

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**HEVÂNIO DUARTE DE ALMEIDA**

**COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PÓRTICOS PLANOS  
FORMADOS POR ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS  
LEVANDO-SE EM CONSIDERAÇÃO A SEMI-RIGIDEZ DAS  
LIGAÇÕES E AS NÃO-LINEARIDADES FÍSICA E  
GEOMÉTRICA**

**Maceió**

**2014**

HEVÂNIO DUARTE DE ALMEIDA

**COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PÓRTICOS PLANOS  
FORMADOS POR ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS  
LEVANDO-SE EM CONSIDERAÇÃO A SEMI-RIGIDEZ DAS  
LIGAÇÕES E AS NÃO-LINEARIDADES FÍSICA E  
GEOMÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr<sup>a</sup>. Aline Silva Ramos Barboza

Co-orientador: Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Jr

Maceió

2014

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
**Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade**

A444c Almeida, Hevânio Duarte de.

Comportamento estrutural de pórticos planos formados por elementos pré-moldados levando-se em consideração a semi-rigidez das ligações e as não-linearidades física e geométrica / Hevânio Duarte de Almeida. – Maceió, 2014.  
112 f. : il., grafs. e tabs.

Orientadora: Aline Silva Ramos Barboza.

Coorientador: Adeildo Soares Ramos Junior.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Maceió, 2014.

Bibliografia: f. 109-112.

1. Engenharia civil – Estruturas. 2. Ligações viga-pilar semi rígidas. 2. Pórticos Estruturais planos. 3. Não-linearidade física. 4. Não-linearidade geométrica.  
I. Título.

CDU: 624.



Universidade Federal de Alagoas – UFAL  
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC



**ANÁLISE ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS PRÊ-MOLDADOS LEVANDO EM  
CONSIDERAÇÃO A SEMI-RIGIDEZ DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR E AS NÃO  
LINEARIDADES FÍSICAS E GEOMÉTRICAS AVALIADAS POR MÉTODOS  
APROXIMADOS**

**HEVÂNIO DUARTE DE ALMEIDA**

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 17 do mês de dezembro do ano de 2014.

Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Aline da Silva Ramos Barboza**  
Orientadora – CTEC/UFAL

**Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Junior**  
Coorientador – CTEC/UFAL

**Prof. Dr. João Carlos Cordeiro Barbirato**  
CTEC/UFAL

**Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs**  
FEESC/USP



**ATA DA 49ª DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL/ESTRUTURAS**

Em sessão pública, às nove horas e dez minutos do dia dezessete do mês de dezembro do ano de dois mil e quatorze, no prédio do LCCV, foi iniciada a defesa da dissertação de mestrado do aluno **Hevânio Duarte de Almeida** tendo como tema: “ANÁLISE ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS PRÉ-MOLDADOS LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO A SEMI-RIGIDEZ DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR E AS NÃO LINEARIDADES FÍSICAS E GEOMÉTRICAS AVALIADAS POR MÉTODOS APROXIMADOS”, como requisito parcial para obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL**, na área de concentração de **ESTRUTURAS**. A Banca Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof.ª. Dr.ª. Aline da Silva Ramos Barboza (Orientadora - UFAL), Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Junior (Coorientador - UFAL), Prof. Dr. João Carlos Cordeiro Barbirato (UFAL) e Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs (EESC/USP). O candidato fez a apresentação da dissertação em 50 minutos. A defesa foi encerrada às doze horas e vinte e cinco minutos. Após o encerramento da defesa, em reunião confidencial, a Banca Examinadora, com base no Regimento Interno, decidiu por aprovar a dissertação de mestrado, condicionada à realização das correções apresentadas pela Banca Examinadora e entrega da versão final da dissertação, no prazo máximo de 60 dias, a contar da data da defesa, de acordo com o Termo de Compromisso assinado pelo candidato.

Maceió/AL, 17 de dezembro de 2014.

Prof.ª. Dr.ª. Aline da Silva Ramos Barboza (Orientadora)  
PPGEC/UFAL

Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Junior (Coorientador)  
PPGEC/UFAL

Prof. Dr. João Carlos Cordeiro Barbirato  
PPGEC/UFAL

Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs  
EESC/USP

*Eduardo Toledo de Lima Junior*  
**Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior**  
Coordenador do PPGEC/UFAL

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos os que colaboraram para a realização deste trabalho, em especial a Deus, por ter me guiado e me dado sabedoria nessa minha longa jornada acadêmica.

A minha orientadora Aline Silva Ramos Barboza por aceitar este desafio sem titubear e principalmente pela simpatia e presteza durante a elaboração deste trabalho.

Ao meu co-orientador Adeildo Soares Ramos Jr pelas orientações e ideias, bem como a todos os professores do PPGEC/CTEC/UFAL pela dedicação em transmitir seus conhecimentos.

A minha família, principalmente meu pai Evanildo de Almeida e minha mãe Audilene Duarte de Almeida, que tornaram possível este sonho que se realiza, e aos meus irmãos Uranio Duarte de Almeida e Gabryella Duarte de Almeida por sempre acreditarem em mim, serei eternamente grato.

Aos colegas de classe pela espontaneidade e alegria na troca de informações e materiais numa rara demonstração de amizade e solidariedade.

## RESUMO

Os pórticos planos formados por elementos pré-moldados vêm sendo cada vez mais utilizados em sistemas estruturais de edifícios em todo Brasil. Esses pórticos, como a maior parte das estruturas pré-moldadas, apresentam ligações deformáveis em maior ou menor grau. O objetivo geral deste trabalho é analisar o comportamento estrutural de pórticos planos formados por elementos pré-moldados de concreto armado levando em consideração a variação na rigidez das ligações e as não-linearidade física e geométrica avaliadas por métodos aproximados. A análise da não-linearidade geométrica foi feita através do processo P- $\Delta$  e a não-linearidade física foi verificada através do método de Branson. Para a análise das não-linearidades física e geométrica de maneira simultânea foi proposto um acoplamento dos dois métodos citados anteriormente. O acoplamento proposto foi testado em um estudo de caso de um edifício com quatro pavimentos, considerando-se os carregamentos recomendados pelas normas brasileiras e avaliando-se a influência na rigidez de duas tipologias de ligação viga-pilar. Os resultados obtidos mostram um aumento na deslocabilidade da estrutura analisada com ligações mais deformáveis de cinco vezes na situação mais crítica se comparado com os pórticos avaliados com ligações mais rígidas. As estruturas analisadas levando em consideração as não-linearidades apresentaram variações nos esforços internos solicitantes de até 162% se comparadas com a análise linear. Portanto pode-se afirmar que a determinação da rigidez das ligações e a consideração das não-linearidades influem diretamente no comportamento dos esforços que irão atuar na estrutura e por consequência, na análise estrutural e dimensionamento dos elementos que compõem a mesma.

**Palavras-Chave:** *Ligações viga-pilar semi-rígidas. Pórticos planos. Não-linearidade física. Não-linearidade geométrica.*

## ABSTRACT

The plane frame formed by precast elements have been increasingly used in structural systems of buildings throughout Brazil. These frames, as most of the precast structures deformable connections have a greater or lesser degree. The aim of this study is to analyze the structural behavior of portal frames composed of precast reinforced concrete taking into account the variation in the stiffness of the connections and the physical and geometric nonlinearity evaluated by approximate methods. The analysis of geometric nonlinearity was taken through the process P- $\Delta$  and physical nonlinearity was checked by the Branson method. For the analysis of material and geometric nonlinearity simultaneously proposed a coupling of the two methods mentioned above. The proposed coupling was tested in a case study of a building with four floors, considering the loads recommended by NBR 6118 (ABNT, 2014) and evaluating the influence on the stiffness of two beam-column connection types. The results show an increase in the displaceability of the structure more deformable links analyzed five times at the most critical situation is compared with the evaluated frames with more rigid links. The structures analyzed taking into account the nonlinearities present in the internal structural strain variations of up to 162% compared with the linear analysis. Therefore it can be stated that the determination of the stiffness of the connections and the consideration of nonlinearities directly influenced the behavior of the efforts that will act in the structure, and therefore the structural analysis and design of the components of the same.

**Keywords:** *Semi-rigid beam-column connections. Plane frames. Physical nonlinearity. Geometric nonlinearity.*



## **LISTA DE ABREVIACOES**

|              |  |
|--------------|--|
| <b>ACP</b>   | Acoplado   |
| <b>COST</b>  | European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research |
| <b>CTEC</b>  | Centro de Tecnologia   |
| <b>ELS</b>   | Estado Limite de Serviço   |
| <b>ELU</b>   | Estado Limite ltimo   |
| <b>LIN</b>   | Linear   |
| <b>NLF</b>   | No-linearidade Física   |
| <b>NLFG</b>  | No-linearidade Física e Geométrica                                    |
| <b>NLG</b>   | Não-linearidade Geométrica   |
| <b>PCA</b>   | Portland Cement Association  |
| <b>PPGEC</b> | Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil                          |
| <b>PRESS</b> | Precast Structural Seismic System                                      |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                       |  |
|-----------------------|--|
| $K_{\emptyset}$       | Rigidez da ligação                               |
| $M$                   | Momento fletor interno da ligação                |
| $\emptyset$           | Rotação da ligação                               |
| $\lambda_{\emptyset}$ | Flexibilidade da ligação                         |
| $\alpha_r$            | Fator de restrição à rotação                     |
| $\theta_1$            | Rotação do elemento                              |
| $\theta_2$            | Rotação da ligação                               |
| $(EI)_{sec}$          | Rigidez secante                                  |
| $L_{ef}$              | Vão efetivo entre apoios                         |
| $K_{sec}$             | Rigidez ao momento fletor da ligação             |
| $[K]$                 | Matriz de rigidez dos elementos                  |
| $[S]$                 | Matriz de rigidez elástica dos elementos         |
| $[C]$                 | Matriz de correção de rigidez                    |
| $[F]$                 | Esforços internos nos elementos                  |
| $\{D\}$               | Deslocamentos de extremidade                     |
| $[C_f]$               | Matriz de correção para esforços de engastamento |
| $M^p$                 | Momento de engastamento perfeito                 |
| $F_{tb}$              | Força de tração na barra                         |

|              |  |
|--------------|--|
| $F_{cn}$     | Força de compressão em um trecho do elastômero       |
| $M_l$        | Momento resistido pela ligação                       |
| $z$          | Braço de alavanca do binário de forças               |
| $d$          | Distância da barra tracionada até a borda comprimida |
| $x$          | Altura da linha neutra da seção                      |
| $\Delta h_b$ | Deslocamento da barra do chumbador                   |
| $\Delta h_n$ | Afundamento do trecho do comprimento do elastômero   |
| $l_s$        | Comprimento do chumbador                             |
| $E_s$        | Módulo de elasticidade do aço                        |
| $A_s$        | Área de aço do chumbador                             |
| $h_n$        | Espessura do elastômero                              |
| $G$          | Módulo de deformação transversal do elastômero       |
| $a$          | Menor dimensão do elastômero                         |
| $b$          | Maior dimensão do elastômero                         |
| $h_1$        | Altura da viga                                       |
| $h_2$        | Extremidade da viga sobre o consolo                  |
| $F_1$        | Força de tração na barra de ancoragem                |
| $F_2$        | Força de reação na chapa soldada                     |
| $F_c$        | Força de compressão                                  |
| $F_t$        | Força de tração na armadura negativa                 |
| $ls_1$       | Comprimento de deformação da barra ancorada no pilar |

|            |   |
|------------|---|
| $ls_2$     | Comprimento de deformação da armadura negativa da viga                                |
| $e_1$      | Excentricidade entre a face do pilar e a força $F_1$                                  |
| $M_r$      | Momento de fissuração   |
| $M_{rn}$   | Valor do momento a partir do qual não há formação de novas fissuras                   |
| $M_p$      | Momento de plastificação  |
| $M_u$      | Momento último  |
| $\sigma_c$ | Tensão de compressão no concreto  |
| $\sigma_t$ | Tensão de tração no concreto  |
| $\sigma_s$ | Tensão na armadura tracionada   |
| $x_I$      | Distância da linha neutra da seção à fibra mais comprimida do concreto no Estádio I   |
| $x_{II}$   | Distância da linha neutra da seção à fibra mais comprimida do concreto no Estádio II  |
| $x$        | Distância da linha neutra da seção à fibra mais comprimida do concreto no Estádio III |
| $b_w$      | Base da seção transversal   |
| $h$        | Altura da seção transversal   |
| $A_s$      | Armadura tracionada da seção concreto   |
| $A'_s$     | Armadura comprimida da seção de concreto  |
| $\alpha_e$ | Coefficiente de homogeneização da seção   |
| $E_{cs}$   | Módulo de elasticidade secante do concreto  |

|                     |  |
|---------------------|--|
| $I_m$               | Momento de inércia efetivo da seção  |
| $I_I$               | Momento de inércia da seção no Estádio I   |
| $I_{II}$            | Momento de inércia da seção no Estádio II puro.  |
| $M_{at}$            | Momento atuante de serviço   |
| $y_t$               | Distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada da seção                      |
| $f_{ct}$            | Resistência do concreto à tração direta  |
| $E_{ci}$            | Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto  |
| $I_c$               | Momento de inércia da seção bruta de concreto  |
| $H_{tot}$           | Altura total da edificação   |
| $N_k$               | Somatório de todas as forças verticais atuantes na estrutura com seu valor característico. |
| $\delta$            | Deslocamento no topo da estrutura de contraventamento                                      |
| $H$                 | Força horizontal atuante no pilar  |
| $\Sigma M$          | Somatório dos momentos em relação a base do pilar  |
| $l$                 | altura do pilar  |
| $\Sigma P_i \Delta$ | Momento adicional provocado pelo deslocamento do pórtico                                   |
| $\gamma_f$          | Coefficiente de majoração dos esforços   |
| $f_{ck}$            | Resistência do concreto a compressão   |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Elementos que compõem o sistema estrutural tipo esqueleto.....   | 22 |
| Figura 2: Elementos que compõem o sistema estrutural tipo parede portante.....   | 22 |
| Figura 3: Fluxograma com metodologia do trabalho .....   | 24 |
| Figura 5: Ligações viga-pilar utilizadas na Inglaterra.....  | 38 |
| Figura 6: Ligações viga-pilar estudadas por Ferreira (1999) .....  | 39 |
| Figura 7: Curva momento rotação para uma ligação.....  | 41 |
| Figura 8: Fator de restrição à rotação.....  | 42 |
| Figura 9: Esquemas com molas para a representação da deformabilidade nas extremidades de uma barra.....  | 43 |
| Figura 10: Comparação entre os pontos de intersecção da rigidez inicial da ligação e da curva momento-rotação da ligação com a reta <i>Beam Line</i> ..... | 46 |
| Figura 11: Exemplo de uma Ligação viga-pilar com almofada de elastômero e chumbador. .   | 47 |
| Figura 12: Galpão com a tipologia de ligação mostrado na Figura 11.....  | 48 |
| Figura 13: Esquemáticação por meio de molas dos mecanismos de deformação na ligação...   | 49 |
| Figura 14: Esquema de equilíbrio de forças e de distribuição de tensões no elastômero não fretado.....   | 49 |
| Figura 15: Relação de deslocamento entre os componentes da ligação .....   | 50 |
| Figura 16: Curva momento x rotação para o protótipo 2 ensaiado em Ferreira (1999). .....   | 51 |
| Figura 17: Ligação viga-pilar com chapas soldadas.....   | 52 |
| Figura 18: Esquemáticação por meio de molas dos mecanismos de deformação na ligação...   | 53 |
| Figura 19: Esquema de forças (a) e idealização dos deslocamentos na extremidade da viga (b).<br>.....  | 53 |
| Figura 20: Comparação da curva experimental para a reta teórica da ligação com chapa soldada.....  | 56 |
| Figura 21: Comportamento não-linear em vigas.....  | 57 |
| Figura 22: Diagrama momento-curvatura de uma seção submetida à flexão simples .....  | 59 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 23: Seção retangular no Estádio I. ....   | 60 |
| Figura 24: Seção retangular no Estádio II. ....  | 61 |
| Figura 25: Exemplo de distribuição de fissuras em uma viga.....  | 62 |
| Figura 26: Fluxograma do método de Branson. ....   | 64 |
| Figura 27: Viga bi-apoiada ensaiada em Álvares (1993).....   | 65 |
| Figura 28: Discretização da viga em estudo.....  | 66 |
| Figura 29: Gráfico P x Deslocamento. ....  | 68 |
| Figura 30: Acréscimo de momento fletor devido ao equilíbrio da posição deformada .....                                   | 69 |
| Figura 31: Linha elástica do pilar com rigidez equivalente.....  | 71 |
| Figura 32: Deslocamento horizontal sofrido pelo pórtico.....   | 72 |
| Figura 33: Momento adicional provocado pelo deslocamento do pórtico .....  | 73 |
| Figura 34: Fluxograma do processo p-delta. ....  | 74 |
| Figura 35: Pilar submetido a ação horizontal e vertical .....  | 75 |
| Figura 36: Iterações do processo P- $\Delta$ . ....  | 76 |
| Figura 37: Fluxograma do método acoplado.....  | 78 |
| Figura 38: Pórtico plano em estudo.....  | 80 |
| Figura 39: Discretização do pórtico em estudo. ....  | 81 |
| Figura 40: Diagrama de momento fletor obtidos com a análise linear (kN.m).....   | 82 |
| Figura 41: Diagrama de momento fletor obtidos com o processo p-delta e os coeficientes redutores de inércia (kN.m). .... | 82 |
| Figura 42: Diagrama de momento fletor obtidos pelo acoplamento do método de Branson e do processo p-delta (kN.m). ....   | 83 |
| Figura 43: Pórtico utilizado para a edificação em estudo.....  | 84 |
| Figura 44: Seção transversal das lajes alveolares utilizadas na edificação em estudo.....                                | 85 |
| Figura 45: Modelagem tridimensional da estrutura em estudo. ....   | 85 |
| Figura 46: Discretização da estrutura em estudo.....   | 86 |
| Figura 47: Situações de carregamento para estrutura.....   | 87 |
| Figura 48: Deslocamento horizontal no topo da edificação. ....   | 91 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 49: Diagramas de momento fletor para ligação tipo 1 redução de inércia proposta pela NBR 6118 (ABNT,2014). ..... | 95 |
| Figura 50: Diagramas de momento fletor para ligação tipo 1 redução de inércia proposta por El Debs (2000). .....        | 97 |



## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de eixo reto para um pavimento. ....                       | 27 |
| Tabela 2: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos compostos de trechos de eixo reto para um pavimento. ....  | 28 |
| Tabela 3: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos compostos de trechos de eixo curvo para um pavimento. .... | 29 |
| Tabela 4: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de eixo reto para múltiplos pavimentos.....                | 31 |
| Tabela 5: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de trechos de eixo reto para múltiplos pavimentos.....     | 32 |
| Tabela 6: Formas básicas dos sistemas de esqueleto em pavimentos sem vigas para múltiplos pavimentos.....                   | 33 |
| Tabela 7: Formas básicas dos sistemas de parede portante para múltiplos pavimentos. ....                                    | 34 |
| Tabela 8: Ligações estudadas no programa <i>Moment Resistant Connections and Simple Connections</i> . ....                  | 36 |
| Tabela 9: Classificação do comportamento de uma ligação deformável .....  | 42 |
| Tabela 10: Parâmetros do exemplo .....  | 66 |
| Tabela 11: Deslocamento e inércia equivalente no meio do vão da viga para cada iteração... ..                               | 67 |
| Tabela 12: Parâmetros do exemplo .....  | 75 |
| Tabela 13: Resultados para o exemplo em estudo.....   | 76 |
| Tabela 14: Resultados para o exemplo em estudo.....   | 79 |
| Tabela 15: Parâmetros da viga.....  | 80 |
| Tabela 16: Parâmetros dos pilares.....  | 81 |
| Tabela 17: Carregamentos e combinações consideradas.....  | 88 |
| Tabela 18: Dados da ligação com elastômero não fretado e chumbador .....  | 89 |
| Tabela 19: Deformabilidade dos mecanismos de deformação da ligação tipo 1.....  | 89 |
| Tabela 20: Valores de $x$ para as três condições de compressão da almofada de elastômero. ...                               | 90 |
| Tabela 21: Dados da ligação com chapas soldadas .....   | 90 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 22: Rigidez equivalente para os dois tipos de ligação. ....   | 92  |
| Tabela 23: Parâmetro $\alpha$ para as combinações 1 e 2 e ligação tipo 1. ....   | 92  |
| Tabela 24: Parâmetro $\alpha$ para as combinações 1 e 2 e ligação tipo 2. ....   | 92  |
| Tabela 25: Esforços internos para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta proposto pela NBR 6118 (ABNT,2014). .... | 94  |
| Tabela 26: Esforços internos para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta proposto por El Debs (2000). ....        | 96  |
| Tabela 27: Esforços internos para a ligação tipo 2 e redução de inércia bruta proposto pela NBR 6118 (ABNT,2014). .... | 98  |
| Tabela 28: Esforços internos para a ligação tipo 2 e redução de inércia bruta proposto por El Debs (2000). ....        | 99  |
| Tabela 29: Momentos fletores para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta de $0,52E_cI_c$ nos pilares. ....        | 101 |
| Tabela 30: Limites para deslocamentos verticais de elementos de piso ou elementos lineares .....                       | 103 |
| Tabela 31: Limites de deslocamentos horizontais globais. ....  | 103 |
| Tabela 32: Deslocamentos imediatos para as vigas na ligação tipo 1. ....   | 104 |
| Tabela 33: Deslocamentos imediatos para as vigas na ligação tipo 2. ....   | 104 |
| Tabela 34: Deslocamentos totais para as vigas na ligação tipo 1. ....  | 105 |
| Tabela 35: Deslocamentos totais para as vigas na ligação tipo 2. ....  | 106 |
| Tabela 36: Deslocamentos horizontais na edificação para ligação tipo 1. ....   | 107 |
| Tabela 37: Deslocamentos horizontais na edificação para ligação tipo 2. ....   | 108 |

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>21</b> |
| 1.1      | Considerações iniciais .....  | 21        |
| 1.2      | Justificativa .....   | 23        |
| 1.3      | Objetivos.....  | 23        |
| 1.4      | Metodologia .....   | 24        |
| 1.5      | Estrutura do trabalho.....  | 25        |
| <b>2</b> | <b>SISTEMAS ESTRUTURAIS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO .....</b>                                 | <b>26</b> |
| 2.1      | Sistemas estruturais em concreto pré-moldado para edfícios de um pavimento .....          | 26        |
| 2.1.1    | Sistemas estruturais de esqueleto.....  | 26        |
| 2.1.2    | Sistemas estruturais de parede portante .....   | 29        |
| 2.2      | Sistemas estruturais em concreto pré-moldado para edifícios de múltiplos pavimentos<br>30 |           |
| 2.2.1    | Sistemas estruturais de esqueleto.....  | 30        |
| 2.2.2    | Sistemas estruturais de parede portante .....   | 33        |
| <b>3</b> | <b>LIGAÇÕES VIGA-PILAR EM ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS .....</b>                                | <b>35</b> |
| 3.1      | Estudos encontrados na literatura .....   | 35        |
| 3.2      | Deformabilidade das ligações.....   | 40        |
| 3.3      | Parâmetro de restrição a rotação .....  | 41        |
| 3.4      | Método para a análise linear de pórticos planos com nós semi-rígidos .....                | 43        |
| 3.5      | Validade da aproximação linear para a análise estrutural.....                             | 45        |
| 3.6      | Modelos analíticos adotados nesse trabalho .....  | 46        |
| 3.6.1    | Ligação viga-pilar com almofada de elastômero não fretado e chumbador .....               | 47        |
| 3.6.2    | Ligação viga-pilar com chapas soldadas .....  | 52        |
| <b>4</b> | <b>ANÁLISE NÃO-LINEAR.....</b>  | <b>57</b> |
| 4.1      | Não-linearidade física .....  | 57        |
| 4.1.1    | Conceitos iniciais.....   | 57        |
| 4.1.2    | Estádios no concreto estrutural .....   | 58        |
| 4.1.3    | Método de branson .....   | 62        |
| 4.1.4    | Prescrições normativas para consideração da não-linearidade física .....                  | 64        |
| 4.1.5    | Exemplo numérico.....   | 65        |
| 4.2      | Não-linearidade geométrica.....   | 68        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.2.1    | Conceitos iniciais .....   | 68         |
| 4.2.2    | Parâmetros de estabilidade global e efeitos de segunda ordem .....                     | 69         |
| 4.2.3    | Parâmetro $\alpha$ .....   | 70         |
| 4.2.4    | Processo p- $\delta$ .....   | 71         |
| 4.2.5    | Exemplo numérico .....   | 74         |
| 4.3      | Não-linearidades física e geométrica .....   | 77         |
| 4.3.1    | Conceitos iniciais .....   | 77         |
| 4.3.2    | Análise com a consideração do método de branson acoplado ao processo p- $\delta$ ..... | 77         |
| 4.3.3    | Exemplo numérico 1 .....   | 78         |
| 4.3.4    | Exemplo numérico 2 .....   | 79         |
| <b>5</b> | <b>ESTUDO DE CASO: EDIFICAÇÃO DE 4 PAVIMENTOS .....</b>                                | <b>84</b>  |
| 5.1      | Carregamentos aplicados à estrutura e combinações consideradas .....                   | 86         |
| 5.2      | Ligações viga-pilar avaliadas .....  | 88         |
| 5.2.1    | Ligação tipo 1 .....   | 88         |
| 5.2.2    | Ligação tipo 2 .....   | 90         |
| 5.3      | Cálculo do parâmetro $\alpha$ .....  | 91         |
| 5.4      | Estado limite último – combinação normal .....   | 92         |
| 5.5      | Estado limite de serviço – combinação frequente .....                                  | 102        |
| <b>6</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>  | <b>109</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS .....</b>   | <b>112</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O emprego de elementos pré-moldados na construção civil vem sendo impulsionado pela necessidade de racionalização do setor que é considerado atrasado se comparado a outras indústrias. As obras de concreto pré-moldado são aquelas em que a estrutura, ou parte dela, é moldada fora do local de utilização definitivo, o que geralmente possibilita um maior controle de qualidade. A pré-moldagem pode ser aplicada em diversas áreas na construção civil como: edificações, construções pesadas e obras de infraestrutura urbana (EL DEBS, 2000).

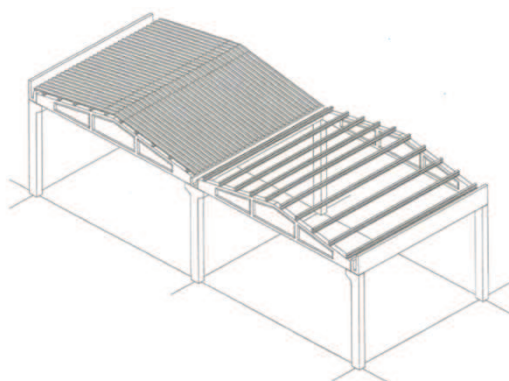
Santos (2010) cita que o uso de edificações pré-moldadas é muito comum no Brasil devido a fatores como flexibilidade na arquitetura, pela possibilidade de obtenção de grandes espaços abertos. Quando se fala em galpões pré-moldados atirantados, ocorre também a facilidade de transição a partir de outras formas de pré-moldados, pois algumas empresas que produziam postes ou lajes pré-moldadas passam a fabricar edificações com investimento relativamente baixo.

De maneira geral as estruturas de concreto pré-moldado diferem das estruturas de concreto monolíticas por dois fatores principais: deformabilidade das ligações e situações transitórias (desmoldagem, transporte, armazenamento e montagem). Queirós (2007) cita que o papel das ligações é compor um sistema estrutural capaz de resistir a todas as forças atuantes, inclusive as provenientes de ações indiretas e sua função principal é transferir as forças entre as interfaces dos elementos pré-moldados, fazendo com que os elementos presentes na ligação possam interagir entre si como um único sistema estrutural. Em função da variação da rigidez nas ligações, a análise do sistema estrutural deve ser realizada com algoritmos que levem em conta esse fator.

Segundo El Debs (2000) as ligações entre elementos pré-moldados podem ser divididas em dois tipos: a) ligações em elementos tipo barra, onde estão incluídas as ligações típicas de pilares e vigas; e b) ligações em elementos tipo folha, onde se encontram as ligações típicas de lajes e paredes. Entre as ligações em elementos tipo barra destacam-se as ligações viga-pilar, pilar-fundação e pilar-pilar. As principais ligações em elemento tipo folha são as do tipo laje-laje, laje-parede e parede-parede.

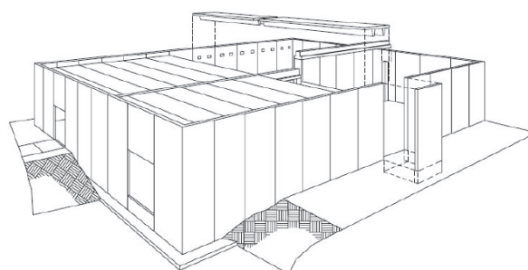
Os edifícios pré-moldados de um pavimento, normalmente conhecidos como galpões, são construções de vão relativamente grande, destinadas à indústria e ao comércio. Já as obras pré-moldadas de múltiplos pavimentos apresentam maior número de elementos com menor peso. Em relação ao sistema estrutural os edifícios pré-moldados podem ser classificados em dois tipos: sistemas estruturais do tipo esqueleto (Figura 1) e sistemas estruturais de parede portante (Figura 2).

Figura 1: Elementos que compõem o sistema estrutural tipo esqueleto.



Fonte: El Debs (2000).

Figura 2: Elementos que compõem o sistema estrutural tipo parede portante.



Fonte: PCI (1986).

No sistema em esqueleto, os pórticos planos são formados normalmente por elementos muito esbeltos, o que faz com que a variação na rigidez das ligações influencie diretamente na estabilidade global do sistema. Tal situação se agrava se for ainda considerada a perda de rigidez dos elementos.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Os pórticos formados por elementos pré-moldados são estruturas que vêm se tornando cada vez mais comuns em edificações de todo território brasileiro. Para as edificações de um pavimento, destacam-se os galpões pré-moldados formados por pórticos atirantados. Para as edificações de múltiplos pavimentos, enquadram-se, por exemplo, as estruturas em concreto protendido formadas por vigas e lajes alveolares produzidas em pistas de concretagem, muito utilizadas em edifícios estacionamento e shopping centers.

Apesar do uso cada vez mais frequente deste tipo de estrutura, ainda são encontrados muitos problemas durante a concepção estrutural dessas edificações. A principal dificuldade é a consideração das ligações semi-rígidas entre elementos que compõem o pórtico, sendo esta a principal diferença em relação as estruturas monolíticas de concreto armado. Além da falta de ferramentas que auxiliem no cálculo, surgem diversas dúvidas na determinação do grau de rigidez das ligações.

Além disso, existem outros questionamentos que surgem, e que não são facilmente solucionados, durante a análise de estruturas pré-moldadas, tais como: a consideração das não-linearidades física e geométrica no sistema estrutural, a variação na seção dos elementos que compõem o pórtico e as situações transitórias.

Tais questionamentos tornam necessária a investigação acerca do comportamento estrutural das estruturas pré-moldadas.

