

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

MARIANNA LUNA SOUSA RIVETTI

ESTUDO DE COLUNAS CURTAS DE CONCRETO CONFINADAS

**Maceió
2013**

MARIANNA LUNA SOUSA RIVETTI

ESTUDO DE COLUNAS CURTAS DE CONCRETO CONFINADAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil

Área de concentração: *Estruturas*

Orientador: **Dr. Wayne Santos de Assis**

Coorientador: **Dr. Severino Pereira
Cavalcanti Marques**

**Maceió
2013**

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Fabiana Camargo dos Santos

R924e Rivetti, Marianna Luna Sousa.
Estudo de colunas curtas de concreto confinadas / Marianna Luna Sousa
Rivetti. -- 2013.
121 f. : il.

Orientador: Wayne Santos de Assis.
Coorientador: Severino Pereira Cavalcanti Marques
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil : Estruturas) – Universidade
Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2013.

Bibliografia: f. 117-121.

1. Estruturas de concreto – Confinamento. 2. Colunas de concreto –
Resistência. 3. Concreto – Armadura transversal. 4. Polímeros reforçados
com fibras. 5. Modelagem estrutural. I. Título.

CDU: 624.044:624.012.4



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil – PPGEC



ESTUDO DE COLUNAS CURTAS DE CONCRETO CONFINADAS

MARIANNA LUNA SOUSA RIVETTI

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 27 do mês de junho do ano de 2013.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wayne Santos de Assis
Orientador – CTEC/UFAL

Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques
Coorientador - CTEC/UFAL

Prof. Dr. Aline da Silva Ramos Barboza
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Flávio Barboza de Lima
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Antônio Carlos dos Santos
UFU

A Deus.
A meu marido e meus filhos.
A minha mãe e minha irmã.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo cuidado diário, me concedendo saúde e ânimo para enfrentar as dificuldades que surgem, e por colocar pessoas maravilhosas em meu caminho, colegas e professores que me acolheram e me apoiaram durante estes anos na UFAL.

Aos meus filhos Leonardo e Gustavo, por serem a motivação da minha vida, me dando força, coragem, persistência e determinação para prosseguir nos objetivos traçados.

Ao meu marido Marco Aurélio, por todo apoio, compreensão, companheirismo durante estes anos de estudo, sem você não concluiria mais esta etapa.

A minha mãe Ana e irmã Manuela que apesar da distância, sempre estiveram presentes em todos os momentos da minha vida, me incentivando a melhorar como pessoa e como profissional.

Aos meus sogros pelo carinho e apoio.

Aos meus orientadores Wayne Santos de Assis e Severino Pereira Cavalcanti Marques, pelos conhecimentos transmitidos, pela paciência e por todo tempo disponibilizado, mesmo com tantas outras atividades, para a correção, discussão e desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas de mestrado, Tássio Jorge Figueiredo de Araújo, Felipe da Rocha Paes, Tássia Neuda de Moraes Silva, Rebecca Maria Gomes de Medeiros Barros, Emanuella Bezerra da Silva, Ricardo Albuquerque Fernandes e Catarina Nogueira de Araujo, por estarem sempre dispostos a tirar dúvidas e ajudar no que fosse necessário. Em especial, José Denis Gomes da Silva, pelas caronas e pelo auxílio no desenvolvimento dos trabalhos.

A todos os professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFAL, pelas aulas ministradas com dedicação, por disponibilizarem tempo para esclarecer dúvidas e por todo conhecimento transmitido.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

RESUMO

O confinamento de estruturas de concreto vem sendo utilizado no reforço e reabilitação de peças comprimidas, com o objetivo de aumentar sua capacidade resistente e ductilidade. Vários tipos de reforços são usados: tubos metálicos, polímeros reforçados com fibras, armaduras transversais, entre outros. A compreensão do comportamento tensão-deformação de colunas de concreto confinadas é um aspecto importante a considerar para um projeto confiável desses elementos estruturais. Este trabalho apresenta um estudo de colunas curtas de concreto confinadas por armadura transversal e polímeros reforçados com fibras submetidas à carga centrada, empregando um modelo teórico não linear que permite a obtenção das curvas tensão-deformação. São considerados concretos de variadas resistências e diferentes formas de seção transversal. O modelo empregado é modificado se adequando aos diversos casos analisados, e para verificação do desempenho deste é realizada uma análise comparativa considerando os resultados experimentais provenientes de vários exemplos de colunas curtas confinadas disponíveis na literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Confinamento. Colunas de concreto. Armadura transversal. Polímeros reforçados com fibras. Modelagem.

ABSTRACT

The confinement of concrete structures has been used for reinforcement and rehabilitation of compressed structural elements, with the objective of increasing their strength capacity and ductility. Various types of reinforcement are used: metal pipes, fiber reinforced polymers, transverse reinforcement, among others. Understanding the stress-strain behavior of confined concrete columns is an important aspect to be considered in the design of these structural elements. This work presents a study of short columns of concrete confined by transverse reinforcement and fiber reinforced polymers subjected to the centered load, employing a nonlinear theoretical model that allows obtaining the stress-strain curves. Concrete columns with various strength levels and different cross-sectional shapes are considered. The employed model is modified according with the type of analyzed problem and a comparative analysis is carried out to verify the performance of the models, considering the experimental results from several examples of short columns confined available in the literature.

KEY WORDS: Confinement. Concrete columns. Transverse reinforcement. Fiber reinforced polymers. Modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Concreto submetido a carregamento uniaxial.....	24
Figura 2 - Comportamento tensão-deformação do concreto confinado com armadura transversal.....	26
Figura 3 - Comportamento tensão-deformação do concreto confinado com FRP.....	27
Figura 4 - Resposta volumétrica do confinamento com estribo e FRP.....	29
Figura 5 - Coluna de seção circular submetida à compressão axial.	30
Figura 6 - Coluna envolvida por parede delgada.....	31
Figura 7 - Sentido da utilização das mantas flexíveis.....	33
Figura 8 - Forças internas e externas atuantes no compósito de uma coluna de seção circular..	38
Figura 9 - Seção retangular confinada com FRP.	40
Figura 10 - Procedimento iterativo para determinação da curva tensão-deformação.	44
Figura 11 - Núcleo efetivamente confinado para seções armadas com estribos circulares.....	49
Figura 12 - Núcleo efetivamente confinado para seções armadas com estribos retangulares....	51
Figura 13 - Distribuição das áreas não confinadas em colunas de seção quadrada e retangular.	52
Figura 14 - Unificação das formas das colunas.....	58
Figura 15 - Esforço de tração na jaqueta formada pela armadura transversal e FRP.	62
Figura 16 - Relação entre as deformações na jaqueta de FRP e na armadura transversal.....	64
Figura 17 - Esforço de tração na jaqueta formada pela armadura transversal e pelo FRP.	65
Figura 18 - Coroa circular circunscrevendo a seção retangular oca.	72
Figura 19 - Coroa circular inscrita na seção quadrada oca.	73
Figura 20 - Quadrado com área equivalente a seção circular.	74
Figura 21 - Esquema da área efetivamente confinada em colunas ocas retangulares.	75

Figura 22 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Mander et al. (1988a).....	77
Figura 23 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Razvi e Saatcioglu (1999a).....	78
Figura 24 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).....	78
Figura 25 - Configuração dos espécimes com 4 e 8 barras longitudinais.	80
Figura 26 - Curvas carga axial-deformação comparadas aos valores experimentais de Cusson e Paultre (1994).....	80
Figura 27 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).....	81
Figura 28 - Curvas tensão-deformação comparado a valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).....	82
Figura 29 - Curva tensão-deformação comparada aos valores experimentais de Toutanji (1999).....	85
Figura 30 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Toutanji (1999).....	86
Figura 31 - Gráfico tensão-deformação do espécime C50 comparado aos dados experimentais de Berthet, Ferrier e Hamelin (2005).....	87
Figura 32 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Aire et al. (2010).....	88
Figura 33 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Micelli e Modarelli (2013).....	89
Figura 34 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Rousakis, Karabinis e Kiouisis (2007).....	90
Figura 35 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Mirmiran, Zagers e Yuan (2000).....	90
Figura 36 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Rochette e Labossière(2000).....	91
Figura 37 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Mirmiran, Zagers e Yuan (2000).....	92
Figura 38 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Rousakis, Karabinis e Kiouisis (2007).....	93

Figura 39 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Wu e Wei (2010).	94
Figura 40 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hantouche (2005).....	95
Figura 41 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Micelli e Modarelli (2013).	96
Figura 42 - Curva tensão-deformação comparado aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).	99
Figura 43 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).	100
Figura 44 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).	100
Figura 45 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).	101
Figura 46 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).	102
Figura 47 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).	103
Figura 48 - Curvas comparadas aos dados experimentais de Hantouche (2005)..	104
Figura 49 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).	105
Figura 50 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).....	107
Figura 51 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).....	111
Figura 52 - Curvas tensão- deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).....	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados das colunas circulares confinadas com armadura transversal.....	76
Tabela 2 - Dados das colunas retangulares confinadas com armadura transversal..	79
Tabela 3 - Dados das colunas circulares confinadas com FRP.	84
Tabela 4 - Dados das colunas retangulares confinadas com FRP.	89
Tabela 5 - Dados relacionados à armadura transversal.	98
Tabela 6 - Dados relacionados ao FRP.....	98
Tabela 7 - Dados relacionados à armadura transversal.	102
Tabela 8 - Dados relacionados ao FRP.....	103
Tabela 9 - Dados das colunas circulares ocas confinadas com FRP.....	107
Tabela 10 - Dados das colunas retangulares ocas confinadas com FRP.....	109

LISTA DE SÍMBOLOS

f'_{cc}	Tensão máxima do concreto confinado
f'_c	Tensão máxima do concreto não confinado
ε'_{cc}	Deformação máxima do concreto confinado
E_1	Módulo de elasticidade do trecho 1
E_2	Módulo de elasticidade do trecho 2
f'_l	Pressão lateral máxima
ε_l	Deformação lateral
f_c	Tensão de compressão no concreto
ε_v	Deformação volumétrica
P	Carga axial
E	Módulo de elasticidade
ν	Coefficiente de Poisson
f_l	Pressão lateral
F	Esforço de tração
λ	Índice de esbeltez
ε_c	Deformação axial
$\varepsilon_c^{\text{lim}}$	Deformação axial limite
ε'_c	Deformação axial máxima
ε_A	Deformação de área
E_c	Módulo de elasticidade inicial do concreto
E_{scc}	Módulo de elasticidade secante do concreto
L	Comprimento da coluna
F_r	Resultante de tração por unidade de comprimento do tubo

R	Raio da coluna
θ	Ângulo central da coluna
f_f	Tensão atuante na jaqueta de FRP na direção circunferencial
t_f	Espessura da jaqueta de FRP
D	Diâmetro da coluna circular
E_f	Módulo de elasticidade da jaqueta
ε_f	Deformação circunferencial da jaqueta
r	Raios dos cantos arredondados
L_x	Dimensão da seção retangular na direção x
L_y	Dimensão da seção retangular na direção y
w'_x	Dimensão do trecho não confinado na direção x
w'_y	Dimensão do trecho não confinado na direção y
A_e	Área efetivamente confinada
A_{cu}	Área não confinada
A_c	Área do núcleo confinado
$f_{l,x}$	Pressão efetiva média de confinamento na direção x
$f_{l,y}$	Pressão efetiva média de confinamento na direção y
f_{cu}	Tensão no concreto não confinado
f_{cc}	Tensão no concreto confinado
ε_{An}	Nova deformação de área
s'	Distância útil entre as faces internas de dois estribos consecutivos
d_s	Diâmetro entre os centros das barras transversais
f_y	Tensão na armadura transversal

A_{st}	Área da seção transversal de uma barra da armadura transversal
s	Espaçamento entre os centros das armaduras transversais adjacentes
ρ_s	Taxa volumétrica da armadura transversal
A_i	Área não confinada entre dois nós rígidos
w_i	Distância entre dois nós rígidos
b_c	Dimensão do centro da barra do estribo retangular na direção x
d_c	Dimensão do centro da barra do estribo retangular na direção y
ρ_x	Taxa da armadura transversal na direção x
ρ_y	Taxa da armadura transversal na direção y
$A_{st,x}$	Área da armadura transversal na direção x
$A_{st,y}$	Área da armadura transversal na direção y
f_e	Tensão de escoamento
A_{cl}	Área líquida do núcleo do concreto
n_{sl}	Número de armaduras longitudinais
A_{sl}	Área da armadura longitudinal
f_{sl}	Tensão na armadura longitudinal
A_{el}	Área líquida efetivamente confinada
f_r	Tensão de ruptura da jaqueta de FRP
f_{30}	Resistência do concreto não confinado de classe C30
ρ_j	Relação de confinamento da jaqueta de FRP
K_N	Rigidez de confinamento normalizada
κ_E	Fator de eficiência de deformação
ε_r	Deformação de ruptura da jaqueta de FRP

\bar{R}	Raio médio da nova jaqueta
F_j	Resultante de tração no FRP
F_s	Resultante de tração na armadura transversal
E_s	Módulo de elasticidade da armadura transversal
ε_s	Deformação da armadura transversal
R_f	Raio da jaqueta de FRP
R_s	Raio da armadura transversal
f_n	Tensão na nova jaqueta formada pela armadura transversal e pelo FRP
A_n	Área na nova jaqueta
A_f	Área da seção transversal da jaqueta de FRP
E_n	Módulo de elasticidade da nova jaqueta
\bar{L}_x	Comprimento médio do lado na direção x
\bar{L}_y	Comprimento médio do lado na direção y
t_m	Espessura média da nova jaqueta
\bar{A}_{cu}	Área não confinada média
\bar{A}_e	Área efetivamente confinada média
D_i	Diâmetro oco da coluna de concreto
D_e	Diâmetro externo da coluna de concreto
R_e	Raio externo
R_i	Raio interno
ν_c	Coefficiente de Poisson do concreto
ν_f	Coefficiente de Poisson da jaqueta de FRP
q	Pressão confinante exercida pela jaqueta

ν_{co}	Coefficiente de Poisson inicial do concreto
ρ_f	Relação volumétrica do FRP
A_{coluna}	Área da coluna de concreto descontada a área oca
b	Base da seção retangular oca
h	Altura da seção retangular oca
B	Base da seção retangular
H	Altura da seção retangular
l_i	Lado oco do quadrado
l_e	Lado do quadrado
A_{ef}	Área efetivamente confinada em colunas ocas retangulares

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Considerações Iniciais	18
1.2	Justificativa	19
1.3	Objetivos	20
1.3.1	Objetivo Geral	20
1.3.2	Objetivos Específicos	21
1.4	Metodologia	21
1.5	Organização do texto	22
2	CONCRETO CONFINADO	24
2.1	Comportamento do concreto confinado	24
2.1.1	Efeito do confinamento	24
2.1.2	Relação tensão - deformação	25
2.1.3	Deformação volumétrica e coeficiente de Poisson	28
2.1.4	Confinamento passivo e ativo	29
2.2	Confinamento com Armadura Transversal	32
2.3	Confinamento com FRP	33
3	FORMULAÇÃO BÁSICA DE ANÁLISE	35
3.1	Tensão e correspondente deformação máxima do concreto confinado	37
3.2	Pressão lateral	38
3.3	Carga axial	42
3.4	Procedimento Iterativo	42
4	ADAPTAÇÕES DA FORMULAÇÃO BÁSICA PARA CASOS ESPECIAIS DE COLUNAS	45
4.1	Colunas confinadas com armadura transversal	45
4.1.1	Tensão e correspondente deformação máxima	45
4.1.2	Pressão lateral e a área efetivamente confinada	47
4.1.3	Carga axial	54
4.2	Colunas confinadas com FRP	55
4.2.1	Tensão e correspondente deformação máxima	55
4.3	Colunas confinadas com armadura transversal e FRP	61
4.3.1	Pressão lateral	61

4.3.2	Carga axial	68
4.4	Colunas ocas confinadas com FRP	68
4.4.1	Tensão e correspondente deformação máxima	68
4.4.2	Pressão lateral.....	69
4.4.3	Deformação lateral em função da deformação de área.....	72
4.4.4	Diâmetro equivalente.....	72
4.4.5	Carga axial e área efetivamente confinada	75
5	APLICAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS.....	76
5.1	Colunas de concreto confinadas por armaduras de aço	76
5.2	Colunas de concreto confinadas por FRP	83
5.3	Colunas de concreto confinadas por armadura transversal e FRP	98
5.4	Colunas de concreto ocas confinadas com FRP	106
6	CONCLUSÕES	115
	REFERÊNCIAS.....	117

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Durante a utilização das construções muitas vezes é necessário o uso de intervenções para recuperar elementos estruturais danificados ou aumentar suas capacidades resistentes. O aumento da capacidade resistente através de elementos de reforço pode ser necessário no caso de mudança de utilização e/ou ampliação da construção, que implique no aumento das cargas atuantes, por exemplo.

Basicamente, as técnicas que vêm sendo utilizadas nos reforços de pilares de concreto são: uso da armadura transversal para confinar o núcleo de concreto, chapas metálicas envolvendo o elemento estrutural, aumento da seção com concreto de baixa ou alta resistência e encamisamento com compósitos. Segundo Sudano (2010), o reforço de pilares de concreto tem passado por mudanças significativas devido ao desenvolvimento de novos materiais e respectivas técnicas de reforço, como os polímeros reforçados com fibras (*Fiber Reinforced Polymers - FRPs*). Estes são compósitos formados por uma matriz polimérica, tais como poliéster, epóxi ou fenol; e fibras de alta resistência, como a de vidro e de carbono.

As estruturas requerem ao longo dos anos contínua manutenção e muitas vezes necessitam também de reforço devido à redução da capacidade portante, rigidez, ductilidade ou durabilidade. Os compósitos por serem leves e fáceis de instalar no próprio local, têm sido considerados como sendo a classe de materiais mais favorável para aplicações de muitos reforços. Além disso, o custo total do reforço usando materiais compósitos pode ser tão competitivo quanto o de materiais convencionais (MOTAVALLI; CZADERSKI, 2007).

Os polímeros reforçados com fibras vêm sendo cada vez mais utilizados no âmbito da engenharia estrutural, sobretudo em reforço de estruturas. O crescimento no uso dos compósitos se deve, principalmente, à alta resistência e elevado módulo de elasticidade em relação ao peso próprio destes materiais e sua durabilidade em ambientes corrosivos. Adicionalmente, tais materiais possuem um comportamento à fadiga melhor que o dos metais estruturais usuais. Uma das principais vantagens dos polímeros reforçados com fibras é que os mesmos podem ser fornecidos na

forma de folhas flexíveis, sendo assim capazes de se moldar à superfície da estrutura. As características acima mencionadas justificam o emprego do FRP como material de reforço de elementos estruturais, inclusive para confinar pilares, melhorando o desempenho mecânico destes.

O confinamento proporciona um aumento da capacidade resistente e da ductilidade do concreto devido ao estado triaxial introduzido pelo sistema confinante. Ressalta-se que, assim como a resistência à compressão, a ductilidade é de fundamental importância no comportamento estrutural, principalmente em estruturas sujeitas a ações dinâmicas.

1.2 Justificativa

O concreto é um material muito utilizado nas estruturas e, desta forma, são de suma importância o desenvolvimento e o aprimoramento de técnicas adequadas para reabilitação e reforço de elementos estruturais de concreto. A técnica de reforço com compósitos de polímeros reforçados com fibras apresenta diversas vantagens em relação a outras metodologias, tais como a rapidez e a facilidade de execução. No entanto, o reforço de estruturas com FRP ainda é recente e, conseqüentemente, há necessidade de maior conhecimento dos mecanismos envolvidos no processo de confinamento e do comportamento das estruturas reforçadas ou reabilitadas.

Ao longo das duas últimas décadas, um grande número de estudos experimentais e analíticos foi realizado para compreender e modelar o comportamento à compressão do concreto confinado com polímeros reforçados com fibras. Os primeiros modelos propostos para colunas confinadas com FRP foram os modelos tensão-deformação desenvolvidos para colunas de concreto confinadas com armadura transversal. As desvantagens desta abordagem se tornaram evidentes em estudos seguintes, quando as diferenças no comportamento tensão-deformação do concreto confinado com FRP e do concreto confinado com armadura transversal foram reconhecidas e relatadas por uma série de pesquisas. As investigações subsequentes levaram ao desenvolvimento de um grande número de modelos tensão-deformação específico para os concretos confinados com FRP. No entanto, muitos destes modelos basearam-se em dados de ensaios experimentais limitados, frequentemente realizados pelos criadores do modelo. O desempenho

destes modelos diminui consideravelmente quando os mesmos são avaliados em bancos de dados experimentais mais abrangentes (OZBAKKALOGLU; LIM; VINCENT, 2013). Tais modelos, em geral, envolvem um grande número de parâmetros relativos à geometria e aos materiais e comumente apresentam diferenças consideráveis entre seus resultados.

Existem muitas pesquisas e ensaios experimentais envolvendo colunas com seções transversais circulares confinadas, enquanto que para os casos de seções transversais retangulares maciças e ocas tais estudos ainda são relativamente escassos. Como as colunas retangulares são as mais utilizadas na prática, se faz necessário um maior empenho no sentido de entender com clareza o seu comportamento quando submetidas a efeitos de confinamento. Os pilares ocos são muito utilizados em pontes altas para maximizar a eficiência estrutural das relações massa-rigidez e massa-força, mas poucas pesquisas podem ser encontradas sobre colunas ocas reforçadas (LIGNOLA et al., 2009).

Diante do exposto acima, é plenamente justificável a elaboração de trabalhos, com base em análises teórico-experimentais, para aprimorar o que vem sendo desenvolvido e, assim, propor procedimentos numéricos capazes de descrever o comportamento de colunas de concreto confinadas de variadas geometrias. Modelos que possam prever adequadamente a resposta destes elementos estruturais contribuem para uma melhor compreensão daquele comportamento, assim como para a difusão da aplicação de compósitos na tecnologia de reforço e de reabilitação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo central do trabalho é desenvolver um estudo sobre o comportamento mecânico de colunas curtas de concreto confinadas através de compósitos e/ou armaduras transversais de aço. A investigação tem como foco a aplicação e a extensão de um modelo já existente (MARQUES et al., 2004), incorporando relações constitutivas propostas por outros autores e desenvolvendo adaptações visando analisar colunas com variadas formas geométricas.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Apresentar modelos teóricos disponíveis na literatura e destinados à análise de colunas de concreto confinadas;
- Analisar a adequação das adaptações implementadas para cada forma de coluna e reforço utilizado;
- Comparar os resultados dos modelos teóricos de confinamento e validar os resultados da estratégia numérica utilizada através de dados experimentais disponíveis na literatura.

1.4 Metodologia

A elaboração do trabalho proposto envolveu a realização de uma extensa revisão bibliográfica sobre estudos teóricos e experimentais relacionados com o comportamento de colunas curtas de concreto confinadas com armadura transversal e/ou compósitos, sendo selecionados aqueles que apresentassem informações adequadas para a elaboração do procedimento numérico adotado.

As colunas consideradas no estudo têm geometria da seção transversal variada e são submetidas à carga centrada. A investigação incluiu colunas de concreto de baixa, média e alta resistência. Nos exemplos numéricos foram considerados polímeros reforçados com fibras de vidro e de carbono, além de armaduras com diferentes resistências ao escoamento. Do ponto de vista constitutivo, neste trabalho o concreto é admitido como um material não linear, enquanto que os FRPs são considerados elásticos lineares até a ruptura e o aço como elastoplástico.

O estudo tem como base um modelo teórico não linear apresentado em Marques et al. (2004), que foi originalmente elaborado para descrição do comportamento de colunas com seção transversal circular e retangular, confinadas através de camisas constituídas por materiais compósitos. No presente trabalho foram analisadas colunas de seção transversal circular e retangular, ora confinadas com compósitos, ora com armaduras transversais de aço e, conjuntamente, com compósitos e armaduras transversais de aço, bem como colunas com seção oca

confinada externamente com polímeros reforçado com fibras. Visando a ampliação do referido modelo para analisar outros tipos de reforço e seções transversais, foram incorporadas diferentes leis constitutivas para o concreto confinado e realizadas adaptações aos procedimentos relativos às áreas efetivamente confinadas e não confinadas das colunas e ao cálculo da pressão lateral. O modelo não linear resultante foi formulado através de um procedimento incremental iterativo e implementado em um código que utiliza o programa MATLAB (R2012b), gerando como resultados curvas tensão-deformação.

Os resultados obtidos pelo procedimento numérico foram comparados com outros oriundos de diferentes propostas disponíveis na literatura e também validados através de comparações com dados experimentais publicados por autores diversos.

1.5 Organização do texto

Este trabalho é organizado em seis capítulos, cuja descrição é exposta a seguir:

Seção 1: abrange a introdução do trabalho, destacando alguns aspectos relacionados ao tema nas considerações iniciais, justificativa para o desenvolvimento do assunto, objetivos e metodologia aplicada.

Seção 2: apresenta uma revisão dos principais conceitos relacionados ao confinamento do concreto, abordando seus efeitos, a relação tensão-deformação, a deformação volumétrica e o coeficiente de Poisson, o confinamento ativo e passivo, o concreto confinado com armadura transversal e com FRP.

Seção 3: refere-se à formulação básica utilizada para a análise das colunas confinadas. São abordados os modelos numéricos e o procedimento incremental iterativo utilizados para a geração das curvas tensão- deformação.

Seção 4: aborda as adaptações realizadas na formulação básica para possibilitar a análise de casos especiais de colunas confinadas, onde são utilizados outros modelos disponíveis na literatura e são desenvolvidas algumas expressões dentro do procedimento incremental iterativo de acordo com o caso analisado.

Seção 5: mostra as aplicações numéricas realizadas e os seus resultados. Estes são comparados com dados experimentais encontrados na literatura, validando os resultados da estratégia numérica utilizada.

Seção 6: trata das conclusões considerando o que foi desenvolvido no trabalho, com a apresentação de propostas para futuras pesquisas relacionadas com o tema abordado.

2 CONCRETO CONFINADO

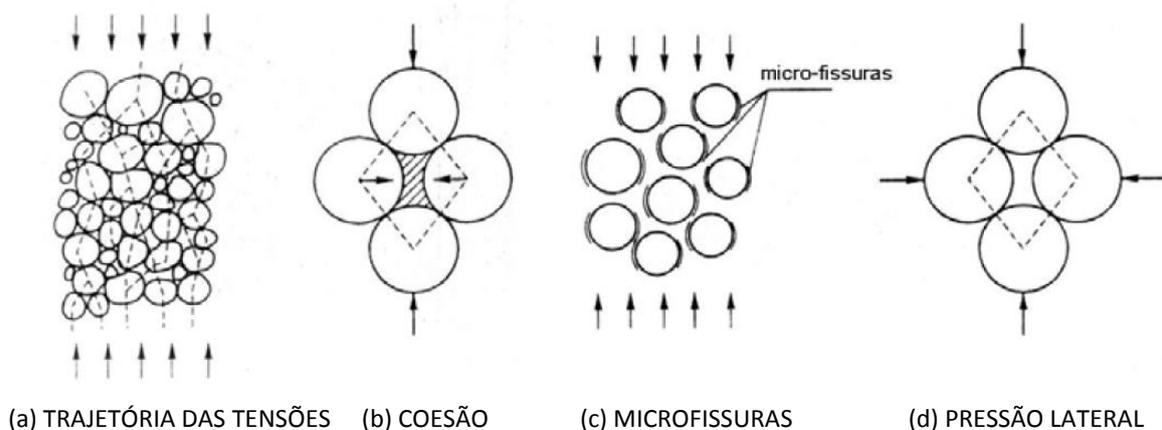
2.1 Comportamento do concreto confinado

2.1.1 Efeito do confinamento

O efeito do confinamento sobre o concreto é compreendido através do mecanismo de ruptura deste e, nesse sentido, uma publicação da FIB (1999) apud Carrazedo (2002) apresenta uma explicação sobre o mecanismo de ruptura do concreto submetido a carregamento uniaxial, que pode ser simplificada conforme exposto a seguir.

Os concretos comuns possuem aproximadamente 75% de agregados de tamanhos variados. Os agregados são os componentes mais rígidos do concreto, e quando uma peça é comprimida uniaxialmente, a trajetória preferencial das tensões de compressão se configura através dos mesmos (Figura 1 (a)). Para que haja equilíbrio são necessárias componentes laterais, que no concreto não confinado são provenientes da coesão da pasta de cimento (Figura 1 (b)). Quando se supera esta coesão surgem as primeiras microfissuras entre agregados e a pasta de cimento (Figura 1 (c)). As microfissuras crescem com o aumento da carga e o concreto rompe com fissuração paralela à aplicação da carga. O confinamento gera uma pressão lateral que aumenta a coesão, resultando em uma maior resistência (Figura 1 (d)) (FIB, 1999 apud CARRAZEDO, 2002).

Figura 1 - Concreto submetido a carregamento uniaxial.



Fonte: FIB (1999) apud Carrazedo (2002).

O confinamento no caso passivo torna-se significativo quando o concreto atinge a resistência à compressão do concreto não confinado, pois é neste momento que ocorrem deformações laterais suficientes para solicitar o elemento confinante. A eficiência do confinamento na resistência e rigidez de um elemento estrutural depende, dentre outros fatores, do valor da resistência do concreto não confinado. Experimentos realizados por Hampel (2000) mostram que o grau do confinamento diminui à medida que se aumenta a resistência do concreto não confinado.

A ductilidade, que corresponde a uma medida da capacidade de um elemento se deformar antes da ocorrência da ruptura, é incrementada com a introdução do confinamento, o que pode ser desejável ou necessário, sobretudo, em regiões sujeitas a abalos sísmicos.

