UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

WELLINGTON RODRIGUES DE ARAUJO

O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA NO SEXTO ANO NOTURNO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Maceió - AL
2012

WELLINGTON RODRIGUES DE ARAUJO

O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA NO SEXTO ANO NOTURNO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra

Maceió – AL
2012

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

A663e Araújo, Wellington Rodrigues de.
O ensino do conceito de área no sexto ano noturno do ensino fundamental : uma proposta didática fundamentada na teoria de Van Hiele / Wellington Rodrigues de Araújo. – 2012.
133 f. il., fots. color.

Orientador: Ediel Azevedo Guerra.
Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2012.

Bibliografia: f. 117-119.
Apêndices: f. 120-130.
Anexos: 131-132.

1. Vigotsky, L. S. (lev Semenovich, 1896-1934. 2. Van Hiele, teoria de. 3. Geometria. 4. Matemática – Estudo e ensino. 5. Sequência didática. I. Título.

CDU: 514:371.214

WELLINGTON RODRIGUES DE ARAUJO

O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA NO SEXTO ANO NOTURNO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 10 de abril de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra
(Presidente)

Prof.ª Dr.ª Abigail Fregni Lins
(Membro externo - Universidade Estadual da Paraíba, DMEC/CCT – UEPB)

Amauri Barros

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(Membro interno – PPGECIM/UFAL)

Dedico à minha família, que sempre me apoiou, nos momentos alegres e nos momentos de nervosismo, acreditando em minhas potencialidades e no meu sucesso, pois, o meu sucesso é o nosso sucesso.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas oportunidades oferecidas ao longo de minha existência (nos momentos já vivenciados e os que virão), e pelas lições de vida que fortalecem minha fé para continuar nessa caminhada cristã;

A minha querida, amável e compreensiva esposa e companheira, que nos momentos mais difíceis se fez presente, apoiando-me e lembrando-me do que realmente somos; o que representamos e de onde viemos;

Aos meus filhos, Eduarda Christine dos Santos de Araujo e Kevin Adrian dos Santos de Araujo, que ainda crianças, fizeram-me refletir que devo ter paciência, perseverança e deixar que a criança adormecida em meu ser me conduza às novas descobertas, com a simplicidade, autenticidade e sem medo de tentar realizar desejos ou sonhos;

Aos meus pai e mãe, José Benedito de Vasconcelos Araujo e Eduarda Rodrigues de Araujo, que diante de muitas dificuldades, ainda encontraram forças para incentivar-me e acreditar no meu potencial;

Ao professor Dr. Ediel Azevedo Guerra, pela amizade, compreensão e paciência que me dedicou, mantendo-me nos caminhos pré-determinados e apoiando-me na concretização desse trabalho;

Ao professor Dr. Amauri da Silva Barros, pela amizade, dedicação e compreensão nos momentos que me sentia deslocado e/ou pressionado, apoiando-me e incentivando-me a continuar essa caminhada científica e pessoal, mesmo diante de todas as situações adversas vivenciadas;

A professora Drª Abigail Fregni Lins, por se colocar a disposição, com carinho, dedicação e profissionalismo, por meio de sua conduta e orientação científica, mostrando quais caminhos devem ser trilhados com competência, paixão pelo que se propõe a realizar e dignidade, ao longo de um trabalho científico.

Aos meus amigos, sempre presentes em minha vida, física ou espiritualmente, pelo apoio, dedicação, partilha de saberes, em especial, ao meu amigo e irmão Adeilton Menezes de Oliveira, e as minhas amigas Vanessa da Silva Alves e Vívia Dayana Gomes dos Santos, por acreditar em meus sonhos e minhas loucuras;

À coordenação do PPGECIM, nas pessoas do professor Dr. Jenner Barretto Bastos Filho, e da professora Drª Hilda Helena Sovierzoski, que de forma direta ou indireta, estiveram presentes nessa caminhada;

Aos professores que formam o PPGECIM, pelo compromisso, dedicação e amizade;

Às minhas amigas Nilde Marques da Silva, Marta Ferreira da Mota Silveira, Maria Marília de Souza Araujo, por acreditar sempre em meu potencial, em minhas loucuras, em minha amizade e incentivando-me sempre;

Ao meu amigo Antônio Acioli Rebêlo, que em nossos momentos de descontração, contribuiu enormemente com sua compreensão, descontração, aliviando mal-estares vividos;

Aos meus alunos do passado, do presente e os do futuro, que são minha razão de ser como educador;

E a todos os meus amigos, que são muitos, conquistados ao longo de minha existência, com muito amor, fé e fraternidade.

"É no problema da educação que assenta o grande segredo do aperfeiçoamento da humanidade."

Emmanuel Kant - Filósofo (1724 - 1804)

“Tenha em mente que tudo que você aprende na escola é trabalho de muitas gerações. Receba essa herança, honre-a, acrescente a ela e, um dia, fielmente, deposite-a nas mãos de seus filhos.”

Albert Einstein – Físico (1879 – 1955)

“O saber que não vem da experiência não é realmente saber.”

Lev Semenovich Vygotsky – Psicólogo (1896 – 1934)

RESUMO

A presente pesquisa teve origem por meio de uma indagação de um aluno do turno noturno do Ensino Fundamental sobre a aplicação da Matemática para assoalhar um piso. Isto gerou o problema de pesquisa “como promover uma abordagem didática do conceito de área de modo a propiciar ao estudante a solução de situações-problema do seu cotidiano?”. Foram selecionadas duas turmas (trinta alunos) do sexto ano do Ensino Fundamental noturno, de uma escola pública do município de Maceió, em Alagoas. O tipo de pesquisa é de cunho documental, bibliográfica e exploratória. Decidimos por um recorte da engenharia didática como metodologia. A seleção dos sujeitos foi por meio de entrevista e a coleta dos dados por meio de gravações de arquivo de áudio (celular LG GX 200) de depoimentos/entrevistas dos sujeitos; gravações de arquivo de vídeo (câmera digital KODAK EasyShare C180 10.2 mp) das produções dos sujeitos ao longo do processo e testes de Van Hiele - aplicados antes, durante e depois da realização do processo investigatório. O aporte teórico adotado foi o Construtivismo de Vygotsky e a Teoria de Van Hiele. Vários pesquisadores tais como Nasser e Sant’anna, Lorenzato entre outros, concordam que o desenvolvimento do pensamento geométrico é fundamental para que o aluno realize uma leitura de seu cotidiano, visualizando aspectos analíticos e geométricos na busca de soluções de situações-problema. As Oficinas de aprendizagem ou os momentos de experimentação (ME) - que compõem a sequência didática (o produto educacional) – traduzem as ações realizadas em sala de aula sobre a temática-foco com dedicação por parte dos alunos e professor, e o fazer pedagógico para análise e/ou adaptação de acordo com a realidade de cada unidade escolar.

Palavras-chave: Vygotsky. Van Hiele. Geometria. Matemática. Sequência Didática.

ABSTRACT

This research originated from a question by a student of the night shift Elementary School for using mathematics to a plank floor. This led the research problem “as an educational approach to promote the concept of area in order to provide the student with the solution of problem solving of everyday life” We selected two classes (thirty students) for the sixth year of elementary school night, a public school in the city of Maceió, Alagoas. The research is an documentary literature and exploratory type. We chose didactical engineering as methodology. The subjects were selected through interviews and data collection by means of recorded audio file (LG GX 200) depositions/interviews of the subjects, recorded video file (Kodak EasyShare C180 digital camera 10.2 mp) productions the subjects throughout the process and tests Van Hiele – applied before, during and after the completion of the process of investigation. The theoretical approach adopted was Constructivism and Vygotsky’s theory of Van Hiele. Several researchers such as Nasser and Sant’anna, Lorenzato among others, agree that the development of geometric thinking is essential for the student to perform a reading of his daily life, viewing analytical and geometrical aspects in the search for solutions to problem situations. The workshops or the moments of experimentation (ME) – which comprise the didactical sequence (the educational product) – translate the actions perfomed in the classroom on topic-focus with dedication by the students and teacher, and the teaching to make analysis and/or adaptation in accordance with the reality of each school.

Keywords: Vygotsky. Van Hiele. Geometry. Mathematics. Sequence curriculum.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

MCEF	Matrizes Curriculares para o Ensino Fundamental
ME	Momento de Experimentação
MEC	Ministério da Educação e Cultura
NTCM	National Council of Teachers of Mathematics
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SEMED	Secretaria Municipal de Educação
ZDR	Zona de Desenvolvimento Real
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal
ZEZDP	Zona Externa à Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ao longo de quinze anos dedicados ao magistério público, enfrentamos diversas situações que facilitaram ou dificultaram o pleno exercício da profissão (greves; não reconhecimento de potencialidades; ausência de colaboração por parte de pessoas que também fazem o momento educacional, entre outros).

Refletindo sobre essas situações vivenciadas, constatamos que mesmo diante de toda adversidade, o saldo desses momentos pedagógicos, ao longo dos anos de trabalho, é positivo e gratificante. Mesmo não tendo o reconhecimento por parte do sistema educacional, em relação às dedicadas horas de trabalho, no expediente regular, nos finais de semana e nos horários extracurriculares, o aspecto gratificante consiste no reconhecimento de nossos esforços por parte de companheiros de trabalho, ou como os sentimos, verdadeiros amigos, e por parte dos estudantes dedicados e compreensivos, que continuaram sua batalha por melhores condições de vida e de felicidade, após a separação anual ou de muitos anos sendo acompanhados. Alguns desses estudantes continuam mantendo contato, externando que conseguiram uma boa qualificação profissional (e que amam o que fazem) e relembram que foram motivados pela nossa maneira de sermos, de estarmos, de valorizarmos cada situação como se fosse única naquele momento da história de cada um. Há aqueles que perdemos contato, mas continuamos acreditando que nossa ação perseverante como professores, como companheiros, como amigos, tenha contribuído para a formação de pessoas comprometidas com a sua vida e com a vida dos outros. A experiência cumulativa até o momento presente, alicerçada pela vontade de continuar estudando e/ou pesquisando, por vários cursos voltados para a prática pedagógica e por situações cotidianas em sala de aula (que mostram dificuldades do passado também o são no presente de muitos de nossos alunos), nos oportuniza um novo olhar para o processo de ensino-aprendizagem, fundamentado por um aporte teórico bem definido e pela possibilidade de vivenciar metodologias que nos orientem na busca por alternativas pedagógicas para o ensino de objetos de conhecimento específicos, levando em consideração as especificidades de cada situação e as características do alunado.

A situação a seguir foi vivenciada em sala de aula (uma situação entre muitas outras colocadas). Um estudante do turno noturno, de uma escola pública de Ensino Fundamental, indagou-nos: **“Como a Matemática pode me ajudar a assentar cerâmicas em um piso?”**

Essas ocasiões nas quais questões emergem associadas a situações-problema vivenciadas pelo aluno ou sujeito em sua experiência de vida, fornecem-nos uma boa oportunidade de explorar conhecimentos necessários para elucidar satisfatoriamente a curiosidade do estudante ou sujeito. Essa foi a situação motivadora para a formulação do problema desta pesquisa: **como promover uma abordagem didática do conceito de área de modo a propiciar ao estudante a solução de situações-problema do seu cotidiano?** A nossa hipótese básica é a de que a temática de área no sexto ano do Ensino Fundamental tratada com material concreto segundo a teoria de Van Hiele, a qual fornece elementos para o acompanhamento do desenvolvimento do pensamento geométrico, propicia ao sujeito a possibilidade de responder questões relacionadas ao seu cotidiano.

O conceito de área foi amplamente utilizado por sociedades do passado em projetos de irrigação e de templos, na construção de edifícios, em locais de entretenimento público a fim de atender as necessidades humanas imediatas ou transmitir às gerações posteriores um modo de vida ou as situações do cotidiano que caracterizaram cada povo. A finalidade deste estudo é fundamentalmente compreender a construção do conhecimento sobre área baseado no modelo de Van Hiele e apresentar uma alternativa metodológica de investigação pedagógica para o ensino deste objeto de conhecimento. Visamos, dessa forma, contribuir para um maior aprofundamento sobre o ensino do conceito de área, a partir de uma investigação bibliográfica, aplicada, exploratória, com abordagem qualitativa e quantitativa. Por tratar-se de um estudo de caso, a sua natureza requer uma análise sobre a especificidade de uma situação concreta. A amostragem serão duas turmas de uma escola pública (universo da pesquisa), cujas análises iniciais permitirão o desenvolvimento da pesquisa considerando suas particularidades. Apresentaremos, como um dos resultados da pesquisa, um **produto educacional**, isto é uma sequência didática que pode ser no formato de hipertexto, visual ou audiovisual. É importante ressaltarmos a exposição de ideias ou concepções acerca do saber e fazer ético (fundamentos éticos) no cotidiano profissional e pessoal. Levantaremos questionamentos que, ao nosso entendimento, são essenciais para um desenvolvimento saudável e comprometido com a prática educacional. A moral e a ética são conceitos que permeiam a prática docente, que podem ser relacionados com as virtudes da justiça e da generosidade. Ética vem do grego “ethos” que significa maneira/modo de ser, e moral tem sua origem no latim, que significa “mores”, significando costumes. Estes, os costumes, interferem na concepção de moral e ética. A ética e a moral variam em diferentes culturas e/ou grupos sociais. No contexto escolar, as relações entre professor e aluno (sujeito) devem ser fundamentadas pela justiça (moral) e pela generosidade (ética) nas situações do cotidiano escolar. Se um aluno (sujeito) é frequente e participativo e não apresentou determinado trabalho no prazo estabelecido pelo professor, então o aluno (sujeito) deverá ser punido, pois, entre as normas estabelecidas, está a que os prazos devem ser cumpridos. Qual o enfoque ético no caso exposto? O professor deve seguir as normas ou regras e prejudicar o aluno (sujeito), ou deve analisar a situação do ponto de vista da ética e levantar questionamentos acerca das consequências da punição ao aluno (sujeito), baseando sua tomada de decisão na virtude da generosidade? Se ao final do ano letivo, após a avaliação final, o aluno obteve nota final 46 pontos (a nota final no regimento escolar para aprovação após avaliação final, em certo sistema de ensino, é 50 pontos), então o professor deverá "decretar" a reprovação do aluno impedindo-o à progressão de ano escolar, baseando-se na justiça (moral) ou deve analisar com base na ética (generosidade) que consequências a aprovação ou reprovação acarretaria ao aluno? O justo é o tratamento a todos por igual ou tratar cada aluno de acordo com o contexto vivenciado e suas necessidades? (MORETTO, 2010, p. 56-61). Podemos visualizar a moral e a ética, na relação entre professor e aluno, como um questionamento das normas ou regras, pela ética, analisando consequências dos atos do professor e do aluno, buscando ações na medida em que podemos ajudar o outro dentro de um contexto no qual a regra ou norma se aplica ao sujeito (MORETTO, 2011, p. 60). A ética, no entanto, não pode transgredir ou violar normas ou regras. As regras existem para oportunizar o bem-estar de comunidades ou grupos sociais. A ética está relacionada à qualidade de vida humana que se deseja alcançar com as regras.

Segundo Moretto (2010, p. 62), toda tomada de decisão deve ser baseada na seguinte pergunta: "quais as consequências de meu ato para o bem do grupo ou do sujeito ao qual a regra é aplicada?". A resposta positiva (boas ações) implica em um comportamento ético perante uma comunidade ou grupo social considerado. Nesse contexto escolar de compartilhamento de ações, baseadas na moral e na ética, a tomada de decisão nos remete a uma responsabilidade ética profissional – o professor deve seguir regras ou normas que orientam o ser e o fazer pedagógico, analisando o contexto com generosidade e assumir uma tomada de decisão razoável e adequada à situação considerada – com personalidade moral (está convencido da importância das regras, analisa e aplica-as, pautadas pela ética) (MORETTO, 2010, p. 64-65).

Podemos observar que a moral e a ética são termos relacionados a costumes e hábitos que firmam valores e princípios, originando as regras da boa convivência social, ou seja, a moral é um rol de regras ou normas que regulamentam a postura ou o comportamento do ser humano na comunidade ou grupo social e estas normas ou regras são apropriadas pelos sujeitos por meio da tradição, educação e pelas situações cotidianas (MEHANNA, 2008); e a ética é a maneira (valores) como o ser humano deve se apresentar/comportar em uma comunidade, grupo social ou meio social (MOTTA, 1984, apud MEHANNA, 2008, p. 2).

Segundo Vásquez (1998, apud MEHANNA, 2008, p.3), afirma que a ética é um aspecto teórico e reflexivo; e a moral é um aspecto prático – há uma estreita relação entre ambas, pois, o ser humano é levado a praticar uma ação não só pela educação, costumes ou tradição, mas principalmente por inteligência e convicção.

Para Piaget (apud MEHANNA, 2008, p. 4), a educação moral consiste em proporcionar ao sujeito situações nas quais possa vivenciar a cooperação, a reciprocidade, respeito mútuo e dessa forma, construir a sua moralidade.

Com efeito, Moretto (2010, p. 64-66) afirma que um dos grandes problemas da sociedade brasileira não é a moral (temos muitas regras ou normas pré-estabelecidas), mas a falta de ética (valores e princípios). Esses valores e princípios são importantes para nortear as ações das pessoas. Ações que podem modificar/alterar completamente o modo de vida de uma comunidade ou de uma sociedade – os alunos (sujeitos) do presente poderão ser os administradores ou pessoas com poder na tomada de decisão no futuro próximo (se a decisão tomada for equivocada, toda uma geração ou gerações sofrerão com as consequências – não há garantias de que a tentativa de se educar moralmente impeça tais acontecimentos, mas uma sociedade moralmente e eticamente educada poderá apresentar melhores oportunidades para um bem viver socialmente). Esse é o desafio maior da educação no âmbito escolar: "... formar cidadãos cognitivamente competentes, moral e eticamente preparados para exercerem uma vida social harmônica".

Procuramos considerar os aspectos morais e éticos conjuntamente, no desenvolvimento dessa pesquisa, a fim de estabelecer uma boa convivência entre professor e alunos (sujeitos da pesquisa) e fundamentar nossa ação pedagógica, apoiada pelo aporte teórico da perspectiva construtivista sociointeracionista e pelo modelo de Van Hiele, que avalia o desenvolvimento do pensamento geométrico. Dividimos esse trabalho em quatro seções, a saber.

A **seção 1** consiste em um recorte do construtivismo de Vygotsky ou perspectiva construtivista sociointeracionista, que privilegia o ensino para o desenvolvimento de competências, isto é, para o desenvolvimento ou aprimoramento das capacidades técnicas de realizar determinadas tarefas, baseadas na teoria e na prática (a soma do conhecimento e da experiência), enfatizando os principais marcos desse aporte teórico: mediação, internalização ou interiorização, zona de desenvolvimento proximal e formação de conceitos, além de alguns dados biográficos sobre Vygotsky.

A **seção 2** consiste na apresentação da primeira parte da metodologia escolhida para nortear o trabalho de pesquisa, isto é, um recorte da engenharia didática – microengenharia didática. É nesse capítulo que trataremos do tema e o campo de ação; as análises prévias (aspectos epistemológicos, cognitivos e didáticos).

A **seção 3** consiste na apresentação da segunda parte da metodologia escolhida abrangendo a análise a priori; as hipóteses e a experimentação.

A **seção 4** consiste na apresentação da terceira parte da metodologia escolhida abrangendo a análise a posteriori e a validação da Engenharia; as notas de campo; o teste de Van Hiele (nível 2) e a entrevista II.

Nas **Reflexões** apresentamos considerações e/ou análises sobre a confirmação ou não das hipóteses; a importância da mediação, apoiada pelo aporte teórico do construtivismo de Vygotsky e a utilização do modelo de Van Hiele como uma ferramenta poderosa para o tratamento do desenvolvimento do pensamento geométrico, na prática pedagógica.

Consta nos **Anexos** documentos produzidos por terceiros usados ou adaptados à nossa realidade (teste piloto 1 e o teste de Van Hiele para o nível 2). Nos **Apêndices** encontraremos os documentos produzidos ou por nós adaptados de forma prioritária para atender nossas necessidades imediatas (teste piloto 2; atividades 2 e 3 referentes a zona de desenvolvimento real; as avaliações de desenvolvimento proximal 1, 2 e 3).

1 UM RECORTE DO CONSTRUTIVISMO DE VYGOTSKY (PERSPECTIVA SOCIOINTERACIONISTA)

Nesta seção, explicitamos um recorte do construtivismo de Vygotsky ou perspectiva sociointeracionista, abordando seus principais marcos teóricos (mediação, zona de desenvolvimento proximal, entre outros) e sua importância como teoria de ensino e aprendizagem, fundamentando esse trabalho.

Figura 1 – Vygotsky

Fonte: http://www.marxists.org/portugues/vygotsky/index.htm

Abordamos os principais marcos teóricos (mediação, processo de internalização, zona de desenvolvimento proximal, formação de conceitos) do construtivismo de Vygotsky (Lev Semenovich Vygotsky), que nasceu em 1896 na cidade de Orsha, (Rússia) e morreu em Moscou em 1934, com apenas 38 anos. Com uma formação diversificada e abrangente, formou-se em Direito, História e Filosofia nas Universidades de Moscou e A. L. Shanyavskii, respectivamente. A revolução russa de 1917 era o momento histórico da realidade de Vygotsky (marxista e que tenta desenvolver uma psicologia fundamentada nessas características). Em seus primeiros escritos percebemos a importância da dialética (ação recíproca, unidade polar ou "tudo se relaciona"; mudança dialética, negação da negação ou "tudo se transforma"; passagem da quantidade à qualidade ou mudança qualitativa; interpenetração dos contrários, contradição ou luta dos contrários – aspectos adotados pela dialética marxista), na tentativa de buscar respostas concretas aos questionamentos apresentados pela psicologia, de modo a formar uma teoria única em torno da mesma

(MOYSÈS, 2009, p. 19-21). Vygotsky tornou-se conhecido no ocidente por dois títulos de sua magnífica contribuição à psicologia e a setores ou ciências correlatas: "Pensamento e Linguagem" (em 1962) e "A Formação Social da Mente" (em 1978). A inclusão de Vygotsky no cenário educacional brasileiro se deu nos anos 80. Vygotsky ofereceu o embasamento teórico que faltava à teoria de Piaget, afirmando que o homem é um ser social formado em um ambiente culturalmente e historicamente definido - ponto fundamental da teoria de Vygotsky (ROSA, 2003, p. 3).

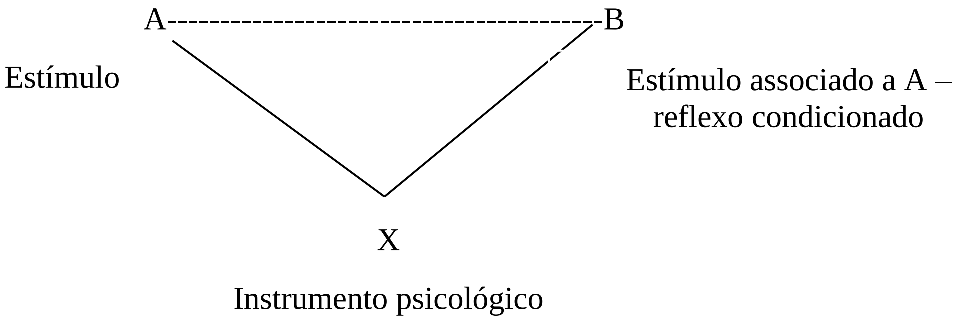
Devido à dimensão do trabalho de Vygotsky, nos concentramos em um recorte de sua teoria voltada para as situações de aprendizagem em sala de aula. Inicialmente, abordamos o primeiro marco teórico fundamental na teoria de Vygotsky: a **mediação**.

A palavra **mediação** (substantivo feminino) significa o ato ou efeito de mediar; de prover uma intervenção; de intermediação (intervir, interceder) (FERREIRA et al, 2000, p. 453), ou seja, um processo para prover ou provocar uma intervenção em uma situação ou uma ação. É por meio da mediação que estabelecemos a conversão de relações sociais em funções mentais superiores, com o uso de instrumentos e signos (MOREIRA, 2009, p.19).

Um instrumento é caracterizado por tudo que pode ser utilizado para fazer alguma coisa. Um signo é caracterizado por algo que significa alguma coisa. Por exemplo, uma vassoura é um instrumento; o material dourado é um instrumento; uma folha de papel é um instrumento. A palavra é um signo lingüístico (MOREIRA, 2009, p. 19); o perímetro é um signo; a área é um signo. Para Vygotsky (apud MOYSÉS, 2009, p. 23), o papel dos instrumentos e signos é fundamental para o desenvolvimento do ser humano, pois, ao utilizá-los o ser humano modifica a natureza e a si mesmo – modifica ou aprimora suas funções psíquicas superiores (MOYSÉS, 2009, p. 23).

Ao analisarmos o esquema inicial da estrutura da visão psicológica de Vygotsky, fundamentado por observações, observamos que a relação dual estímulo-resposta passou a ser uma relação triangular, com a introdução de um elemento novo denominado de "instrumento psicológico". Com efeito, um estímulo A está relacionado a um estímulo B (associado a A – chamado de reflexo condicionado), e o elemento X é o instrumento psicológico que estabelece uma conexão com os estímulos A e B; como mostramos no esquema a seguir (MOYSÉS, 2009, p. 24):

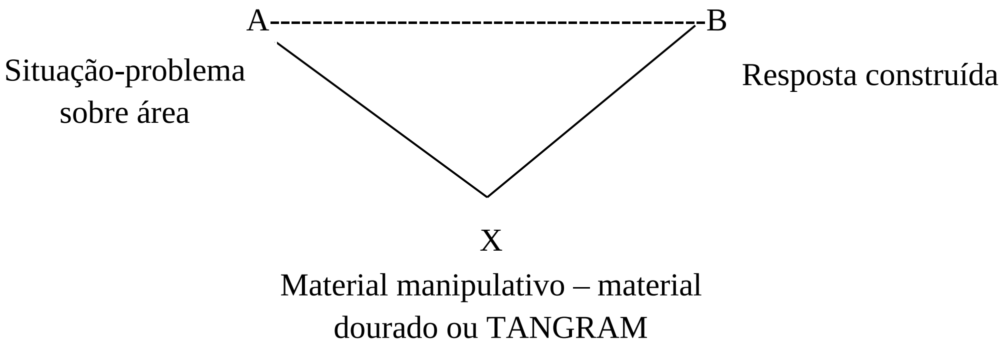
Figura 2 – Esquema Inicial de Vygotsky



Fonte: Moysés (2009)

O esquema inicial Vygotsky (Figura 2) mostra-nos que a introdução do instrumento psicológico X mediatizou o processo estímulo-resposta, isto é, o instrumento X foi o mediador que ajudou o sujeito a associar o estímulo A ao estímulo B. Esse novo elemento pode ser introduzido internamente ou externamente – pelo próprio sujeito ou por alguém externo ao processo. A fim de exemplificarmos, apresentamos a seguir um esquema baseado no esquema inicial de Vygotsky – que deu origem a sua teoria – relacionado à temática-foco dessa pesquisa:

Figura 3 – Esquema sobre uma situação na temática-foco



Fonte: Fonte: Autor, 2012 - Adaptada de Moysés 2009

Na Figura 3, mostramos um exemplo esquemático, baseado no esquema inicial de Vygotsky, na qual o estímulo A representa uma situação-problema referente ao conceito de área; o estímulo B representa uma solução da situação-problema proposta; e o instrumento X representa um material manipulativo utilizado como mediação por material concreto (que pode ser o tangram ou o material dourado). A mediação por meio do material manipulativo oportuniza aos sujeitos a possibilidade de construir suas próprias concepções acerca de um tema tratado na situação-problema, e posteriormente trabalhado de modo que seja aceitável cientificamente.

Ao longo da história das sociedades, percebemos a construção de instrumentos e sistemas de signos que influenciam seu desenvolvimento cultural e social, tais como o império romano, que ofereceu (por imposição) ao mundo antigo seu sistema de leis (sistema de signos – a lei é um signo), e suas armas (instrumentos) para consolidar sua dominação. Outro exemplo é a divulgação do modo de vida de um povo para outra sociedade, do ponto de vista comercial, feita pela mídia (rádio, televisão, internet – instrumentos), para a comercialização de produtos e serviços (a ideia de emagrecimento e bem-estar por ingestão de cápsulas – remédios; desenhos ou imagens que apresentam produtos representando concepções de liberdade, de bom gosto, de requinte – são os signos). Nosso cotidiano está permeado de signos ou sistemas de signos, de instrumentos, e à medida que utilizamo-nos cada vez mais, ampliamos nossas atividades nas quais podemos aplicar nossas novas funções psicológicas adquiridas (MOREIRA, 2009, p. 19-20). Outro marco teórico importante é o processo de **internalização** ou **interiorização**.

