenta significativamente. A pressão do fluido de completação que já existia no anular é somada à pressão do fluido vazante. Desta forma, tem-se como ponto crítico para o revestimento produtor a profundidade onde o *packer* está instalado.

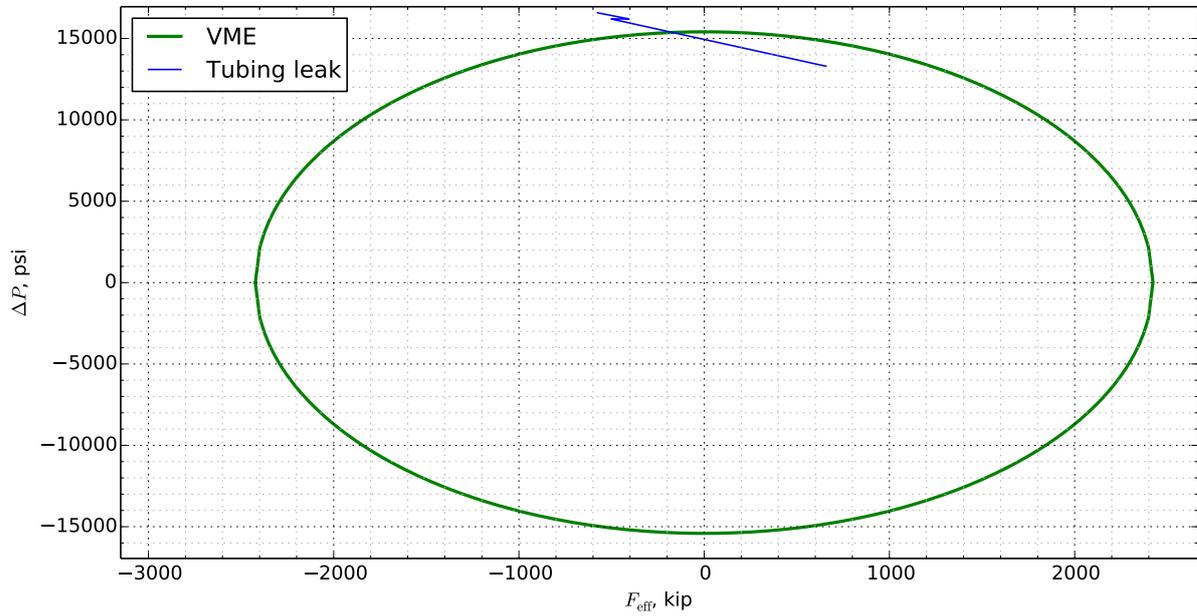
Figura 45 – Esquema e perfil de pressões para o cenário hipotético de *tubing leak*.



Fonte: elaborada pelo autor.