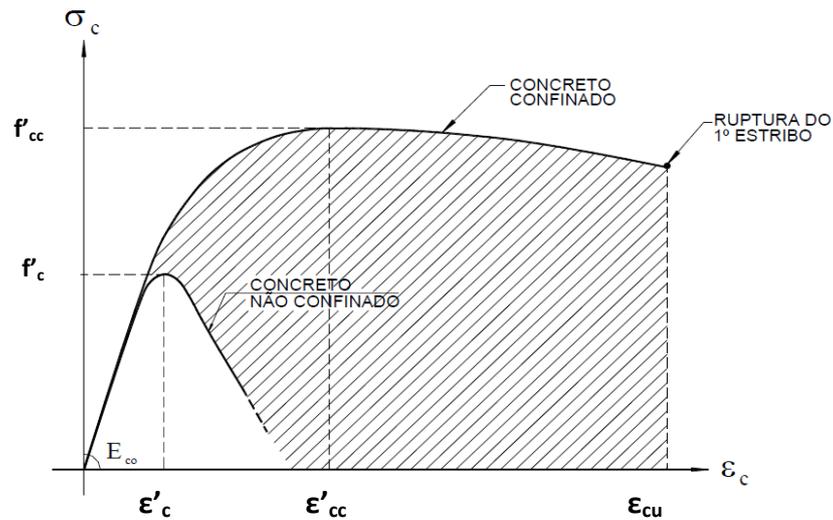
O material confinante e suas propriedades influenciam na resposta do concreto confinado. A pressão lateral desenvolvida no confinamento com estribos de aço e com compósitos se comportam de maneiras diferentes. No aço, quando a pressão lateral atinge a tensão de escoamento, esta se torna constante, enquanto nos compósitos a pressão lateral aumenta até atingir a tensão de ruptura do polímero reforçado por fibras.

2.1.2 Relação tensão - deformação

O encamisamento com compósito possibilita que o nível de tensões no concreto confinado continue a aumentar com o acréscimo das deformações, segundo um padrão linear. Este aumento resulta da ausência de escoamento do material confinante (SILVA, 2002).

O comportamento tensão-deformação do concreto confinado com armadura transversal de aço está representado na Figura 2. Assim que o aço escoar a tensão máxima do concreto confinado (f'_{cc}) é atingida e há uma pequena suavização do diagrama tensão-deformação. A máxima tensão obtida não corresponde à tensão de ruptura, pois o diagrama segue em um trecho descendente e a tensão do concreto na ruptura é menor que f'_{cc} . A área hachurada representa o ganho de ductilidade do sistema confinado.

Figura 2 - Comportamento tensão-deformação do concreto confinado com armadura transversal.



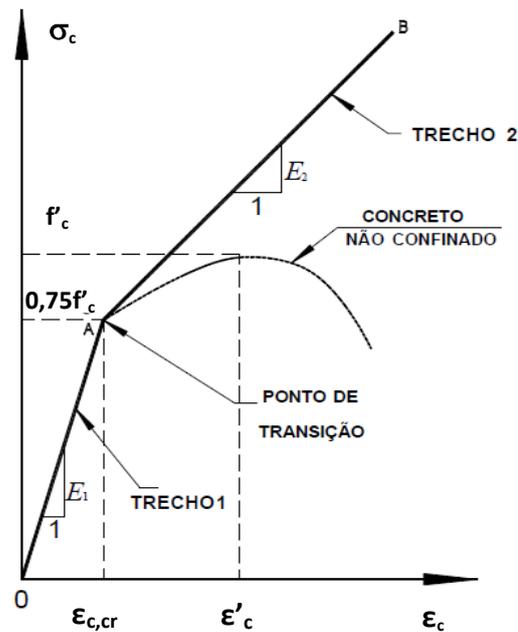
Fonte: modificado de Mander et al. (1988b).

O concreto confinado com FRP apresenta uma relação tensão-deformação bilinear ascendente para o caso de pilares com seção transversal circular. Inicialmente esta relação não se modifica em relação ao concreto não confinado, mas nas proximidades da tensão máxima do concreto não confinado (f'_c) ocorre um ponto de transição, no qual a rigidez tangencial é modificada, estabilizando-se em um novo valor fixo até atingir a ruptura. Segundo Silva (2002), o ganho de resistência da coluna confinada é proporcional à espessura do polímero reforçado por fibras, sendo que o nível máximo de deformação longitudinal do concreto confinado (ϵ'_{cc}) teoricamente seria limitado tão somente pela deformação última admitida no FRP.

O comportamento do concreto confinado com FRP está representado na Figura 3. O segmento OA corresponde ao primeiro trecho linear em ambas as direções, axial e transversal, resultando no módulo de elasticidade E_1 . O segmento AB denota o segundo trecho, também linear para ambas as direções, indicado pelo módulo de elasticidade E_2 . Neste trecho, tanto a tensão de compressão no concreto confinado quanto à pressão de confinamento lateral alcançam respectivamente seus máximos valores f'_{cc} e f'_l na ocorrência da ruptura do sistema (SILVA, 2002).

Segundo Moreira (2002) o ramo descendente do diagrama é mais afetado pelos parâmetros não relacionados ao concreto propriamente dito, havendo grandes diferenças entre os ramos descendentes dos diagramas tensão-deformação propostos na literatura que foram calibrados a partir de resultados de ensaios realizados utilizando diferentes procedimentos.

Figura 3 - Comportamento tensão-deformação do concreto confinado com FRP.



Fonte: modificado de Saafi e Toutanji (1999).

No concreto não confinado, sendo conhecidos o módulo de elasticidade e a deformação máxima, grandezas que dependem da característica do concreto, obtém-se o ramo ascendente da curva tensão-deformação. No concreto confinado, a tensão máxima e a correspondente deformação dependem não só das características do concreto, mas também das características do elemento confinante e da geometria da seção transversal do elemento confinado. Várias fórmulas têm sido propostas para avaliar essas grandezas, englobando diferentes parâmetros, mas pode haver diferenças consideráveis entre os valores obtidos segundo essas fórmulas, particularmente para as deformações (MOREIRA, 2002).

Resultados de ensaios experimentais confirmam o fato do concreto se comportar de maneira diferente quando reforçado com armadura transversal de aço, que é um material elastoplástico, e quando encamisado com compósitos, que apresentam comportamento elástico linear e ruptura frágil (SILVA, 2002). Segundo

Mirmiran e Shahawy (1997), ao aplicar os mesmos modelos de confinamento com aço aos modelos de confinamento com compósitos, pode-se obter valores de resistência maiores que os reais.

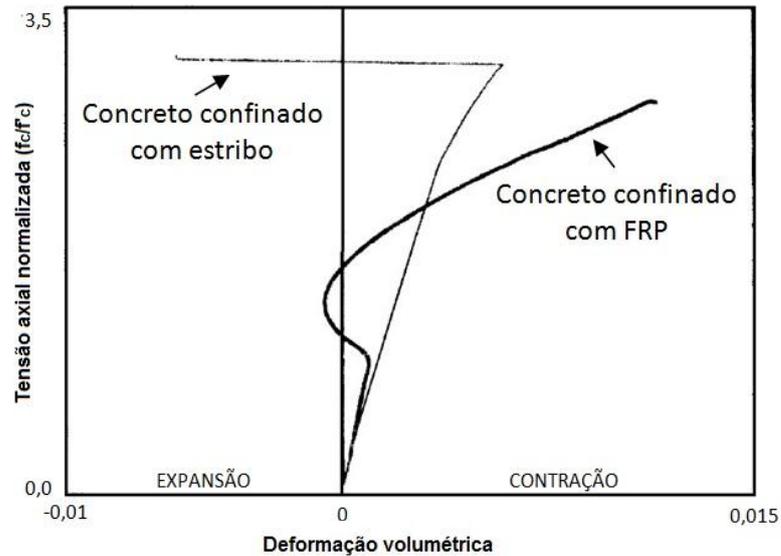
2.1.3 Deformação volumétrica e coeficiente de Poisson

As colunas de concreto quando submetidas a esforços de compressão axial também se deformam lateralmente, resultando em uma expansão lateral cuja magnitude está relacionada ao coeficiente de Poisson. Para baixos níveis de deformação longitudinal o comportamento do concreto é elástico e a deformação transversal se manifesta proporcionalmente ao coeficiente de Poisson para a deformação longitudinal. Neste estágio, ocorre um aumento na aderência entre a pasta de cimento e o agregado, e o valor negativo da deformação volumétrica indica uma redução do volume de concreto. Nesta fase o coeficiente de Poisson assume valores em torno de 0,2 (SILVA, 2002).

Quando a tensão longitudinal atinge valores críticos, onde $f_c \cong 0,75f'_c$, fissuras se formam na pasta do concreto e produzem um grande aumento da deformação lateral (ε_l) para acréscimos relativamente pequenos da tensão longitudinal de compressão, este acréscimo da deformação transversal ocorre de forma não linear. Nesta fase não elástica do concreto, a deformação volumétrica, ainda negativa, começa a apresentar uma redução em sua taxa de compactação simultaneamente com o rápido aumento da deformação transversal, resultando num aumento do coeficiente de Poisson. Finalmente, já com elevadas taxas de tensões longitudinais ocorre a expansão da massa de concreto, ou seja, a deformação volumétrica (ε_v) assume valores positivos (SILVA, 2002).

Segundo Silva (2002), no concreto confinado quanto maior for a pressão de confinamento, maior será a restrição à deformação lateral e, conseqüentemente, menores valores serão atribuídos ao coeficiente de Poisson. A resposta volumétrica do concreto tem comportamento diferente para os dois tipos de confinamento (estribo e FRP), conforme indicado na Figura 4.

Figura 4 - Resposta volumétrica do confinamento com estribo e FRP.



Fonte: modificado de Samaan, Mirmiran e Hahawy (1998).

No caso do confinamento com estribo, há uma contração volumétrica até o momento que o aço escoar, neste ponto ocorre uma expansão volumétrica. No confinamento com FRP, este oferece restrição à expansão lateral do concreto desde o momento em que a tensão crítica é alcançada até a ruptura da jaqueta. Inicialmente há uma contração volumétrica, quando começam a ocorrer as microfissuras há uma expansão volumétrica, a jaqueta de FRP começa a atuar e a ruptura do concreto ocorre com grande contração de volume (SAMAAN; MIRMIRAN; HAHAWY, 1998).

2.1.4 Confinamento passivo e ativo

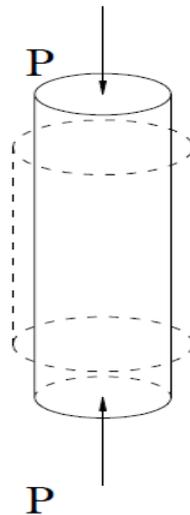
O confinamento, como já citado anteriormente, aumenta a resistência e a ductilidade do concreto submetido à compressão. Isto ocorre devido ao estado triaxial de tensões a que o concreto é submetido quando confinado.

Nos ensaios triaxiais padronizados, inicialmente aplicam-se as tensões laterais, mantendo-as constantes. Depois a tensão longitudinal é aplicada de maneira crescente até a ruptura. Isto favorece o comportamento do concreto devido ao retardamento do aparecimento de fissuras causado pela tensão lateral inicialmente aplicada (MOREIRA, 2002). A pressão lateral, neste caso, é aplicada de

forma ativa através de um líquido confinante, e este tipo de confinamento é denominado ativo.

No confinamento passivo a pressão lateral não é constante durante o carregamento axial, pois esta varia com o nível do carregamento. Além disso, a pressão lateral depende da deformação lateral do concreto, da forma da seção confinada e das propriedades do material confinante e confinado.

Figura 5 - Coluna de seção circular submetida à compressão axial.



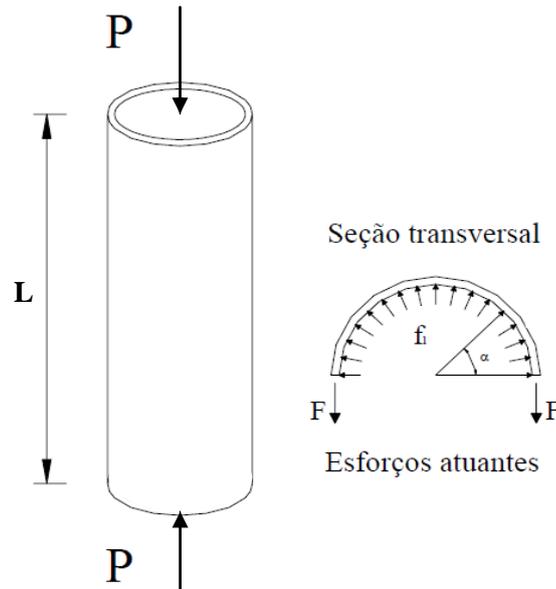
Fonte: Carrazedo (2002).

Segundo Carrazedo (2002), o confinamento passivo pode ser facilmente entendido analisando-se um pilar de seção circular envolvido por um tubo de parede delgada. Considere, inicialmente, que o pilar seja constituído por um material de comportamento elástico-linear e esteja livre de qualquer restrição lateral (Figura 5). Sabe-se que com a aplicação de uma carga axial (P) ocorre um encurtamento axial proporcional ao módulo de elasticidade deste material (E) e uma expansão radial proporcional a $\nu.E$ (onde ν é o coeficiente de Poisson).

Considerando que o pilar esteja envolvido por um tubo de parede delgada antes da aplicação da carga, como indica a Figura 6. Aplicada à carga P , o tubo restringe a deformação lateral, desenvolvendo-se no interior do tubo uma pressão lateral f_l . A magnitude desta pressão depende da carga axial aplicada, dos materiais constituintes da coluna e do tubo e das características geométricas envolvidas. No entanto, considerando que o tubo tenha uma parede delgada, a

relação entre a pressão (f_l) e o esforço de tração (F) na parede do tubo pode ser obtida através de um simples equilíbrio de esforços da seção transversal (CARRAZEDO, 2002).

Figura 6 - Coluna envolvida por parede delgada.



Fonte: Carrazedo (2002).

Segundo Attard e Setunge (1996), ensaios realizados por Richart et al. (1929) e outros autores mostram que para valores de $\frac{f_l}{f'_c}$ menores que cerca de 0,15, não há diferença significativa entre o efeito do confinamento ativo e do confinamento passivo na resistência do concreto confinado, podendo a mesma expressão ser usada para ambos os casos.

Modelos para representar o comportamento do concreto com confinamento ativo têm sido obtidos a partir de ensaios de cilindros ou cubos de dimensões padronizadas, tendo grande parte deles tensões laterais iguais nas duas direções. Os modelos propostos para representar o comportamento do concreto com confinamento passivo têm sido calibrados com base em ensaios de pilares com dimensão, seção transversal e material confinante variáveis (MOREIRA, 2002).

2.2 Confinamento com Armadura Transversal

O concreto pode ser confinado com aço por meio de armaduras transversais como espirais ou estribos ou no interior de tubos de aço. O confinamento por meio de armaduras transversais é influenciado pelas seguintes variáveis: taxa volumétrica, disposição, distribuição, espaçamento e resistência da armadura transversal, distribuição da armadura longitudinal na seção, forma da seção transversal e resistência do concreto (CARRAZEDO, 2002).

O confinamento promovido pela armadura transversal começa a atuar quando é atingida a resistência do concreto não confinado. Neste nível de carregamento, a tensão na armadura transversal é geralmente bem menor que a de escoamento, ao atingir a resistência do núcleo confinado, a armadura transversal pode ter escoado ou não (MOREIRA, 2002). Na literatura encontram-se modelos para concreto confinado que consideram a possibilidade desta armadura não escoar como o de Cusson e Paultre (1995) e Razvi e Saaticioglu (1999b).

A pressão lateral que é desenvolvida nas colunas de seção circular devido ao confinamento promovido pela armadura transversal é uniforme no nível dos estribos, o que não acontece nos pilares de seção quadrada e retangular. Nestes pilares, a pressão lateral é maior onde existem barras longitudinais contidas lateralmente pelo estribo, tendendo a pressão a variar menos quando a armadura longitudinal é mais distribuída ao longo do perímetro do núcleo confinado. Segundo Moreira (2002), a não uniformidade da tensão lateral em pilares de seções quadrada e retangular leva a, para mesmas taxas e configuração de armaduras, menor efetividade do confinamento do que em pilares de seção circular.

Na direção longitudinal a pressão lateral do núcleo da coluna varia entre os estribos vizinhos, desta forma o espaçamento da armadura transversal é um parâmetro que afeta o confinamento. Sendo assim, os estribos do concreto armado podem exercer um efeito de confinamento no núcleo do pilar ou não, dependendo do espaçamento entre as armaduras transversais.

Várias pesquisas foram desenvolvidas para determinar equações que representem o comportamento dos pilares cintados com estribos ou espirais de aço.

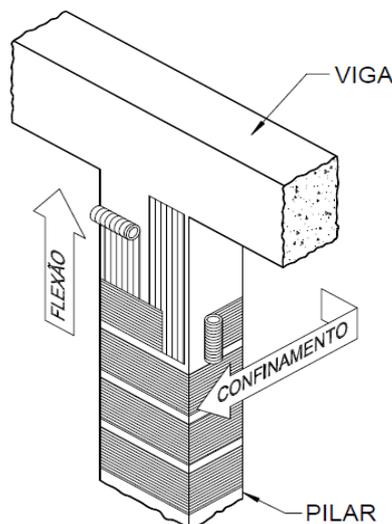
Segundo Modesto (1983) dois fatores limitaram a utilização desta técnica, os quais são:

- O confinamento praticamente não contribui para a segurança ao estado limite último de instabilidade, motivo pelo qual as colunas devam ser curtas. Portanto, a eficiência do confinamento aumenta com a diminuição da esbeltez do pilar;
- Este tipo de confinamento é uma solução antieconômica devido ao fato de empregar uma grande quantidade de aço e uma mão de obra mais qualificada.

2.3 Confinamento com FRP

O emprego dos materiais compósitos para confinar o concreto pode se dar de duas formas, através da utilização de mantas flexíveis ou utilizando laminados rígidos que são moldados no formato da seção transversal.

Figura 7 - Sentido da utilização das mantas flexíveis.



Fonte: Silva (2002).

As mantas flexíveis podem ser aplicadas em colunas de diversas formas, podendo ficar dispostas na direção transversal e longitudinal. Para confinar pilares curtos submetidos apenas a esforço de compressão, as mantas devem ser posicionadas na direção transversal ao eixo dos mesmos. Já para estruturas submetidas à flexo-compressão, as mantas devem ser posicionadas nas direções

transversais e longitudinais devido aos esforços de flexão. As disposições das mantas podem ser observadas na Figura 7.

Com os laminados rígidos são feitos tubos que podem assumir a função de forma em pilares de concreto. Fam e Rizkalla (2001a) comprovaram o bom desempenho destes materiais através de ensaios experimentais. Os laminados rígidos podem ser fabricados com diversos arranjos nas orientações das fibras, fato principal que os distingue dos compósitos flexíveis que por sua vez apresentam estrutura unidirecional (SILVA, 2002).

Segundo Silva (2002) há fatores estruturais limitantes que devem ser considerados nos reforços com FRP. O uso deste tipo de reforço é ineficiente em pilares com o índice de esbeltez (λ) maior que 40 e a melhor eficiência proporcionada pelo confinamento ocorrerá em seções circulares, pois em colunas de seção transversal circular a distribuição da pressão de confinamento é uniforme. Sendo assim, quanto mais próxima desta for a seção do pilar a ser reforçado, mais uniforme será a distribuição das pressões de confinamento e, conseqüentemente, maior será a eficiência do reforço (SUDANO, 2005). No caso das colunas retangulares, a distribuição da pressão de confinamento não é uniforme e, desta forma, há uma concentração de tensão nos cantos da seção transversal.

Segundo Sudano (2005), a concentração de tensões em pontos localizados causa a ruptura prematura do compósito, prejudicando o desempenho do pilar reforçado. Esta ruptura é causada devido às baixas deformações de ruptura do compósito e à falta de um patamar de escoamento, assim, os compósitos são muito sensíveis a concentrações de tensões (EDWARD, 1998). Por isso, colunas retangulares devem ter os cantos arredondados e é recomendado evitar arestas vivas no uso de reforço com compósitos.

Na tentativa de aumentar a eficiência do reforço, pode-se melhorar a distribuição da pressão de confinamento através de modificações na forma da seção transversal. Uma destas mudanças pode ser, por exemplo, transformar uma seção retangular em uma elíptica ou em qualquer outra forma geométrica que seja capaz de conduzir a pressões mais uniformes de confinamento (SUDANO, 2005).

3 FORMULAÇÃO BÁSICA DE ANÁLISE

Marques et al. (2004) desenvolveram um modelo numérico capaz de avaliar o comportamento de colunas curtas de concreto (circulares e retangulares) carregadas axialmente e confinadas com FRP. O modelo proposto descreve a resposta tensão-deformação das colunas confinadas com compósitos através de um procedimento incremental-iterativo e considera o comportamento do FRP elástico linear até a sua ruptura. No presente trabalho este modelo foi utilizado para descrever o comportamento de colunas de variadas formas confinadas com FRP e/ou armadura transversal.

O modelo de Marques et al. (2004) baseou-se em uma proposta de Pantazopoulou e Millis (1995) em que a relação entre deformação axial e deformação lateral é dada por:

$$\varepsilon_l = \nu \varepsilon_c \text{ para } \varepsilon_c \leq \varepsilon_c^{\text{lim}} \quad (1)$$

$$\varepsilon_l = \nu \varepsilon_c + \frac{1-2\nu}{2} \alpha \varepsilon'_c \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_c^{\text{lim}}}{\varepsilon'_c - \varepsilon_c^{\text{lim}}} \right)^2 \text{ para } \varepsilon_c > \varepsilon_c^{\text{lim}} \quad (2)$$

sendo:

ε_c = deformação axial;

$\varepsilon_c^{\text{lim}}$ = deformação axial limite;

ε'_c = deformação axial máxima.

$\alpha \varepsilon'_c$ representa a deformação axial no instante em que a deformação volumétrica é zero.

Baseado na suposição que o módulo de elasticidade é reduzido quando a deformação de área (ε_A) aumenta, a seguinte relação constitutiva é proposta por Marques et al. (2004):

$$f_c = \frac{E_c}{1 + \beta \varepsilon_A^\nu} \varepsilon_c \quad (\text{MPa}) \quad (3)$$

onde f_c é a tensão e E_c é o módulo de elasticidade inicial do concreto. β e ψ são constantes do material que dependem somente das propriedades do concreto não confinado.

A relação constitutiva de Marques et al. (2004) utilizou como base a proposta de Spoelstra e Monti (1999), onde em sua expressão $\psi = 1$. A equação proposta por Spoelstra e Monti (1999) não garantia que o ponto (ε'_c, f'_c) era o pico da curva tensão-deformação do concreto não confinado. Marques et al. (2004) em seu modelo fornece uma curva tensão-deformação mais apropriada, por garantir que quando $\varepsilon_c = \varepsilon'_c$, $f_c = f'_c$ e $\frac{df_c}{d\varepsilon_c} = 0$. Baseado nestas condições é possível determinar os valores de β e ψ :

$$\beta = \frac{E_c \varepsilon'_c - f'_c}{f'_c} (\varepsilon'_c)^{-\psi} \quad (4)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \frac{E_c \varepsilon'_c}{(E_c \varepsilon'_c - f'_c)} \frac{(\varepsilon'_c - \varepsilon_c^{\text{lim}})}{\varepsilon'_c - \nu \varepsilon_c^{\text{lim}}} \quad (5)$$

são adotados $\alpha = 1$, $\varepsilon_c^{\text{lim}} = 0,001$ e $\nu = 0,2$.

Quando o módulo de elasticidade do concreto não é conhecido o modelo utiliza a relação proposta por Carrasquillo, Nilson e Slate (1981):

$$E_c = 3320 \sqrt{f'_c} + 6990 \quad (\text{MPa}) \quad (6)$$

A expressão proposta por Collins e Mitchell (1991) é usada para determinar a deformação máxima do concreto não confinado:

$$\varepsilon'_c = \frac{f'_c}{E_c} \frac{n}{n-1} \quad (7)$$

sendo n dado por:

$$n = 0,8 + \frac{f'_c}{17} \quad (\text{MPa}) \quad (8)$$

O modelo adota a equação de Popovics (1993) sugerida por Mander et al. (1998b) para determinar a tensão atual em concretos confinados:

$$f_c = \frac{f'_{cc} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_{cc}} \right)^r}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_{cc}} \right)^r} \quad (\text{MPa}) \quad (9)$$

sendo r dado pela seguinte expressão:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{scc}} \quad (10)$$

O módulo de elasticidade secante do concreto (E_{scc}) é calculado pela Equação (11):

$$E_{scc} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon'_{cc}} \quad (\text{MPa}) \quad (11)$$

3.1 Tensão e correspondente deformação máxima do concreto confinado

As expressões propostas por Razvi e Saatcioglu (1999b) são utilizadas no procedimento numérico para prever a tensão de máxima e a correspondente deformação em colunas circulares confinadas:

$$f'_{cc} = f'_c + k_1 f_l \quad (\text{MPa}) \quad (12)$$

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c \left(1 + 5k_1 k_3 \frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (13)$$

Os valores de k_1 e k_3 são determinados por:

$$k_1 = 6,7 f_l^{-0,17} \quad (14)$$

$$k_3 = \frac{40}{f'_c} \leq 1 \quad (15)$$

Nas Equações (14) e (15) f_l e f'_c são expressas em MPa.

Razvi e Saatcioglu (1999b) desenvolveram estas equações para expressar a relação tensão-deformação de colunas circulares e retangulares com concreto de alta resistência confinadas por armadura transversal, mas as expressões são aplicáveis tanto para concreto normal como para de alta resistência.

Nas colunas retangulares o modelo utiliza as expressões propostas por Kono et. al (1998) apud Marques et al. (2004) para determinar a tensão de pico e a correspondente deformação, estas equações são empíricas e variam linearmente com a pressão de confinamento:

$$f'_{cc} = f'_c (1 + 0,0572 f_l) \quad (16)$$

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c (1 + 0,280 f_l) \quad (17)$$

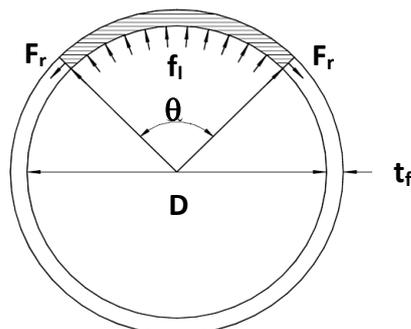
3.2 Pressão lateral

A pressão lateral desenvolvida nas colunas de seção circular é uniforme em toda a coluna, mas nas colunas de seção retangular esta distribuição não é uniforme. As expressões utilizadas para determinar a pressão lateral nas colunas circulares e retangulares serão explicadas separadamente nos tópicos a seguir.

- **Seção Circular**

A Figura 8 mostra as forças externas e internas que se manifestam no elemento confinante de uma coluna de seção circular confinada por FRP.

Figura 8 - Forças internas e externas atuantes no compósito de uma coluna de seção circular.



Fonte: modificado de Silva (2002).

Usando condições de equilíbrio e de compatibilidade, juntamente com a relação constitutiva do FRP, para a metade ($\theta = 180^\circ$) de um segmento de comprimento unitário da coluna ($L = 1$), é possível expressar a pressão lateral de confinamento em função da deformação lateral.

Utilizando o equilíbrio de forças na direção vertical, obtém-se:

$$-2.F_r + \int_0^\pi f_l.R.\text{sen}\theta.d\theta = 0 \quad (18)$$

onde:

F_r = resultante de tração por unidade de comprimento do tubo;

R = raio da coluna;

θ = ângulo central da coluna.

Desenvolvendo a Equação (18), é possível obter a relação entre a pressão lateral e o esforço circunferencial no elemento confinante (F_r):

$$F_r = f_l R \quad (19)$$

Considerando a tensão constante ao longo da espessura da jaqueta, obtém-se:

$$F_r = f_f t_f \quad (20)$$

sendo:

f_f = tensão atuante na jaqueta de FRP na direção circunferencial;

t_f = espessura da jaqueta de FRP.

Através das Equações (19) e (20), deduz-se a relação entre a pressão lateral e a tensão na jaqueta:

$$f_l = \frac{f_f t_f}{R} \quad \text{ou} \quad f_l = \frac{2 f_f t_f}{D} \quad (21)$$

sendo D o diâmetro da coluna circular.

Considerando o compósito como elástico, a tensão atuante na jaqueta é dada por:

$$f_f = E_f \varepsilon_f \quad (22)$$

onde:

E_f = módulo de elasticidade da jaqueta;

ε_f = deformação circunferencial da jaqueta.

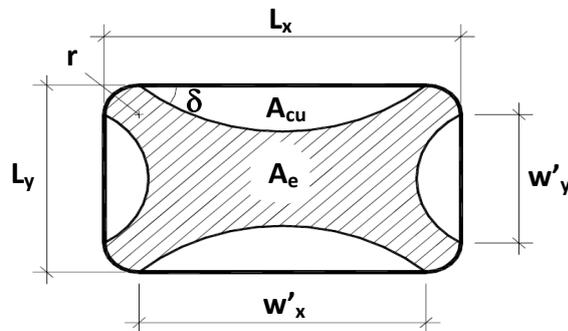
Como $\varepsilon_f = \varepsilon_l$, obtém-se:

$$f_l = \frac{2E_f \varepsilon_l t_f}{D} \quad (23)$$

- **Seção retangular**

Nas colunas retangulares confinadas por polímeros reforçados com fibras os cantos são arredondados para que a jaqueta de compósitos não rasgue. A Figura 9 mostra uma seção retangular confinada por FRP, em que os raios dos cantos arredondados são dados por r , as dimensões da seção retangular são L_x e L_y e do trecho não confinado são w'_x e w'_y , respectivamente nas direções x e y.

Figura 9 - Seção retangular confinada com FRP.



Nas seções retangulares o confinamento não é uniforme, se concentrando nas regiões próximas aos cantos. A Figura 9 ilustra a área efetivamente confinada (A_e) e a área não confinada (A_{cu}). Estas áreas são delimitadas por arcos de parábolas com ângulo δ .

A área do concreto não confinado é expressa pela seguinte equação:

$$A_{cu} = \left(\frac{w_x'^2 + w_y'^2}{3} \right) \tan \delta \quad (24)$$

A área do núcleo confinado (A_c) é a área da seção transversal, sendo dada pela seguinte equação:

$$A_c = L_x L_y - r^2 (4 - \pi) \quad (25)$$

Baseado no estudo desenvolvido por Sheikh e Uzumeri (1982) assume-se $\delta = 45^\circ$ e a área efetivamente confinada pela jaqueta de compósito é dada por:

$$A_e = L_x L_y - \left[\frac{w_x'^2 - w_y'^2}{3} + r^2 (4 - \pi) \right] \quad (26)$$

As pressões efetivas médias de confinamento nas direções x e y são obtidas através do equilíbrio dos esforços, sendo dadas por:

$$f_{l,x} = \frac{2f_f t_f}{L_y} \quad \text{e} \quad f_{l,y} = \frac{2f_f t_f}{L_x} \quad (27)$$

É assumido que o valor da tensão na jaqueta é constante ao longo do perímetro do dispositivo de confinamento.