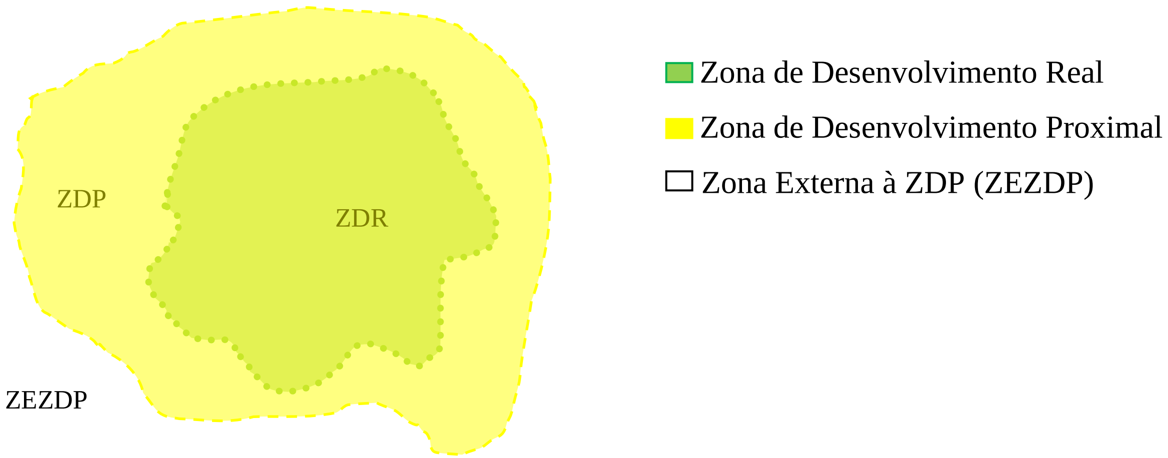
Para Vygotsky (apud MOYSÈS, 2009, p. 27), o desenvolvimento das funções psíquicas superiores (a linguagem, o pensamento, memória, atenção, imaginação, comportamento volitivo – é a ação deliberada; poder de conduzir e dominar; agir com intencionalidade ou de acordo com sua vontade, etc) se concretiza pela interação social e por meio da utilização de signos ou de sistemas de signos. As interações sociais são responsáveis pela construção e transformação do sujeito, que constrói novos significados ou concepções do cotidiano. No ambiente escolar, as relações estabelecidas entre os sujeitos, são, por exemplo, de natureza emocional, intelectual, social. Podemos dizer que a **internalização** se estabelece ao longo de um processo interativo, quando o sujeito aprende, aborda e soluciona problemas distintos ou diferentes. Essa interação é fundamental para o desenvolvimento do sujeito de modo que aprimore suas potencialidades. A interação professor-aluno e/ou aluno-aluno nos oportuniza a socialização de experiências vivenciadas; a troca de ponto de vista (concepções de mundo); a possibilidade de construir um conhecimento aceitável cientificamente a partir do saber espontâneo do sujeito, baseado em suas experiências do cotidiano e da tomada de decisão acerca dos caminhos a serem percorridos. Vygotsky (apud MOREIRA, 2009, p. 20) afirma que essa interação social é essencial para o desenvolvimento lingüístico e cognitivo das crianças, dos adolescentes, dos adultos. O ser humano não vive isolado; interage constantemente em vários níveis, em sua residência, no ambiente de trabalho, na escola. É por meio da interação social que o sujeito internaliza significados associados corretamente a signos socialmente compartilhados.

Para Vygotsky, a concepção de significado é distinta da concepção de sentido. O **significado** de uma palavra é um rol de relações constituídas de forma objetiva ao longo de um processo sócio-histórico (LURIA apud MOYSÉS, 2009, p. 39). É algo que tem uma significação socialmente compartilhada. O **sentido** de uma palavra está associado ao contexto no qual é empregada. O contexto é o meio essencial para se internalizar o sentido de uma palavra. No cotidiano escolar, precisamos considerar a dimensão dos significados e sentidos atribuídos pelos sujeitos às palavras, a fim de se estabelecer uma comunicação que facilite a apropriação de saberes e fazeres sociais, histórico e culturalmente construído ou em fase de construção. Moysés (2009, p. 40) menciona o uso da palavra "roupa" em contextos distintos. Uma adolescente de classe alta reclama: "não tenho roupa para ir à festa" – a palavra "roupa" foi usada no sentido de expressar que a adolescente não possui roupa nova para freqüentar uma festa; o que difere do sentido dessa palavra em outra frase dita por um mendigo: "não tenho roupa para vestir'. O significado da palavra roupa continua sendo vestimenta ou vestuário – não foi alterado.

Outro aspecto fundamental é a fala, que segundo Vygotsky (apud MOYSÉS, 2009, p. 21), é importante no desenvolvimento da linguagem – o sistema de signos mais importante para o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Por meio da convergência da fala e da atividade prática, o sujeito se desenvolve intelectualmente, com uma inteligência prática (uso de instrumentos) e uma inteligência abstrata (uso de signos e sistemas de signos). A internalização da fala nos conduz à independência em relação ao nosso cotidiano e oportuniza um pensamento abstrato e flexível, que não depende da contextualização exterior (GARTON, 1992, p. 92-93 apud MOREIRA, 2009, p. 21). Outro marco teórico fundamental na teoria de Vygotsky é a **zona de desenvolvimento proximal**.

Vygotsky (apud MOREIRA, 2009, p. 21) caracterizou a **zona de desenvolvimento proximal** como a distância entre o nível de desenvolvimento real do sujeito e o seu nível de desenvolvimento potencial. A zona de desenvolvimento real (ZDR) é caracterizada pelas funções psíquicas dominadas pelo sujeito (habilidades ou competências já interiorizadas – consistem na capacidade do sujeito de solucionar e/ou resolver situações-problema de maneira independente ou sem a assistência de outros). A zona de desenvolvimento proximal (ZDP) é caracterizada pelo rol de competências e/ou habilidades no qual o sujeito pode apresentar certa eficiência ao executar tarefas ou ações, com a assistência de um mediador ou de alguém com mais experiência. É a região-foco para o trabalho do mediador.

Figura 4 – Zonas de desenvolvimento



Fonte: Autor, 2012 - Adaptada de MORETTO, 2010.

A **formação de conceitos** é uma aplicação da concepção de zona de desenvolvimento proximal defendida por Vygotsky. Segundo Vygotsky (apud MOREIRA, 2009, p. 22), a **formação de conceitos** na infância se caracteriza por três formações intelectuais, a saber: agregação desorganizada ou amontoado; pensamento por complexos; conceitos potenciais. A formação intelectual denominada de 'agregação desorganizada ou amontoado" consiste no agrupamento, pela criança, de objetos desiguais desorganizadamente, pela tentativa e erro, determinada visualmente pela disposição espacial desses objetos. A formação intelectual denominada de "pensamento por complexos" consiste no agrupamento de objetos pela criança, baseado nas suas impressões subjetivas e pelas relações existentes entre os objetos (fase dos pseudoconceitos). A formação intelectual denominada "conceitos potenciais" consiste na abstração de aspectos comuns (aspecto instável) a distintos objetos. Para Vygotsky, esses processos de formações intelectuais, conjuntamente, geram a formação de conceitos.

Moysés (2009) afirma que o desenvolvimento de conceitos espontâneos e conceitos científicos surgiram do comportamento desses a partir das considerações de Vygotsky e seus colaboradores, tais como Luria e Leontiev. Os conceitos espontâneos são aqueles em que o sujeito aprende no seu cotidiano, por meio da interação com pessoas, objetos, etc. Os conceitos científicos são aqueles que se aprendem no espaço escolar; saberes sistematizados de acordo com uma específica metodologia.

Vygotsky afirma que um ensino voltado para a compreensão deve ser caracterizado por uma atitude de interação (entre professor e aluno); por uma busca de ponto de vista ou ideia dos sujeitos a cerca do objeto de conhecimento; ampliar, modificar ou substituir esquemas mentais por outros mais abrangentes e/ou significativos; diagnosticar se a linguagem usada foi compreendida ou internalizada (corrigindo os possíveis erros cometidos) e uma reestruturação das relações psicológicas (internamente) ocorridas a partir de situações externas. Um professor que se dispuser a repensar sua prática pedagógica de acordo com os princípios da perspectiva construtivista sociointeracionista ou construtivismo de Vygotsky, precisará apresentar características específicas no seu saber e fazer pedagógico. Essas características específicas são expressas pelo conhecimento psicossocial dos alunos (sujeitos); o conhecimento cognitivo dos sujeitos; definição clara dos objetivos do processo de ensino-aprendizagem; da avaliação proposta; das estratégias para a intervenção pedagógica; saber ouvir e perguntar e atuar na zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Buscamos nesse momento perceber as características gerais (como um todo) dos sujeitos da pesquisa, de modo a nos orientarmos a cerca da ação adequada para o processo de ensino-aprendizagem – são sujeitos oriundos de famílias de classe média-baixa, com atividades profissionais diversificadas (vendedores, serventes de pedreiros, dona de casa, auxiliar de mecânica, entre outros); moradores de bairros de periferia. O professor-mediador deve considerar essas características gerais dos sujeitos a fim de nortear sua prática pedagógica, possibilitando trabalhar valores, conceitos, linguagens e atitudes. Consideramos fundamentalmente o trabalhar com situações ou contextos que orientem os sujeitos a uma reflexão que possibilite o desenvolvimento e/ou aprimoramento de habilidades para operar, compreender, julgar, abstrair, entre outros (MORETTO, 2010, p. 55). A clareza dos objetivos nos ajuda no processo avaliativo – o professor deve explicitar o objetivo da aula aos sujeitos, de modo que todos tenham consciência do que desejamos alcançar. Essa orientação é fundamental para a avaliação de uma aula ou um processo de ensino, a fim de facilitar a compreensão do que o mediador deseja em sua ação cotidiana, e para auxiliar os sujeitos em seu estudo (para uma melhor compreensão do objeto de conhecimento trabalhado). Ao definirmos precisamente os objetivos, os instrumentos de avaliação e considerando as medidas que facilitem e/ou orientem os sujeitos no estudo do objeto de conhecimento proposto, o mediador deverá refletir sobre as estratégias usadas à apropriação do conhecimento pelos sujeitos, avaliando de maneira constante os saberes já ancorados pelo alunado, possibilitando uma melhor e mais adequada intervenção pedagógica. Um aspecto importante para a reflexão é sobre que tipo de estratégia um instrumento de avaliação poderá ser usado, e o saber ouvir e o saber perguntar do mediador. Essa característica auxilia consideravelmente no processo de ensino-aprendizagem, pois, oportuniza ao mediador ações na zona de desenvolvimento proximal de cada sujeito.

Para Moretto (2010), um conhecimento construído significativamente alicerça um saber estável e devidamente estruturado para o sujeito, ampliando sua zona de desenvolvimento proximal. A zona de desenvolvimento proximal de hoje, será a zona de desenvolvimento real de amanhã. Essa construção é fundamentada por uma ação pedagógica estruturada pelo mediador, observando todos os aspectos que podem influenciar o processo de ensino-aprendizagem. Com efeito, o professor-mediador assume um papel muito importante no processo educacional – é um facilitador comprometido com sua ação pedagógica, fundamentada por um aporte teórico que privilegia o ensino pelo desenvolvimento de competências e/ou habilidades nos sujeitos, oportunizando condições para analisarem criticamente seu cotidiano, e apontarem possíveis soluções para situações propostas. A estreita relação entre o pensamento de Vygotsky e a Educação Matemática é evidente no sentido de que a aprendizagem dos conceitos deveria se originar nas práticas sociais – uma preocupação com a contextualização do ensino (MOYSÉS, 2009, p. 61). Há aproximadamente duas décadas, no Brasil, percebemos um crescente movimento em favor da Educação Matemática, congregando a participação de pesquisadores, produção e divulgação do conhecimento por meio da promoção de eventos, publicação de artigos, entre outros (D'AMBROSIO, 1990, 1993 apud MOYSÉS, 2009, p. 63). Segundo D'Ambrosio (apud MOYSÉS, 2009, p. 64), o professor de Matemática deve apresentar uma postura de docente/pesquisador, que considere o enfoque sociocultural da aprendizagem de seus alunos, isto é, desenvolver uma "atitude de pesquisa" que se concretiza por meio da busca do conhecimento da realidade sociocultural dos alunos e da comunidade na qual a unidade escolar está inserida. É uma permanente busca pela compreensão dos fatores que influenciam no processo de ensino-aprendizagem, acompanhando o desempenho do alunado, analisando, discutindo os resultados obtidos em sua avaliação com os demais profissionais da educação ou da unidade escolar. Um ensino voltado para a contextualização, considerando a relação entre conceito espontâneo e científico; os aspectos sociais e culturais dos alunos e por reflexões constantes a cerca da prática pedagógica, é uma abordagem que expressa ramificações das ideias defendidas por Vygotsky e seus pares com relação ao aprendizado da Matemática.

2 METODOLOGIA: PARTE 1

Nesta seção, explicitamos a primeira parte da metodologia (um recorte da Engenharia Didática): o tema e o campo de ação e a análise prévia, abordando os aspectos epistemológicos, cognitivos e didáticos.

A engenharia didática é uma opção metodológica que está relacionada à ação racional em sala de aula como prática investigativa, baseada em conhecimentos didáticos e matemáticos (CARNEIRO, p. 87, 2005). A criação da Engenharia Didática foi motivada pela busca do conhecimento das relações entre a pesquisa e ação no sistema de ensino por Michele Artigue, e do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa (CARNEIRO, p. 90, 2005).

A consideração proposta para esta pesquisa, resguardando os princípios fundamentais da Engenharia Didática, é uma abordagem de micro engenharia didática (a complexidade da sala de aula é considerada de forma mais completa – um recorte coerente dessa prática de pesquisa). As fases que serão abordadas (ARTIGUE, 1996 apud CARNEIRO, 2005, p. 91) são: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de matemática; 3) experimentação; 4) análise a posteriori e validação da experiência.

O tipo de pesquisa considerada é de cunho documental, bibliográfica e exploratória, realizando uma análise prévia (epistemológica – o levantamento histórico sobre o conceito de área; didática – analisar as características de funcionamento do sistema de ensino de Maceió; cognitiva – analisar as características do público alvo, isto é, os sujeitos do 6º ano do Ensino Fundamental – competências e habilidades desejadas).

Consideramos em seguida a análise a priori, na sua parte descritiva – definindo as variáveis globais (introduzir o estudo de área por meio do conceito de superfície; metro quadrado e suas transformações; manuseio de material concreto; situar os sujeitos nos níveis de Van Hiele; proposição de atividades considerando competências ou habilidades desejadas) e as variáveis locais (testes de Van Hiele voltados para o conceito de área no cotidiano); e na sua parte preditiva - antecipação das possíveis dificuldades ou problemas que podem ocorrer com as ações da parte descritiva (nesse caso, noção visual de espacialidade não formada;

dificuldade na operação com números decimais; formação inadequada de competências ou habilidades).

A experimentação se caracteriza pela aplicabilidade das Oficinas de aprendizagem ou ações previstas para a coleta de dados em duas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental com média, inicialmente, de doze alunos em cada turma; planejamento de cada aula; dos problemas geradores de cada ação; das aplicações de sequências didáticas a fim de oportunizar aos sujeitos a progressão do nível 1 para o nível 2 de Van Hiele. A coleta de dados se dará por meio de gravações de arquivo de áudio (celular LG GX 200) de depoimentos/entrevistas dos sujeitos; gravações de arquivo de vídeo (câmera digital KODAK EasyShare C180 10.2 mp) das produções dos sujeitos ao longo do processo e testes (de van Hiele – aplicados antes, durante e depois da realização do processo investigatório).

A análise a posteriori permite investigar o que foi considerado nas hipóteses, se houve ou não distorções invalidando as hipóteses consideradas; verificar em cada aula os fatores favoráveis e desfavoráveis na experimentação; fazer levantamento das situações que validaram ou não as hipóteses.

A validação da micro engenharia consistirá em confrontar o que aconteceu antes e depois da experimentação; a contribuição para a formação do professor e a produção do conhecimento e analisar a validade e reformulação das hipóteses.

2.1 Tema e o Campo de Ação

Iniciamos nosso trabalho no segundo semestre do ano de 2010 (em outubro), com o levantamento bibliográfico impresso e eletrônico acerca do tema estabelecido: **o ensino do conceito de área no sexto ano do ensino fundamental: uma proposta didática fundamentada na teoria de Van Hiele.** A justificativa para a escolha do tema foi baseada em uma situação vivenciada em sala de aula, na qual um sujeito do turno noturno indagou como a Matemática poderia ajudá-lo a determinar quantas cerâmicas seriam necessárias, no mínimo, para assoalhar o piso de sua casa. Essa indagação motivou outros sujeitos a questionarem a aplicação da Matemática. Aplicamos um questionário (Q1) para a primeira entrevista, a fim de traçar um perfil do alunado e selecionar os sujeitos para a pesquisa. O teste piloto 1 foi aplicado para situar os sujeitos no nível de Van Hiele. O conceito de área é aplicado em vários setores, tais como em obras de engenharia, etc, fomentando o desenvolvimento estrutural, social, econômico de uma sociedade. Entretanto, o estudo desse conceito é relevado à aplicabilidade de fórmulas no sexto ano do Ensino Fundamental (FACCO, 2003). O conteúdo sobre área não é muito extenso, no sexto ano do Ensino Fundamental, mas é pouco explorado, e pode ser uma excelente oportunidade de oferecer aos alunos a chance de visualizar aplicações no cotidiano, tais como determinar a quantidade de cerâmicas para assoalhar certo piso; a quantidade de galões de tinta para pintar uma parede, sabendo-se quantos metros quadrados pode ser pintada por galão. O estudo da geometria oportuniza o desenvolvimento de certo tipo de pensamento lógico e organizado, estruturado e sistemático, que auxilia na resolução de problemas ou na busca de soluções de situações-problema do cotidiano (CARNEIRO, 2005). Como campo de trabalho, escolhemos inicialmente, duas turmas regulares, do turno noturno e do sexto ano do Ensino Fundamental, cada turma com trinta alunos – o estudo do conceito de área é parte integrante do currículo escolar do sexto ano. Ao longo do primeiro semestre de 2011 ocorreu uma série de fatores que culminaram na redução do número de sujeitos da pesquisa (greve, oportunidade de emprego temporário, gravidez, mudança de município, entre outros). As constantes ausências de alguns sujeitos reduziram consideravelmente esse quantitativo, restando um grupo de dez sujeitos que freqüentam regularmente as aulas de Matemática. Em relação aos dados ou informações iniciais, consultamos banco de dados de universidades ou faculdades (teses e dissertações), banco de dados da Plataforma Lattes (em busca de trabalhos já realizados com essa temática ou correlatos), livros, revistas, documentários, anuário do NTCM – National Council of Teachers of Mathematics, etc, em busca do aporte teórico que fundamentasse nossa pesquisa.

2.2 Análise Prévia

Nesta parte da Engenharia Didática consiste em tecer considerações acerca do estudo do conceito de área; as características de funcionamento do sistema de ensino de Maceió e das características dos sujeitos do sexto ano, turno noturno, do Ensino Fundamental.

2.2.1 Dimensão Epistemológica: Aspectos Históricos sobre o Conceito de Área

A geometria, “medida da terra”, esteve presente no cotidiano de civilizações antigas, tais como a civilização egípcia, a civilização mesopotâmica, etc. Os babilônios que viveram no período 2000 – 1600 a. C., conheciam leis gerais para calcular, por exemplo, áreas de retângulos, de triângulos retângulos, triângulos isósceles, entre outras formas. É durante esse período que surgiram os primeiros papiros e livros sagrados, segundo pesquisadores ou estudiosos (FACCO, 2003). Um desses registros históricos é o papiro de Rhind (aproximadamente 1650 a. C.), assim chamado por ter sido comprado pelo antiquário escocês Henry Rhind em uma cidade do Egito - também conhecido como papiro Ahmes (BARASUOL, 2006, p. 4).

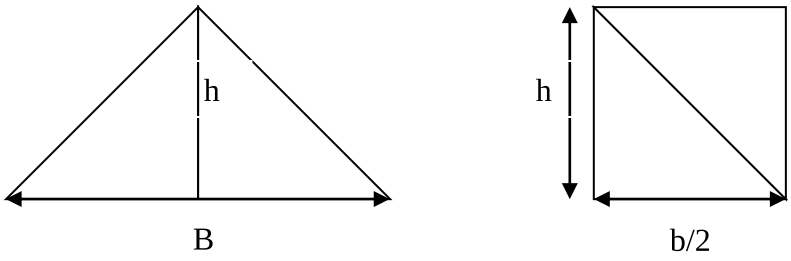
Esse documento, escrito em hierático da direita para a esquerda, com dimensões de 32 cm de largura por 513 cm de comprimento, apresenta problemas da aplicabilidade da geometria (o papiro Rhind é formado por uma série de tabelas e oitenta e quatro problemas com suas respectivas soluções), que entre outras noções, está à concepção de área utilizada para calcular o volume dos repositórios cilíndricos de grãos pela multiplicação da área da base pela altura (ROBINS apud FACCO, 1987, p. 47).

Figura 5 – Parte do papiro de Rhind ou papiro de Ahmes

Fonte: http://antigoegito.org/?p=1356

Em um dos problemas propostos no papiro de Rhind, está o problema de calcular a medida da área de um triângulo isósceles, por meio da multiplicação da medida da metade da base pela altura do triângulo (problema 51). A justificativa para essa afirmação do escriba Ahmes, que o copiou, se processa pela decomposição do triângulo isósceles em dois triângulos retângulos (a altura do triângulo isósceles é um eixo de simetria). Formando um retângulo com os triângulos retângulos, por compensação, observamos que um dos lados do retângulo construído é a “metade da base do triângulo isósceles” e outro lado desse mesmo retângulo é a “altura do triângulo isósceles”. Assim, a medida da área do retângulo construído é a multiplicação de sua base (metade da base do triângulo isósceles) pela altura - a altura do triângulo isósceles é a altura do retângulo construído pelos dois triângulos retângulos (BOYER apud FACCO, 1974, p. 13), conforme a Figura 2:

Figura 6 – Decomposição do triangulo isósceles e a composição do retângulo



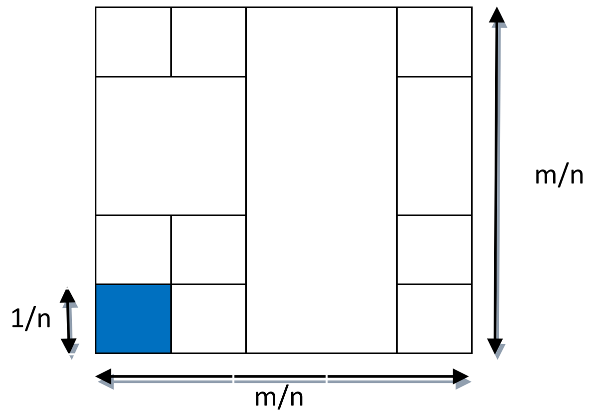
Fonte: Autor, 2012 - Adaptação de FACCO, 2001.

O papiro de Rhind é um notável documento sobre considerações matemáticas da antiguidade. Ao mencionarmos as considerações matemáticas do passado, principalmente em geometria, nos reportamos a um de seus maiores expoentes - Euclides, autor da obra intitulada “Os Elementos”, composta por treze livros ou treze capítulos, cujos assuntos tratados são “construções elementares, teoremas de congruência, área de polígonos, teorema de Pitágoras” (Livro I); “álgebra geométrica” (Livro II); “geometria do círculo” (Livro III); “construção de certos polígonos regulares” (Livro IV); “a teoria das proporções de Eudoxo” (Livro V); “figuras semelhantes” (Livro VI); “teoria dos números” (Livros VII-IX); “classificação de certos irracionais – Teateto” (Livro X); “geometria no espaço, volume simples” (Livro XI); “áreas e volumes calculados pelo método da exaustão – integração – de Eudoxo” (Livro XII); “construção dos cinco sólidos regulares” (Livro XIII) (PINTOBEIRA, 1994). Dentre as definições abordadas no Livro I, tais como ponto, linha, entre outras, está a definição de superfície: “é o que tem comprimento e largura”, que nos interessa particularmente. Para Euclides (PITOMBEIRA, 1994), a igualdade entre duas superfícies poderia ser estabelecida por meio da superposição de figuras planas, isto é, a coincidência de duas figuras por superposição garantiria sua igualdade ou congruência. Assim, a equivalência entre duas figuras fica estabelecida desde que possuam a mesma grandeza ou a mesma área (podemos realizar essa demonstração pela decomposição de figuras planas).

A noção de área determinada pela aplicação-medida, ou seja, visualizar a área como uma grandeza e realizar uma comparação entre duas superfícies a fim de quantizá-la, mostrou-nos uma alternativa viável, didaticamente, para abordarmos o conceito de área independente da unidade de área escolhida (BALTAR apud FACCO, 2003, p. 23). Para Lima (1991), a medição de uma porção do plano ocupada por uma figura plana por meio de uma unidade de área significa determinar ou exprimir quantas vezes a unidade de área estabelecida está contida na figura plana considerada ou quantas vezes a figura plana contém a unidade de medida de área escolhida. Essa consideração permite a determinação das fórmulas para as áreas das principais figuras geométricas planas mais conhecidas, ou seja, para as áreas do quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo.

O quadrado, definido como um quadrilátero que tem os quatro lados com mesma medida e os quatro ângulos retos ou de noventa graus, tem por fórmula de área o produto da unidade de área estabelecida pela quantidade dessas unidades de área contidas no quadrado considerado mostrado na Figura 7:

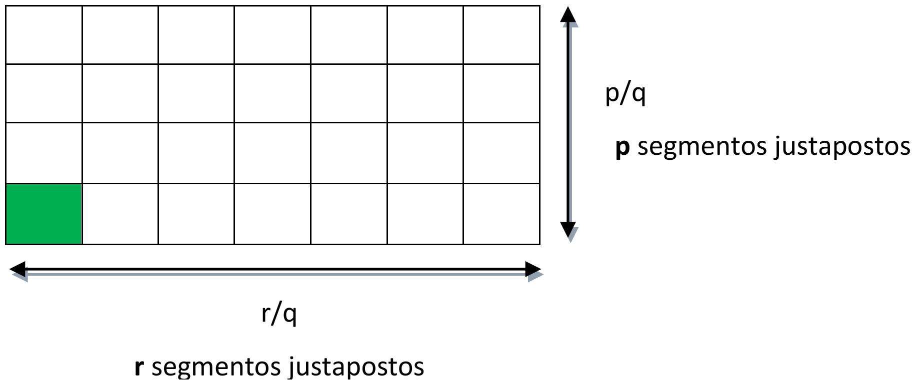
Figura 7 – Decomposição do quadrado



Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

A decomposição da medida do lado (um número racional **m/n**) do quadrado em **m** segmentos de comprimento **1/n,** nos fornecem $\mathbf{m^2}$ quadradinhos de lado **1/n** e área $\mathbf{(1/n)^2}$. A área do quadrado maior será a área do quadradinho $\mathbf{(1/n)^2}$ multiplicada pela quantidade $\mathbf{m^2}$ quadradinhos, isto é, $\mathbf{(1/n)^2 \cdot m^2 = m^2/n^2 = (m/n)^2}$ (LIMA, 1991). O retângulo, definido como um quadrilátero que tem os quatro ângulos retos ou de noventa graus, tem por fórmula de área o produto da unidade de área estabelecida pela quantidade dessas unidades de área contidas no retângulo considerado mostrado na Figura 8:

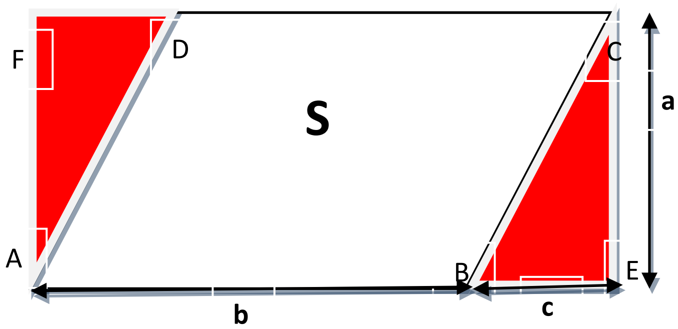
Figura 8 – Decomposição do retângulo



Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

A divisão dos lados do retângulo em **p** e **r** segmentos justapostos, nos fornecem **pr** quadradinhos cujos lados medem **1/q** e área mede $(1/q)^2$. A área do retângulo considerado será definida como o produto da área de um quadradinho, $(1/q)^2$, pela quantidade de quadradinhos, **pr**, isto é, $pr.\ (1/q)^2 = pr.(1/q).(1/q) = (p/q).(r/q)$ (LIMA, 1991). O paralelogramo é definido como um quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos. Seja ABCD o paralelogramo cuja área mede **S**, com base AB igual a **b** e altura CE igual a **a**. O paralelogramo ABCD está contido no retângulo AECF de base medindo **(b + c)** e sua altura medindo **a**. A área do retângulo AECF é expressa por **(b + c).a = ba + ca**.

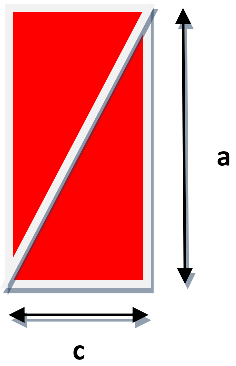
Figura 9 – Paralelogramo de área S



Fonte: Autor, 2012 - Adaptação de LIMA, 1991.