## 1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é fazer uma contribuição de pórticos planos formados por elementos pré-moldados de concreto armado, levando em consideração a semi-rigidez das ligações entre pilares e vigas e as não-linearidades física e geométrica, avaliadas por métodos aproximados.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

1. Cálculo da rigidez ao momento fletor para dois tipos de ligação: a) ligação viga-pilar com almofada de elastômero não-fretada e chumbador; b) ligação viga-pilar com chapas soldadas.

2. Comparação das respostas das análises utilizando os seguintes métodos de processamento: a) análise linear; b) análise não-linear geométrica; c) análise não-linear física e geométrica.

Os resultados obtidos devem contribuir para solucionar alguns questionamentos que surgem durante a concepção estrutural de pórticos formados por elementos pré-moldados, o que torna este trabalho uma contribuição importante na área da engenharia estrutural.

## 1.4 METODOLOGIA

Com a finalidade de se atender aos objetivos propostos neste trabalho, as etapas mostradas na Figura 3 serão seguidas.

Figura 3: Fluxograma com metodologia do trabalho



Fonte: Autor (2014).

Na primeira etapa será feita a revisão bibliográfica dos temas que serão abordados nesse trabalho. Serão apresentados os sistemas estruturais mais comuns para edifícios em concreto pré-moldado. Será feito um estudo completo sobre ligações entre vigas e pilares, onde serão abordados alguns métodos para obtenção da rigidez à flexão entre esses elementos e um algoritmo de cálculo de pórticos com ligação semi-rígida. Por fim, serão apresentados alguns métodos de análise não-linear de pórticos planos de maneira aproximada.

Em seguida, o método de análise de pórticos com ligação semi-rígida será implementado junto com os algoritmos que levam em consideração a análise não-linear das estruturas.

Por fim, será realizado um estudo de caso onde demonstre a necessidade do uso dos principais assuntos abordados neste trabalho: semi-rigidez das ligações, não-linearidade física e não-linearidade geométrica.



## 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O Capítulo 2 mostra os possíveis sistemas estruturais para edifícios pré-moldados de um pavimento e múltiplos pavimentos.

O Capítulo 3 apresenta um estudo sobre a deformabilidade ao momento fletor das ligações viga-pilar. Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica das ligações pré-moldadas estudadas no Brasil e no Mundo. É apresentado um método para cálculo de pórticos planos com ligação semi-rígida e, também, é mostrado um método para o cálculo da deformabilidade de dois tipos de ligações bastante usuais nas edificações pré-moldadas do país.

O Capítulo 4 faz uma abordagem sobre métodos para consideração da não-linearidade física e geométrica em pórticos planos. Para a análise não linear-física, apresenta-se o método de Branson; já para a análise não linear geométrica são descritos os processos  $\alpha$  e P- $\Delta$ . Os métodos são acompanhados de exemplos de demonstração e validação.

O Capítulo 5 trata de um estudo de caso, no qual uma edificação pré-moldada de múltiplos pavimentos é analisada variando-se o tipo de ligação viga-pilar e o método de análise (linear, não-linear físico e geométrico). São feitas análises comparativas e as principais normas e artigos são referenciados.

Por fim, no Capítulo 6, são discutidas as considerações referentes às análises realizadas, resumindo os avanços obtidos e sugerindo trabalhos futuros relacionados ao tema.

## 2 SISTEMAS ESTRUTURAIS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

### 2.1 SISTEMAS ESTRUTURAIS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO PARA EDEFÍCIOS DE UM PAVIMENTO

Os edifícios pré-moldados de um pavimento podem ser classificados em dois tipos em relação ao sistema estrutural: sistemas estruturais de esqueleto e sistemas estruturais de parede portante. Neste capítulo serão apresentados, de forma resumida, as possíveis formas estruturais com suas vantagens e desvantagens.


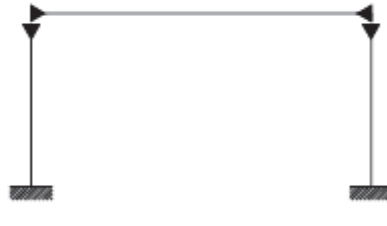
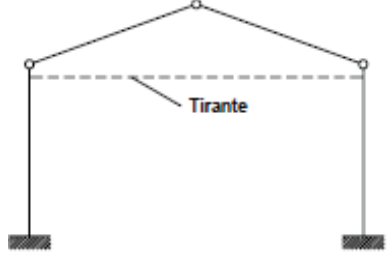
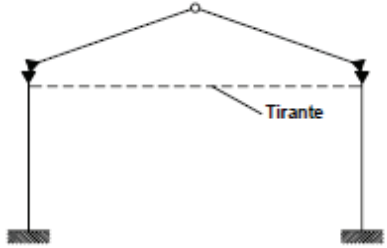
#### 2.1.1 Sistemas Estruturais de Esqueleto

Nos sistemas de esqueleto os componentes básicos empregados são os pilares e as vigas, que normalmente formam o pórtico principal. Geralmente esses elementos são ligados entre si por vigas de fechamento lateral e por terças na cobertura. O sistema estrutural de esqueleto pode ser subdividido em outros três tipos:

- com elementos de eixo reto;
- com elementos compostos de trechos de eixo reto;
- com elementos compostos de trechos de eixo curvo.

Os elementos de eixo reto são os mais utilizados quando se fala em pré-moldados de fábrica, como pode ser visto em Santos (2010), devido às suas formas e a facilidade de execução. A maior desvantagem do sistema estrutural com elementos de eixo reto é que as ligações ocorrem em regiões onde os esforços internos solicitantes possuem valores significativos, além disso, o tipo de ligação empregada irá influenciar diretamente na deslocabilidade e estabilidade global da estrutura. As formas básicas deste tipo de estrutura podem ser vistos na Tabela 1.

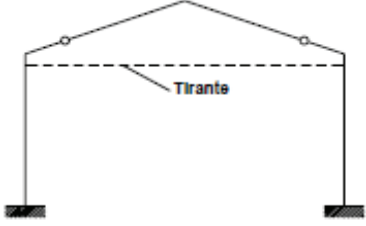
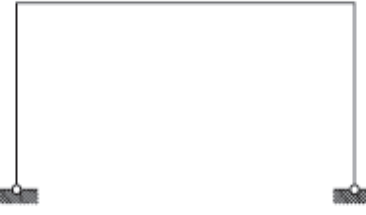
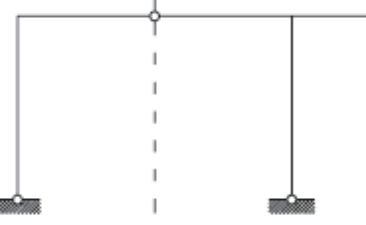
Tabela 1: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de eixo reto para um pavimento.

| Características  | Forma básica   | Comentários   |
|--|--|---|
| Pilares engastados na fundação e vigas articuladas nos pilares           |    | Muito empregada pela facilidade de execução e de realização das ligações. A estabilidade é garantida pelo pilar engastado na fundação.                                  |
| Pilares engastados na fundação e vigas engastadas nos pilares            |    | Semelhante às estruturas de concreto monolíticas, é normalmente empregada quando os pilares atingem momentos fletores de níveis elevados. O custo das ligações é maior. |
| Pilares engastados na fundação e dois elementos de cobertura articulados |   | Forma básica empregada para coberturas inclinadas. Geralmente ocorre o uso de tirantes no topo dos pilares que diminui os esforços.                                     |
| Ligação rígida entre os pilares e dois elementos de cobertura.           |  | Forma semelhante a anterior, porém, menos empregada devido à necessidade de realizar a ligação rígida entre os pilares e os elementos de cobertura.                     |

Fonte: El Debs (2000).

Os elementos compostos por trechos de eixo reto possuem uma melhor distribuição de esforços, já que as ligações entre os elementos ocorrem próximos a regiões onde os valores de momento fletor são nulos (SANTOS, 2010). Em contrapartida, a execução, transporte e montagem dos elementos são mais trabalhosos devido ao seu formato como pode ser observado na Tabela 2.

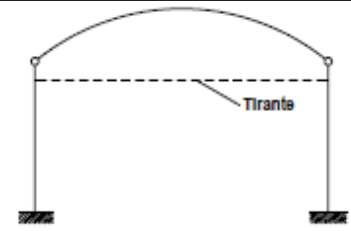
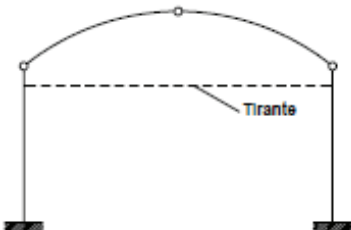

Tabela 2: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos compostos de trechos de eixo reto para um pavimento.

| Características  | Forma básica  | Comentários  |
|--|---|--|
| Com elementos verticais engastados na fundação e articulações nas traves |   | Composta por elementos onde as articulações se encontram próximas à posição de momento fletor nulo. Resultando em pilares com parte de viga e vigas. |
| Com elementos em forma de U  |   | Formada por elementos que correspondem ao pilar e viga. As aplicações práticas se restringem a pré-moldados de canteiro.                             |
| Com elementos em forma de L ou T   |  | Forma básica que corresponde a metade do caso anterior. Particular para galpões altos e estreitos de um só vão.                                      |

Fonte: El Debs (2000).

O emprego de elementos de eixo curvo, formando arcos, refere-se apenas à cobertura, sendo que os apoios são os pilares comuns aos casos anteriores. Tabela 3 mostra as formas básicas deste tipo de sistema estrutural.

Tabela 3: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos compostos de trechos de eixo curvo para um pavimento.

| Características                                       | Forma básica  | Comentários   |
|---|---|---|
| Com um elemento articulado nos pilares                |   | Possibilita uma grande redução na flexão, um menor consumo de materiais e redução de peso. O uso de tirante é praticamente obrigatório. |
| Com dois elementos articulados nos pilares e entre si |   | Forma semelhante a anterior. Seu formato facilita a fabricação e o transporte, porém dificulta na hora da montagem.                     |
| Com um elemento engastado nos pilares                 |  | Única forma que não necessita de tirante. Execução onerosa devido à necessidade de engastamento do arco nos pilares.                    |

Fonte: El Debs (2000).

### 2.1.2 Sistemas Estruturais de Parede Portante

Os sistemas estruturais de parede portante são aqueles em que as paredes além de serem utilizadas como fechamento lateral, servem de apoio para os pavimentos da edificação. Como pode ser visto em El Debs (2000) a maior vantagem deste tipo de sistema estrutural é a grande capacidade de suporte, resultando em um maior aproveitamento de materiais, porém pode haver dificuldades em uma possível ampliação da estrutura. El Debs (2000) comenta que as paredes podem ser constituídas por vários tipos de painéis, e a maior parte das aplicações tem sido feita com painéis alveolares e duplo T.

## 2.2 SISTEMAS ESTRUTURAIS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO PARA EDIFÍCIOS DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS

Os edifícios de múltiplos pavimentos apresentam algumas características adequadas para a aplicação da pré-moldagem como elementos de peso relativamente baixo e em grande número (EL DEBS, 2000). Em contrapartida, ocorre um grande número de ligações entre os elementos, fazendo com que a garantia da estabilidade global seja mais dispendiosa.




De uma maneira geral, edifícios com menos de 12 metros são considerados como sendo de pequena altura, os demais são considerados edifícios de grande altura. Para edifícios de pequena altura, os esforços devido à ação do vento são pequenos, o que possibilita o emprego de sistemas estruturais com ligações mais simples.

### 2.2.1 Sistemas Estruturais de Esqueleto

O sistema estrutural de esqueleto pode ser subdividido em outros três tipos para edificações de múltiplos pavimentos:

- com elementos de eixo reto;
- com elementos compostos de trechos de eixo reto;
- em pavimentos sem vigas.

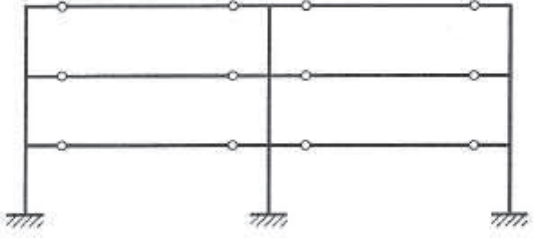
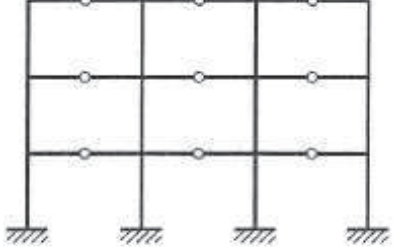
Tabela 4: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de eixo reto para múltiplos pavimentos.

| Características   | Forma básica   | Comentários   |
|---|--|---|
| <p>Pilares engastados na fundação e vigas articuladas nos pilares</p> |    | <p>Forma semelhante aos edifícios de um pavimento (galpões). Muito empregada pela facilidade de execução e de realização das ligações.</p>                  |
| <p>Pilares engastados na fundação e vigas engastadas nos pilares</p>  |   | <p>Semelhante às estruturas de concreto monolíticas, é normalmente empregada em edifícios altos. O custo das ligações é maior.</p>                          |
| <p>Com elementos de viga e pilar formando um T</p>                    |  | <p>Utilizam-se pilares com a mesma altura dos pavimentos que recebem vigas passando por eles. A ligação entre o pilar e a viga é rígida, formando um T.</p> |

Fonte: El Debs (2000).

Da mesma maneira que ocorre para edificações de um pavimento, os elementos compostos por trechos de eixo reto possuem uma melhor distribuição de esforços e execução e montagem mais onerosas devido ao seu formato.

Tabela 5: Formas básicas dos sistemas de esqueleto com elementos de trechos de eixo reto para múltiplos pavimentos.

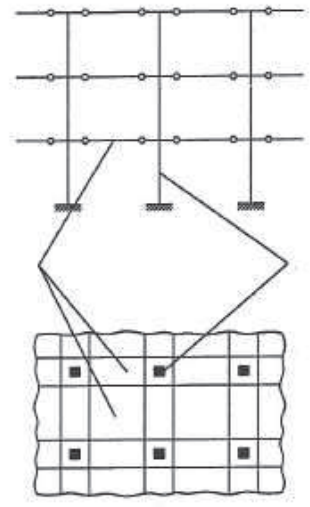

| Características   | Forma básica  | Comentários   |
|---|---|---|
| <p>Com elementos verticais engastados na fundação e articulações nas travessias</p> |   | <p>Composta por elementos onde as articulações se encontram próximas à posição de momento fletor nulo. Resultando em pilares com parte de viga e vigas.</p> |
| <p>Com elementos em forma de U, H, T e similares</p>                                |  | <p>Formada por elementos que correspondem à parte do pilar e à parte da viga. Obtêm-se estruturas resistentes à ação lateral sem ligações dispendiosas.</p> |

Fonte: El Debs (2000).

Os sistemas estruturais em pavimentos sem vigas apresentam como grande vantagem a flexibilidade de *layout*. Os elementos estruturais são os pilares e as lajes e suas formas básicas podem ser vistas na Tabela 6.



Tabela 6: Formas básicas dos sistemas de esqueleto em pavimentos sem vigas para múltiplos pavimentos.

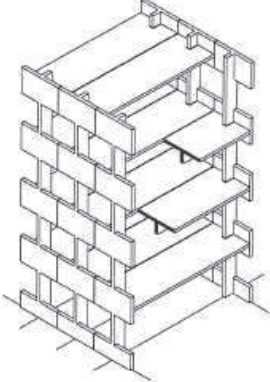
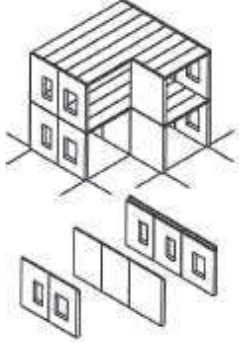
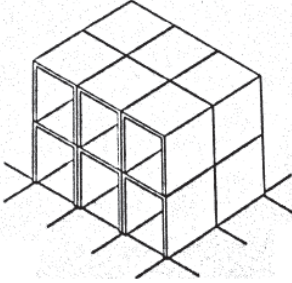
| Características                           | Forma básica  | Comentários   |
|---|---|---|
| Com elementos tipo pilar-laje e tipo laje |    | Utilizam-se elementos correspondentes aos pilares como parte da laje e completa-se o pavimento com elementos tipo laje. |
| Com elementos tipo pilar e tipo laje      |  | Formado por lajes apoiada em quatro pilares ou laje com a dimensão de um pavimento                                      |

Fonte: El Debs (2000).

### 2.2.2 Sistemas Estruturais de Parede Portante

A Tabela 7 mostra as classificações e esquema construtivo deste tipo de sistema estrutural para edificações multi-pavimentos (EL DEBS, 2000).

Tabela 7: Formas básicas dos sistemas de parede portante para múltiplos pavimentos.

| Características  | Esquema Construtivo   | Comentários  |
|--|---|--|
| <p>Sistemas estruturais com grandes painéis de fachada</p> |    | <p>Formado por painéis com altura da edificação. Os elementos do pavimento geralmente são articulados na parede, podendo ser engastados em casos especiais.</p>                |
| <p>Sistemas estruturais com painéis da altura do andar</p> |   | <p>Caracterizam-se pelo grande número de ligações e elementos de pequeno peso. Quanto maior o tamanho dos painéis menor o número de ligações e maior o peso dos elementos.</p> |
| <p>Sistemas estruturais com elementos tridimensionais</p>  |  | <p>Composto por elementos disposto em dois ou mais planos. Caracteriza-se por apresentar componentes de elevado peso e que necessitam de acabamento durante a construção.</p>  |

Fonte: El Debs (2000).

### 3 LIGAÇÕES VIGA-PILAR EM ELEMENTOS PRÉ-MOLDADOS

A diferença básica entre estruturas de concreto pré-moldado e estruturas de concreto moldadas "in loco" é a presença de ligações. Em geral, elas são a parte mais importante do projeto, pois, entre outros fatores, são responsáveis pela redistribuição de esforços da estrutura.

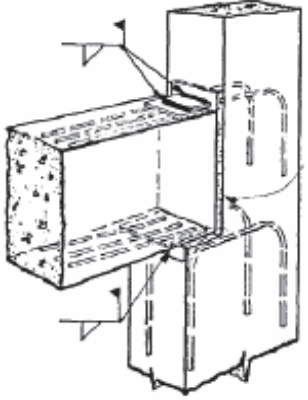
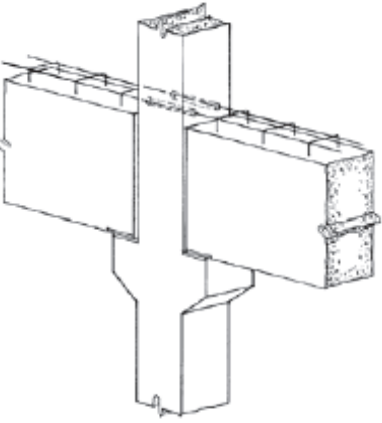
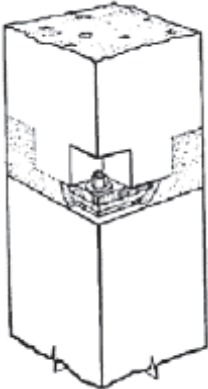
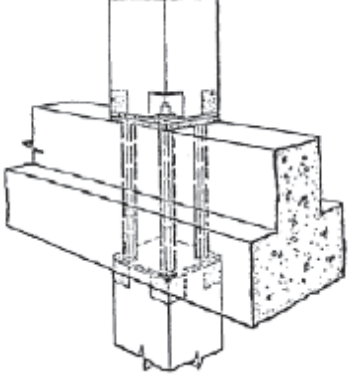
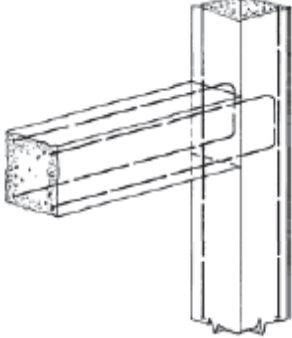
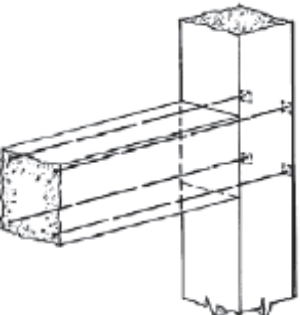
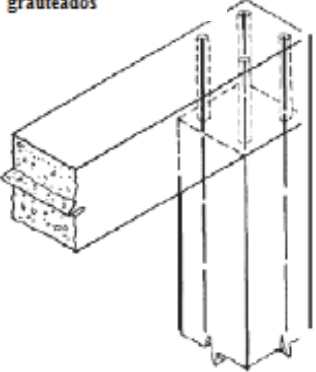
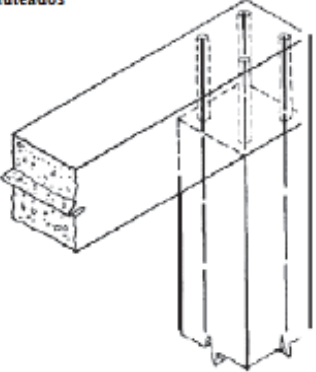
As ligações executadas de maneira mais simples geralmente fazem com que a estrutura apresente uma rigidez menor se comparada com as ligações mais complexas que são mais eficientes e atingem um melhor partido estrutural, no entanto, são mais caras e acarretam em cuidados maiores no momento da execução. Segundo Munte e Melo (2007) as ligações são diretamente proporcionais, no que se refere à complexidade, ao custo e à eficiência estrutural.

#### 3.1 ESTUDOS ENCONTRADOS NA LITERATURA

Segundo Ferreira (1999), os estudos experimentais mais abrangentes em ligações entre elementos de concreto pré-moldado se iniciaram na década de 60, através de um programa de pesquisa experimental desenvolvido pela *Portland Cement Association* (PCA). Os temas abordados pelo programa foram: continuidade em elementos pré-moldados duplo T, resistência do apoio no topo dos pilares para vigas pré-moldadas, ligações viga-viga e viga pilar com ligação através de parafusos e dentes rebaixados e ligações por chapas metálicas em bases de pilares.

Em 1986 foi criado um programa de pesquisa nos Estados Unidos intitulado: *Moment Resistant Connections and Simple Connections*. O programa realizou testes individuais em oito tipos de ligação analisando a resistência a rigidez e a ductilidade das mesmas. Dolan *et al* (1987) apresenta de maneira resumida os resultados encontrados para esses ensaios, que podem ser vistos na Tabela 8.

Tabela 8: Ligações estudadas no programa *Moment Resistant Connections and Simple Connections*.

|  |  |  |
|--|--|--|
| Ligação BC15   | Ligação BC16A  | Ligação CC1  |
|   |    |   |
| Ligação BC25   | Ligação BC26   | Ligação BC27   |
|    |    |  |
| Ligação BC28   | Ligação BC29   |  |
| <p>chumbadores parcialmente grauteados</p>  | <p>chumbadores totalmente grauteados</p>  |  |

Fonte: Dolan *et al* (1987).

Essa e outras publicações relacionadas a esse programa de pesquisa iniciaram a composição da literatura técnica referente aos estudos de ligação viga-pilar semi-rígidas presentes nas estruturas de concreto pré-moldado (CATOIA, 2007).

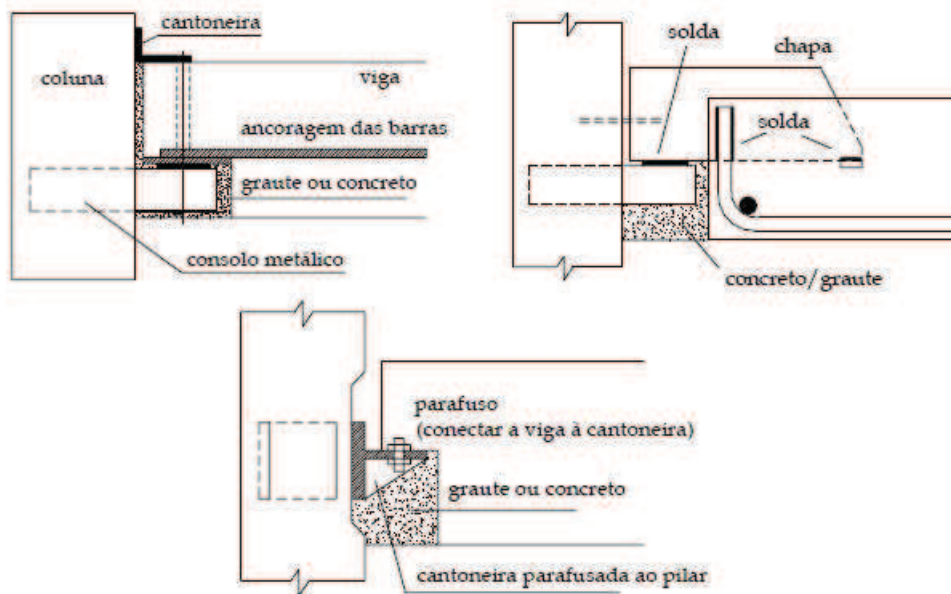
Com o objetivo da viabilização de sistemas estruturais em concreto pré-moldado em regiões sísmicas foi realizado em 1990 um programa de pesquisa denominado PRESS - PCI (*Precast Structural Seismic System*) e envolveu universidade dos Estados Unidos e Japão ao longo de 10 anos.

Também em 1990 o centro de pesquisa da indústria de pré-moldados da França (*French Precast Concrete Industry Study and Research Center*) iniciou um programa de pesquisa denominado *Investigation of the Behaviour of the Semi-rigid Connections* que tinha como objetivo o estudo da semi-rigidez das ligações mais utilizadas pela indústria francesa.

Em 1991 foi criado na Europa o programa de pesquisa chamado de COST (*European Coperation in the Field of Scientific and Technical Research*) que possuía um divisão (COST C1) responsável pelo estudo da semi-rigidez das ligações estruturais existentes na Engenharia Civil. Apesar dos programas de pesquisa da PCI e do COST C1 apresentarem uma grande base de dados experimentais, as pesquisas não geraram procedimentos para projeto (CATOIA, 2007).

Elliot *et al* (1998) e Elliot (2003) realizaram alguns experimentos com as tipologias de ligações comumente utilizadas na Inglaterra (Figura 4), considerando a estrutura em esqueleto e pilares contínuos. Após a realização dos ensaios, os pesquisadores conseguiram observar que a resistência e a rigidez ao momento fletor das ligações ensaiadas dependem: do tipo de conector utilizado, da geometria da estrutura e do modo de carregamento. Além disso, verificou-se que a chapa soldada e consolo metálico fornecem melhores resultados que cantoneiras e conectores inseridos.

Figura 4: Ligações viga-pilar utilizadas na Inglaterra.



Fonte: Elliot *et al* (1998).

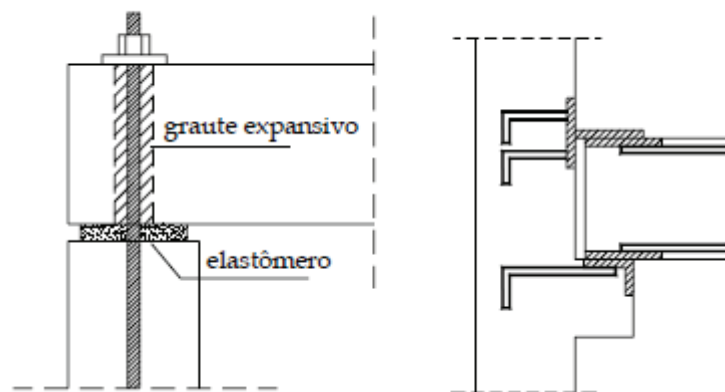
Keronen (1996) realizou ensaios em uma estrutura aporticada com um vão e um pavimento em escala real. O pesquisador tinha o objetivo de viabilizar o uso de rigidez parcial das ligações viga-pilar na análise de estruturas de concreto pré-moldado. Constatou-se que caso o aparelho de apoio fosse substituído por uma placa metálica, a rigidez da estrutura poderia ser duplicada, e outra maneira de se aumentar a rigidez da ligação, seria através da protensão do chumbador.

No Brasil destacam-se os trabalhos realizados por: Ballarim (1993), Soares (1998), Miotto (1998), Ferreira (1993) e (1999), Mota (2009), Marin (2009), Sawasaki (2010) e Lins (2013).

Ballarim (1993) reuniu toda a fundamentação teórica e apontou a necessidade de pesquisas em ligações no país.

Ferreira (1993) realizou o desenvolvimento de equações para determinação da deformabilidade de algumas ligações em estrutura e concreto pré-moldado, a partir do equacionamento dos mecanismos básicos de deformação dessas ligações. Ferreira (1999) realizou o estudo experimental de dois tipos de ligação mostradas na Figura 5, observando o comportamento à flexão e ao cisalhamento das mesmas. A partir dos resultados experimentais, o pesquisador conseguiu aprimorar as equações proposta em Ferreira (1993).

Figura 5: Ligações viga-pilar estudadas por Ferreira (1999)



Fonte: Ferreira (1999).

Soares (1998) estudou a deformabilidade à flexão de uma ligação consolo e chumbador inclinado, muito utilizada em galpão pré-moldados atirantados. A ligação foi avaliada através de simulações numéricas e do modelo analítico proposto por Ferreira (1993).

Miotto (1998) deu continuidade aos estudos iniciados por Soares (1998) e, além disso, realizou a análise de outro tipo de ligação utilizada em estruturas de esqueleto em múltiplos pavimentos. A pesquisadora realizou simulações numéricas e ensaios físicos nos dois tipos de modelo e propôs um modelo analítico para as ligações a partir do método dos componentes e dos estudos realizados por Ferreira (1993) e (1999).

Mota (2009) apresentou um modelo mecânico para determinação numérica da relação força-deslocamento de uma ligação viga-pilar semi-rígida a partir da contribuição da rigidez individual de cada componente de transferência de força utilizado na vinculação. O modelo mecânico foi utilizado para o cálculo da rigidez à rotação de uma ligação viga-pilar ensaiada em laboratório, obtendo-se valores bastante próximos.

Marin (2009) analisou a contribuição da estabilidade global de pórticos planos em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos considerando a não-linearidade física e a não-linearidade geométrica e ligações semi-rígidas.

Sawazaki (2010) realizou um estudo das ligações com almofada de elastômero e chumbador levando em conta a transferência de momento fletor que ocorre em função da rigidez por uma almofada de compósito de argamassa e por chumbadores de aço.

Lins (2013) desenvolveu processos analíticos e programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global.

Dois trabalhos desenvolvidos no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas (PPGEC - UFAL) os autores têm como o foco principal a ligação viga-pilar entre elementos: Queirós (2007) e Araújo (2013).

Queirós (2007) analisou o comportamento estrutural de um galpão pré-moldado de concreto de duas águas através de simulações numéricas de um sistema apertado, levando-se em consideração o comportamento não-linear e semi-rígido das ligações, variando-se a rigidez da condição articulada até engastada.

Araújo (2013) apresentou em seu trabalho modelos com elementos de barra para a quantificação da rigidez das ligações tipicamente utilizadas em projetos estruturais de estruturas monolíticas. Através de processamento modelos elásticos lineares de ligação em elementos finitos tridimensionais o autor conseguiu otimizar os parâmetros geométricos e de rigidez dos modelos reticulados.

### 3.2 DEFORMABILIDADE DAS LIGAÇÕES

A deformabilidade nas ligações é definida como sendo a relação do deslocamento relativo dos elementos que fazem parte da ligação com o esforço solicitante na direção desse deslocamento (EL DEBS, 2000).