Para obter um valor único de pressão lateral, dividem-se as forças laterais resultantes pelo perímetro da seção transversal:

$$f_l = \frac{f_{l,x} L_y + f_{l,y} L_x}{L_x + L_y} \quad (28)$$

3.3 Carga axial

Nas colunas de seções circulares a eficiência do confinamento é de aproximadamente 100%, enquanto nas seções retangulares a eficiência é menor devido à sua geometria. Nestas existe uma parte da seção que não está confinada. Então, para as colunas retangulares a carga axial é determinada utilizando a seguinte equação:

$$P = f_{cu} A_{cu} + f_{cc} A_e \quad (29)$$

sendo:

f_{cu} = tensão no concreto não confinado;

f_{cc} = tensão no concreto confinado;

P = carga atuante na coluna.

3.4 Procedimento Iterativo

O procedimento numérico de Marques et al. (2004) emprega uma abordagem iterativa-incremental simples capaz de descrever a resposta tensão-deformação das colunas confinadas. O procedimento iterativo utilizado está representado na Figura 10 e o modelo segue os seguintes passos:

(1) Inicialmente é introduzido um valor inicial para a deformação axial ($\varepsilon_c = \Delta\varepsilon_c$);

(2) Um valor é assumido para deformação lateral, tal como $\varepsilon_l = \nu\varepsilon_c$;

(3) Calcula-se a pressão lateral (f_l) correspondente à deformação lateral (ε_l);

(4) Com o valor da pressão lateral encontrada (f_l), calcula-se a tensão e deformação máxima do concreto confinado (f'_{cc} e ε'_{cc});

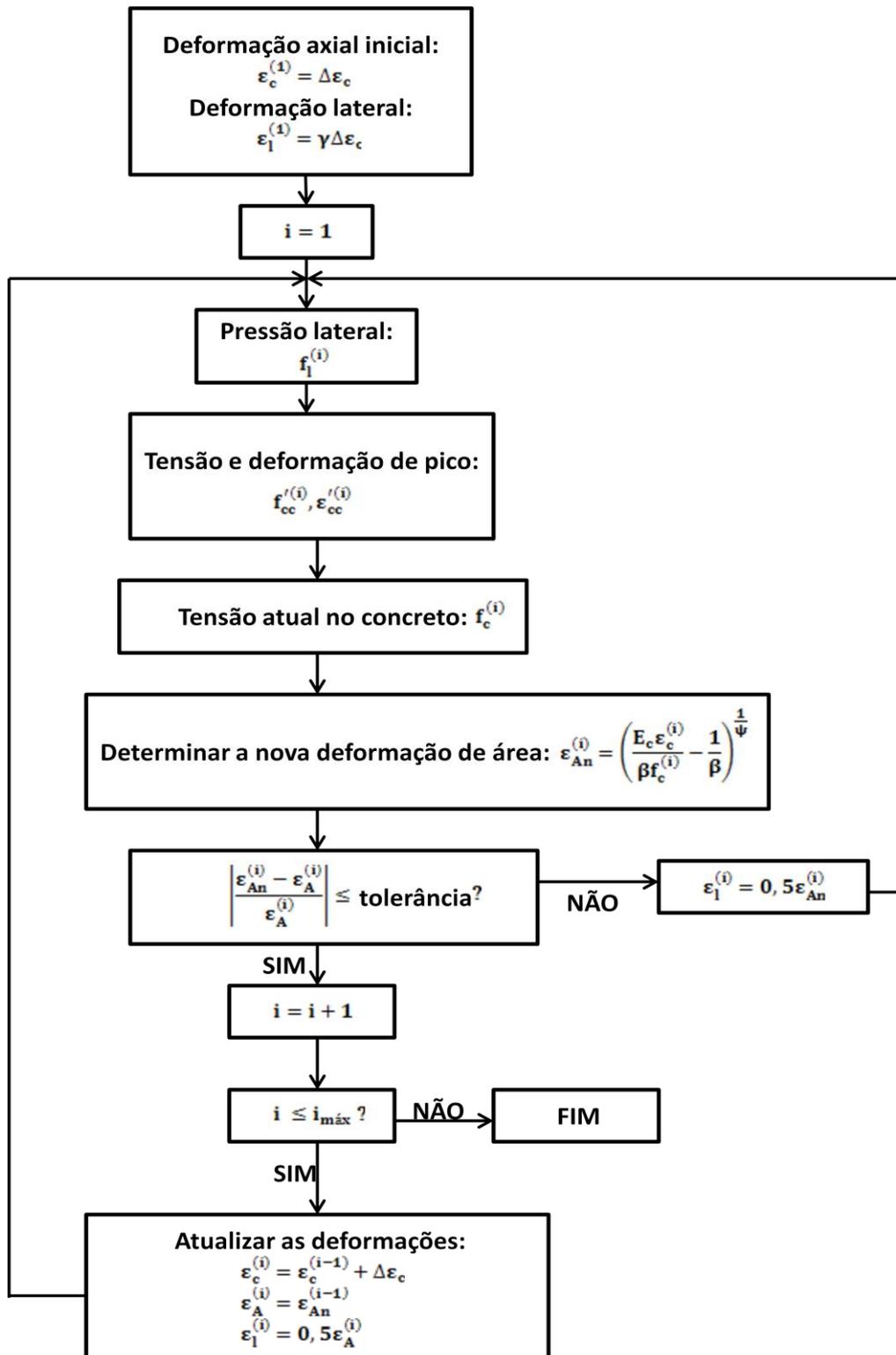
(5) A tensão atual no concreto (f_c) é calculada utilizando os valores da tensão e deformação máxima;

(6) A deformação de área nas colunas circulares e retangulares é calculada em função da deformação lateral, onde $\varepsilon_A = 2\varepsilon_l$;

(7) Utilizando a relação constitutiva de Marques et al. (2004) calcula-se uma nova deformação de área (ε_{An}) correspondente ao valor da tensão e deformação atual do concreto;

(8) Uma tolerância entre as deformações de área é admitida, se não for atingida esta tolerância, uma deformação lateral é calculada com a nova deformação de área e o procedimento retorna ao passo (3), se for atingida a tolerância, o programa atualiza as informações da deformação atual do concreto (ε_c), deformação de área (ε_A) e deformação lateral (ε_l) e retorna ao passo (3) até que o número de iterações estabelecido seja atingido.

Figura 10 - Procedimento iterativo para determinação da curva tensão-deformação.



Fonte: modificado de Marques et al. (2004).

4 ADAPTAÇÕES DA FORMULAÇÃO BÁSICA PARA CASOS ESPECIAIS DE COLUNAS

Adaptações foram feitas no procedimento numérico proposto por Marques et al. (2004), dentre elas as substituições das expressões utilizadas para determinar a tensão e a correspondente deformação máxima do concreto confinado. Quando necessário, houve modificações nos cálculos das áreas efetivamente confinadas, que variam de acordo com o tipo de confinamento utilizado e com a forma da seção transversal, na determinação da pressão lateral e na relação entre deformação de área e deformação lateral.

4.1 Colunas confinadas com armadura transversal

4.1.1 Tensão e correspondente deformação máxima

Muitos autores desenvolveram modelos que visam descrever o comportamento do concreto confinado com armadura transversal, dentre eles os mais utilizados são os modelos de Mander et al. (1988b) e Razvi-Saatcioglu (1999b). Todos estes autores consideram em seus modelos apenas a área efetivamente confinada do núcleo obtida pela eliminação das áreas decorrentes do efeito de arqueamento (SUDANO, 2005). A seguir são apresentados alguns modelos encontrados na literatura.

4.1.1.1 Richart et al. (1928, 1929)

Richart et al. (1928) realizaram ensaios em colunas circulares para verificar o comportamento do concreto submetido à pressão hidrostática e ao efeito de confinamento proporcionado pelas armaduras transversais. Verificou-se que a resistência à compressão axial e a deformação última do concreto aumentavam na presença de pressões confinantes, então, Richart et al. (1928) propuseram equações lineares para relacionar a tensão e a correspondente deformação máxima do concreto confinado com a pressão lateral. Foi sugerida a seguinte expressão para tensão máxima do concreto confinado:

$$f'_{cc} = f'_c + k_1 f_l \quad (30)$$

Foi observado nas análises experimentais que o coeficiente k_1 variava com a pressão lateral. Mas Richart et al. (1929) adotaram k_1 constante e igual a 4,1 para a tensão máxima do concreto confinado.

A seguinte equação foi proposta para determinar a deformação máxima do concreto confinado:

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c \left(1 + k_2 \frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (31)$$

onde foi adotado $k_2 = 5k_1$.

4.1.1.2 Mander et al. (1988b)

Nas colunas circulares confinadas com espirais ou aros circulares a pressão lateral é constante nas direções radiais, Mander et al. (1988b) sugerem uma expressão baseada no modelo constitutivo de William e Warnke (1975), que busca representar o comportamento do concreto quando submetido a um estado triaxial de tensões:

$$f'_{cc} = f'_c \left(\frac{3(b_1 + \sqrt{2})}{2b_2} + \sqrt{\left(\frac{3(b_1 + \sqrt{2})}{2b_2} \right)^2 - \frac{9b_0}{b_2} - \frac{9\sqrt{2}}{b_2} \frac{f_l}{f'_c} - 2 \frac{f_l}{f'_c}} \right) \quad (32)$$

b_0 , b_1 e b_2 são constantes determinadas empiricamente.

Mander et al. (1988b) utilizaram os resultados de ensaios realizados por Schickert e Winkler (1977) e determinaram $b_0 = 0,12229$, $b_1 = -1,15$ e $b_2 = -0,315$. Assim obtiveram a Equação (33) utilizada para determinação da resistência à compressão do concreto confinado com armadura transversal:

$$f'_{cc} = f'_c \left(-1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 f_l}{f'_c}} - 2 \frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (33)$$

No caso das colunas retangulares confinadas, Mander et al. (1988b) consideram em separado os efeitos das duas pressões ($f_{l,x}$ e $f_{l,y}$). Com um ábaco e os valores das pressões laterais nas direções x e y, obtêm-se o acréscimo de resistência do concreto confinado.

A deformação máxima do concreto confinado, segundo Mander et al. (1988b) é dada por:

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (34)$$

4.1.1.3 Cusson e Paultre (1995)

O modelo de Cusson e Paultre (1995) foi desenvolvido para colunas retangulares de concreto de alta resistência submetidos à carga concêntrica e calibrado com resultados experimentais.

Utilizando o método dos mínimos quadrados e dos desvios absolutos foi elaborada uma relação entre a tensão máxima do concreto confinado e a pressão lateral. A expressão proposta por Cusson e Paultre (1995) é dada a seguir:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1,0 + 2,1 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{0,7} \quad (35)$$

A deformação máxima do concreto confinado é dada por:

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c + 0,21 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{1,7} \quad (36)$$

4.1.2 Pressão lateral e a área efetivamente confinada

4.1.2.1 Mander et al. (1988b)

Mander et al. (1988b) desenvolveram um dos modelos mais utilizados para colunas confinadas com armadura transversal, sendo este adotado para o cálculo da pressão lateral.

Nas colunas confinadas por estribos, apenas uma parte do concreto sofre influência do efeito do confinamento. A seção confinada recebe o nome de núcleo do concreto confinado e sua área será representada por A_c , esta área é delimitada pelas linhas centrais das barras da armadura transversal. Este núcleo apresenta trechos onde o efeito do confinamento não atua de forma efetiva, a delimitação destes trechos varia de acordo com a geometria da seção e disposição dos estribos. A área efetivamente confinada é a área do núcleo confinado subtraindo-se a área dos trechos em que não há confinamento, expressa pela relação dada a seguir:

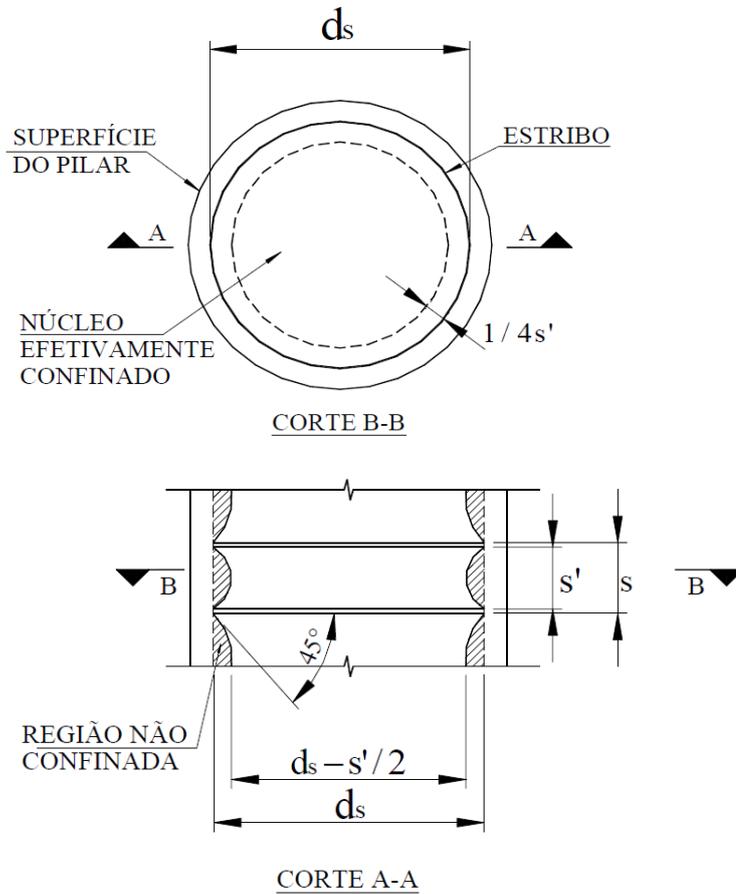
$$A_e = A_c - A_{cu} \quad (37)$$

As expressões para determinar a pressão lateral e a área efetivamente confinada variam de acordo com a geometria da seção, sendo expostas separadamente nos tópicos a seguir.

- **Seção Circular**

Uma coluna circular confinada por estribos está apresentada na Figura 11. Transversalmente na região do estribo, a seção circular apresenta-se totalmente confinada (Corte B-B), longitudinalmente existem regiões não confinadas (Corte A-A), ou seja, nas colunas circulares confinadas por armadura transversal há regiões não confinadas apenas no sentido longitudinal, na região entre barras transversais. O arco que delimita a região não confinada é assumido com sendo uma parábola de segundo grau, com inclinação inicial da reta tangente formando um ângulo de 45°.

Figura 11 - Núcleo efetivamente confinado para seções armadas com estribos circulares.



Fonte: modificado de Mander et al. (1988b).

Utilizando o esquema apresentado na Figura 11, Mander et al. (1988b) expressam a área efetivamente confinada pela seguinte expressão:

$$A_e = \frac{\pi}{4} \left(d_s - \frac{s'}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d_s^2 \left(1 - \frac{s'}{2d_s} \right)^2 \quad (38)$$

sendo:

s' = distância útil entre as faces internas de dois estribos consecutivos;

d_s = diâmetro entre os centros das barras transversais.

O confinamento desenvolvido pelo estribo no núcleo do concreto promove uma pressão lateral que é uniforme na seção do estribo, de modo que considerando metade da seção confinada e utilizando o equilíbrio de forças, obtêm-se:

$$2f_y A_{st} = f_l s d_s \quad (39)$$

sendo:

f_y = tensão na armadura transversal;

A_{st} = área da seção transversal de uma barra da armadura transversal;

s = espaçamento entre os centros das armaduras transversais adjacentes.

Da equação 39, a expressão proposta para determinar a pressão lateral nas seções circulares é dada por:

$$f_l = \frac{2f_y A_{st}}{s d_s} \quad (40)$$

A relação entre o volume de aço do estribo e o volume do concreto confinado é denominada taxa volumétrica da armadura transversal e é representada por ρ_s , em colunas de seção circular é determinada pela expressão dada seguir:

$$\rho_s = \frac{A_{st} \pi d_s}{\frac{\pi}{4} d_s^2 s} = \frac{4A_{st}}{d_s s} \quad (41)$$

A taxa volumétrica da armadura transversal é importante no confinamento, pois a pressão lateral depende diretamente desse parâmetro. Através das equações (40) e (41), obtêm-se:

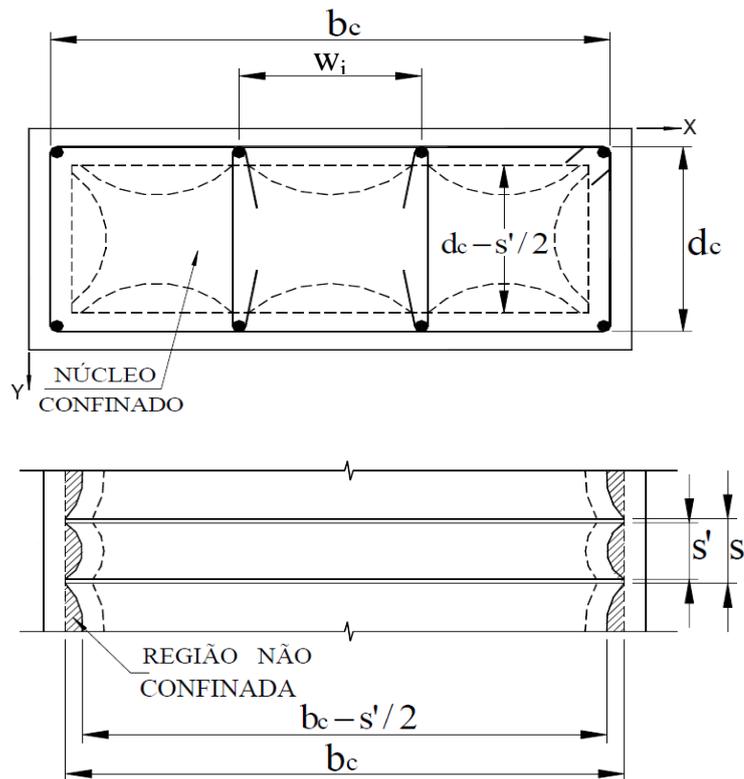
$$f_l = \frac{\rho_s f_y}{2} \quad (42)$$

- **Seção Retangular**

Uma coluna retangular confinada por armaduras transversais está exposta na Figura 12. Nestas colunas existem áreas não confinadas tanto no sentido longitudinal como transversal. O arco que delimita a região não confinada também é assumido com sendo uma parábola de segundo grau, com inclinação inicial da reta tangente formando um ângulo de 45°. A área efetivamente confinada pelos estribos na seção transversal é encontrada subtraindo-se da área total do núcleo a somatória

das áreas das parábolas formadas entre duas barras longitudinais consecutivas amarradas com grampos de aço, que por sua vez também contribuem para o efeito do confinamento.

Figura 12 - Núcleo efetivamente confinado para seções armadas com estribos retangulares.



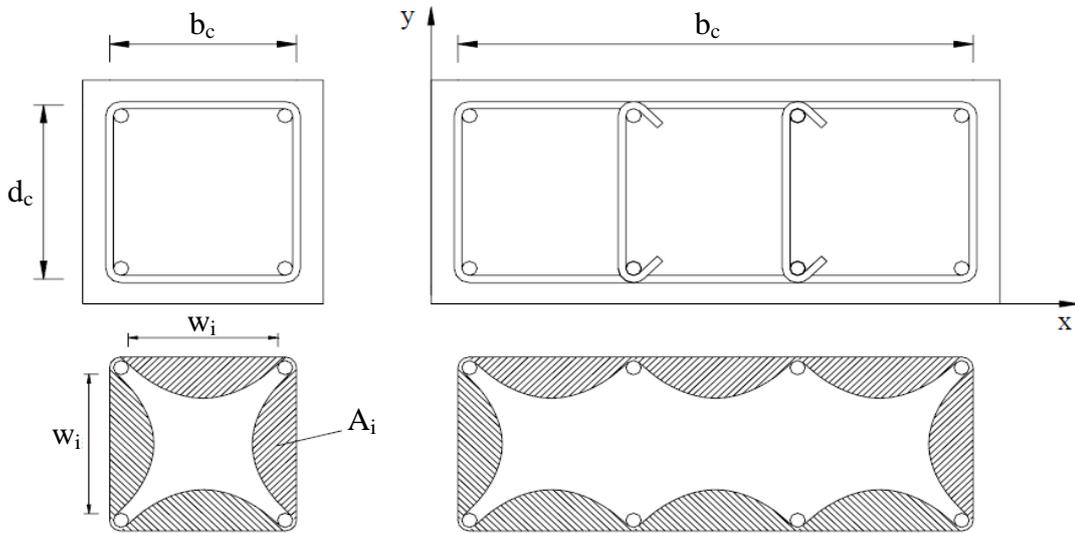
Fonte: modificado de Mander et al. (1988b).

A redução da área confinada dentro da seção transversal é devida à flexão das armaduras transversais, que possuem baixa rigidez. A área não confinada entre dois nós rígidos, ou seja, barras longitudinais impedidas de deslocar-se lateralmente, que possuem uma distância de w_i é dada por:

$$A_i = \frac{(w_i)^2}{6} \quad (43)$$

A Figura 13 exhibe as regiões não confinadas em seções retangulares e quadradas.

Figura 13 - Distribuição das áreas não confinadas em colunas de seção quadrada e retangular.



Fonte: modificado de Carrazedo (2002).

A soma das áreas não confinadas é determinada por $\sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6}$. Sendo n o número de barras longitudinais consecutivas travadas transversalmente.

Subtraindo da área do núcleo as áreas que não são confinadas longitudinalmente e transversalmente, obtém-se o valor da área efetivamente confinada:

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right) \quad (44)$$

sendo:

b_c = dimensão do centro da barra do estribo retangular na direção x ;

d_c = dimensão do centro da barra do estribo retangular na direção y ;

$b_c \geq d_c$.

As taxas das armaduras transversais nas colunas retangulares são dadas por:

$$\rho_x = \frac{A_{st,x}}{d_c s} \quad \text{e} \quad \rho_y = \frac{A_{st,y}}{b_c s} \quad (45)$$

sendo:

$A_{st,x}$ = área da armadura transversal na direção x;

$A_{st,y}$ = área da armadura transversal na direção y.

Nas seções retangulares podem existir diferentes configurações nas direções x e y, por isto é necessário calcular a pressão de confinamento separadamente para cada direção. As pressões laterais nas seções retangulares são determinadas pelas seguintes expressões:

$$f_{l,x} = \frac{A_{st,x}}{d_c s} f_y = \rho_x f_y \quad \text{e} \quad f_{l,y} = \frac{A_{st,y}}{b_c s} f_x = \rho_y f_x \quad (46)$$

4.1.2.2 Outros Autores

A pressão lateral, segundo Cusson e Paultre (1995), é calculada pela seguinte expressão:

$$f_l = \frac{f_y}{s} \left(\frac{A_{st,x} + A_{st,y}}{b_c + d_c} \right) \quad (47)$$

Razvi e Saatcioglu (1999b) sugerem uma média ponderada para determinar a tensão lateral dada pela equação:

$$f_l = \left(\frac{f_{l,x} d_c + f_{l,y} b_c}{b_c + d_c} \right) \quad (48)$$

Geralmente, considera-se que a tensão máxima do concreto confinado ocorre quando a tensão na armadura transversal é igual à tensão de escoamento (f_e), mas Cusson e Paultre (1995) e Razvi e Saatcioglu (1999b) consideram a possibilidade desta armadura não escoar.

Segundo Cusson e Paultre (1995), esta consideração da armadura transversal escoar é verdadeira nos casos de colunas de concreto e armaduras de resistência normal. O comportamento do concreto confinado varia significativamente com a resistência do concreto não confinado. Concretos de menor resistência

apresentam uma maior microfissuração resultando numa maior expansão lateral e mobilizando mais facilmente a armadura transversal (CARRAZEDO, 2002). Para concretos e armaduras de alta resistência deve-se calcular a tensão real na armadura, já que esta pode vir a não escoar (CUSSON; PAULTRE, 1995).

4.1.3 Carga axial

As expressões utilizadas para determinar a carga axial das colunas confinadas com armadura transversal estão nos tópicos a seguir separadas de acordo com a forma da seção transversal.

- **Seção Circular**

Nas colunas circulares utiliza-se a área líquida do núcleo do concreto, a qual é determinada pela seguinte expressão:

$$A_{cl} = A_c - n_{sl}A_{sl} \quad (49)$$

sendo:

A_{cl} = área líquida do núcleo do concreto;

n_{sl} = número de armaduras longitudinais;

A_{sl} = área da armadura longitudinal.

A área do núcleo do concreto não confinado (A_{cu}) é calculada pela relação dada a seguir:

$$A_{cu} = A_{cl} - A_e \quad (50)$$

Para determinar a área efetivamente confinada (A_e) utiliza-se a Equação (38).

A carga axial é calculada pela equação exposta a seguir:

$$P = f_{cu}A_{cu} + f_{cc}A_e + f_{sl}n_{sl}A_{sl} \quad (51)$$

sendo f_{sl} a tensão na armadura longitudinal.

- **Seção Retangular**

Nas colunas retangulares utiliza-se a área efetivamente confinada líquida, a qual é determinada pela equação exposta a seguir:

$$A_{el} = A_e - n_{sl}A_{sl} \quad (52)$$

sendo:

A_{el} = área líquida efetivamente confinada;

A_e = área efetivamente confinada calculada pela Equação (44).

A área do núcleo do concreto não confinado (A_{cu}) é determinada pela seguinte expressão:

$$A_{cu} = A_c - A_{el} \quad (53)$$

A carga axial é calculada pela relação dada a seguir:

$$P = f_{cu}A_{cu} + f_{cc}A_{el} + f_{sl}n_{sl}A_{sl} \quad (54)$$

4.2 Colunas confinadas com FRP

4.2.1 Tensão e correspondente deformação máxima

Alguns dos modelos disponíveis na literatura desenvolvidos para descreverem o comportamento de colunas curtas confinadas com FRPs foram selecionados. Os primeiros modelos surgiram da adaptação de outros elaborados a partir de ensaios realizados em câmaras triaxiais ou desenvolvidos para confinamento com armadura transversal. Durante muito tempo utilizou-se as expressões proposta para colunas confinada por armadura transversal nas colunas reforçadas com compósitos. Estes modelos, no entanto, mostraram-se contra a segurança (SAMAAN; MIRMIRAN; HAHAWY, 1998). Com o resultado de ensaios experimentais, vários outros modelos vêm sendo desenvolvidos para colunas confinadas com polímero reforçado com fibras (SILVA, 2002).

4.2.1.1 Miyauchi et al. (1997)

As expressões propostas por Miyauchi et al. (1997) foram baseadas em resultados de ensaios com colunas de concreto circulares confinadas com polímeros reforçadas com fibras de carbono. Semelhante ao que Richart et al. (1929) propuseram, Miyauchi et al. (1997) utiliza a seguinte expressão para a determinação da tensão máxima do concreto confinado:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 4,1k_e \left(\frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (55)$$

O coeficiente de eficiência k_e é avaliado em 0,85 pelos autores, de modo que a Equação 55 pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 3,5 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (56)$$

Tendo em vista a determinação da deformação máxima do concreto, Miyauchi et al. (1997) utilizaram o método dos mínimos quadrados para o ajuste de curvas e desenvolveram expressões com funções exponenciais para dois níveis de resistências, obtendo as seguintes equações:

$$\frac{\varepsilon'_{cc}}{\varepsilon'_c} = 1 + 10,6 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{0,373} \quad \text{para } f'_c = 30 \text{ MPa} \quad (57)$$

$$\frac{\varepsilon'_{cc}}{\varepsilon'_c} = 1 + 10,5 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{0,525} \quad \text{para } f'_c = 50 \text{ MPa} \quad (58)$$

4.2.1.2 Youssef et al. (2007)

Youssef et al. (2007) apresentam um modelo desenvolvido para concreto confinado por FRP baseado em testes de espécimes axialmente carregados com variação da proporção de confinamento, ou seja, variando o número de camadas do compósito. As expressões foram desenvolvidas para colunas de seções circulares e retangulares envolvidas por polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono,

prevendo a resistência e correspondente deformação máxima e retratando o diagrama tensão-deformação para concretos confinados.

Usando análise de regressão, foram desenvolvidas diferentes equações para determinar a tensão máxima e correspondente deformação do concreto confinado de acordo com a forma da seção transversal. Para seções circulares, as seguintes expressões foram propostas por Youssef et al. (2007):

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2,25 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{\frac{5}{4}} \quad (59)$$

$$\varepsilon'_{cc} = 0,003368 + 0,2590 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right) \left(\frac{f_r}{E_f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (60)$$

sendo f_r a tensão de ruptura da jaqueta de FRP.

Para as seções retangulares as expressões sugeridas são:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 0,5 + 1,225 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{\frac{3}{5}} \quad (61)$$

$$\varepsilon'_{cc} = 0,004325 + 0,2625 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right) \left(\frac{f_r}{f'_c} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

4.2.1.3 Vintzileou e Panagiotidou (2007)

Vintzileou e Panagiotidou (2007) utilizaram expressões propostas pelo Eurocode 2 para colunas de concreto confinadas por armaduras transversais como base para o desenvolvimento de um modelo empírico para colunas de concreto circulares e retangulares confinadas por polímeros reforçado com fibras de vidro e carbono. As equações propostas foram calibradas com base em dados experimentais disponíveis, obtendo-se as seguintes expressões para a tensão e correspondente deformação máxima do concreto confinado:

$$f'_{cc} = \left(1 + 2,8 \frac{f_l}{f'_c} \right) f'_c \quad (63)$$

$$\varepsilon'_{cc} = \gamma_{FRP} \left(0,003 + \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} \right)^2 \right) \quad (64)$$

sendo γ_{FRP} um coeficiente que depende da seção transversal da coluna e do tipo de fibra do compósito. Para seções retangulares, $\gamma_{FRP} = 1,55$ tanto para o carbono quanto para o vidro, nas colunas com seções circulares:

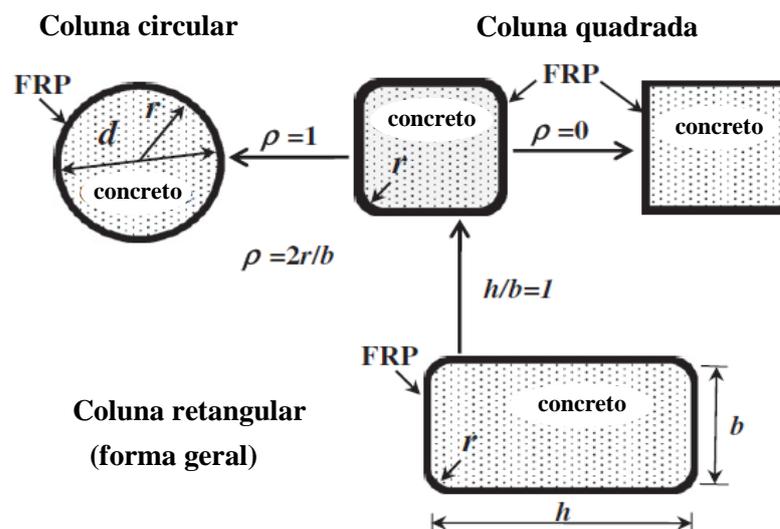
$$\gamma_{FRP} = 1,15 \text{ para o carbono;}$$

$$\gamma_{FRP} = 1,95 \text{ para o vidro.}$$

4.2.1.4 Wei e Wu (2012)

Wei e Wu (2012) apresentaram uma proposta unificando os modelos para colunas quadradas (com um arbitrário raio de canto) e circulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono, vidro e aramida. Com base nos resultados de ensaios, os autores ampliaram o modelo para colunas retangulares, incluindo a relação $\frac{h}{b}$ da seção como outro parâmetro. A Figura 14 mostra a unificação das formas proposta pelos autores.