Observamos que o retângulo AECF é formado pelo paralelogramo ABCD e pelos triângulos ADF e BEC (que formam um retângulo de área medindo **ca**):

Figura 10 – Retângulo (formado pelos triângulos ADF e BEC)

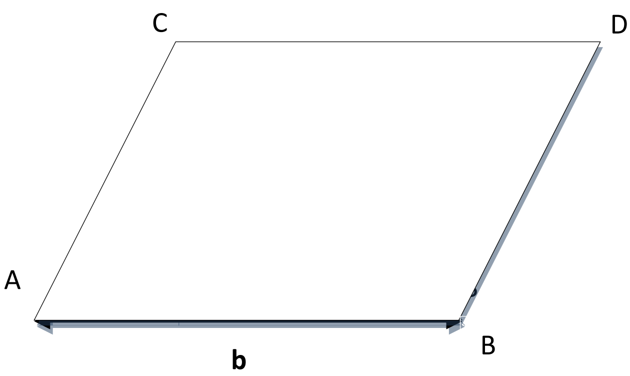


Fonte: Autor, 2012 - Adaptação de LIMA, 1991.

Notemos que o retângulo AECF tem por medida de área **ba + ca = S + ca** ou **S = ba**. A área de um paralelogramo é igual ao produto do comprimento de qualquer uma de suas bases pelo comprimento da altura correspondente ou **S = ba** (LIMA, 1991).

Consideremos o triângulo ABC e tracemos pelos vértices C e B, respectivamente, paralelas aos lados AB e AC, encontrando-se no ponto D, fornecendo um paralelogramo ABCD (com **h** sendo a altura – mostrada na Figura 11).

Figura 11 – Triângulo ABC

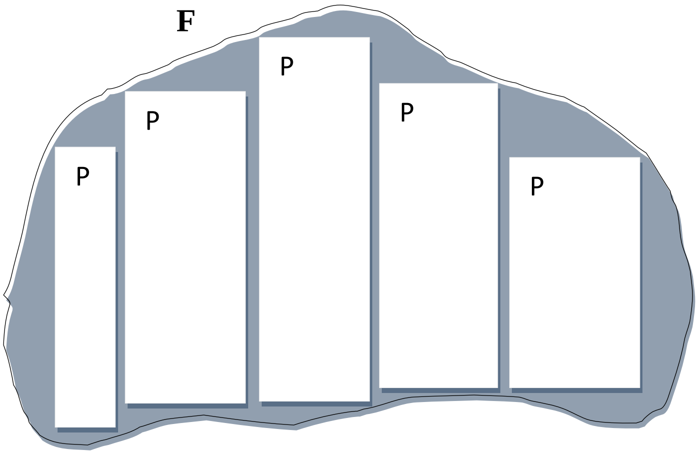


Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

Se AB = **b** e CE = **h** então a medida da área do paralelogramo ABCD é dada por **bh**. Os triângulos ABC e BCD são congruentes (têm um lado comum compreendido entre dois ângulos com medidas iguais), logo têm a mesma área. Dessa forma, a medida da área do paralelogramo ABCD é numericamente igual a duas vezes a área do triângulo ABC, isto é, $\mathbf{bh} = \mathbf{2}.(\mathbf{área\ do\ \Delta ABC})$ ou $\mathbf{área\ do\ \Delta ABC} = \frac{\mathbf{bh}}{\mathbf{2}}$ (LIMA, 1991).

Para Lima (1991), a definição geral de área pode ser expressa para uma figura plana arbitrária **F** e sua área deve ser um número real não-negativo, indicado aqui por **a(F)**, bem definido se conhecidos seus valores aproximados por excesso ou por falta. Os valores de **a(F)** aproximados por falta são as áreas dos polígonos **P** contidos na figura arbitrária **F**, como mostra a figura 12:

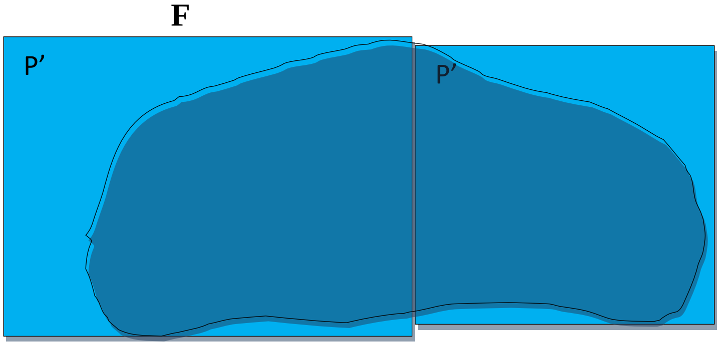
Figura 12 – Figura arbitrária F (aproximação por falta)



Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

Os valores de **a(F)** aproximados por excesso são as áreas dos polígonos **P'** que contém figura arbitrária **F**, como mostra a figura 13:

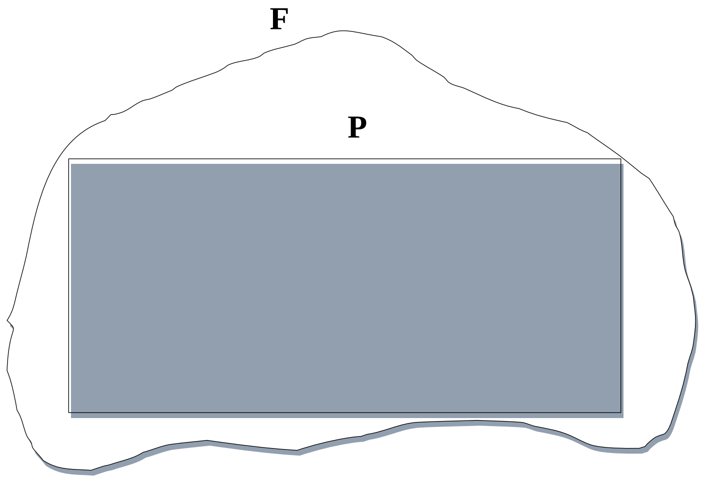
Figura 13 – Figura arbitrária F (aproximação por excesso)



Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

A fim de simplificarmos o entendimento da definição geral de área (LIMA, 1991, p. 23), consideraremos um polígono retangular - é a reunião de vários retângulos justapostos (dois desses retângulos têm em comum no máximo um lado) – e cuja área é a soma das áreas dos retângulos que estão contidos no polígono retangular. Consideremos valores aproximados por falta para o número real **a(F)** – o número real cujas aproximações por falta são as áreas dos polígonos retangulares contidos em **F.** Portanto, para todo polígono retangular **P**, contido na figura arbitrária **F**, teremos **a(P) ≤ a(F)**:

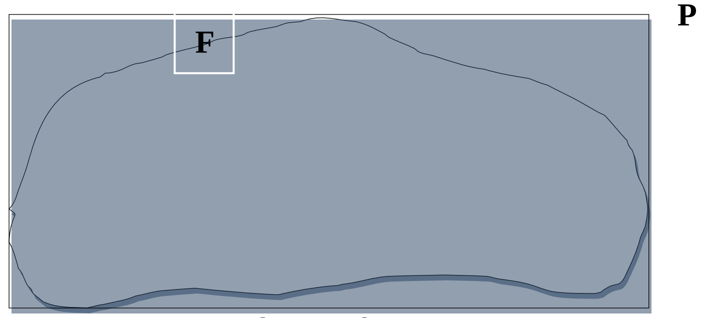
Figura 14 – Polígono retangular P (por falta)



Fonte: Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

Dado qualquer número **b < a(F)**, existe um polígono retangular **P**, contido em **F**, satisfazendo a condição **b < a(P) ≤ a(F)**. Analogamente, poderemos definir a área da figura arbitrária **F** como o número real cujas aproximações por excesso são as áreas dos polígonos retangulares que contém **F**:

Figura 15 – Polígono retangular P (por excesso)



Autor, 2012 -Adaptação de LIMA, 1991.

Portanto, para todo polígono retangular **P**, que contém a figura arbitrária **F**, teremos **a(P) ≥ a(F)**. Ao longo da história da matemática, a geometria assumiu um papel de destaque nos primeiros pensadores ou estudiosos, mais precisamente em relação às noções do conceito de volume e de área (estamos particularmente interessados no conceito de área), que eram aplicados no cotidiano. Com o advento das tecnologias para facilitar as atividades na vida, surgem novas teorias que fundamentam novos conhecimentos ou necessidades ligados ao conceito de área. Uma das funções fundamentais dos matemáticos é teorizar, fundamentar uma ou mais aplicabilidades, mantendo-se disponível ou acessível ao novo conhecimento, considerando a imensa contribuição dada pelos nossos antecessores.

2.2.2 Dimensão Cognitiva: Características do Público Alvo - Competências e Habilidades Desejadas

Segundo Moysés (2009), as críticas contra a forma de abordagem dos conteúdos escolares se intensificaram na última década. No estudo da Matemática não foi diferente nesse aspecto. É necessária uma abordagem que construa um pensamento matematicamente correto e com sentido. Parece-nos que há uma distância muito grande entre a escolarização e a vida – a escola não estabelece um link entre o que se aprende no espaço escolar e o cotidiano.

Novas formas de ensinar Matemática são pautadas em atividades em grupo, por meio do reconhecimento da importância da interação na construção do conhecimento matemático (MOYSÉS, 2009, p. 61). Nos anos 70, no século passado, a legislação educacional brasileira estabeleceu, por meio da lei 5692, que a tomada de decisão sobre os programas inseridos em sala de aula referentes às disciplinas seria das unidades de ensino, levando-se em conta as diretrizes estabelecidas (ensino técnico) e as especificidades de cada situação ou realidade escolar (MORACO, 2006, p. 24). Esse fato permitiu que cada unidade escolar apresentasse seu currículo ou modificasse de acordo com seus interesses, e levando-se em consideração a hipervalorização da álgebra, a geometria foi sendo posta em segundo plano ao longo das décadas.

Segundo Lorenzato (1995), um dos motivos expressivos para o abandono do ensino da geometria é que os professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para abordar esse objeto de conhecimento em sala de aula. Outro motivo é a importância demasiada do livro didático que deveria ser um apoio didático e não o elemento central de trabalho. As abordagens geométricas, por vezes são superficiais e desvinculadas de qualquer contexto social ou histórico, ou fundamentadas em um grupo de definições e/ou conceitos, apresentadas no final do livro (que pode não ser abordada ou estudada). Outro aspecto importante é a formação do currículo escolar, que não é estabelecido ou cumprido, ou ainda, é relevado ao segundo plano pela escolha da utilização exclusiva do livro didático como instrumento pedagógico principal.

Todas as considerações anteriores a cerca do estudo da geometria, principalmente no ensino fundamental, nos apresenta uma realidade preocupante que retrata o descaso ou despreparo de professores para a abordagem geométrica dos conteúdos ou valorização da algebrização da geometria. Com efeito, essa algebrização da geometria se mostra recorrente, segundo Lorenzato (1995), em várias escolas distribuídas pelo país, não oportunizando ao aluno o desenvolvimento pleno de uma forma de leitura interpretativa do cotidiano e uma visão matemática distorcida ou desvinculada da realidade.

Lorenzato (1995) sugere que a geometria, no Ensino Fundamental, seja apresentada para descrever o mundo físico; de exploração das formas geométricas por meio da rotação, entre outros; estabelecer links entre a geometria, a álgebra e a aritmética, entre outros aspectos.

O fato do alunado não estudar geometria, ou de se apresentá-la de modo superficial, pode ocasionar leituras incorretas do cotidiano ou não oportunizar a resolução satisfatória de situações-problema.

A aprendizagem de geometria requer dos sujeitos certas habilidades geométricas básicas definidas como visual, verbal, gráfica, lógica e aplicação (HOFFER, 1981, apud MORACO, 2006, p. 41). A compreensão é demonstrada pela capacidade de executar uma tarefa ou situação desconhecida, agindo com destreza, competência, e construindo um método ou procedimento para buscar a solução da situação proposta. Observemos na tabela a seguir a associação do nível/habilidade proposta por Hoffer com relação aos níveis de Van Hiele (HOFFER, 1981, apud MORACO, 2006, p. 42-44):

Tabela 1 – Habilidade/Nível (HOFFER)

Habilidade/Nível	Reconhecimento	Análise	Ordenação	Dedução	Rigor
Visual	Reconhece figuras diferentes em um desenho. Reconhece informações rotuladas em uma figura.	Percebe as propriedades de figuras como parte de uma figura maior.	Reconhece relações entre vários tipos de figuras. Reconhece propriedades comuns dessas figuras.	Usa informação sobre figuras e obtém outras informações sobre elas.	Reconhece suposições injustificadas feitas no uso das figuras. Concebe figuras relacionadas em vários sistemas.
Verbal	Associa o nome correto com uma figura dada. Interpreta sentença que descreve as figuras.	Descreve várias propriedades de uma figura.	Define palavras precisas e concisas. Faz relações com outras figuras.	Entendem distinção entre postulados, teoremas. Reconhece o que se pede no problema.	Formula extensos resultados conhecidos. Descreve os sistemas dedutivos.
Gráfica	Consegue fazer esquemas das figuras e identificar suas partes.	Traduz a informação verbal dada a uma figura. Usa propriedades nos desenhos.	É capaz de construir figuras relacionadas com as figuras dadas.	Reconhece quando e como usar elementos auxiliares em uma figura. Consegue desenhar e construir figuras.	Entende as limitações e capacidade dos instrumentos de desenho. Representa pictoricamente conceitos em vários sistemas dedutivos.
Lógica	Percebe que há diferenças e semelhanças entre as figuras. Entende figuras com posições diferentes.	Entende que figuras podem ser classificadas de várias maneiras e suas propriedades podem ser usadas para classificá-la.	Entende as propriedades das figuras para determinar se uma classe esta contida em outra.	Usa regras de lógica para desenvolver provas. È capaz de deduzir consequências a partir de informações dadas.	Entende as limitações e capacidade de hipóteses e postulados. Sabe quando um sistema de postulados é independente, consistente e categórico.
Aplicação	Identifica através dos objetos físicos as formas geométricas.	Reconhece propriedade geométrica fenômenos físicos.	Entende o conceito matemático e suas relações.	É capaz de deduzir propriedade através de informações.	Usa modelos para representar sistemas abstratos.

Fonte: Autor, 2012 - Adaptado de MORACO ,2006.

As considerações de Baltar (apud PERROTTA e PERROTTA, 2005, p. 82-84) acerca de erros mais frequentes cometidos pelos sujeitos da 5ª série/6º ano, e analisando o conceito de área de superfícies planas abordados em problemas de aprendizagem nas escolas francesas, verificados por meio de avaliações nacionais (similar às avaliações que ocorrem a nível nacional no Brasil), fundamentaram uma classificação que distingue as concepções de área e perímetro de acordo com quatro pontos de vista, a saber: ***topológico***, ***dimensional***, ***computacional***, ***variacional***. O ponto de vista topológico é caracterizado por objetos geométricos distintos (conceitos de área e perímetro), isto é, a área é associada à superfície e o perímetro sendo o contorno dessa superfície. O ponto de vista dimensional (dimensão) é caracterizado pela natureza distinta de uma superfície e seu contorno, o que ocasiona uma adaptação do uso das unidades de medida à expressão das medidas de área e perímetro. O ponto de vista computacional é caracterizado pela aquisição das fórmulas de área e perímetro usuais. O ponto de vista variacional é caracterizado por meio da aceitação de área e perímetro que não variam necessariamente no mesmo sentido e por qual superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa. Para Baltar (apud PERROTTA e PERROTTA, 2005, p. 87), o ensino do conceito de área usado apenas como aplicação de fórmulas é infrutífero, podendo ocasionar um aprendizado não significativo. A confusão entre as concepções de área e perímetro; as dificuldades na operação com unidades de medida e seu significado; são dificuldades apontadas em um processo de ensino-aprendizagem que privilegia os cálculos das medidas de área e perímetro. As considerações expostas anteriormente evidenciam que atividades manipulativas (material concreto) podem atuar como facilitadores da apropriação de conceitos ou conhecimentos relativos à área e perímetro de figuras planas, fundamentados por atividades elaboradas de modo a estimular o emprego dos conceitos de área e perímetro.

Narvaz, Machado, Souza e Lucena (2005) afirmam que a utilização de dobraduras se torna um recurso que facilita a exploração das propriedades geométricas das figuras planas e espaciais. O origami é um excelente instrumento para o ensino de geometria, enfatizando a identificação e classificação de figuras geométricas, ângulos, linhas retas, medidas, áreas e perímetros. Em relação ao conceito de área, como medida de uma superfície, com a utilização do origami, possibilita aos sujeitos uma compreensão do uso de uma unidade de medida (peça do TANGRAM) para medir as outras peças – o origami facilita o manuseio dessa atividade.

A teoria de Van Hiele serve de fundamentação para a compreensão do estágio cognitivo dos sujeitos (NASSER e SANT'ANNA apud CARNEIRO, 2005, p. 99). O modelo de Van Hiele foi desenvolvido por Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof, fundamentado nas dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda, que avalia a progressão do aluno de acordo com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos no aprendizado de geometria (NASSER e SANT'ANNA, 2010). Essa progressão de um nível para o posterior se concretiza por meio de atividades adequadamente ordenadas pelo professor-mediador, dependendo mais da aprendizagem adequada do que da idade ou maturação (NASSER e SANT'ANNA, 2010). A teoria de Van Hiele estabelece cinco níveis de aprendizagem geométrica: níveis do reconhecimento; análise; abstração; dedução e rigor. O primeiro nível ou nível 1 (básico) é o nível do reconhecimento, caracterizado pelo reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global, ou seja, o sujeito reconhece figuras pelo seu formato. Um exemplo dessa característica é a classificação de recortes de quadriláteros em agrupamentos de quadrados, de retângulos, de paralelogramos, de losangos e de trapézios (NASSER e SANT'ANNA, 2010, p. 7). O segundo nível ou nível 2 (análise) é caracterizado pela análise das figuras em termos de seus componentes ou elementos, reconhecimento de suas propriedades e utilização dessas propriedades para a busca de soluções de problemas. Um exemplo dessa característica é a descrição de um quadrado por meio de algumas de suas propriedades: quatro lados com a mesma medida; quatro ângulos retos; lados opostos congruentes e paralelos (NASSER e SANT'ANNA, 2010, p. 7). O terceiro nível ou nível 3 (abstração) é caracterizado pela percepção da necessidade de uma definição mais precisa; pela concepção de que uma propriedade pode decorrer de outra e pela argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas. Um exemplo dessa característica é a descrição de um quadrado por meio de suas propriedades básicas ou mínimas: quatro lados com a mesma medida e quatro ângulos retos, ou de que o quadrado também é um retângulo (NASSER e SANT'ANNA, 2010, p. 7). O quarto nível ou nível 4 (dedução) é caracterizado pelo domínio do processo dedutivo e das demonstrações, e do reconhecimento de condições necessárias e suficientes. Um exemplo dessa característica é a demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando o conhecimento de congruência de triângulos (NASSER e SANT'ANNA, 2010, p. 7). O quinto nível ou nível 5 (rigor) é caracterizado pela capacidade de compreender demonstrações formais; do estabelecimento de teoremas em vários sistemas e pela comparação dos mesmos. Um exemplo dessa característica é o estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita (uma geometria finita é uma geometria com somente muitos pontos e retas finitos, assim como um plano de projeção finito). O professor-mediador assume um papel de fundamental importância no modelo de Van Hiele, pois é o idealizador das atividades que serão vivenciadas pelos alunos (sujeitos) de modo a permitir a progressão de um nível para outro.

Segundo Van Hiele (apud Nasser e Sant'anna, 2010), o aluno necessita vivenciar cinco fases de aprendizagem: informação; orientação dirigida; explicação; orientação livre e integração. Em cada uma dessas fases, nessa ordem, podemos observar que a ***informação*** é a fase do fornecimento de dados sobre o objeto de estudo (construção do conceito de área); a ***orientação dirigida*** é a fase na qual os sujeitos exploram o objeto de estudo por meio de atividades selecionadas e ordenadas pelo professor-mediador (avaliações de desenvolvimento real e avaliações de desenvolvimento proximal); a ***explicação*** é a fase na qual os sujeitos expressam e modificam/alteram suas definições, seus conceitos, isto é, seu ponto de vista acerca das estruturas estudadas ou observadas (os sujeitos reconceitualizam suas noções de perímetro; de área como medida de uma região, por falta ou por excesso – fazendo uma estimativa, etc); a ***orientação livre*** é a fase na qual os sujeitos buscam soluções próprias ou pessoais/particulares para o enfrentamento de tarefas ou atividades mais complicadas e/ou mais elaboradas (os sujeitos buscam soluções para as situações-problemas sem a interferência do professor-mediador, mediatizadas por material concreto, linguagem, etc); a ***integração*** é a fase na qual os sujeitos revisam e resumem o tema estudado, construindo uma visão geral/global do sistema de objetos de estudo e as relações do nível atingido (os sujeitos realizam uma análise do formato de figuras planas e de suas áreas, de suas propriedades e as adequam para a resolução de situações-problema). Segundo Nasser e Sant'anna (2010), a progressão de nível pode levar um tempo considerável, dependendo das estratégias utilizadas, dos objetos de estudo, da linguagem característica, da experiência da turma, das relações sociais entre alunos e professor-mediador, da quantidade de aulas de geometria ministradas, da adaptação do ensino aos níveis de Van Hiele correspondentes (NASSER e SANT'ANNA, 2010, p. 7-8). Nasser e Sant'anna (2010) sugerem que o professor-mediador aplique inicialmente o teste de Van Hiele para avaliar em que nível os alunos se encontram e para que nível se pretenda que eles progridam (por meio da análise do raciocínio e respostas obtidas em atividades características de cada nível). Consideramos que o aluno conseguiu progredir de um nível para outro, se acertar pelo menos 60% das questões do teste daquele nível (NASSER e SANT'ANNA, 2010). O modelo de Van Hiele é uma alternativa pedagógica para o estudo de geometria, avaliando o desenvolvimento do pensamento geométrico.

O público alvo da pesquisa são os sujeitos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública pertencente à rede pública de ensino da cidade de Maceió, no estado de Alagoas. A escola está inserida em uma comunidade da periferia de Maceió, mas, o corpo discente quase em sua totalidade, pertence a comunidades circundantes. Os sujeitos da pesquisa frequentam a unidade escolar no período noturno. Entrevistamos os sujeitos das duas turmas a fim de se traçar um perfil e/ou conhecermos suas características mais abrangentes, e a análise das informações obtidas por meio da entrevista será explicitada posteriormente.

A Secretaria Municipal de Educação de Maceió (SEMED) organizou as Matrizes Curriculares para o Ensino Fundamental, pautadas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, apresentando mais uma alternativa de apoio pedagógico para a prática do docente. As Matrizes Curriculares para o Ensino Fundamental (MATRIZES, 2005) expressam em seu bojo competências e/ou habilidades desejadas dos sujeitos inseridos no sistema público de ensino de Maceió, ao concluírem cada estágio, fase ou ano do ensino fundamental. Para o público alvo da pesquisa, ao término do sexto ano do ensino fundamental, as habilidades desejadas podem ser expressas por: a) serem capazes de utilizar significados distintos e representações dos números naturais e suas operações a fim de resolver ou apresentar uma solução para situações-problemas de seu cotidiano; b) uso de procedimentos de cálculo mental, escrito, exato ou aproximado envolvendo números naturais e racionais; c) identificação, representação e comparação de frações equivalentes e frações decimais; d) serem capazes de realizarem leitura, interpretação, construção e organização de tabelas e gráficos em situações-problema; e) serem capazes de realizar representações algébricas, calcular médias aritméticas simples e ponderadas, interpretar e construir representações espaciais; f) realizar leitura, interpretação e construção de maquetes, croquis, etc, estabelecendo relações de simetria existentes em figuras em função do número de lados; g) obtenção de resultados de medições, utilizando as principais unidades padronizadas de medidas de comprimento, superfície, capacidade, massa, peso, tempo e ângulo.

Estamos particularmente interessados nas habilidades nas quais os sujeitos desenvolverão suas potencialidades em relação às medições, utilizando as unidades de medidas de comprimento e de superfície, um dos tópicos centrais tratados na presente pesquisa.

2.2.2.1 Entrevista I (Q1) e sua análise (Apêndice G)

Inicialmente, entrevistamos vinte sujeitos, por meio de uma Entrevista I (Questionário Q1), a fim de se traçar um perfil, selecionar os sujeitos para a pesquisa, conhecer pontos de vista; local de trabalho; preferências; incentivo de familiares; dificuldades encontradas ou reconhecidas; local de moradia; facilidade de expressão; formas de estudo; experiências com outros professores; execução de outras atividades no cotidiano; motivação para participar da entrevista, como mencionamos anteriormente. Os resultados obtidos estão expressos a seguir por meio de tabelas e os comentários correspondentes.

ANÁLISE DA ENTREVISTA I (Q1)

Questão 1 - Você já estudou geometria alguma vez? ( ) Sim ( ) Não. Por quê? Se não estudou geometria gostaria de estudar? ( ) Sim ( ) Não. Por quê?

Tabela 2.1 – Questão 1

Percentual de respostas (... estudou geometria ...)	
SIM	**NÃO**
40%	60%

Fonte: Autor, 2012

Dentre os vinte entrevistados, os resultados obtidos na primeira parte da questão 1 mostraram que 60% dos sujeitos não haviam estudado geometria. Indagamos se detinham algum conhecimento sobre a parte da Matemática que tratava das medições (de medir coisas;estudar formas) e a resposta exprimida, destes sujeitos relacionados aos 60%, foi negativa. Em relação aos sujeitos constituintes dos 40%, alguns expressaram que “geometria” era a “medida da terra, das coisas”, significando que o conhecimento adquirido em anos anteriores foi construído ou está em fase de construção.

Tabela 2.2 – Questão 1

Percentual de respostas (Se não estudou geometria...)		
SIM	**NÃO MARCOU**	**NÃO**
65%	30%	5%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na segunda parte da questão 1 mostraram que 65% dos sujeitos afirmaram que gostariam de estudar geometria; 30% não marcaram nenhuma das opções oferecidas, e os 5% expressaram que não desejavam estudar geometria.

Questão 2 - Você gosta/adora geometria? Sim ( ) Não ( ). Por quê?

Tabela 3 – Questão 2

Percentual de respostas		
SIM	**NÃO MARCOU**	**NÃO**
30%	5%	65%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 2 mostraram que 65% dos sujeitos afirmaram que não gostavam de geometria (uma indicação de que a resposta negativa seja em função do não conhecimento sobre o tema expressa na resposta da questão 1); 30% dos sujeitos marcaram que gostavam de geometria; e os 5% restantes não optaram ou não marcaram nenhuma das alternativas oferecidas.

Questão 3 - Em qual ano ou série você estudou geometria pela primeira vez?

Tabela 4 – Questão 3

Percentual de respostas		
RECENTE	**NÃO MARCOU**	**PASSADO**
15%	75%	10%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 3 mostraram que 15% dos sujeitos afirmaram que estudaram recentemente (em função dos anos expressos); 10% dos sujeitos estudaram há alguns anos e 75% restantes não optaram ou não marcaram nenhuma das alternativas oferecidas (dentre estes estão os sujeitos de meia idade, que preferiram não externar suas respostas).

Questão 4 - Você gostava da maneira como o professor ensinava geometria? ( ) Sim ( ) Não. Por quê?

Tabela 5 – Questão 4

Percentual de respostas		
SIM	**NÃO MARCOU**	**NÃO**
15%	10%	75%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 4 mostraram que 15% dos sujeitos afirmaram que gostavam da forma como o professor ensinava geometria (posteriormente alegaram que o professor utilizava material concreto); apenas 10% não opinou. Os 75% dos sujeitos que alegaram não gostarem da forma como o professor ensinava geometria, justificaram (no por que) a sua negativa, pelo fato de não terem estudado ou não terem gostado do método utilizado pelo professor.

Questão 5 - Você tem alguma dificuldade em estudar geometria? ( ) Sim ( ) Não. Qual é essa dificuldade?

Tabela 6 – Questão 5

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
55%	45%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 5 mostraram que 55% dos sujeitos afirmaram que possuíam alguma dificuldade em estudar geometria; e 45% restantes alegaram que não tinham dificuldades no estudo da geometria ou que gostavam de estudar geometria ou ainda, que gostaram de estudar geometria no passado. Entre as dificuldades relatadas, estão: a) de aprender (6 sujeitos); b) de fazer diagramas ou desenhos (1 sujeito); c) de nunca ter estudado em anos anteriores ou de não se lembrar de ter estudado (9 sujeitos) e de não ter dificuldades (4 sujeitos).

Questão 6 - Seus pais ou responsáveis (sua família) incentivam você nos estudos? ( ) Sim ( ) Não. Se não, por quê?

Tabela 7 – Questão 6

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
85%	15%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 6 mostraram que 85% dos sujeitos afirmaram que as famílias apoiavam ou incentivava-os a “...aprender mais...”; “... estudo é importante...”; “... queremos seu bem ...”; “... é o melhor pra mim ...”; “... meus pais não sabem ler, e querem o melhor pra mim ...”. Apenas 15% dos sujeitos afirmaram que não eram apoiados pelas famílias ou responsáveis, com alegações tais como, “... a família não liga pra mim...”; “... tanto faz como tanto fez...”. Há uma indicação, por meio das justificativas dadas pelos sujeitos, de que as famílias da grande maioria dos entrevistados de uma forma direta ou indireta, procuravam incentivá-los a buscar uma formação que oportunizasse uma melhoria na qualidade de vida, e que a apropriação do conhecimento era o instrumento para construir essa aspiração pretendida.