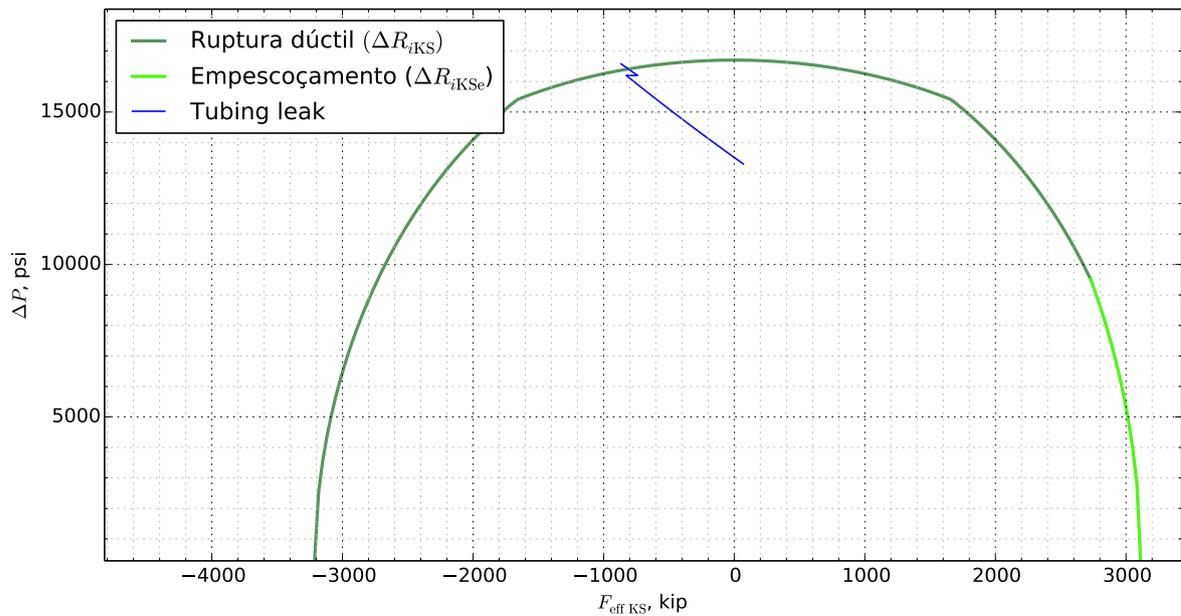
A Figura 46 apresenta a elipse de von Mises de projeto para o tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé, e a trajetória de carregamentos para o cenário adotado. Neste espaço, as resistências representam o início do escoamento na parede interna do tubo, com as devidas considerações de projeto realizadas. Já a Figura 47 apresenta a envoltória de resistências de projeto à pressão interna da ISO TR 10400 para o mesmo tubo, também sendo destacado o cenário em questão. Desta vez, as resistências remetem ao momento de ruptura do tubo.

Figura 46 – Elipse de von Mises para tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé e cenário hipotético de *tubing leak* adotado para aplicação da confiabilidade estrutural.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 47 – Envoltória de resistência à pressão interna da ISO TR 10400 (2007) para tubo P110 10-3/4 pol 85.3 lb/pé e cenário prático de *tubing leak* adotado para aplicação da confiabilidade estrutural.



Fonte: elaborada pelo autor.

Observa-se que o cenário ultrapassa os limites das duas envoltórias, não sendo recomen-

dada a utilização deste tubo para a aplicação hipotética proposta.

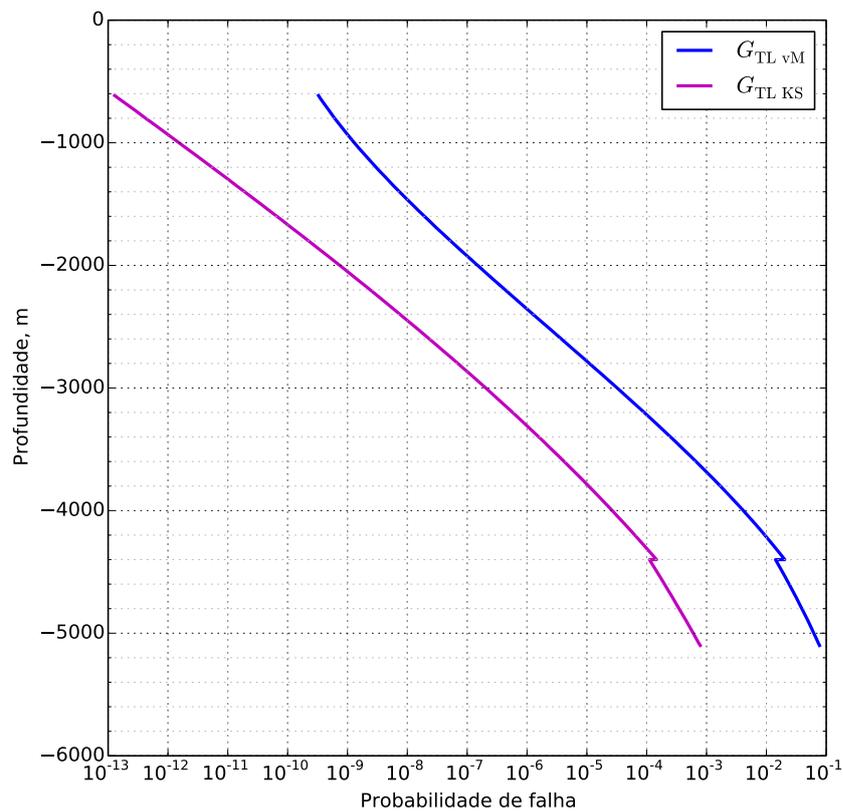
Para realizar a análise de confiabilidade neste cenário, a equação de estado limite para a ruptura tubo é