Figura 14 – Unificação das formas das colunas.



Fonte: modificado de Wei e Wu (2012).

A tensão máxima é obtida através da seguinte expressão:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \alpha + \beta \left(\frac{2r}{b} \right)^\eta \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^\tau \left(\frac{h}{b} \right)^\gamma \quad (65)$$

Os parâmetros η , τ e γ foram determinados através de uma análise de regressão, resultando na equação dada a seguir:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 0,5 + 2,7 \left(\frac{2r}{b} \right)^{0,4} \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{0,73} \left(\frac{h}{b} \right)^{-1} \quad (66)$$

A deformação máxima correspondente é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\varepsilon'_{cc}}{\varepsilon'_c} = 1,75 + \alpha \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^\beta \left(\frac{f_{30}}{f'_c} \right)^\gamma f \left(\frac{2r}{b} \right) f \left(\frac{h}{b} \right) \quad (67)$$

sendo f_{30} a resistência do concreto não confinado de classe C30.

Para as colunas circulares, a função f que aparece em (67) satisfaz às condições:

$$f \left(\frac{2r}{b} \right) = 1 \quad \text{e} \quad f \left(\frac{h}{b} \right) = 1$$

Também utilizando uma análise de regressão para as colunas circulares, foram obtidos os valores dos seguintes parâmetros:

$$\alpha = 12, \quad \beta = 0,75 \quad \text{e} \quad \gamma = 0,62$$

Finalmente, a deformação máxima para as colunas circulares, quadradas e retangulares é dada por:

$$\frac{\varepsilon'_{cc}}{\varepsilon'_c} = 1,75 + 12 \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^{0,75} \left(\frac{f_{30}}{f'_c} \right)^{0,62} \left(0,36 \frac{2r}{b} + 0,64 \right) \left(\frac{h}{b} \right)^{-0,3} \quad (68)$$

4.2.1.5 Elsanadedy et al. (2012)

Elsanadedy et al. (2012) propõem a previsão da resistência à compressão e da deformação máxima de colunas de concreto confinadas com FRP utilizando redes neurais e modelos de regressão. Para a formação e teste de redes neurais foi usado um conjunto experimental de dados cobrindo uma ampla gama de parâmetros. Os dados utilizados por Elsanadedy et al. (2012) envolvem resultados de colunas circulares com resistências normal e alta confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono, vidro e aramida.

A tensão máxima admitida é dada pela seguinte equação:

$$f'_{cc} = f'_c \left[1 + 0,038 \rho_j^{1,32} \sqrt{\frac{f_r}{f'_c}} \left(\frac{E_f}{f'_c} \right)^{0,8} \left(\frac{f'_{ch}}{f'_c} \right)^{0,6} \right] \quad (69)$$

a tensão f'_{ch} é dada pelos autores com sendo igual a 42 MPa.

A relação de confinamento da jaqueta de FRP (ρ_j) é calculada por:

$$\rho_j = \frac{4t_f}{D} \quad (70)$$

A deformação máxima do concreto confinado é dada pela expressão a seguir:

$$\varepsilon'_{cc} = 0,002 + 0,035 \rho_j^{0,7} \left(\frac{f_r}{f'_c} \right) \left(\frac{E_f}{f'_c} \right)^{0,02} \left(\frac{f'_{ch}}{f'_c} \right)^{1,3} \quad (71)$$

4.2.1.6 Yazici (2012)

Yazici (2012) baseia-se nas Equações (30) e (31) propostas por Richart et al. (1929). Estas expressões são apresentadas a seguir em função das relações $\frac{f_l}{f'_c}$ e

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} :$$

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 4,1 \frac{f_l}{f'_c} \quad (72)$$

$$\frac{\varepsilon'_{cc}}{\varepsilon'_c} = 1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \quad (73)$$

As Equações (72) e (73) foram alteradas por Yazici (2012) para considerar a falha da jaqueta de compósito e prever a resistência e a correspondente deformação máxima do concreto confinado por FRP. Assim, a relação de confinamento $\frac{f_l}{f'_c}$ é substituída por uma expressão em função da rigidez de confinamento normalizada (K_N), dada pela Equação (74):

$$K_N = \frac{2E_f t_f}{Df'_c} \quad (74)$$

Então, a relação $\frac{f_l}{f'_c}$ é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{f_l}{f'_c} = \kappa_E \varepsilon_r K_N \quad (75)$$

sendo ε_r a deformação de ruptura da jaqueta de FRP e κ_E um fator de eficiência de deformação, recomendando-se para seções circulares κ_E igual a 0,55.

Substituindo a relação da Equação (75) nas Equações (72) e (73) e adotando um valor médio para ε_r igual a 0,0145 obtido de 88 amostras de colunas confinadas com polímeros reforçados com fibra de carbono, obtêm-se as expressões para determinar a tensão e correspondente deformação máxima do concreto confinado:

$$f'_{cc} = (1 + 0,033K_N) f'_c \quad (76)$$

$$\varepsilon'_{cc} = (1 + 0,17K_N) \varepsilon'_c \quad (77)$$

onde $10 \leq K_N \leq 20$.

4.3 Colunas confinadas com armadura transversal e FRP

4.3.1 Pressão lateral

As expressões propostas para determinação da pressão lateral em colunas confinadas por armadura transversal e polímeros reforçados com fibras são obtidas

desconsiderando o cobrimento das colunas e adotando uma nova jaqueta formada pela armadura transversal e pelo compósito. A seguir, as seções circulares e retangulares serão abordadas separadamente, em virtude de apresentarem pressões laterais distintas.

- **Seção Circular**

A expressão proposta para determinação da pressão lateral em colunas circulares é obtida de forma semelhante àquela desenvolvida para colunas confinadas por FRP. Para este caso, considera-se o comprimento da coluna igual ao do espaçamento ($L = s$).

Usando condições de equilíbrio e de compatibilidade,

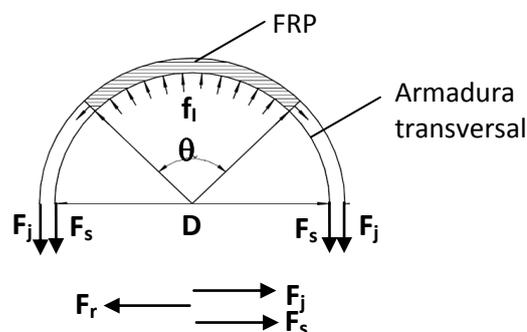
$$2.F_r = 2.\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_l.s.\bar{R}.sen\theta.d\theta \quad (78)$$

sendo \bar{R} o raio médio da nova jaqueta.

Desenvolvendo a Equação (78), obtêm-se a relação entre a pressão lateral e o esforço circunferencial no elemento confinante (F_r):

$$F_r = f_l.s\bar{R} \quad (79)$$

Figura 15 - Esforço de tração na jaqueta formada pela armadura transversal e FRP.



Da Figura 15, a resultante de tração é dada por:

$$F_r = F_j + F_s \quad (80)$$

sendo:

F_j = resultante de tração no FRP;

F_s = resultante de tração na armadura transversal.

Igualando a Equação (79) e (80), obtêm-se:

$$F_j + F_s = f_l s \bar{R} \quad (81)$$

Considerando a tensão constante ao longo da espessura da nova jaqueta, as resultantes de tração no FRP e na armadura transversal são expostas nas Equações (82) e (83), respectivamente.

$$F_j = f_f t_f s \quad (82)$$

$$F_s = f_y A_{st} \quad (83)$$

Utilizando as Equações (82) e (83) na Equação (81), obtêm-se:

$$f_f t_f s + f_y A_{st} = f_l s \bar{R} \quad (84)$$

A tensão no FRP e na armadura transversal é determinada, respectivamente, por:

$$f_f = E_f \varepsilon_f \quad (85)$$

$$f_y = E_s \varepsilon_s \quad (86)$$

sendo:

E_s = módulo de elasticidade da armadura transversal;

ε_s = deformação da armadura transversal.

Substituindo as Equações (85) e (86) na Equação (84), obtêm-se a seguinte relação:

$$E_f \varepsilon_f t_f s + E_s \varepsilon_s A_{st} = f_l s \bar{R} \quad (87)$$

Adotando-se a deformação na jaqueta de FRP (ε_f) igual à deformação no estribo (ε_s) igual à deformação lateral (ε_l): $\varepsilon_f = \varepsilon_s = \varepsilon_l$

Da Equação (87), obtêm-se:

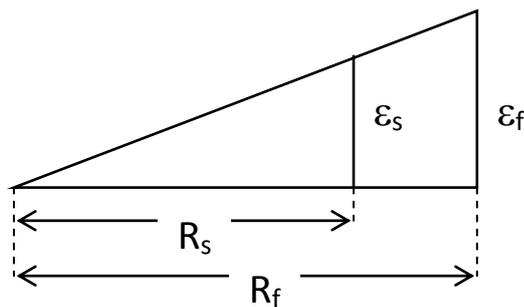
$$E_f \varepsilon_l t_f s + E_s \varepsilon_l A_{st} = f_l s \bar{R} \quad (88)$$

A pressão lateral (f_l) no concreto confinado por armadura transversal e FRP é dada por:

$$f_l = \left(\frac{E_f t_f}{\bar{R}} + \frac{E_s A_{st}}{s \bar{R}} \right) \varepsilon_l \quad (89)$$

Utilizando o esquema apresentado na Figura 16, é possível encontrar outra relação para determinar a pressão lateral de colunas circulares confinadas por armadura transversal e FRP.

Figura 16 - Relação entre as deformações na jaqueta de FRP e na armadura transversal.



Fonte: Autora (2013).

Da Figura 16, obtêm-se:

$$\varepsilon_s = \frac{R_s}{R_f} \varepsilon_f \quad (90)$$

sendo:

R_f = raio da jaqueta de FRP;

R_s = raio da armadura transversal;

Adotando a deformação na jaqueta de FRP igual à deformação lateral:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_l.$$

Da Equação (87), obtêm-se:

$$E_f \varepsilon_l t_f s + E_s \frac{R_s}{R_f} \varepsilon_l A_{st} = f_l s \bar{R} \quad (91)$$

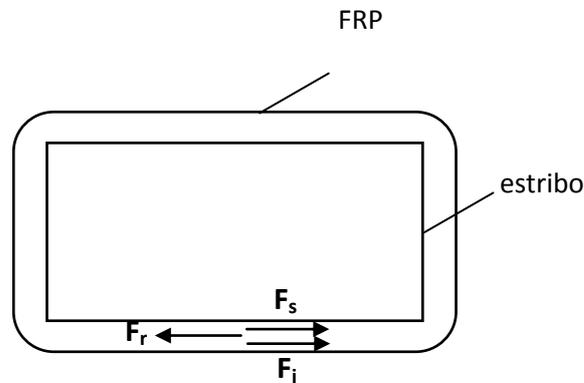
A expressão para determinação da pressão lateral (f_l) no concreto confinado por armadura transversal e FRP é dada por:

$$f_l = \left(\frac{E_f t_f}{R} + \frac{E_s \frac{R_s}{R_f} A_{st}}{s \bar{R}} \right) \varepsilon_l \quad (92)$$

- **Seção Retangular**

A Figura 17 representa os esforços de tração atuantes na seção transversal de uma coluna retangular confinada por armadura transversal e polímero reforçado por fibras.

Figura 17 - Esforço de tração na jaqueta formada pela armadura transversal e pelo FRP.



Fonte: Autora (2013).

Da Figura 17, a resultante de tração na nova jaqueta é dada por:

$$F_r = F_j + F_s \quad (93)$$

A tensão na nova jaqueta formada pela armadura transversal e pelo FRP (f_n) é determinada por:

$$f_n = \frac{F_r}{A_n} \quad (94)$$

A_n é a área na nova jaqueta dada por:

$$A_n = A_f + A_{st} \quad (95)$$

sendo A_f a área da seção transversal da jaqueta de FRP.

A área da jaqueta de FRP é calculada para o comprimento da coluna igual ao espaçamento (s), como mostra a Equação (96):

$$A_f = t_f s \quad (96)$$

Substituindo as Equações (93), (95) e (96) na Equação (94), obtêm-se:

$$f_n (t_f s + A_{st}) = F_j + F_s \quad (97)$$

Considerando a tensão constante ao longo da espessura da nova jaqueta, as resultantes de tração no FRP e na armadura transversal são expostas nas Equações (98) e (99), respectivamente.

$$F_j = f_f A_f \quad (98)$$

$$F_s = f_y A_{st} \quad (99)$$

Utilizando as Equações (85) e (86), respectivamente, para determinar a tensão no FRP e na armadura transversal, obtêm-se:

$$F_j = E_f \varepsilon_f A_f \quad (100)$$

$$F_s = E_s \varepsilon_s A_{st} \quad (101)$$

Substituindo as Equações (100) e (101) na Equação (97), obtêm-se a seguinte expressão para a tensão na nova jaqueta:

$$f_n = \frac{E_f \varepsilon_f A_f + E_s \varepsilon_s A_{st}}{(t_f s + A_{st})} \quad (102)$$

Considerando a nova jaqueta como elástica, a tensão atuante nesta é dada por:

$$f_n = E_n \varepsilon_l \quad (103)$$

sendo E_n o módulo de elasticidade da nova jaqueta.

Igualando a Equação (102) com a Equação (103) e adotando $\varepsilon_f = \varepsilon_s = \varepsilon_l$, obtêm-se uma relação para determinar o módulo de elasticidade da nova jaqueta:

$$E_n = \frac{E_f A_f + E_s A_{st}}{(t_f s + A_{st})} \quad (104)$$

Das Equações (103) e (104), a tensão na nova jaqueta é expressa por:

$$f_n = \left[\frac{E_f A_f + E_s A_{st}}{(t_f s + A_{st})} \right] \varepsilon_l \quad (105)$$

As pressões efetivas médias de confinamento nas direções x e y para as colunas confinadas com armadura transversal e FRP são determinadas com expressões semelhantes à Equação (27). Assumindo que o valor da tensão na nova jaqueta é constante ao longo do perímetro do dispositivo de confinamento, utiliza-se o comprimento médio dos lados na direção x e y, a espessura média da nova jaqueta, a tensão na nova jaqueta determinada pela Equação (105) e obtêm-se:

$$f_{l,x} = \frac{2t_m f_n}{\bar{L}_y} \quad \text{e} \quad f_{l,y} = \frac{2t_m f_n}{\bar{L}_x}$$

(106)

sendo:

\bar{L}_x = comprimento médio do lado na direção x;

\bar{L}_y = comprimento médio do lado na direção y;

t_m = espessura média da nova jaqueta.

A pressão lateral é determinada dividindo-se as forças laterais resultantes pelo perímetro da seção transversal média:

$$f_l = \frac{f_{l,x}\bar{L}_y + f_{l,y}\bar{L}_x}{\bar{L}_x + \bar{L}_y} \quad (107)$$

4.3.2 Carga axial

Nas colunas confinadas por armadura transversal e FRP, parte da seção não está confinada com o estribo, mas está confinada com compósitos. No núcleo confinado com a armadura transversal, parte dele não é confinado pelo estribo. Para determinar a carga axial, utilizou-se a área não confinada média e a área efetivamente confinada média:

$$P = f_{cu}\bar{A}_{cu} + f_{cc}\bar{A}_e + f_{sl}n_{sl}A_{sl}$$

(108) sendo:

\bar{A}_{cu} = área não confinada média;

\bar{A}_e = área efetivamente confinada média.

4.4 Colunas ocas confinadas com FRP

4.4.1 Tensão e correspondente deformação máxima

4.4.1.1 Yazici (2012)

Segundo Yazici (2012), testes realizados em colunas de concreto ocas sugerem que a eficiência do confinamento diminui quando o diâmetro oco aumenta. Baseado nisto, Yazici (2012) estende o modelo proposto nas Equações (76) e (77) para colunas de seção oca confinadas com FRP, multiplicando um dos lados das expressões pelo coeficiente β dado pela Equação (109):

$$\beta = \left(1 - \frac{D_i^2}{D_e^2}\right) \quad (109)$$

sendo:

D_i = diâmetro oco da coluna de concreto;

D_e = diâmetro externo da coluna de concreto.

As formas modificadas das Equações (76) e (77) são utilizadas para determinar a tensão e correspondente deformação máxima do concreto oco confinado externamente por compósitos e são expressas a seguir:

$$f'_{cc} = (1 + 0,033K_N)\beta f'_c \quad (110)$$

$$\varepsilon'_{cc} = (1 + 0,17K_N)\beta \varepsilon'_c \quad (111)$$

O valor de K_N é calculado utilizando a Equação (74) e o diâmetro externo da coluna de concreto.

Este modelo foi desenvolvido usando dados de colunas circulares ocas confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono ensaiados por Modarelli, Micelli e Manni (2005).

4.4.2 Pressão lateral

4.4.2.1 Lignola et al. (2007, 2008, 2009)

Lignola et al. (2007, 2008) propõem expressões para a determinação da pressão lateral em colunas ocas circulares confinadas com FRP. Lignola et al. (2007) fazem uma abordagem simplificada para determinar a pressão lateral, utilizando compatibilidade de deformação juntamente com o equilíbrio do dispositivo confinante e da coluna de concreto, permitindo associar a cada deformação axial uma pressão. Após manipulações matemáticas obtêm-se:

$$f_l = \left(\frac{R_e}{R_e^2 - R_i^2} \frac{E_f t_f}{(1 - \nu_f)} \right) \nu_c \varepsilon_c \quad (112)$$

sendo:

R_e = raio externo;

R_i = raio interno;

ν_c = coeficiente de Poisson do concreto;

ν_f = coeficiente de Poisson da jaqueta de FRP.

O modelo de Lignola et al. (2008) considera dois aspectos fundamentais, um deles é que a condição de deformação plana é assumida para avaliar o deslocamento radial dos elementos confinados por FRP, o outro é que diferentes contribuições das tensões radial e circunferencial são consideradas através de uma pressão confinante equivalente (f_l) que é a média das duas contribuições, resultando na seguinte expressão:

$$f_l = \frac{qR_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (113)$$

sendo q a pressão confinante exercida pela jaqueta.

No caso de $R_i = 0$, ou seja, nas colunas maciças circulares, $f_l = q$. Quando $R_i \neq 0$, o campo de tensões confinante não é igual nas duas direções transversais, o efeito do confinamento deveria ser avaliado em cada ponto da secção transversal e as pressões confinantes seriam diferentes nas duas direcções ortogonais, no entanto, esta abordagem não é considerada devido ao grande esforço computacional exigido. Testes numéricos mostraram que esta suposição fornece resultados com boa exatidão (LIGNOLA et al., 2008).

Utilizando compatibilidade de deslocamentos e considerando que q está associada a cada deformação axial ($q = q(\varepsilon_c)$), os autores expressam q pela seguinte equação:

$$q = \frac{\nu_c}{\frac{R_e}{E_f t_f} (1 - \nu_f) + \frac{1 + \nu_c}{E_c} \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \left[(1 - 2\nu_c) + \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \right]} \varepsilon_c \quad (114)$$

Segundo Lignola et al. (2008), o incremento de deformação transversal do concreto confinado é reduzido pelo confinamento, portanto, o coeficiente de Poisson a um determinado nível de deformação axial é menor na presença de pressão de

confinamento. Gardner (1969) testou colunas circulares de concreto submetidas a diferentes pressões de confinamento uniformes na direção transversal, gerando diferentes curvas, as quais proporcionaram uma relação linear simplificada para ν_c . Admitindo pressão constante de confinamento e utilizando análise de regressão, obteve-se a equação que é usada para determinar o coeficiente de Poisson do concreto (FAM; RIZKALLA, 2001b):

$$\frac{\nu_c}{\nu_{co}} = 1 + \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{cc}} \left(0,719 + 1,914 \frac{f_l}{f'_c} \right) \quad (115)$$

onde ν_{co} é o coeficiente de Poisson inicial do concreto.

Lignola et al. (2009) utilizam as Equações (113), (114) e (115) para determinar a pressão lateral de colunas ocas retangulares confinadas com FRP, determinando o diâmetro equivalente para as seções ocas retangulares. Este foi definido por Teng et al. (2002) como o comprimento da diagonal da seção (diâmetro interno e externo são o distância interna e externa da diagonal da seção, respectivamente).

4.4.2.2 Kusumawardaningsih e Hadi (2010)

Kusumawardaningsih e Hadi (2010) basearam-se em alguns modelos propostos anteriormente para o cálculo da pressão lateral, como o de Lam e Teng (2002) para colunas circulares e o de Teng et al. (2002) para as retangulares. Kusumawardaningsih e Hadi (2010) sugeriram algumas transformações nestas formulações adaptando-as para o cálculo da pressão lateral em colunas ocas. A expressão para colunas ocas circulares está exposta a seguir:

$$f_l = \frac{\rho_f f_f}{2} \quad (116)$$

onde f_f é a tensão atuante na jaqueta e ρ_f é a relação volumétrica do FRP dada por:

$$\rho_f = \frac{A_f}{A_{coluna}} \quad (117)$$

sendo:

A_f = área da seção transversal da jaqueta de FRP;

A_{coluna} = área da coluna de concreto descontada a área oca.

Assim, para colunas ocas temos:

$$\rho_f = \frac{2R_e t_f}{R_e^2 - R_i^2} \quad (118)$$

4.4.3 Deformação lateral em função da deformação de área

A deformação de área em função da deformação lateral em colunas circulares e retangulares é proposta por Marques et al. (2004) como sendo igual a seguinte relação:

$$\varepsilon_A = 2\varepsilon_l \quad (119)$$

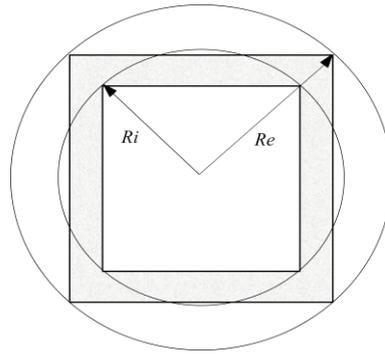
No caso de colunas ocas a relação da Equação (119) não é válida. Então, uma nova relação foi determinada para colunas ocas circulares:

$$\varepsilon_A = \left[1 + \frac{(R_e - R_i)}{(R_e + R_i)} \right] \varepsilon_l \quad (120)$$

4.4.4 Diâmetro equivalente

As expressões propostas para colunas ocas confinadas com FRP são destinadas a seções circulares. Como citado anteriormente, Lignola et al. (2009) utilizaram um modelo para determinar a pressão lateral em seções retangulares utilizando expressões propostas para colunas ocas circulares, determinando os diâmetros equivalentes para coluna oca retangular como sendo igual às diagonais dos retângulos (Figura 18).

Figura 18 - Coroa circular circunscrevendo a seção retangular oca.



Fonte: Autora (2013).

Da Figura 18, obtêm-se as expressões para determinar os diâmetros equivalentes:

$$D_i = \sqrt{b^2 + h^2} \quad (121)$$

$$D_e = \sqrt{B^2 + H^2}$$

(122)

sendo:

b = base da seção retangular oca;

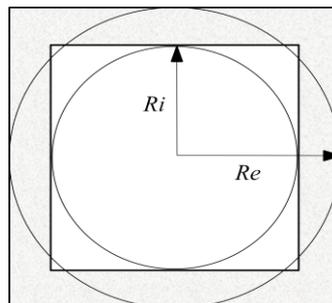
h = altura da seção retangular oca;

B = base da seção retangular;

H = altura da seção retangular.

Baseando-se na ideia de Lignola et al. (2009), duas outras propostas são sugeridas para determinar os diâmetros equivalentes de colunas ocas quadradas. A primeira utiliza a coroa circular inscrita na seção quadrada oca (Figura 19).

Figura 19 - Coroa circular inscrita na seção quadrada oca.



Fonte: Autora (2013).

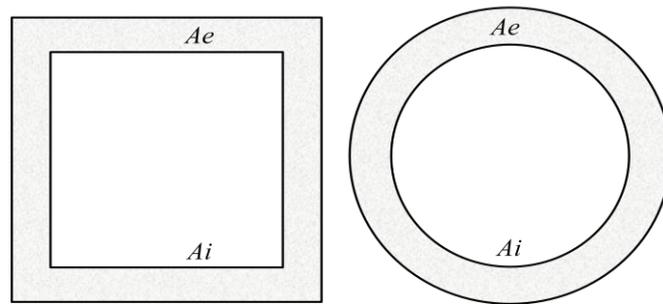
Da Figura (19), o diâmetro interno (D_i) é igual ao lado oco do quadrado (l_i) e o diâmetro externo (D_e) é igual ao lado do quadrado (l_e):

$$D_i = l_i \quad (123)$$

$$D_e = l_e \quad (124)$$

A outra ideia proposta é determinar os diâmetros equivalentes utilizando igualdade entre as áreas (Figura 20).

Figura 20 - Quadrado com área equivalente a seção circular.



Fonte: Autora (2013).

Os diâmetros equivalentes são determinados considerando que a área do quadrado de lado l_e é igual a área do círculo de diâmetro D_e (Equação (125)) e a área oca do quadrado com lado l_i é igual a área oca circular de diâmetro D_i (Equação (126)):

$$A_e = l_e^2 = \frac{\pi D_e^2}{4} \quad (125)$$

$$A_i = l_i^2 = \frac{\pi D_i^2}{4} \quad (126)$$

Então, os diâmetros equivalentes são determinados por:

$$D_e = 2l_e \sqrt{\frac{1}{\pi}} \quad (127)$$

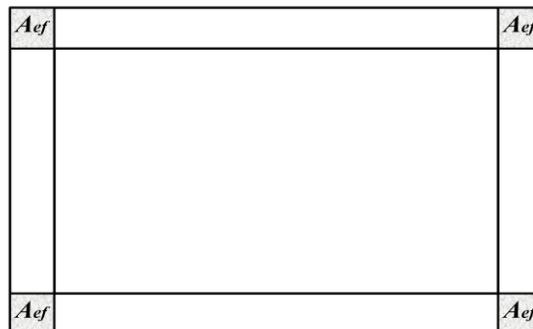
$$D_i = 2l_i \sqrt{\frac{1}{\pi}} \quad (128)$$

4.4.5 Carga axial e área efetivamente confinada

Nas colunas ocas confinadas com compósitos, de forma semelhante ao que ocorre nas colunas confinadas com FRP, apenas nas seções retangulares existem áreas não confinadas devido a sua forma geométrica. A expressão proposta para determinar a carga axial nas colunas ocas retangulares confinadas com polímeros reforçados com fibras é a mesma sugerida por Marques et al. (2004) na Equação (28). Mas nas colunas ocas retangulares a área efetivamente confinada é diferente daquela calculada pela Equação (26). Duas propostas para determinar a área efetivamente confinada em colunas ocas retangulares são apresentadas.

A primeira utiliza a ideia das áreas equivalentes e considera a área efetivamente confinada da coluna retangular oca como sendo igual à área da coluna circular oca equivalente. A outra proposta considera a área efetivamente confinada (A_{ef}) exposta na Figura 21.

Figura 21 - Esquema da área efetivamente confinada em colunas ocas retangulares.



Fonte: Autora (2013).

5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

5.1 Colunas de concreto confinadas por armaduras de aço

A formulação básica apresentada em Marques et al. (2004) foi implementada juntamente com diferentes modelos propostos na literatura para avaliação da tensão máxima e da correspondente deformação de concretos confinados por armaduras transversais de aço. Os cálculos da pressão lateral e da carga axial foram modificados se adequando ao caso considerado. Usando esta versão modificada da referida formulação, diversos exemplos de colunas foram analisados e as soluções encontradas comparadas com resultados experimentais disponíveis na literatura. Detalhes dos ensaios que originaram os dados experimentais encontram-se disponíveis nos respectivos trabalhos referenciados.

Foram analisadas colunas cilíndricas e retangulares e o efeito do espaçamento dos estribos no confinamento foi investigado. Os resultados para colunas circulares e retangulares estão expostos separadamente nos tópicos a seguir.

- **Colunas Circulares**

A Tabela 1 mostra os dados das colunas curtas circulares confinadas por armaduras de aço, ensaiadas por diversos autores. Alguns dados da Tabela 1 referentes ao trabalho experimental de Razvi e Saatcioglu (1999a) foram obtidos do trabalho de Campione et al. (2012).

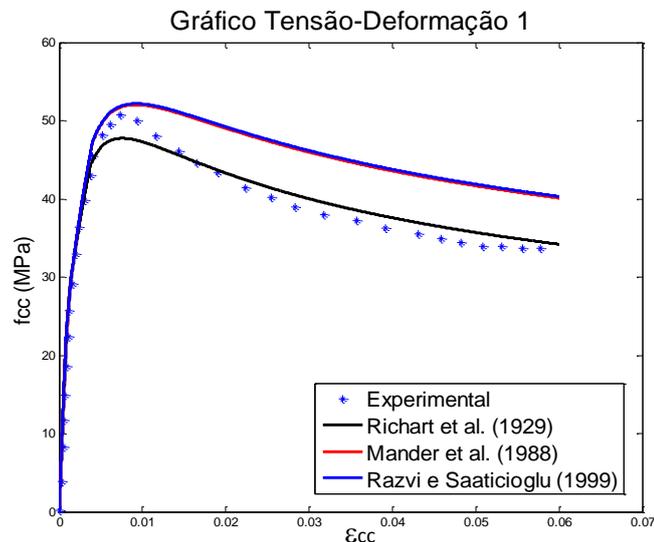
Tabela 1 - Dados das colunas circulares confinadas com armadura transversal.