Questão 7 - Como é o lugar que você mora ou reside?

Tabela 8 – Questão 7

Percentual de respostas de acordo com as colocações dos sujeitos	
“Lugar bom de morar”	5%
“Lugar de boa vizinhança”	20%
“Normal”	5%
“Lugar de drogas”	10%
“Rua tranquila"	10%
“Lugar alegre”	5%
“Periferia/favela”	10%
“Aceito o que tenho”	5%
“Lugar esquecido”	5%
Não opinaram	25%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos em função das colocações ou justificativas dos sujeitos indicaram uma possível preocupação com problemas sociais ou problemas de segurança pública. Os percentuais de 10%, 10% e 5% retratam respectivamente, uma preocupação com o consumo de drogas por jovens na vizinhança (lugar de drogas); um lugar (periferia/favela) desprovido de estrutura básica sanitária, de segurança, etc; e de um local desfavorecido pelas ações do poder público (lugar esquecido). O percentual de 20% dos sujeitos entrevistados alegou que apesar dos problemas de falta de saneamento básico, o local da residência é “lugar de boa vizinhança”. A afirmação “aceito o que tenho”, que corresponde a 5%, é uma indicação do conformismo em relação à situação vivida ou desprendimento da materialidade, ou ainda uma oportunidade de se estimular para superar desafios do cotidiano. Alguns sujeitos descreveram o local de residência como sendo “normal”, “lugar bom de morar”, “rua tranquila”, “lugar alegre”, indicando uma satisfação pelo local de moradia, correspondendo a 5%, 5%, 10%, 5%, respectivamente.

Contudo, 25% dos sujeitos entrevistados não opinaram nessa questão, e quando indagados sobre o assunto, preferiram não comentar – uma indicação de uma possível situação constrangedora (na visão do sujeito) em relação ao local de moradia ou, os sujeitos se reservaram o direito de privacidade. O ambiente em que o sujeito está inserido ou o contexto social vivenciado é um fator significativo (relevante) no processo de ensino-aprendizagem. A interação com familiares que apoiam ou oferecem as mínimas condições de aprendizagem, de manutenção das condições básicas de existência (alimentação, segurança, bem estar, etc), favorece a aprendizagem do sujeito. Não visualizamos (percebemos) essa mesma condição nos sujeitos que apresentaram uma insatisfação em relação aos problemas sociais, econômicos, de segurança, na comunidade em que residem, indicando que a apropriação do conhecimento também é influenciada por esses fatores sociais que permeiam seu cotidiano.

Questão 8 - Além de estudar você desenvolve outra(s) atividade(s) no seu cotidiano? ( ) Sim ( ) Não. Qual?

Tabela 9 – Questão 8

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
70%	30%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 8 mostraram que 70% dos sujeitos afirmaram que desenvolviam outras atividades, tais como servente de pedreiro, dançarino, dona de casa, repositor de supermercado, praticante de artes marciais, etc. Apenas 30% dos sujeitos não desenvolve outra atividade além da atividade estudantil. As atividades exercidas pelos sujeitos, discriminadas nas respostas à questão 8, forneceu-nos elementos para refletirmos a cerca da construção de situações-problemas envolvendo ações que possam ser executadas pelos profissionais identificados acima.

Questão 9 - Você mora com seus pais ou responsáveis? ( ) Sim ( ) Não. Se não, por quê?

Tabela 10 – Questão 9

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
55%	45%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 9 mostraram que 55% dos sujeitos residem com os pais ou responsáveis. Os demais, totalizando 45%, residem com parentes ou construíram suas próprias famílias. As justificativas apresentadas apontam para um desejo de independência da grande maioria dos que residem com os pais ou responsáveis ("... trabalhar para comprar a casa própria..."; "... trabalhar para montar seu próprio negócio..." são algumas falas dos sujeitos).

Questão 10 - O que te motivou a participar dessa entrevista?

Tabela 11 – Questão 10

Percentual de respostas de acordo com as colocações dos sujeitos	
"Aprender mais"	35%
"Achou interessante"	20%
"Vontade de estudar geometria"	20%
"Participação"	10%
Não respondeu	15%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 10 mostraram algumas motivações inesperadas, por exemplo, 20% dos sujeitos admitiram que a temática despertou interesse, assim como a vontade de estudar geometria. O percentual de 10% retrata (após indagação para melhor compreensão das respostas) que alguns sujeitos apenas concordaram em participar por curiosidade. Alguns sujeitos não responderam a questão 10 (negaram a responder – uma indicação de uma possível participação por consideração). Dentre os entrevistados, 35% dos sujeitos admitiram o desejo de "aprender mais" geometria e tópicos correlatos.

Questão 11 - Você já ouviu falar na palavra "área"? ( ) Sim ( ) Não. Se não, passe para a questão 13.

Tabela 12 – Questão 11

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
30%	70%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 11 mostraram que 30% dos sujeitos afirmaram conhecer a palavra "área" – apresentaram colocações tais como, "... a área (varanda) de minha casa..." ou "... invadiu minha área...". Os demais, 70% dos sujeitos, externaram desconhecer a palavra "área". Manifestaram o interesse de conhecer o significado do termo "área". Observemos que a afirmação do sujeito – "... a área de minha casa..." – caracteriza um uso corrente do senso comum de designarmos um sentido ao termo "área" para significar "varanda".

Questão 12 - O que você entende por "área"? Dê um significado para a palavra "área".

Tabela 13 – Questão 12

Percentual de respostas de acordo com as colocações dos sujeitos	
"Um espaço ou território"	25%
Não respondeu	60%
Não sabe	15%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 12 mostraram que 25% dos sujeitos compreenderam o significado do termo "área" com o sentido de espaço ou território delimitado, uma indicação de que esse conceito está em fase de construção. Dentre os demais, 15% realmente não sabem o significado ou essa noção não foi construída nos anos escolares anteriores; e 60% não respondeu a questão – uma indicação de que o sujeito não sabe ou tem receio de responder incorretamente.

Questão 13 - Você gostaria de participar da pesquisa sobre “o conceito de área” durante os meses de maio e junho de 2011? ( )Sim ( ) Não. Por quê?

Tabela 14 – Questão 13

Percentual de respostas	
SIM	**NÃO**
80%	20%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na questão 13 mostraram que 80% dos sujeitos concordaram em participar da pesquisa, expressando a curiosidade de compreender o significado e sentido do conceito de área e sua aplicabilidade. Apenas 20% relataram não estar interessados na temática-foco desta pesquisa.

As colocações expressas pelos sujeitos, em respostas aos questionamentos da entrevista, nos forneceram elementos importantes para se traçar um perfil do conhecimento trazido pelos sujeitos; de sua situação social; trabalhista; problemas ou situações recorrentes; expectativas e desilusões. São elementos essenciais para uma reflexão acerca da construção de situações-problemas que possam retratar a aplicação do conceito de área.

A seguir apresentaremos um quadro-resumo dos resultados obtidos com o questionário **Q1** na entrevista I.

Tabela 15 – Quadro-resumo (Entrevista I – Q1)

QUADRO-RESUMO DA ENTREVISTA I – QUESTIONÁRIO Q1	
QUESTÕES	**ANÁLISE GERAL**
Você já estudou geometria alguma vez? Se não estudou geometria gostaria de estudar?	A maioria dos alunos não havia estudado geometria.
Você gosta/adora geometria?	A maioria afirmou que não gostava de geometria em função do desconhecimento sobre o assunto.
Em qual ano ou série você estudou geometria pela primeira vez?	A maioria preferiu não opinar ou não lembrava.

Você gostava da maneira como o professor ensinava geometria?	A maioria não gostava do método de ensino.
Você tem alguma dificuldade em estudar geometria?	Mais da metade, aproximadamente, têm dificuldade em estudar geometria.
Seus pais ou responsáveis (sua família) incentivam você nos estudos?	A maioria recebe apoio familiar.
Como é o lugar que você mora ou reside?	Há uma preocupação com segurança pública; consumo de drogas, entre outras.
Além de estudar você desenvolve outra(s) atividade(s) no seu cotidiano?	A maioria exerce outras atividades (servente de pedreiro, entre outras).
Você mora com seus pais ou responsáveis?	A maioria mora com os pais ou responsáveis.
O que te motivou a participar dessa entrevista?	Parte dos alunos desejam estudar Geometria e parte decidiu participar por curiosidade.
Você já ouviu falar na palavra “área”?	A maioria afirmou desconhecer a palavra “área”.
O que você entende por “área”? Dê um significado para a palavra “área”.	Parte dos alunos definiu “área” como espaço; e a maioria não respondeu.
Você gostaria de participar da pesquisa sobre “o conceito de área” durante os meses de maio e junho de 2011?	A maioria concordou em participar da pesquisa.

Fonte: Autor, 2012

A fim de nos situarmos a respeito dos conhecimentos prévios dos sujeitos, foram aplicados testes pilotos (teste piloto 1 e teste piloto 2, fundamentados na teoria de Van Hiele).

2.2.2.2 Teste piloto 1 e sua análise

A abordagem do conceito de área por meio de uma unidade básica de medida de superfície, defendida por Junior e Castrucci (2009), oportuniza ao professor a possibilidade de construir atividades complementares para o desenvolvimento do pensamento geométrico, utilizando material concreto como dobradura ou material dourado, desenvolvendo sequências didáticas que orientem o estudo sobre o tema e aos alunos, sujeitos da pesquisa, um aprendizado diferenciado da abordagem tradicional de memorização de fórmulas e procedimentos de cálculo. As atividades propostas na referida obra destacam a utilização do conceito de área por composição ou decomposição de figuras e possíveis situações cotidianas, por exemplo, a utilização do TANGRAM para o cálculo de área construída em figuras geométricas planas. O material dourado pode ser usado, por exemplo, para dar noção de medida de uma superfície por falta ou por excesso de uma determinada figura.

Segundo Nascimento (2008), etimologicamente, o termo “geometria” significa “medida da terra”. No passado, a geometria babilônica se apresentava por meio da mensuração prática, com a aplicação de cálculos de áreas de figuras tais como triângulo isóscele, retângulo, triângulo retângulo (EVES, 2004 apud NASCIMENTO, 2008, P. 13). (passar para a análise epistemológica). A praticidade no contexto de área vivenciada pelos nossos antepassados na Babilônia pode ser construída por meio de atividades com dobraduras de papel, conhecidas por “origami”. A promoção do conhecimento de área, à luz do origami, pode auxiliar no pensamento geométrico e/ou na aprendizagem de geometria (NASCIMENTO, 2008).

O referencial teórico que oferece o suporte a esta investigação pedagógica é o modelo de Van Hiele. O origami é um excelente instrumento de visualização geométrica que pode ser inserido como atividade prática para facilitar a compreensão de conceitos geométricos, principalmente, em unidades escolares localizadas em comunidades carentes, nas quais os recursos pedagógicos disponíveis são mínimos. A construção do TANGRAM por meio do origami oportuniza aos sujeitos uma atividade lúdica para a elaboração do conceito de área (de fácil manuseio).

As ações educacionais do Governo Federal, por meio do Ministério da Educação (MEC), oportunizam aos educadores via secretarias de educação estaduais ou municipais, programas de capacitação profissional tais como “Programa Gestão da Aprendizagem Escolar”, entre outros. No livro-texto do Gestar II (TP3) – Programa Gestão da Aprendizagem Escolar (2008) – foram apresentadas várias atividades visando melhores abordagens pedagógicas em sala de aula. As atividades propostas constituem um conjunto de estratégias para o ensino e para a aprendizagem em geometria.

Quando nos referimos à Geometria, estamos considerando o espaço que nos cerca e de todos os objetos a ele pertinentes. O raciocínio geométrico permite ao aluno desenvolver processos de abstração e generalização para a compreensão de situações-problema do cotidiano. Essa é a abordagem apresentada na referida obra.

O primeiro teste piloto (Anexo A) que aplicamos na turma, com dezessete alunos frequentando – posteriormente restaram dez alunos - (no total de dois testes) para verificar o conhecimento prévio dos sujeitos sobre geometria. Esse teste foi proposto por Nasser e Sant'anna em seu livro sobre o modelo de Van Hiele.

ANÁLISE DO TESTE PILOTO 1

1ª questão (corretos – itens B, C, E) - Assinale o(s) triângulo(s):

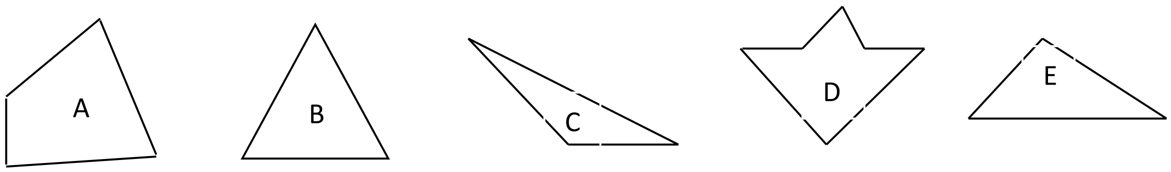


Tabela 16 – Questão 1

Percentual de respostas aos itens propostos				
A	B	C	D	E
23,5%	94,1%	5,9%	23,5%	17,6%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 94,1% dos sujeitos conseguiram identificar a forma triangular no item B da primeira questão do teste piloto 1. Apenas 5,9% dos sujeitos conseguiram identificar como forma triangular a figura do item C e 17,6% do item D. Observe que 23,5% dos sujeitos indicaram a forma do item D como triangular.

2ª questão (corretos – itens R, T) - Assinale o(s) quadrado(s):

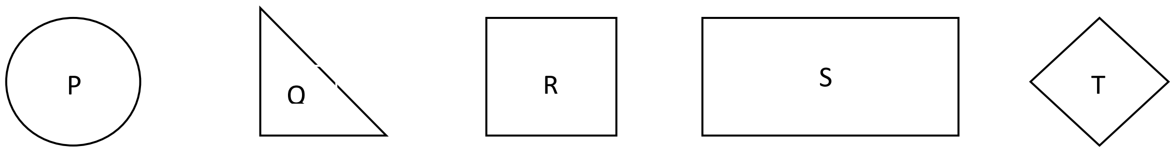


Tabela 17 – Questão 2

Percentual de respostas aos itens propostos				
P	Q	R	S	T
5,8%	0%	100%	23,5%	17,6%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 100% dos sujeitos conseguiram identificar a forma do quadrado no item R da segunda questão do teste piloto 1. Apenas 17,6% dos sujeitos conseguiram identificar como forma do quadrado a figura do item T e 23,5% identificaram o retângulo como um quadrado, no item S.

Observe que 5,8% dos sujeitos indicaram a forma do item P como quadrado. Ninguém identificou a figura do item Q como um quadrado.

3ª questão (corretos – itens U, Y) - Assinale o(s) retângulo(s):

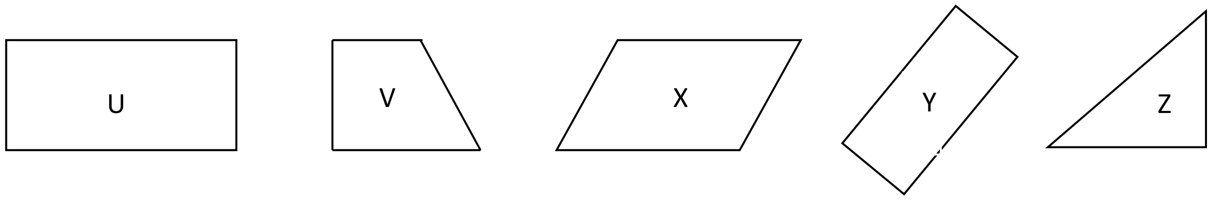


Tabela 18 – Questão 3

Percentual de respostas aos itens propostos				
U	V	X	Y	Z
58,8%	17,6%	41,2%	29,4%	17,6%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 58,8% dos sujeitos conseguiram identificar a forma retangular no item U da terceira questão do teste piloto 1. As figuras dos itens V e Z foram reconhecidas como formas retangulares por 17,6% dos sujeitos.

A figura do item X foi reconhecida como um retângulo por 41,2% dos sujeitos (quase a metade dos sujeitos em questão – uma indicação de que não houve uma clara apropriação do conceito dessas figuras).

Apenas 29,4% identificaram a figura do item Y como um retângulo (uma indicação de que a posição talvez tenha influenciado nessa tomada de decisão).

4ª questão (corretos – itens A, D) - Assinale o(s) paralelogramo(s):

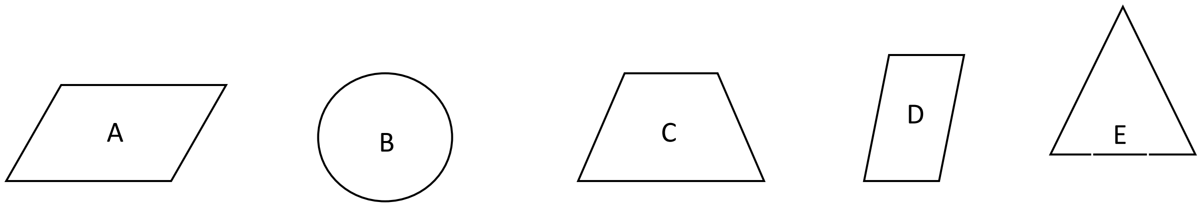


Tabela 19 – Questão 4

Percentual de respostas aos itens propostos				
A	B	C	D	E
41,2%	11,8%	64,7%	29,4%	29,4%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 41,2% dos sujeitos conseguiram identificar a forma do paralelogramo no item A da quarta questão do teste piloto 1. Apenas 29,4% dos sujeitos conseguiram identificar como forma do paralelogramo a figura do item D (novamente há indicação de que a posição influenciou essa tomada de decisão). A forma da figura do item C foi reconhecida como um paralelogramo por 64,7% dos sujeitos (o conceito de paralelogramo não está bem definido). Apenas 11,8% e 29,4% reconheceram as figuras dos itens B e E como paralelogramos, respectivamente.

5ª questão (corretos – itens A, C) - Assinale os pares de retas paralelas:

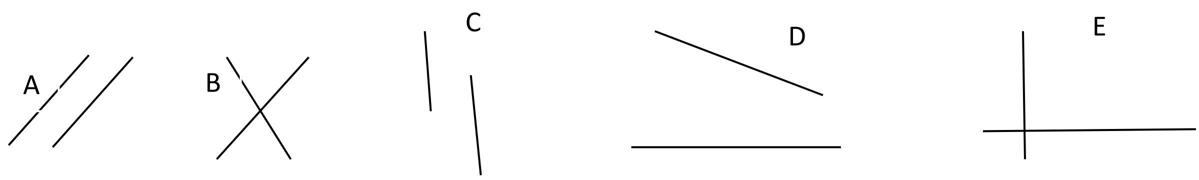


Tabela 20 – Questão 5

Percentual de respostas aos itens propostos				
A	B	C	D	E
41,2%	23,5%	17,6%	47%	29,4%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 41,2% dos sujeitos conseguiram identificar pares de retas paralelas no item A da quinta questão do teste piloto 1. Apenas 17,6% dos sujeitos conseguiram identificar pares de retas paralelas no item C (talvez a posição ou o deslocamento de uma representação da reta em relação à outra reta tenha influenciado na escolha). A forma das figuras nos itens B e E foi reconhecida como pares de retas paralelas (uma possível indicação de inversão de conceitos de paralelismo e perpendicularismo). O item D foi a escolha de pares de retas paralelas por 47% dos sujeitos (uma indicação de que a posição – “quase paralelas” – tenha definido a decisão de quase a metade dos sujeitos).

Segundo Hoffer (1981, apud MORACO, 2006, p. 42-44), os resultados mostraram que o nível visual não está bem definido nos sujeitos (reconheceram as figuras V, Z e X como retângulos; quase um quarto deles identificou o item D como forma triangular na primeira questão - também se mudar a mesma figura de posição não há mais reconhecimento; identificou a figura P e a figura S como um quadrado; o reconhecimento das figuras – quarta questão - dos itens B, C e E como paralelogramos). Após o teste, por meio de uma conversa informal, quase um quarto não sabia associar o nome correto à figura correspondente – nível verbal. O nível gráfico também não está bem definido cognitivamente nos sujeitos, pois sentem dificuldades em esquematizar figuras e definir um nome para as partes da figura, tais como lados, laterais, etc. Como não reconheceram, por exemplo, o item C (primeira questão) como forma triangular e não perceberam semelhanças nos itens R e T, o nível lógico também não está bem definido cognitivamente. Foi pedido que identificasse alguma forma conhecida ao redor (sala de aula), apenas um sujeito identificou a forma do quadro como a forma de um retângulo, e também não identificaram o piso da sala de aula com formas quadradas (foi sugerido que observassem o piso da sala de aula) - o nível das aplicações também não está bem definido cognitivamente nos sujeitos. Dado o exposto, segundo o primeiro teste piloto proposto por Nasser & Sant’anna, os sujeitos deveriam ter acertado corretamente 60% das questões propostas para serem considerados aptos e com base nas considerações de Hoffer os sujeitos da pesquisa se encontram no nível 1 ou nível básico de Van Hiele. O segundo teste piloto (Apêndice A) que aplicamos na turma, com quinze alunos – que em um segundo momento reduziu-se a dez sujeitos como mencionamos anteriormente, para verificar o conhecimento prévio dos sujeitos sobre tópicos de geometria (elaboramos esse teste baseando-nos em conhecimentos de geometria que um aluno deveria ter se apropriado ao longo do 1º ano ao 5º ano, de acordo com as matrizes curriculares da secretaria municipal de educação da prefeitura municipal de Maceió).

2.2.2.3 Teste piloto 2 e sua análise

1ª questão - No espaço abaixo, desenhe uma reta.

A primeira questão não mencionava, por exemplo, se a representação gráfica da reta seria horizontal, vertical ou inclinada. Qualquer destas representações poderia ser apresentada (desde que a ideia do conceito de reta tenha sido vivenciado anteriormente). Apenas 19,9% dos sujeitos representaram corretamente essa questão.

2ª questão - Identifique (classifique) as retas a seguir quanto à posição (horizontal, vertical e inclinada):

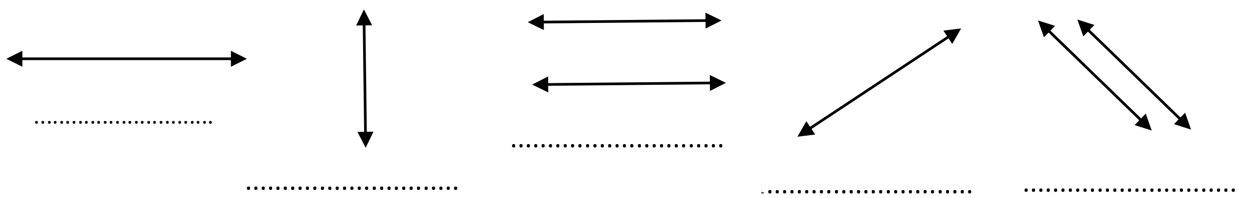


Tabela 21 – Questão 2

Percentual de acerto às respostas aos itens propostos (da esquerda para a direita)				
1ª figura	2ª figura	3ª figura	4ª figura	5ª figura
39,9%	39,9%	53,3%	73,3%	66,7%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos mostraram que 39,9% e 53,3% dos sujeitos conseguiram identificar a primeira e terceira figuras como representação de reta horizontal. Apenas 39,9% dos sujeitos identificaram a segunda figura como a representação de uma reta vertical. A quarta e quinta figuras, com percentuais de 73,3% e 66,7%, respectivamente, foram identificadas como representações de retas inclinadas (a posição das figuras pode ter influenciado as escolhas – a ideia de inclinado com a ideia de “deitado” – como afirmou um sujeito após o período do teste).

3ª questão - Identifique (classifique) as retas em paralelas ou concorrentes:

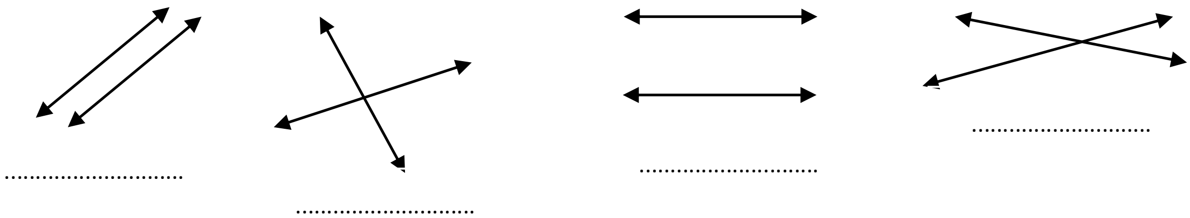


Tabela 22 – Questão 3

Percentual de acerto às respostas aos itens propostos (da esquerda para a direita)			
1ª figura	2ª figura	3ª figura	4ª figura
13,3%	19,9%	13,3%	26,7%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na terceira questão mostraram que 13,3% dos sujeitos conseguiram identificar a primeira e terceira figuras como representação de retas paralelas. Os percentuais de 19,9% e 26,7% correspondem respectivamente, ao reconhecimento da segunda e quarta figuras como representações de retas concorrentes. Os resultados indicam que as concepções de paralelismo e retas concorrentes não foram bem construídas ou estão em fase de construção ao longo dos anos iniciais até o momento.

4ª questão - No espaço abaixo, desenhe uma semirreta.

A noção de representação de semirreta como uma parte de uma reta não foi identificada nessa questão, pois, tivemos 0% de acertos neste item. Não foi dada nenhuma indicação de como se desejaria que fosse feita essa representação de semirreta (os sujeitos poderiam desenhar em qualquer posição, etc).

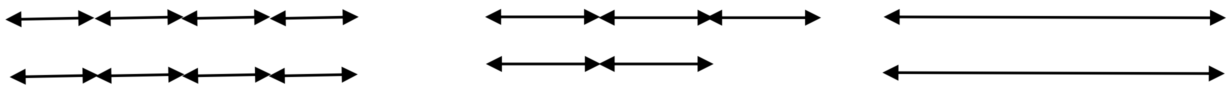
5ª questão - No espaço abaixo, desenhe um segmento de reta.

A noção da representação de um segmento de reta como uma parte finita de uma reta foi identificada em 26,7% dos sujeitos nessa quinta questão. Alguns sujeitos afirmaram que um segmento de reta é um “pedaço” da reta, o que indica uma noção em construção.

6ª questão - As curvas podem ser abertas ou fechadas. Desenhe uma curva aberta e uma curva fechada.

O conceito de curva aberta foi abordado nessa sexta questão, e 53,3% dos sujeitos representaram corretamente. O conceito de curva fechada foi questionado também nessa questão, com um aproveitamento de 53,3% dos sujeitos (uma indicação sobre esse razoável índice de aproveitamento são as palavras “aberta” e/ou “fechada”, que podem ter influenciado a representar graficamente de acordo com a noção de “aberta” ou “fechada”.

7ª questão - De acordo com as figuras abaixo, identifique os segmentos congruentes.



a) b) c)

Tabela 23 – Questão 7

Percentual de respostas aos itens propostos (da esquerda para a direita)		
A	B	C
26,7%	19,9%	59,9%

Fonte: Autor, 2012

As figuras dos itens A, B e C foram escolhidas pelos sujeitos com um percentual de 26,7%, 19,9% e 59,9%, respectivamente, para a representação de segmentos congruentes (a disposição geométrica das retas no item C pode ter indicado “mesmo tamanho”).

Com base nas considerações de Hoffer (1981, apud MORACO, 2006, p. 42-44), os resultados demonstraram que os sujeitos não reconheceram corretamente as figuras propostas no teste piloto 2, cuja fala de alguns sujeitos indicou que a noção de “deitado” ou “mesmo tamanho” do senso comum ajudou-os a optar por figuras ou alternativas que retratavam essas concepções. Um aspecto importante foi a dificuldade em expressar por meio de desenhos ou esquemas as concepções de reta, semirreta e segmento de reta, e a associação do termo a figura também se mostrou como uma dificuldade em geral. As noções de paralelismo e perpendicularismo também não estão bem definidas – houve uma “troca” no significado desses conceitos. Portanto, os níveis visual, verbal, gráfico, lógico e as aplicações, abordados nas considerações de Hoffer (1981, apud MORACO, 2006, p. 42-44) para avaliar as habilidades básicas em geometria, não foram bem desenvolvidos cognitivamente nos sujeitos ou estão em fase de construção.

A seguir apresentaremos uma síntese dos resultados obtidos no teste piloto 1 e teste piloto 2.