$$G_{TLKS}(\mathbf{X}_{KS}) = \Delta R_{oKS}(\mathbf{X}_{KS}) - \Delta P_{TL} = 0, \quad (5.22)$$

em que $\Delta R_{oKS}(\mathbf{X}_{KS})$ é o diferencial de pressão resistente para o modelo de Klever e Stewart (1998) e ΔP_{TL} é o diferencial de pressão do cenário. Para o estado limite de início do escoamento na parede interna do tubo, a equação de estado limite é dada pela Equação 5.19, sendo aplicados P_i , P_o e F_a para os carregamentos do cenário em questão.

Os resultados de probabilidade de falha obtidos são calculados através do FORM, sendo apresentados na Figura 48.

Figura 48 – Probabilidades de falha obtidas para o cenário de *tubing leak* considerando a ruptura do tubo (G_{TLKS}) e o início do escoamento na parede interna do tubo (G_{TLvM}).



Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se que ao longo do revestimento produtor as probabilidades de falha para os dois modelos de resistência aumentam de maneira semelhante. Além disso, a probabilidade do tubo iniciar o escoamento na parede interna é sempre maior do que a probabilidade do tubo romper, como esperado.

Apesar do tubo não ser recomendado pela envoltória de projeto da ISO TR 10400 apresentada na Figura 47, a probabilidade de falha calculada ainda pode ser razoável no ponto mais crítico, valendo aproximadamente 9×10^{-4} . Na realidade, essa análise pode ser melhor explorada ao ser verificado o risco associado ao projeto.

Verifica-se que a probabilidade de violação de início do escoamento na parede interna é bastante alta no ponto mais crítico, convergindo com a recomendação de projeto.

Esse cenário hipotético se apresenta como um exemplo de aplicação de confiabilidade em uma situação em que um determinado tubo não é recomendado por norma, mas pode ainda ser melhor explorado visando adequação do projeto sem comprometer a segurança do poço. Outros cenários críticos podem ser analisados da mesma forma.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

As análises realizadas demonstram o grande potencial da confiabilidade estrutural para avaliar as probabilidades de falha de tubos de revestimento em poços de petróleo. O desenvolvimento teórico dos métodos de confiabilidade e a inferência estatística realizada para os parâmetros dos modelos de resistência são bem fundamentados matematicamente e, portanto, recomendados em aplicações diversas da engenharia.

Dentre os métodos de confiabilidade comparados, o FORM se destaca sobre os demais devido ao seu baixo custo computacional e a boa qualidade das respostas na aplicação proposta. O SORM se destaca ainda mais, pois suas respostas tendem a ser sutilmente melhores do que as do FORM. Por outro lado, sua metodologia envolve o cálculo de derivadas de segunda ordem da equação de estado limite, e operações matriciais de complexidade igual ao número de variáveis aleatórias do problema, tais como multiplicação de matrizes e cálculo de determinante. Essas operações não afetam significativamente o custo computacional da análises realizadas, mas demandam um maior esforço intelectual durante a elaboração da rotina computacional.