As ligações semi-rígidas foram estudadas inicialmente em estruturas metálicas para relacionar a ligação com sua deformabilidade à flexão. Porém, o conceito de deformabilidade das ligações também pode ser estendido para outras formas de deformabilidade, como ao cisalhamento e ao esforço normal. No caso dos pórticos planos, que são o objeto de estudo, a deformabilidade ao momento fletor é a mais importante, já que este é o esforço predominante na estrutura.

Para se estudar a deformabilidade de uma ligação ao momento fletor utilizam-se os diagramas momento-rotação (Figura 6), no qual a ligação varia da condição de rígida até articulada. Pode-se ver em Ferreira (1999) que a rigidez da ligação ( $K_{\theta}$ ) é obtida pelo gradiente da curva momento-rotação dado por:

Hevânio Duarte de Almeida (hevania@gmail.com).Dissertação. Maceió, AL, PPGEC, UFAL.



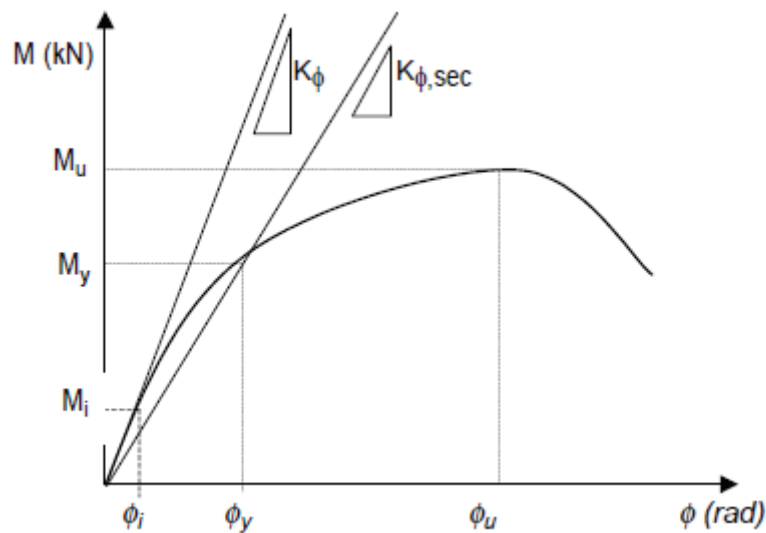
$$K_{\phi} = \frac{M}{\phi} \quad 3.1$$

onde  $M$  e  $\phi$  representam respectivamente o momento fletor interno da ligação e a rotação da ligação associada ao momento  $M$ .

Já a relação inversa da rigidez rotacional da ligação é denominada flexibilidade ( $\lambda_{\phi}$ ), sendo expressa pela seguinte equação:

$$\lambda_{\phi} = \frac{\phi}{M} \quad 3.2$$

Figura 6: Curva momento rotação para uma ligação.



Fonte: Ferreira (1999).

Para a obtenção da rigidez da ligação através das curvas momento rotação pode-se utilizar tanto ensaios experimentais quanto modelagem matemática. Os modelos matemáticos mais conhecidos são: aproximação a uma curva (*curve fitting*), análise por métodos numéricos, modelos mecânicos e modelos analíticos simplificados.

### 3.3 PARÂMETRO DE RESTRIÇÃO A ROTAÇÃO

A NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado (ABNT, 2006) apresenta um parâmetro que define a rigidez relativa de uma ligação. O fator de restrição à Análise estrutural de edifícios pré-moldados levando em consideração a semi-rigidez das ligações viga-pilar e as não-linearidades física e geométrica avaliadas por métodos aproximados

rotação ( $\alpha_r$ ) pode variar de 0 a 1, sendo 0 totalmente livre à rotação e 1 totalmente engastado. A Tabela 9 mostra a classificação das ligações semi-rígidas à partir do parâmetro  $\alpha_r$ .

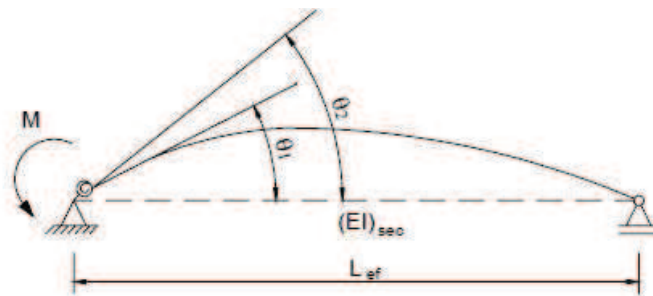
Tabela 9: Classificação do comportamento de uma ligação deformável

| Valor do parâmetro       | Classificação       |
|--------------------------|---------------------|
| $\alpha_r \leq 0,15$     | Ligação articulada  |
| $0,15 < \alpha_r < 0,85$ | Ligação semi-rígida |
| $\alpha_r \geq 0,85$     | Ligação rígida      |

Fonte: NBR 9062 (ABNT,2006).

O parâmetro  $\alpha_r$  pode ser entendido como sendo a divisão entre a rotação da extremidade do elemento ( $\theta_1$ ), em relação a rotação combinada do elemento e da ligação ( $\theta_2$ ) devido ao momento de extremidade como pode ser observado na Figura 7.

Figura 7: Fator de restrição à rotação.



Fonte: NBR 9062 (ABNT, 2006).

O fator de restrição  $\alpha_r$  pode é calculado através da equação 3.3.

$$\alpha_r = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{sec}}{K_{sec}L_{ef}}} \quad 3.3$$

onde  $(EI)_{sec}$  é a rigidez secante da viga conforme a NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto (ABNT, 2014) e será explicada com mais detalhes no próximo capítulo.  $L_{ef}$  é o vão efetivo entre apoios e  $K_{sec}$  é a rigidez secante ao momento fletor da ligação.

Os valores de  $K_{sec}$  podem ser obtidos através dos diagramas momento rotação. São necessários investimentos em pesquisa que produzam parâmetros a serem empregados nos

Hevânio Duarte de Almeida (hevanio@gmail.com).Dissertação. Maceió, AL, PPGEC, UFAL.

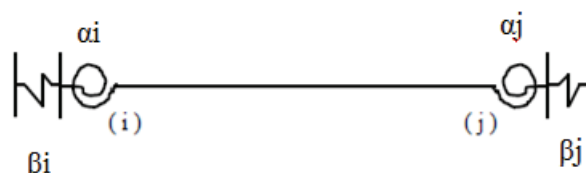
modelos estruturais, pois atualmente têm se utilizado valores muito conservadores e a favor da segurança (MUNTE E MELO, 2007).

### 3.4 MÉTODO PARA A ANÁLISE LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS COM NÓS SEMI-RÍGIDOS

A presença de ligações semi-rígidas em uma estrutura acarreta uma redistribuição de esforços, que por sua vez modifica os deslocamentos finais dos nós da estrutura. Neste item apresenta-se uma metodologia baseada no trabalho de Monfort e Wu (1963) e que pode ser vista em Ferreira (1993) e (1999), que se baseia na modificação de programas de pórticos com nós rígidos, implementados a partir do método dos deslocamentos, para consideração da semi-rigidez das ligações.

No processo proposto em Monfort e Wu (1963) corrige-se a matriz de rigidez dos elementos e os esforços de bloqueio em função da deformabilidade em suas extremidades, mas a indeterminação estática é mantida, ou seja, o modelo utilizado é o mesmo do método dos deslocamentos. Dessa maneira não são criadas novas incógnitas, já que não são adicionadas novas condições de vinculação, e corrige-se os parâmetros ligados aos elementos utilizando-se da notação de rigidez equivalente. Ferreira (1993) acrescentou molas horizontais relativas à deformabilidade axial, pois Monfort e Wu (1963) consideravam apenas as correções relativas aos esforços de flexão. A Figura 8 mostra o elemento de barra com as molas que representam a deformabilidade.

Figura 8: Esquemas com molas para a representação da deformabilidade nas extremidades de uma barra.



Fonte: Adaptado de Ferreira (1999).

onde  $\alpha_i$  e  $\alpha_j$  são fatores de restrição à rotação nas extremidades do elemento, associados à deformabilidade de flexão. Os parâmetros  $\beta_i$  e  $\beta_j$  estão relacionados à deformabilidade do

elemento na direção axial nas extremidades do mesmo, maiores detalhes para a obtenção destes valores podem ser encontrados em Ferreira (1993) e (1999).

A matriz de rigidez dos elementos ( $[K]$ ) é mostrada na equação 3.4.

$$[K] = [C][S] \quad 3.4$$

onde  $[S]$  é a matriz de rigidez elástica dos elementos e  $[C]$  é a matriz de correção de rigidez aplicada a matriz  $[S]$ .

Os esforços internos dos elementos, armazenados em ( $[F]$ ) são dados por

$$\{F\} = [K]\{D\} \quad 3.5$$

Levando-se em conta as matrizes  $[C]$  e  $[S]$  e os deslocamentos de extremidade  $\{D\}$ , pode-se escrever a equação anterior da seguinte maneira:

$$\{F\} = [C][S]\{D\} \quad 3.6$$

A matriz de correção para modificação da rigidez dos elementos pode ser vista em Ferreira (1999) e é dada por

$$[C] = \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & 0 & \beta_j & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\alpha_j - 2\alpha_i + \alpha_i\alpha_j}{4 - \alpha_i\alpha_j} & \frac{-2L\alpha_i(1 - \alpha_j)}{4 - \alpha_i\alpha_j} & 0 & \frac{4\alpha_i - 2\alpha_j + \alpha_i\alpha_j}{4 - \alpha_i\alpha_j} & \frac{-2L\alpha_j(1 - \alpha_i)}{4 - \alpha_i\alpha_j} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_j - \alpha_i}{(4 - \alpha_i\alpha_j)} & \frac{3\alpha_i(2 - \alpha_j)}{4 - \alpha_i\alpha_j} & 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_i - \alpha_j}{(4 - \alpha_i\alpha_j)} & \frac{3\alpha_j(2 - \alpha_i)}{4 - \alpha_i\alpha_j} \\ \beta_j & 0 & 0 & \beta_i & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\alpha_j - 2\alpha_i + \alpha_i\alpha_j}{4 - \alpha_i\alpha_j} & \frac{-2L\alpha_i(1 - \alpha_j)}{4 - \alpha_i\alpha_j} & 0 & \frac{4\alpha_i - 2\alpha_j + \alpha_i\alpha_j}{4 - \alpha_i\alpha_j} & \frac{-2L\alpha_j(1 - \alpha_i)}{4 - \alpha_i\alpha_j} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_j - \alpha_i}{(4 - \alpha_i\alpha_j)} & \frac{3\alpha_i(2 - \alpha_j)}{4 - \alpha_i\alpha_j} & 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_i - \alpha_j}{(4 - \alpha_i\alpha_j)} & \frac{3\alpha_j(2 - \alpha_i)}{4 - \alpha_i\alpha_j} \end{bmatrix} \quad 3.7$$

Ferreira (1999) também mostra que a matriz de correção para esforços de engastamento  $[C_f]$  pode ser obtida em função dos parâmetros de restrição à rotação do elemento e do momento de engastamento perfeito  $M^p$ .

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \end{Bmatrix} = [C_f] \cdot \begin{Bmatrix} M_i^p \\ M_j^p \end{Bmatrix} \quad 3.8$$

Em que

$$[C_f] = \frac{1}{(4 - \alpha_i \alpha_j)} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_i(4 - \alpha_j) & 2\alpha_i(\alpha_j - 1) \\ 2\alpha_j(\alpha_i - 1) & \alpha_j(4 - \alpha_i) \end{bmatrix} \quad 3.9$$

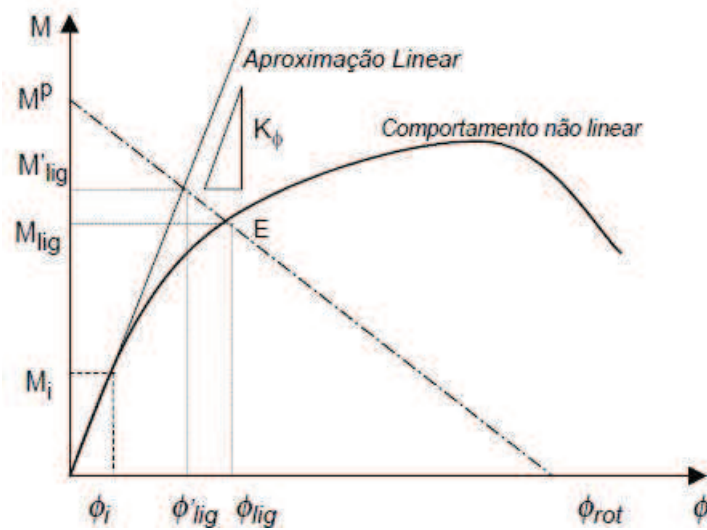
### 3.5 VALIDADE DA APROXIMAÇÃO LINEAR PARA A ANÁLISE ESTRUTURAL

Apesar de a curva momento-rotação apresentar comportamento não linear, como pode ser observado na Figura 6, a relação momento-rotação é considerada como sendo linear no método proposto por Monfort e Wu (1963).

Diversos autores têm proposto uma relação linear para a análise de pórticos com nós semi-rígidos. No modelo proposto em Gibbons *et al.* (1996) os autores apresentam um método de análise linear de pórticos com ligações semi-rígidas com a utilização da rigidez secante da ligação, aproximando o comportamento não linear da ligação. Em Chikho e Kirby (1995) os autores apresentam um modelo que se baseia na proposta de Monfort e Wu (1963) e se utiliza de um processo iterativo para o cálculo da rigidez secante a partir da rigidez inicial da ligação, tentando diminuir o efeito da não linearidade. Segundo Gibbons *et al.* (1996), uma análise com a consideração da não linearidade não seria muito apropriada para as rotinas de cálculo dos escritórios de projeto.

Desta maneira, a rigidez inicial tangente da curva momento-rotação das ligações vem sendo bastante utilizada por pesquisadores e projetistas que trabalham com pórticos que apresentam ligações deformáveis devido à relativa facilidade para sua obtenção por meios analíticos ou gráficos. Observando-se a Figura 9, nota-se que o momento obtido através da aproximação linear está superestimado em relação ao comportamento não linear, o que produz um pequeno decréscimo nos deslocamentos da estrutura. Em Bjorhovde (1990) o autor conclui que a aproximação linear apresenta respostas adequadas para rotações de até 0,01 rad, para valores acima deste limite, as características não lineares são significantes. Gibbons *et al.* (1996) afirma que no caso das estruturas metálicas, a maior parte dos momentos de projeto das ligações são atingidos para rotações inferiores ao limite proposto por Bjorhovde (1990), porém, os autores aconselham o uso da rigidez secante linear por ser uma aproximação mais conservadora.

Figura 9: Comparação entre os pontos de intersecção da rigidez inicial da ligação e da curva momento-rotação da ligação com a reta *Beam Line*.



Fonte: Ferreira (1999).

Ragupathy e Viridi (1996) concluíram que as ligações podem ser consideradas com um comportamento linear desde que os momentos nas ligações não ultrapassem a capacidade máxima, como pode ser visto na Figura 9. Além disso, eles mostraram que o método de análise linear apresenta uma boa correlação com o método de análise não linear através de estudos comparativos. O método *Beam Line* (Figura 9) mostrado na figura acima, consiste em um processo simplificado para a determinação da resistência da ligação a partir da consideração da rigidez da mesma. Neste método é traçado uma reta que liga o momento de engastamento perfeito com a rotação para a ligação rotulada, o ponto onde essa reta se encontra com a curva momento-rotação representa o momento resistente da ligação.

### 3.6 MODELOS ANALÍTICOS ADOTADOS NESSE TRABALHO

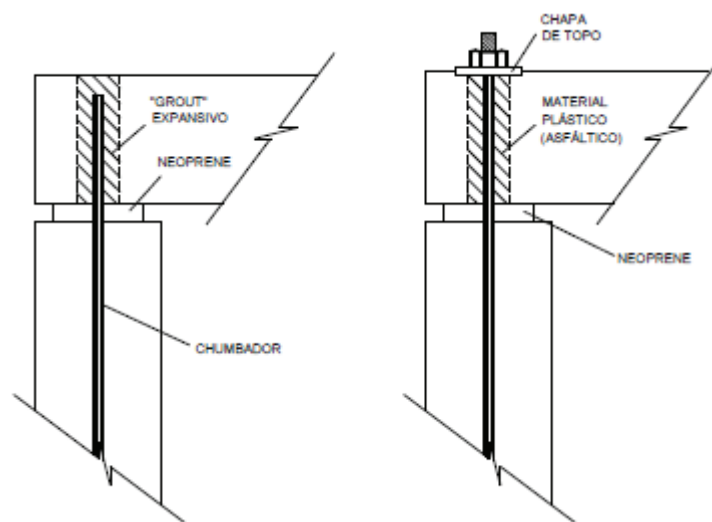
Serão avaliadas a deformabilidade à flexão de duas tipologias de ligação viga-pilar através de modelos analíticos propostos em Ferreira (1993) e (1999), o pesquisador utilizou uma metodologia que consiste em avaliar três fatores interdependentes:

- os esforços a serem transmitidos;
- os mecanismos de vinculação adotados;
- os mecanismos básicos de deformação considerados.

Ferreira (1993) explica que a consideração dos esforços a serem transmitidos depende da função estrutural que se pretende dar à ligação. Já a escolha do sistema de vínculos depende dos esforços a serem transmitidos e da sua construtibilidade. Após a definição da vinculação, identificam-se os mecanismos básicos de deformação de cada elemento que compõe a ligação.

### 3.6.1 Ligação viga-pilar com almofada de elastômero não fretado e chumbador

Figura 10: Exemplo de uma Ligação viga-pilar com almofada de elastômero e chumbador.



Fonte: Ferreira (1999).

Segundo Ferreira (1999), a tipologia de ligação mostrada na Figura 10 tem sido bastante utilizada para estruturas pré-moldadas de galpões e edificações com mais de um pavimento e pequena altura (Figura 11).

Figura 11: Galpão com a tipologia de ligação mostrado na Figura 10.



Fonte: Autor (2014).

As almofadas de elastômero são muito utilizadas nas construções pré-moldadas como apoio para os elementos em geral. Trata-se de uma borracha sintética que apresenta um bom desempenho quanto à durabilidade e conservação das suas características ao longo do tempo e quando submetidos a intempéries (FERREIRA, 1999).

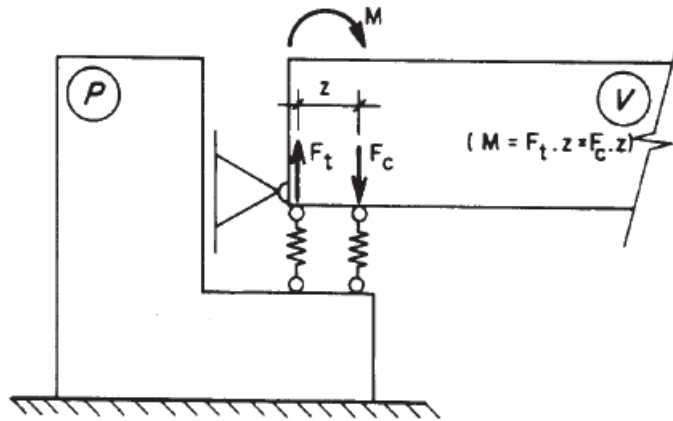
Munte e Melo (2007) explicam que chumbadores são pinos inseridos em elementos de concreto que ajudam no posicionamento e impedem o tombamento das vigas. Esses pinos normalmente são de aço CA-25, porém, existe a opção de se utilizar cordoalhas ou pinos de CA-50.

Inicialmente o chumbador possui apenas a função de garantir a estabilidade lateral, porém, em função do preenchimento dos furos com graute expansivo tem-se a solidarização do elemento com a viga e o pilar da ligação, proporcionando uma pequena restrição à rotação da extremidade da viga formado um binário composto pela força de tração da barra do chumbador ( $F_{tb}$ ) e pela força de compressão de um trecho da almofada ( $F_{cn}$ ) de elastômero (FERREIRA, 1993).

Pode-se ver na Figura 12 a esquematização por meio de molas dos mecanismos de deformação da ligação viga-pilar com almofada de elastômero e chumbador.



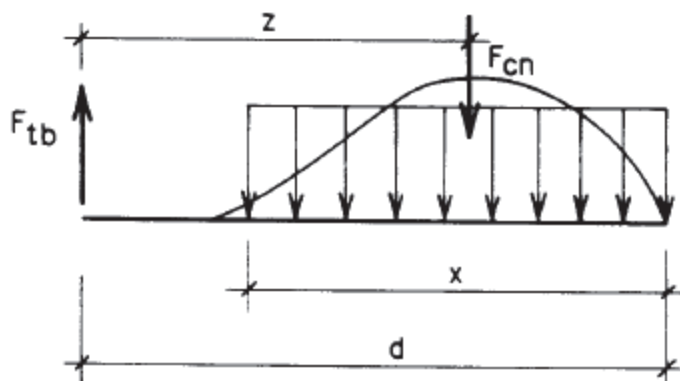
Figura 12: Esquematização por meio de molas dos mecanismos de deformação na ligação



Fonte: Ferreira (1993).

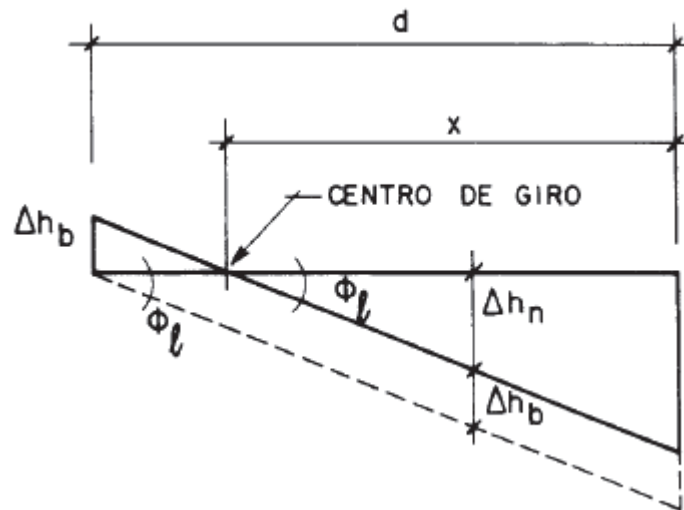
A distribuição de tensões no elastômero não fretado foi considerada conforme indicado na Figura 13, embora as tensões se anulem próximo a borda na distribuição real. Já os elementos de concreto foram considerados suficientemente rígidos, de modo que as relações entre os deslocamentos da ligação seja escrito conforme mostra a Figura 14.

Figura 13: Esquema de equilíbrio de forças e de distribuição de tensões no elastômero não fretado.



Fonte: Ferreira (1993).

Figura 14: Relação de deslocamento entre os componentes da ligação



Fonte: Ferreira (1993).

Do equilíbrio tem-se que

$$F_{tn} = F_{cb} = \frac{M_l}{z}; z = (d - 0,5x) \quad 3.10$$

onde  $M_l$  é o momento fletor resistido pela ligação,  $z$  é o braço de alavanca do binário de forças,  $d$  é a distância da barra tracionada até a borda comprimida e  $x$  é a altura da linha neutra da seção.

Observando a Figura 14 tem-se que

$$\phi_l = (\Delta h_b + \Delta h_n)/(d - 0,5x) \quad 3.11$$

onde  $\Delta h_b$  representa o deslocamento da barra do chumbador e  $\Delta h_n$  refere-se ao afundamento do trecho comprimido do elastômero. Ferreira (1993) mostra que os valores de  $\Delta h_b$  e  $\Delta h_n$  são respectivamente

$$\Delta h_b = F_{tn} l_s / E_s A_s \quad 3.12$$

$$\Delta h_n = F_{cn} h_n / (4Gxb(1 + 0,25(x/h)^2)) \quad 3.13$$

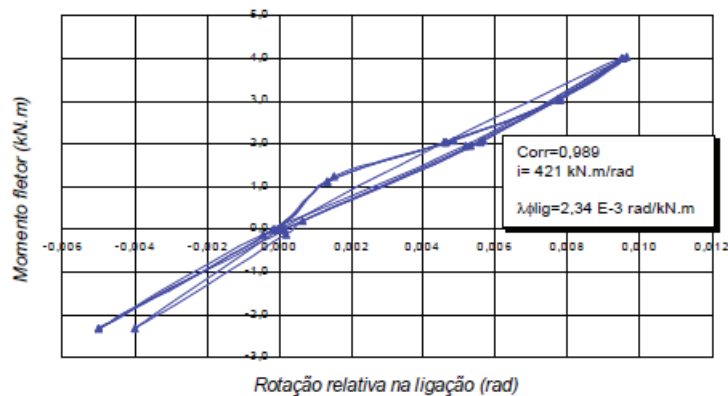
Substituindo os valores de  $F_{tn}$  e  $F_{cn}$  nas equações 3.12 e 3.13 e fazendo a relação das mesmas com a equação 3.11 tem-se que a deformabilidade a flexão ( $\lambda_{\phi_l}$ ) deste tipo de ligação é

$$\lambda_{\phi l} = \frac{l_s}{E_s A_s z^2} + \frac{h_n}{4z^2 G x b (1 + 0,25(a/h_n)^2)} \quad 3.14$$

onde  $l_s$ ,  $E_s$ , e  $A_s$  são respectivamente o comprimento, o módulo de elasticidade do aço e a área da seção transversal do chumbador. Já os parâmetros da almofada de elastômero são:  $h_n$  (espessura),  $G$  (módulo de deformação transversal),  $a$  (menor dimensão) e  $b$  (maior dimensão).

Ferreira (1999) realizou ensaios em três protótipos, com o objetivo de estudar formação de mecanismos resistentes à flexão para rotações iniciais. Porém, o pesquisador não conseguiu definir a influência dos parâmetros internos da ligação sobre sua deformabilidade à flexão. Em suas conclusões, Ferreira (1999) afirma que as ligações ensaiadas chegaram a mobilizar esforços de rotação, gerando esforços na barra do chumbador, todavia, mesmo para a maior rigidez à flexão (da ordem de 421 kN.m/rad) mostrada na Figura 15, o parâmetro de restrição a rotação da ligação  $\alpha_r$  seria da ordem de 0,007, indicando que a rigidez à flexão da lição é desprezível.

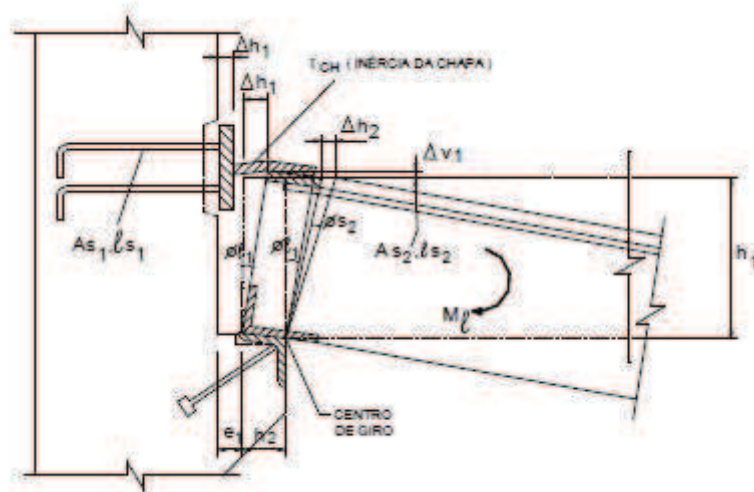
Figura 15: Curva momento x rotação para o protótipo 2 ensaiado em Ferreira (1999).



Fonte: Ferreira (1999).

### 3.6.2 Ligação viga-pilar com chapas soldadas

Figura 16: Ligação viga-pilar com chapas soldadas



Fonte: Ferreira (1999).

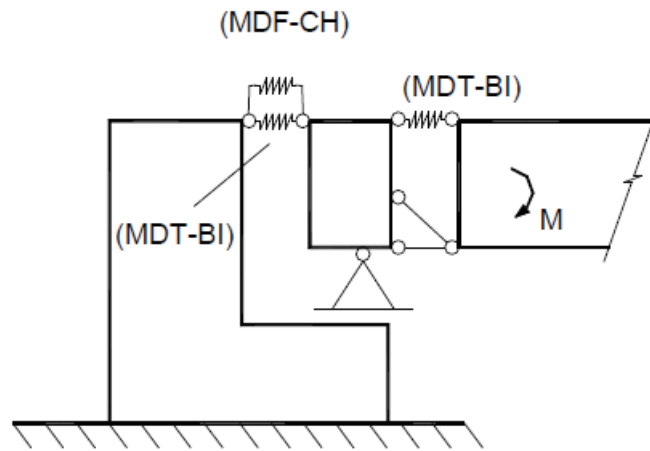
Segundo Ferreira (1999) o tipo de ligação apresentado na Figura 16 começou a ser estudada com o objetivo de desenvolver uma ligação rígida que pudesse ser utilizada em estruturas pré-moldadas localizadas em regiões sísmicas. Este tipo de ligação deve resistir aos esforços de flexão e também limitar a deslocabilidade da estrutura global.

Para o desenvolvimento da equação para o cálculo da deformabilidade à flexão causada por um momento negativo na ligação, Ferreira (1993) considerou os seguintes mecanismos de deformação:

- Mecanismo de Deformação por Tração nas barras de ancoragem, Inseridas no pilar, na extremidade superior da viga (MDT-BI);
- Mecanismo de Deformação por Flexão nas Chapas soldadas na parte superior da ligação (MDF-CH);
- Mecanismo de Deformação por Tração da armadura negativa da viga, Inserida na extremidade da viga (MDT-BI).

A Figura 17 mostra a representação por meio de molas dos mecanismos de deformação considerados para ligação.

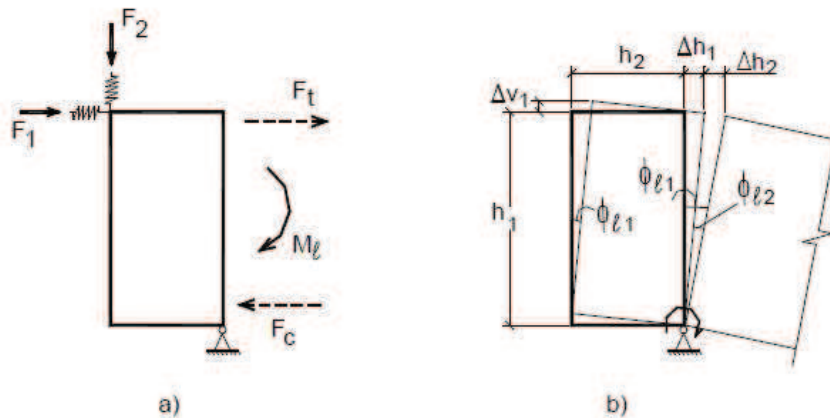
Figura 17: Esquemáticação por meio de molas dos mecanismos de deformação na ligação



Fonte: Ferreira (1999).

O esquema de forças aplicado a ligação e a idealização dos deslocamentos na extremidade da viga é mostrada na Figura 18.

Figura 18: Esquema de forças (a) e idealização dos deslocamentos na extremidade da viga (b).



Fonte: Ferreira (1999).