Tabela 24 – Quadro-resumo (Teste Piloto 1 e Teste Piloto 2)

RESUMO – ANÁLISE GERAL DO TESTE PILOTO 1 E TESTE PILOTO 2	
TESTE PILOTO 1	**TESTE PILOTO 2**
1ª questão - A maioria identificou a forma triangular corretamente.	1ª questão – O conceito de reta não foi bem construído ou está em fase de construção.
2ª questão - A maioria identificou o quadrado na posição convencional.	2ª questão – Indicação de que os conceitos de segmento de reta horizontal, vertical e inclinado foram razoavelmente construídos ou estão em fase de construção.
3ª questão - A maioria só identificou a posição convencional do retângulo.	3ª questão – Conceitos de paralelismo e concorrência de retas não foram bem construídos ou estão em fase de construção.
4ª questão - Indicação do reconhecimento da forma convencional do paralelogramo (a posição influenciou a escolha).	4ª questão – Indicação de que a não definição da posição da semirreta influenciou na tomada de decisão; todos erraram.
5ª questão - Indicação de que o conceito de paralelismo não foi construído corretamente.	5ª questão – Indicação da construção do conceito de segmento de reta.
	6ª questão – A maioria representou corretamente uma curva aberta e uma curva fechada; indicação de que o termo “aberta” e “fechada” pode ter influenciado na resposta.
	7ª questão – O conceito de congruência está em fase de construção.

Fonte: Autor, 2012

2.2.3 Dimensão Didática: Características do Funcionamento do Sistema de Ensino

O ensino de geometria, proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, propõe que o aluno desenvolva certas competências tais como a capacidade de descrever, representar, localizar, observar semelhanças ou diferenças, entre outras (HAMAZAKI, 2004). Tais competências são fundamentais para a compreensão do contexto geométrico do cotidiano do aluno. Os estudos de Hamazaki (2004) se referem ao modelo de Van Hiele, como uma alternativa metodológica de intervenção pedagógica para o ensino de geometria. Os níveis de aprendizagem geométrica foram apresentados em seu trabalho, a saber: 1º nível – reconhecimento; 2º nível – análise; 3º nível – abstração; 4º nível – dedução; 5º nível – rigor. Os níveis, do 1º ao 5º, respectivamente, estabeleceram aparentemente, a comparação, o reconhecimento, a nomenclatura de figuras geométricas; o reconhecimento dos elementos e propriedades das figuras geométricas e suas utilizações para a solução de problemas; definição e classificação de figuras geométricas; estabelecimento das demonstrações informais e deduções, análise das propriedades das figuras geométricas através das condições necessárias e suficientes; demonstrações formais e a compreensão de tais demonstrações. Todos esses níveis de aprendizagem puderam ser desenvolvidos pela execução de atividades relacionadas a figuras geométricas desde a identificação, semelhança e diferença, classificação, propriedades, conceituação (HAMAZAKI, 2004). A valorização da aprendizagem se processa gradualmente, globalmente e construtivamente. Caracterizamos o processo gradual pela intuição e pelo desenvolvimento da linguagem geométrica gradualmente. Caracterizamos o processo global pela inter-relação entre figuras e propriedades, pressupondo-se diversos níveis que conduzem a outros significados. Caracterizamos o processo construtivo pela não existência da transmissão do conhecimento, mas que o sujeito construa ele próprio os seus conceitos (HAMAZAKI apud MORACO, 2006, p. 40).

Segundo Oliveira (2004), o ensino de geometria tem sido negligenciado nas abordagens de seu ensino, pelo fato de que métodos sintéticos, presentes no estudo da geometria, foram gradualmente substituídos por métodos analíticos da álgebra. Existe uma ênfase no tratamento algébrico da geometria no currículo escolar. O *origami* é um excelente instrumento para o ensino da Matemática. É uma oportunidade ímpar no ensino da Matemática onde se pode pôr a "mão" no objeto de estudo. As aplicações do origami são as mais diversas, como em engenharia computacional, química, robótica, etc. Sua utilização pode estimular o conhecimento de outras culturas, o senso estético, despertarem a preocupação ecológica, além de estimular as habilidades motoras e as atividades em grupo favorecem a cooperação, bem como a paciência e a socialização. Como afirma uma origamista japonesa: “Todo origami começa quando pomos as mãos em movimento. Há uma grande diferença entre conhecer alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tato” (Tomoko Fuse apud Oliveira, 2004).

Pires, Campos e Curi (2001) defendem que as situações de aprendizagens precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que os alunos desenvolvem também processos importantes como a intuição, a analogia, a indução e a dedução. A obra é constituída por atividades de resolução de problemas e a prática de estimativas em lugar de memorização, que propicie ao aluno o aprimoramento do sentido real das medidas, especificamente do conceito de áreas e perímetros, oferecendo a possibilidade para o professor elaborar variações das situações problemas de acordo com os objetivos ou aspirações pretendidas.

Os estudos de Lorenzato (1995) mostraram que o ensino de geometria foi restrito a abordagens superficiais, ora por despreparo do professor, que não foi trabalhado para desenvolver esse pensamento geométrico, ora por livros que não tratavam a geometria como um instrumento fundamental para a busca de soluções de situações-problemas. Existem intenções por parte dos estudiosos no ensino de geometria, de se desenvolver pesquisas nessa área e sua aplicabilidade, a fim de que nossos educandos percebam e aprendam a utilizar esses conhecimentos geométricos no seu cotidiano. A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da idéia matemática (LORENZATO, 1995). As tendências para o 6º ao 9º anos são apresentar a Geometria como meio de descrever o mundo físico; explorar as transformações de figuras geométricas através de rotação, translação, simetria e deformação, ressaltando a semelhança e a congruência; utilizar a Geometria como auxiliar para resolver problemas; aplicar propriedades geométricas; favorecer a emissão e a verificação de hipóteses; integrar a Geometria com a Aritmética e Álgebra. “Quem pretende ensinar Geometria ou pesquisar sobre o ensino da Geometria não pode deixar de conhecer o Modelo de Van Hiele”, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (LORENZATO, 1995).

Refletindo acerca da possibilidade de se desenvolverem pesquisas que ofereçam opções para uma intervenção pedagógica no ensino da Geometria, defendida por Lorenzato (1995), os educadores brasileiros nessa área, podem utilizar o referencial (anuários) do NTCM. O Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (NTCM – National Council of Teachers of Mathematics) edita anuários contendo artigos sobre educação matemática. A obra consultada é o terceiro anuário desta instituição, publicado pela Atual Editora, intitulado “Aplicações da Matemática Escolar (1997)”, visando oferecer contribuições para a melhoria do ensino de matemática. Compõem uma série de situações-problemas visando à aplicabilidade da matemática, a fim de responder satisfatoriamente às indagações de nossos educandos. A obra oferece exemplos de exercícios, entre outros, sobre a aplicação do conceito de área para o professor-mediador trabalhá-los em sala de aula.

Segundo Lima (1991), é de fundamental importância à formação de professores de Matemática e alunos de Licenciatura discorrer sobre o significado preciso do conceito de área como a medida de uma porção do plano ocupada por uma figura plana F, sendo o resultado dessa comparação um número que deverá representar quantas vezes a figura F comporta a unidade de área estabelecida. A partir deste encaminhamento, as fórmulas para as áreas das figuras geométricas planas mais conhecidas são estabelecidas. Esses encaminhamentos estabelecidos mostram-nos a possibilidade de associar a cada polígono P um número real não-negativo denominado de “área de P”, satisfazendo as seguintes propriedades: 1) os polígonos congruentes têm áreas iguais; 2) se P é um quadrado com lado unitário, então a área de P é igual a 1; 3) se P pode ser decomposto como união de n polígonos P_1, P_2, P_3, ..., P_n (LIMA, 1991). Os questionamentos a cerca dessas três propriedades fundamentam a busca por uma definição geral de área, na tentativa de responder satisfatoriamente às indagações de nosso alunado (a utilização do material dourado como material concreto para trabalhar o conceito de área por falta e por excesso de certa região torna-se uma excelente oportunidade para a construção de uma oficina de aprendizagem).

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é uma ação do Governo Federal com a finalidade de prover as escolas públicas de Ensino Fundamental e Médio com livros ou obras didáticas visando aprimorar a qualidade do ensino oportunizada aos estudantes das escolas públicas. Essas obras ou livros são distribuídos gratuitamente aos estudantes da educação básica, ofertando a cada aluno um exemplar das disciplinas de língua portuguesa, matemática, história, ciências e geografia. No ensino médio, cada aluno recebe um exemplar das disciplinas de português, história, geografia, química, biologia, física e matemática (a partir deste ano – 2011 – um livro de inglês e um livro de espanhol). A escolha do livro didático é realizada democraticamente pelos educadores de cada unidade escolar, dentre os livros constantes no guia do PNLD, considerando o planejamento pedagógico construído por cada unidade de ensino (Ministério da Educação e Cultura – MEC). Entre as obras analisadas para a unidade de ensino na qual a pesquisa se desenvolve, está JUNIOR e CASTRUCCI (2009), o volume destinado ao sexto ano do Ensino Fundamental, para a investigação referente à abordagem da temática proposta: o estudo do conceito de área. A abordagem retrata, inicialmente, a história das unidades de medida; introduz o conceito de medida de uma superfície por meio da composição da figura com uma unidade de medida pré-estabelecida; apresenta as fórmulas para calcular a medida da área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo, do triângulo, do trapézio, por meio da decomposição e reestruturação das figuras planas; os exercícios sobre área de superfícies apresentam certa contextualização (JUNIOR e CASTRUCCI, 2009, p. 282-283); e os autores sugerem a utilização do TANGRAM como material manipulativo para facilitar a construção do conceito de área (JUNIOR e CASTRUCCI, 2009, p. 289).

Encontramos em Dante (2009), uma abordagem inicial por meio da exposição de situações em construção civil, repassando conceitos de perímetro e de medida de área; a obra apresenta alguns exercícios propostos contextualizados (há a possibilidade de explorar esses exercícios com uma contextualização melhor por parte do professor-mediador); a forma de exposição das fórmulas para calcular a medida de uma superfície é clássica (enunciado da expressão algébrica para cálculo de área de uma figura plana). Em outro texto, Bianchini (2006), o conteúdo de área é abordado por meio da apresentação de exemplos de unidades de medidas de comprimento usadas no cotidiano (no passado e na atualidade) – braçada (distância da ponta do dedo médio de uma de suas mãos à ponta do dedo médio da outra mão, estando com os braços abertos), palmo (é a distância entre a ponta do polegar e a ponta do dedo mínimo), cúbito (é a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do faraó, há cerca de 4 000 anos no Egito), jarda (historicamente, é a distância entre a ponta do nariz e o polegar do rei Henrique I, rei da Inglaterra, com o braço esticado – no Brasil, em uma partida de futebol, o juiz marca a distância da bola até a barreira com passos – cada passo vale aproximadamente uma jarda), etc. O conceito de área é abordado por meio da medição de uma região ou figura com uma unidade de medida básica pré-definida. O uso do TANGRAM também é sugerido nessa obra.

O texto de Campos, Pires e Curi (2001, p. 80-87), destinado ao sexto ano, apresenta sugestões de exercícios para trabalhar os conceitos de perímetro e de área, evidenciando o trabalho com superposição de unidades de medida básica e comprimento de "contornos". O professor-mediador poderá adaptar os exercícios às suas necessidades pedagógicas.

As Matrizes Curriculares para o Ensino Fundamental (MCEF, 2005), da Secretaria Municipal de Educação de Maceió, baseada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), consideram as capacidades humanas como objetivos do ensino (ler, escrever, refletir, comparar, justificar), e enfatiza o trabalho com situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, no sexto ano do ensino fundamental, entre outros aspectos. As obras ou livros analisados apresentam, no contexto geral, um bom nível de exposição fundamentado por exemplos e exercícios propostos (alguns contextualizados). Percebemos que o conteúdo relativo a perímetros e áreas poderia ser mais explorado com situações-problema do cotidiano (assoalhamento de piso, pintura de parede) e que também há uma desvalorização da importância de certos conteúdos, como é o caso do estudo do conceito de área que se restringe a apenas decorar fórmulas para calcular a medida de uma área de determinada figura plana. Cabe ao professor-mediador intervir no sentido de construir situações-problema que atendam satisfatoriamente às indagações dos sujeitos da aprendizagem.

3 METODOLOGIA: PARTE 2

Nesta seção, explicitamos a segunda parte da metodologia (um recorte da Engenharia Didática): a análise a priori, as hipóteses e a experimentação.

3.1 Análise a Priori

Segundo Artigue (1996, apud CARNEIRO, 2005, p. 102), a análise a priori é formada por duas partes: a parte descritiva e a parte preditiva. É na fase descritiva que explicitamos as escolhas globais e as escolhas locais que nortearam o trabalho de pesquisa. E na fase preditiva que explicitamos as possíveis dificuldades que podem ocorrer com as ações da parte descritiva. As escolhas iniciais retratam as variáveis globais que norteiam à organização global da Engenharia, a saber: variáveis globais dizem respeito a introduzir o estudo de área por meio do conceito de medida de uma superfície; metro quadrado e suas transformações; manuseio de material concreto (material dourado, tampinhas de garrafa pet, tangram, origami, etc); situar os sujeitos nos níveis de Van Hiele (propomos que haja a migração do nível 1 para o nível 2); proposição de atividades considerando competências ou habilidades desejadas. As variáveis locais dizem respeito à descrição das atividades propostas – nesse caso, testes de Van Hiele voltados para o conceito de área no cotidiano, oficinas de aprendizagem (descrição das mediações por meio de material concreto, linguagem). A parte preditiva caracteriza-se pela antecipação das possíveis dificuldades ou problemas que podem ocorrer com as ações da parte descritiva. Nesse caso, noção visual de espacialidade não formada; dificuldade na operação com números decimais; formação inadequada de competências ou habilidades; dificuldade na interpretação de texto e no uso da linguagem própria da matemática.

O plano de ações, fundamentado nas escolhas globais determinadas, norteia as escolhas locais, por meio de uma sequência de atividades para avaliar o desenvolvimento real e o desenvolvimento próximo dos sujeitos da pesquisa.

3.2 Hipóteses

As hipóteses de trabalho serão comparadas com os resultados finais, contribuindo para a validação da Engenharia, e por isso, recorreremos sempre que necessário a elas, durante a realização da fase de experimentação, analisando-as, verificando a veracidade das hipóteses. As hipóteses formuladas são:

1ª hipótese: Acreditamos que do ponto de vista cognitivo os sujeitos se apropriarão do conhecimento sobre áreas, por meio do plano de ação proposto, migrando do nível básico ou nível 1 para o nível 2 de Van Hiele; e,

2ª hipótese: O conhecimento sobre área ou superfície, no 6º ano do Ensino Fundamental, tratado com material concreto, isto é, que possam ser manuseados ou visualizados, propicia ao estudante a possibilidade de resolução de problemas por eles vivenciados em seus cotidianos ou propostos em seus livros didáticos.

3.3 Experimentação

O período referente à experimentação, inicialmente, foi planejado para ser desenvolvido em quatro semanas (cada semana com quatro aulas), para a coleta de informações ou dados da pesquisa. Posteriormente, dedicamos à pesquisa duas aulas semanais. O período de coleta de dados sofreu modificações em face da interferência de situações externas, mais importantes, à pesquisa (devemos considerar que durante o primeiro semestre do corrente ano, ocorreu uma ausência significativa dos sujeitos por motivo de ingresso em empregos temporários; greve e/ou paralisações na rede municipal de ensino; mudança de município; problemas familiares de alguns sujeitos; assaltos; problemas de saúde). Esses fatores externos a ação investigativa também interferem no processo de ensino-aprendizagem dos sujeitos (cabe ao professor-mediador coordenar/mediar esforços no sentido de continuar o processo de investigação considerando as especificidades de cada situação ou as singularidades dos sujeitos).

Segundo Carneiro (2005, p. 104-105), o professor é um mediador em permanente ação que não espera para analisar o trabalho após a sua conclusão. A fase da experimentação, acompanhada pelos momentos de reflexão, de construção de memoriais acerca das ações realizadas, pode constituir-se na própria análise a posteriori, resultando em modificações necessárias, apontando caminhos ou direções para a validação dos resultados obtidos. Coletamos um rol de dados ou informações composto pela produção dos sujeitos, registros visuais; registros por escrito de afirmações, desenhos, cálculos, erros cometidos durante o acompanhamento das ações dos sujeitos.

Dividiremos o período de experimentação em **momentos de experimentação** (ME).

3.3.1 A mediação por meio de objetos reais ou concretos e por desenhos

A medição por meio de objetos concretos (reais) ou por desenhos busca oportunizar aos sujeitos a possibilidade de formação de conceitos (esses conceitos espontâneos – trazidos pelos alunos – e os conceitos científicos – introduzidos pelo professor/mediador). As atividades a seguir são avaliações de desenvolvimento real – aquelas em que os sujeitos desempenham por si mesmos, sem a intervenção do professor/mediador.

3.3.1.1 Momento de experimentação 1 (ME 1)

No primeiro momento de experimentação (ME 1), iniciamos a atividade da noite comentando sobre a necessidade de se medir coisas no cotidiano, ao longo da história. Sugerimos uma distância determinada entre dois copos (alinhados e separados) em cima de uma mesa e depois colocados no piso da sala de aula e que cada sujeito deverá apresentar a medida da distância sugerida (Figuras 16 a 23 - essa é fase de aprendizagem denominada de **informação**). As medidas (uso do palmo, pé, dedo, livro, sandália e caderno) foram registradas em uma tabela (como planejado) e os momentos da medição fotografados (**orientação dirigida** e **explicação**). Em seguida, os sujeitos compararam as medidas obtidas por meio da unidade básica adotada por cada um e buscaram/debateram uma forma ou resultado que atendesse a todos (**orientação livre**). Cada sujeito apresentou sua unidade de medida básica e debateu sobre as vantagens (atende a necessidade de cada um) e desvantagens (medidas diferentes para o mesmo evento) de termos vários instrumentos de medida (é a fase da **integração**). O ME 1 objetivou a compreensão visual e prática da necessidade de se estabelecer uma unidade de medida que atendesse a necessidade de medição de todos. O controle das ações dos sujeitos foi assegurado por meio da participação na medição e nos debates sobre as dificuldades de se ter vários modos para medirmos o mesmo comprimento. As relações entre professor e aluno no âmbito escolar devem ser norteadas pela generosidade (ética) e justiça (moral). Nessas relações a moral e a ética são visualizadas por meio de questionamentos das regras ou normas a serem cumpridas pelos alunos, analisando as ações ou atitudes do aluno e/ou do professor. No ME 1, consideramos os aspectos morais (justiça) tais como o respeito a fala do sujeito; respeito às escolhas realizadas entre outros; e os aspectos éticos (generosidade) tais como o incentivo à realização da oficina de aprendizagem; orientação pedagógica para dirimir dúvidas acerca do ME 1; incentivo à partilha de ponto de vista relacionado ao ME 1, entre outros. A consideração desses aspectos éticos e morais nos orientam conjuntamente a desenvolver todos os ME com precisão, dedicação, boa convivência, entre outros.

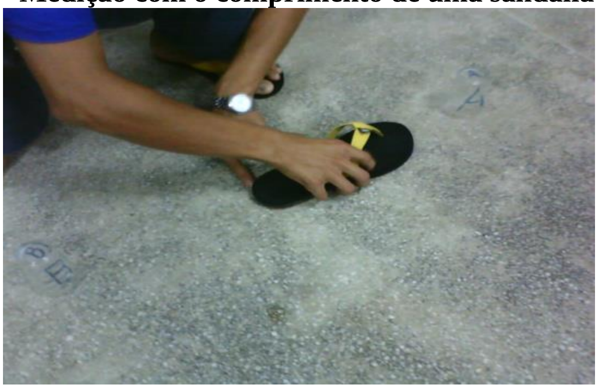
Figura 16 – Medição com a largura de um dedo (sujeito 4)

Fonte: Autor, 2012

Figura 17 – Medição com o comprimento de um caderno (sujeito 10)

Fonte: Autor, 2012

Figura 18 – Medição com o comprimento de uma sandália (sujeito 3)

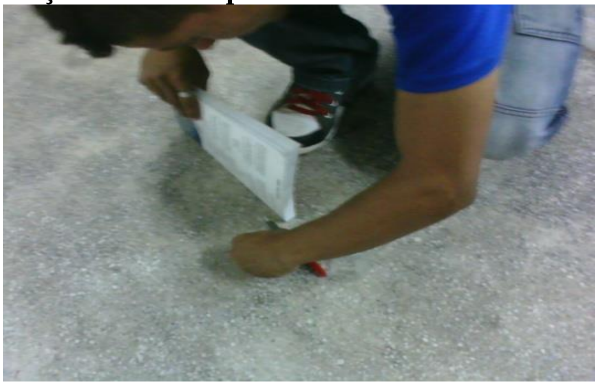


Fonte: Autor, 2012

Figura 19 – Medição com o comprimento do pé (sujeito 18)

Fonte: Autor, 2012

Figura 20 – Medição com o comprimento do livro de matemática (sujeito 9)



Fonte: Autor, 2012

Figura 21 – Medição com a largura de quatro dedos (sujeito 6)

Fonte: Autor, 2012

Figura 22 - Medição com o palmo (sujeito 8)

Fonte: Autor, 2012

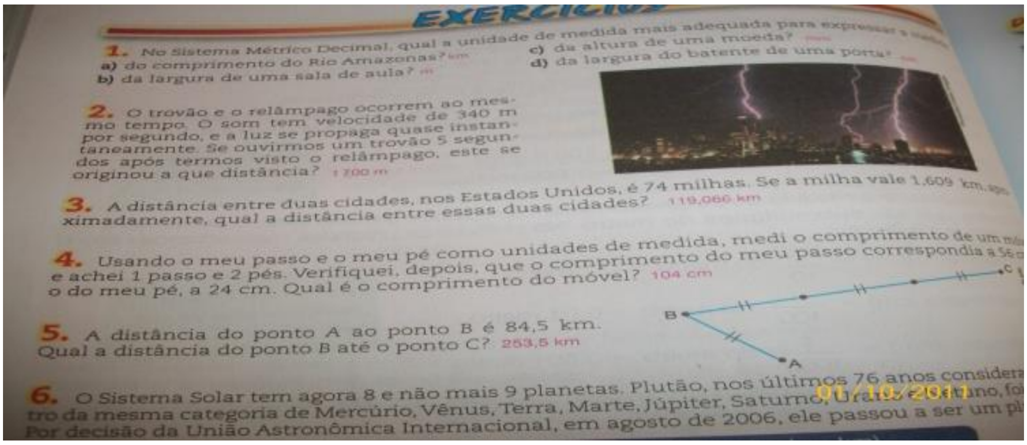
Figura 23 - Medição com o palmo (sujeito 12)

Fonte: Autor, 2012

3.3.1.2 Momento de experimentação 2 (ME 2)

No segundo momento de experimentação (ME 2), iniciamos a atividade da noite sugerindo uma situação-problema que envolveu a determinação de um comprimento em quilômetros, metros, milhas, entre outras (baseando-nos em reflexões - pensamentos e/ou conclusões pessoais) solicitamos que os sujeitos apresentassem uma solução para as questões 1, 3 e 5 (Figura 24) do livro texto JUNIOR e CASTRUCCI (2009, p. 262).

Figura 24 - Questões 1, 3 e 5



EXERCÍCIOS

1. No Sistema Métrico Decimal, qual a unidade de medida mais adequada para expressar a medida:
a) do comprimento do Rio Amazonas? km
b) da largura de uma sala de aula? m
c) da altura de uma moeda? mm
d) da largura do batente de uma porta? cm

2. O trovão e o relâmpago ocorrem ao mesmo tempo. O som tem velocidade de 340 m por segundo, e a luz se propaga quase instantaneamente. Se ouvirmos um trovão 5 segundos após termos visto o relâmpago, este se originou a que distância? 1 700 m

3. A distância entre duas cidades, nos Estados Unidos, é 74 milhas. Se a milha vale 1,609 km, aproximadamente, qual a distância entre essas duas cidades? 119,066 km

4. Usando o meu passo e o meu pé como unidades de medida, medi o comprimento de um móvel e achei 1 passo e 2 pés. Verifiquei, depois, que o comprimento do meu passo correspondia a 56 c o do meu pé, a 24 cm. Qual é o comprimento do móvel? 104 cm

5. A distância do ponto A ao ponto B é 84,5 km. Qual a distância do ponto B até o ponto C? 253,5 km

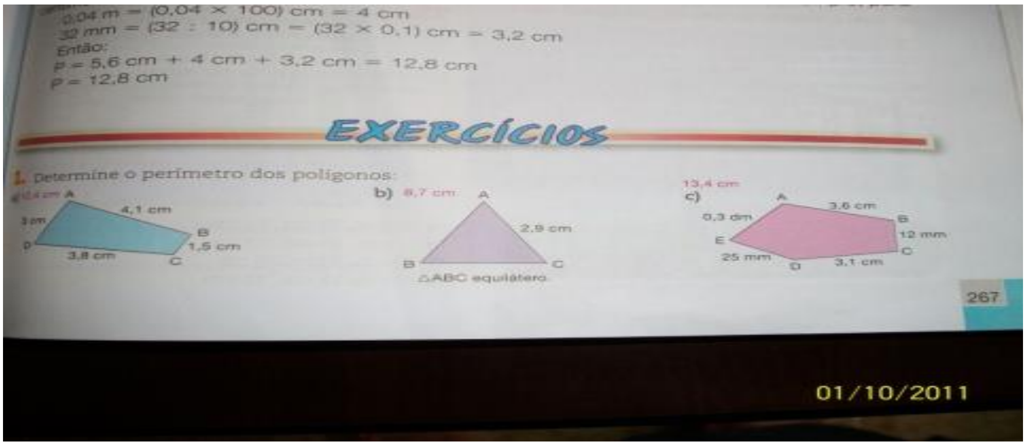
6. O Sistema Solar tem agora 8 e não mais 9 planetas. Plutão, nos últimos 76 anos considera tro da mesma categoria de Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, foi Por decisão da União Astronômica Internacional, em agosto de 2006, ele passou a ser um pl

01/10/2011

Fonte: Livro texto JUNIOR e CASTRUCCI (2009, p. 262)

Também propomos outros exercícios (do livro texto adotado - questões 1 (Figura 25), p. 267; questões 2, 3, 11 (Figuras 26 e 27), p. 268 de JUNIOR e CASTRUCCI, 2009), que foram realizados em sala de aula, sobre o cálculo de perímetros. A mediação foi realizada por meio de desenhos e/ou figuras contidas no livro texto, nas páginas já mencionadas (essas foram as fases de **informação** e **orientação dirigida**). Os sujeitos debateram/modificaram suas definições prévias sobre distância ou "tamanho", como mencionado por um dos sujeitos (**explicação**). Buscaram a resolução dos exercícios propostos sem a intervenção do mediador, realizando uma leitura e interpretação individual, mediatizada pelos desenhos apresentados em cada questão no livro texto (**orientação livre**). Solicitamos que os sujeitos resumissem verbalmente os resultados encontrados (**integração**).

Figura 25 - Questão 1



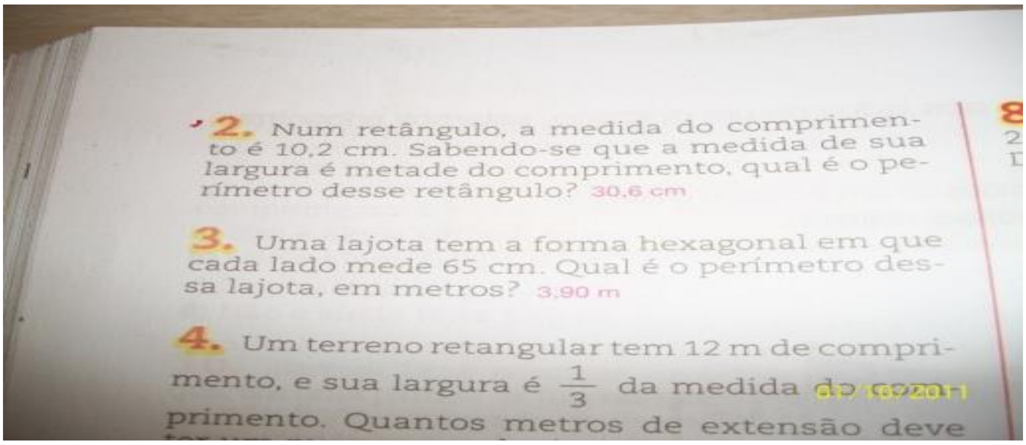
0,04 m = (0,04 × 100) cm = 4 cm
32 mm = (32 : 10) cm = (32 × 0,1) cm = 3,2 cm
Então:
p = 5,6 cm + 4 cm + 3,2 cm = 12,8 cm
p = 12,8 cm

EXERCÍCIOS

1. Determine o perímetro dos polígonos:
b) 8,7 cm
c) 13,4 cm

Fonte: Livro texto JUNIOR e CASTRUCCI (2009, p. 267)

Figura 26 – Questões 2 e 3

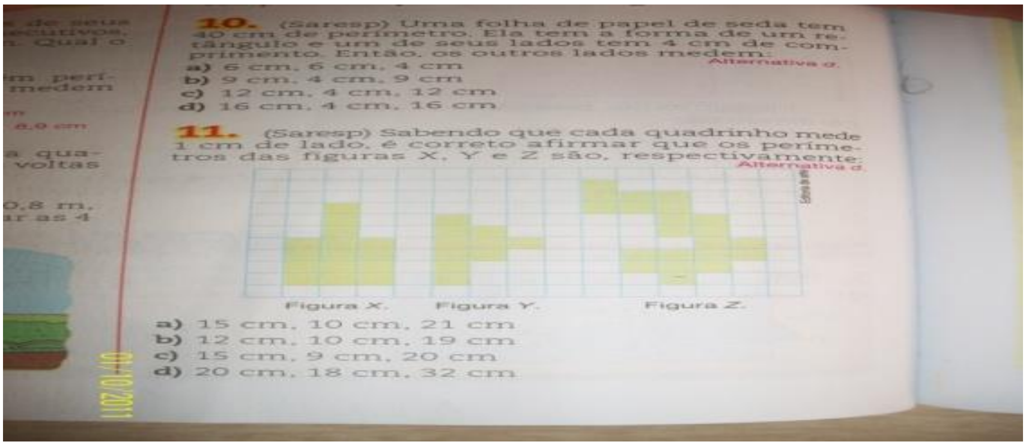

2. Num retângulo, a medida do comprimento é 10,2 cm. Sabendo-se que a medida de sua largura é metade do comprimento, qual é o perímetro desse retângulo? 30,6 cm

3. Uma lajota tem a forma hexagonal em que cada lado mede 65 cm. Qual é o perímetro dessa lajota, em metros? 3,90 m

4. Um terreno retangular tem 12 m de comprimento, e sua largura é $\frac{1}{3}$ da medida do comprimento. Quantos metros de extensão deve

Fonte: Livro texto JUNIOR e CASTRUCCI (2009, p. 268)

Figura 27 – Questão 11


10. (Saresp) Uma folha de papel de seda tem 40 cm de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um de seus lados tem 4 cm de comprimento. Então, os outros lados medem: Alternativa a.

a) 6 cm, 6 cm, 4 cm
b) 9 cm, 4 cm, 9 cm
c) 12 cm, 4 cm, 12 cm
d) 16 cm, 4 cm, 16 cm

11. (Saresp) Sabendo que cada quadrinho mede 1 cm de lado, é correto afirmar que os perímetros das figuras X, Y e Z são, respectivamente: Alternativa a.