Referência	Espécime	d_s (mm)	f'_c (MPa)	Armadura longitudinal			Armadura transversal		
				n_s	d_{sl} (mm)	f_{sl} (MPa)	d_{st} (mm)	f_{st} (MPa)	s (mm)
Mander et al. (1988a)	1	438,0	28,0	12,0	16,0	295,0	12,0	340,0	41,0
Razvi e Saatcioglu (1999a)	CC-4	223,7	60,0	8,0	16,0	400,0	6,3	660,0	70,0
Bing, Park e Tanaka (2001)	3B	204,0	72,3	6,0	12,0	443,0	6,0	445,0	20,0
	6B	204,0	72,3	6,0	12,0	443,0	6,0	445,0	35,5

Fonte: Autora (2013).

A Figura 22 apresenta as curvas tensão-deformação obtidas pela formulação modificada com a incorporação de três modelos propostos por diferentes autores, juntamente com a curva experimental encontrada por Mander et al. (1988a). As soluções obtidas com o emprego das expressões auxiliares propostas por Razvi e Saatcioglu (1999b) e Mander et al. (1988b) são praticamente coincidentes. Comparando a curva experimental com aquelas geradas pelo algoritmo numérico, observa-se boa concordância para valores inferiores à tensão máxima, enquanto para a região pós-pico, o melhor desempenho foi observado pela formulação modificada com a proposta de Richart et al. (1929).

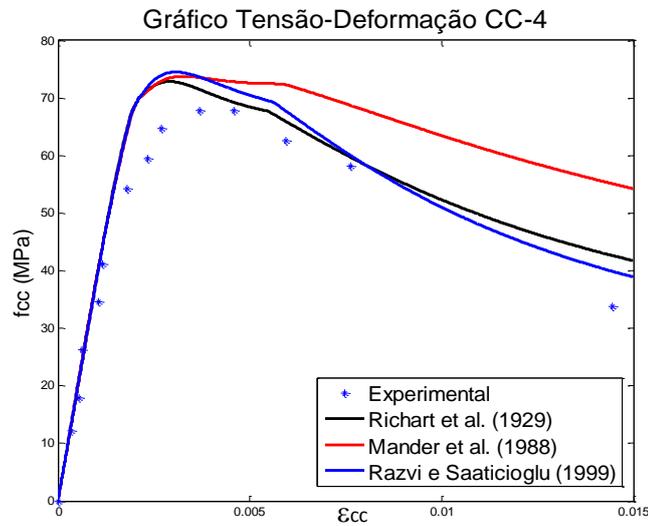
Figura 22 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Mander et al. (1988a).



Fonte: Autora (2013).

A Figura 23 mostra que as curvas geradas com a proposta numérica utilizando as expressões de Richart et al. (1929), Mander et al. (1988b) e Razvi e Saatcioglu (1999b) apresentam um comportamento semelhante, ficando acima da curva experimental. Após atingir a tensão máxima, o resultado obtido pelo algoritmo numérico com o modelo de Mander et al. (1988) foi o que apresentou mais discrepância dos valores experimentais.

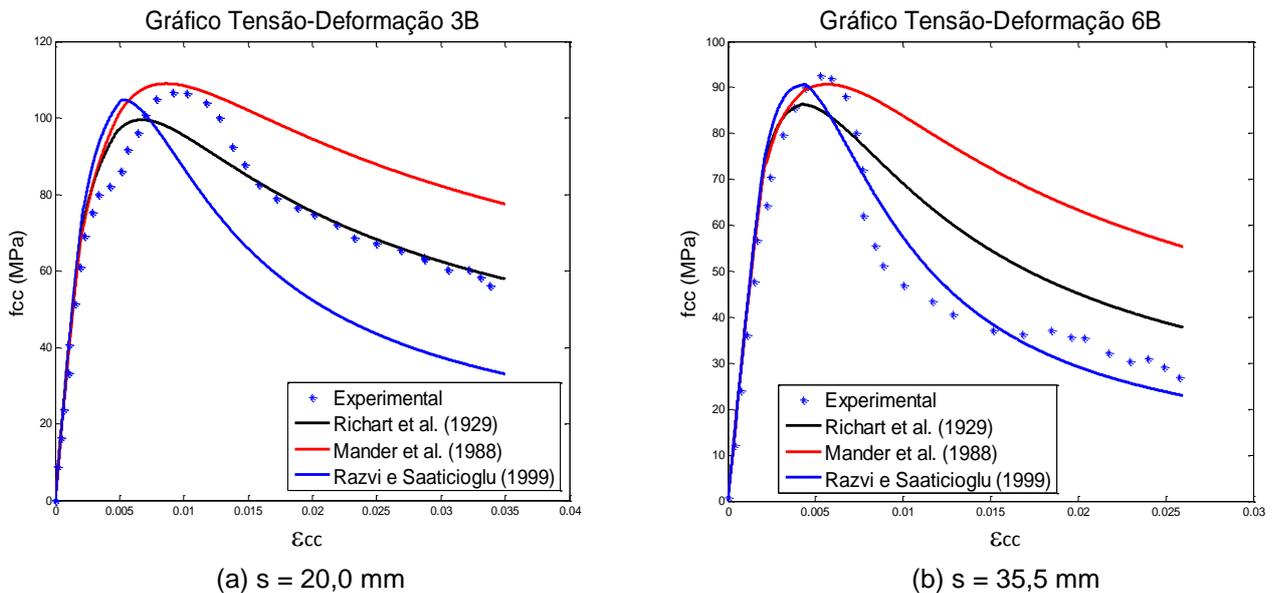
Figura 23 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Razvi e Saatcioglu (1999a).



Fonte: Autora (2013).

As Figuras 24 (a) e (b) apresentam o efeito do espaçamento dos estribos no confinamento, quanto maior o espaçamento da armadura transversal menor é o efeito do confinamento no núcleo do concreto. A tensão máxima do espécime 3B é aproximadamente 105 MPa, enquanto que o espécime 6B possui tensão de pico inferior a 95 MPa.

Figura 24 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).



(a) $s = 20,0 \text{ mm}$

(b) $s = 35,5 \text{ mm}$

Fonte: Autora (2013).

As curvas encontradas na Figura 24 (a) apresentaram boa concordância na região elástica, na região pós-pico a solução obtida incorporando o modelo de Richart et al. (1929) forneceu melhor resultado. Os valores da tensão máxima mais próximos do experimental são fornecidos com as expressões propostas por Razvi e Saatcioglu (1999b) e Mander et al. (1988).

Na Figura 24 (b) a solução obtida com o procedimento numérico utilizando a expressão proposta por Razvi e Saatcioglu (1999b) foi a que apresentou melhor concordância com os valores experimentais.

Dados experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001) para concreto com resistência de 35,2 MPa e com armadura transversal de alta resistência ao escoamento (1318 MPa) foram implementados com a proposta numérica sugerida, mas os resultados não apresentaram concordância com a curva experimental devido, provavelmente, ao aço utilizado nos estribos ser de alta resistência.

- **Colunas Retangulares**

Os dados utilizados para análise das colunas retangulares confinadas com armadura transversal estão expostos na Tabela 2.

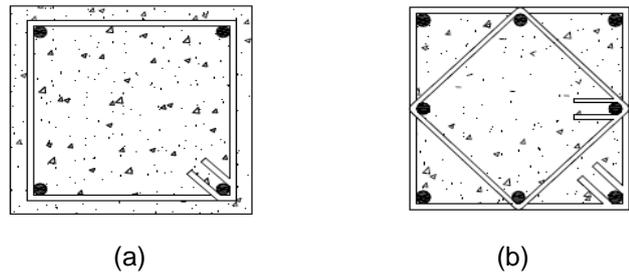
Tabela 2 - Dados das colunas retangulares confinadas com armadura transversal.

Referência	Espécime	L _{sx} (mm)	L _{sy} (mm)	f' _c (MPa)	Armadura longitudinal			Armadura transversal		
					n _s	d _{sl} (mm)	f _{sl} (MPa)	d _{st} (mm)	f _{st} (MPa)	s (mm)
Cusson e Paultre (1994)	1A	195,0	195,0	95,4	4,0	19,5	406,0	9,5	410,0	50,0
Bing, Park e Tanaka (2001)	1A	209,0	215,0	60,0	4,0	12,0	443,0	6,0	445,0	20,0
	4A	209,0	215,0	60,0	4,0	12,0	443,0	6,0	445,0	35,0
	2B	209,0	215,0	72,3	8,0	12,0	443,0	6,0	445,0	20,0
	5B	209,0	215,0	72,3	8,0	12,0	443,0	6,0	445,0	35,0
	8B	209,0	215,0	72,3	8,0	12,0	443,0	6,0	445,0	50,0
	11A	209,0	215,0	60,0	8,0	12,0	443,0	6,0	445,0	65,0

Fonte: Autora (2013).

As seções transversais das colunas analisadas estão mostradas na Figura 25 (a) e (b).

Figura 25 - Configuração dos espécimes com 4 e 8 barras longitudinais.

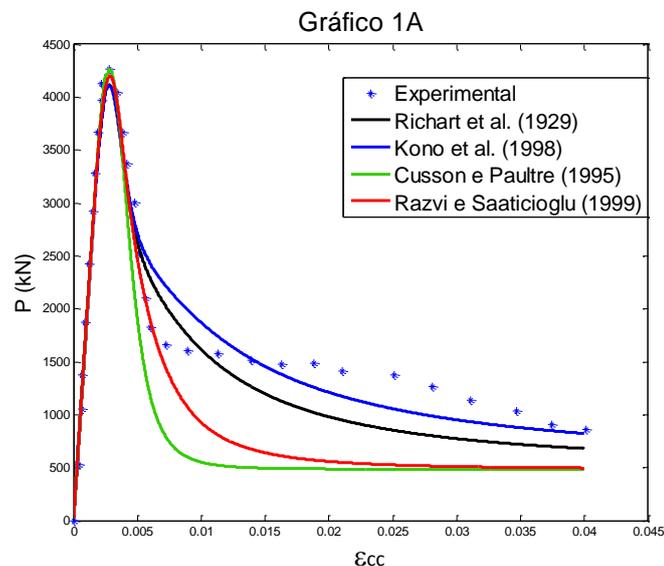


Fonte: modificado de Campione e Minafò (2010).

Os espécimes 2B, 5B, 8B e 11A de Bing, Park e Tanaka (2001) apresentam a configuração da Figura 25 (b).

A Figura 26 apresenta os gráficos carga axial-deformação correspondentes à coluna ensaiada por Cusson e Paultre (1994). Como observado, as curvas geradas com o procedimento numérico utilizando os modelos de Richart et al. (1929), Kono et al. (1998), Cusson e Paultre (1995) e Razvi e Saatcioglu (1999b) forneceram bons resultados até a deformação axial de aproximadamente 0,007. O valor da tensão máxima obtido utilizando a expressão proposta por Cusson e Paultre (1995) foi o mais próximo do experimental. O módulo de elasticidade do concreto foi dado pelos autores e neste caso não determinado pela equação de Carrasquillo, Nilson e Slate (1981).

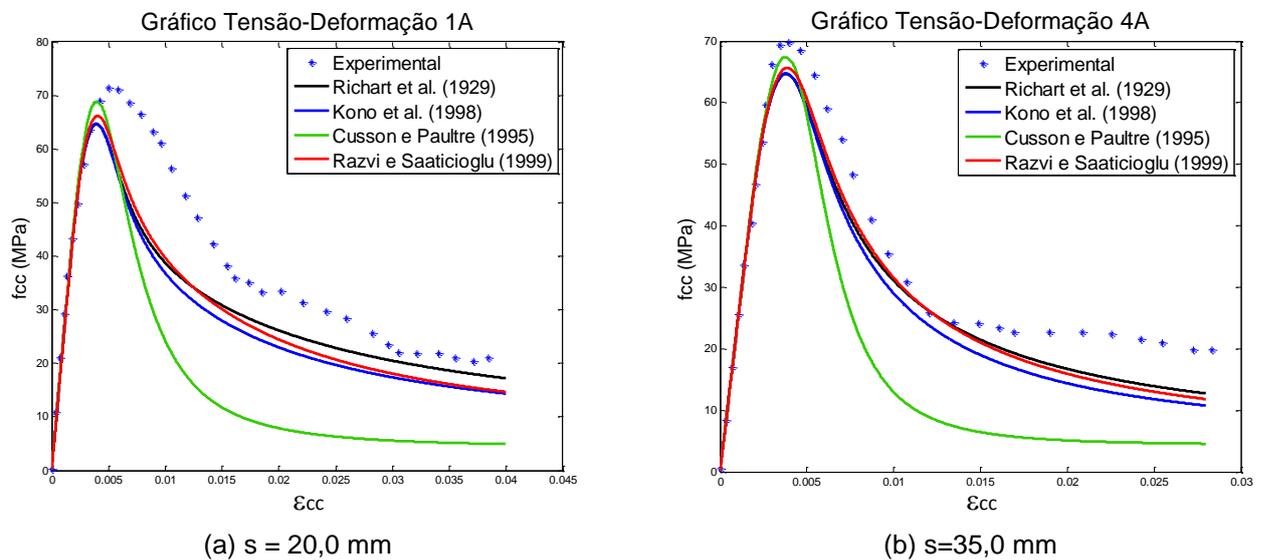
Figura 26 - Curvas carga axial-deformação comparadas aos valores experimentais de Cusson e Paultre (1994).



Fonte: Autora (2013).

O uso da expressão proposta por Cusson e Paultre (1995) apresentou resistência máxima mais próxima dos valores experimentais expostos na Figura 27, porém na região pós-pico esta foi a que apresentou maior divergência dos outros modelos sugeridos. As curvas utilizando o espaçamento de 20 mm (Figura 27 (a)) apresentaram resultados divergentes do experimental após a região elástica do gráfico. Na Figura 27 (b) com espaçamento de 35 mm, o procedimento numérico sugerido exibiu boa concordância com os valores experimentais.

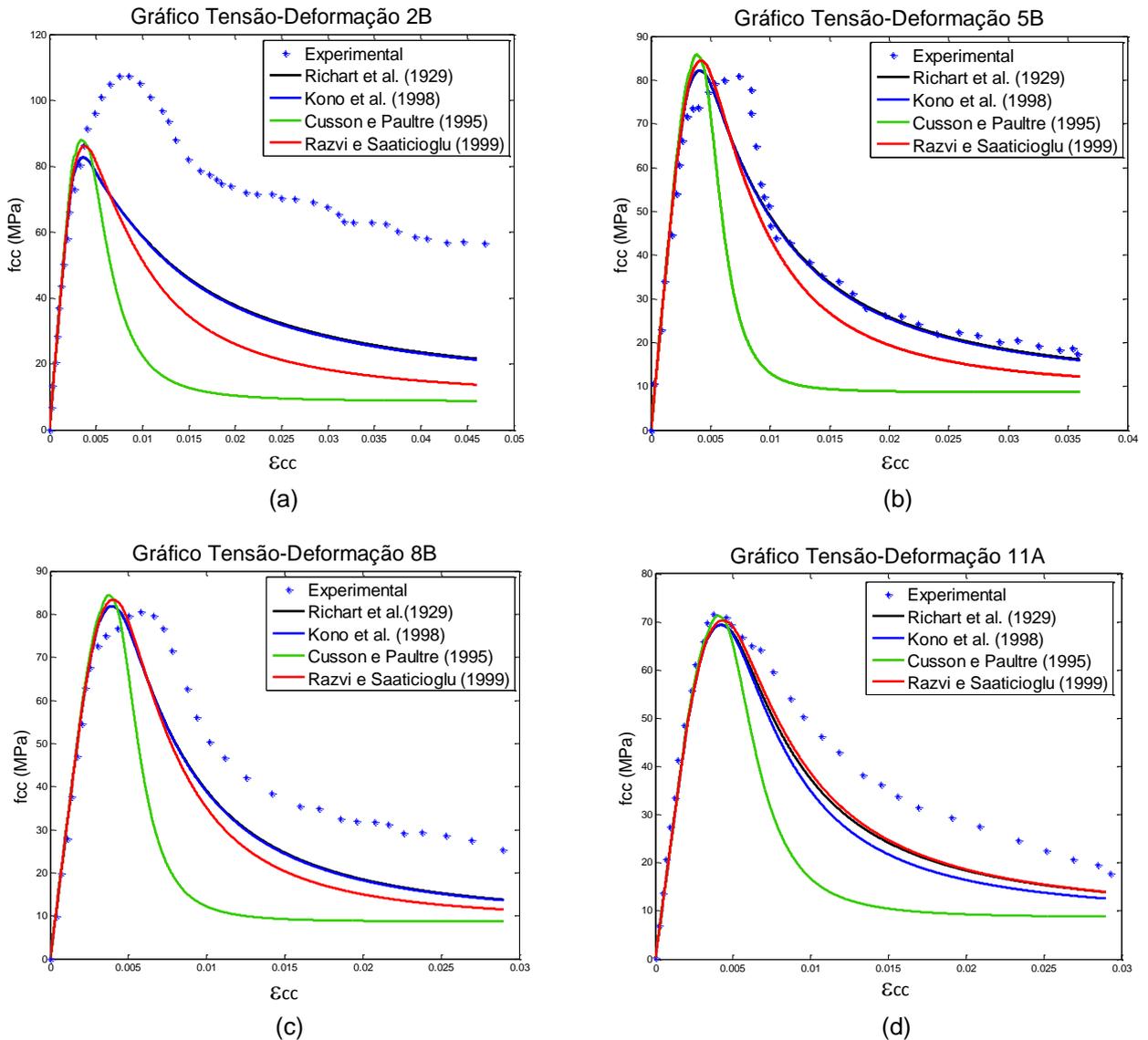
Figura 27 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).



Fonte: Autora (2013).

Os resultados da proposta numérica exibidos na Figura 28 se assemelharam aos da Figura 27. As curvas geradas utilizando o espaçamento de 20 mm (Figura 28 (a)) apresentaram discrepância dos resultados experimentais, exibindo valores inferiores à curva experimental. Com o espaçamento de 35 mm as soluções obtidas com o algoritmo numérico exibiram uma boa concordância com os valores experimentais (Figura 28 (b)), assim como na Figura 28 (c) e (d). O resultado utilizando a expressão proposta por Cusson e Paultre (1995) apresentou na região pós-pico divergência dos outros modelos sugeridos. A Equação (6) não foi utilizada para determinar o módulo de elasticidade dos gráficos gerados nas Figuras 27 e 28, o módulo de elasticidade foi calculado utilizando os dados experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).

Figura 28 - Curvas tensão-deformação comparado a valores experimentais de Bing, Park e Tanaka (2001).



Fonte: Autora (2013).

- **Análise Geral dos Resultados**

Na maioria dos exemplos analisados das colunas circulares confinadas com armadura transversal, as curvas geradas pelo algoritmo com a incorporação das expressões propostas por Richart et al. (1929) e Razvi e Saatcioglu (1999b) foram as que apresentaram melhor concordância com os resultados experimentais. O algoritmo utilizando os modelos de Mander et al. (1988b) e Razvi e Saatcioglu (1999b) exibiram valores da tensão máxima mais próximos dos experimentais, ao passo que o emprego da expressão proposta por Richart et al. (1929) originou valores de tensão máxima inferiores àqueles.

O procedimento numérico utilizando a expressão proposta por Cusson e Paultre (1995) apresentou valores de tensão máxima mais próximos dos experimentais para a maioria dos casos analisados das colunas retangulares confinadas com armadura transversal. As curvas que melhor concordaram com as curvas experimental foram aquelas geradas pelo algoritmo utilizando os modelos de Richart et al. (1929) e Kono et al. (1998). Estas considerações são válidas para os concretos de alta resistência. Os resultados obtidos nas colunas com espaçamento da armadura transversal de 20 mm apresentaram divergência entre as curvas teóricas e experimentais, tanto nas colunas circulares como nas retangulares. Para estes últimos casos, a formulação básica modificada não descreveu satisfatoriamente o comportamento das colunas.

5.2 Colunas de concreto confinadas por FRP

O algoritmo apresentado por Marques et al. (2004) foi modificado com diferentes modelos propostos na literatura para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas de concreto confinadas por polímeros reforçados com fibras. Utilizando esta proposta numérica modificada, diversos exemplos de colunas circulares e retangulares confinadas com fibras de carbono e vidro foram analisados e as soluções comparadas com dados experimentais disponíveis na literatura. Detalhes dos ensaios correspondentes aos dados experimentais são encontrados nos trabalhos referenciados.

- ***Colunas Circulares***

A Tabela 3 mostra os dados das colunas circulares confinadas com FRP ensaiadas por diversos autores e utilizadas para análise da proposta numérica sugerida.

Tabela 3 - Dados das colunas circulares confinadas com FRP.

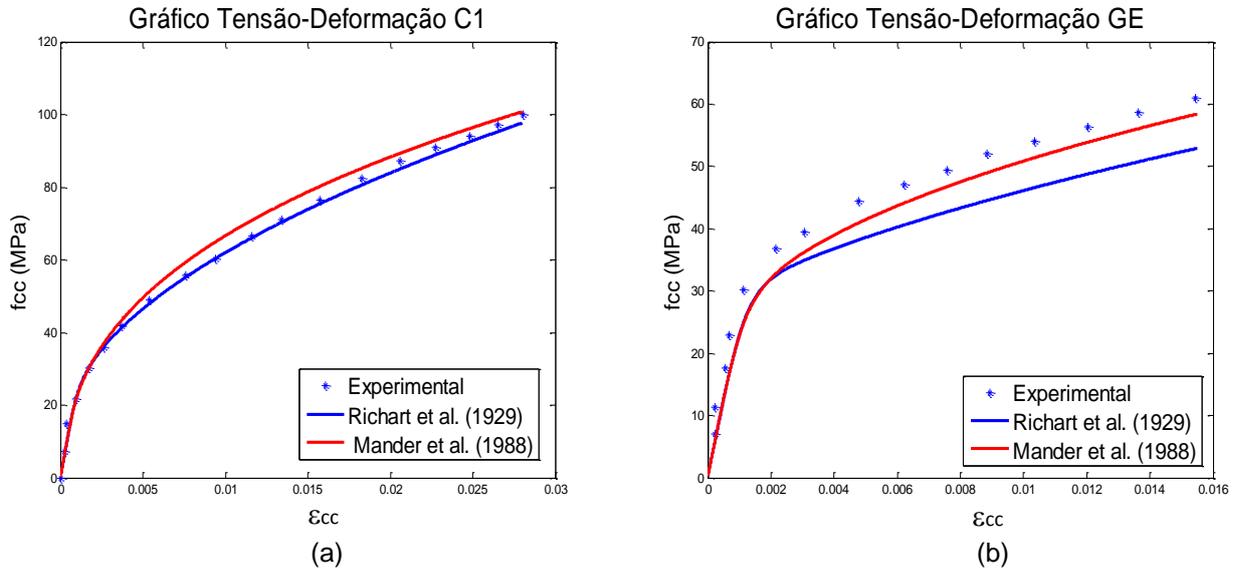
Referência	Espécime	Fibra	D (mm)	f'_c (MPa)	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_r (MPa)
Toutanji (1999)	C1	Carbono	76	31	0,22	230,5	3485
	C5	Carbono	76	31	0,33	372,8	2940
	GE	Vidro	76	31	0,24	72,6	1518
Berthet, Ferrier e Hamelin (2005)	C50	Carbono	160	50	0,66	230,0	3200
Aire et al. (2010)	CHF30	Carbono	150	30	0,35	240,0	3900
	CHF70	Carbono	150	70	0,35	240,0	3900
	GHF30	Vidro	150	30	0,45	65,0	3000
	GHF70	Vidro	150	70	0,45	65,0	3000
Micelli e Modarelli (2013)	CC1	Carbono	150	28	0,165	221,0	3068

Fonte: Autora (2013).

Utilizando o algoritmo numérico de Marques et al. (2004) e as diferentes expressões propostas na literatura para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas de concreto confinadas por armadura transversal, foram geradas curvas com os dados experimentais de Toutanji (1999).

Os resultados expostos na Figura 29 (a) mostraram que o procedimento numérico utilizando os modelos para calcular a tensão e deformação máxima das colunas confinadas com estribos apresentou boa concordância com os valores experimentais para o caso das colunas circulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono. Nas colunas confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro as soluções exibiram valores inferiores aos resultados experimentais (Figura 29 (b)).

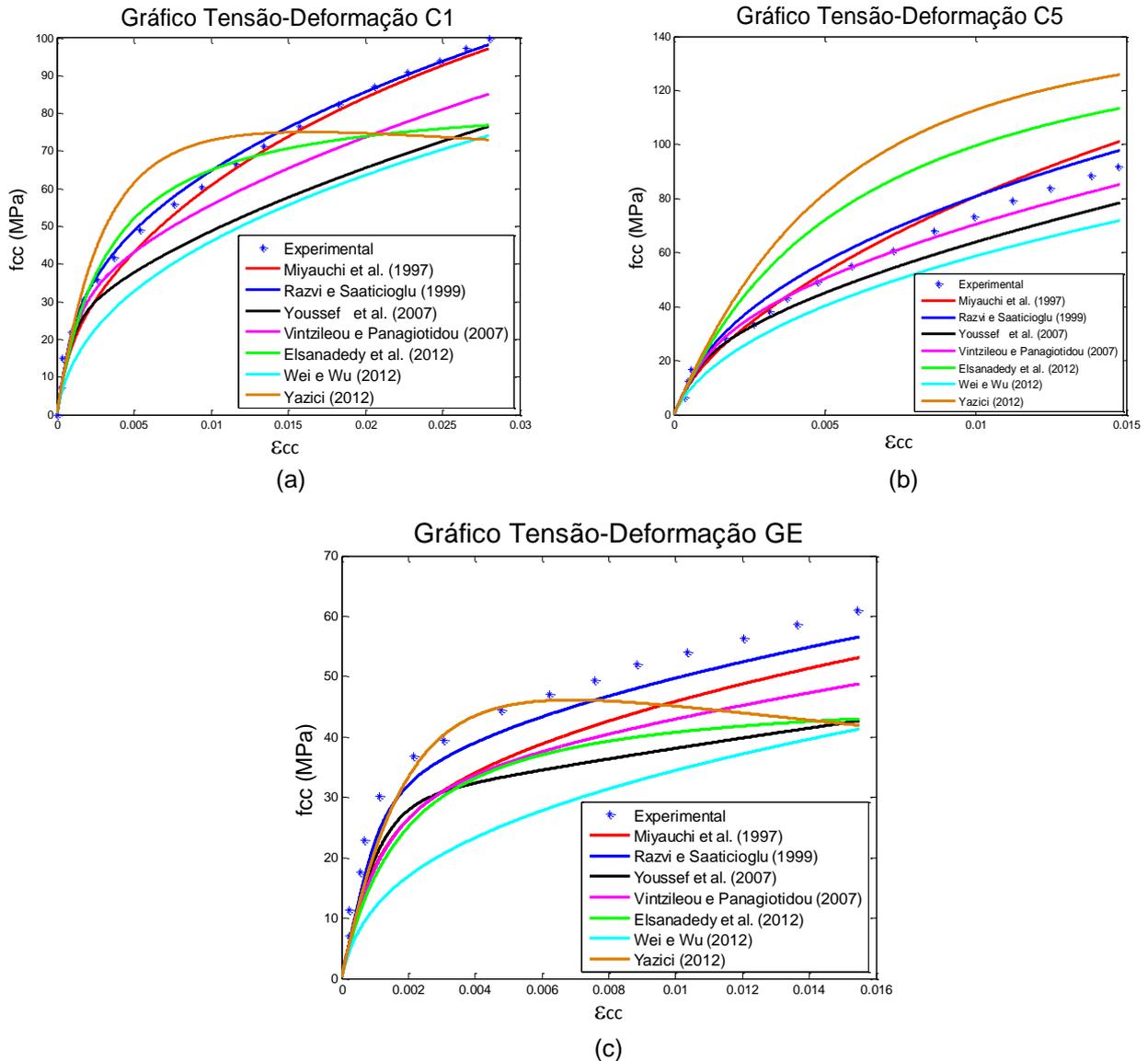
Figura 29 - Curva tensão-deformação comparada aos valores experimentais de Toutanji (1999).



Fonte: Autora (2013).

A Figura 30 (a), (b) e (c) mostra que o procedimento numérico utilizando as expressões propostas por Youssef et al. (2007), Elsanadedy et al. (2012), Wei e Wu (2012) e Yazici (2012) apresentou soluções teóricas divergentes dos valores experimentais. As curvas geradas com o algoritmo numérico incorporando os modelos de Miyauchi et al. (1997), Razvi e Saaticioğlu (1999b) e Vintzileou e Panagiotidou (2007) exibiram melhor concordância em relação aos dados experimentais. Para estes casos, o uso do modelo de Razvi e Saaticioğlu (1999b) forneceu resultados, conforme ilustrado na Figura 30 (a) e (b). Nas colunas confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro as soluções apresentaram valores inferiores aos experimentais e novamente com o modelo de Razvi e Saaticioğlu (1999b) houve uma melhor concordância com os valores experimentais (Figura 30 (c)).

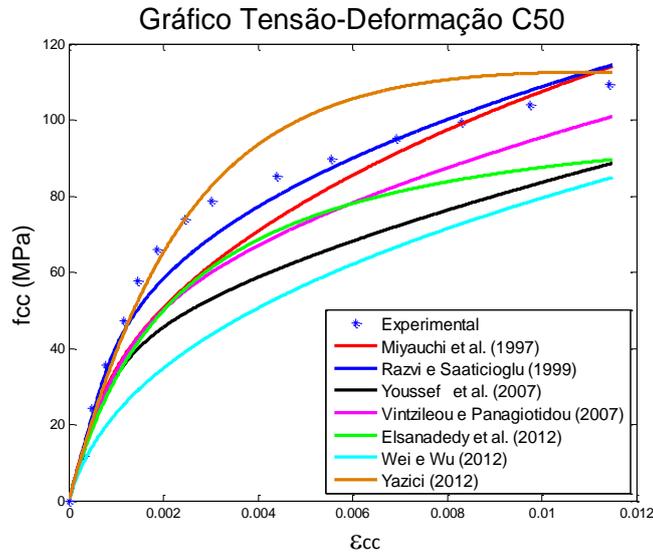
Figura 30 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Toutanji (1999).