A equação de equilíbrio é dada por

$$F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_c (h_1 - z) - F_t h_1 = 0 \quad 3.15$$

onde  $z$  é o braço de alavanca,  $h_1$  é a altura da viga,  $h_2$  é a extremidade da viga sobre o consolo,  $F_1$  é a força de tração na barra de ancoragem (na ligação negativa no pilar),  $F_2$  é a

força de reação na chapa soldada,  $F_c$  é a força de compressão e  $F_t$  é a força de tração na armadura negativa.

Se for levado em consideração que  $F_t = F_c$  e a relação do momento da ligação ( $M_l$ ) dada por

$$M_l = F_c \cdot z = F_t \cdot z \quad 3.16$$

A equação de equilíbrio fica

$$M_l = F_1 h_1 + F_2 h_2 \quad 3.17$$

A deformabilidade à flexão da ligação ( $\lambda_{\phi_l}$ ) é dada por

$$\lambda_{\phi_l} = \frac{\phi_l}{M_l} \quad 3.18$$

A rotação da ligação ( $\phi_l$ ) é a combinação de duas parcelas  $\phi_{l1}$  e  $\phi_{l2}$ . A primeira parcela ( $\phi_{l1}$ ) representa do giro da viga sobre o consolo, causada pela deformação do vínculo viga-pilar. A segunda parcela ( $\phi_{l2}$ ) representa o giro da extremidade da viga sobre o consolo, causada pela deformação da armadura negativa na região da ligação.

$$\phi_l = \phi_{l1} + \phi_{l2} = \frac{\Delta h_1}{h_1} + \frac{\Delta h_2}{h_2} \quad 3.19$$

Portanto, a deformabilidade pode ser escrita

$$\lambda_{\phi_l} = \frac{\Delta h_1}{h_1 M_l} + \frac{\Delta h_2}{h_2 M_l} \quad 3.20$$

Levando-se em consideração os mecanismos de deformação apresentados em Ferreira (1993) e (1999) tem-se que

$$\Delta h_1 = \frac{l_{s1} F_1}{E_s A_{s1}} \quad 3.21$$

$$\Delta h_2 = \frac{l_{s2} F_t}{E_s A_{s2}} \quad 3.22$$

$$\Delta v_1 = \frac{e_1^3 F_2}{12 E_s I_{ch}} \quad 3.23$$

onde  $l_{s1}$  e  $l_{s2}$  são os comprimentos considerados na deformação da barra ancorada no pilar e da armadura da viga respectivamente.  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  são as áreas da seção transversal das barras de ancoragem para vinculação negativa no pilar e da armadura negativa da viga respectivamente. A variável  $e_1$  é a excentricidade entre a face do pilar e a força  $F_1$ .  $I_{ch}$  representa o momento de inércia da chapa da vinculação negativa viga-pilar.

Para pequenos deslocamentos tem-se a seguinte relação

$$\frac{\Delta v_1}{h_2} = \frac{\Delta h_1}{h_1} \quad 3.24$$

Substituindo as equações 3.23 e 3.21 na equação 3.24, tem-se

$$F_1 = F_2 \frac{e_1^3 A_{s1} h_1}{12 l_{s1} I_{ch} h_2} \quad 3.25$$

Substituindo a expressão 3.25 na equação de equilíbrio 3.17 tem-se

$$F_2 = M_l \left( \frac{e_1^3 A_{s1} h_1^2}{12 l_{s1} I_{ch} h_2} + h_2 \right)^{-1} \quad 3.26$$

Escrevendo os deslocamentos  $\Delta h_1$ ,  $\Delta h_2$  e  $\Delta v_1$  em função das expressões para  $F_1$  e  $F_2$ , tem-se

$$\Delta h_1 = M_l \left( \frac{e_1^3 l_{s1} h_1}{E_s (e_1^3 A_{s1} h_1^2 + 12 l_{s1} I_{ch} h_1^2)} \right) \quad 3.27$$

$$\Delta h_2 = M_l \left( \frac{l_{s2}}{E_s A_{s2} z} \right) \quad 3.28$$

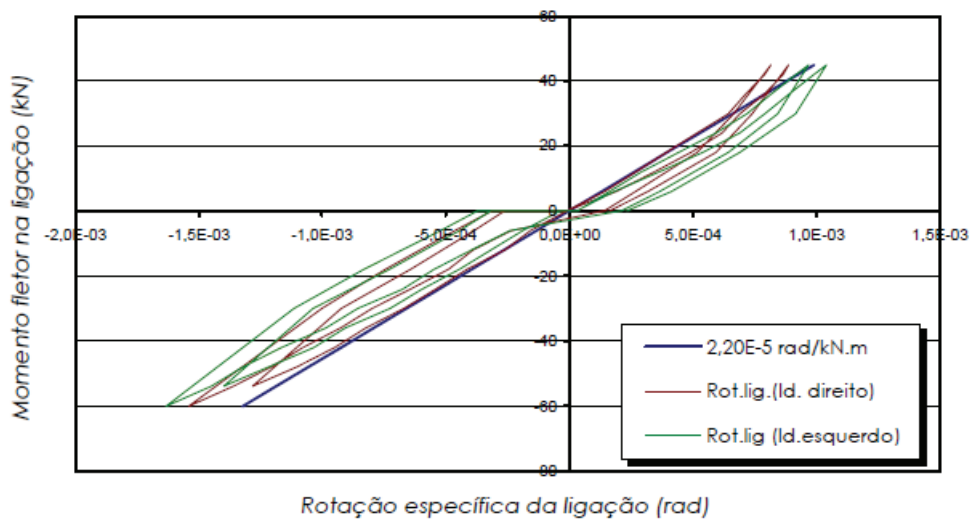
$$\Delta v_1 = M_l \left( \frac{e_1^3 l_{s1} h_2}{E_s (e_1^3 A_{s1} h_1^2 + 12 l_{s1} I_{ch} h_2^2)} \right) \quad 3.29$$

Portanto, a deformabilidade da ligação é dada por

$$\lambda_{\phi l} = \frac{e_1^3}{12 E_s I_{ch} h_2} \left( \frac{e_1^3 A_{s1} h_1^2}{12 l_{s1} I_{ch} h_2} + h_2 \right) + \frac{l_{s2}}{E_s A_{s2} z h_1} \quad 3.30$$

Ferreira (1999) realizou ensaios nesta tipologia de ligação com o intuito de comparar valores experimentais com os valores obtidos a partir das equações analíticas. A Figura 19 mostra a comparação da curva experimental com a reta teórica para ligação. Segundo Ferreira (1999), para o regime linear a reta apresentou uma boa aproximação dos resultados experimentais. O autor mostra que o valor da rigidez calculada de maneira analítica foi 1,05 vezes o valor da rigidez secante experimental.

Figura 19: Comparação da curva experimental para a reta teórica da ligação com chapa soldada.



Fonte: Ferreira (1999).



## 4 ANÁLISE NÃO-LINEAR

### 4.1 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

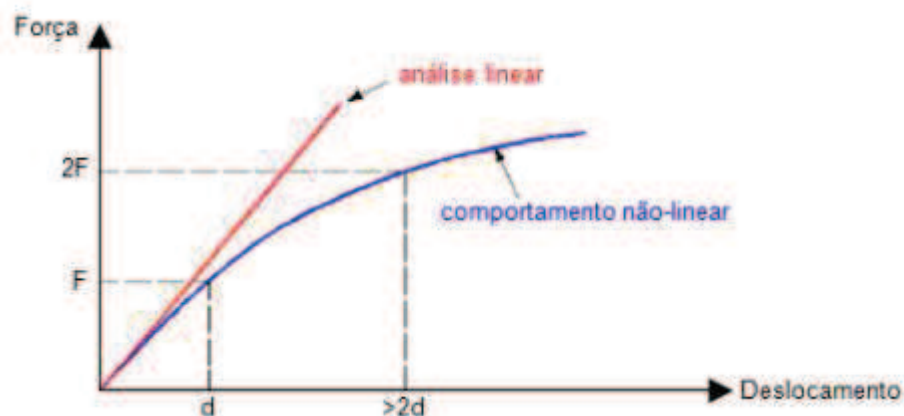
#### 4.1.1 Conceitos Iniciais

A não-linearidade física (NLF) é decorrente do comportamento não-linear dos materiais. O concreto por ser um aglomerado de constituintes (agregados, cimento, água, aditivos, etc.), possui naturalmente um comportamento bastante singular e heterogêneo que, juntamente com o aço, torna-se altamente complexo em virtude da interação entre esses materiais (SILVA, 2012).

As principais causas para a NLF, e conseqüentemente perda de rigidez dos elementos estruturais de concreto armado, são: a fissuração do concreto, a plastificação dos materiais constituintes, o deslizamento das armaduras e a fluência do concreto.

Em vigas de concreto armado, por exemplo, a NLF ocorre pela fissuração do concreto podendo causar uma deformação excessiva da peça. Esse tipo de comportamento pode ser identificado em curvas força-deslocamento como está sendo mostrado na Figura 20.

Figura 20: Comportamento não-linear em vigas.



Fonte: Silva (2012).

Silva (2012) explica que para o cálculo de estruturas de concreto armado com a consideração da NLF de maneira rigorosa se faz necessário a adoção de modelos constitutivos que representem de maneira adequada o comportamento não-linear dos materiais que compõem a

estrutura. Este processo, normalmente é realizado sob a forma de análise matricial, demanda grande tempo de processamento e geralmente é utilizado em situações mais complexas (SANTOS, 2010).

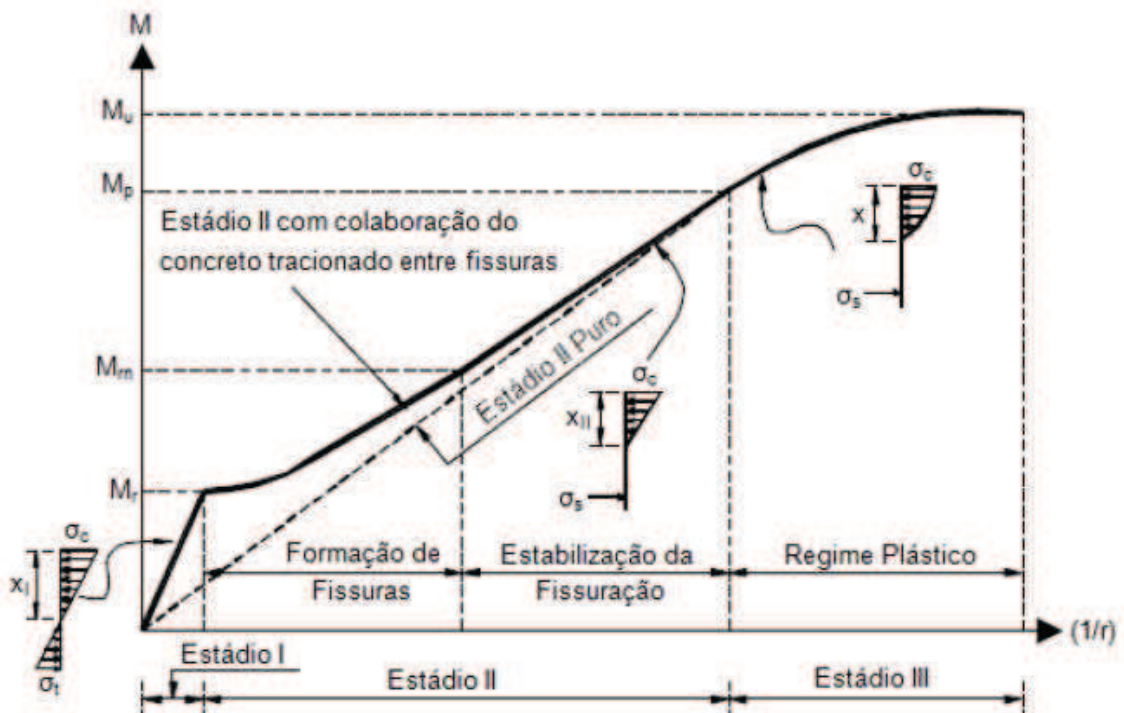
Por esse motivo, para a análise de elementos lineares formados por vigas e pilares é comum a utilização dos diagramas momento versus curvatura das seções transversais, pela simplicidade e eficácia. A implementação da NLF é possível por meio de sucessivas análises lineares, utilizando carregamentos incrementais.

Outra maneira menos precisa é a introdução de um coeficiente redutor de inércia bruta da seção transversal dos elementos estruturais. Esse tipo de procedimento é tratado pela NBR 6118 (ABNT, 2007) como sendo "consideração aproximada da NLF".

#### 4.1.2 Estádios no Concreto Estrutural

Uma maneira eficaz de se observar o desenvolvimento da fissuração do concreto e da plastificação dos materiais com a intensidade das solicitações, comprovando dessa maneira o comportamento não-linear do concreto estrutural, é através do diagramas momento curvatura das seções transversais (Figura 21).

Figura 21: Diagrama momento-curvatura de uma seção submetida à flexão simples



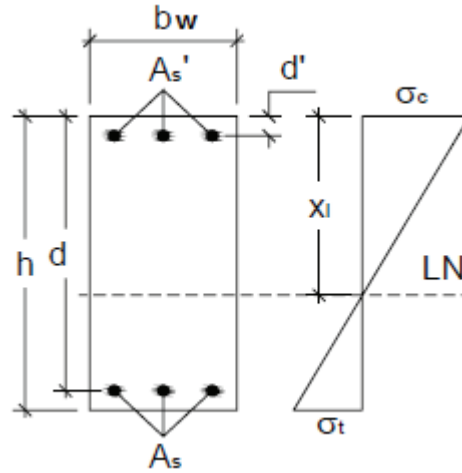
Fonte: Guarda (2005).

onde  $M_r$  é valor do momento de fissuração,  $M_{rn}$  é o valor do momento a partir do qual não há formação de novas fissuras,  $M_p$  é o valor do momento de plastificação,  $M_u$  é o valor do momento último,  $\sigma_c$  é o valor da tensão de compressão no concreto,  $\sigma_t$  é o valor da tensão de tração no concreto,  $\sigma_s$  é o valor da tensão na armadura tracionada,  $x_I$  é a distância da linha neutra da seção transversal da peça à fibra mais comprimida do concreto no Estádio I,  $x_{II}$  é a distância da linha neutra da seção transversal da peça à fibra mais comprimida do concreto no Estádio II e  $x$  é a distância da linha neutra da seção transversal da peça à fibra mais comprimida do concreto no Estádio III.

O concreto estrutural quando submetido a esforços de tração ou flexão apresenta três fases distintas de comportamento denominadas de estádios (Estádio I, Estádio II e Estádio III).

No Estádio I (Figura 22: Seção retangular no Estádio I.) o elemento não apresenta nenhuma fissura pois o nível de carga é baixo. Nesta fase não fissurada, todo o concreto resiste aos esforços de compressão e tração e o aço colabora na resistência à tração. Podemos admitir um comportamento elástico-linear para o material.

Figura 22: Seção retangular no Estádio I.



Fonte: Adaptado de Santos (2010).

Para o cálculo da profundidade da linha neutra no Estádio I ( $x_I$ ), utiliza-se a equação 4.1, que leva em consideração que o valor do momento elástico em relação a linha neutra tem o valor nulo.

$$b_w \cdot x_I \cdot \left(\frac{x_I}{2}\right) + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_I - d') - b_w \cdot (h - x_I) \cdot \left(\frac{h - x_I}{2}\right) - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_I) = 0 \quad 4.1$$

O cálculo do momento de Inércia de uma seção retangular homogeneizada no Estádio I é mostrado na equação 4.2.

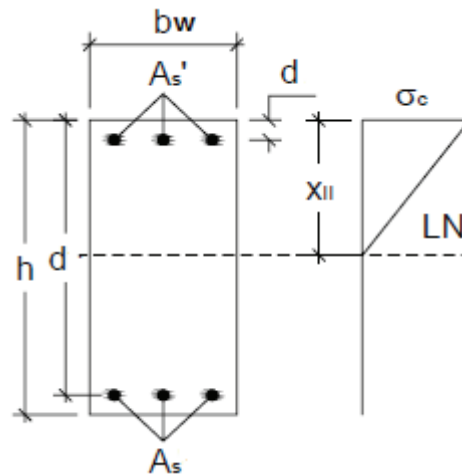
$$I_I = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot \left(x_I - \frac{h}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_I - d')^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_I)^2 \quad 4.2$$

onde  $b_w$  é a base da seção transversal,  $h$  é a altura da seção transversal,  $A_s$  é a armadura tracionada na seção de concreto,  $A'_s$  é a armadura comprimida na seção de concreto e  $\alpha_e$  é o coeficiente de homogeneização da seção, sendo a relação entre o módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) e o módulo de elasticidade secante do concreto ( $E_{cs}$ ) e deve ser calculado como mostra a equação 4.3.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad 4.3$$

A segunda fase (Estádio II) apresentada na Figura 23 se inicia quando o carregamento atinge uma tensão de tração superior à resistência à tração do concreto, e não podemos mais contar com a colaboração do concreto na resistência à tração. Esse estágio pode ser caracterizado por dois momentos distintos, o primeiro é onde surgem novas fissuras à medida que o carregamento vai aumentando e o segundo onde as fissuras apenas aumentam de tamanho não aparecendo novas aberturas.

Figura 23: Seção retangular no Estádio II.



Fonte: Adaptado de Santos (2010).

Para o cálculo da profundidade da linha neutra no Estádio II ( $x_{II}$ ) deve-se desprezar a área de concreto tracionada e levar em consideração que o momento elástico em relação a linha neutra é igual a zero, como mostra a equação 4.4.

$$b_w \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right) + \alpha_e \cdot A_{s'} \cdot (x_{II} - d') - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0 \quad 4.4$$

Para o cálculo do momento de inércia no Estádio II utiliza-se a equação 4.5.

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot x_{II} \cdot \left(\frac{x_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_{s'} \cdot (x_{II} - d')^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad 4.5$$

O Estádio III é onde um dos materiais, ou ambos, apresenta escoamento fazendo com que a deformação continue aumentando para um determinado nível de tensão. As tensões de compressão do concreto não são lineares ao longo da altura, a NBR 6118 (ABNT, 2014)

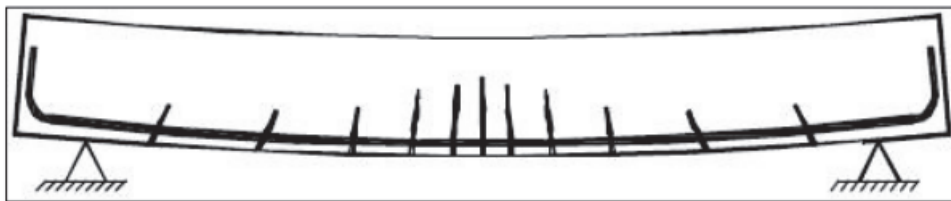
idealiza o diagrama de tensões do concreto comprimido ao longo da altura como uma parábola-retângulo, podendo ser substituído por uma diagrama retangular equivalente.

#### 4.1.3 Método de Branson

O processamento dos pórticos planos desse trabalho se dará através do método de Branson, com os carregamentos aplicados de maneira incremental na estrutura, fazendo uma atualização da inércia dos elementos presentes a cada passo do incremento.

Um elemento de concreto armado apresenta valores distintos de rigidez à flexão em cada seção, dependendo do estado de fissuração em que se encontra e do nível de sollicitação a que está submetido (Figura 24).

Figura 24: Exemplo de distribuição de fissuras em uma viga



Fonte: Guarda (2005).

É fácil perceber que nas regiões em que não existem fissuras, possuem uma maior rigidez se comparadas com outras que apresentam algum grau de fissuração. Por esse motivo, Branson (1965) propôs um método semi-probabilístico que se baseia na diferença das rigidezes para cada seção transversal ao longo do comprimento do elemento, o que também acarreta em momentos de inércia diferentes para cada seção.

Através de estudos experimentais e expressões empíricas, Branson (1965) propôs a consideração de um momento de inércia efetivo, sendo este um valor médio interpolado entre os momentos de inércia da seção fissurada e da seção não fissurada.

A fórmula de Branson está sendo mostrada na equação 4.6.

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad 4.6$$

onde  $I_m$  é o momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda peça,  $I_I$  é o momento de inércia da seção no estágio I,  $I_{II}$  é o momento de inércia da seção no estágio II puro,  $M_{at}$  é o momento atuante de serviço da seção mais solicitada e  $n$  é a potência que define se o cálculo é feito considerando todo o vão, nesse caso  $n = 3$  ou seções individuais do mesmo, em que  $n = 4$ .

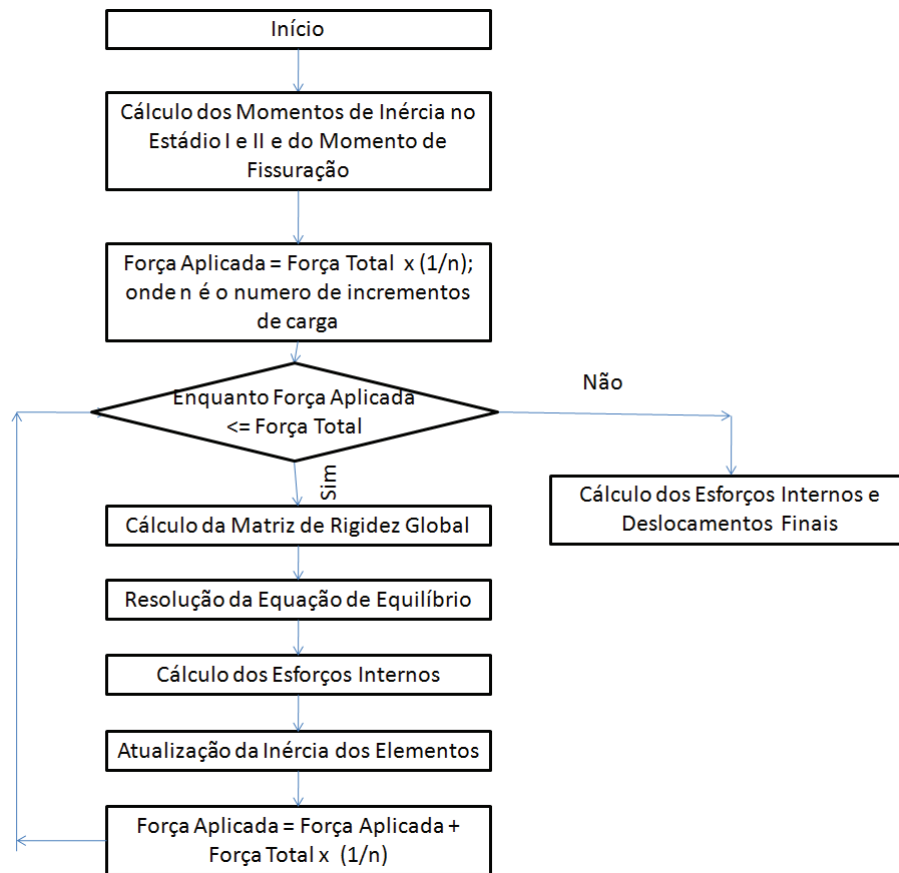
O momento de fissuração é avaliado a partir da equação 4.7, semelhante a apresentada pela NBR 6118 (ABNT,2014).

$$M_r = \frac{\alpha_e f_{ct} I_I}{y_t} \quad 4.7$$

onde  $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção até a fibra mais tracionada e  $f_{ct}$  é a resistência do concreto a tração direta.

A Figura 25 mostra um fluxograma de uma análise NLF realizada através do método de Branson e utilizada nesse trabalho.

Figura 25: Fluxograma do método de Branson.



Fonte: Autor (2014).

#### 4.1.4 Prescrições Normativas Para Consideração da Não-Linearidade Física

A literatura técnica propõe simplificações e aproximações visando facilitar o trabalho dos projetistas estruturais e que normalmente geram resultados confiáveis para a consideração da NLF

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a introdução na análise linear de um coeficiente redutor de inércia bruta da seção transversal dos elementos estruturais. Tal procedimento reduz a rigidez dos elementos e é tratado como consideração aproximada da NLF, apresentando os seguintes valores:

Para lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3E_{ci}I_c$

Para vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4E_{ci}I_c$  ( $As \neq As'$ ;) e  $(EI)_{sec} = 0,5E_{ci}I_c$  ( $As = As'$ );

Para pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8E_{ci}I_c$  e



Para vigas e pilares de contraventamento:  $(EI)_{sec} = 0,7E_{ci}I_c$

onde  $(EI)_{sec}$  é a rigidez secante,  $E_{ci}$  é módulo de elasticidade inicial tangente do concreto,  $I_c$  é o momento de inércia bruta da seção de concreto.

EL DEBS (2000) apresenta coeficientes redutores de inércia direcionados para estruturas pré-moldadas, que apresentam valores um pouco diferentes dos propostos pela NBR 6118 (ABNT,2014):

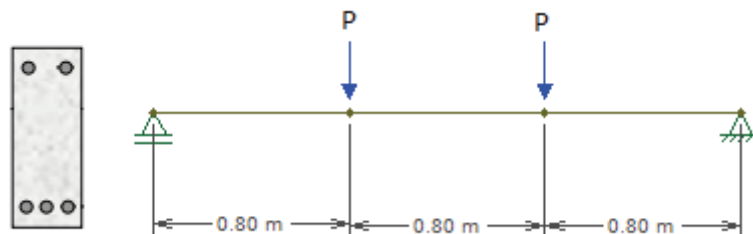
Para pilares e vigas formando pórtico:  $(EI)_{sec} = 0,4E_{ci}I_c$  (vigas) e  $(EI)_{sec} = 0,7E_{ci}I_c$  (pilares);

Para pilares engastados na base e vigas articuladas:  $(EI)_{sec} = 0,4E_{ci}I_c$  (pilares e vigas).

#### 4.1.5 Exemplo Numérico

Com intuito de validação e demonstração do método de Branson, será feito nesse exemplo cálculo dos deslocamentos teóricos no meio do vão de uma viga bi-apoiada (Figura 26), cujos resultados experimentais foram obtidos no trabalho realizado por Álvares (1993).

Figura 26: Viga bi-apoiada ensaiada em Álvares (1993)



Fonte: Adaptada de Álvares (1993).

Os parâmetros do exemplo pode ser visualizados na Tabela 10.

Tabela 10: Parâmetros do exemplo

|  |                          |
|--|--------------------------|
| $b_w$ = Base da seção transversal da viga.                           | 12 cm                    |
| $h$ = Altura da seção transversal da viga.                           | 30 cm                    |
| $A_s$ = Armadura tracionada na seção de concreto.                    | 2,356 cm <sup>2</sup>    |
| $A_s'$ = Armadura comprimida na seção de concreto.                   | 0,393 cm <sup>2</sup>    |
| $d$ = altura útil da armadura tracionada.                            | 27,5 cm                  |
| $d'$ = altura útil da seção comprimida.                              | 2,25 cm                  |
| $E_{ci}$ = Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto.      | 2920 kN/cm <sup>2</sup>  |
| $E_{cs} = 0,85.E_{ci}$ = módulo de elasticidade secante do concreto. | 2482 kN/cm <sup>2</sup>  |
| $E_s$ = Módulo de elasticidade do aço.                               | 19600 kN/cm <sup>2</sup> |
| $f_{ct}$ = Resistência do concreto à tração direta.                  | 0,204 kN/cm <sup>2</sup> |
| $f_{ck}$ = Resistência do concreto à compressão.                     | 2,55 kN/cm <sup>2</sup>  |
| $f_y$ = Resistência ao escoamento do aço.                            | 2,55 kN/cm <sup>2</sup>  |

Fonte: Autor (2014).

A discretização da viga pode ser visualizada na Figura 27, O incremento de carga ocorreu em dez iterações entre a carga  $P=0$  e  $P=36,75$  kN.

Na Tabela 11 é mostrada a inércia equivalente e o deslocamento no meio da viga para cada iteração. Os valores foram calculados utilizando o método para a análise de pórticos com nós semi-rígidos e a equação proposta em Branson (1965). As cargas foram aplicadas de maneira incremental, e para cada passo do processamento a inércia dos elementos era atualizada.

Figura 27: Discretização da viga em estudo.



Fonte: Autor (2014).

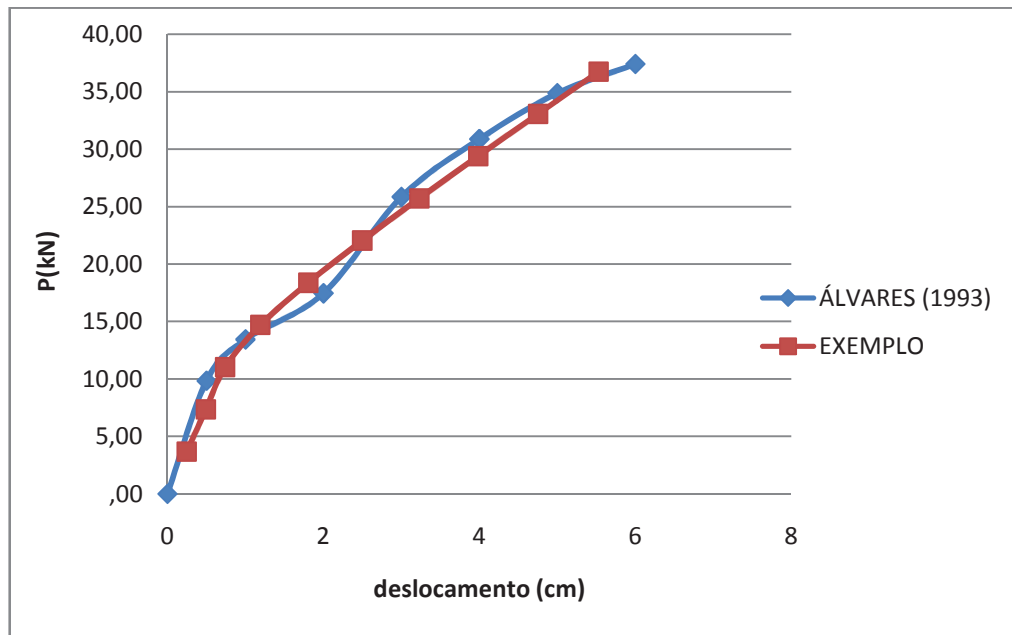
Tabela 11: Deslocamento e inércia equivalente no meio do vão da viga para cada iteração.

| <b>Iteração</b> | <b>P (kN)</b> | <b>Deslocamento (cm)</b> | <b>Ieq (cm<sup>4</sup>)</b> |
|-----------------|---------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1               | 3,675         | 0,2                      | 29477                       |
| 2               | 7,350         | 0,5                      | 29477                       |
| 3               | 11,025        | 0,7                      | 14206                       |
| 4               | 14,700        | 1,2                      | 10735                       |
| 5               | 18,375        | 1,8                      | 9786                        |
| 6               | 22,050        | 2,5                      | 9445                        |
| 7               | 25,725        | 3,2                      | 9299                        |
| 8               | 29,400        | 4,0                      | 9228                        |
| 9               | 33,075        | 4,8                      | 9190                        |
| 10              | 36,750        | 5,5                      | 9169                        |

Fonte: Autor (2014).

Observando a Figura 28, é possível perceber que os valores obtidos para o exemplo 1 utilizando o programa de pórticos com nós semi-rígidos e o método proposto em Branson (1965) aplicando as cargas incrementalmente obteve uma ótima resposta se comparado com os resultados experimentais obtidos por Álvares (1993).

Figura 28: Gráfico P x Deslocamento.



Fonte: Autor (2014).