Figura X. Figura Y. Figura Z.

a) 15 cm, 10 cm, 21 cm
b) 12 cm, 10 cm, 19 cm
c) 15 cm, 9 cm, 20 cm
d) 20 cm, 18 cm, 32 cm

Fonte: Livro texto JUNIOR e CASTRUCCI (2009, p. 268)

No ME 2, consideramos o incentivo à realização da oficina de aprendizagem; a orientação pedagógica para dirimir dúvidas acerca desse momento de experimentação; incentivo à partilha de ponto de vista relacionado às questões propostas (a socialização das sugestões ou ideias para buscar soluções para os exercícios propostos motivou os alunos a concluírem a tarefa). Essa postura revelou-nos que essa prática de reflexão e socialização das questões e/ou resultados encontrados facilitou a compreensão, dedicação e boa convivência entre os alunos.

3.3.2 A mediação por meio da linguagem escrita e oral

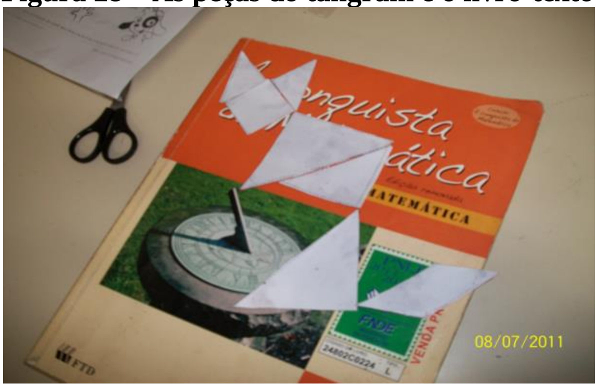
A expressão oral é um exemplo de mediação fundamentada no respeito à fala do sujeito, durante seu processo de ensino-aprendizagem. O mediador oportuniza aos sujeitos a possibilidade de se expressarem oralmente para designar os termos ou elementos que compõem uma figura plana ou espacial. A partir dessas denominações dadas pelos sujeitos o mediador construirá os conceitos que substituirão as denominações atribuídas pelo alunado (conceitos espontâneos). A linguagem escrita é outro exemplo de mediação em que o mediador considera as formas de expressão por escrito dos sujeitos, e analisa suas implicações no contexto desejado, orientando-os na construção e/ou formação de conceitos pretendidos (conceitos científicos).

3.3.2.1 Momento de experimentação 3 (ME 3)

Apresentamos a história do tangram e os sujeitos o construíram com uma folha de papel A4 e depois por meio de recorte e colagens em cartolina construíram outro tangram para melhor manipulação - preferiram o recorte e colagem (é a fase de aprendizagem intitulada de **informação**).

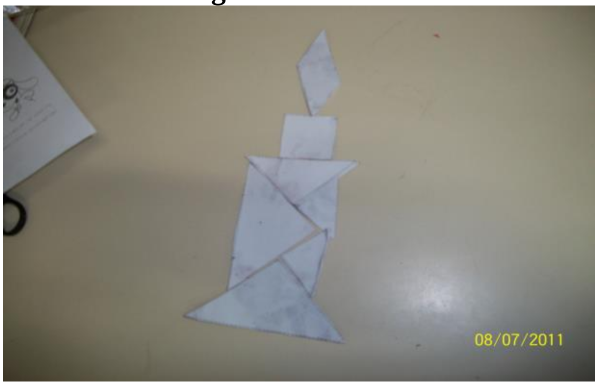
Em relação à expressão oral, os sujeitos manusearam o tangram, formando figuras como uma vela; um homem caminhando (Figuras 28 a 31); um tubarão; entre outras figuras, e pela observação de cada uma das peças do tangram, foi solicitado que cada sujeito atribuísse (verbalizasse) nomes às partes de cada figura ou peça, que se observassem os elementos que formam cada peça.

Figura 28 – As peças do tangram e o livro-texto



Fonte: Autor, 2012

Figura 29 - A vela

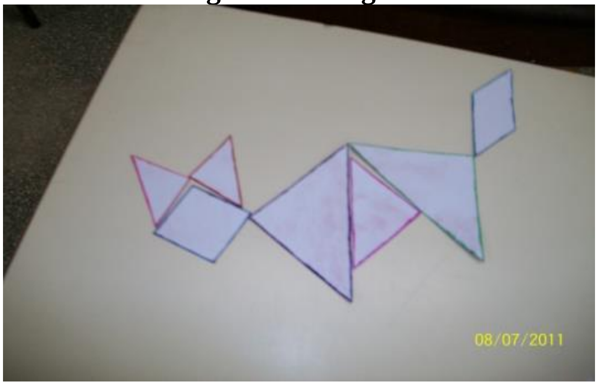


Fonte: Autor, 2012

Figura 30 – O homem

Fonte: Autor, 2012

Figura 31 – O gato



Fonte: Autor, 2012

Em relação à linguagem escrita, foi solicitado que cada sujeito registrasse ou anotasse em seu caderno os nomes dados aos elementos que formam as figuras do tangram (**orientação dirigida**, **explicação** e **orientação livre**).

Após o registro, socializaram as denominações dadas por cada sujeito, e o mediador introduziu, oralmente, os termos matemáticos adequados a cada figura. Os sujeitos registraram os termos ou nomes de cada figura em seus respectivos cadernos (**integração**).

Durante o ME 3 ressaltamos a importância de se respeitar a fala, a escolha, a criatividade do outro. Essa postura ética nos permite uma melhor convivência no cotidiano, pois, começamos a observar que, em atitudes simples como resolver um problema com o tangram, aprendemos a exercitar a paciência, a cooperação, o respeito aos limites dos outros.

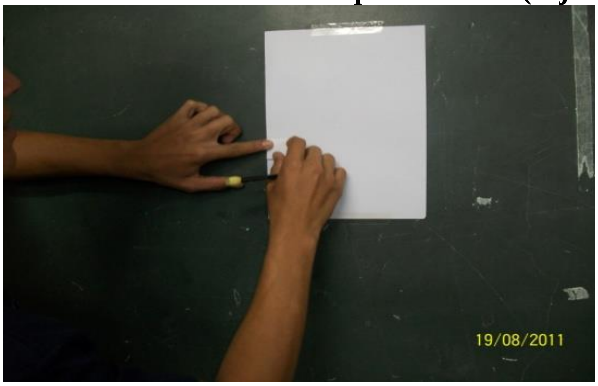
3.3.3 Momento de experimentação 4 (ME 4): atividade 1 (zona de desenvolvimento real - ZDR)

O conceito de área será construído por meio de uma atividade prática. Apresentamos ao alunado uma folha de papel A4 (em branco), devidamente fixada no quadro (Figura 32), posicionada de forma que todos os participantes na sala de aula possam visualizá-la. Indagamos aos sujeitos acerca da forma da folha de papel A4.

Em seguida, questionamos sobre como medir sua superfície (por meio da linguagem e por gestos enfatizamos o significado de superfície na folha de papel A4). Sugerimos a possibilidade de se medir o “tamanho” da folha de papel A4 utilizando um quadradinho do tangram (como unidade de medida básica) e o registro (por escrito – no caderno) dessa medição foi feito por cada sujeito (**informação** e **orientação dirigida**).

Sugerimos também que essa forma da folha de papel A4 pode ser visualizada como o piso de uma sala de estar e o quadradinho utilizado como sendo um azulejo ou uma cerâmica. A ideia central é oportunizar aos sujeitos a possibilidade de determinar a medida da superfície da folha de papel A4, por meio do deslocamento do quadradinho (verificação da quantidade de quadradinhos que preenchem completamente a folha de papel A4).

Figura 32 – Folha A4 fixada no quadro verde (sujeito 3)

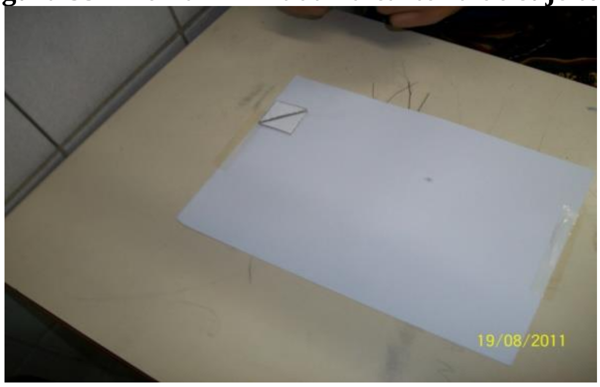


Fonte: Autor, 2012

Em seguida, cada sujeito fixou uma folha de papel A4 na “banca” ou “carteira escolar” e escolheu uma unidade de medida básica, entre as peças do tangram, para medir a superfície da folha de papel A4 (Figuras 33 a 37) – cada sujeito mediu os comprimentos dos lados da folha de papel A4 usando a lateral da unidade básica de medida adotada – fazendo referência ao perímetro da folha de papel A4 (**explicação** e **orientação livre**).

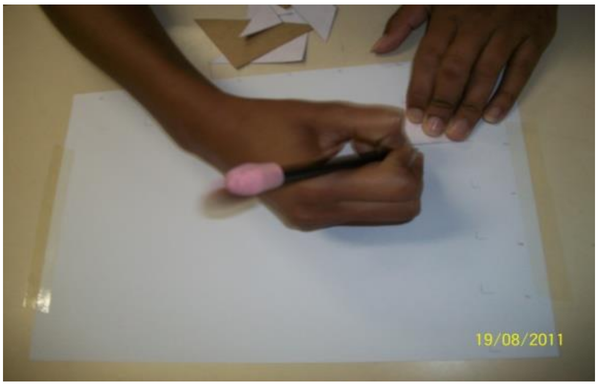
O mediador solicitou dos sujeitos que verbalizassem as medidas encontradas para a superfície da folha de papel A4 e comparassem com as medidas usadas pelos outros (**integração**).

Figura 33 – Folha A4 fixada na carteira do sujeito 4



Fonte: Autor, 2012

Figura 34 – Folha A4 fixada na carteira do sujeito 12



Fonte: Autor, 2012

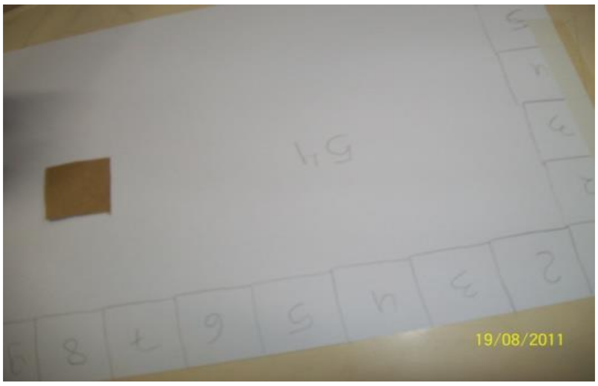
Figura 35 – Folha A4 fixada na carteira do sujeito 9

Fonte: Autor, 2012

Figura 36 – Folha A4 fixada na carteira do sujeito 18

Fonte: Autor, 2012

Figura 37 – Folha A4 fixada na carteira do sujeito 10



Fonte: Autor, 2012

Durante o ME 4 ressaltamos a importância de se dedicar a obtenção de uma solução para a situação proposta (com a folha de A4 fixada no quadro), a escolha da unidade básica de medida e por meio da verbalização das medidas encontradas, observamos que a noção de inclusão de uma medida em outra apresentou-se mais claramente.

No processo de aprendizagem por meio de mediações (signos), é fundamental que os sujeitos se apropriem do significado dos signos usados (VYGOTSKY apud MOYSÉS, 2009). Na mediação a seguir utilizamos o papel quadriculado e o tangram para continuarmos construindo o conceito de área.

3.3.4 Momento de experimentação 5 (ME 5): Atividades 2 e 3 (zona de desenvolvimento real - ZDR)

A utilização de papel quadriculado ou similar nos oportunizou a verificar se a noção de inclusão já havia sido construída ou estava em fase de construção. A atividade 2 proposta apresenta duas questões (veja Apêndices). A primeira questão consiste em verificar quantas unidades de medida triangulares estão presentes em uma figura postada no papel quadriculado ou similar. A segunda questão consiste em medir as áreas das peças do tangram usando como unidades de medida o triângulo pequeno e o quadrado. A atividade 3 (veja Apêndices) apresenta uma questão de medição da área de uma figura (no papel quadriculado ou similar) por meio de duas unidades de medida propostas - uma triangular e a outra quadrangular - esta unidade de medida formada por quatro quadradinhos (**informação**). Os sujeitos realizaram uma leitura individual e o mediador solicitou de cada sujeito que verbalizasse o significado de perímetro e área na figura da atividade 3 (**orientação dirigida** e **explicação**). Cada sujeito apresentou uma solução para as atividades 2 e 3 e externaram as dificuldades (contagem com a medida triangular) ou facilidades (uso do tangram) encontradas (**orientação livre** e **integração**).

Durante o ME 5 ressaltamos a importância da dedicação, da observação, da noção de inclusão, da noção da medida de um contorno e da medida de uma região plana. O respeito aos limites do outro e a fala apresentada (conceitualização feita pelo aluno acerca de perímetro e área) foram importantes na execução desse momento de experimentação.

3.3.5 Momento de experimentação 6 (ME 6)

No sexto momento de experimentação (ME 6), iniciamos a atividade da noite sugerindo uma situação-problema que envolveu a determinação da medida de uma superfície (as peças do tangram), escolhidas de acordo com a preferência de cada sujeito (a unidade de medida básica para realizarmos a medição foi o material dourado – uma face de um cubinho).

Novamente, os sujeitos exerceram a liberdade para escolher que figuras iriam trabalhar o conceito de área por falta ou por excesso (**informação**). Cada sujeito escolheu uma figura do tangram e preencheu toda a superfície da figura com os cubinhos do material dourado, sem deixar partes do cubinho (face voltada para a peça) fora da figura (medida da superfície da figura do tangram por falta). Posteriormente, foram preenchidos novamente de modo que cobrissem toda a figura do tangram (medida da superfície da figura do tangram por excesso).

Os registros foram feitos no quadro branco pelos próprios sujeitos (uma estimativa da medida da área da figura considerada, tomando como medida básica a face de um cubinho).

Observe a Figura 38, na qual foi totalmente preenchida pelos cubinhos do material dourado. Trabalhamos a noção de medida de uma superfície por excesso. Na Figura 39 podemos verificar que a peça do tangram não foi completamente preenchida – a área foi estimada, tendo como base a face do cubinho do material dourado. É importante que utilizemos os recursos que a instituição de ensino nos oferece, e com criatividade poderemos extrair de situações adversas momentos de pura produtividade.

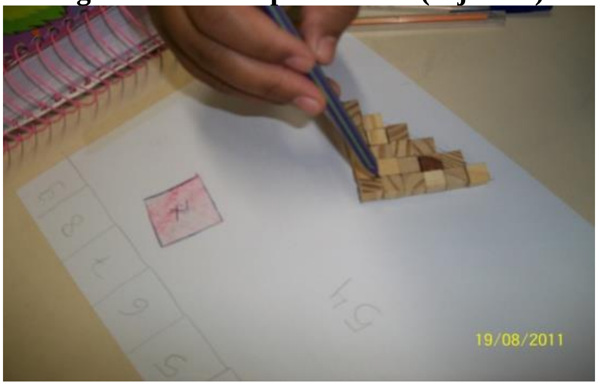
Figura 38 – Área por excesso (sujeito 6)

Fonte: Autor, 2012

Figura 39 – Área por falta (sujeito 8)

Fonte: Autor, 2012

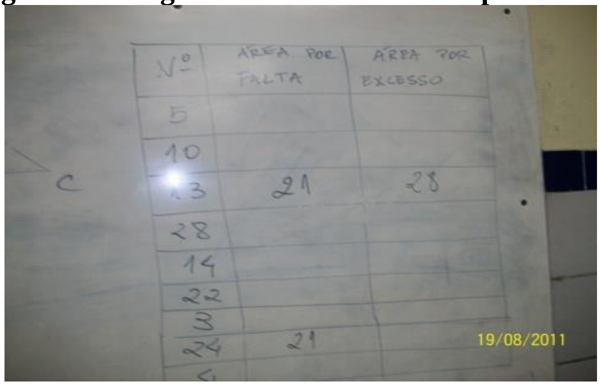
Figura 40 – Área por excesso (sujeito 4)



Fonte: Autor, 2012

Na Figura 40 podemos visualizar que toda a peça do tangram ficou embaixo dos cubinhos indicando que a quantidade de faces dos cubinhos representa o valor estimado por excesso; e comparando com o resultado da Figura 39, podemos estimar um valor para a medida da área comparando o valor por falta e o valor por excesso. Observemos o quadro de registros a seguir – Figura 41 (**orientação dirigida**, **explicação** e **orientação livre**).

Figura 41 – Registros da área for falta e por excesso



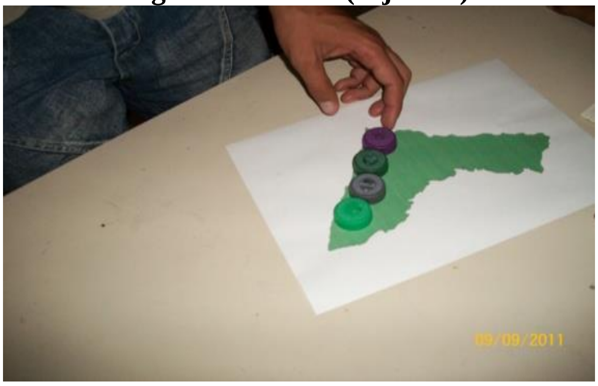
Fonte: Autor, 2012

Os sujeitos registraram as medidas das áreas encontradas por falta e por excesso em uma tabela (Figura 41) e estimaram um valor para a medida da área da peça escolhida do tangram (**integração**). A mediação por meio de material manipulativo facilita a compreensão do conceito que se deseja trabalhar. Observemos as Figuras 42 a 44, nas quais aparece uma sugestão para o mediador trabalhar o conceito de área com recursos reaproveitáveis. Um aspecto importante e visivelmente percebido: é o interesse por parte dos sujeitos em participar das atividades, quando manipulamos material concreto. As concepções éticas (valorização do trabalho realizado; liberdade de expressão acerca das noções trabalhadas; cooperação; atenção prestada) são fundamentais para a realização de um trabalho coletivo (permuta de experiências entre professor e alunos).

Figura 42 – área por falta e por excesso

Fonte: Autor, 2012

Figura 43 – Área (sujeito 9)



Fonte: Autor, 2012

Figura 44 – Mapa de Alagoas (sujeito 9)

Fonte: Autor, 2012

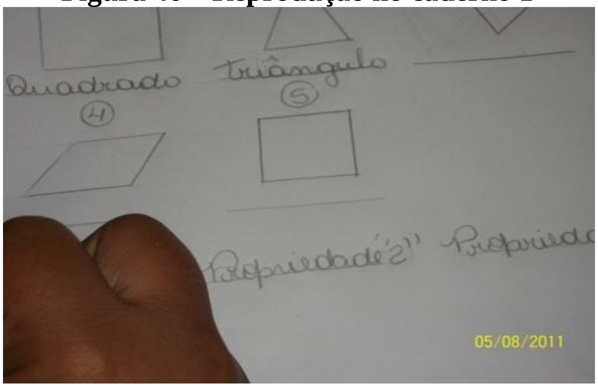
3.3.6 Momento de experimentação 7 (ME 7)

A fim de se conhecer os conceitos espontâneos dos sujeitos acerca das propriedades de figuras planas (quadrado, triângulo, losango, paralelogramo, retângulo) propomos uma oficina de aprendizagem que consiste em coletar informações sobre propriedades das figuras planas mencionadas, por meio da observação, manipulação das peças do tangram e de desenhos dessas figuras planas produzidas pelos sujeitos da pesquisa. Fixamos no quadro branco figuras vermelhas (cor opcional) e escrevemos a palavra “propriedades” abaixo de cada figura, de modo que todos pudessem visualizá-las (Figura 45). Sugerimos que os sujeitos reproduzissem em seus cadernos as figuras representadas no quadro branco e identificassem os elementos constituintes de cada figura (Figuras 46 e 47 - **informação**). É importante recordar que os sujeitos identificaram elementos como lados (laterais), vértices (pontas), entre outros, usando o tangram (**orientação dirigida** e **explicação**).

Figura 45 – Propriedades de algumas figuras planas

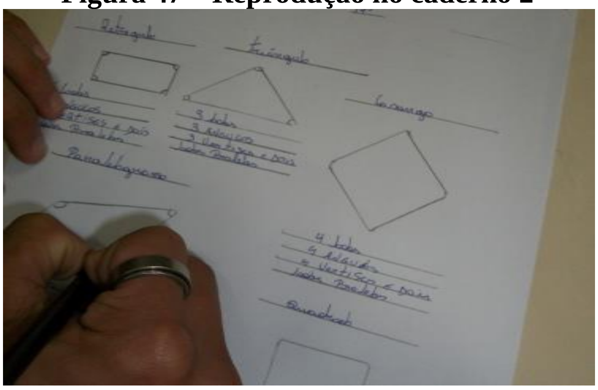
Fonte: Autor, 2012

Figura 46 – Reprodução no caderno 1



Fonte: Autor, 2012

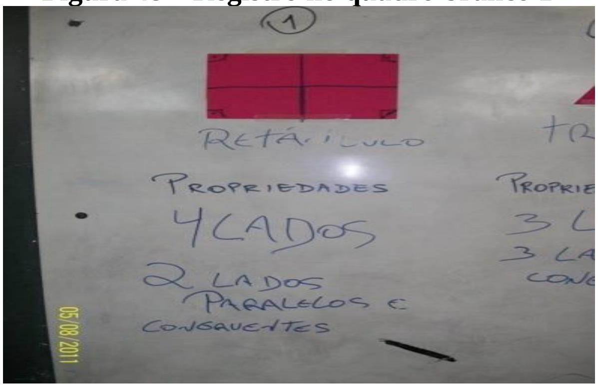
Figura 47 – Reprodução no caderno 2



Fonte: Autor, 2012

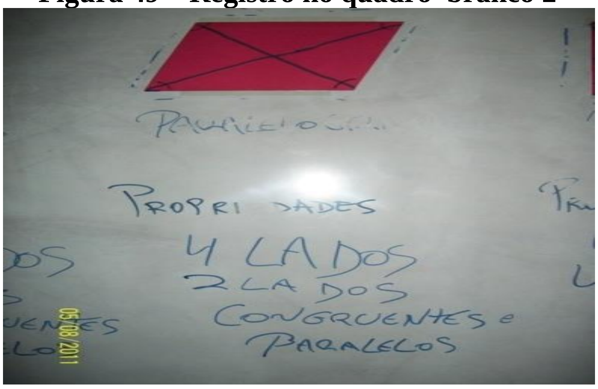
Sugerimos que escrevessem abaixo de cada figura no quadro branco, algumas das propriedades observadas (por livre e espontânea vontade alguns sujeitos se apresentaram para a realização dessa tarefa – Figuras 48 e 49 – **orientação livre**).

Figura 48 – Registro no quadro branco 1



Fonte: Autor, 2012

Figura 49 – Registro no quadro branco 2



Fonte: Autor, 2012

Em um momento seguinte, o mediador solicitou que os sujeitos socializassem oralmente os registros realizados com os demais (**integração**) e instrui-os acerca dos termos corretos dos elementos ou partes de cada figura. Os alunos exerceram a liberdade de expressão e de debate acerca das observações ou denominações atribuídas a cada figura

3.3.7 Momento de experimentação 8 (ME 8): avaliação 1 (zona de desenvolvimento proximal - ZDP)

Essa avaliação consistiu em um teste composto por situações (quatro questões) do livro-texto (JUNIOR e CASTRUCCI, 2009) envolvendo o objeto de conhecimento considerado (conceito de área), e foi mediatizada pela apresentação de uma caixa de sapato (Figura 50) e por figuras mostradas em cada situação proposta (Apêndice D).

Figura 50 – Caixa de sapato

Fonte: Autor, 2012

Para facilitar a visualização de paredes de uma casa, apresentamos a caixa de sapato para ser manipulada pelos sujeitos, na construção do raciocínio geométrico e algébrico solicitado em cada situação da avaliação. Sugerimos que cada sujeito realizasse uma primeira leitura para identificar os elementos relevantes ou dados fornecidos que pudessem contribuir para a elucidação de cada questão (**informação**, **orientação dirigida**). Em um segundo momento, propomos que cada sujeito visualizasse a correspondência entre a figura da caixa (concreto) e a figura no teste 1 (abstrato) por meio da manipulação da caixa de sapato, definindo ou conceitualizando oralmente a medida de área da superfície das paredes (no desenho), em analogia com os lados da caixa de sapato (**explicação**). Os sujeitos resolveram e apresentaram suas soluções mediatizadas pelos desenhos nas questões e pelo material manipulativo, sem a nossa intervenção (**orientação livre**).

Cada um expôs o modo como raciocinou e o resultado encontrado, socializando o processo de resolução (compartilhando com os demais – **integração**). Finalizamos a atividade com uma explanação sobre o cálculo da medida da área de retângulos, quadrados e suas propriedades; a analogia feita entre as figuras nos exercícios e a caixa de sapato. O respeito às observações de cada aluno e o debate das soluções encontradas facilitaram a compreensão do conceito de medida de superfície nas questões propostas.

3.3.8 Momento de experimentação 9 (ME 9)

Essa avaliação consistiu em um teste composto por duas questões do livro-texto (JUNIOR e CASTRUCCI, 2009) envolvendo o objeto de conhecimento considerado (conceito de área), e foi mediatizada por três figuras, das quais a medida da área poderia ser obtida por decomposição das figuras apresentadas (Apêndice E).

Em um primeiro momento sugerimos que os alunos ou sujeitos analisassem as figuras dadas. Em seguida, alguns alunos visualizaram a possibilidade de dividir ou particionar as figuras dadas em formas planas conhecidas (quadrados, retângulos, entre outras) a fim de podermos determinar a medida da área de cada figura plana obtida (**informação**, **orientação dirigida** e **explicação**). Na primeira questão, no item (a), a figura foi particionada em um retângulo e um quadrado. No item (b) da mesma questão, a figura foi particionada em um retângulo e um triângulo.

Na segunda questão, a figura foi particionada em um retângulo e dois quadrados. A apropriação do conhecimento para o cálculo da medida da área de um quadrado, triângulo e retângulo permitiu consideravelmente determinar a medida da área das figuras originais (**orientação livre**). Pedimos que verbalizassem as ideias aplicadas para resolver as questões propostas (**integração**). A proposição de questões que envolvam a medida de uma superfície plana por decomposição em outras figuras conhecidas oportuniza uma melhor compreensão da determinação da medida de uma superfície dada. Novamente, após a análise individual de cada aluno e proposição de uma solução, a socialização das respostas encontradas facilitou a compreensão da atividade proposta.