Os métodos de confiabilidade com as respostas mais confiáveis são a integração numérica multidimensional da região de falha e o método de Monte Carlo com um número grande de cenários analisados. Eles possuem metodologias sem simplificações das análises de confiabilidade, devendo existir erros mínimos em suas respostas associados à precisão da integração numérica multidimensional executada pelo computador e ao número adequado de simulações para Monte Carlo. A integração numérica não é recomendada devido ao alto custo computacional para resolução de uma única análise, levando cerca de 17 minutos para calcular a probabilidade de falha de um problema com apenas quatro variáveis aleatórias e não sendo capaz de resolver o problema com sete variáveis aleatórias. Já o Monte Carlo possui uma incerteza intrínseca a sua natureza, quando o número de cenários gerados não é grande o suficiente. Isso torna a probabilidade de falha também um variável aleatória, sendo complicado estabelecer um valor fixo recomendado para a aplicação proposta.

O MVFOSM não é recomendado para as análises de confiabilidade de tubos de revestimento, visto que suas simplificações comprometem o cálculo adequado da probabilidade de falha.

Desta forma, em situações práticas, recomenda-se o uso do FORM ou SORM nas análises de confiabilidade de tubos de revestimento em poços de petróleo. Essa conclusão converge com outros trabalhos encontrados na literatura (ADAMS et al., 1998; JU et al., 1998; TALLIN et al., 1998; ISO TR 10400, 2007) que sempre utilizam o FORM, porém sem explicitar a acurácia do método em comparação a outros.

A avaliação das probabilidades de falha para as resistências de projeto da API Bull 5C3 e ISO TR 10400 demonstram uma evolução significativa da norma mais recente. Isso é observado ao se verificar um maior controle na confiabilidade das resistências de projeto da ISO TR 10400 para pressão interna e pressão externa. A API Bull 5C3 quando analisada pela confiabilidade estrutural se mostra com valores de probabilidade de falha muito variados entre diferentes graus de aço e entre tubos com D/t distintos. Esse comportamento ocorre principalmente na análise para a resistência à pressão externa. Entende-se que o ideal é sugerir recomendações normativas que mantenham a probabilidade de falha constante para diferentes tubos com qualquer grau de aço ou relação D/t .

Os resultados apresentados na subseção 5.2.1 mostram que o dimensionamento de tubos para a pressão interna pela API Bull 5C3 induz a probabilidades de falha sempre muito baixas. Por outro lado, a ISO TR 10400 recomenda um dimensionamento com probabilidades de falha mais elevadas, mas ainda aceitáveis. Isso ocorre devido a mudança de paradigma na formulação de projeto, onde a recomendação é feita levando em consideração o estado limite último do tubo, diferente da norma antiga que se baseia no estado limite de início de escoamento do tubo. Desta forma, a formulação usufrui mais eficientemente da capacidade portante do tubo, resultando em resistências de projeto à pressão interna maiores.

Já para a pressão externa (subseção 5.2.2), a análise de confiabilidade das recomendações de projeto da API Bull 5C3 se mostram com probabilidades de falha muito variadas para tubos diferentes. Observa-se que tubos finos possuem probabilidades de falha muito baixas, porém tubos robustos possuem probabilidades de falha acima de 0.5% o que configura situações de risco relativamente alto. Estas conclusões convergem com o texto da ISO TR 10400 que realiza análises de confiabilidade semelhantes para motivar a alteração das recomendações de projeto. Inclusive, a formulação sugerida pela ISO TR 10400 se mostra com probabilidades de falha bem mais constantes para tubos distintos, mantendo-se sempre abaixo de 0.5%. Esse controle se mostra possível através da calibração de coeficientes de minoração ainda na fase de projeto.

No modelo de von Mises destaca-se o desenvolvimento das isocurvas de probabilidade de violação de início de escoamento na parede interna do tubo, ilustradas em conjunto com a elipse de von Mises. Esse procedimento pode ser evoluído em trabalhos futuros, podendo ser incorporado a análises práticas servindo de apoio direto ao dimensionamento do projetista que poderá associar de forma imediata a probabilidade de falha de seu projeto estrutural. Ressalta-se que utilizando o critério de von Mises as probabilidades de falha remetem a um estado limite de serviço. Também em trabalhos futuros, as isocurvas também pode ser expandidas para os modelos de estado limite último, sendo plotadas em conjunto com as envoltórias de resistências.