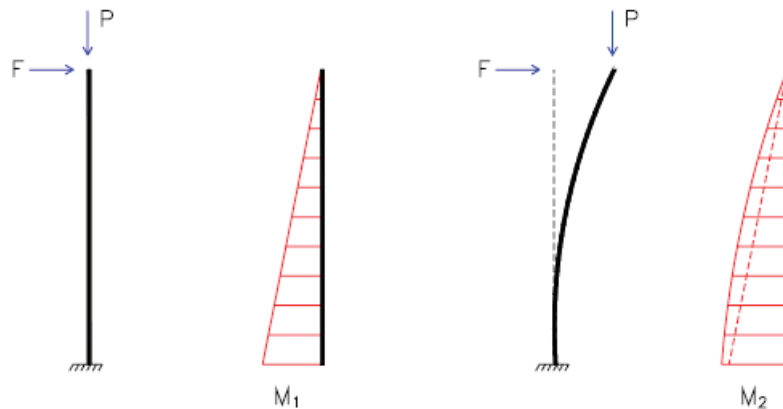
## 4.2 NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

### 4.2.1 Conceitos Iniciais

No cálculo das estruturas com elevada esbeltez, como normalmente se apresentam os pórticos formados por elementos pré-moldados, é necessário que se leve em consideração a estabilidade global da edificação, pois ocorrem carregamentos horizontais e verticais de forma simultânea.

Pinto e Ramalho (2002) comentam que as ações adicionais provenientes do deslocamento horizontal da estrutura podem ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso. Esse tipo de análise, onde se considera o equilíbrio da estrutura em sua posição deslocada (Figura 29), é o que se denomina análise não-linear geométrica.

Figura 29: Acréscimo de momento fletor devido ao equilíbrio da posição deformada



Fonte: Santos (2010).

Na análise com não-linearidade geométrica (NLG) o equilíbrio é estabelecido para posição deformada da estrutura. Santos (2010) comenta que dependendo das alterações que a estrutura sofrer, podem ocorrer um aumento de esforços que levem à situações de instabilidade estrutural, fazendo com que o cálculo através da análise linear gere resultados contra a segurança.

#### 4.2.2 Parâmetros de Estabilidade Global e Efeitos de Segunda Ordem

Sob o aspecto da estabilidade global a estrutura pode ser classificada como sendo de nós móveis ou de nós fixos segundo a NBR 6118 (ABNT,2014). Nas estruturas de nós fixos os deslocamentos horizontais são pequenos e os efeitos de 2ª ordem são inferiores a 10% dos efeitos de 1ª ordem, podendo ser desprezados. Já nas estruturas de nós móveis os efeitos globais de 2ª ordem são superiores a 10% dos efeitos da análise linear e devem ser considerados.

Existem alguns parâmetros na literatura que classificam as estruturas quanto à sua deslocabilidade, os mais utilizados são: parâmetro  $\alpha$  e parâmetro  $\gamma_z$ . O parâmetro  $\alpha$  classifica as estruturas como sendo de nós fixos ou móveis avaliando a necessidade do cálculo com o efeito de 2ª ordem. O parâmetro  $\gamma_z$ , além de classificar a estrutura quanto à sua deslocabilidade, permite o cálculo dos efeitos de 2ª ordem a partir da majoração dos esforços de 1ª ordem, no entanto, só pode ser utilizado para edifícios com mais de quatro pavimentos, segundo a NBR 6118 (ABNT,2014).

### 4.2.3 Parâmetro $\alpha$

O parâmetro  $\alpha$  foi deduzido baseado na teoria de Euler e foi definido como parâmetro de instabilidade por Franco (1985). Segundo a NBR 6118 (ABNT,2014) seu valor é calculado pela equação 4.8.

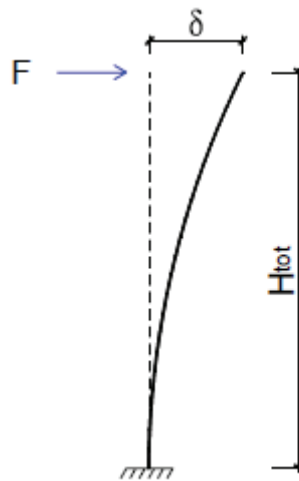
$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} \cdot I_c}} \quad 4.8$$

onde  $H_{tot}$  é altura total da edificação medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo,  $N_k$  é o somatório de todas as forças verticais atuantes na estrutura com o seu valor característico e  $E_{cs} \cdot I_c$  é somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada.

No caso de pilares com rigidez variável ao longo da altura ou pórticos deve ser considerado o valor da rigidez de um pilar equivalente de seção constante ( $E \cdot I_{eq}$ ), que pode ser determinada da seguinte forma (SANTOS, 2010):

- Calcular o deslocamento ( $\delta$ ) no topo da estrutura de contraventamento, sob a ação de uma força horizontal.
- Calcular a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , tal que sob a ação do mesmo carregamento, sofra um deslocamento de igual valor no topo, como pode ser observado na Figura 30.

Figura 30: Linha elástica do pilar com rigidez equivalente



Fonte: Santos (2010).

Portanto, a rigidez equivalente é dada por

$$EI_{eq} = \frac{F \cdot H_{tot}}{3\delta} \quad 4.9$$

Os limites do valor de  $\alpha$  para que os nós possam ser considerados fixos são:

$$\alpha_{lim} = 0,2 + 0,1 \cdot n \text{ para } n \leq 3 \quad 4.10$$

$$\alpha_{lim} = 0,6 \text{ para } n > 3 \quad 4.11$$

onde  $n$  é o número de pavimentos acima da fundação ou nível deslocável do subsolo.

Moncayo (2011) afirma que embora fissuração não seja considerada para os elementos, a NLF do concreto é levada em conta na dedução do limite  $\alpha_{lim}$ .

#### 4.2.4 Processo P- $\Delta$

Segundo Moncayo (2011), o processo P- $\Delta$  relaciona a carga axial (P) com o deslocamento horizontal ( $\Delta$ ), sendo um efeito que ocorrem em qualquer estrutura onde os elementos estejam sendo submetidos a carregamentos na direção longitudinal da peça.

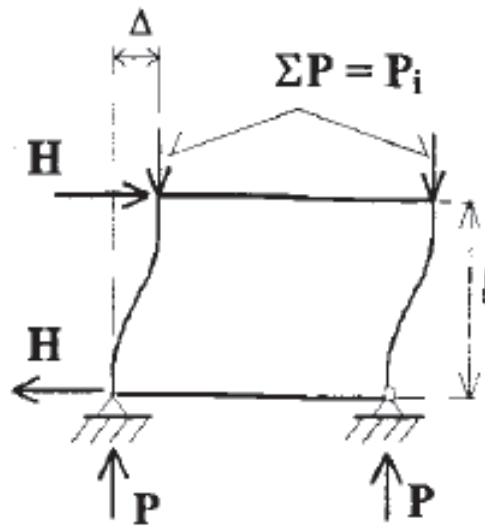
Existem diversos métodos na literatura que levam em consideração o processo P- $\Delta$ , tais como: Método dos dois ciclos, Método da Carga Lateral Fictícia, Método da Carga de Gravidade

Análise estrutural de edifícios pré-moldados levando em consideração a semi-rigidez das ligações viga-pilar e as não-linearidades física e geométrica avaliadas por métodos aproximados

Iterativa e Método da Rigidez Negativa (MONCAYO, 2011). O processo que será aplicado neste trabalho foi proposto por Carmo (1995).

Observando a Figura 31, percebemos que o pórtico se desloca horizontalmente após a atuação simultânea de carregamentos horizontais e verticais.

Figura 31: Deslocamento horizontal sofrido pelo pórtico.



Fonte: Carmo (1995).

Fazendo o somatório dos momentos em relação à base do pilar obtemos a seguinte equação.

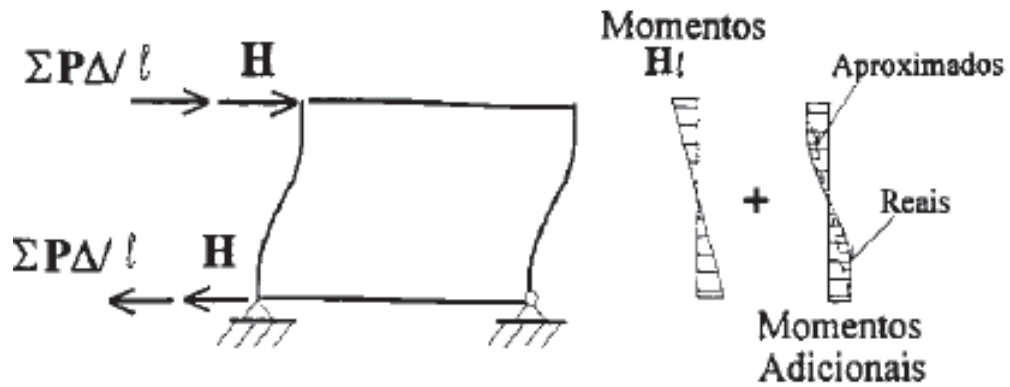
$$\Sigma M = H \cdot l + \Sigma P_i \Delta \quad 4.12$$

onde  $\Sigma M$  é o somatório dos momentos em relação à base do pilar,  $H$  é a força horizontal atuante no topo do pilar,  $l$  é a altura do pilar e  $\Sigma P_i \Delta$  é o momento adicional provocado pelo deslocamento do pórtico.

A partir da a Figura 32 conclui-se que o momento adicional pode ser substituído por um binário de mesmo efeito composto pelas forças horizontais  $\frac{P\Delta}{l}$ , fazendo com que os efeitos de segunda ordem sejam considerados de uma maneira aproximada.



Figura 32: Momento adicional provocado pelo deslocamento do pórtico

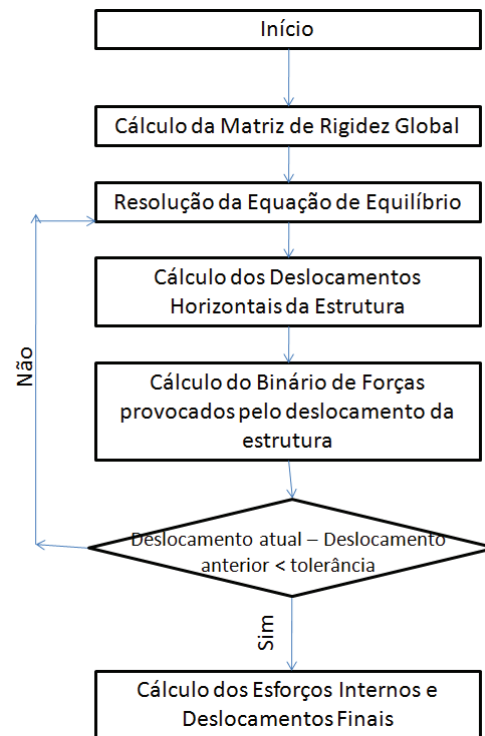


Fonte: Carmo (1995).

A cada iteração obtém-se um novo binário composto pelas forças horizontais, com esse novo binário, volta-se a realizar a mesma análise, até se atingir a posição de equilíbrio.

Um fluxograma do processo p-delta utilizado nesse trabalho pode ser observado na Figura 33.

Figura 33: Fluxograma do processo p-delta.

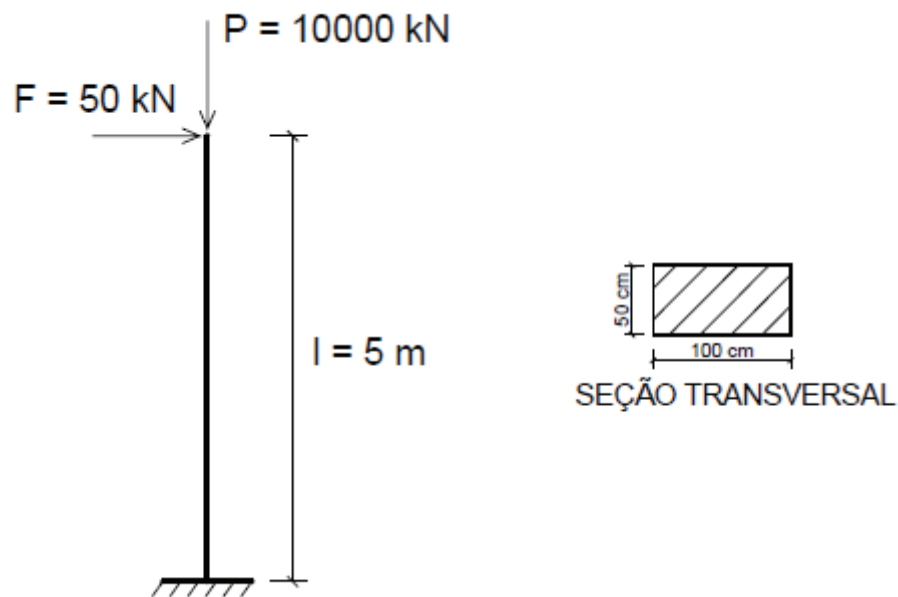


Fonte: Autor (2014).

#### 4.2.5 Exemplo Numérico

Com intuito de validação e demonstração do processo P- $\Delta$ , iremos exemplificar o cálculo dos momento fletor na base do pilar engastado mostrado na Figura 35, esse exemplo foi elaborado por Moncayo (2011).

Figura 34: Pilar submetido a ação horizontal e vertical



Fonte: Carmo (1995).

Os parâmetros do exemplo pode ser visualizados na Tabela 12.

Tabela 12: Parâmetros do exemplo

|   |                        |
|---|------------------------|
| $b_w$ = Base da Seção Transversal da Viga.                      | 50cm                   |
| $h$ = Altura da Seção Transversal da Viga.                      | 100cm                  |
| $\gamma_f$ = Coeficiente de Majoração das Forças.               | 1,4                    |
| $E_{ci}$ = Módulo de Elasticidade Tangente Inicial do Concreto. | 2800kN/cm <sup>2</sup> |

Fonte: Autor(2014).

Pode-se observar na Tabela 12 os deslocamentos no topo e o momento na base do pilar, que foram calculados utilizando o método proposto em CARMO (1995) e a metodologia para o cálculo de pórticos planos com nós semi-rígidos mostrado em Ferreira (1993).

Tabela 13: Resultados para o exemplo em estudo

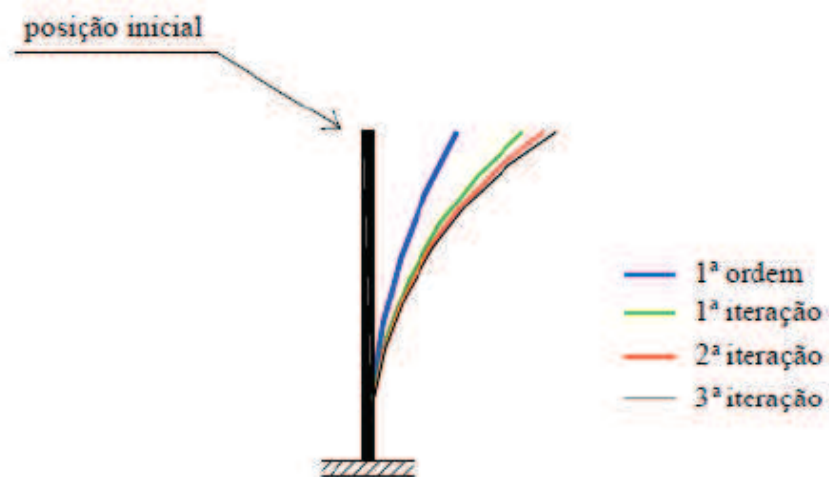
| Iteração | Exemplo Numérico         |                        |                     | Erro da iteração |
|----------|--------------------------|------------------------|---------------------|------------------|
|          | Deslocamento no topo (m) | Momento na base (kN.m) | Força Fictícia (kN) |                  |
| 1        | 0,036                    | 350,0                  | 10,0                | -                |
| 2        | 0,041                    | 400,0                  | 11,4                | 14,3%            |
| 3        | 0,042                    | 407,1                  | 11,6                | 1,8%             |
| 4        | 0,042                    | 408,1                  | 11,6                | 0,2%             |

Fonte: Autor(2014).

O critério de parada adotado é a avaliação dos momentos fletores, calculando-se o erro para cada iteração. As iterações foram feitas até que o erro fosse inferior a 1% do valor obtido com a iteração anterior.

A Figura 35 mostra como foi a evolução nos deslocamentos da estrutura em estudo, e que a solução vai convergindo à medida que as iterações são realizadas.

Figura 35: Iterações do processo P- $\Delta$ .



Fonte: Moncayo (2011).

## 4.3 NÃO-LINEARIDADES FÍSICA E GEOMÉTRICA

### 4.3.1 Conceitos Iniciais

Para a consideração da não-linearidade física e geométrica (NLFG) no cálculo das estruturas de concreto armado no Estado Limite Último, os programas usuais utilizados por projetistas, normalmente levam em consideração o coeficiente redutor de inércia bruta proposta pela NBR 6118 (ABNT,2014) e o processo p-delta.

Levando em consideração que os elementos presentes em uma estrutura (pilares, vigas, lajes, etc.) estão submetidos a esforços solicitantes variáveis ao longo do seu comprimento, é possível afirmar que a consideração de uma única inércia equivalente para todo elemento pode resultar em repostas imprecisas para determinadas regiões da estrutura.

O intuito deste capítulo é utilizar um método que leve em consideração a NLF (método de Branson) e a NLG (processo P- $\Delta$ ) de forma simultânea, fazendo com que se obtenha respostas mais precisas para estrutura como um todo, avaliando com mais precisão as regiões mais solicitadas e as menos solicitadas.

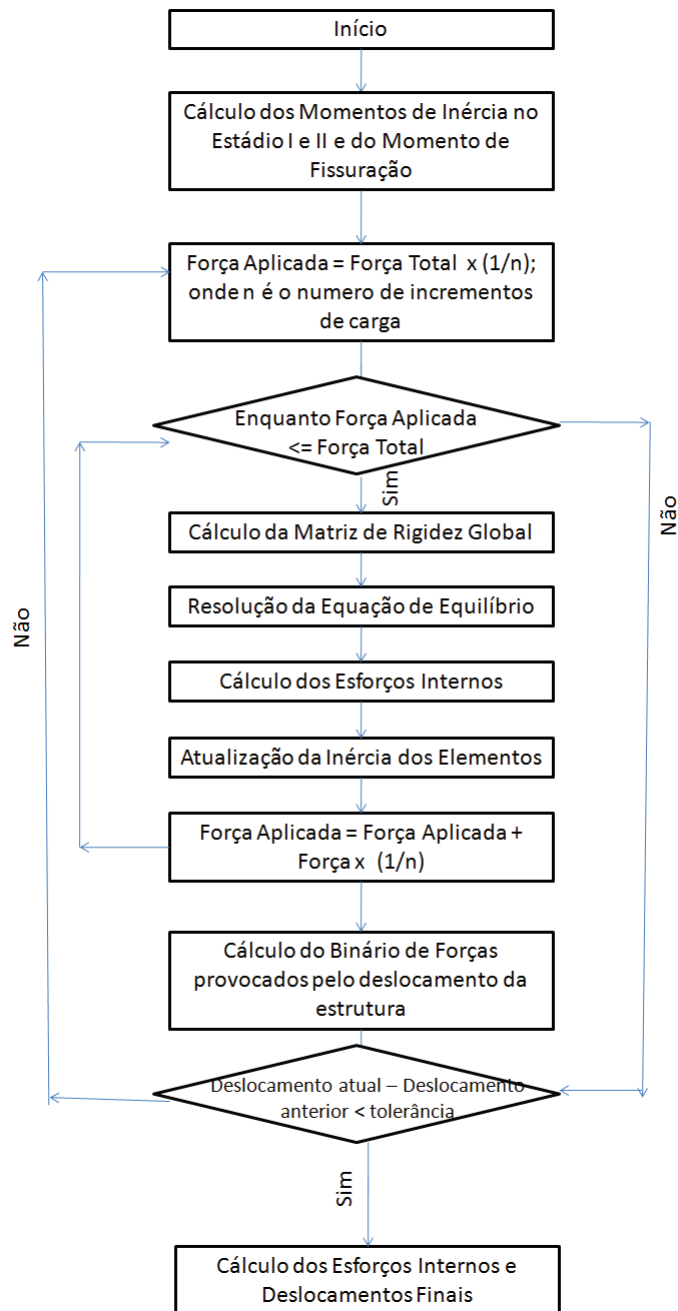
### 4.3.2 Análise com a Consideração do Método de Branson acoplado ao Processo P- $\Delta$

Para o cálculo das estruturas considerando o método de Branson e o processo P- $\Delta$  de maneira acoplada, devem ser realizados os seguintes passos:

- Aplicar o carregamento à estrutura de maneira incremental;
- Calcular o momento de inércia equivalente para todos os elementos presentes na estrutura;
- Fazer um novo incremento de carga;
- Repetir o processo até que o carregamento seja aplicado de maneira completa;
- Aplicar o processo p-delta, obtendo as forças que causem os momentos devido ao posicionamento deformado da estrutura;
- Repetir todo o processo até que a estrutura obedeça aos critérios de parada adotados pelo processo p-delta;

Um fluxograma do método acoplado é mostrado na Figura 36.

Figura 36: Fluxograma do método acoplado



Fonte: Autor (2014).

Vale a pena ressaltar que quanto maior o grau de discretização da seção e menores forem os incrementos de carga, mais próximas da realidade serão as respostas obtidas.

### 4.3.3 Exemplo numérico 1

Com o intuito de permitir uma melhor comparação dos efeitos da NLF e NLG repete-se o exemplo mostrado no item 4.2.5 fazendo o cálculo através do método de Branson acoplado ao

processo P- $\Delta$ . A área de aço do pilar foi calculada a partir dos esforços obtidos na última iteração do exemplo do item 4.2.5.

A Tabela 14 mostra os deslocamentos no topo do pilar e o momento fletor na base do mesmo calculados a partir do método acoplado.

Tabela 14: Resultados para o exemplo em estudo

| Iteração | Exemplo Numérico         |                        |                     | Erro da iteração |
|----------|--------------------------|------------------------|---------------------|------------------|
|          | Deslocamento no topo (m) | Momento na base (kN.m) | Força Fictícia (kN) |                  |
| 1        | 0,0027                   | 350                    | 7,6                 | -                |
| 2        | 0,0030                   | 388,2                  | 8,5                 | 10,9%            |
| 3        | 0,0031                   | 392,4                  | 8,6                 | 1,1%             |
| 4        | 0,0031                   | 392,9                  | 8,6                 | 0,1%             |

Fonte: Autor (2014).

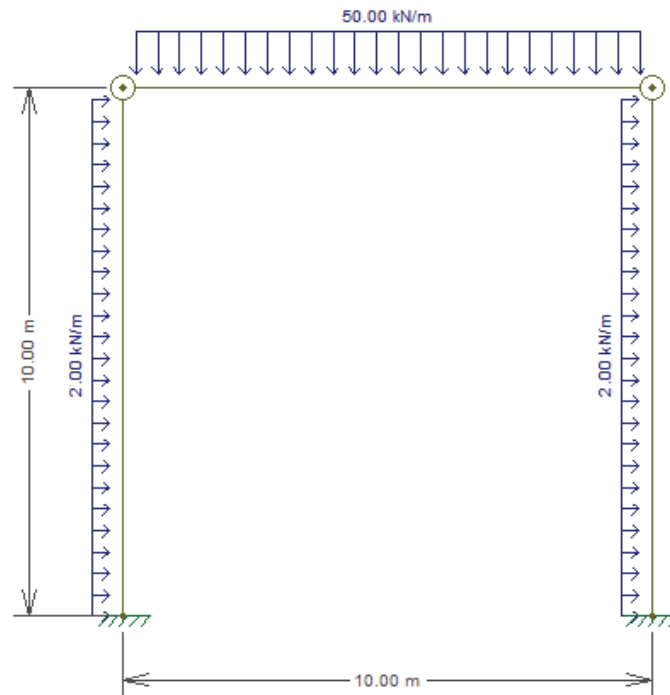
Percebe-se que os valores obtidos através deste método foram inferiores aos resultados obtidos no item 4.2.5., principalmente pelo fato de que no primeiro exemplo utilizou-se  $0,7E_{ci}I_c$  como aproximação da NLG e nesse exemplo foi considerado o método de Branson para o cálculo da NLF.

#### 4.3.4 Exemplo numérico 2

Para fazer outra demonstração do método de Branson acoplado com o processo P- $\Delta$ , calcula-se o diagrama de momentos fletores do pórtico plano mostrado na Figura 38

Os parâmetros da viga e dos pilares podem ser vistos nas Tabela 15 e Tabela 16 respectivamente.

Figura 37: Pórtico plano em estudo.



Fonte: Autor (2014).

Tabela 15: Parâmetros da viga.

|  |                      |
|--|----------------------|
| $b_w$ = Base da Seção Transversal da Viga.         | 25cm                 |
| $h$ = Altura da Seção Transversal da Viga.         | 80cm                 |
| $A_s$ = Armadura tracionada na seção de concreto.  | 23,56cm <sup>2</sup> |
| $A'_s$ = Armadura comprimida na seção de concreto. | 3,93cm <sup>2</sup>  |
| $d$ = altura útil da armadura tracionada.          | 77,5cm               |
| $d'$ = altura útil da seção comprimida.            | 2,25cm               |
| $f_{ck}$ = Resistência do Concreto à compressão.   | 40MPa                |

Fonte: Autor (2014).



Tabela 16: Parâmetros dos pilares.

|   |                     |
|---|---------------------|
| $bw$ = Base da Seção Transversal do Pilar.        | 25cm                |
| $h$ = Altura da Seção Transversal do Pilar.       | 50cm                |
| $As$ = Armadura tracionada na seção de concreto.  | 5,37cm <sup>2</sup> |
| $As'$ = Armadura comprimida na seção de concreto. | 5,37cm <sup>2</sup> |
| $d$ = altura útil da armadura tracionada.         | 47,5cm              |
| $d'$ = altura útil da seção comprimida.           | 2,25cm              |
| $f_{ck}$ = Resistência do Concreto à compressão.  | 40MPa               |

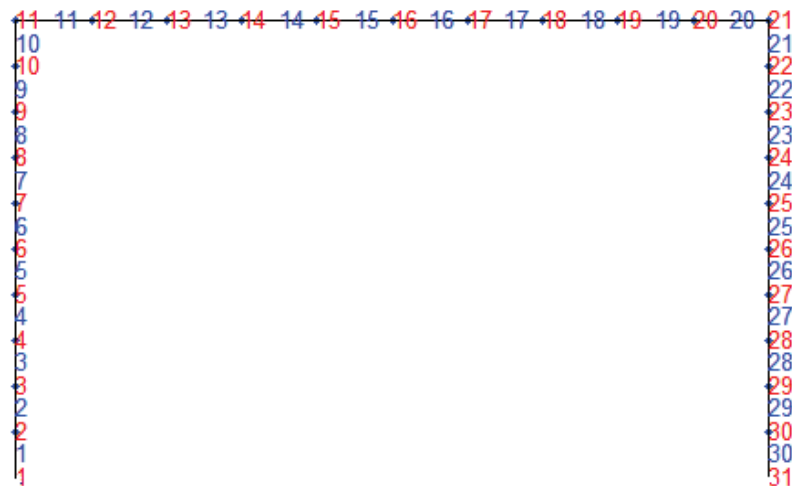
Fonte: Autor (2014).

O módulo de elasticidade da viga e dos pilares foi calculado à partir da equação 4.13 que leva em consideração as resistências características à compressão de cada elemento e pode ser vista na NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \quad 4.13$$

A discretização do pórtico pode ser visualizada na Figura 38. A estrutura é composta por 30 elementos e 31 nós.

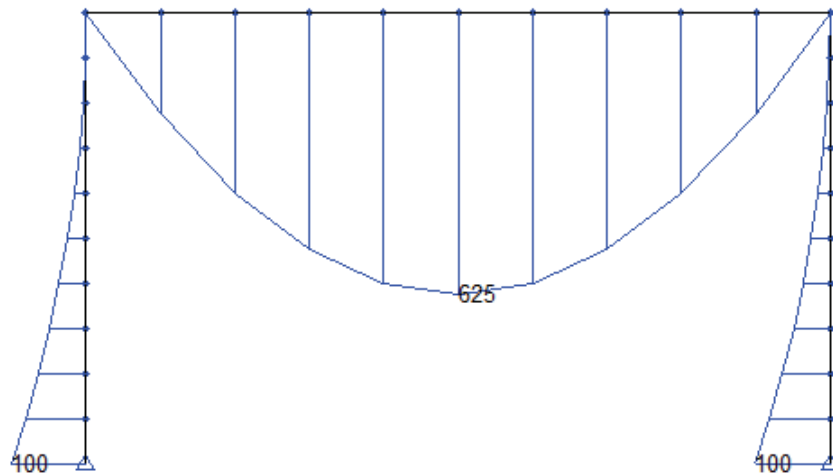
Figura 38: Discretização do pórtico em estudo.



Fonte: Autor (2014).

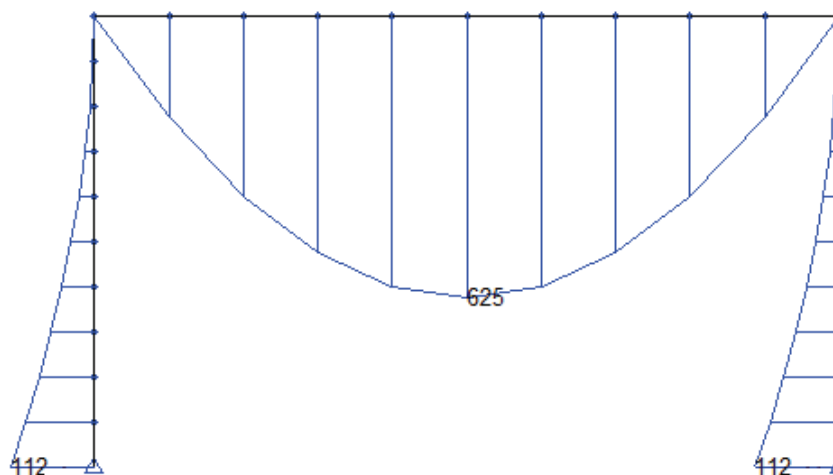
É possível ver nas figuras a seguir, os momentos fletores para: a análise linear, a análise não linear considerando os redutores de inércia propostos pela NBR 6118 (ABNT,2014) e análise não-linear considerando o acoplamento do método de Branson ao processo p- $\Delta$ .

Figura 39: Diagrama de momento fletor obtidos com a análise linear (kN.m)



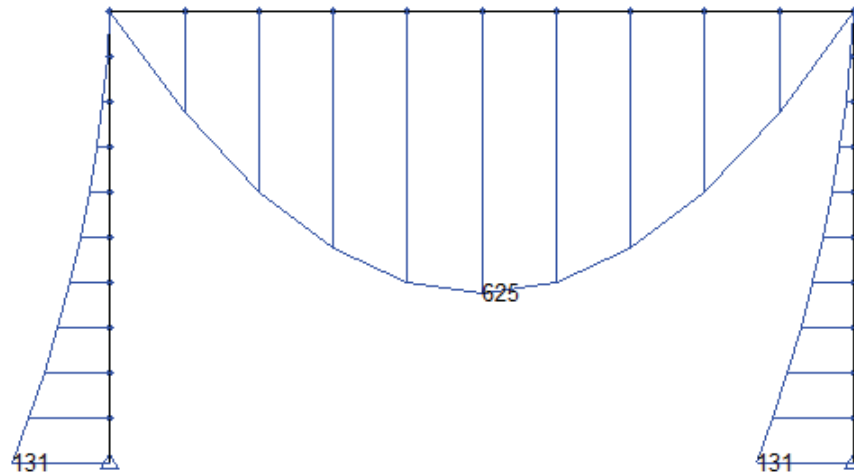
Fonte: Autor (2014).