3.3.9 Momento de experimentação 10 (ME 10)

Essa avaliação consistiu em um teste composto por duas questões formuladas pelo mediador ou professor envolvendo o objeto de conhecimento considerado (conceito de área), e foi mediatizada por uma figura (uma planta de um imóvel), na qual apresentamos as medidas da área do imóvel, da região externa e da superfície total do imóvel (Apêndice F). Solicitamos a determinação dos metros quadrados de cerâmica e carpete para alguns cômodos e do valor de mercado, conhecendo o valor do metro quadrado. Na outra questão, solicitamos o número de latas de tinta para pintar uma parede. Em um primeiro momento sugerimos que os alunos analisassem as questões dadas. Em seguida, alguns alunos abordaram a questão que envolvia a planta de um imóvel, enquanto outros a questão que envolvia a pintura de uma parede (**informação**, **orientação dirigida** e **explicação**). Na questão que envolvia a planta de um imóvel alguns alunos utilizaram o piso da sala de aula para visualizar a superfície do imóvel e determinar uma solução para a solicitação realizada. Na questão que envolvia a pintura de uma parede, alguns alunos usaram a parede da sala de aula na tentativa de visualizar o problema proposto (**orientação livre**). Pedimos que verbalizassem as estratégias usadas para buscar as soluções das questões (**integração**). Novamente, a cooperação, dedicação e socialização das respostas encontradas facilitou a compreensão da atividade proposta, mostrando-nos que o mediador ou professor deve considerar em sua prática pedagógica, os aspectos éticos de um trabalho coletivo.

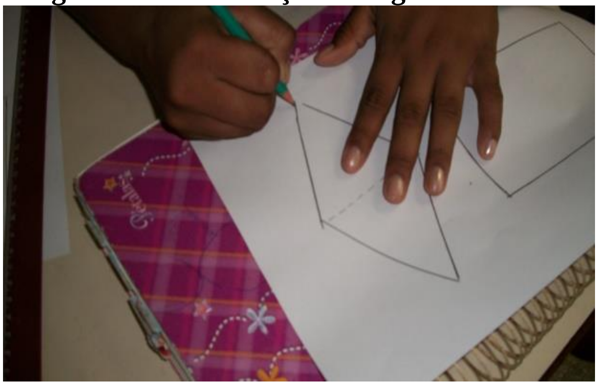
3.3.10 Momento de experimentação 11 (ME 11)

Esse momento de experimentação consistiu em confeccionar regiões fechadas por recortagem e construção de contornos de figuras planas com canudos e massa de modelar associadas às regiões fechadas confeccionadas. Após a proposição da atividade (**informação**), os alunos ou sujeitos analisaram as possíveis formas de figuras que poderiam desenhar, e desenharam figuras planas diversas no papel A4 e pintaram-nas.

Em seguida, recortaram essas regiões definidas pelas figuras planas e com auxílio de canudos e massa de modelar, construíram contornos para cada região - usaram uma porção de massa de modelar para a conexão entre os pedaços de canudos (**orientação dirigida**, **explicação** e **orientação livre**). Verbalizaram o que significava o contorno e o “tamanho” da região plana recortada. Essa atividade propiciou a distinção entre área e perímetro de uma figura plana (**integração**). A dedicação para realizar a atividade e a socialização das construções requeridas oportunizou-nos a refletir sobre a importância para a construção do conhecimento sobre perímetro e área; a motivação de se trabalhar com material concreto, entre outras.

O mediador ou professor deve estar atento aos fatos ou fatores que interferem, direta ou indiretamente, no processo de ensino e aprendizagem, nos valores trabalhados ou construídos (aspectos éticos e morais), para uma formação mais ativa e consistente, com ênfase no respeito, na cooperação, na dignidade, valorização do trabalho realizado; na justiça; na generosidade, entre outras (Figuras 51 à 56).

Figura 51 – Construção de regiões fechadas



Fonte: Autor, 2012

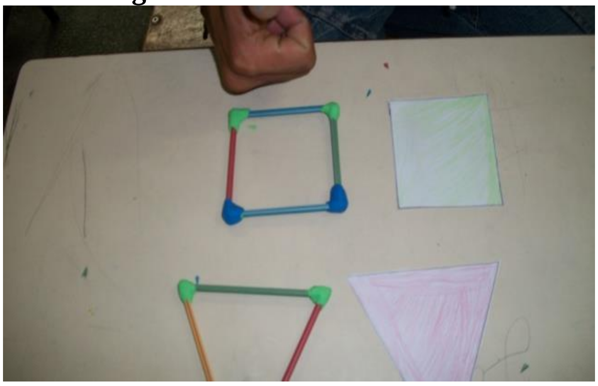
Figura 52 – Construção de regiões fechadas

Fonte: Autor, 2012

Figura 53 – Construção de regiões fechadas

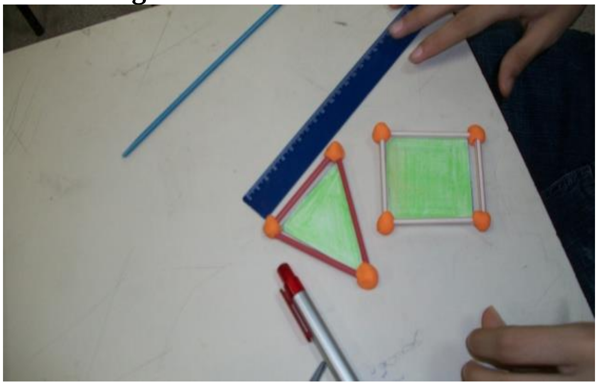
Fonte: Autor, 2012

Figura 54 – Perímetros e áreas



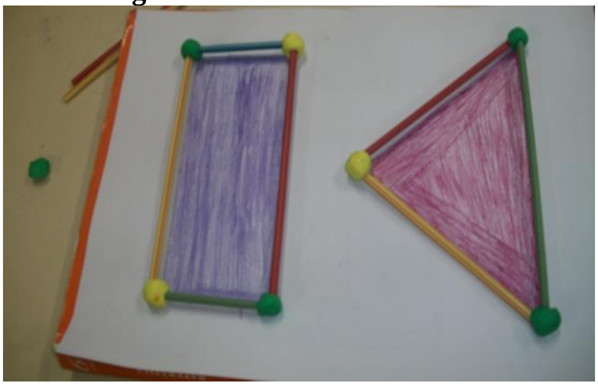
Fonte: Autor, 2012

Figura 55 – Perímetros e áreas



Fonte: Autor, 2012

Figura 56 – Perímetros e áreas



Fonte: Autor, 2012

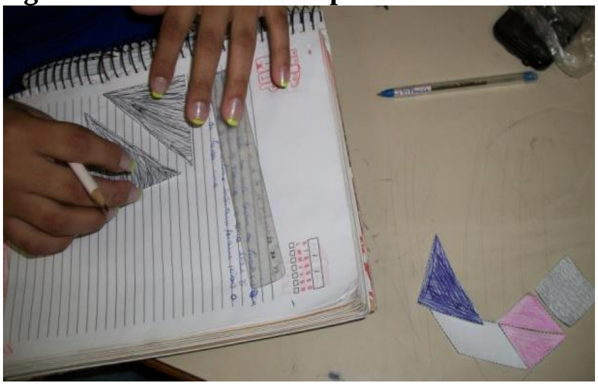
3.3.11 Momento de experimentação 12 (ME 12)

Esse momento de experimentação consistiu em construir figuras planas de mesma área com perímetros diferentes; e figuras de mesmo perímetro com áreas distintas (**informação**). Em seguida, os alunos ou sujeitos com o uso do tangram começaram as possíveis construções de figuras planas de mesma área com perímetros diferentes.

Após concluírem essa etapa da atividade, começaram as tentativas de construção ou elaboração de estratégias para apresentar figuras de mesmo perímetro com áreas distintas (**orientação dirigida**, **explicação** e **orientação livre**). Verbalizaram as dificuldades encontradas (figuras com mesmo perímetro e áreas diferentes), as concepções de perímetro e de área; e a facilidade de usar o tangram como se fosse um quebra-cabeça (**integração**).

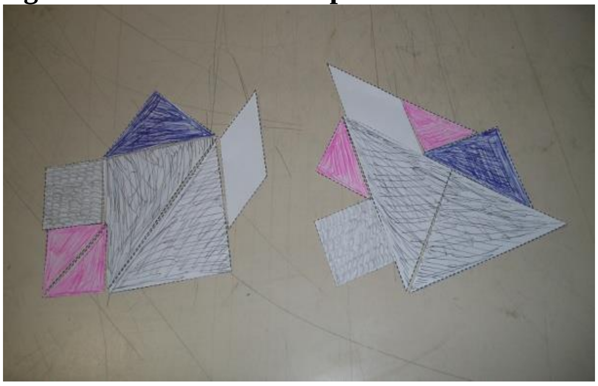
O respeito às escolhas feitas pelos alunos e sua dedicação são marcos importantes para a avaliação do conhecimento trabalhado (a proposta inicial desse momento de experimentação). A seguir apresentamos um resumo do processo de experimentação, elencando as ações principais ou fundamentais em cada momento de experimentação (ME) realizado (Figuras 57 à 60).

Figura 57 – Mesma área e perímetros diferentes



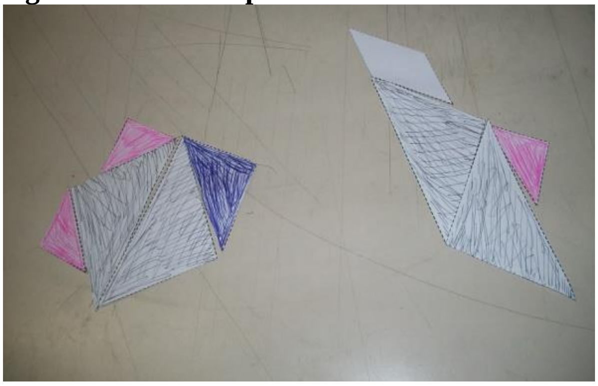
Fonte: Autor, 2012

Figura 58 – Mesma área e perímetros diferentes



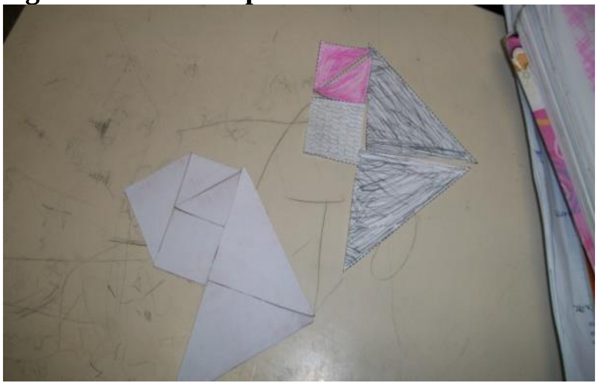
Fonte: Autor, 2012

Figura 59 – mesmo perímetro e áreas diferentes



Fonte: Autor, 2012

Figura 60 – mesmo perímetro e áreas diferentes



Fonte: Autor, 2012

Tabela 25 – Resumo da Análise da Experimentação

Momento de Experimentação (ME)	**Resumo**
ME 1	Medição de uma distância e estabelecimento de uma unidade de medida aceita por todos.
ME 2	Determinação de comprimento e transformação de unidades de medida.
ME 3	Observação de propriedades da figura e manuseio com o tangram.
ME 4	Medição da superfície da folha A4 com uma unidade básica (quadradinho do tangram).
ME 5	Noção de inclusão de uma unidade de medida em uma figura de uma malha.
ME 6	Medida de uma superfície por falta e por excesso (estimativas).
ME 7	Estudo das propriedades de figuras planas.
ME 8	Medida de superfície (situações-problema)
ME 9	Decomposição de figuras planas e determinação da medida de uma superfície.
ME 10	Assentamento de cerâmicas e carpetes; pintura de uma parede.
ME 11	Construções de regiões fechadas e de seus contornos (diferenciação entre área e perímetro).
ME 12	Figuras com mesma área e perímetros diferentes; figuras com mesmo perímetro e áreas distintas.

Fonte: Autor, 2012

4 METODOLOGIA: PARTE 3

Nesta seção, explicitamos a terceira parte da metodologia (um recorte da Engenharia Didática): a análise a posteriori e a validação da Engenharia.

4.1 Análise a Posteriori e Validação da Engenharia

Na Engenharia Didática, a validação é interna, caracterizada pelo confrontamento entre a análise a priori e a análise a posteriori (ARTIGUE apud CARNEIRO, 2005, p. 109). O confrontamento dessas análises nos oportuniza investigar se nossas hipóteses foram confirmadas ou refutadas.

A partir do momento de experimentação 1 (ME1), enfrentamos dificuldades na participação dos sujeitos nas oficinas de aprendizagem. A análise a priori forneceu-nos elementos que confirmaram a inclusão dos sujeitos, inicialmente, no nível 1 ou nível básico de Van Hiele; o uso de material manipulativo (concreto) facilitou consideravelmente a compreensão dos conceitos de perímetro e área. No entanto, a noção de espacialidade e dificuldades na interpretação de texto e do uso da linguagem matemática são fatores que dificultaram a leitura, interpretação e a busca pela solução de situações-problema propostas pelo livro didático adotado. Alguns exercícios ou situações-problema que envolve noções de espacialidade não foram compreendidos.

Acreditamos que o desenvolvimento de atividades específicas, mediatizadas por material manipulativo, visando construir saberes necessários à solução de situações-problema do cotidiano, na temática proposta, contribuíram satisfatoriamente para o sucesso do trabalho de pesquisa.

A primeira hipótese foi satisfatoriamente confirmada (**“acreditamos que do ponto de vista cognitivo os sujeitos se apropriarão do conhecimento sobre áreas, por meio do plano de ação proposto, migrando do nível básico ou nível 1 para o nível 2 de Van Hiele”**), pois, em um rol de dez alunos que foram submetidos ao teste de Van Hiele (nível 2 – após a fase de experimentação), proposto por Nasser & Sant’anna (2010), para avaliar a progressão do nível básico ou nível 1 para o nível 2 (mínimo de 60% de aproveitamento), sete conseguiram atingir percentuais entre 63,63% e 72,72%.

A segunda hipótese (**"o conhecimento sobre área ou superfície, no 6º ano do Ensino Fundamental, tratado com material concreto, isto é, que possam ser manuseados ou visualizados, propicia ao estudante a possibilidade de resolução de problemas por eles vivenciados em seus cotidianos ou propostos em seus livros didáticos"**), dividida em duas vertentes (possibilidade de resolução de problemas por eles vivenciados em seus cotidianos ou propostos em seus livros didáticos), foi confirmada parcialmente, pois, uma parte considerável (aproximadamente um terço dos exercícios propostos sobre a temática de área) de exercícios do livro didático foi resolvida pelos sujeitos. A elaboração de atividades e/ou resolução de problemas por eles vivenciados em seus cotidianos, não foi contemplada totalmente, apesar de propormos situações-problema que envolvia o trabalho desenvolvido por pedreiros, pintores, entre outros. Necessário se faz realizar um levantamento minucioso sobre possíveis problemas ou situações-problema vivenciados pelos alunos ou sujeitos da pesquisa em suas atividades profissionais (infelizmente os acontecimentos extras – greves; evasão escolar; entre outros, dificultaram esse levantamento), a fim de oferecermos o embasamento teórico para ser aplicado no cotidiano, em busca das soluções para os problemas propostos em sua totalidade.

4.1.1 Momento de experimentação 1 (ME 1)

Inicialmente alguns sujeitos se recusaram a medir a distância proposta com vergonha de ir até a mesa e realizar a medição. Após o sujeito 3 ter tomado a iniciativa de medir usando como unidade de medida básica o palmo, os demais foram medindo também, usando como medida básica o palmo, pé, dedo, livro, sandália e caderno.

Perceberam que o valor de cada comprimento encontrado era maior para alguns e menor para outros - fizemos um breve comentário sobre a necessidade de se estabelecer uma unidade básica de medida para atender a todos. O ME 1 objetivou a compreensão visual e prática da necessidade de se estabelecer uma unidade de medida que atendesse a necessidade de medição de todos.

O controle das ações dos sujeitos foi assegurado por meio da participação na medição e nos debates sobre as dificuldades de se ter vários modos para medirmos o mesmo comprimento (a necessidade de uma unidade básica para medição deve ter sido fundamental para o comércio da antiguidade, pois cada povo usava uma unidade de medida diferente, o que acarretava preços distintos de uma mesma mercadoria em função do valor dessa unidade básica; entre outros).

4.1.2 Momento de experimentação 2 (ME 2)

Debatemos as soluções apresentadas pelos sujeitos em relação aos exercícios propostos. Os sujeitos expressaram dúvidas na conversão de quilômetros em centímetros ou em milímetros. Também foram discutidas quais medidas são mais adequadas para se medir distâncias entre cidades; entre paredes; entre planetas; a largura de uma rua; de uma praça; entre outros. Os sujeitos, ao final da aula, expressaram que compreenderam o conceito de perímetro e de polígonos (caracterizado pela resolução dos exercícios propostos em sala de aula e pelos conceitos espontâneos externados, tais como "... a medida de um contorno ..." ou "... a medida da borda ...", entre outras).

Cada um realizou estimativas para o comprimento e largura da sala de aula (visualizando a medida do perímetro da sala usando passos dados). O controle das ações dos sujeitos foi novamente assegurado por meio do debate acerca das conclusões que cada sujeito manifestou em relação às medidas encontradas e aos exercícios propostos, pela mediação com desenhos ou figuras e pela ação de medição no espaço da sala de aula.

4.1.3 Momento de experimentação 3 (ME 3)

Os sujeitos manusearam o tangram na construção de figuras e as observaram (forma ou formato). Alguns sujeitos afirmaram que as figuras e/ou as peças tem "pontas" (vértices); lados com mesmo "tamanho" – comparando por superposição de peças.

Denominaram de "pontas" os vértices das figuras que compõem o tangram; e os lados de cada figura chamaram de "borda", "lado" ou "lateral". Os ângulos foram chamados pelos sujeitos de "cantos". A noção de paralelismo foi expressa pelos sujeitos como "... estão de lado, ...". A noção de congruência dos lados das figuras foi interpretada como "... mesmo tamanho...".

A forma como os sujeitos não reconheceram completamente as figuras e a verbalização incorreta de algumas propriedades de cada uma delas, pode ser um indicativo de que as estruturas cognitivas não foram bem formadas ou que essas estruturas necessitem de uma fundamentação mais aprofundada.

4.1.4 Momento de experimentação 4 (ME 4)

Essa oficina de aprendizagem (ME 4 - colagem de uma folha de papel A4 no quadro verde) nos mostrou que a noção de inclusão foi fundamental para a determinação da medida da superfície da folha de papel A4. O sujeito 4, após ter emprestado a peça do quadradinho do tangram para outro sujeito, utilizou as duas peças triangulares pequenas para formar um quadradinho e medir a folha de papel A4. O sujeito 4 levou um intervalo de tempo considerável para perceber que o produto das medidas (quantidade de quadradinhos) de um lado da folha pela quantidade do outro lado forneceria a quantidade total de quadradinhos inclusos na superfície da folha de papel A4. Os sujeitos 3, 8, 9, 10 e 12 perceberam que era suficiente contar o número de quadradinhos de cada lado da folha de papel A4 para, multiplicando essas quantidades, determinar quantos quadradinhos estavam inclusos na superfície da folha de papel. O sujeito 6 contou os números de quadradinhos, em uma fileira e depois verificou quantas fileiras estavam inclusas na folha de papel A4 (compreendeu posteriormente que significava multiplicar a medida de uma lado pela medida do outro lado não congruente da folha de papel). Os sujeitos 17 e 18 apresentaram certa dificuldade na medição da superfície da folha de papel A4 – a dificuldade consistiu em não perceber que bastava determinar a quantidade de quadradinhos que preenchiam cada lado não congruente da folha de papel e realizar a operação de multiplicação dessas medidas – os dois sujeitos preencheram todo o espaço da folha com a unidade de medida básica (quadradinho do tangram) e, ao término da medição, determinando a quantidade necessária para preencher totalmente a folha de papel A4, perceberam que se tratava de realizar o produto já mencionado.

Outro aspecto importante é que a maioria dos sujeitos não percebeu, por exemplo, que o quadradinho do tangram é formado pelos dois triângulos pequenos do tangram, podendo assim estabelecer um relação entre nas duas unidades de medida (o quadradinho e o triângulo menor).

4.1.5 Momento de experimentação 5 (ME 5)

Na atividade 2 observamos que os sujeitos 10, 8 e 17 acertaram a primeira questão – uma indicação de que a visualização (noção de inclusão) da unidade de medida estabelecida como metade da célula do papel quadriculado ou similar está bem definida ou em fase de construção. Com relação à segunda questão, o sujeito 8 acertou cinco (entre 6 alternativas propostas – considerou relativamente fácil a medição das peças do tangram usando o menor triângulo e o quadrado como unidade básica de medida). Os sujeitos 10 e 17 encontraram dificuldades para perceber que os dois triângulos menores correspondem à medida da peça do quadradinho do tangram, mas perceberam que o paralelogramo pode ser formado pelos dois menores triângulos. Pela observação da ação de medição realizada pelos referidos sujeitos, concluímos que a dificuldade principal foi a reorganização ou superposição das peças de medida em relação às outras peças do tangram. O sujeito 3 errou a primeira e a segunda questão, e demonstrou dificuldade no manuseio (a inclusão das peças de medida propostas nas peças maiores do tangram). O sujeito 3 afirmou ter cometido um erro na contagem da medida triangular da primeira questão – respondeu satisfatoriamente a primeira questão após a aplicação da avaliação. Os sujeitos 6, 12, 4 e 18 comentaram que cometeram o mesmo erro na contagem para menos – relatada também pelo sujeito3 – na primeira questão. Com relação à segunda questão, percebemos que a medição incorreta realizada pelos sujeitos 6, 12, 4 e 18, ocorreu nas peças maiores do tangram – uma indicação de possível falta de atenção na superposição das peças, uma vez que acertaram corretamente a medição nas peças menores.

Os resultados obtidos na atividade 3 mostraram falha na contagem e uma dificuldade em reorganizar espacialmente as unidades de medida estabelecidas às células do papel quadriculado ou similar e adequando-as de acordo com a necessidade. A observação do processo de medição indica que os sujeitos encontraram relativa facilidade na medição, mesmo cometendo erros na contagem das unidades de medida, realizaram uma associação satisfatória entre as unidades de medida básica estabelecida e a figura a ser medida.

4.1.6 Momento de experimentação 6 (ME 6)

Os sujeitos escolheram aleatoriamente a figura do tangram que seria medida por meio da face do cubinho (medida de área da superfície da peça do tangram, por falta e por excesso). Ao preencherem a superfície da peça escolhida com os cubinhos do material dourado, sem deixar partes dos cubinhos fora da peça considerada, perguntamos sobre a quantidade de lados dos cubinhos utilizados na tarefa (sempre evidenciando que se tratava da face do cubinho voltada para a peça do tangram). Todos, sem exceção, perceberam que bastava contar as faces superiores dos cubinhos utilizados e que faltavam partes a serem preenchidas na peça do tangram (medida da área da superfície da peça por falta). Em seguida, usando a mesma peça do tangram, preencheram de cubinhos de modo a cobri-la totalmente. Todos concluíram que havia partes demais ultrapassando a superfície da peça e determinaram a quantidade usada de faces dos cubinhos. Os registros foram realizados em uma tabela (figura 31) e questionamos um valor definitivo para a medida da área de cada peça usada (não podendo ser o valor por falta e por excesso, já que nas duas situações propostas não foi possível determinar com precisão essa medida), e o sujeito 6 foi o primeiro a sugerir uma medida da área da superfície de sua peça – escolheu um número que figurava entre a medida por falta e a medida por excesso, isto é, uma estimativa para a medida da área da superfície da peça escolhida. Os demais foram externando um valor para a área almejada dentro do intervalo de medida considerado. O sujeito 4 expressou que a medida encontrada representava "um tamanho mais ou menos igual", o que pode indicar que a noção de valor aproximado, de estimativa está em fase de construção. A interação com os demais sujeitos por meio do debate das soluções encontradas permitiu que compreendessem o que significava estimar um determinado valor diante da situação proposta. Para comprovar esse fato, os próprios sujeitos sugeriram, uns para os outros, o desafio de medirem outra peça (maior e igual para todos), com a comparação dos resultados encontrados. Alguns mostraram mais cuidado ao dispor os cubinhos na peça escolhida. Estimaram valores para a nova medida de área da nova superfície escolhida muito próximos uns dos outros. Os sujeitos ainda se colocaram acerca do que compreendiam sobre medir algo por falta e por excesso (cada um se pronunciou – conceito espontâneo) e o mediador reafirmou, ao final da atividade (ME 6), o significado da medida de uma superfície por falta e por excesso, segundo as considerações tecidas por Lima (1991) – uma adaptação ao nível dos sujeitos considerados.

4.1.7 Momento de experimentação 7 (ME 7)

Observamos que os sujeitos não apresentaram dificuldades em nomear os elementos percebidos em cada figura (lateral/lado, ponta/vértice, abertura/ângulo – conceitos espontâneos). Indagaram sobre a quantidade de propriedades que deveriam identificar, mas a orientação dada era de que teriam a liberdade para expor o que observassem no quadrado, triângulo, losango, paralelogramo, retângulo. A observação foi mediatizada pela fixação de figuras vermelhas (cor opcional) no quadro branco e pela manipulação das peças do tangram para o registro das propriedades percebidas inicialmente. A reprodução nos cadernos das figuras e os respectivos registros das propriedades nos forneceram condições para avaliar como os sujeitos visualizam as características de cada figura exposta. A socialização oral dos registros realizados (ou como cada um definiu as propriedades) nos forneceram subsídios para verificar em que ponto deveríamos intervir, no sentido de orientá-los quanto ao uso cientificamente correto dos termos ou propriedades das figuras. Ao final da atividade, percebemos uma satisfação nos semblantes, nos sorrisos e nas colocações sobre a prática realizada, que nos motiva muito mais a dar prosseguimento de ações pedagógicas desta natureza, em estudos futuros, fundamentados no aporte teórico adotado.

4.1.8 Momento de experimentação 8 (ME 8): avaliação 1 (zona de desenvolvimento proximal - ZDP)

Os sujeitos receberam a avaliação 1 e realizaram uma leitura inicial das situações propostas. Observamos pelas expressões faciais a insatisfação de alguns ou expectativa de outros em relação às situações colocadas como tarefa a ser realizada. Em seguida apresentamos a caixa de sapato (indagamos sobre o formato dos lados ou faces da caixa e revisamos propriedades das figuras identificadas) e cada sujeito teve a oportunidade de manipulá-la, na tentativa de estabelecer uma correspondência entre a forma da caixa e a figura na avaliação (Apêndice D).

Notamos que após a apresentação da caixa de sapato, as expressões faciais foram se modificando, tornando-se menos agressivas ou mais amigáveis (uma possível indicação de que a analogia entre o material manipulativo e o desenho na avaliação foi compreendida ou estava em fase de compreensão). Cada sujeito se empenhou para resolver as situações colocadas na avaliação, mediatizadas pelo material manipulativo e pelos desenhos. Analisaremos a avaliação (Apêndice D) e as respectivas soluções para cada questão proposta. Nas tabelas seguintes, a denominação de “acertos” significa que o item (questão) expressa o percentual dos sujeitos que obtiveram êxito em sua resolução; os “acertos parciais” expressam o percentual de sujeitos que acertaram parte do item (questão); o termo “erro” traduz o percentual de sujeitos que erraram o item (questão) e o termo “não fez” significa que o sujeito não respondeu ou “deixou em branco”.

Tabela 26 – Questão 5 (ADP 1)

Situação 1 – Questão 5 (por aluno)			
Acertos	**Acertos parciais**	**Erros**	**Não fez**
40%	40%	20%	0%

Fonte: Autor, 2012

A situação 1 (questão 5) consistiu em avaliar se as ideias de inclusão e cálculo de área estavam bem definidas ou em fase de construção. Os resultados na tabela 23 mostra-nos que 40% dos sujeitos acertaram essa questão e as resoluções apresentadas retratam que a visualização do piso ou cerâmica com a forma do quadrado facilitou o cálculo da medida da área desse piso. Quanto à noção de inclusão, ou seja, de que a medida de área encontrada estava contida na medida da área da sala, não foi tão simples. Parece-nos que um dos entraves para a plena compreensão da referida inclusão foi a operação de divisão, que foi realizada por alguns – uma possível indicação de que devemos desenvolver atividades que envolvam os conceitos de adição, subtração, multiplicação e quociente. Os “acertos parciais” totalizados em 40% descrevem que acertaram parte da questão, e as soluções encontradas mostram que o item (a), que expressa à medida da área de uma cerâmica quadrada foi relativamente compreendida, e não acertaram o item (b), que estabelece a ideia de inclusão de uma medida de área básica em uma superfície muito maior (apêndice B). O percentual de 20% traduz que uma quantidade reduzida de sujeitos errou a quinta questão – as resoluções mostraram que o cálculo da medida da área estava incorreto ou não houve a associação do piso quadrado com a figura de um quadrado, e, por conseguinte, a quantidade de pisos expressos no item (b) também não foi calculada ou o resultado incorreto decorreu do cálculo errôneo da medida da área do piso, como unidade básica.