Fonte: Autora (2013).

Berthet, Ferrier e Hamelin (2005) ensaiaram colunas confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono para concretos de 20, 50 e 100 MPa. Estas colunas foram implementadas com a proposta numérica sugerida e os resultados obtidos para os concretos de 20 e 100 MPa não apresentaram concordância com a curva experimental. Para geração das curvas do concreto de 50 MPa o módulo de elasticidade foi determinado utilizando os dados experimentais. A Figura 31 exhibe as soluções geradas, utilizando os modelos de Miyauchi et al. (1997), Razvi e Saaticioglu (1999b) e Yazici (2012). Os resultados apresentaram boa concordância com os valores experimentais.

Figura 31 - Gráfico tensão-deformação do espécime C50 comparado aos dados experimentais de Berthet, Ferrier e Hamelin (2005).

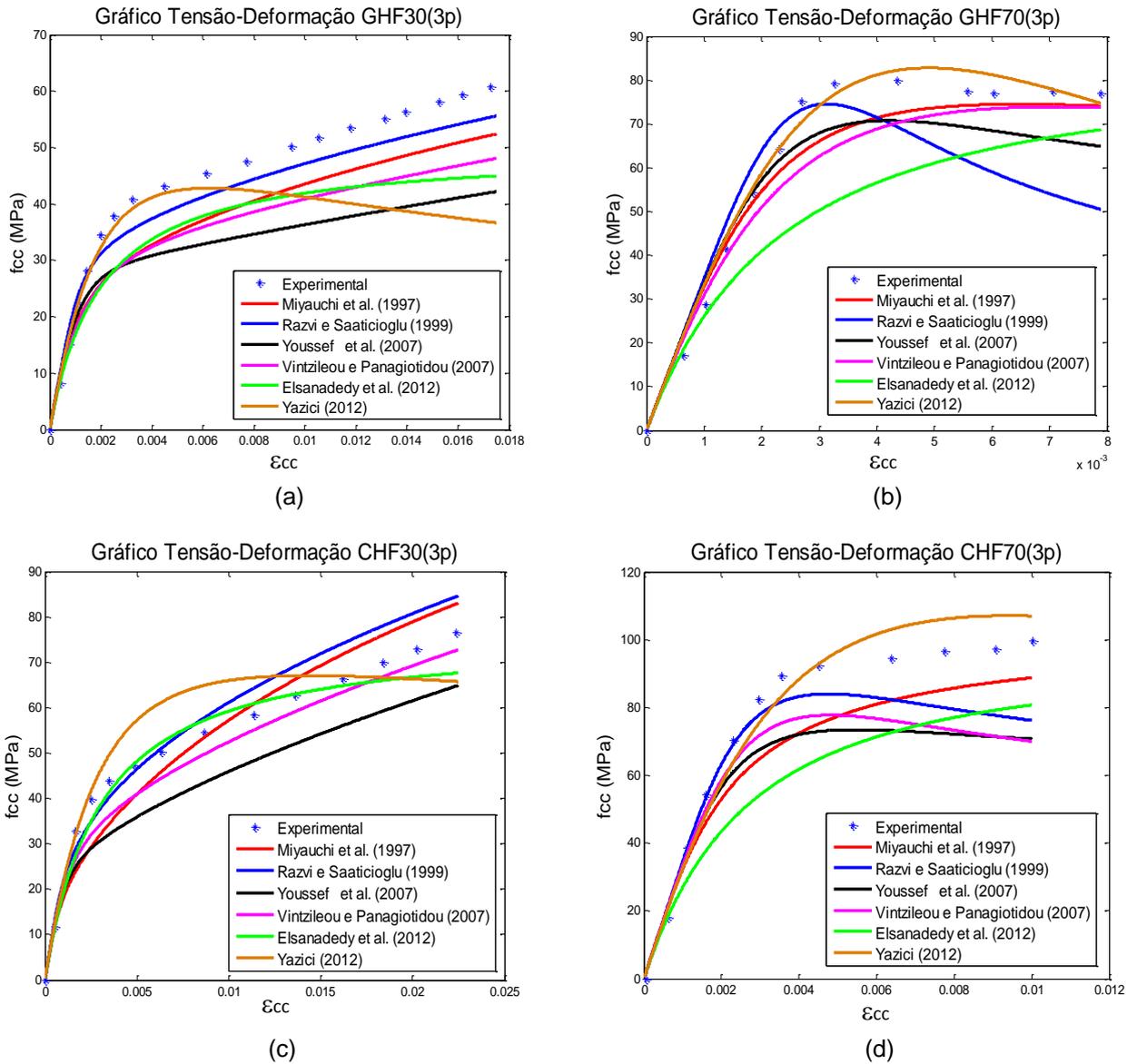


Fonte: Autora (2013).

Os dados experimentais de Aire et al. (2010) possibilitaram uma análise da proposta numérica para concretos de resistência normal e alta confinados com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono. As curvas geradas utilizando a expressão proposta por Wei e Wu (2012) não apresentaram boa concordância com as dos outros modelos, motivo pelo qual não foram expostas na Figura 32.

Na Figura 32 (a) o procedimento numérico gerou curvas com valores inferiores aos do experimento. Usando o modelo de Razvi e Saaticioglu (1999b) obteve-se melhor resultado, repetindo o que ocorre na Figura 30 (c). A curva gerada utilizando a expressão proposta por Yazici (2012) foi a que apresentou melhor concordância com a curva experimental (Figura 32 (b)). As curvas obtidas com o algoritmo numérico incorporando os modelos de Miyachi et al. (1997), Razvi e Saaticioglu (1999b) e Vintzileou e Panagiotidou (2007) exibiram melhor concordância com os dados experimentais, conforme apresentado na Figura 32 (c), semelhantemente ao que ocorreu com a coluna cujos resultados estão ilustrados na Figura 30 (b). Na Figura 32 (d) o uso da expressão proposta por Yazici (2012) gerou a melhor solução.

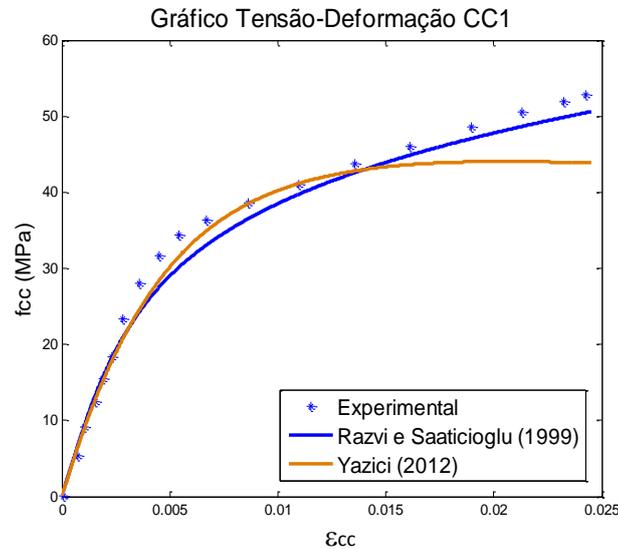
Figura 32 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Aire et al. (2010).



Fonte: Autora (2013).

Na Figura 33 as curvas foram geradas utilizando o módulo de elasticidade do concreto determinado experimentalmente. Os resultados obtidos usando as expressões propostas por Razvi e Saaticioglu (1999b) e Yazici (2012) apresentaram boa concordância com os valores experimentais, e o algoritmo incorporando o modelo de Razvi e Saaticioglu (1999b) exibiu melhor solução. As curvas geradas utilizando os outros modelos não foram expostas por divergirem significativamente da curva experimental.

Figura 33 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Micelli e Modarelli (2013).



Fonte: Autora (2013).

- **Colunas Retangulares**

A Tabela 4 mostra os dados das colunas confinadas por polímeros reforçados com fibras de carbono e vidro ensaiadas por diversos autores e analisadas pela proposta numérica. As expressões de Elsanadedy et al. (2012) e Yazici (2012) não foram utilizadas por conterem coeficientes dependentes do diâmetro da coluna.

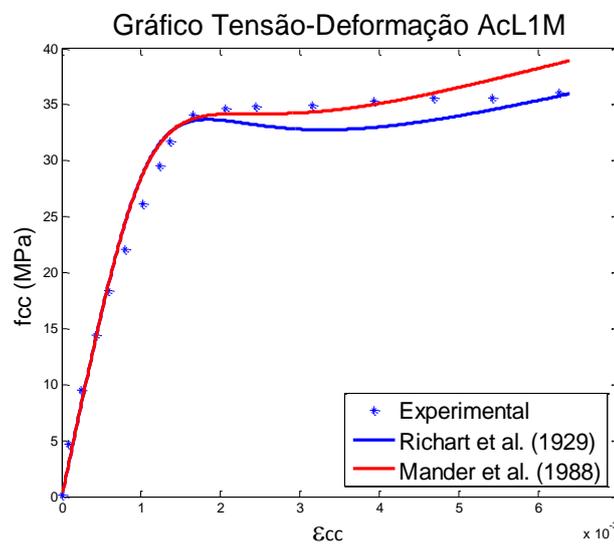
Tabela 4 - Dados das colunas retangulares confinadas com FRP.

Referência	Espécime	Fibra	L_x (mm)	L_y (mm)	R (mm)	f'_c (MPa)	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_r (MPa)
Rochette e Labossière (2000)	S25-C3	Carbono	152,0	152,0	25,00	42,0	0,900	82,7	1265
Mirmiran, Zagers e Yuan (2000)	6P	Vidro	152,5	152,5	6,35	40,6	1,450	37,233	524
Rousakis, Karabinis e Kiousis (2007)	AcL1M	Carbono	200,0	200,0	30,00	33,0	0,117	240	3720
Hantouche (2005)	C1FP3	Carbono	132,0	132,0	15,00	18,3	0,390	230	3500
Wu e Wei (2010)	2S1.0	Carbono	150,0	150,0	30,00	30,0	0,334	230	3400
	2R1.25	Carbono	188,0	150,0	30,00	30,0	0,334	230	3400
	2R1.5	Carbono	225,0	150,0	30,00	30,0	0,334	230	3400
	2R1.75	Carbono	263,0	150,0	30,00	30,0	0,334	230	3400
	2R2.0	Carbono	300,0	150,0	30,00	30,0	0,334	230	3400
Micelli e Modarelli (2013)	CP3	Carbono	150,0	150,0	25,00	28,0	0,330	221	3068
	CP7	Carbono	200,0	150,0	25,00	28,0	0,330	221	3068
	CP9	Vidro	200,0	150,0	25,00	28,0	0,460	86	1957

Fonte: Autora (2013).

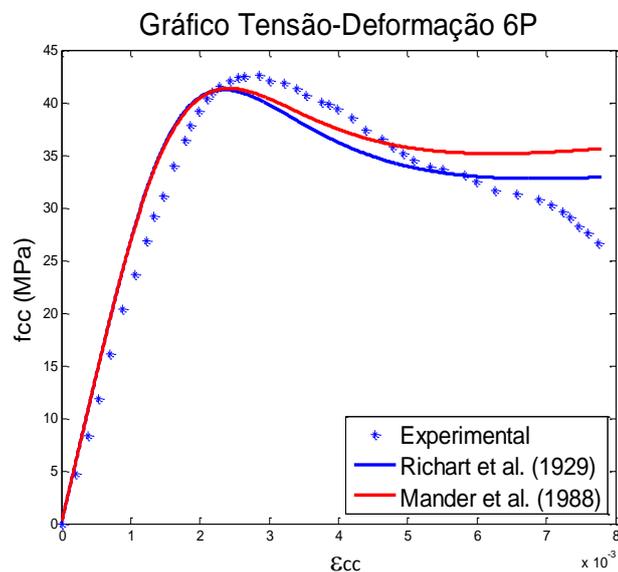
Utilizando a proposta numérica de Marques et al. (2004) e as expressões para determinação da tensão máxima e respectiva deformação de colunas confinadas com armadura transversal, foram geradas as curvas apresentadas nas Figuras 34 e 35 com os dados experimentais de Rousakis, Karabinis e Kiouisis (2007) e Mirmiran, Zagers e Yuan (2000), respectivamente. As Figuras 34 e 35 mostram que nas colunas retangulares confinadas com fibras carbono e vidro os resultados usando os modelos propostos para colunas confinadas com armadura transversal apresentaram boa concordância com os valores experimentais.

Figura 34 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Rousakis, Karabinis e Kiouisis (2007).



Fonte: Autora (2013).

Figura 35 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Mirmiran, Zagers e Yuan (2000).

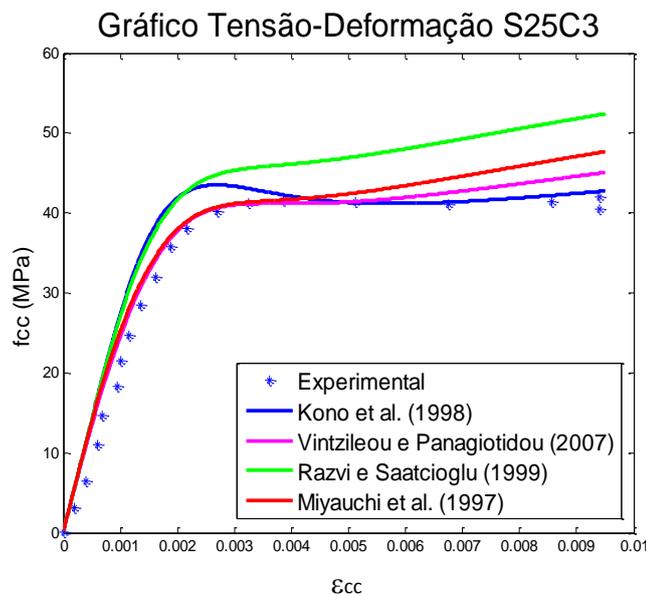


Fonte: Autora (2013).

As expressões propostas por Youssef et al. (2007) e Wei e Wu (2012) apresentaram divergências dos valores experimentais e não são expostas nas análises das colunas retangulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono.

Na Figura 36 as soluções utilizando as expressões de Kono et al. (1998), Vintzileou e Panagiotidou (2007) e Miyauchi et al. (1997) concordaram com os valores experimentais, mesmo esta última sendo proposta para colunas circulares. A curva gerada usando o modelo de Razvi e Saatcioglu (1999b) exibiu valores superiores à curva experimental.

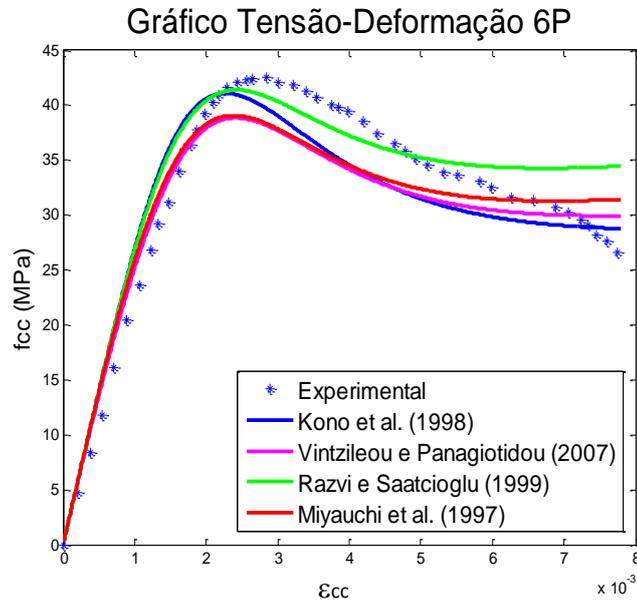
Figura 36 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Rochette e Labossière(2000).



Fonte: Autora (2013).

A Figura 37 mostra que as curvas geradas utilizando os modelos de Kono et al. (1998) e Razvi e Saatcioglu (1999b) foram as que apresentaram melhor concordância com a curva experimental, porém na região pós-pico as curvas divergiram.

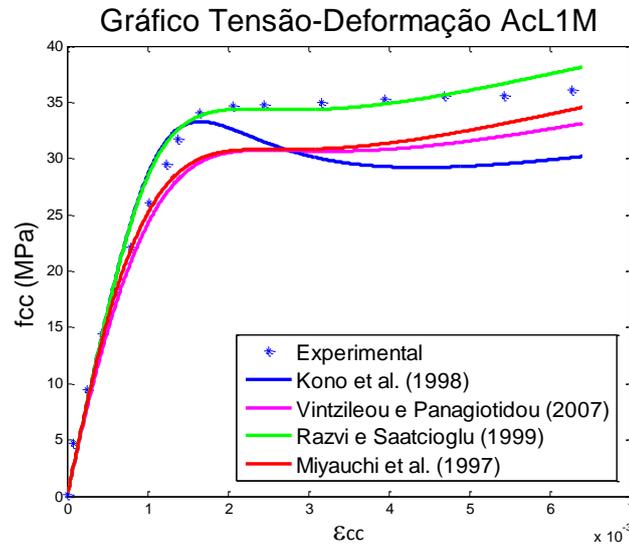
Figura 37- Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Mirmiran, Zagers e Yuan (2000).



Fonte: Autora (2013).

Rousakis, Karabinis e Kiousis (2007) ensaiaram colunas de concreto com resistência de 33 e 40 MPa confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro. Estas colunas foram implementadas com o algoritmo numérico proposto e os resultados apresentaram curvas divergentes dos valores experimentais. A Figura 38 mostra as curvas geradas com os valores experimentais de Rousakis, Karabinis e Kiousis (2007) para o caso de colunas retangulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono. O resultado que apresentou melhor concordância com a curva experimental foi obtido usando a expressão proposta por Razvi e Saatcioglu (1999b). O módulo de elasticidade do concreto foi fornecido pelos autores e a Equação (6) não foi utilizada.

Figura 38 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Rousakis, Karabinis e Kioussis (2007).

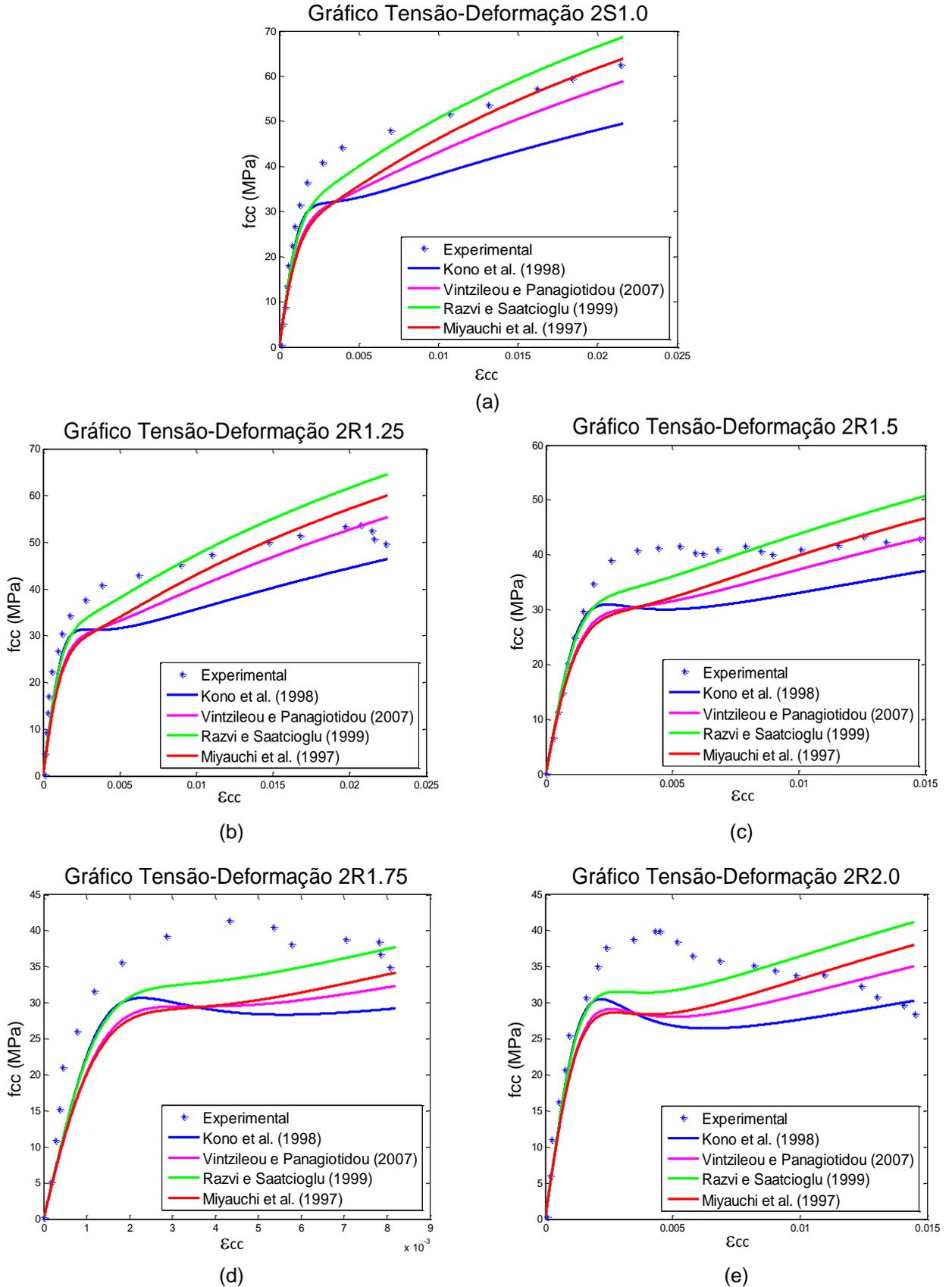


Fonte: Autora (2013).

Os ensaios realizados por Wu e Wei (2010) permitiram uma análise das várias relações entre os lados dos retângulos para concretos com resistência de 30 MPa.

Nas colunas quadradas (Figura 39 (a)), a proposta numérica gerou curvas que apresentaram boa concordância com a curva experimental, com exceção da solução gerada utilizando o modelo proposto por Kono et al. (1998). Na Figura 39 (b) em que a relação entre os lados do retângulo é 1,25, os resultados obtidos com o algoritmo numérico foi semelhante ao da Figura 39 (a), apenas a curva gerada usando a expressão proposta por Kono et al. (1998) apresentou discrepância. Quando a relação entre os lados dos retângulos aumenta (Figura 39 (c), (d) e (e)) os resultados exibidos pela proposta numérica divergiram dos valores experimentais.

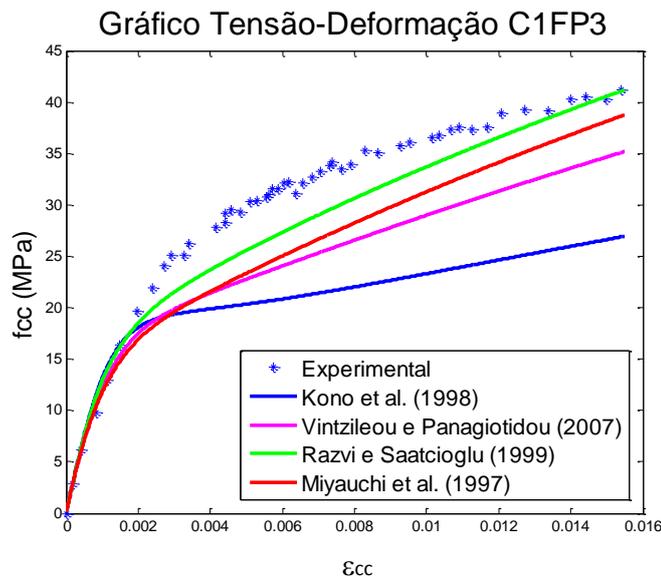
Figura 39 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Wu e Wei (2010).



Fonte: Autora (2013).

Hantouche (2005) realizou ensaios em colunas de concretos com resistência de 18,3 MPa confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono. Nas colunas retangulares as relações entre os lados dos espécimes eram 1,72 e 2,70, para estas colunas foram geradas curvas com o algoritmo proposto, mas os resultados não concordaram com as curvas experimentais, repetindo o comportamento da Figura 39. A Figura 40 apresenta as soluções obtidas para as colunas quadradas, para as quais, o uso do modelo de Razvi e Saatcioglu (1999b) proporcionou a curva com melhor concordância em relação aos valores experimentais. O módulo de elasticidade do concreto foi determinado utilizando os valores experimentais.

Figura 40 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hantouche (2005).

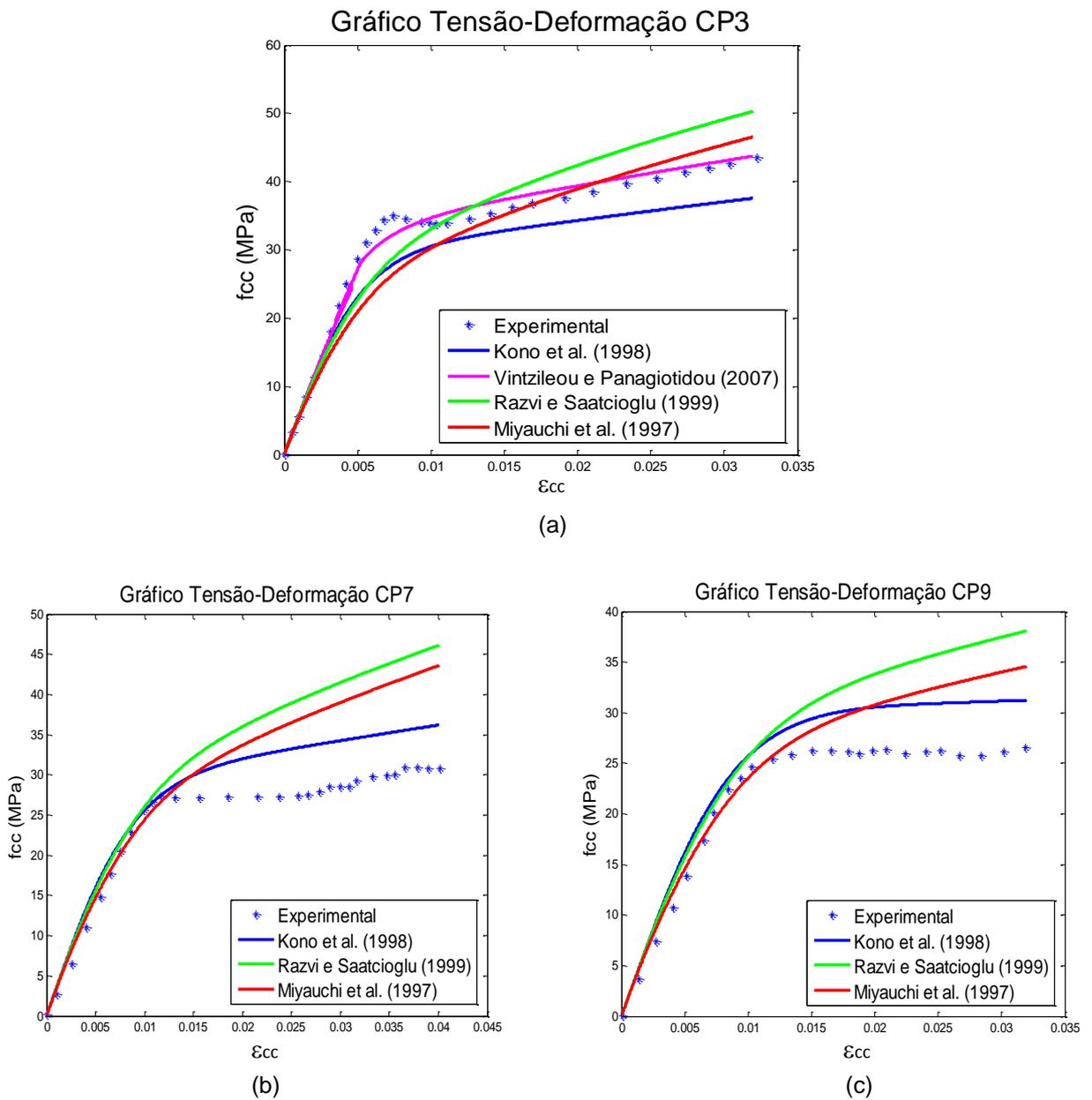


Fonte: Autora (2013).

Os valores experimentais de Micelli e Modarelli (2013) permitiram analisar colunas retangulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono. Os resultados das colunas quadradas utilizando a proposta numérica com os modelos de Miyauchi et al. (1997) e Vintzileou e Panagiotidou (2007) exibiram melhor concordância com os valores experimentais (Figura 41 (a)). A Figura 41 (b) e (c) apresenta os resultados das colunas retangulares confinadas com polímeros reforçados com fibras de carbono e vidro, respectivamente. O algoritmo gerou curvas que apresentaram boa concordância com os valores experimentais até a deformação axial de aproximadamente 0,01, sendo que após este ponto os

resultados foram superiores aos experimentais. O melhor resultado foi obtido usando a expressão proposta por Kono et al. (1998). A curva gerada utilizando a expressão proposta por Vintzileou e Panagiotidou (2007) exibiu soluções divergentes dos outros modelos e das curvas experimentais. O módulo de elasticidade do concreto foi determinado com os valores experimentais.

Figura 41 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Micelli e Modarelli (2013).



Fonte: Autora (2013).

- **Análise Geral dos Resultados**

O algoritmo numérico utilizando as expressões propostas para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação em colunas confinadas com armadura transversal gerou, nos exemplos analisados para colunas circulares e retangulares confinadas com FRP, soluções que concordaram com os valores experimentais. O módulo de elasticidade do concreto não foi determinado pela equação proposta por Carrasquillo, Nilson e Slate (1981) nas análises realizadas com os dados experimentais de Berthet, Ferrier e Hamelin (2005), Micelli e Modarelli (2013) e Hantouche (2005).

Nas colunas de concreto circulares com resistência normal confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono, utilizando o modelo de Razvi e Saaticioglu (1999b) foram geradas as soluções que melhor concordaram com a maioria dos valores experimentais analisados. Este resultado mostra que o algoritmo de Marques et al. (2004) utilizando a expressão de Razvi e Saaticioglu (1999b) para determinação da tensão e da correspondente deformação máxima das colunas de concreto circulares com resistência normal apresentou boa concordância nos exemplos estudados. Usando a expressão de Yazici (2012) obtiveram-se os melhores resultados com o concreto de alta resistência confinado com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono.

No trabalho de Marques et al. (2004) foram analisadas colunas circulares e quadradas confinadas com polímeros reforçados com fibras, ou seja, não foi feito um estudo nas colunas retangulares. Os resultados obtidos nos exemplos de colunas de concreto retangulares confinadas com fibras de carbono apresentaram soluções divergentes das experimentais nos retângulos em que a relação entre os lados era maior que 1,25.