Figura 40: Diagrama de momento fletor obtidos com o processo p-delta e os coeficientes redutores de inércia (kN.m).



Fonte: Autor (2014).

Figura 41: Diagrama de momento fletor obtidos pelo acoplamento do método de Branson e do processo p-delta (kN.m).



Fonte: Autor (2014).

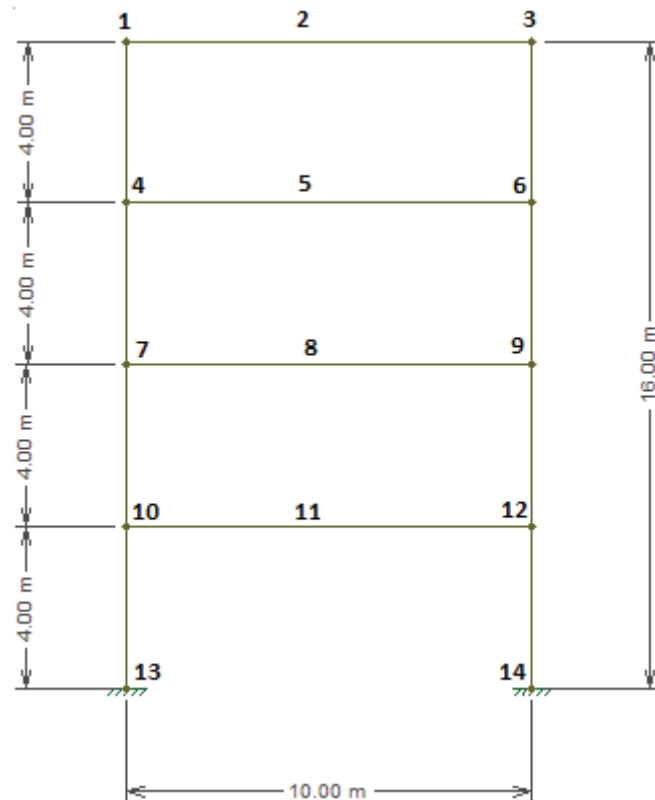
Pode-se perceber nas figuras exibidas anteriormente, que as análises que levaram em consideração as não-linearidades apresentaram esforços superiores a 10% em relação a análise linear, que segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) torna obrigatório o dimensionamento da estrutura pelos esforços de segunda ordem.

Comparando-se a Figura 40 e a Figura 41 percebe-se o valor do momento fletor na base do pilar para o método acoplado é 16,8% superior ao valor encontrado para o processo que utilizou a redução de inércia proposto pela NBR 6118 (ABNT,2014).

## 5 ESTUDO DE CASO: EDIFICAÇÃO DE 4 PAVIMENTOS

Este estudo de caso trata-se de uma edificação de 4 pavimentos com 10 metros de largura, 16 metros de altura e 36 metros de comprimento com espaçamento de 8 metros entre pórticos como pode ser visto na Figura 42 gerada através no programa Ftool.

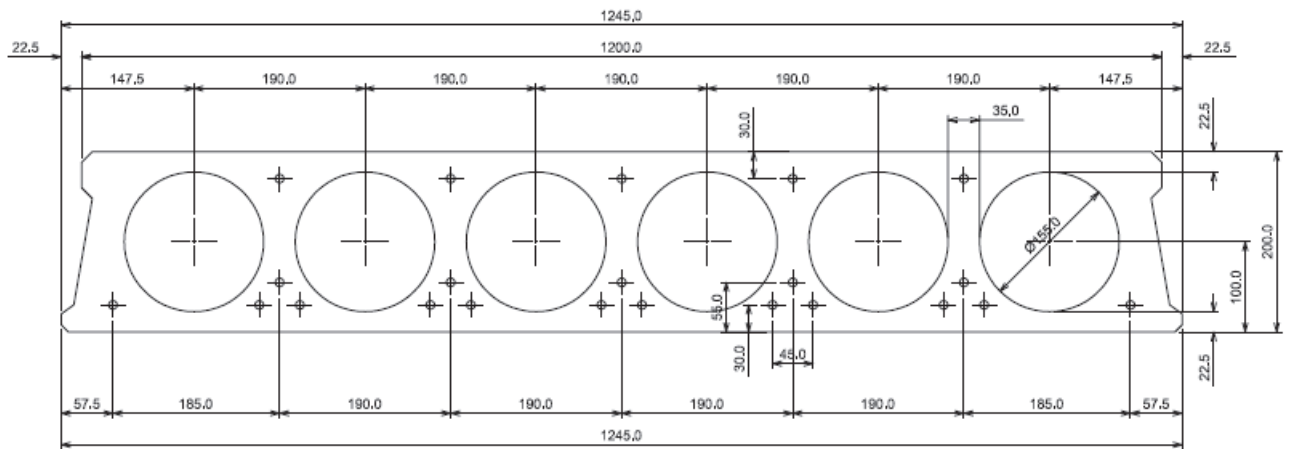
Figura 42: Pórtico utilizado para a edificação em estudo.



Fonte: Autor (2014).

Considera-se um  $f_{ck}$  de 40MPa para todas as peças presentes na estrutura, as lajes utilizadas serão alveolares com 8 m de comprimento e 20 cm de altura (Figura 43) preparadas para receber uma sobrecarga de 5,00kN/m<sup>2</sup>. Os pilares (40cm x 60cm) e as vigas (40cm x 80cm) possuem seção retangular.

Figura 43: Seção transversal das lajes alveolares utilizadas na edificação em estudo.



Fonte: Autor (2014).

A Figura 44 mostra a modelagem tridimensional da estrutura em estudo, nela é mostrada a vista lateral da estrutura, onde se pode observar todos os elementos de concreto pré-moldado que fazem parte do pórtico.

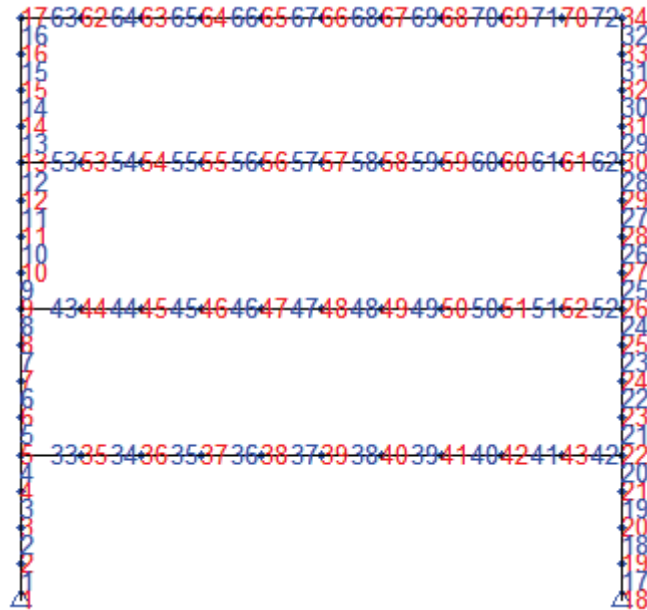
Figura 44: Modelagem tridimensional da estrutura em estudo.



Fonte: Autor (2014).

A estrutura mostrada na Figura 42 foi discretizada em 72 elementos e 70 nós, como podemos observar na Figura 45.

Figura 45: Discretização da estrutura em estudo.



Fonte: Autor (2014).

Serão avaliados dois tipos de ligação:

- Ligação viga-pilar com elastômero não fretado e chumbador;
- Ligação viga-pilar com chapas soldadas.

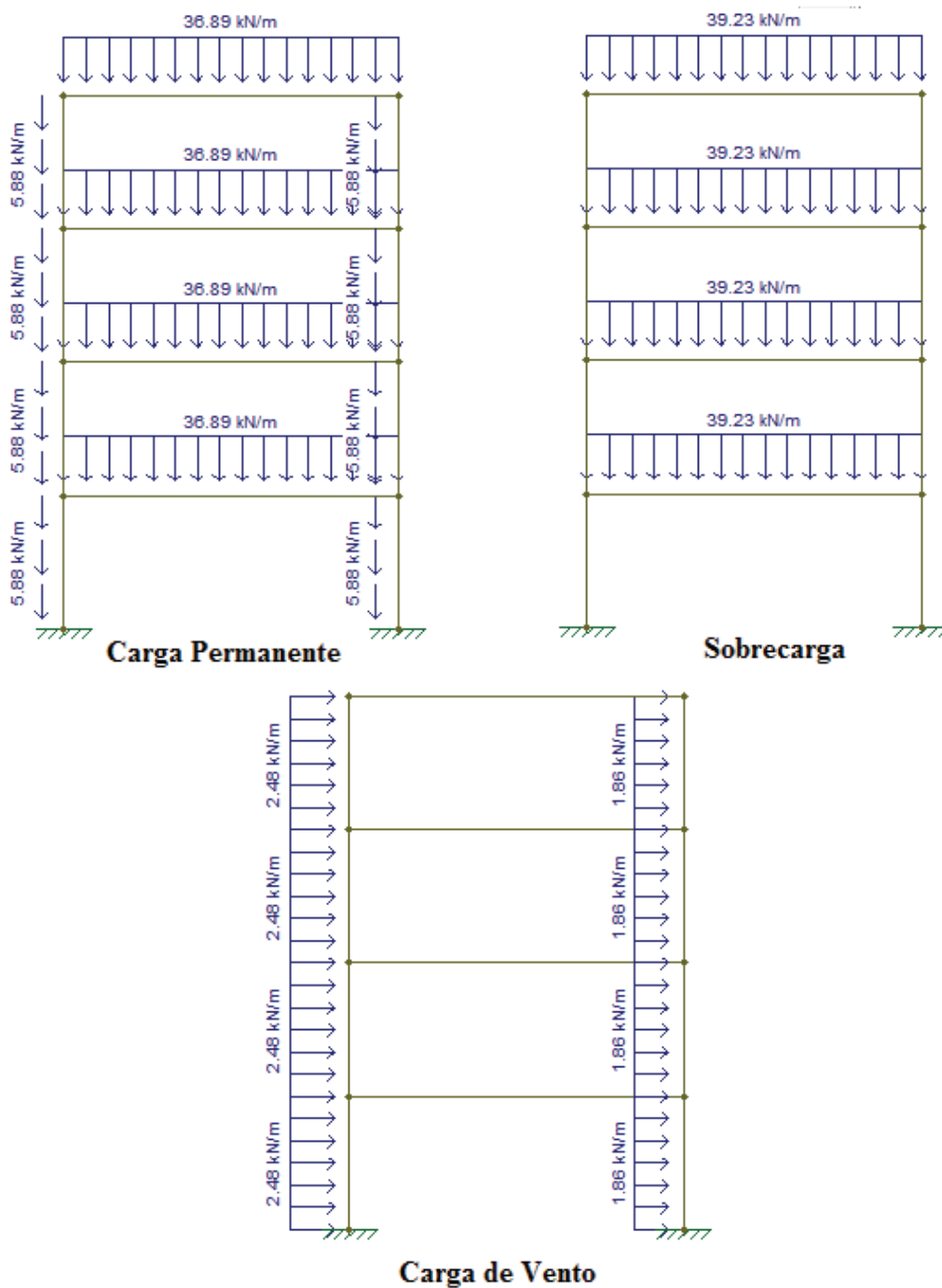
## 5.1 CARREGAMENTOS APLICADOS À ESTRUTURA E COMBINAÇÕES CONSIDERADAS

A Figura 46 mostra as situações de carregamento para estrutura e foi gerada no programa Ftool.

Para o carregamento devido as cargas permanentes, são considerando os seguintes dados:

- Peso próprio da viga igual a 7,85kN/m;
- Peso próprio do pilar igual a 5,88kN/m;
- Peso próprio da laje igual a 19,24kN/m;
- Peso próprio da capa de concreto igual a 9,81kN/m;

Figura 46: Situações de carregamento para estrutura.



Fonte: Autor (2014).

O carregamento acidental considerou a seguinte carga:

- Sobrecarga de  $5,00 \text{ kN/m}^2$  na laje igual a  $39,23 \text{ kN/m}$ .

Para o carregamento devido ao vento são considerados os seguintes dados:

- Velocidade básica do vento,  $V_0$ , igual a 30m/s;
- Fator topográfico,  $S_1$ , igual a 1;
- Rugosidade do terreno,  $S_2$ : Categoria II, Classe C;
- Fator estatístico,  $S_3$ , igual a 1;
- Coeficiente de pressão interna,  $C_i$ , igual a 0,0;
- Ângulo de incidência do vento:  $90^\circ$

Maiores detalhes sobre o cálculo da carga de vento em edificações podem ser vistos na NBR 6123 (ABNT,1988).

Serão consideradas duas combinações de carga, a primeira inclui o peso próprio e a carga accidental, já a segunda considera o peso próprio e a ação do vento. Para o estado limite último será considerada a combinação última normal e para o estado de serviço será utilizada a combinação frequente. A Tabela 17 mostra um resumo das combinações que serão analisadas no estudo de caso.

Tabela 17: Carregamentos e combinações consideradas.

| <b>Combinação</b>      | <b>Combinação 1</b>  | <b>Combinação 2</b>   |
|------------------------|----------------------|-----------------------|
| <b>ELU - NORMAL</b>    | 1.3CP + 1.4CA+0.84CV | 1.3CP + 1.4CV+1.12CA  |
| <b>ELS - FREQUENTE</b> | 1.0CP+ 0.7CA         | 1.0CP + 0.3CV + 0.6CA |

Fonte: Autor (2014).

onde CP é são cargas permanentes, CA são as cargas accidentais e CV são as cargas de vento.

## 5.2 LIGAÇÕES VIGA-PILAR AVALIADAS

### 5.2.1 Ligação tipo 1

A ligação viga-pilar tipo 1 será da tipologia com elastômero não fretado e chumbador, que foi estudada com detalhes no item 3.6.1 deste trabalho. Os dados da ligação estão mostrados na Tabela 18.



Tabela 18: Dados da ligação com elastômero não fretado e chumbador

| <b>Dados do elastômero</b>    |                        |
|-------------------------------|------------------------|
| $a = 18,00\text{cm}$          | $h_n = 10,00\text{mm}$ |
| $b = 32,00\text{cm}$          | $G = 1,00\text{MPa}$   |
| <b>Dados do chumbador</b>     |                        |
| $A_s = 6,28\text{cm}^2$       | $l_s = 77,00\text{cm}$ |
| $E_s = 20000 \text{ kN/cm}^2$ |                        |

Fonte: Autor (2014).

Segundo Ferreira (1993), podem ser assumidas duas hipóteses básicas para o cálculo da deformabilidade a flexão deste tipo de ligação. A primeira é que a deformabilidade do chumbador é desprezível em relação à deformabilidade à compressão de meia almofada do elastômero. A segunda é que leva em consideração a deformabilidade do chumbador e do elastômero para o cálculo.

Considerando a segunda hipótese, é possível montar uma tabela com a deformabilidade do chumbador e do elastômero à partir das equações 3.12 e 3.13 (Tabela 19) considerando a aplicação de forças unitárias nessas equações. Observando o esquema de equilíbrio de forças mostrado na Figura 14 pode-se calcular o valor de  $x$  para as três condições de compressão da almofada, considerando-se a linha neutra coincidindo com o ponto de intersecção da reta que une os deslocamentos  $\Delta h_b$  e  $\Delta h_n$  ao eixo horizontal.

Tabela 19: Deformabilidade dos mecanismos de deformação da ligação tipo 1.

|   |  |
|---|--|
| <b>Deformabilidade axial na barra do chumbador:</b>       | $\lambda_{tb} = 6,13 \cdot 10^{-6} \text{ m/kN}$ |
| <b>Deformabilidade à compressão para 1/2 da almofada:</b> | $\lambda_{cn} = 4,08 \cdot 10^{-6} \text{ m/kN}$ |
| <b>Deformabilidade à compressão para 1/3 da almofada:</b> | $\lambda_{cn} = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ m/kN}$ |
| <b>Deformabilidade à compressão para 1/4 da almofada:</b> | $\lambda_{cn} = 2,84 \cdot 10^{-5} \text{ m/kN}$ |

Fonte: Autor (2014).

Observando os valores acima tem-se:

Tabela 20: Valores de  $x$  para as três condições de compressão da almofada de elastômero.

|                                    |              |
|------------------------------------|--------------|
| $\lambda_{tb}/\lambda_{cn} = 1,50$ | $x = 5,14cm$ |
| $\lambda_{tb}/\lambda_{cn} = 0,47$ | $x = 7,28cm$ |
| $\lambda_{tb}/\lambda_{cn} = 0,21$ | $x = 8,13cm$ |

Fonte: Autor (2014).

Para o cálculo da deformabilidade à flexão da ligação considerou-se a hipótese de que apenas 1/3 da almofada estava comprimida, e a partir da equação 3.14 encontrada no item 3.6.1 tem-se

$$\lambda_{\phi 1} = 4,78 \cdot 10^{-3} \frac{rad}{kN.cm} \quad 5.1$$

Considerando os valores recomendados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e por El Debs (2000) para rigidez secante de vigas de concreto armado, calcula-se o parâmetro de restrição à rotação à partir da equação 3.3.

$$\alpha_{r1} = 1,01 \cdot 10^{-3} \quad 5.2$$

O valor exibido em 5.2 está de acordo com o ensaio experimental feito por Ferreira (1999) que encontrou valores de rigidez à flexão desprezíveis para os três protótipos ensaiados com essa tipologia de ligação.

### 5.2.2 Ligação tipo 2

A ligação viga-pilar tipo 2 será da tipologia com elastômero não fretado e chumbador, que foi estudada com detalhes no item 3.6.2 deste trabalho. Os dados da ligação estão mostrados na Tabela 21.

Tabela 21: Dados da ligação com chapas soldadas

|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| $A_{s1} = 12,56 \text{ cm}^2$ | $e_1 = 2,50 \text{ cm}$       |
| $A_{s2} = 24,54 \text{ cm}^2$ | $h_1 = 80,00 \text{ cm}$      |
| $E_s = 2000 \text{ kN/cm}^2$  | $h_2 = 37,00 \text{ cm}$      |
| $l_{s1} = 45,00 \text{ cm}$   | $z = 64,60 \text{ cm}$        |
| $l_{s2} = 97,10 \text{ cm}$   | $I_{ch} = 54,62 \text{ cm}^4$ |

Fonte: Autor (2014).

O cálculo da deformabilidade à flexão da ligação é dado pela equação 3.30.

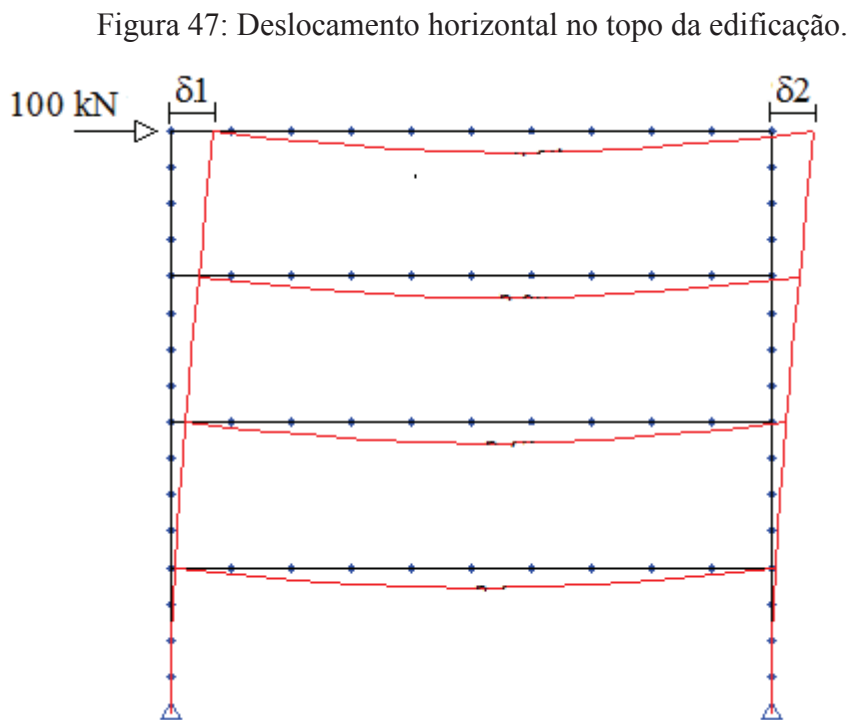
$$\lambda_{\phi 2} = 3,912 \cdot 10^{-8} \frac{\text{rad}}{\text{kN} \cdot \text{cm}} \quad 5.3$$

Considerando os valores recomendados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e por El Debs (2000) para rigidez secante de vigas de concreto armado, calcula-se o parâmetro de restrição à rotação à partir da equação 3.3.

$$\alpha_{r2} = 0,55 \quad 5.4$$

### 5.3 CÁLCULO DO PARÂMETRO $\alpha$

Para se determinar o valor do parâmetro  $\alpha$ , é necessário que se calcule a rigidez equivalente do pórtico em estudo para as combinações que serão avaliadas. Para isso, aplica-se uma força horizontal de 100 kN no topo de um dos pilares e calcula-se o deslocamento horizontal no topo da edificação como está sendo mostrado na Figura 47.



Fonte: Autor (2014).

Após o processamento do pórtico em estudo com a força de 100 kN, os valores de deslocamento  $\delta_1$  e  $\delta_2$  foram obtidos e, posteriormente, calculou-se a rigidez equivalente para os dois tipos de ligação (Tabela 22).

Tabela 22: Rigidez equivalente para os dois tipos de ligação.

| Ligação | $\delta_1$ (m) | $\delta_2$ (m) | $\delta_{med}$ (m) | $EI_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> ) |
|---------|----------------|----------------|--------------------|--------------------------------|
| Tipo 1  | 0,261          | 0,261          | 0,261              | $5,231.10^5$                   |
| Tipo 2  | 0,020          | 0,020          | 0,020              | $6,827.10^7$                   |

Fonte: Autor (2014).

Para a obtenção do parâmetro  $\alpha$  foram consideradas as combinações últimas normais 1 e 2 com seu valores característicos. Os valores de  $\alpha$  foram calculados a partir da equação 4.8 que pode ser vista no item 4.2.3.

Tabela 23: Parâmetro  $\alpha$  para as combinações 1 e 2 e ligação tipo 1.

| Combinação | $EI_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> ) | Nk (kN) | $\alpha$ | $\alpha_{lim}$ |
|------------|--------------------------------|---------|----------|----------------|
| 1          | $5,231.10^5$                   | 2042    | 0,9      | 0,6            |
| 2          | $5,231.10^5$                   | 2042    | 0,9      | 0,6            |

Fonte: Autor (2014).

Tabela 24: Parâmetro  $\alpha$  para as combinações 1 e 2 e ligação tipo 2.

| Combinação | $EI_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> ) | Nk (kN) | $\alpha$ | $\alpha_{lim}$ |
|------------|--------------------------------|---------|----------|----------------|
| 1          | $6,827.10^7$                   | 2042    | 0,1      | 0,6            |
| 2          | $6,827.10^7$                   | 2042    | 0,1      | 0,6            |

Fonte: Autor (2014).

## 5.4 ESTADO LIMITE ÚLTIMO – COMBINAÇÃO NORMAL

As análises para estado limite último serão feitas levando em consideração os dois tipos de ligação e as combinações mostradas na Tabela 17.

Para levar em conta a influência da não-linearidade física do concreto na análise linear (LIN) e na análise NLG, serão realizados dois tipos de estudo em relação ao valores redução de inércia bruta do concreto :

- com valores sugeridos na NBR 6118 (ABNT, 2014) e
- com valores sugeridos por El Debs (2000).

Como convenção, é adotado: esforço normal negativo equivale a tração; Momento fletor negativo é aquele que traciona o lado externo do pórtico.

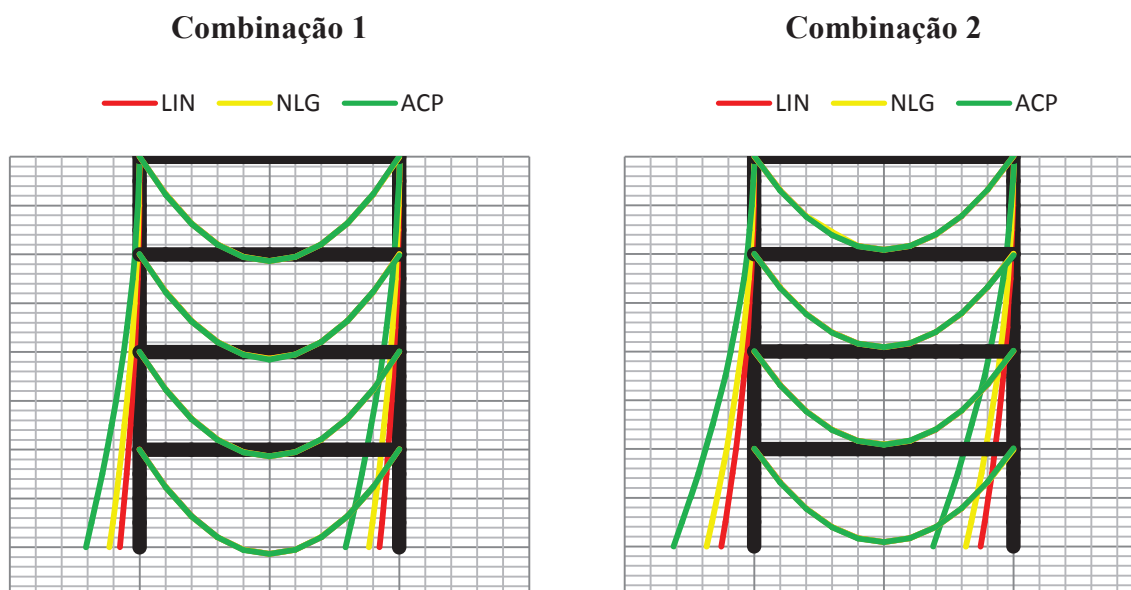
As taxas de aço para os elementos estruturais foram calculadas a partir dos esforços obtidos na análise NLG para cada tipo de ligação e redução de inércia bruta considerada. A partir dessas taxas de aço é possível fazer o processamento do modelo acoplado (ACP) para todas as análises.

Tabela 25: Esforços internos para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta proposto pela NBR 6118 (ABNT,2014).

| Local   |          | Momento Fletor (kN.m) |        |        |              |        |        | Esforço Normal (kN) |        |        |              |        |        |
|---------|----------|-----------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|---------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|
|         |          | Combinação1           |        |        | Combinação 2 |        |        | Combinação1         |        |        | Combinação 2 |        |        |
|         |          | LIN                   | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    | LIN                 | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    |
| PILAR 1 | Base TR1 | -228,2                | -348,9 | -649,3 | -381,2       | -549,3 | -941,3 | 2179,0              | 2178,1 | 2174,9 | 1958,8       | 1958,0 | 1952,8 |
|         | Topo TR1 | -125,6                | -203,5 | -393,9 | -211,1       | -319,0 | -567,4 | 2148,3              | 2147,8 | 2144,3 | 1928,2       | 1927,4 | 1922,2 |
|         | Base TR2 | -125,6                | -203,5 | -393,9 | -211,1       | -319,0 | -567,4 | 1634,0              | 1633,7 | 1630,8 | 1469,0       | 1468,3 | 1464,0 |
|         | Topo TR2 | -54,3                 | -94,8  | -192,9 | -91,9        | -148,3 | -275,3 | 1603,5              | 1603,1 | 1600,2 | 1438,4       | 1437,7 | 1433,4 |
|         | Base TR3 | -54,3                 | -94,8  | -192,9 | -91,9        | -148,3 | -275,3 | 1089,0              | 1089,1 | 1087,1 | 979,3        | 978,8  | 975,9  |
|         | Topo TR3 | -11,3                 | -25,2  | -58,1  | -20,8        | -40,0  | -82,1  | 1058,8              | 1058,5 | 1056,5 | 948,7        | 948,2  | 945,3  |
|         | Base TR4 | -11,3                 | -25,2  | -58,1  | -20,8        | -40,0  | -82,1  | 544,6               | 544,5  | 543,6  | 489,6        | 489,4  | 487,9  |
|         | Topo TR4 | 2,4                   | 1,7    | 4,2    | 1,3          | 0,2    | 8,2    | 514,0               | 513,9  | 513,0  | 459,0        | 458,8  | 457,3  |
| PILAR 2 | Base TR1 | 229,1                 | 349,8  | 649,9  | 381,4        | 549,5  | 941,3  | 2181,0              | 2181,2 | 2184,7 | 1961,6       | 1962,4 | 1967,6 |
|         | Topo TR1 | 129,3                 | 206,8  | 396,5  | 214,0        | 321,8  | 569,1  | 2147,2              | 2145,7 | 2154,1 | 1926,1       | 1925,3 | 1937,0 |
|         | Base TR2 | 129,3                 | 206,8  | 396,5  | 214,0        | 321,8  | 569,1  | 1636,0              | 1636,0 | 1638,9 | 1471,3       | 1472,0 | 1476,3 |
|         | Topo TR2 | 57,1                  | 97,6   | 194,7  | 93,9         | 150,3  | 276,6  | 1628,6              | 1628,4 | 1608,3 | 1468,7       | 1464,3 | 1445,7 |
|         | Base TR3 | 57,1                  | 97,6   | 194,7  | 93,9         | 150,3  | 276,6  | 1090,0              | 1090,7 | 1092,7 | 980,9        | 981,4  | 984,3  |
|         | Topo TR3 | 15,2                  | 29,0   | 60,1   | 23,6         | 42,8   | 83,4   | 1083,0              | 1083,1 | 1062,1 | 973,3        | 973,7  | 953,7  |
|         | Base TR4 | 15,2                  | 29,0   | 60,1   | 23,6         | 42,8   | 83,4   | 545,0               | 545,4  | 546,4  | 490,5        | 490,7  | 492,2  |
|         | Topo TR4 | -5,0                  | -5,8   | -9,8   | -5,5         | -6,6   | -13,0  | 514,6               | 514,8  | 515,8  | 459,9        | 460,1  | 461,6  |
| VIGA1   | 0        | -3,0                  | -2,6   | -1,4   | -2,2         | -1,6   | -3,8   | 0,6                 | 0,6    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,4    |
|         | 0,3L     | 1077,6                | 1076,8 | 1079,0 | 962,0        | 962,2  | 964,9  | 0,6                 | 0,6    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,4    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 0,6                 | 0,6    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,4    |
|         | 0,8L     | 1076,1                | 1075,1 | 1075,7 | 961,0        | 960,7  | 960,0  | 0,6                 | 0,6    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,4    |
|         | L        | -4,5                  | -4,9   | -6,9   | -4,6         | 5,2    | -8,6   | 0,6                 | 0,6    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,4    |
| VIGA2   | 0        | -2,6                  | -2,0   | -3,6   | -1,5         | -0,6   | -7,0   | 1,2                 | 1,3    | 1,1    | 1,9          | 1,9    | 1,8    |
|         | 0,3L     | 1077,7                | 1077,1 | 1079,9 | 962,3        | 962,6  | 966,2  | 1,2                 | 1,3    | 1,1    | 1,9          | 1,9    | 1,8    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 1,2                 | 1,3    | 1,1    | 1,9          | 1,9    | 1,8    |
|         | 0,8L     | 1076,9                | 1075,6 | 1074,8 | 960,7        | 960,4  | 958,6  | 1,2                 | 1,3    | 1,1    | 1,9          | 1,9    | 1,8    |
|         | L        | -4,9                  | -5,6   | -9,1   | -5,2         | -6,1   | -11,9  | 1,2                 | 1,3    | 1,1    | 1,9          | 1,9    | 1,8    |
| VIGA3   | 0        | -2,5                  | -1,8   | -1,2   | -1,3         | -0,3   | -3,1   | 0,4                 | 0,4    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,5    |
|         | 0,3L     | 1077,8                | 1077,1 | 1080,1 | 962,3        | 962,7  | 966,6  | 0,4                 | 0,4    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,5    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 0,4                 | 0,4    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,5    |
|         | 0,8L     | 1076,8                | 1075,5 | 1074,6 | 960,6        | 960,2  | 958,2  | 0,4                 | 0,4    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,5    |
|         | L        | -5,0                  | -5,8   | -9,7   | -5,4         | -6,5   | -12,9  | 0,4                 | 0,4    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,5    |
| VIGA4   | 0        | -2,5                  | -1,7   | -4,2   | -1,3         | -0,2   | -8,2   | 1,9                 | 1,9    | 1,4    | 2,1          | 2,1    | 1,6    |
|         | 0,3L     | 1077,8                | 1077,3 | 1080,2 | 962,3        | 926,7  | 966,7  | 1,9                 | 1,9    | 1,4    | 2,1          | 2,1    | 1,6    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 1,9                 | 1,9    | 1,4    | 2,1          | 2,1    | 1,6    |
|         | 0,8L     | 1076,8                | 1075,5 | 1074,6 | 960,6        | 960,2  | 958,2  | 1,9                 | 1,9    | 1,4    | 2,1          | 2,1    | 1,6    |
|         | L        | -5,0                  | 5,8    | -9,8   | -5,5         | -6,6   | -13,0  | 1,9                 | 1,9    | 1,4    | 2,1          | 2,1    | 1,6    |

Fonte: Autor (2014).