É importante lembrar que todas as análises deste trabalho são realizadas com dados estatísticos de diversos lotes de fabricantes produzidos entre a década de 1970 e a década de 2000. Esses dados possuem uma dispersão considerável devido a variedade de fabricantes, mas

podem ser utilizados satisfatoriamente. Por outro lado, é possível adotar os dados estatísticos do fabricante específico que fornece os tubos dimensionados no projeto, caso estes estejam disponíveis. Se adotados, esses dados podem ser substituídos nas análises, e como se espera uma menor dispersão das variáveis aleatórias, as probabilidades de falha resultantes devem ser menores, sendo ainda seguro utilizar tubos menos dispendiosos monetariamente.

Os fatores de sensibilidade apresentados mostram que um maior controle de qualidade pode ser dado para a espessura de parede, para a tensão de escoamento e para a tensão última de tração. Esses parâmetros possuem a maior influência nas probabilidades de falha obtidas e reduzindo a dispersão de cada um deles, as probabilidades de falha devem ser reduzidas de maneira mais efetiva.

Sugere-se que trabalhos futuros sejam desenvolvidos com o objetivo de avaliar a confiabilidade de cenários mais complexos, com a generalização de ações combinadas de pressão interna, pressão externa e força axial. Mais especificamente, pode-se dar continuidade a geração de isocurvas de probabilidade de violação do início do escoamento na parede interna do tubo através da otimização do processo e da generalização para tubos quaisquer. Ainda, recomenda-se realizar o mesmo para o espaço das envoltórias de resistência de Klever e Stewart (1998) e Klever e Tamano (2006).

Outros tipos de análises de cenários também podem ser incorporados em trabalhos futuros. Neles, esforços de flexão e torção precisam ser incorporados e, portanto, outros modelos de resistência que abranjam esses esforços devem ser utilizados.

A análise de confiabilidade também pode ser estendida para outros equipamentos do poço, tais como as conexões dos revestimentos e *packers* fixados em espaços anulares. Desta forma, os componentes são inicialmente avaliados separadamente e em seguida em conjunto. As respostas obtidas devem indicar a confiabilidade do sistema por inteiro, sendo mais fácil identificar pontos críticos do sistema do poço, auxiliando o processo de tomada de decisão dos engenheiros.

Por fim, uma última proposta visa estabelecer níveis adequados de TRL (*Target Reliability Level*) para tubos de revestimento de poços de petróleo. Para isso, normas específicas que abordem a confiabilidade estrutural precisam ser analisadas, os custos associados à falha precisam ser verificados e dados de revestimentos de poços antigos precisam ser coletados. Desta forma, quando um TRL adequado for fixado, coeficientes de segurança podem ser sugeridos.

Diante do exposto, conclui-se que a avaliação probabilística das resistências mecânicas de tubos de revestimento em poços de petróleo traz informações relevantes ao engenheiro ainda na fase de projeto. Com essas informações servindo de apoio ao dimensionamento, é possível aprofundar as análises de cenários complexos, visando maior segurança e economia. Desta maneira, destaca-se a contribuição deste trabalho com a disseminação da cultura probabilística em projetos de revestimento em poços de petróleo.