Para a maioria dos casos de colunas de concreto com resistência baixa e normal, confinado com polímeros reforçados com fibras de carbono e com seção transversal quadrada e retangular, as curvas que apresentaram boa concordância com os dados experimentais foram geradas utilizando a expressão proposta por Razvi e Saaticioglu (1999b). Usando a expressão de Kono et al. (1998) obtiveram-se os melhores resultados para as colunas quadradas com concreto de alta resistência

confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro e carbono, sendo que para estas colunas confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro, o uso do modelo de Razvi e Saaticioglu (1999b) também gerou boa concordância com os valores experimentais.

5.3 Colunas de concreto confinadas por armadura transversal e FRP

Nos pilares confinados com armadura transversal e FRP foram utilizados os valores médios dos comprimentos e das áreas delimitadas pelo estribo e pela jaqueta de compósito. A proposta numérica de Marques et al. (2004) foi alterada por expressões sugeridas por outros autores para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de concretos confinados. Os cálculos da pressão lateral e da carga axial foram modificados, adequando-se ao caso considerado. O algoritmo foi implementado com diversos exemplos de colunas e as soluções geradas foram comparadas com resultados experimentais disponíveis na literatura. Detalhes dos ensaios correspondentes aos dados experimentais são encontrados nos respectivos trabalhos referenciados.

- **Colunas Circulares**

As Tabelas 5 e 6 fornecem os dados relacionados às colunas confinadas com armadura transversal e com os polímeros reforçados com fibras, respectivamente.

Tabela 5 - Dados relacionados à armadura transversal.

Referência	Espécime	f'_c (MPa)	d_s (mm)	Armadura longitudinal			Armadura transversal		
				n_s	d_{sl} (mm)	f_{sl} (MPa)	d_{st} (mm)	f_{st} (MPa)	s (mm)
Demers e Neale (1999)	U25-2	23,9	248,7	5	16	400	11,3	400	150
Hadi e Kusumawardaningsih (2010)	CCF	71,8	157,0	6	12	669	8,0	476	50

Fonte: Autora (2013).

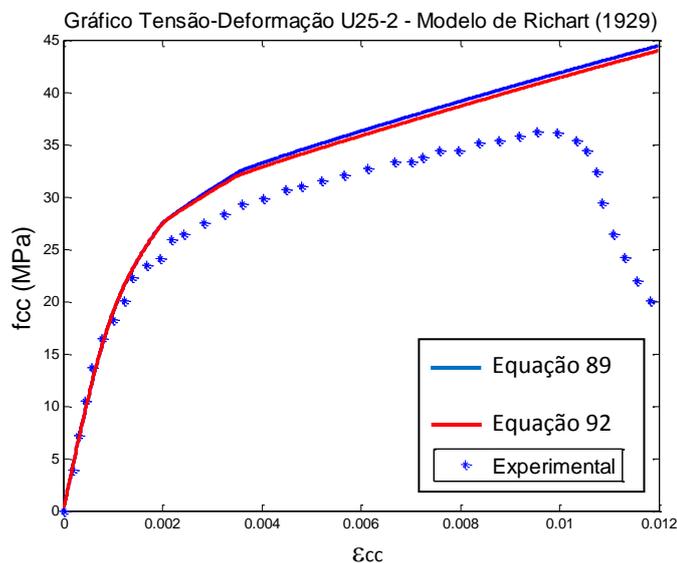
Tabela 6 - Dados relacionados ao FRP.

Referência	Espécime	D (mm)	fibra	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_r (MPa)
Demers e Neale (1999)	U25-2	300	Carbono	0,9	84	1260
Hadi e Kusumawardaningsih (2010)	CCF	205	Carbono	1,79	67,5	675

Fonte: Autora (2013).

A Figura 42 apresenta os resultados obtidos utilizando a expressão proposta por Richart et al. (1929) e os valores experimentais de Demers e Neale (1999) para analisar as Equações (89) e (92) sugeridas para determinação da pressão lateral das colunas confinadas com armadura transversal e polímeros reforçados com fibras. As curvas geradas utilizando as Equações (89) e (92) são apresentadas na Figura 42 e são praticamente coincidentes. Este comportamento foi observado em outros exemplos analisados e cujos resultados não estão apresentados no presente trabalho. A Equação (92) foi adotada para as análises expostas a seguir.

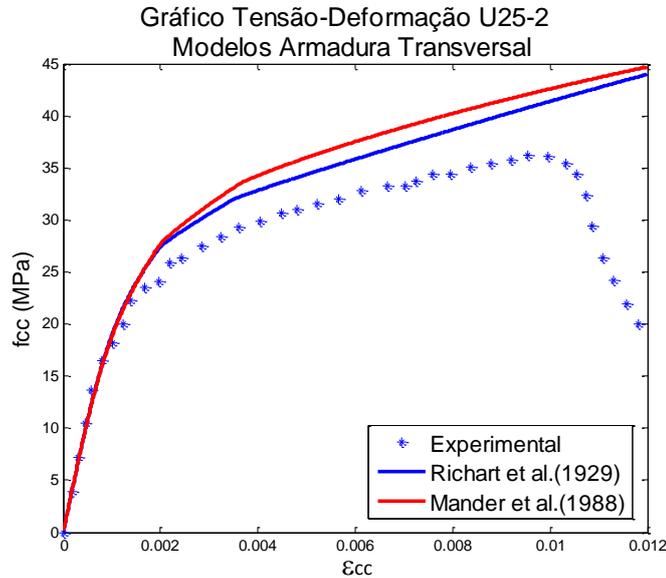
Figura 42 - Curva tensão-deformação comparado aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).



Fonte: Autora (2013).

As Figuras 43 e 44 exibem as curvas geradas utilizando as expressões propostas para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas confinadas com armadura transversal nas colunas confinadas com armadura transversal e polímeros reforçados com fibras. Na Figura 43 as soluções obtidas utilizando os modelos de Richart et al. (1929) e Mander et al. (1988) apresentaram valores superiores aos da curva experimental. O módulo de elasticidade do concreto foi fornecido por Demers e Neale (1999).

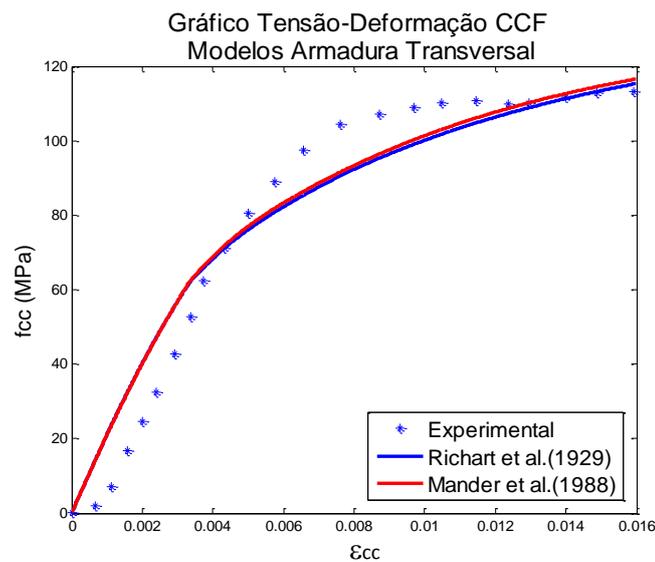
Figura 43 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).



Fonte: Autora (2013).

A Figura 44 mostra que as curvas geradas usando as expressões propostas por Richart et al. (1929) e Mander et al. (1988) apresentaram boa concordância com a curva experimental. O módulo de elasticidade do concreto foi determinado com os valores experimentais.

Figura 44 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).

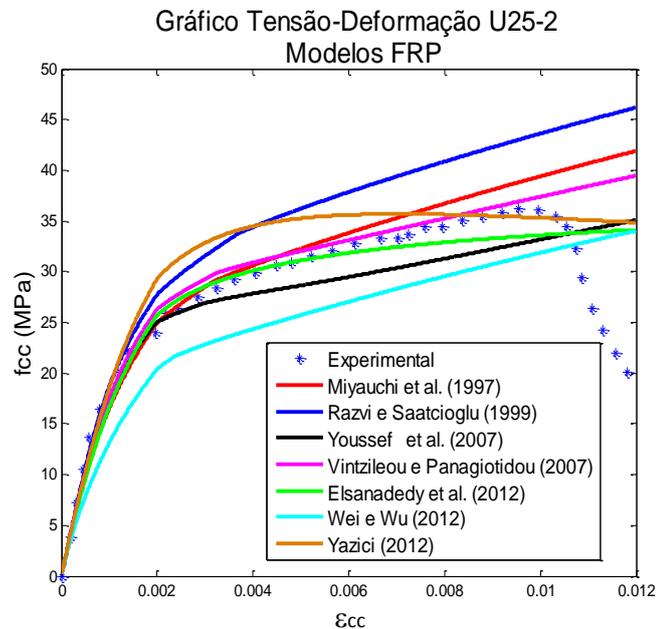


Fonte: Autora (2013).

As Figuras 45 e 46 apresentam os resultados obtidos para as colunas confinadas com armadura transversal e FRP utilizando diferentes modelos propostos na literatura para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas de concreto confinadas por polímeros reforçados com fibras.

Na Figura 45 as curvas que apresentaram melhor concordância com a curva experimental foram as geradas utilizando as expressões propostas por Vintzileou e Panagiotidou (2007) e Miyachi et al. (1997). O módulo de elasticidade do concreto foi fornecido pelos autores.

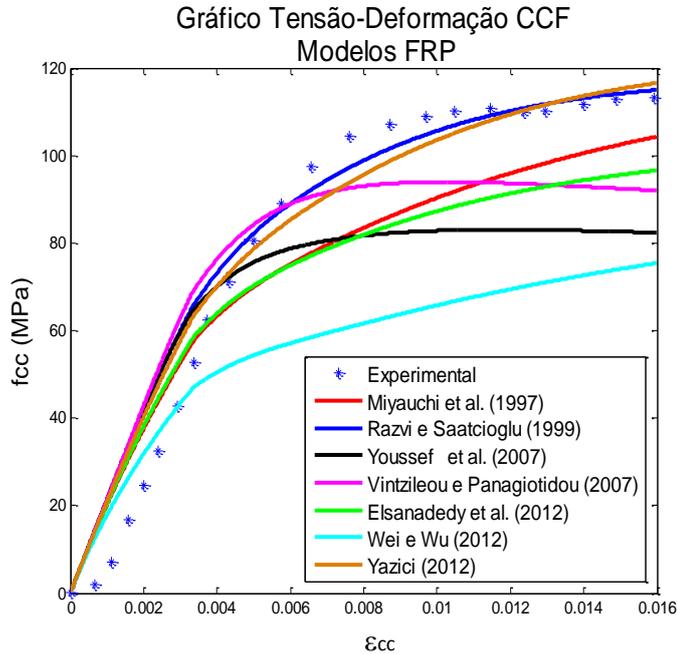
Figura 45 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Demers e Neale (1999).



Fonte: Autora (2013).

Utilizando as expressões propostas por Razvi e Saatcioglu (1999b) e Yazici (2012) foram obtidas as curvas que melhor concordaram com os valores experimentais (Figura 46). O módulo de elasticidade do concreto foi determinado com os dados experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).

Figura 46 - Curvas tensão-deformação comparadas aos valores experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).



Fonte: Autora (2013).

- **Colunas Retangulares**

As Tabelas a seguir relacionam os dados das colunas confinadas com armadura transversal (Tabela 7) e com polímeros reforçados com fibras (Tabela 8). Os modelos de Elsanadedy et al. (2012) e Yazici (2012) não foram utilizados nas colunas retangulares por apresentarem em suas expressões coeficientes dependentes do diâmetro da coluna.

Tabela 7 - Dados relacionados à armadura transversal.

Referência	Espécime	f'c (MPa)	Lsx (mm)	Lsy (mm)	Armadura longitudinal			Armadura transversal		
					ns	dsl (mm)	fsl (MPa)	dst (mm)	fst (MPa)	s (mm)
Hantouche (2005)	C1SFP2	15,2	91,5	91,5	4	8	413,7	6	275,8	100
	C2SFP2	15,2	136,0	62,0	4	8	413,7	6	275,8	100
	C3SFP2	15,2	174,0	39,0	4	8	413,7	6	275,8	100
Hadi e Kusumawardaningsih (2010)	SCF	71,8	131,0	131,0	4	16	669,0	8	476,0	50

Fonte: Autora (2013).

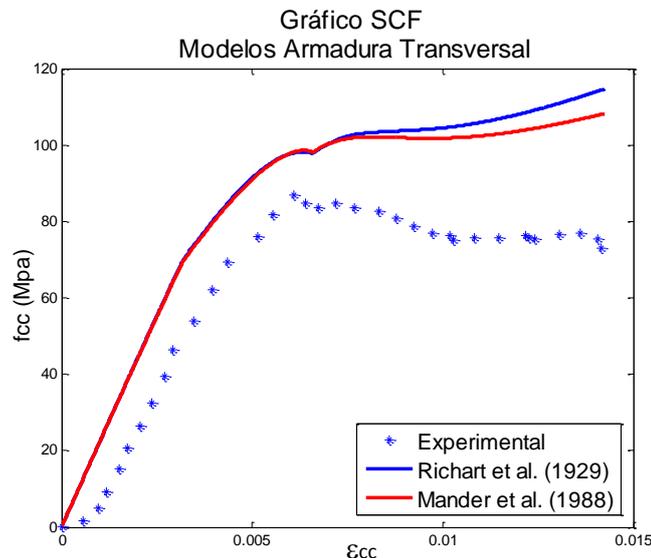
Tabela 8 - Dados relacionados ao FRP.

Referência	Espécime	L _x (mm)	L _y (mm)	fibra	t _f (mm)	E _f (Gpa)	f _r (MPa)
Hantouche (2005)	C1SFP2	131,5	131,5	Carbono	0,26	230,0	3500
	C2SFP2	176,0	102,0	Carbono	0,26	230,0	3500
	C3SFP2	214,0	79,0	Carbono	0,26	230,0	3500
Hadi e Kusumawardaningsih (2010)	SCF	171,0	171,0	Carbono	1,79	67,5	675

Fonte: Autora (2013).

Os resultados obtidos para as colunas confinadas com armadura transversal e FRP, utilizando os modelos propostos na literatura para determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas de concreto confinadas com armadura transversal, apresentaram divergência com os valores experimentais de Hantouche (2005). As curvas geradas com o algoritmo numérico utilizando as expressões de Richart et al. (1929) e Mander et al. (1998) exibiram valores superiores aos dados de Hadi e Kusumawardaningsih (2010) (Figura 47). O módulo de elasticidade do concreto foi determinado com os valores experimentais.

Figura 47 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).



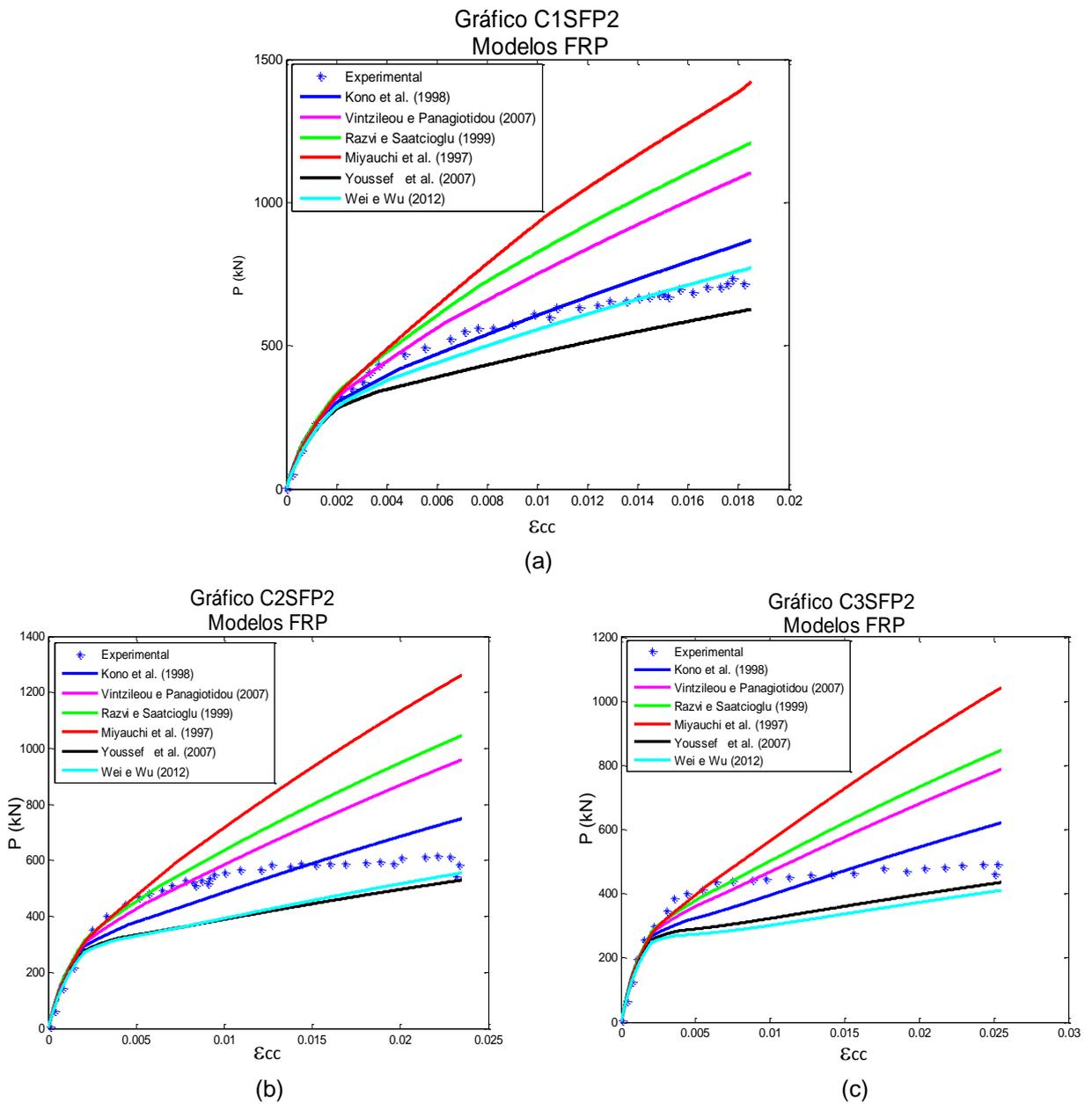
Fonte: Autora (2013).

Nas Figuras 48 e 49 as curvas das colunas confinadas com armadura transversal e FRP foram geradas utilizando diferentes expressões propostas para

determinação da tensão máxima e da correspondente deformação de colunas de concreto confinadas por polímeros reforçados com fibras.

A solução obtida utilizando a expressão proposta por Wei e Wu (2012) apresentou melhor concordância com os valores experimentais (Figura 48 (a)). Os resultados gerados para as colunas retangulares (Figura 48 (b) e (c)) apresentaram divergências dos dados experimentais, entretanto, o procedimento numérico usando o modelo de Kono et al. (1998) foi o que exibiu melhor resultado.

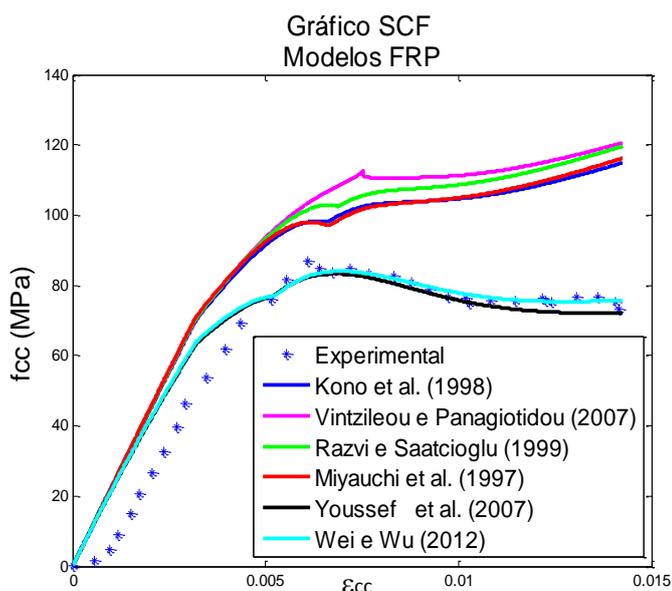
Figura 48 - Curvas comparadas aos dados experimentais de Hantouche (2005).



Fonte: Autora (2013).

As curvas geradas utilizando as formulações propostas por Wei e Wu (2012) e Youssef et al. (2007) apresentaram concordância com a curva experimental (Figura 49). O módulo de elasticidade foi determinado utilizando os dados experimentais fornecidos por Hadi e Kusumawardaningsih (2010).

Figura 49 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados experimentais de Hadi e Kusumawardaningsih (2010).



Fonte: Autora (2013).

• **Análise Geral dos Resultados**

As Equações (89) e (92) sugeridas para determinação da pressão lateral das colunas confinadas com armadura transversal e polímeros reforçados com fibras, quando incorporadas no algoritmo numérico proposto, originaram curvas com comportamentos semelhantes. O módulo de elasticidade do concreto não foi determinado pela Equação (6) nas análises realizadas com os dados experimentais de Demers e Neale (1999) e Hadi e Kusumawardaningsih (2010). As curvas geradas utilizando os modelos propostos divergiram da curva experimental de Hadi e Kusumawardaningsih (2010) na parte elástica, o que pode ter ocorrido devido à coluna inicialmente não estar efetivamente confinada.

Nas colunas circulares de concreto com resistência alta confinadas com armadura transversal e FRP, usando as expressões propostas para determinação da tensão máxima e correspondente deformação de colunas de concreto confinadas

com armadura transversal, os resultados gerados apresentaram boa concordância com os dados experimentais. Para os concretos de baixa resistência, o uso destes modelos forneceu curvas com valores superiores aos resultados experimentais. O procedimento numérico utilizando os modelos de Vintzileou e Panagiotidou (2007) e Miyauchi et al. (1997) apresentou melhor concordância nos exemplos das colunas de concreto circulares com baixa resistência. Nas colunas de concreto com alta resistência, usando o modelo de Razvi e Saaticioglu (1999b) e Yazici (2012) foram obtidas as soluções que melhor concordaram com os valores experimentais analisados.

Para colunas retangulares de concreto de alta resistência, confinadas com armaduras transversais e FRPs, o emprego de expressões da tensão máxima e sua correspondente deformação propostas para os casos de confinamento por armaduras transversais proporcionou resultados com valores superiores aos experimentais. As curvas geradas usando as formulações propostas por Wei e Wu (2012) apresentaram melhor concordância com as curvas experimentais analisadas.

5.4 Colunas de concreto ocas confinadas com FRP

Nas colunas de concreto ocas confinadas com polímeros reforçados com fibras, o algoritmo proposto por Marques et al. (2004) foi alterado por modelos sugeridos por outros autores para determinação da tensão e da correspondente deformação máxima de colunas confinadas e por expressões apropriadas para determinar a pressão lateral, a deformação lateral e a carga axial. Esta versão modificada da referida formulação foi implementada para exemplos de colunas cilíndricas e retangulares ocas confinadas com polímero reforçado com fibras de carbono, e as soluções encontradas foram comparadas com resultados experimentais disponíveis na literatura. Detalhes dos ensaios relacionados aos valores experimentais são encontrados nos trabalhos referenciados.

- ***Colunas Circulares***

A Tabela 9 fornece os dados das colunas circulares ocas confinadas com FRP.

Tabela 9 - Dados das colunas circulares ocas confinadas com FRP.

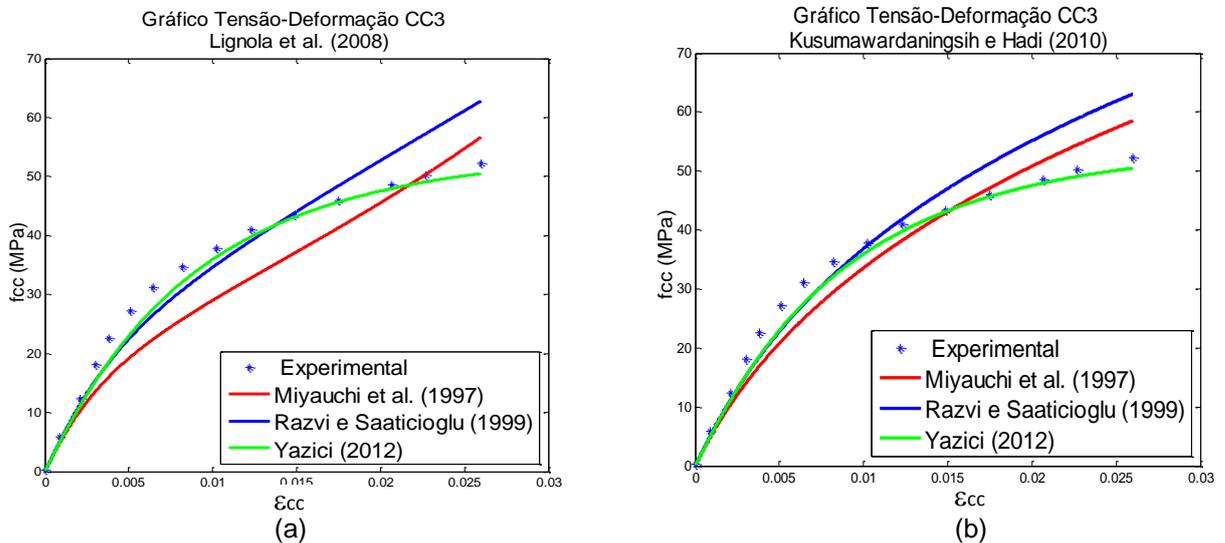
Referência	Espécime	Fibra	D_e (mm)	D_i (mm)	f'_c (MPa)	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_r (MPa)
Micelli e Modarelli (2013)	CC3	Carbono	150,0	50,0	28	0,33	221	3068
	CC7	Carbono	150,0	50,0	38	0,33	221	3068
	CC9	Carbono	250,0	150,0	28	0,33	221	3068
	CC12	Carbono	250,0	150,0	38	0,33	221	3068

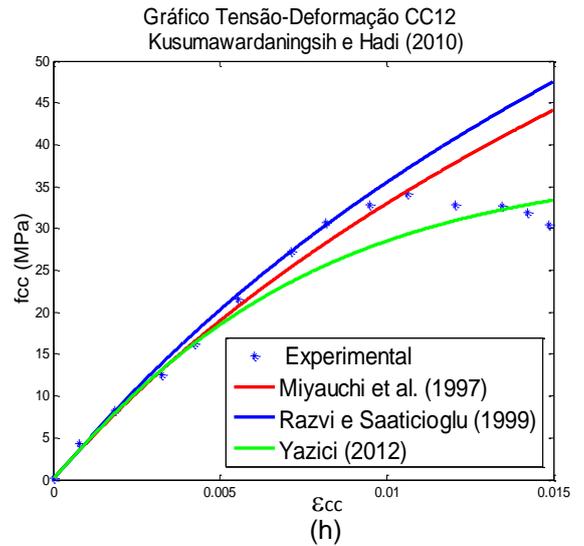
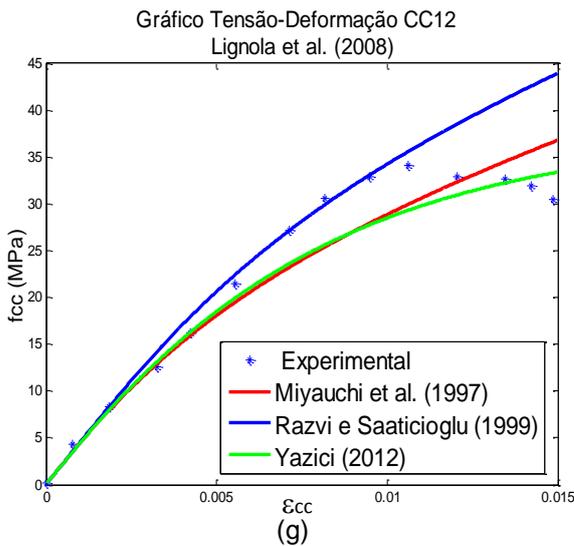
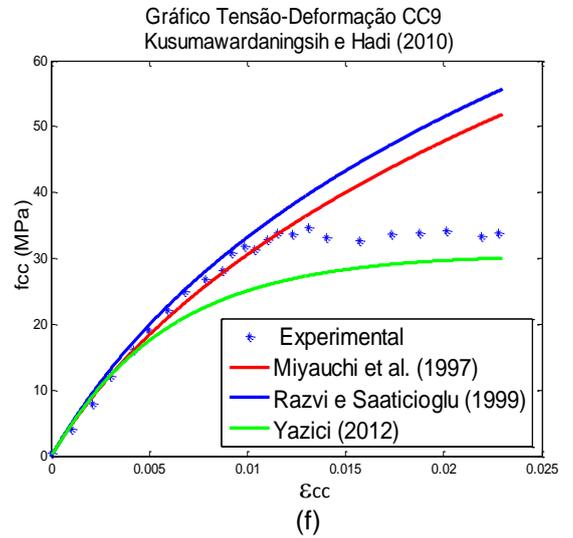
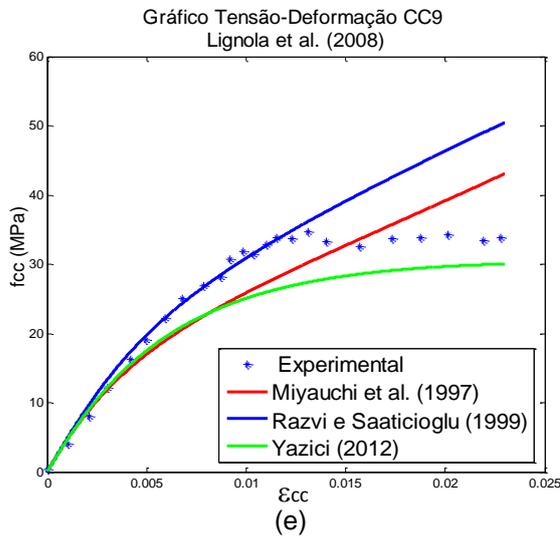
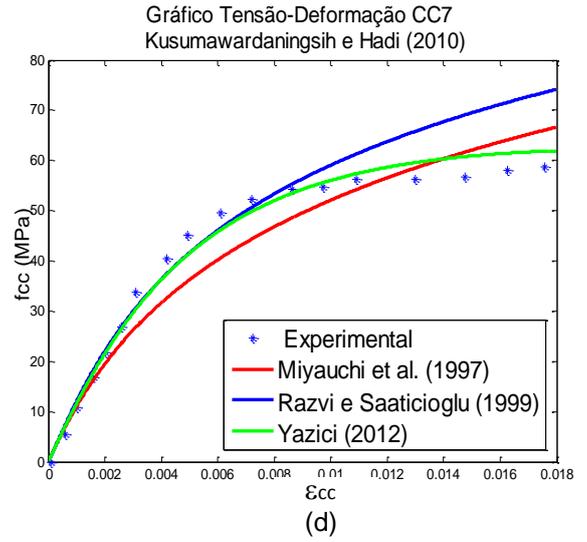
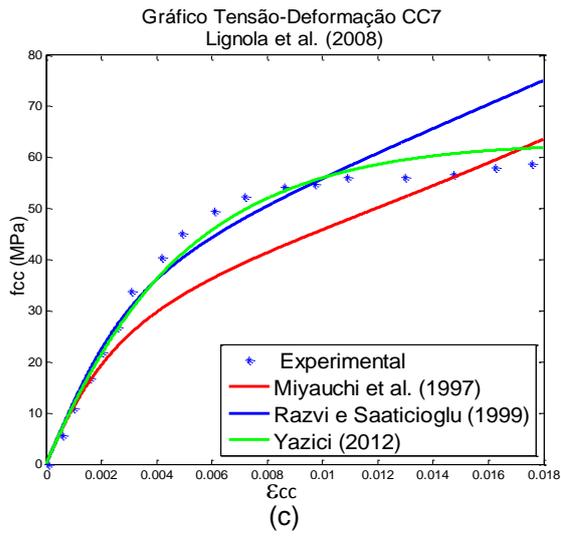
Fonte: Autora (2013).