Figura 48: Diagramas de momento fletor para ligação tipo 1 redução de inércia proposta pela NBR 6118 (ABNT,2014).



Fonte: Autor (2014).

Observando a Tabela 25 e Figura 48 pode-se afirmar que os valores encontrados tanto para a análise NLG quanto para a análise com modelo acoplado apresentaram valores bem superiores para o momento fletor nos pilares da edificação se comparado com os esforços da análise linear, os esforços foram 198,2% maiores se forem observadas a base dos pilares.

O parâmetro  $\alpha$  apresentou resultados satisfatórios para essa análise, já que os valores dos esforços de segunda ordem foram superiores a 10% os resultados de primeira ordem.

Observa-se também uma diferença de resultados considerável entre o modelo que utilizou apenas o processo P- $\Delta$  e o modelo que utilizou o processo P- $\Delta$  acoplado ao método de Branson, aumento de 95,0% nos resultados de momento fletor na base do pilar para a análise realizada através do método acoplado.

Em relação aos esforços normais em toda a edificação e ao momento fletor nas vigas, não observou-se diferenças consideráveis entre os resultados obtidos pelos três métodos de análise.

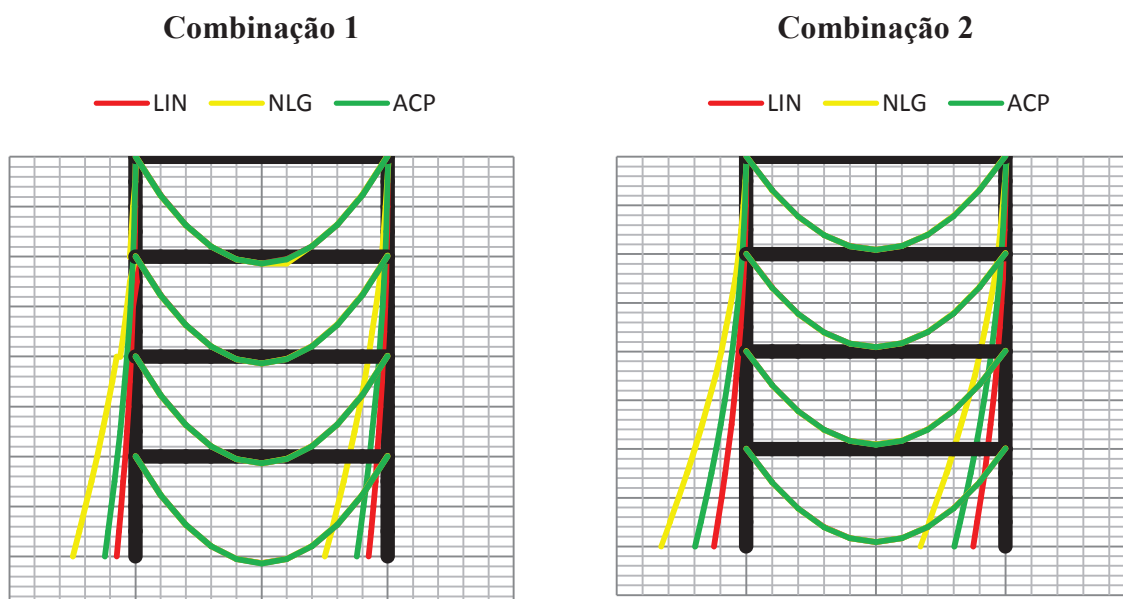
Tabela 26: Esforços internos para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta proposto por El Debs (2000).

| Local   |          | Momento Fletor (kN.m) |        |        |              |        |        | Esforço Normal (kN) |        |        |              |        |        |
|---------|----------|-----------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|---------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|
|         |          | Combinação 1          |        |        | Combinação 2 |        |        | Combinação 1        |        |        | Combinação 2 |        |        |
|         |          | LIN                   | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    | LIN                 | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    |
| PILAR 1 | Base TR1 | -224,1                | -745,4 | -365,1 | -374,4       | -983,2 | -595,4 | 2178,1              | 2173,6 | 2178,3 | 1957,4       | 1952,1 | 1957,5 |
|         | Topo TR1 | -122,2                | -455,2 | -213,4 | -205,5       | -594,2 | -348,5 | 2147,5              | 2143,0 | 2147,7 | 1926,8       | 1921,5 | 1926,9 |
|         | Base TR2 | -122,2                | -455,2 | -213,4 | -205,5       | -594,2 | -348,5 | 1633,5              | 1629,6 | 1633,6 | 1467,8       | 1463,4 | 1467,9 |
|         | Topo TR2 | -52,1                 | -224,7 | -100,7 | -88,1        | -289,6 | -162,7 | 1602,9              | 1599,0 | 1603,0 | 1437,2       | 1432,8 | 1437,3 |
|         | Base TR3 | -52,1                 | -224,7 | -100,7 | -88,1        | -289,6 | -162,7 | 1088,9              | 1086,3 | 1089,0 | 978,5        | 975,4  | 978,5  |
|         | Topo TR3 | -10,2                 | -68,0  | -27,2  | -18,8        | -86,2  | -45,4  | 1058,3              | 1055,7 | 1058,4 | 947,9        | 944,8  | 948,0  |
|         | Base TR4 | -10,2                 | -68,0  | -27,2  | -18,8        | -86,2  | -45,4  | 544,5               | 543,1  | 544,5  | 439,3        | 487,7  | 489,3  |
|         | Topo TR4 | 1,4                   | 5,4    | 0,6    | 0,6          | 8,6    | 1,5    | 513,9               | 512,5  | 513,9  | 458,7        | 457,1  | 458,7  |
| PILAR 2 | Base TR1 | 225,0                 | 746,3  | 365,7  | 374,6        | 983,4  | 595,4  | 2181,5              | 2186,0 | 2181,3 | 1963,0       | 1968,3 | 1962,9 |
|         | Topo TR1 | 126,0                 | 458,9  | 215,9  | 208,3        | 597,0  | 349,8  | 2150,9              | 2155,4 | 2150,7 | 1932,4       | 1937,7 | 1932,3 |
|         | Base TR2 | 126,0                 | 458,9  | 215,9  | 208,3        | 597,0  | 349,8  | 1663,2              | 1640,1 | 1636,1 | 1472,5       | 1476,9 | 1472,4 |
|         | Topo TR2 | 54,8                  | 227,5  | 101,8  | 90,1         | 291,5  | 165,1  | 1605,6              | 1609,5 | 1605,5 | 1441,9       | 1446,3 | 1441,8 |
|         | Base TR3 | 54,8                  | 227,5  | 101,8  | 90,1         | 291,5  | 165,1  | 1090,9              | 1093,5 | 1090,8 | 981,7        | 984,8  | 981,7  |
|         | Topo TR3 | 14,1                  | 71,9   | 29,3   | 21,7         | 89,0   | 46,7   | 1060,3              | 1062,9 | 1060,2 | 951,1        | 954,2  | 951,1  |
|         | Base TR4 | 14,1                  | 71,9   | 29,3   | 21,7         | 89,0   | 46,7   | 545,4               | 546,8  | 545,4  | 490,9        | 492,4  | 490,9  |
|         | Topo TR4 | -6,2                  | -13,0  | -4,9   | -7,4         | -15,4  | -6,3   | 514,8               | 516,2  | 514,8  | 460,3        | 461,8  | 460,2  |
| VIGA1   | 0        | -2,4                  | -1,2   | -1,3   | -1,0         | -3,2   | 0,0    | 0,6                 | 0,5    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,6    |
|         | 0,3L     | 1077,9                | 1078,4 | 1077,9 | 962,4        | 964,1  | 963,4  | 0,6                 | 0,5    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,6    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 0,6                 | 0,5    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,6    |
|         | 0,8L     | 1076,8                | 1074,4 | 1076,7 | 960,5        | 958,8  | 961,5  | 0,6                 | 0,5    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,6    |
|         | L        | -5,2                  | -8,8   | -4,2   | -5,8         | -9,9   | -4,8   | 0,6                 | 0,5    | 0,7    | 1,3          | 1,3    | 1,6    |
| VIGA2   | 0        | -1,6                  | -4,0   | -0,8   | -0,2         | -6,8   | -1,1   | 1,3                 | 1,3    | 1,2    | 2,0          | 1,9    | 1,5    |
|         | 0,3L     | 1077,2                | 1079,6 | 1078,1 | 962,9        | 965,5  | 963,9  | 1,3                 | 1,3    | 1,2    | 2,0          | 1,9    | 1,5    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 1,3                 | 1,3    | 1,2    | 2,0          | 1,9    | 1,5    |
|         | 0,8L     | 1075,5                | 1073,2 | 1076,6 | 960,0        | 957,4  | 961,0  | 1,3                 | 1,3    | 1,2    | 2,0          | 1,9    | 1,5    |
|         | L        | -5,9                  | -11,6  | -4,7   | -7,0         | -13,6  | -6,0   | 1,3                 | 1,3    | 1,2    | 2,0          | 1,9    | 1,5    |
| VIGA3   | 0        | -1,4                  | -5,2   | -0,8   | -0,6         | -8,3   | -1,4   | 0,4                 | 0,4    | 0,6    | 1,3          | 1,2    | 1,7    |
|         | 0,3L     | 1077,0                | 1079,9 | 1078,1 | 963,1        | 966,1  | 964,0  | 0,4                 | 0,4    | 0,6    | 1,3          | 1,2    | 1,7    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 0,4                 | 0,4    | 0,6    | 1,3          | 1,2    | 1,7    |
|         | 0,8L     | 1075,4                | 1072,8 | 1076,6 | 959,9        | 956,8  | 960,9  | 0,4                 | 0,4    | 0,6    | 1,3          | 1,2    | 1,7    |
|         | L        | -6,2                  | -12,8  | -4,7   | -7,4         | -15,1  | -6,3   | 0,4                 | 0,4    | 0,6    | 1,3          | 1,2    | 1,7    |
| VIGA4   | 0        | -1,4                  | -5,4   | -0,6   | -0,6         | -8,6   | -1,4   | 2,0                 | 1,9    | 1,5    | 2,1          | 2,0    | 1,6    |
|         | 0,3L     | 1077,3                | 1080,0 | 1078,2 | 963,1        | 966,3  | 964,0  | 2,0                 | 1,9    | 1,5    | 2,1          | 2,0    | 1,6    |
|         | 0,5L     | 1282,1                | 1282,1 | 1283,1 | 1145,2       | 1145,2 | 1146,2 | 2,0                 | 1,9    | 1,5    | 2,1          | 2,0    | 1,6    |
|         | 0,8L     | 1075,4                | 1072,8 | 1076,5 | 959,9        | 956,7  | 960,9  | 2,0                 | 1,9    | 1,5    | 2,1          | 2,0    | 1,6    |
|         | L        | -6,2                  | -13,0  | -4,9   | -7,4         | -15,4  | -6,3   | 2,0                 | 1,9    | 1,5    | 2,1          | 2,0    | 1,6    |

Fonte: Autor (2014).



Figura 49: Diagramas de momento fletor para ligação tipo 1 redução de inércia proposta por El Debs (2000).



Fonte: Autor (2014).

Observando-se a Tabela 26, percebe-se que os valores para momento fletor de segunda ordem nos pilares, foram consideravelmente superiores se comparados com aqueles obtidos na análise linear, de maneira semelhante ao que ocorreu na Tabela 25. Portanto, torna-se indispensável a análise de segunda ordem para este caso.

Comparando-se a Figura 49 com Figura 48 percebe-se que os esforços obtidos para análise NLG foram superiores aos obtidos pelo método acoplado, diferentemente do que ocorreu na análise com os coeficientes redutores de inércia bruta propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

Como os esforços na análise NLG foram superiores quando se utilizou a redução de inércia proposta por El Debs (2000), as taxas de aço ( $A_s$  e  $A_s'$ ) também foram maiores para essa análise, o que influenciou diretamente na obtenção dos resultados do método acoplado.

Fazendo uma comparação dos resultados de momento fletor nos pilares obtidos na Tabela 25 e na Tabela 26, pode-se concluir que os valores dos coeficientes redutores de inércia para estes elementos estão superestimados para o primeiro caso e subestimados para o segundo, e que um valor intermediário seria o mais adequado.

Tabela 27: Esforços internos para a ligação tipo 2 e redução de inércia bruta proposto pela NBR 6118 (ABNT,2014).

| Local   |          | Momento Fletor (kN.m) |        |        |              |        |        | Esforço Normal (kN) |        |        |              |        |        |
|---------|----------|-----------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|---------------------|--------|--------|--------------|--------|--------|
|         |          | Combinação 1          |        |        | Combinação 2 |        |        | Combinação 1        |        |        | Combinação 2 |        |        |
|         |          | LIN                   | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    | LIN                 | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    |
| PILAR 1 | Base TR1 | 61,3                  | 57,6   | 56,4   | -10,4        | -15,9  | -12,8  | 2150,0              | 2148,9 | 2147,5 | 1910,4       | 1908,2 | 1907,9 |
|         | Topo TR1 | -266,5                | -265,7 | -267,8 | -224,2       | -223,0 | -222,7 | 2119,4              | 2117,8 | 2116,9 | 1879,8       | 1877,6 | 1877,3 |
|         | Base TR2 | 345,8                 | 344,1  | 337,8  | 280,4        | 277,9  | 271,4  | 1615,9              | 1614,9 | 1614,5 | 1438,6       | 1437,1 | 1437,0 |
|         | Topo TR2 | -321,8                | -320,0 | -316,9 | -259,6       | -256,9 | -253,3 | 1585,3              | 1584,3 | 1583,9 | 1408,0       | 1406,5 | 1406,4 |
|         | Base TR3 | 304,8                 | 304,1  | 306,2  | 261,5        | 260,4  | 256,6  | 1081,0              | 1080,5 | 1080,5 | 965,2        | 964,4  | 964,9  |
|         | Topo TR3 | -253,3                | -251,7 | -249,9 | -203,3       | -201,0 | -205,6 | 1050,4              | 1049,9 | 1049,9 | 934,6        | 933,8  | 934,3  |
|         | Base TR4 | 406,8                 | 406,7  | 406,2  | 362,1        | 362,5  | 350,9  | 542,2               | 542,0  | 542,6  | 485,4        | 485,1  | 486,1  |
|         | Topo TR4 | -596,5                | -595,6 | -573,7 | -522,0       | -520,7 | -502,8 | 511,6               | 511,4  | 512,0  | 454,8        | 454,5  | 455,4  |
| PILAR 2 | Base TR1 | 228,8                 | 232,5  | 227,6  | 268,9        | 274,4  | 252,3  | 2209,6              | 2211,2 | 2212,1 | 2010,0       | 2012,2 | 2012,5 |
|         | Topo TR1 | -302,8                | -303,6 | -311,4 | -284,8       | -286,0 | -283,7 | 2179,0              | 2180,6 | 2181,5 | 1979,4       | 1981,6 | 1981,9 |
|         | Base TR2 | 418,6                 | 420,3  | 413,1  | 401,9        | 404,4  | 401,7  | 1653,8              | 1654,8 | 1655,2 | 1501,7       | 1503,2 | 1503,3 |
|         | Topo TR2 | -394,6                | -396,4 | -395,7 | -380,9       | -383,6 | -378,6 | 1623,2              | 1624,2 | 1624,6 | 1471,1       | 1472,6 | 1472,7 |
|         | Base TR3 | 332,0                 | 332,7  | 337,0  | 306,8        | 307,8  | 311,0  | 1098,8              | 1099,3 | 1099,3 | 995,0        | 995,8  | 995,3  |
|         | Topo TR3 | -313,5                | -315,0 | -312,0 | -303,6       | -305,9 | -305,1 | 1068,2              | 1068,7 | 1068,7 | 964,4        | 965,2  | 964,7  |
|         | Base TR4 | 407,9                 | 408,0  | 414,3  | 364,5        | 364,6  | 363,0  | 547,8               | 547,9  | 547,3  | 494,7        | 495,0  | 494,1  |
|         | Topo TR4 | -624,6                | -625,5 | -597,1 | -568,8       | -570,2 | -543,1 | 517,5               | 517,3  | 516,7  | 464,1        | 464,4  | 463,5  |
| VIGA 1  | 0        | -612,3                | -609,7 | -605,4 | -504,7       | -500,9 | -494,1 | 76,6                | 76,7   | 74,0   | 67,7         | 67,7   | 71,9   |
|         | 0,3L     | 435,1                 | 436,2  | 438,9  | 405,6        | 407,1  | 413,3  | 76,6                | 76,7   | 74,0   | 67,7         | 67,7   | 71,9   |
|         | 0,5L     | 619,1                 | 619,1  | 620,9  | 553,0        | 553,0  | 558,9  | 76,6                | 76,7   | 74,0   | 67,7         | 67,7   | 71,9   |
|         | 0,8L     | 391,5                 | 390,5  | 391,3  | 332,8        | 331,3  | 336,9  | 76,6                | 76,7   | 74,0   | 67,7         | 67,7   | 71,9   |
|         | L        | -721,4                | -723,9 | -724,5 | -686,6       | -690,4 | -685,4 | 76,6                | 76,7   | 74,0   | 67,7         | 67,7   | 71,9   |
| VIGA 2  | 0        | -626,6                | -624,1 | -623,1 | -521,0       | -517,4 | -509,9 | 35,7                | 35,7   | 33,3   | 32,7         | 32,7   | 30,1   |
|         | 0,3L     | 423,5                 | 424,5  | 424,2  | 393,8        | 395,3  | 401,0  | 35,7                | 35,7   | 33,3   | 32,7         | 32,7   | 30,1   |
|         | 0,5L     | 609,3                 | 609,3  | 608,4  | 544,2        | 544,2  | 548,8  | 35,7                | 35,7   | 33,3   | 32,7         | 32,7   | 30,1   |
|         | 0,8L     | 383,5                 | 382,6  | 380,4  | 327,1        | 325,7  | 329,1  | 35,7                | 35,7   | 33,3   | 32,7         | 32,7   | 30,1   |
|         | L        | -726,7                | -729,1 | -732,6 | -687,7       | -691,4 | -689,7 | 35,7                | 35,7   | 33,3   | 32,7         | 32,7   | 30,1   |
| VIGA 3  | 0        | -660,1                | -658,5 | -656,4 | -566,0       | -563,5 | -556,9 | 102,9               | 103,0  | 97,3   | 91,1         | 91,1   | 83,5   |
|         | 0,3L     | 401,6                 | 402,3  | 402,6  | 369,3        | 369,3  | 374,9  | 102,9               | 103,0  | 97,3   | 91,1         | 91,1   | 83,5   |
|         | 0,5L     | 595,1                 | 595,1  | 594,2  | 531,6        | 531,6  | 536,3  | 102,9               | 103,0  | 97,3   | 91,1         | 91,1   | 83,5   |
|         | 0,8L     | 377,1                 | 376,5  | 374,4  | 327,4        | 326,4  | 330,2  | 102,9               | 103,0  | 97,3   | 91,1         | 91,1   | 83,5   |
|         | L        | -721,4                | -723,0 | -726,9 | -668,1       | -670,6 | -668,1 | 102,9               | 103,0  | 97,3   | 91,1         | 91,1   | 83,5   |
| VIGA 4  | 0        | -596,5                | -595,6 | -573,7 | -522,0       | -520,7 | -502,8 | 255,0               | 255,0  | 249,6  | 228,1        | 228,1  | 220,9  |
|         | 0,3L     | 475,2                 | 475,6  | 499,4  | 428,8        | 429,3  | 450,0  | 255,0               | 255,0  | 249,6  | 228,1        | 228,1  | 220,9  |
|         | 0,5L     | 675,4                 | 675,4  | 700,5  | 603,2        | 603,2  | 625,7  | 255,0               | 255,0  | 249,6  | 228,1        | 228,1  | 220,9  |
|         | 0,8L     | 464,0                 | 463,6  | 490,1  | 410,1        | 409,5  | 433,8  | 255,0               | 255,0  | 249,6  | 228,1        | 228,1  | 220,9  |
|         | L        | -624,6                | -625,5 | -597,1 | -568,8       | -570,2 | -543,1 | 255,0               | 255,0  | 249,6  | 228,1        | 228,1  | 220,9  |

Fonte: Autor (2014).

Tabela 28: Esforços internos para a ligação tipo 2 e redução de inércia bruta proposto por El Debs (2000).

| Local   |          | Momento Fletor |        |        |              |        |        | Esforço Normal |        |        |              |        |        |
|---------|----------|----------------|--------|--------|--------------|--------|--------|----------------|--------|--------|--------------|--------|--------|
|         |          | Combinação 1   |        |        | Combinação 2 |        |        | Combinação 1   |        |        | Combinação 2 |        |        |
|         |          | LIN            | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    | LIN            | NLG    | ACP    | LIN          | NLG    | ACP    |
| PILAR 1 | Base TR1 | 61,5           | 57,8   | 56,4   | 8,2          | -13,8  | -12,8  | 2149,1         | 2147,8 | 2147,5 | 1909,6       | 1907,1 | 1907,9 |
|         | Topo TR1 | -259,9         | -258,9 | -267,8 | -216,3       | -214,8 | -222,7 | 2118,8         | 2117,2 | 2116,9 | 1879,0       | 1876,5 | 1877,3 |
|         | Base TR2 | 343,0          | 341,2  | 337,8  | 278,1        | 275,5  | 271,4  | 1615,9         | 1614,8 | 1614,5 | 1438,5       | 1436,9 | 1437,0 |
|         | Topo TR2 | -318,9         | -317,0 | -316,9 | -256,8       | -253,9 | -253,3 | 1585,3         | 1584,2 | 1583,9 | 1407,9       | 1406,3 | 1406,4 |
|         | Base TR3 | 300,7          | 300,0  | 306,3  | 257,2        | 256,1  | 256,6  | 1081,1         | 1080,6 | 1080,5 | 965,5        | 964,7  | 964,9  |
|         | Topo TR3 | -252,5         | -250,8 | -249,9 | -203,1       | -200,8 | -205,6 | 1050,5         | 1050,0 | 1049,9 | 934,9        | 934,0  | 934,3  |
|         | Base TR4 | 403,1          | 402,9  | 406,3  | 358,6        | 358,4  | 350,9  | 542,3          | 542,1  | 542,6  | 485,6        | 485,4  | 486,1  |
|         | Topo TR4 | -585,3         | -584,4 | -573,7 | -512,7       | -511,3 | -502,8 | 511,7          | 511,5  | 512,0  | 455,0        | 454,8  | 455,4  |
| PILAR 2 | Base TR1 | 223,8          | 227,6  | 227,6  | 262,5        | 268,0  | 252,3  | 2210,2         | 2211,8 | 2212,1 | 2010,8       | 2013,3 | 2012,5 |
|         | Topo TR1 | -301,4         | -302,5 | -311,3 | -285,6       | -287,1 | -283,7 | 2179,6         | 2181,2 | 2181,5 | 1980,2       | 1982,7 | 1981,9 |
|         | Base TR2 | 415,2          | 417,0  | 413,1  | 398,6        | 401,3  | 401,7  | 1653,8         | 1654,9 | 1655,2 | 1501,8       | 1503,4 | 1503,3 |
|         | Topo TR2 | -392,3         | -394,2 | -395,7 | -379,1       | -381,9 | -378,6 | 1623,2         | 1624,3 | 1624,6 | 1471,2       | 1472,8 | 1472,7 |
|         | Base TR3 | 329,5          | 330,3  | 337,0  | 305,2        | 306,3  | 311,0  | 1098,7         | 1099,2 | 1099,3 | 994,7        | 995,5  | 995,3  |
|         | Topo TR3 | -311,0         | -312,7 | -312,0 | -300,8       | -303,2 | -305,1 | 1068,1         | 1068,6 | 1068,7 | 964,1        | 964,9  | 964,7  |
|         | Base TR4 | 405,7          | 405,8  | 414,3  | 363,1        | 363,3  | 363,0  | 547,6          | 547,8  | 547,3  | 494,5        | 494,7  | 494,1  |
|         | Topo TR4 | -611,8         | -612,8 | -597,1 | -556,9       | -558,3 | -543,1 | 517,0          | 517,2  | 516,7  | 463,9        | 464,2  | 463,5  |
| VIGA 1  | 0        | -602,9         | -600,1 | -605,4 | -494,5       | -490,3 | -494,1 | 76,8           | 76,8   | 74,0   | 67,8         | 67,8   | 71,9   |
|         | 0,3L     | 443,1          | 444,3  | 438,9  | 413,2        | 415,1  | 413,3  | 76,8           | 76,8   | 74,0   | 67,8         | 67,8   | 71,9   |
|         | 0,5L     | 626,1          | 626,1  | 620,9  | 559,3        | 559,3  | 558,9  | 76,8           | 76,8   | 74,0   | 67,8         | 67,8   | 71,9   |
|         | 0,8L     | 397,6          | 396,5  | 391,3  | 337,6        | 335,9  | 336,9  | 76,8           | 76,8   | 74,0   | 67,8         | 67,8   | 71,9   |
|         | L        | -716,7         | -719,5 | -724,5 | -684,2       | -688,4 | -685,4 | 76,8           | 76,8   | 74,0   | 67,8         | 67,8   | 71,9   |
| VIGA 2  | 0        | -619,6         | -617,0 | -623,1 | -514,0       | -510,0 | -509,9 | 35,5           | 35,5   | 33,3   | 32,5         | 32,5   | 30,1   |
|         | 0,3L     | 429,9          | 430,9  | 424,2  | 399,8        | 401,4  | 401,0  | 35,5           | 35,5   | 33,3   | 32,5         | 32,5   | 30,1   |
|         | 0,5L     | 615,2          | 615,2  | 608,4  | 549,5        | 549,5  | 548,8  | 35,5           | 35,5   | 33,3   | 32,5         | 32,5   | 30,1   |
|         | 0,8L     | 398,0          | 387,9  | 380,4  | 331,7        | 330,1  | 329,1  | 35,5           | 35,5   | 33,3   | 32,5         | 32,5   | 30,1   |
|         | L        | -721,8         | -724,4 | -732,6 | -684,3       | -688,2 | -689,7 | 35,5           | 35,5   | 33,3   | 32,5         | 32,5   | 30,1   |
| VIGA 3  | 0        | -655,5         | -653,7 | -656,4 | -561,8       | -559,2 | -556,9 | 100,5          | 100,4  | 97,3   | 88,9         | 88,9   | 83,5   |
|         | 0,3L     | 406,3          | 407,0  | 402,6  | 372,4        | 373,5  | 374,9  | 100,5          | 100,4  | 97,3   | 88,9         | 88,9   | 83,5   |
|         | 0,5L     | 599,8          | 599,8  | 594,2  | 535,8        | 535,8  | 536,3  | 100,5          | 100,4  | 97,3   | 88,9         | 88,9   | 83,5   |
|         | 0,8L     | 381,8          | 381,1  | 374,4  | 331,6        | 330,5  | 330,2  | 100,5          | 100,4  | 97,3   | 88,9         | 88,9   | 83,5   |
|         | L        | -716,7         | -718,5 | -726,9 | -663,9       | -666,5 | -668,1 | 100,5          | 100,4  | 97,3   | 88,9         | 88,9   | 83,5   |
| VIGA 4  | 0        | -585,3         | -584,4 | -573,7 | -512,7       | -511,3 | -502,8 | 251,3          | 251,3  | 249,6  | 224,8        | 224,8  | 220,9  |
|         | 0,3L     | 486,9          | 487,2  | 499,4  | 438,9        | 439,5  | 450,0  | 251,3          | 251,3  | 249,6  | 224,8        | 224,8  | 220,9  |
|         | 0,5L     | 687,3          | 687,3  | 700,5  | 613,9        | 613,9  | 625,7  | 251,3          | 251,3  | 249,6  | 224,8        | 224,8  | 220,9  |
|         | 0,8L     | 476,3          | 475,9  | 490,1  | 421,3        | 420,7  | 433,8  | 251,3          | 251,3  | 249,6  | 224,8        | 224,8  | 220,9  |
|         | L        | -611,8         | -612,8 | -597,1 | -556,9       | -558,3 | -543,1 | 251,3          | 251,3  | 249,6  | 224,8        | 224,8  | 220,9  |

Fonte: Autor (2014).

Observando a Tabela 27 e a Tabela 28, percebe-se que praticamente não ocorre variação nos resultados entre os três tipos de análise (linear, NLG e acoplada) e o único local onde os esforços de segunda ordem foram superiores a 10% os esforços de segunda ordem foi na base dos pilares.

Como os fatores de redução de inércia para os pilares são bastante próximos nas duas tabelas, as áreas de aço foram iguais para os dois tipos de análise, fazendo com que a resposta para o método acoplado nas duas situações fosse a igual.

Pode-se afirmar que a partir das análises realizadas que o parâmetro  $\alpha$  apresentou resultados coerentes.

Em relação ao coeficiente redutor de inércia bruta, pode-se concluir que os valores apresentados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) foram adequados para pórticos cuja ligação viga-pilar apresenta uma rigidez à flexão com o valor próximo ao das estruturas monolíticas. Quando as ligações ficaram próximas à situação articulada, percebeu-se que a norma apresentou valores contra a segurança para o exemplo estudado nesse trabalho, como pode ser observado na Tabela 25.