REFERÊNCIAS

- AADNØY, B. *Modern well design*. Leiden, The Netherlands Boca Raton Fla: CRC Press/Balkema, 2010. ISBN 978-0-203-83613-2.
- ABBASSIAN, F.; PARFITT, S. Collapse and post collapse behaviour of tubulars: a simple approach. In: *Proceedings of SPE Production Operations Symposium*. Oklahoma City, Oklahoma: Society of Petroleum Engineers, 1995. p. 149–161. ISBN 9781555634483.
- ADAMS, A.; WARREN, A.; MASSON, P. On the development of reliability-based design rules for casing collapse. In: *Proceedings of SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. ISBN 9781555633868.
- ANG, A.; TANG, W. *Probability concepts in engineering : emphasis on applications in civil & environmental engineering*. New York: Wiley, 2007. ISBN 9780471720645.
- API BULL 5C3. *Bulletin on formulas and calculations for casing, tubing, drill pipe and line pipe properties*. 6th. ed. Washington, D.C., 1999.
- API TR 5C3. *Technical Report on Equations and Calculations for Casing, Tubing, and Line Pipe Used as Casing or Tubing; and Performance Properties Tables for Casing and Tubing*. 1st. ed. Washington, D.C., 2008.
- BECK, A. T. *Curso de Confiabilidade Estrutural*. 2011.
- BREITUNG, K. Asymptotic approximations for multinormal integrals. *J. Eng. Mech.*, American Society of Civil Engineers (ASCE), v. 110, n. 3, p. 357–366, Mar 1984. ISSN 1943-7889.
- BURRES, C.; TALLIN, A.; CERNOCKY, E. Determination of casing and tubing burst and collapse design factors to achieve target levels of risk, including influence of mill source. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. ISBN 9781555633868.
- CLINEDINST, W. O. A rational expression for the critical collapsing pressure of pipe under external pressure. In: *Drilling and Production Practice*. Chicago: American Petroleum Institute, 1939. p. 383–391.
- CLINEDINST, W. O. *Collapse Resistance Of Pipe*. Tese (Doutorado) — Century University, 1985.
- HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing In Science & Engineering*, IEEE COMPUTER SOC, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007.
- ISO 2394:1998. *General principles on reliability for structures*. 3rd. ed. Warszawa, Poland., 1998.
- ISO TR 10400. *Petroleum, petrochemical and natural gas industries - Equations and calculations for the properties of casing, tubing, drill pipe and line pipe used as casing or tubing*. 1st. ed. Washington, D.C., 2007.

- JONES, E. et al. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001.
- JU, G.; POWER, T.; TALLIN, A. A reliability approach to the design of octg tubulars against collapse. In: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. ISBN 9781555633868.
- KLEVER, F.; STEWART, G. Analytical burst strength prediction of octg with and without defects. In: *Proceedings of SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1998. ISBN 9781555633868.
- KLEVER, F.; TAMANO, T. A new octg strength equation for collapse under combined loads. *SPE Drilling & Completion*, Society of Petroleum Engineers, v. 21, n. 3, Sep 2006.
- LEHMER, D. H. Mathematical methods in large-scale computing units. In: *Proceedings of a Second Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery, 1949*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1951. p. 141–146.
- MELCHERS, R. E. *Structural reliability analysis and prediction*. Chichester New York: John Wiley, 1999. ISBN 9780471983248.
- NEVES, R. A. *Desenvolvimento de modelos mecânico-probabilísticos para estruturas de pavimentos de edifícios*. Tese (Doutorado) — EESC-USP, 2004.
- NORSOK D-010. *Well integrity in drilling and well operations*. Lysaker, Norway, 2004.
- PASLAY, P. et al. Burst pressure prediction of thin-walled ductile tubulars subjected to axial load. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. [S.l.], 1998.
- ROCHA, L. A. S.; AZEVEDO, C. T. d. *Projetos de Poços de Petróleo: Geopressões e Assentamento de Colunas de Revestimentos*. 2nd. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2009.
- SAGRILO, L. V. S.; LIMA, E. C. P. *Confiabilidade Estrutural*. 2002.
- TALLIN, A. et al. The development of risk-based burst design for well casing and tubing. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. [S.l.], 1998.
- TAMANO, T.; MIMAKI, T.; YANAIMOTO, S. A new empirical formula for collapse resistance of commercial casing. *J. Energy Resources Technology*, ASME, 1983.
- THOMAS, J. E. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- VIEIRA, C. E. C.; RIBEIRO, C. C.; SOUZA, R. C. *Geradores de Números Aleatórios*. 2004.