Os modelos propostos por Elsanadedy et al. (2012) e Wei e Wu (2012) não foram utilizados para determinar a tensão e correspondente deformação máxima por apresentarem expressões inadequadas para as colunas ocas. As soluções geradas usando as expressões de Vintzileou e Panagiotidou (2007) e Youssef et al. (2007) apresentaram resultados divergentes dos valores experimentais e não são expostas nas análises. O módulo de elasticidade do concreto foi determinado pelos dados experimentais.

A Figura 50 expõe os resultados obtidos utilizando as expressões propostas por Lignola et al. (2008) e Kusumawardaningsih e Hadi (2010) para calcular a pressão lateral. Tais expressões foram analisadas através de curvas geradas usando diferentes modelos sugeridos para determinar a tensão e a correspondente deformação máxima. O modelo proposto por Yazici (2012) não depende da pressão lateral, portanto, as curvas geradas com as expressões de Lignola et al. (2008) e de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) são coincidentes para este modelo.

Figura 50 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).





Fonte: Autora (2013).

Nas colunas de concreto com resistência de 28 e 38 MPa e diâmetros externos e internos, respectivamente iguais a 150 mm e 50 mm, o procedimento numérico utilizando o modelo de Yazici (2012) gerou as curvas que melhor concordaram com os valores experimentais (Figura 50 (a), (b), (c) e (d)). Neste caso, como as soluções não dependem da pressão lateral, o uso das expressões de Lignola et al. (2008) e Kusumawardaningsih e Hadi (2010) forneceu curvas coincidentes. Utilizando as expressões propostas por Miyauchi et al. (1997) e Razvi e Saatcioglu (1999b) os melhores resultados foram obtidos utilizando a equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) (Figura 50 (b) e (d)).

A Figura 50 (e) e (f) exibe os resultados das colunas de concreto com resistência de 28 MPa e diâmetros externos e internos, respectivamente iguais a 250 mm e 150 mm. Utilizando o modelo de Yazici (2012), as curvas apresentaram valores inferiores aos dados experimentais. Como observado, as soluções geradas usando as expressões propostas por Miyauchi et al. (1997) e Razvi e Saatcioglu (1999b), juntamente com a equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010), forneceram resultados mais satisfatórios. No entanto, tais curvas exibiram divergência em relação aos valores experimentais na região pós-pico.

Mantendo o diâmetro citado anteriormente e aumentando a resistência para 38 MPa (Figura 50 (g) e (h)), o resultado obtido teve um comportamento similar a aquele apresentado na Figura 50 (e) e (f).

- **Colunas Retangulares**

A Tabela 10 mostra os dados das colunas de concreto retangulares ocas confinadas com FRP ensaiadas por diversos autores e utilizadas para análise da proposta numérica sugerida.

Tabela 10 - Dados das colunas retangulares ocas confinadas com FRP.

Referência	Espécime	Fibra	Lx (mm)	Ly (mm)	Lxe (mm)	Lxi (mm)	f' _c (MPa)	t _f (mm)	E _f (GPa)	f _r (MPa)
Micelli e Modarelli (2013)	CP5	Carbono	150,0	150,0	50,0	50,0	38	0,33	221	3068
	CP11	Carbono	200,0	150,0	100,0	50,0	28	0,33	221	3068
	CP16	Carbono	300,0	150,0	200,0	50,0	28	0,33	221	3068

Fonte: Autora (2013).

As colunas ocas retangulares confinadas com FRP foram analisadas considerando um diâmetro equivalente e usando as mesmas expressões propostas para as colunas ocas circulares. Nesta análise foi incluído o modelo proposto por Kono et al. (1998), por este ser desenvolvido para colunas retangulares. O módulo de elasticidade do concreto foi determinado com os valores experimentais.

Sugestões para determinar os diâmetros equivalentes e as áreas efetivamente confinadas foram analisadas através dos resultados gerados utilizando as expressões propostas por Lignola et al. (2009) e Kusumawardaningsih e Hadi (2010) para calcular a pressão lateral e os modelos para determinar a tensão e a correspondente deformação máxima.

Para identificar a forma de determinação do diâmetro equivalente, após a nomenclatura do espécime foi colocado (I) (II) ou (III):

- (I) Coroa circular circunscrevendo a seção retangular oca;
- (II) Quadrado com área equivalente a seção circular;
- (III) Coroa circular inscrita na seção quadrada oca.

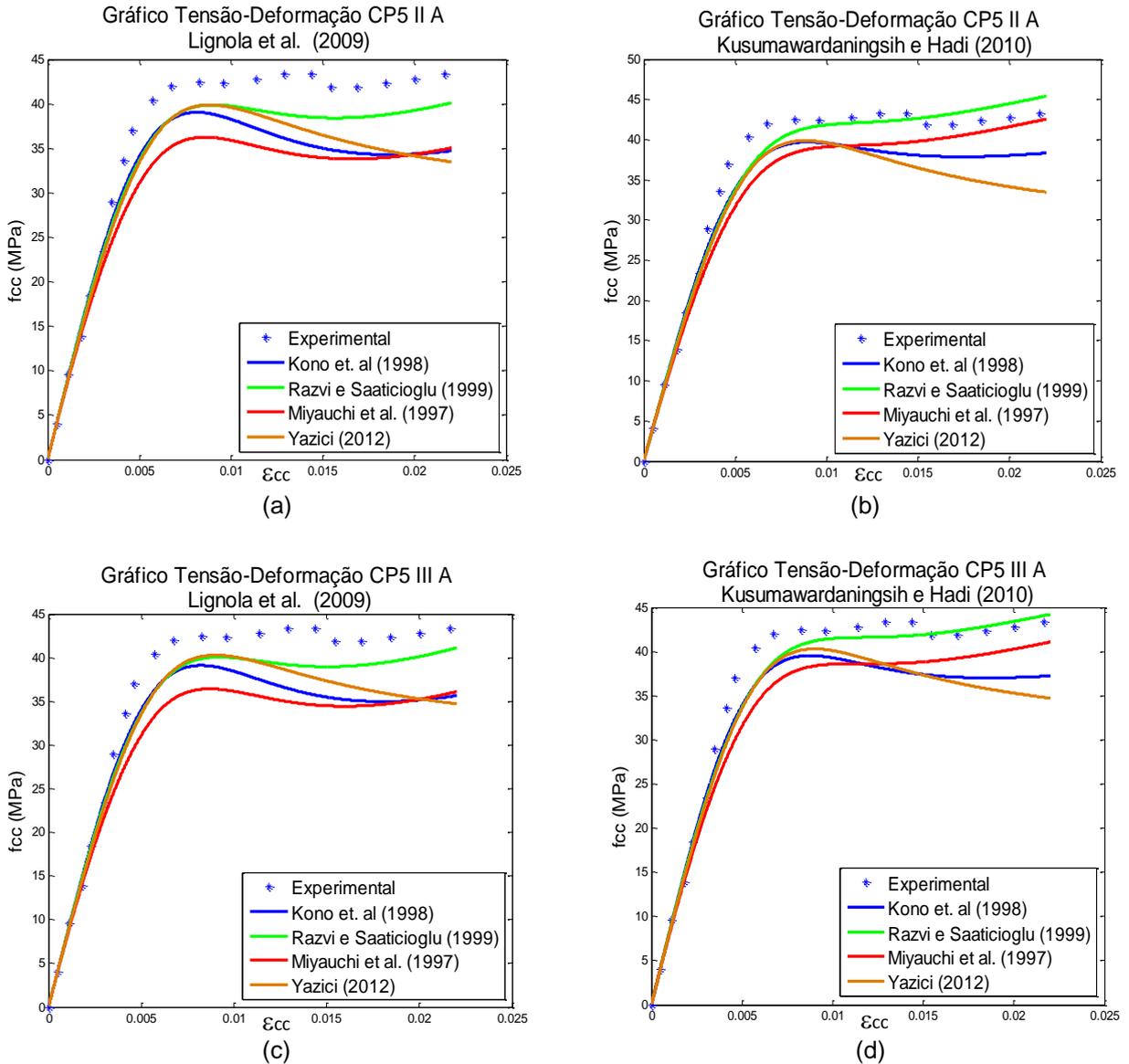
Após a nomenclatura utilizada na identificação da determinação do diâmetro equivalente acrescentou-se a letra (A) ou (B) para representar a forma em que área efetivamente confinada foi calculada. (A) representa a área efetivamente confinada do retângulo oco apresentada na Figura 21 e (B) a área efetivamente confinada da coluna circular oca equivalente.

Curvas utilizando as expressões propostas foram geradas com os dados do espécime CP16, mas estas divergiram dos valores experimentais. As curvas que apresentaram significativa discrepância em relação à curva experimental não foram expostas nas análises.

A Figura 51 mostra que o procedimento numérico utilizando a expressão proposta por Razvi e Saatcioglu (1999b) e a equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) gerou os melhores resultados (Figura 51 (b) e (d)). Na análise do diâmetro equivalente verificou-se que as curvas que exibiram melhor concordância com os valores experimentais foram nos casos CP5 II A e CP5 III A, ou seja, nos exemplos em que o diâmetro equivalente foi determinado pela área equivalente da

seção circular e coroa circular inscrita na seção quadrada oca e a área efetivamente confinada calculada pela proposta para colunas retangulares ocas.

Figura 51 - Curvas tensão-deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).

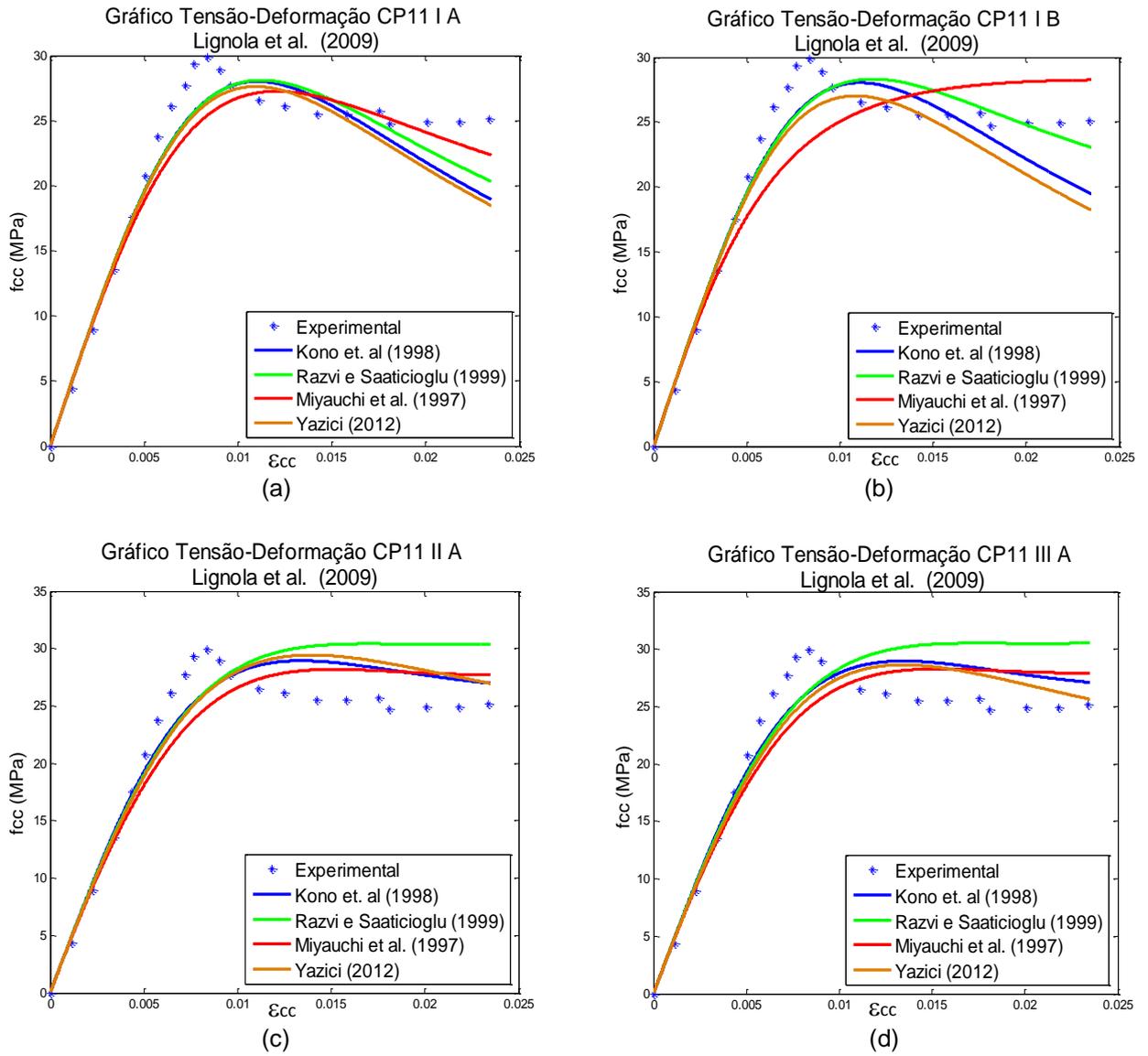


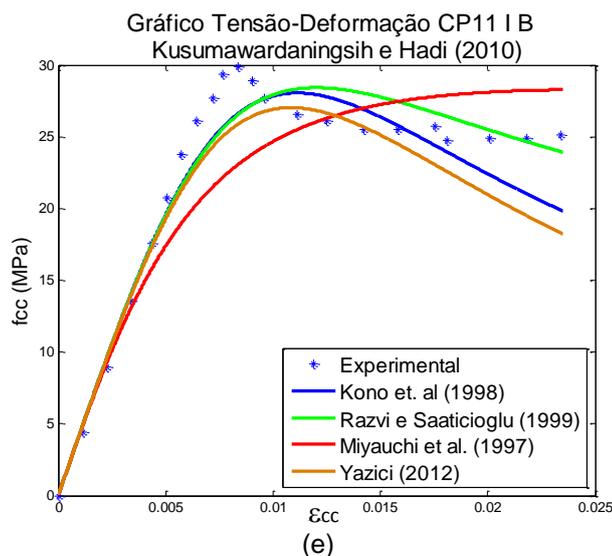
Fonte: Autora (2013).

A Figura 52 (a), (b), (c) e (d) exibe os resultados encontrados utilizando a expressão proposta por Lignola et al. (2009). As soluções geradas usando a equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) estão exibidas na Figura 52 (e), o espécime CP11 I B foi o que gerou melhores resultados. A Figura 52 mostra que para colunas ocas retangulares, as curvas geradas apresentaram valores da tensão

máxima inferiores aos dados experimentais e divergências na região pós-pico para todos os casos analisados.

Figura 52 - Curvas tensão- deformação comparadas aos dados de Micelli e Modarelli (2013).





Fonte: Autora (2013).

• **Análise Geral dos Resultados**

Nos exemplos analisados das colunas ocas confinadas com FRP, o módulo de elasticidade do concreto foi determinado utilizando os dados experimentais fornecidos pelos autores. Para as colunas ocas com diâmetro interno e externo, respectivamente igual a 150 mm e 50 mm, o procedimento numérico utilizando o modelo de Yazici (2012) para determinar a tensão e correspondente deformação máxima gerou as curvas que melhor concordaram com os valores experimentais. Aumentando o diâmetro da coluna oca para 250 mm e 150 mm, diâmetro externo e interno respectivamente, os resultados utilizando as expressões propostas por Miyauchi et al. (1997) e Razvi e Saatcioglu (1999b) geraram as curvas que melhor concordaram com os dados experimentais, porém houve divergência dos valores experimentais na região pós-pico. O uso da equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) para calcular a pressão lateral gerou os melhores resultados.

Nas colunas ocas quadradas confinadas com FRP, o procedimento numérico utilizando a equação de Kusumawardaningsih e Hadi (2010) para calcular a pressão lateral e a expressão proposta por Razvi e Saatcioglu (1999b) para determinar a tensão máxima e a correspondente deformação exibiu os melhores resultados. As curvas que apresentaram melhor concordância com os valores experimentais foram geradas utilizando o diâmetro equivalente determinado pela área equivalente da

seção circular ou coroa circular inscrita na seção quadrada oca e a área efetivamente confinada calculada pela proposta para colunas retangulares ocas.

As curvas geradas para as colunas ocas retangulares apresentaram valores de tensão máxima inferiores às verificadas experimentalmente, além de divergências na região pós-pico. Não foi possível determinar quais expressões para determinar a tensão e correspondente deformação máxima e calcular a pressão lateral geraram melhores resultados. Utilizando a equação proposta por Lignola et al. (2009) e por Kusumawardaningsih e Hadi (2010) os resultados foram semelhantes quando o diâmetro equivalente foi determinado pela a coroa circular circunscrevendo a seção retangular oca e a área efetivamente confinada calculada pela da coluna circular oca equivalente.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo de colunas curtas de concreto confinadas por armadura transversal e polímeros reforçados com fibras submetidas à carga centrada. Um modelo teórico não linear foi estendido para diversos casos de colunas confinadas, com concretos de variadas resistências e diferentes formas de seção transversal, sendo geradas curvas tensão-deformação. Uma análise comparativa utilizando os dados experimentais provenientes de vários exemplos de colunas curtas confinadas disponíveis na literatura foi realizada com os resultados obtidos com o procedimento numérico adotado, verificando o desempenho do modelo para os casos analisados.

As análises desenvolvidas possibilitaram, para os casos analisados, indicar as expressões utilizadas pelo modelo que geraram curvas que melhor concordaram com os valores experimentais e quais apresentaram maiores divergências. O comportamento das curvas tensão-deformação de colunas confinadas é afetado por um grande número de parâmetros relativos à geometria e aos materiais empregados, assim os resultados obtidos apresentaram diferenças entre as várias expressões empregadas, principalmente quando comparados a valores experimentais disponíveis na literatura.

Como os resultados experimentais encontrados na literatura são limitados a colunas confinadas com características específicas, não foi possível validar o modelo numérico para aplicações de âmbito geral. A escassez de dados experimentais é observada principalmente para colunas confinadas simultaneamente com armadura transversal e FRP, confinadas com polímeros reforçados com fibras de vidro e aquelas com seções transversais ocas e retangulares maciças. São necessários mais estudos experimentais para colunas com concretos de variadas resistência, geometria e material confinante. As colunas retangulares e aquelas confinadas com armadura transversal e FRP foram os casos de maior complexidade de análise, sendo recomendável o desenvolvimento de mais pesquisas para estes casos.

Analisar o desempenho do modelo proposto exigiu uma análise extensa e foi um estudo interessante, permitindo identificar lacunas na literatura relacionada ao

tema, despertando a relevância do desenvolvimento de modelos racionais capazes de descrever adequadamente o comportamento de colunas de concreto com variadas condições de confinamento, resistência dos materiais e geometria.

REFERÊNCIAS

- AIRE, C. et al. **Estudio experimental y modelo teórico del hormigón confinado lateralmente con polímeros reforzados con fibras (FRP)**. Materiales de Construcción, 2010.
- ATTARD, M. M.; SETUNGE, S. **Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete**. ACI, Materials Journal, 1996.
- BERTHET, J.F.; FERRIER, E.; HAMELIN, P. **Compressive behavior of concrete externally confined by composite jackets. Part A: experimental study**. Construction and Building Materials, 2005.
- BING, L.; PARK, R.; TANAKA, H. **Stress-strain behavior of high-strength concrete confined by ultra-high-and normal-strength transverse reinforcements**. ACI, Structural Journal, 2001.
- CAMPIONE, G. et al. **Influence of steel reinforcements on the behavior of compressed high strength R.C. circular columns**. Engineering Structures, 2012.
- CAMPIONE, G.; MINAFÒ G. **Compressive behavior of short high-strength concrete columns**. Engineering Structures, 2010.
- CARRASQUILLO, R. L.; NILSON, A. H.; SLATE, F.O. **Properties of high-strength concrete subjected to short term loads**. Journal of the American Concrete Institute, 1981.
- CARRAZEDO, R. **Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósito de fibras de carbono**. 2002. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2002.
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. **Prestressed concrete structures**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- CUSSON, D.; PAULTRE, P. **High-strength concrete columns confined by rectangular ties**. ASCE, Journal of Structural Engineering, 1994.
- CUSSON, D.; PAULTRE, P. **Stress-strain model for confined high-strength concrete**. ASCE, Journal of Structural Engineering, 1995.
- DEMERS, M.; NEALE, K. W. **Confinement of reinforced concrete columns with fibre-reinforced composite sheets: an experimental study**. Journal of Civil Engineering. Canadian, 1999.
- ELSANADEDY, H.M. et al. **Prediction of strength parameters of FRP-confined concrete**. Composites: Part B. Saudi Arabia, 2012.
- EUROCODE 2. **Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. CEN, EN 1992-1-1. Brussels, 2004.

FAM, A. Z.; RIZKALLA, S. H. **Behavior of axially loaded concrete-filled circular fiber-reinforced polymer tubes.** ACI, Structural Journal, 2001a.

FAM, A. Z.; RIZKALLA, S. H. **Confinement model for axially loaded concrete confined by circular fiber-reinforced polymer tubes.** ACI, Structural Journal, 2001b.

FIB - FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Structural concrete: textbook on behaviour, design and performance.** Bulletin 1, v.1, 1999.

GARDNER, N.J. **Triaxial behavior of concrete.** ACI Journal, 1969.

HADI, M.N.S.; KUSUMAWARDANINGSIH, Y. **Experimental investigation of FRP wrapped RC circular and square hollow columns.** Challenges, Opportunities and Solutions in Structural Engineering and Construction, Taylor and Francis Group. London, 2010.

HAMPEL, T. **Behavior of high performance concrete under multiaxial loading.** In: Proceedings of the PCI/ FHWA/ FIB International Symposium on High Performance Concrete. Orlando, USA, 2000.

HAN B-S.; SHIN, S-W. **Confinement effects of high-strength reinforced concrete tied columns.** International Journal of Concrete Structures and Materials, 2006.

HANTOUCHE, E. G. **Axial strength of rectangular reinforced concrete columns confined with carbon fiber reinforced polymer composites.** Department of Civil and Environmental Engineering of the Faculty of Engineering and Architecture at the American University of Beirut. Lebanon, 2005.

KONO, S. et al. **Evaluation of confining effects of CFRP sheets on reinforced concrete members.** Conf. on Composites in Infrastructures, 1998.

KUSUMAWARDANINGSIH, Y.; HADI, M.N.S. **Comparative behaviour of hollow columns confined with FRP composites.** Composite Structures, 2010.

LIGNOLA, G. P. et al. **A simplified model for FRP-confined hollow circular concrete columns under axial compression.** Asia-Pacific Conference on FRP in Structures. International Institute for FRP in Construction, 2007.

LIGNOLA, G. P. et al. **Non-linear modeling of RC rectangular hollow piers confined with CFRP.** Journal Composite Structures, 2009.

LIGNOLA, G. P. et al. **Unified theory for confinement of RC solid and hollow circular columns.** Composites: Part B, 2008.

MANDER, J. B. et al. **Observed stress-strain behavior of confined concrete.** ASCE, Journal of Structural Engineering, 1988a.

MANDER, J. B. et al. **Theoretical stress-strain model for confined concrete.** ASCE, Journal of Structural Engineering, 1988b.

MARQUES, S. P. C. et al. **Model for analysis of short columns of concrete confined by fiber-reinforced polymer**. ASCE, Journal of Composites for Construction, 2004.

MICELLI, F.; MODARELLI, R. **Experimental and analytical study on properties affecting the behavior of FRP-confined concrete**. Composites: Part B, 2013.

MIRMIRAN, A.; SHAHAWY, M. **Behavior of concrete columns confined by fiber composites**. ASCE, Journal of Structural Engineering. Vol. 123, 1997.

MIRMIRAN, A.; ZAGERS, K.; YUAN, W. **Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites**. Finite Elements in Analysis and Design, 2000.

MIYAUCHI, K. et al. **Estimation of strengthening effects with carbon fiber sheet for concrete column**. In: Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. Sapporo, Japan, 1997.

MODARELLI, R.; MICELLI, F.; MANNI, O. **FRP - Confinement of hollow concrete cylinders and prisms**. 7 th International Symposium of Fiber reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete Structures. Kansas, USA, 2005.

MODESTO, L. **Cálculo de concreto armado**. São Paulo, 1983.

MOREIRA, C. P. **Resistência à compressão de elementos de concreto confinado**. 2002. 73 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 2002.

MOTAVALLI, M.; CZADERSKI, C. **FRP Composites for retrofitting of existing civil structures in Europe: state-of-the-art review**. American Composites Manufacturers Association. Tampa, USA, 2007.

OZBAKKALOGLU, T.; LIM, J. C.; VINCENT, T. **FRP-confined concrete in circular sections: review and assessment of stress-strain models**. Engineering Structures, 2013.

PANTAZOPOULOU, S. J.; MILLIS, R. H. **Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete**. ACI, 1995.

POPOVICS, S. **Numerical approach to the complete stress-strain relation for concrete**. Cement and Concrete Research, 1993.

RAZVI, S. R.; SAATCIOGLU, M. **Circular high-strength concrete columns under concentric compression**. ACI, Structural Journal, 1999a.

RAZVI, S. R.; SAATCIOGLU M. **Confinement model for high-strength concrete**. ASCE, Journal of Structural Engineering, 1999b.

RICHART, F. E. et al. **A study of the failure of concrete under combined compressive stresses.** In: Engineering Experiment Station, Bulletin no. 185, University of Illinois. Urbana, USA, 1928.

RICHART, F. E. et al. **The failure of plain and spiral reinforced concrete in compression.** In: Engineering Experiment Station, Bulletin no. 190, University of Illinois. Urbana, USA, 1929.

ROCHETTE, P.; LABOSSIÈRE, P. **Axial testing of rectangular column models confined with composites.** ASCE, Journal of Composites for Construction, 2000.

ROUSAKIS, T. C.; KARABINIS, A. I.; KIOUSIS, P. D. **FRP - Confined concrete members: axial compression experiments and plasticity modelling.** Engineering Structures, 2007.

SAAFI, M.; TOUTANJI, H.; LI, Z. **Behavior of concrete columns confined with fiber reinforced polymer tubes.** ACI, Structural Journal, 1999.

SAMAAN, M.; MIRMIRAN, A.; SHAHAWY, M. **Model of concrete confined by fiber composites.** ASCE, Journal of Structural Engineering, 1998.

SCHICKERT, G.; WINKLER, H. **Results of tests concerning strength and strain of concrete subjected to multiaxial compressive stresses.** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Berlin, West Germany, 1977.

SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. **Analytical model for concrete confinement in tied columns.** Journal of the Structural Division, 1982.

SILVA, A. S. **Comportamento de pilares curtos confinados por compósitos de fibras de vidro e carbono.** 2002. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2002.

SPOELSTRA, M. R.; MONTI, G. **FRP: Confined concrete model.** ASCE, Journal of Composites for Construction, 1999.

SUDANO, A. L. **Influência da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armado encamisados com PRFC (polímero reforçado com fibra de carbono).** 2005. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

SUDANO, A. L. **Desenvolvimento de estratégias híbridas de reforço de pilares de concreto armado por encamisamento com compósitos de alto desempenho.** 2010. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

TENG, J. G. et al. **FRP-strengthened RC structures.** UK: John Wiley and Sons Ltd., 2002.

- TENG, J. G.; LAM, L. **Compressive behavior of carbon fiber reinforced polymer-confined concrete in elliptical columns.** Journal of Structural Engineering, 2002.
- TOUTANJI, H. A. **Stress-strain characteristics of concrete columns externally confined with advanced fiber composite sheets.** ACI, Materials Journal, 1999.
- VINTZILEOU, E.; PANAGIOTIDOU, E. **An empirical model for predicting the mechanical properties of FRP-confined concrete.** Construction and Building Materials, 2007.
- WEI, Y.; WU Y. **Unified stress - strain model of concrete for FRP-confined columns.** Construction and Building Materials, 2012.
- WILLIAM, K. J.; WARNKE, E. P. **Constitutive model for the triaxial behavior of concrete.** Proc, International Association for Bridge and Structural Engineering, 1975.
- WU, Y.; WEI, Y. **Effect of cross-sectional aspect ratio on the strength of CFRP-confined rectangular concrete columns.** Engineering Structures, 2010.
- YAZICI, V. **Strengthening hollow reinforced concrete columns with fibre reinforced polymers.** 2012. Thesis (Doctor of Philosophy) - School of Civil, Mining and Environmental Engineering. University of Wollongong, 2012.
- YOUSSEF, M. N. et al. **Stress - strain model for concrete confined by FRP composites.** Composites Part B: Engineering, 2007.