Os valores propostos por El Debs (2000) foram satisfatórios para a ligação tipo 2, porém se comparados os resultados do método acoplado com a análise NLG, percebe-se que o valor proposto para os pilares  $0,4E_{ci}I_c$  foi muito a favor da segurança, o que fez com que os pilares fossem superdimensionados.

Com o intuito de se obter um fator de redução de inércia bruta que traduzisse melhor o comportamento do pórtico para ligação tipo 1, foram processados alguns exemplos para a combinação 2 com os coeficientes redutores de inércia variando entre  $0,4E_{ci}I_c$  e  $0,8E_{ci}I_c$ .

Após diversas análises, chegou-se a um valor de coeficiente de redução de inércia bruta para os pilares da ligação 1 de  $0,52E_{ci}I_c$ . Na Tabela 29 é possível observar que os valores para momento fletor ficaram bastante próximos com os dois tipos de análise, sendo o momento na análise acoplada 2 % menor que na análise NLG na base dos pilares.

Utilizando os dados obtidos na etapa comentada no parágrafo anterior, obteve-se diagrama de valores de momento fletor também bastante próximo para os dois tipos de análise na

combinação 1, porém, com uma diferença um pouco maior entre as mesmas, cerca de 8% na base dos pilares.

Tabela 29: Momentos fletores para a ligação tipo 1 e redução de inércia bruta de  $0,52E_{ci}I_c$  nos pilares.

| Local   |          | Momento Fletor |        |      |              |        |      |
|---------|----------|----------------|--------|------|--------------|--------|------|
|         |          | Combinação 1   |        |      | Combinação 2 |        |      |
|         |          | NLG            | ACP    | Erro | NLG          | ACP    | Erro |
| PILAR 1 | Base TR1 | -484,1         | -433,7 | -10% | -715,5       | -698,9 | -2%  |
|         | Topo TR1 | -289,0         | -250,0 | -13% | -424,3       | -413,8 | -2%  |
|         | Base TR2 | -289,0         | -250,0 | -13% | -424,3       | -413,8 | -2%  |
|         | Topo TR2 | -139,1         | -121,8 | -12% | -202,4       | -196,8 | -3%  |
|         | Base TR3 | -139,1         | -121,8 | -12% | -202,4       | -196,8 | -3%  |
|         | Topo TR3 | -39,7          | -34,7  | -13% | -57,7        | -56,4  | -2%  |
|         | Base TR4 | -39,7          | -34,7  | -13% | -57,7        | -56,4  | -2%  |
|         | Topo TR4 | 0,7            | 0,5    | 29%  | 3,2          | 3,5    | -9%  |
| PILAR 2 | Base TR1 | 484,9          | 434,4  | -10% | 715,6        | 698,7  | -2%  |
|         | Topo TR1 | 292,7          | 259,2  | -11% | 427,3        | 415,5  | -3%  |
|         | Base TR2 | 292,7          | 259,2  | -11% | 427,3        | 415,5  | -3%  |
|         | Topo TR2 | 141,9          | 124,6  | -12% | 204,3        | 197,9  | -3%  |
|         | Base TR3 | 141,9          | 124,6  | -12% | 204,3        | 197,9  | -3%  |
|         | Topo TR3 | 41,7           | 37,1   | -11% | 58,7         | 57,6   | -2%  |
|         | Base TR4 | 41,7           | 37,1   | -11% | 58,7         | 57,6   | -2%  |
|         | Topo TR4 | -8,3           | -6,1   | 27%  | -9,9         | -8,3   | -16% |

Fonte: Autor (2014).

A Tabela 29 mostra que os únicos locais em que os momentos fletores tiveram uma variação maior do que 13% da análise NLG com coeficiente redutor de 0,52 para a análise acoplada, foi no topo dos pilares onde os esforços possuem baixa magnitude e não serão levados em conta no momento do dimensionamento desses elementos.

Santos (2010) realizou análises com diversos coeficientes redutores de inércia bruta para galpões pré-moldados atirantados. Em seus resultados o autor sugeriu um valor de  $0,5E_{ci}I_c$  para os pilares, que se aproximou bastante do resultado proposto neste trabalho. No entanto, Santos (2010) afirma que não é possível encontrar um padrão de coeficiente redutor de inércia bruta para todos os tipos de pórtico e sugere um estudo mais aprofundado com elaboração de diversos exemplos.

Em relação as ligações pode-se afirmar que a ligação tipo 1 pode ser classificada como articulada, pois em todas as análises feitas com este tipo de ligação, o momento fletor negativo na extremidade das vigas foi praticamente nulo.

Apesar da ligação tipo 2 ser classificada com uma ligação semi-rígida ( $\alpha_{r2} = 0,55$ ), ficou claro com os resultados de momento fletor mostrado anteriormente, que todos os pórticos processados com esse tipo de conexão apresentaram uma maior rigidez se comparados com os pórticos processados com a ligação tipo 1, já que os esforços de segunda ordem foram praticamente iguais aos esforços de segunda ordem.

Comparando-se as tabelas que apresentam os resultados da ligação tipo 1 com as tabelas que apresentam o resultado da ligação tipo 2 percebe-se que a distribuição de esforços é totalmente diferente de um caso para outro. Se os pilares forem comparados por exemplo, percebe-se que os momentos fletores são máximos na base para ligação tipo 1, já para ligação tipo 2 os maiores valores de se encontram no topo dos elementos.

## 5.5 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO – COMBINAÇÃO FREQUENTE

As análises para estado limite de serviço (deslocamentos limites) serão feitas levando em consideração os dois tipos de ligação e as combinações mostradas na Tabela 17.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) explica que para verificação dos estados limites de serviço os resultados de uma análise linear são usualmente empregados. Segundo a norma, em análises locais para o cálculo do deslocamento, na eventualidade da fissuração, esta deve ser considerada.

Segundo NBR 6118 as características geométricas podem ser determinadas pela seção bruta de concreto dos elementos estruturais e o módulo de elasticidade secante deve ser utilizado.

Na verificação de ELS, para a avaliação aproximada da flecha imediata de vigas, A NBR 6118 (ABNT, 2014) propõe a formulação da rigidez equivalente segundo a equação 5.5 que é um caso particular do método de Branson.

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad 5.5$$

Segundo a NBR 9062 (ABNT, 2006) a verificação do estado limite de serviço é feita limitando-se os deslocamentos horizontais e verticais da estrutura e estabelece limites para a verificação como pode ser visto na Tabela 30 e na Tabela 31.

Tabela 30: Limites para deslocamentos verticais de elementos de piso ou elementos lineares

| <b>Caso</b>              | <b>Limite</b>  |
|--------------------------|----------------|
| Flecha inicial positiva  | $a \leq L/500$ |
| Flecha diferida no tempo | $a \leq L/300$ |

Fonte: NBR 9062 (ABNT, 2006).

onde  $a$  é a flecha no meio da viga  $L$  o comprimento total da viga.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece o limite de  $a \leq L/250$  que se refere ao limite para aceitabilidade sensorial. Percebe-se que esse valor não é muito diferente do valor proposto pela NBR 9062 (ABNT, 2006).

Tabela 31: Limites de deslocamentos horizontais globais.

| <b>Caso</b> | <b>Tipo de Edificação</b>         | <b>Deslocamentos horizontais globais máximos</b> |
|-------------|-----------------------------------|--|
| A           | Edifício térreo                   | $H/600$  |
| B           | Edifício com um pavimento         | $H/600$ ou $H_i/750$                             |
| C           | Edifício com múltiplos pavimentos | $H/1200$ ou $H_i/750$ ou $H_2/600$               |

onde:

$H$  corresponde a altura total do edifício

$H_i$  corresponde ao desnível entre dois pisos consecutivos

$H_2$  corresponde ao desnível entre o último piso e a face inferior da laje de cobertura

Fonte: NBR 9062 (ABNT, 2006).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece o limite de  $1/1700$  da altura total da edificação e  $1/850$  entre pavimentos sendo esta a principal diferença entre as duas normas brasileiras.

Segundo El Debs (2000) existe na literatura técnica a indicação de que a estabilidade global é garantida se, para as situações de serviço, o deslocamento do topo da estrutura ou dos pilares for menor que certo valor. Bruggeling e Huyghe (1991) recomendam o limite de  $1/1000$  da altura da edificação.

A Tabela 32 e a Tabela 33 mostram os deslocamentos nas vigas para a ligação tipo 1 e para a ligação tipo 2, respectivamente. Para as análises linear e NLG a NLF não foi levada em consideração no processamento global da estrutura, apenas a fissuração foi considerada no através da equação 5.5 na análise local das vigas.

Tabela 32: Deslocamentos imediatos paras as vigas na ligação tipo 1.

| Elemento      | Deslocamentos (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim (cm) |          |
|---------------|--------------------|------|------|--------------|------|------|-----------------------|----------|
|               | Combinação 1       |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062              | NBR 6118 |
|               | LIN                | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                       |          |
| <b>Viga 1</b> | 2,62               | 2,62 | 2,38 | 2,29         | 2,29 | 2,10 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 2</b> | 2,68               | 2,68 | 2,43 | 2,33         | 2,33 | 2,14 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 3</b> | 2,71               | 2,71 | 2,47 | 2,36         | 2,36 | 2,18 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 4</b> | 2,73               | 2,73 | 2,49 | 2,38         | 2,38 | 2,19 | 2,00                  | -        |

Fonte: Autor (2014).

Pode-se observar na Tabela 32 que os deslocamentos imediatos foram superiores aos limites indicados pela NBR 9062 (ABNT, 2006) para os três tipos de análise nas duas combinações consideradas.

Tabela 33: Deslocamentos imediatos paras as vigas na ligação tipo 2.

| Elemento      | Deslocamentos (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim (cm) |          |
|---------------|--------------------|------|------|--------------|------|------|-----------------------|----------|
|               | Combinação 1       |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062              | NBR 6118 |
|               | LIN                | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                       |          |
| <b>Viga 1</b> | 1,43               | 1,43 | 1,26 | 1,24         | 1,24 | 1,01 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 2</b> | 1,45               | 1,45 | 1,28 | 1,26         | 1,26 | 1,03 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 3</b> | 1,44               | 1,44 | 1,24 | 1,25         | 1,25 | 1,02 | 2,00                  | -        |
| <b>Viga 4</b> | 1,71               | 1,71 | 1,66 | 1,49         | 1,49 | 1,37 | 2,00                  | -        |

Fonte: Autor (2014).

A Tabela 33 mostra que para ligação tipo 2, os deslocamentos obtidos para todos os tipos de análise e combinação foram inferiores aos limites propostos pela NBR 9062 (ABNT,2014), portanto, pode-se afirmar que este tipo de ligação proporciona o uso de vigas com uma menor rigidez.

Para o cálculo da flecha diferida nas vigas utiliza-se a equação 5.6 que multiplica a flecha imediata. A partir da soma da flecha diferida e da flecha imediata, o valor da flecha total das vigas pode ser encontrado (Tabela 34 e Tabela 35).



$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad 5.6$$

onde  $\rho'$  é a taxa de armadura de compressão  $As'/Ac$ .

$\Delta\xi$  é obtido através da expressão 5.7.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad 5.7$$

$\xi(t)$  e  $\xi(t_0)$  podem ser obtidos através da equação 5.8

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68(0,996^t)t^{0,32} \rightarrow \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 \rightarrow \text{para } t > 70 \text{ meses} \end{cases} \quad 5.8$$

Foram adotadas as armaduras de compressão encontradas no item anterior. Na ligação tipo 1 utilizou-se a taxa de armadura encontrada para o coeficiente redutor de inércia bruta igual a 0,52. Para a ligação 2 encontrou-se a mesma taxa de armadura em todas as análises.

Adotou-se também  $t_0 = 1$  mês e  $t = 70$  meses.

Tabela 34: Deslocamentos totais para as vigas na ligação tipo 1.

| Elemento      | Deslocamentos (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim (cm) |          |
|---------------|--------------------|------|------|--------------|------|------|-----------------------|----------|
|               | Combinação 1       |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062              | NBR 6118 |
|               | LIN                | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                       |          |
| <b>Viga 1</b> | 4,83               | 4,83 | 4,59 | 4,50         | 4,50 | 4,31 | 3,33                  | 4,00     |
| <b>Viga 2</b> | 4,89               | 4,89 | 4,64 | 4,54         | 4,54 | 4,35 | 3,33                  | 4,00     |
| <b>Viga 3</b> | 4,92               | 4,92 | 4,68 | 4,57         | 4,57 | 4,39 | 3,33                  | 4,00     |
| <b>Viga 4</b> | 4,94               | 4,94 | 4,70 | 4,59         | 4,59 | 4,40 | 3,33                  | 4,00     |

Fonte: Autor (2014).

Observando-se a Tabela 34 verifica-se que os deslocamentos totais na vigas foram superiores ao limites recomendados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e pela NBR 9062 (ABNT, 2006), no entanto, percebe-se que os valores obtidos pelo método acoplado foram inferiores em média 4% as valores obtidos pelos outros dois tipos de análise.

Tanto a análise linear quanto a análise NLG utilizaram a inércia equivalente mostrada na equação 5.5 para determinação dos deslocamentos imediatos na vigas, que além de considera uma inércia única para toda a viga, uso o momento inércia da seção bruta de concreto e não o momento de inércia da seção no estádio.

Análise estrutural de edifícios pré-moldados levando em consideração a semi-rigidez das ligações viga-pilar e as não-linearidades física e geométrica avaliadas por métodos aproximados

Como o método acoplado considera uma inércia diferente para cada elemento presente na viga e utiliza o momento de inércia da seção no estágio 1 (levando em consideração a presença de aço na seção das peças) os valores dos deslocamentos são um pouco menores, porém, pode-se afirmar que os resultados obtidos para análise linear foram satisfatórias já que a diferença entre os resultados fica em torno de 4%.

Tabela 35: Deslocamentos totais para as vigas na ligação tipo 2.

| Elemento      | Deslocamentos (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim(cm) |          |
|---------------|--------------------|------|------|--------------|------|------|----------------------|----------|
|               | Combinação 1       |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062             | NBR 6118 |
|               | LIN                | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                      |          |
| <b>Viga 1</b> | 3,43               | 3,43 | 3,26 | 3,24         | 3,24 | 3,01 | 3,33                 | 4,00     |
| <b>Viga 2</b> | 3,45               | 3,45 | 3,28 | 3,26         | 3,26 | 3,03 | 3,33                 | 4,00     |
| <b>Viga 3</b> | 3,44               | 3,44 | 3,24 | 3,25         | 3,25 | 3,02 | 3,33                 | 4,00     |
| <b>Viga 4</b> | 3,71               | 3,71 | 3,66 | 3,49         | 3,49 | 3,37 | 3,33                 | 4,00     |

Fonte: Autor (2014).

A Tabela 35 mostra que os resultados dos deslocamentos pelo método acoplado também foram um pouco menores que os valores obtidos pelos outros métodos, porém com uma diferença muito pequena e a favor da segurança.

Percebe-se que os deslocamentos obtidos da combinação 1 foram superiores aos deslocamentos limites propostos pela NBR 9062 (ABNT, 2006) e inferiores ao sugeridos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), os demais resultados ficaram dentro dos limites estabelecidos pelas duas normas.

Uma das maneiras mais práticas de se diminuir a flecha diferida nas vigas é retardar a data para as primeiras solicitações na peça, isso faz com que o valor de  $t_0$  aumente e consequentemente, o valor de  $\Delta\xi$  diminua.

A Tabela 36 e a Tabela 37 mostram o deslocamento horizontal na edificação para ligação tipo 1 e tipo 2, respectivamente. As primeiras 4 linhas da tabela representam os desníveis entre dois pisos consecutivos do pórtico, já a última linha representa o deslocamento horizontal total para as combinações em estudo.

Tabela 36: Deslocamentos horizontais na edificação para ligação tipo 1.

| Local                | Deslocamentos (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim (cm) |          |                  |
|----------------------|--------------------|------|------|--------------|------|------|-----------------------|----------|------------------|
|                      | Combinação 1       |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062              | NBR 6118 | Bruggeling et al |
|                      | LIN                | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                       |          |                  |
| <b>0-1 pavimento</b> | 0,00               | 0,00 | 0,00 | 0,25         | 0,30 | 0,22 | 0,53                  | 0,47     | -                |
| <b>1-2 pavimento</b> | 0,00               | 0,00 | 0,00 | 0,60         | 0,72 | 0,52 | 0,53                  | 0,47     | -                |
| <b>2-3 pavimento</b> | 0,00               | 0,00 | 0,00 | 0,74         | 0,91 | 0,66 | 0,53                  | 0,47     | -                |
| <b>3-4 pavimento</b> | 0,00               | 0,00 | 0,00 | 0,78         | 0,97 | 0,70 | 0,67                  | 0,47     | -                |
| <b>Total</b>         | 0,00               | 0,00 | 0,00 | 2,38         | 2,91 | 2,10 | 1,33                  | 0,94     | 1,60             |

Fonte: Autor (2014).

A Tabela 36 mostra que os deslocamentos encontrados são superiores aos limites recomendados pelas três referências mostradas na mesma, além disso, segundo Bruggeling e Huyghe (1991) a estabilidade global não pode ser garantida, já que os deslocamentos ultrapassaram o limite de 1/1000 da altura da edificação.

Uma maneira prática de tornar a edificação mais rígida, diminuindo o seu deslocamento horizontal, é aumentar a seção dos pilares, tornando maior o seu momento de inércia. Pode-se também, aumentar  $f_{ck}$  das peças e consequentemente o seu módulo de elasticidade secante.

Percebe-se na Tabela 36 que os resultados obtidos pelo método acoplado foram ligeiramente inferiores aos valores dos outros dois métodos, isso pode ser explicado pelo uso do momento de inércia no estágio I para este tipo de análise.

A Tabela 37 mostra que os deslocamentos encontrados são inferiores aos limites recomendados pelas três referências mostradas na mesma em todas as análises. Pode-se afirmar a partir dos resultados encontrados, que apesar da ligação tipo 2 ser uma ligação mais onerosa, ela pode proporcionar estruturas mais esbeltas ou com menor  $f_{ck}$ .

Tabela 37: Deslocamentos horizontais na edificação para ligação tipo 2.

| Local                | Deslocamento (cm) |      |      |              |      |      | Deslocamento lim (cm) |          |                 |
|----------------------|-------------------|------|------|--------------|------|------|-----------------------|----------|-----------------|
|                      | Combinação 1      |      |      | Combinação 2 |      |      | NBR 9062              | NBR 6118 | Bruggelinget al |
|                      | LIN               | NLG  | ACP  | LIN          | NLG  | ACP  |                       |          |                 |
| <b>0-1 pavimento</b> | 0,00              | 0,00 | 0,00 | 0,05         | 0,05 | 0,06 | 0,53                  | 0,47     | -               |
| <b>1-2 pavimento</b> | 0,00              | 0,00 | 0,00 | 0,08         | 0,08 | 0,13 | 0,53                  | 0,47     | -               |
| <b>2-3 pavimento</b> | 0,00              | 0,00 | 0,00 | 0,05         | 0,05 | 0,08 | 0,53                  | 0,47     | -               |
| <b>3-4 pavimento</b> | 0,00              | 0,00 | 0,00 | 0,03         | 0,03 | 0,06 | 0,67                  | 0,47     | -               |
| <b>Total</b>         | 0,00              | 0,00 | 0,00 | 0,21         | 0,21 | 0,33 | 1,33                  | 0,94     | 1,60            |

Fonte: Autor (2014).

Percebe-se na Tabela 37 que os deslocamentos para a análise acoplada foram superiores aos obtidos para a análise NLG e linear, isso pode ser explicado pelo fato de que em alguns pontos dos pilares o momento solicitante foi maior que o momento de fissuração, o que fez com que a inércia dos mesmos diminuísse.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises realizadas neste trabalho demonstraram a importância das ligações e da consideração das não linearidades física e geométrica na concepção estrutural de edificações pré-moldadas.

Ficou comprovada a eficácia do método de Branson através da comparação entre a análise da viga de maneira experimental e a análise através do método de Branson implementado no programa de pórticos planos com ligação semi-rígida no exemplo do item 4.1.5.

Percebeu-se através do exemplo mostrado no item 4.2.5 a importância da análise dos efeitos de segunda ordem globais. Percebeu-se que os esforços de primeira ordem foram inferiores em 16,6% aos esforços de segunda ordem, e por esse motivo a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda a consideração desses efeitos.

Na análise com o acoplamento dos métodos foi estudado no item 4.3.4 um pórtico de um galpão com intuito de se comparar a análise linear, a NLG através do processo p-delta e o método acoplado, observando-se a diferença entre as respostas obtidas pelos três métodos. Vale salientar que NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que os valores de redução da inércia bruta da seção sejam utilizados apenas para estruturas acima de 4 pavimentos. As análises realizadas nesse trabalho no capítulo 5 demonstram a grande importância na determinação do grau de rigidez da ligação, pois é um item essencial na obtenção de esforços e deslocamentos para o estado limite último e estado limite de serviço.

Para a primeira ligação estudada (tipo 1), percebeu-se que a mesma praticamente não absorve esforços de flexão, como pode ser visto nas Tabela 25 até Tabela 28, o que torna as estruturas analisadas bastante flexíveis, os esforços máximos concentram-se no meio das vigas e bases dos pilares.

A ligação 2 apresentou características semi-rígidas com  $\alpha_{r2} = 0,55$ , se comparados os deslocamentos no topo do pilar da ligação tipo 1. Com a ligação tipo 2 os valores foram muito menores, o que nos leva a afirmar que este tipo de ligação possibilita estruturas mais esbeltas que a ligação tipo 1. Os resultados dos esforços de momento fletor no meio e na extremidade das vigas ficaram próximos e o pilar apresentou os esforços máximos nos pontos da ligação viga pilar.

O parâmetro  $\alpha$  apresentou ótimos resultados para todos os casos estudados, e indicou que as combinações 1 e 2 necessitavam ser calculadas com p-delta, caso fosse utilizada a ligação tipo 1, já para a ligação tipo 2 o parâmetro  $\alpha$  não indicou a necessidade da análise considerado os efeitos de segunda ordem.

Percebeu-se para ligação tipo 1 que o coeficiente redutor de inércia bruta da seção proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou um valor superestimado e contra a segurança para os pilares, isso se deve ao fato desses valores terem sido propostos por Pinto (2002) quando analisou estruturas monolíticas. Para as vigas os valores foram satisfatórios e praticamente os mesmos para os três tipos de análise.

Para a redução de inércia proposto em El Debs (2000) na ligação tipo 1, verificou-se que o valor ficou subestimado, pois na análise pelo método acoplado o esforço resistente foi bem superior ao esforço calculado. De forma semelhante a NBR 6118 (ABNT, 2014) os valores de redução de inércia bruta propostos por El Debs (2000) também foram satisfatórios.

Através da realização de uma série de processamentos para a ligação tipo 1, percebeu-se que o valor de  $0,52E_{ci}I_c$  para o coeficiente redutor de inércia bruta dos pilares, foi o que mais aproximou à análise NLG com análise acoplada para o estado limite último, no entanto recomenda-se um estudo mais aprofundado do assunto com a elaboração de vários exemplos para os tipos de ligação mais utilizados no Brasil e no mundo.

Para a ligação tipo 2, percebeu-se que os coeficientes redutores de inércia bruta propostos pelas duas bibliografias estudadas nesse trabalho foram adequados, pois os resultados obtidos foram praticamente os mesmos para os três tipos de análise.

Verificou-se que na ligação tipo 1 os deslocamentos obtidos pelas vigas foram superiores aos deslocamentos máximos propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2006), tanto para efeitos imediatos como para efeitos de longo prazo, e que seria necessária a utilização de elementos com maior rigidez para que esse limites fosse obedecidos.

Ficou evidente, também que o deslocamento horizontal no topo dos pilares foi superior às três referências citadas neste trabalho e que da mesma forma da viga, seria necessário enrijecer os elementos com o aumento do modulo de elasticidade ou o uso de seções menos esbeltas.

Para a ligação tipo 2 os deslocamentos limites foram inferiores aos deslocamentos limites propostos NBR 6118 (ABNT, 2014) , porém para os deslocamentos totais os valores obtidos foram superiores aos limites propostos pela a NBR 9062 (ABNT, 2006) para a combinação tipo 1, a alternativa mais prática para que os deslocamentos totais fossem diminuídos seria prorrogar a data de aplicação dos primeiros carregamentos.

Já para os deslocamentos horizontais nos pilares percebeu-se que os limites máximos foram obedecidos em todos os casos e que se comparamos os deslocamentos obtidos através da ligação tipo 1 com a ligação tipo 2, pode-se afirmar que apesar da ligação tipo 2 ser mais onerosa ela traz a vantagem de proporcionar estruturas mais esbeltas.

Ficou evidente que a maneira que a NBR 6118 (ABNT, 2014) propõe para o calculo dos estados limites de serviço é adequada, que sugere a utilização da modulo de elasticidade secante e momento de inércia da seção equivalente de concreto, pois todos os resultados ficaram próximos daqueles calculados pelo método acoplado e sempre em favor da segurança.

Sugere-se para trabalho futuros a validação do método acoplado através de análises experimentais.

Faz-se necessário também um trabalho específico com a elaboração de vários exemplos de estruturas pré-moldadas com as ligações mais comuns utilizadas, para que se possam propor fatores de coeficientes redutores de inércia bruta que se adequem mais as edificações pré-moldadas de um e múltiplos pavimentos.

Avaliar outros modelos de ligação-viga pilar de forma experimental e numérica, possibilitando uma maior diversidade de ligações para os projetistas e deixando os mesmos mais seguros no momento da escolha dos coeficientes redutores de inércia e cálculo da resistência da ligação.

## REFERÊNCIAS

ÁLVARES, M. D. S. **Estudo de um Modelo de Dano para Concreto: Formulação, Identificação Paramétrica e Aplicação com O Emprego do Método dos Elementos Finitos**. São Carlos. 1993.

ARAÚJO, T. F. **Estudo da Ligação Vigapilar em Sistema Estrutural de Concreto Considerando a Variação da Semi-rigidez por Meio de Parâmetros Geométricos da Ligação**. UFAL. [S.l.]. 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças Devidas ao Vento em Edificações**. Rio de Janeiro: [s.n.], 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2014.

BALLARIM, A. W. **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 255f. 1993.

BJORHOVDE, R. Effect of End Restraint on Column Strength - Practical Applications. **AISC Engineering Journal**, v. 20, n. 1, p. 1-13, 1990.

BRANSON, B. E. Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuos Reinforced Concrete Beams. **HPR Publications, Alabama Highway Department, U. S. Bureau of Public Roads**, v. 1, p. 1-68, August 1965.

BRUGGELING, A. S.; HUYGHE, G. F. **Prefabrication with Concrete**. Rotterdam, A.A. Balkema. 1991.

CARMO, R. M. **Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios Usuais de Concreto Armado**. EESC-USP. São Carlos, p. 135. 1995.

CATOIA, B. **Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semi rígidas**. Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 14-28. 2007.



CHIKHO, A. H.; KIRBY, P. A. An Approximate Method for Estimation Bending Moments in Continuous and Semirigid Frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 22, p. 1120-1132, 1995.

Contribuição à Avaliação da Estabilidade Global e Pré-dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Pré-Moldado. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2013.

DOLAN, C. W.; STANTON, J. F.; ANDERSON, R. G. Moment resistant connections e simple connections. **PCI JOURNAL**, n. 2, p. 62-74, 1987.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Fabricado: Fundamentos e Aplicações**. 1a. ed. São Carlos: EESC USP, 2000.

ELLIOT, K. S. Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? **FIP Notes**, v.3, 1993. 6-12.

ELLIOT, K. S. et al. The stability of precast concrete skeletal structures. **PCI JOURNAL**, Mar/Apr 1998.

FERREIRA, M. **Estudo de Deformabilidade de Ligações para Análise Linear de Pórticos Planos de Elementos Pré-Moldados de Concreto**. EESC-USP. São Carlos. 1993.

FERREIRA, M. **Deformabilidade de Ligações Viga Pilar de Concreto Pré-Moldado**. EESC-USP. São Carlos, p. 13-33. 1999.

FRANCO, M. **Problemas de Estabilidade de Edifícios de Concreto Armado**. São Paulo. 1985.

GIBBONS, C.; KIRBY, P. A.; NETHERCOT, D. A. **Calculation of Serviceability Deflections for Non-Sway Frames with Semi-Rigid Connections**. Proc. Instn. Civ. Engrs. Structs. & Bldgs. [S.I.], p. 186-193. 1996.

GUARDA, M. C. **Cálculo dos Deslocamentos em Pavimentos de Edifícios de Concreto Armado**. EESC-USP. São Carlos, p. 266. 2005.

KERONEN, A. **Effect of semi-rigid connections in rc portal frames**. Report of Tampere University of Technology. Finlândia, p. 95. 1996.

- MARIN, M. C. **Contribuição à Análise da Estabilidade Global de Estruturas em Concreto Pré-Moldado de Múltiplos Pavimentos**. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2009.
- MIOTTO, A. **Análise Estrutural de Pórticos Planos de Elementos Pré-Fabricados de Concreto Considerando a Deformabilidade das Ligações**. EESC-USP. São Carlos. 1998.
- MONCAYO, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2011.
- MONFORT, G. R.; WU, T. S. Matrix Analysis of Semi-Rigidly Connected Frames. **Journal of the structural Division, ASCE**, v. 89, p. 13-42, 1963.
- MOTA, J. E. **Contribuição ao Projeto de Estruturas Multi-Piso Reticuladas em Concreto Pré-Moldado**. USP. São Carlos. 2009.
- MUNTE, C. I.; MELO, C. E. E. **Manual Munte de Projetos em Pré-Fabricados de Concreto**. 2a. ed. São Paulo: PINI Ltda., v. I, 2007. 41-53 p.
- PINTO, R. D. S.; RAMALHO, M. A. **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. [S.l.]. 2002.
- PINTO, R. S. **Análise Não-Linear de Estruturas de Contraventamento de Edifícios em Concreto Armado**. São Carlos. 2002.
- PRECAST CONCRETE INSTITUTE. **Moment resistant connections and simple connections**. Chicago. 1986.
- QUEIROS, L. O. A. D. **Análise Estrutural de Galpões Pré-Moldados em Concreto Considerando a Rigidez nas Ligações Viga-Pilar**. Universidade Federal de Alagoas. Maceió. 2007.
- RAGUPATHY, P.; VIRDI, K. S. **Simplified Method to Design Precast Concrete Frames**. Proc. 3rd Workshop, COST C1. Brussels: [s.n.]. 1996.
- SANTOS, A. D. P. **Análise Estrutural de Galpões Atirantados de Concreto Pré-Moldado**. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2010.

**SAWASAKI, F. Y. Estudo Teórico-Experimental de Ligação Viga-Pilar com Almofada de Argamassa e Chumbador para Estruturas de Concreto Pré-Moldado.** Universidade de São Paulo. São Carlos. 2010.

**SILVA, A. A. Contribuição ao Estudo da Não-linearidade Física em Vigas de Concreto Armado.** UFSM. Santa Maria, p. 63-73. 2012.

**SOARES, A. M. Análise de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações.** Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 113f. 1998.