Tabela 27 – Questão 7 (ADP 1)

Situação 2 – Questão 7 (por aluno)			
Acertos	**Acertos parciais**	**Erros**	**Não fez**
50%	20%	20%	10%

Fonte: Autor, 2012

A situação 2 (questão 7) consistiu em avaliar a compreensão das ideias de inclusão. O resultado na tabela 24 mostra-nos que 50% dos sujeitos acertaram essa questão e as resoluções apresentadas e os depoimentos mostram que a visualização da parede comparada com a lateral da caixa facilitou o cálculo da medida da área dessa parede. Quanto à noção de inclusão, de que a medida de área encontrada contém a unidade básica (10 m^2) foi mais simples devido a questão anterior).

Os “acertos parciais” totalizados em 20% descrevem que acertaram parte dessa questão, e as soluções encontradas mostram que o erro cometido foi referente ao processo de divisão. O percentual de 20% também traduz que uma quantidade reduzida de sujeitos errou a sétima questão – as soluções mostraram que o cálculo da medida da área da parede estava incorreto. Apenas um percentual de 10% não realizou cálculo algum por não compreender a noção de inclusão nessa questão e na anterior.

Tabela 28 – Questão 9 (ADP 1)

Situação 3 – Questão 9 (por aluno)			
Acertos	**Acertos parciais**	**Erros**	**Não fez**
30%	0%	70%	0%

Fonte: Autor, 2012

Tabela 29 – Questão 10 (ADP 1)

Situação 4 – Questão 10 (por aluno)			
Acertos	**Acertos parciais**	**Erros**	**Não fez**
10%	0%	70%	20%

Fonte: Autor, 2012

A situação 3 (questão 9) e a situação 4 (questão 10) consistiu em avaliar a compreensão do conceito de área, mediatizado pela caixa de sapato e pelo desenho no exercício proposto. O resultado na tabela 25 mostra-nos que 30% dos sujeitos acertaram essa questão 9 e as soluções apresentadas e os diálogos estabelecidos mostram que a mediação pelo material manipulativo facilitou o cálculo da medida da área das paredes da cozinha representada na figura. A grande maioria errou as questões 9 e 10 (tabelas 25 e 26) e a dificuldade relatada consistiu no cálculo incorreto da medida de área das paredes frontais ou laterais – mas a compreensão do cálculo em si foi verificada, em analogia com a caixa de sapato. Os 20% que não fizeram a questão 10 relataram que a dificuldade consistiu no cálculo da medida de área da porta e da janela (já que na questão anterior essas medidas já foram expressas e não associaram ao cálculo da medida da área de um retângulo). O debate de cada questão, no final da atividade e após a devolução de cada avaliação, oportunizou uma melhor compreensão do cálculo das áreas desejadas e da importância da aplicabilidade desse conceito, uma vez que as situações colocadas são perfeitamente possíveis de acontecer em nosso cotidiano.

A tabela a seguir mostra os itens ou questões com acertos, acertos parciais, erradas ou não respondidas pelos sujeitos (houve acerto total, outros acertaram parcialmente e ainda há apenas um sujeito que errou todas as questões propostas).

Tabela 30 – Resultado por sujeito e questão

Sujeitos	Questão 5	Questão 7	Questão 9	Questão 10
Sujeito 9	Acerto parcial	Errada	Errada	Errada
Sujeito 5	Acerto parcial	Acerto parcial	Acerto	Errada
Sujeito 18	Errada	Errada	Errada	Errada
Sujeito 13	Acerto parcial	Acerto parcial	Acerto	Errada
Sujeito 4	Acerto	Acerto	Acerto	Acerto
Sujeito 6	Errada	Acerto	Errada	Não fez
Sujeito 8	Acerto parcial	Não fez	Errada	Não fez
Sujeito 10	Acerto	Acerto	Errada	Errada
Sujeito 12	Acerto	Acerto	Errada	Errada
Sujeito 3	Acerto	Acerto	Errada	Errada

Fonte: Autor, 2012

4.1.9 Momento de experimentação 9 (ME 9): avaliação 2 (zona de desenvolvimento proximal - ZDP)

Os sujeitos receberam a avaliação 2 e realizaram uma leitura inicial das situações propostas (duas questões). Alguns alunos indagaram sobre a possibilidade de “separar” as figuras dadas. Na primeira questão, no item (a), alguns sujeitos ou alunos testaram várias “separações” a fim de visualizar a melhor partição para determinar as respectivas medidas de área; outros expressaram que sentiram dificuldades em particionar (visualizar as partições como figuras planas conhecidas – quadrado, triângulo, entre outras). No item (b) da mesma questão, após a solução do item (a), os alunos resolveram de forma direta, apresentando uma partição conveniente para o cálculo da área requerida. Na segunda questão, a figura foi particionada em um retângulo e dois quadrados (a questão anterior facilitou consideravelmente a resolução da questão posterior). A redução das figuras dadas em composição de figuras conhecidas, tais como quadrados, retângulos e triângulos, ficou mais evidente após a resolução do primeiro item da primeira questão. A parte algébrica da atividade foi realizada sem maiores complicações.

4.1.10 Momento de experimentação 10 (ME 10)

Alguns alunos apresentaram certa dificuldade na visualização da situação-problema que envolvia a pintura de uma parede. A maioria dos alunos encontrou relativa dificuldade em associar a quantidade de tinta usada por metro quadrado e a superfície da parede. Quanto à questão que envolvia a planta de um imóvel, os alunos recorreram ao piso da sala de aula para visualizar a questão. Alguns usaram as placas de cimento do piso da sala de aula para representar os cômodos apresentados na planta do imóvel.

Outros representaram no caderno os cômodos mencionados por retângulos separados e calcularam as respectivas áreas (as cerâmicas e carpetes). Outro aspecto importante foi o debate entre os alunos após a resolução individual, sem que o mediador ou professor estimulasse ou conduzisse a discussão sobre as questões. Os próprios alunos conduziram o debate sobre as questões (atuamos como meros observadores, atentos a intervir quando necessário).

4.1.11 Momento de experimentação 11 (ME 11)

Os alunos ou sujeitos não apresentaram dificuldades em desenhar regiões fechadas na folha de papel A4, e usaram lápis de cor para pintar as regiões desenhadas. Após cortarem as regiões pelos seus respectivos contornos, construíram os contornos, com canudos e massa de modelar, por superposição nas regiões desenhadas. Um fator importante foi a clara noção expressa pelos alunos do que significava “o tamanho da superfície” e o “tamanho do contorno”, conceituando satisfatoriamente o perímetro e a área. Alguns apresentaram algebricamente a medida da superfície (em centímetros quadrados) da região desenhada (triângulo, entre outras), utilizando uma régua para determinar as dimensões (em centímetros) da região em foco.

4.1.12 Momento de experimentação 12 (ME 12)

A utilização do tangram em vários momentos durante o processo de experimentação facilitou o manuseio para a realização desse momento de experimentação. Os alunos mencionaram a familiaridade do tangram com um quebra-cabeça e, pelo método das tentativas, construíram figuras planas de mesma área (mesma quantidade de peças) com perímetros diferentes. Relataram a facilidade de composição das figuras e apresentaram vários exemplos de figuras planas de mesma área com perímetros distintos. A maior dificuldade vivenciada foi apresentada na construção de figuras planas com mesmo perímetro e áreas distintas.

Nessa fase do momento de experimentação doze, foram mostradas pelos alunos várias estratégias para solucionar a situação-proposta, e por tentativa e erro, foram construindo figuras com mesmo perímetro e áreas diferentes. Usaram inicialmente, as peças maiores do tangram (o tamanho ofereceu uma melhor visualização espacial do problema, segundo alguns sujeitos). Alguns trabalharam somente com as peças menores, afirmando ser mais fácil a visualização. Outros usaram todas as peças do tangram para tentar solucionar a questão proposta. Em qualquer dos casos, percebemos que a utilização de material concreto (tangram) facilitou a compreensão das questões propostas; houve uma melhor interação entre os alunos; um respeito às escolhas do outro; uma permuta de pontos de vista; uma dedicação para a realização da atividade; não houve competição entre os alunos; entre outros aspectos).

4.2 Notas de campo

Ao longo do processo de experimentação apresentamos várias colocações feitas pelo alunado, em relação à noção de perímetro, de área, de aresta, entre outras. Apresentaremos outras colocações tão importantes quanto as que foram mencionadas anteriormente. Após a aplicação de cada momento de experimentação, participamos de um debate ou conversa informal com alguns alunos, e em outros momentos, com todos os alunos da turma, sobre a aplicabilidade das atividades, o que foi considerado fácil ou difícil ou que já se conhecia ou o que aprendeu. Na fala do alunado, encontramos: "... o tamanho do piso é diferente do tamanho da lateral da sala de aula ..."; "... sabendo as medidas dos lados é fácil calcular a área da figurinha ..."; "... não sei dizer o que é, mas sei o que é (sobre o perímetro)..."; "... na minha casa tem uma área de sete metros de largura por cinco metros de comprimento. O tamanho da "área" é de trinta e cinco metros quadrados."; "...e quantos metros de arame vou precisar para "arrodiar" (cercar) o terreno de minha avó?"; "... eu não sei isso, mas quero aprender."; "... não entendia sobre perímetro porque o professor só fazia cálculo ..."; " se tivesse mais tempo, eu me dedicaria mais (sobre o excessivo tempo de trabalho em um supermercado).”; entre outras.

4.3 Teste de Van Hiele (nível 2) e sua análise

Analisaremos a seguir as colocações registradas pelos alunos em relação ao teste de Van Hiele (nível 2) para averiguar se houve progressão do nível 1 para o nível 2 (deve-se obter no mínimo um percentual de 60% no teste para se configurar a progressão), segundo Nasser e Sant’anna (2010).

1ª questão - Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Tabela 31 – Percentuais referentes à primeira questão

Percentual de respostas à questão proposta		
Acerto	**Erro**	**Não fez**
30%	30%	40%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados obtidos na primeira questão mostraram que 30% dos alunos acertaram a referida questão, 30% dos alunos cometeram algum erro e 40% dos alunos não responderam esse item. Outro aspecto importante foi que exatamente três alunos responderam esse item com a indicação de não observância do termo “... **não** ...” expresso na primeira questão, e por isso cometeram o erro (externaram logo após o teste que não perceberam o “não” e verbalizaram a resposta correta – uma indicação de que a falta de atenção foi crucial nesse momento).

2ª questão - Dê 3 propriedades dos paralelogramos.

Tabela 32 – Percentuais referentes à segunda questão

Percentual de respostas à questão proposta				
Acerto total	**Acertou 2 ítens**	**Acertou 1 ítem**	**Errou**	**Não fez**
30%	20%	20%	20%	10%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados mostraram que na amostra de dez alunos, três alunos acertaram a segunda questão, dois alunos acertaram duas questões, dois alunos acertaram uma questão, dois alunos erraram tudo e um aluno não se pronunciou. A maioria dos alunos respondeu ao item satisfatoriamente.

3ª questão - Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º.

b) Um dos ângulos mede 90º.

c) Dois ângulos têm a mesma medida.

d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

Tabela 33 – Percentuais referentes à terceira questão

Percentual de respostas ao item proposto		
Acerto	**Erro**	**Não fez**
50%	40%	10%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados mostraram que 40% dos alunos erraram completamente ou parcialmente a resposta ao item proposto. Apenas 10% não responderam ao item e 50% respondeu satisfatoriamente a esse item. Alguns alunos (três) marcaram duas alternativas nesse item incorretamente.

4ª questão - Dê 3 propriedades dos quadrados.

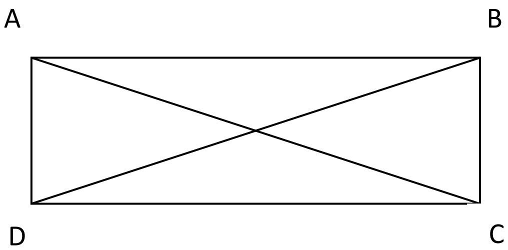
Tabela 34 – Percentuais referentes à quarta questão

Percentual de respostas à questão proposta				
Acerto total	**Acertou 2 ítens**	**Acertou 1 ítem**	**Errou**	**Não fez**
70%	0%	10%	10%	10%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados mostraram que a maioria expressou satisfatoriamente três propriedades dos quadrados. O percentual de erro e abstenção foi mínimo. Os alunos que acertaram esse item verbalizaram que as propriedades dos quadrados são mais fáceis de visualizar pelo fato de se apresentar em vários objetos na sala de aula (cerâmicas da parede e do piso, entre outros).

5ª questão - No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:



a) Têm 4 ângulos retos.

b) Têm lados opostos paralelos.

c) Têm diagonais de mesmo comprimento.

d) Têm os lados iguais.

e) Todas são verdadeiras.

Tabela 35 – Percentuais referentes à quinta questão

Percentual de respostas à questão proposta				
Acerto total	**Acertou 2 itens**	**Acertou 1 ítem**	**Errou**	**Não fez**
30%	30%	20%	20%	0%

Fonte: Autor, 2012

Os resultados mostraram que todos responderam à questão proposta e que apenas 20% dos alunos apresentaram respostas erradas. Em geral, dos dez alunos submetidos ao teste de Van Hiele (nível 2), sete alunos apresentaram percentuais acima do 60% requeridos para progressão de nível, segundo Nasser e Sant’anna (2010), isto é, quatro alunos apresentaram percentuais de 63,63%; dois alunos apresentaram percentuais de 81,81%; um aluno apresentou percentual de 72,72%; um aluno um percentual de 18,18%; um aluno com percentual de 45,45% e um aluno com percentual de 9.09% de aproveitamento no teste de Van Hiele (nível 2).

4.4 Entrevista II (Questionário Q2) e sua análise (Apêndice H)

A Entrevista II (Questionário Q2) foi realizada após o período de experimentação e da aplicação do teste de Van Hiele (nível 2), a fim de se verificar se as expectativas apresentadas na primeira entrevista (no início do trabalho) foram correspondidas ou concretizadas. Foram utilizadas duas aulas para a aplicação do Questionário Q2 na Entrevista II com os sujeitos da pesquisa. A seguir apresentamos um resumo da análise da Entrevista II (Questionário Q2).

Tabela 36 – Entrevista II (Questionário Q2)

Entrevista II (Questionário Q2) - RESUMO	
1ª questão - Você gostou de estudar o conceito de área e os tópicos relacionados utilizando material concreto, tais como material dourado (cubinhos), massa de modelar, canudos, recorte, etc? Sim ( ) Não ( ). Dê um motivo para sua resposta sim ou não!	100% expressou a satisfação de estudar o conceito de área usando material concreto. Não externaram um motivo específico além da facilidade de aprender com uso de material manipulativo.
2ª questão - Você sabe o nome dessas figuras (as figuras apresentadas foram: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo e trapézio)?	66,66% apresentaram respostas satisfatórias.
3ª questão - Observando as figuras da questão anterior, descreva algumas de suas propriedades.	55,55% dos alunos acertaram; 33,33% dos alunos erraram e 11,11% não responderam ao item.
4ª questão - Você sabe calcular a área de um triângulo cuja base mede 5 cm e a altura mede 8 cm? Faça o cálculo!	88,88% responderam satisfatoriamente ao item e 11,11% não respondeu ao referido item.
5ª questão - Você gostou de participar como voluntário na pesquisa intitulada "**O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VAN HIELE**"? Sim ( ) Não ( ). Por quê?	100% de respostas positivas e 0% de respostas negativas.
6ª questão - Você gostaria de continuar estudando no próximo ano os conteúdos (assuntos) escolares usando materiais como os que foram usados neste ano?	100% de respostas positivas.
7ª questão - Observações	55,55% expressaram agradecimentos; 11,11% não responderam; 33,33% de abstenções.

Fonte: Autor, 2012

REFLEXÕES FINAIS

Em nossas reflexões finais, devemos considerar vários aspectos fundamentais no desenvolvimento desse trabalho (análise das aulas dadas, tempo de experimentação, entre outros). Analisando as aulas dadas durante a experimentação, verificamos alguns fatores favoráveis e desfavoráveis que podem nortear futuras práticas pedagógicas e suas respectivas estratégias acerca da temática proposta.

Os principais fatores favoráveis na experimentação foram o uso de material manipulativo que facilitou a apropriação do conhecimento sobre o conceito de área; a dedicação dos alunos na realização das oficinas de aprendizagem (os momentos de experimentações – ME); a afetividade entre professor/aluno e aluno/aluno; o incentivo simples e constante ao aluno a cada etapa concretizada; a aplicação das atividades fundamentadas em um aporte teórico bem definido (construtivismo de Vygotsky e o modelo de Van Hiele).

Os principais fatores desfavoráveis na experimentação foram as paralisações na Rede Municipal de Ensino; a ausência de alguns alunos em face de empregos temporários; faltas sucessivas; problemas de saúde de alunos e do professor, entre outros.

O período estimado para a experimentação foram os meses de maio e junho do ano de 2011. No entanto, a greve no Sistema Público Municipal de Ensino de Maceió; a obtenção de empregos temporários por alguns alunos; transferências para outro município; doenças entre outros fatores contribuíram para a extensão do período de experimentação que iniciou em maio e terminou em novembro do ano de 2011.

A presente pesquisa oportunizou ao professor-pesquisador estudar e desenvolver uma sequência didática (o produto educacional) sobre a temática-foco (o conceito de área) como uma alternativa pedagógica para o tratamento desse objeto de estudo no sexto ano do Ensino Fundamental, fundamentada nos aportes teóricos do construtivismo de Vygotsky e do modelo de Van Hiele (uma contribuição para a formação individual do professor e produção do conhecimento). A mediação, um dos marcos teórico difundido por Vygotsky, mostrou-se uma ferramenta importante no processo de apropriação do conhecimento sobre área. Os momentos de experimentação (ME) que formaram a sequência didática (o produto educacional) podem oportunizar aos professores e/ou pesquisadores uma alternativa de trabalho que pode ser adaptada de acordo com a realidade de cada unidade escolar ou oferecer a possibilidade de reflexão acerca da abordagem do objeto de estudo em questão (contribuição coletiva). Acreditamos que a teoria de Vygotsky e o estudo do modelo de Van Hiele no tratamento do desenvolvimento do pensamento geométrico é uma ferramenta poderosa para a prática pedagógica do professor. Um exemplo da visualização da aplicabilidade do estudo realizado foi constatado quando um dos alunos relatou o uso do conceito de área estudado para assoalhar o piso de um ambiente em sua residência, a partir das medidas do comprimento e da largura do piso (em metros), e da medida da cerâmica que desejava assentar (30X30 cm). As medidas do comprimento e largura e o reconhecimento da forma do piso possibilitou a determinação da medida da área do piso (em metros quadrados); e a medida da cerâmica (30X30 cm) permitiu a identificação do número de cerâmicas, aproximadamente, necessárias para assoalhar o piso.

È importante ressaltar os fundamentos éticos que permearam nossa prática educacional na realização dessa pesquisa. Esses fundamentos (a moral e a ética) foram cruciais no desenvolvimento de cada momento de experimentação (ME), isto é, em todos os ME as relações professor/aluno e aluno/aluno foram pautadas na justiça; na generosidade; no respeito ao parecer do outro; na cooperação; na partilha de saberes; na integração dos sujeitos ou alunos; entre outros aspectos.

Confrontando as análises anteriores e posteriores à experimentação, observamos inicialmente que os sujeitos ou alunos apresentavam conhecimento mínimo ou totalmente desconhecido acerca das estruturas geométricas relacionadas ao estudo em questão (quadrado, retângulo, triângulo, perímetro, área entre outras). Posteriormente ao período de experimentação, os sujeitos ou alunos mostraram, em sua maioria, que desenvolveram ou aprimoraram habilidades necessárias para resolver determinados problemas envolvendo os conceitos de perímetro e de área (percepção espacial ou reconhecimento geométrico das figuras planas do estudo; compreensão dos conceitos de perímetro e área; entre outros); noção da importância da partilha de saberes; de cooperação, entre outros aspectos cognitivos. A proposta de construir situações-problema que envolvesse momentos do cotidiano dos alunos foi parcialmente contemplada, pois, trabalhamos problemas que expressavam assoalhamento de um piso; pintura de paredes (cotidiano de um pedreiro ou servente de pedreiro – alguns alunos exercem essa profissão). Entretanto, é possível e recomendável que se efetue um levantamento mais específico sobre as atividades profissionais dos alunos e que se desenvolvam atividades que tratem da aplicabilidade do conceito de área associado a essas ações profissionais. O professor assume um papel fundamental na formação do sujeito ou aluno, pois, declara sua convicção ou suas ideias; seu compromisso profissional e pessoal; e às vezes, assume a função de pai ou mãe, psicólogo, filósofo ou amigo. A função professoral, no século XXI, é ensinar os alunos a refletir, questionar, aprender a fazer uma leitura da realidade circundante (e do recurso tecnológico) para construírem suas próprias opiniões, buscando uma conscientização ecológica e uma melhor qualidade de vida. Devemos, ao longo de nossa história profissional, levar em conta o elogio ao esforço do aluno; respeitar seus valores e se possível, oportunizar a apropriação de outros valores; mostrar para os alunos que podemos ter uma existência feliz, vivendo com amor; fraternidade; uma vida nobre, capaz de realizar seus sonhos.

REFERÊNCIAS

BARASUOL, F. F. **A matemática da pré-história ao antigo Egito**. UNIrevista. v. 1, n. 2, abr., 2006.

BIANCHINI, E. **Matemática**: 6º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria Normativa nº 07 de 22 de junho de 2009. Dispõe sobre o mestrado profissional no âmbito da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 23 jun. 2009.

BUSHAW, D. et al. **Aplicações da matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia didática**: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. ZETETIKÉ, Campinas: UNICAMP, v.13, n. 23, p. 87, jan./jun. 2005.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**: 6º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

FACCO, S. R. **Conceito de área**: uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**: 6º ano, 5. série - São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática).

GOMES, N. A; SALVADOR, J. Á E depois da elaboração de um produto educacional? In: ENCONTRO DA REDE DE PROFESSORES, PESQUISADORES E LICENCIANDOS DE FÍSICA E DE MATEMÁTICA, 2., 2010. São Carlos. **Participantes**. Disponível em: <http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E3_gomes_TC.pdf>. 2010. Acessado em 13 ago. 2011.

HAMAZAKI, A. C. O ensino da geometria sob a ótica dos Van Hiele. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004. Recife. **Anais**.... Recife: UFPE, 2004.

LEODORO, M. P; BALKINS, M. A. A. S. Problematizar e participar: elaboração do produto educacional no mestrado profissional em ensino. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 2., 2010. **Anais**... Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens_Fis/art84.pdf>. Acessado em: 13 ago. 2011.

LIMA, E. L. **Medida e forma em geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991. (Coleção do Professor de Matemática).

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista -** Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 3, n. 4 – 13, jan./jun. 1995.

MATRIZES curriculares para o ensino fundamental: 5ª a 8ª série. Maceió: Secretaria Municipal de Educação, 2. ed. Maceió, 2005. v. 2.

MORACO, A. S. C. T. **Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do ensino médio**. Dissertação. 2006. (Mestrado em Educação para a Ciência : Ensino de Ciências) – Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Bauru, 2006.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências**. Porto Alegre, 2009. (Coletânea).

MORETTO, V. P. **Planejamento**: planejando a educação para o desenvolvimento de competências. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

______. **Prova**: um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas. 9. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2010.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 9. ed. Campinas: Papirus, 1997.

NARVAZ, M. B. et al. **A geometria das dobraduras**: trabalhando o lúdico e ressignificando saberes. 2005. Disponível em: < http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucho_Ed_Matem/cientificos/CC03.pdf>. Acessado em: 2 jun. 2010.

NASCIMENTO, E. C. **O desenvolvimento do pensamento geométrico em ambiente interativo utilizando o origami**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal Pará, Belém, 2008.

NASSER, L; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

OLIVEIRA, F. F. de. **Origami**: matemática e sentimento. Disponível em: < http://educarede.homedns.org/educa/img_conteudo/File/CV_132/2004-10-18_-_Origami-Matem_tica_e_sensibilidade1.pdf >. 2004. Acessado em: 4 jun. 2010.

PERROTTA, R. C; PERROTTA, S. G. M. Considerações sobre o ensino de área e perímetro. **Dialogia**, São Paulo, v. 4, p. 81-88, 2005.

PIRES, C. M.C; CAMPOS, T. M. M; CURI, E. **Transformando a prática das aulas de matemática**. São Paulo: PREM, 2001. (Biblioteca PROEM).

PITOMBEIRA, J. B. Os elementos de Euclides. **Caderno da RPM**, v. 5, n. 1, 1994.

PROGRAMA Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Matemática: caderno de teoria e prática 3 - TP3: matemática nas formas geométricas e na ecologia.Brasília, DF: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, 2008.

SILVA, N. P.S; SOUZA, M. C. Produtos educacionais no ensino de matemática: uma ferramenta auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. In: ENCONTRO DA REDE DE

PROFESSORES, PESQUISADORES E LICENCIANDOS DE FÍSICA E DE MATEMÁTICA, 2., 2010. São Carlos. **Participantes**. Disponível em: <http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E1_Silva_IC.pdf>, 2010. Acessado em: 2 ago. 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TESTE PILOTO 2

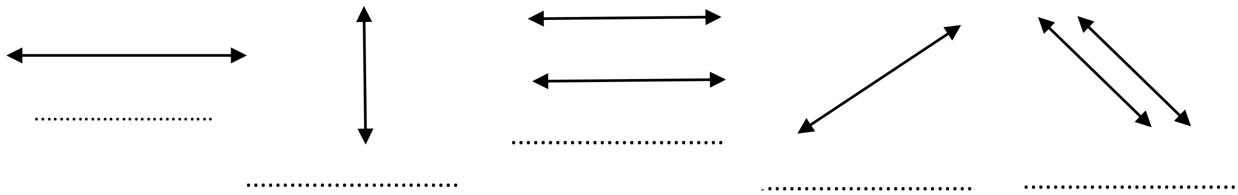
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

TESTE PILOTO 2

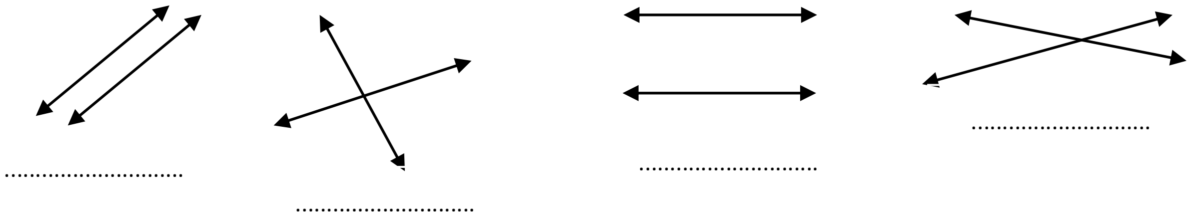
Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. No espaço abaixo, desenhe uma reta.

2. Identifique (classifique) as retas a seguir quanto à posição (horizontal, vertical e inclinada):



3. Identifique (classifique) as retas em paralelas ou concorrentes:

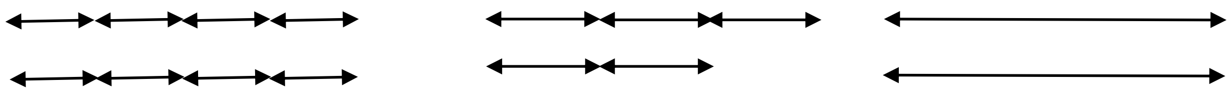


4. No espaço abaixo, desenhe uma semirreta.

5. No espaço abaixo, desenhe um segmento de reta.

6. As curvas podem ser abertas ou fechadas. Desenhe uma curva aberta e uma curva fechada.

7. De acordo com as figuras abaixo, identifique os segmentos congruentes.



a) b) c)

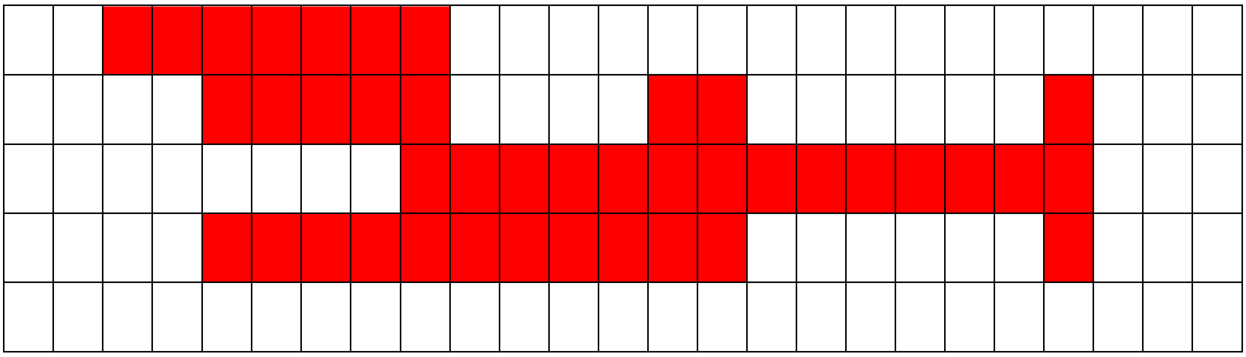
APÊNDICE B - ATIVIDADE 2 (ZONA DE DESENVOLVIMENTO REAL)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

Atividade 2 (Zona de Desenvolvimento Real)

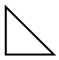
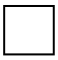
Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. Utilizando a unidade de medida  verifique quantos triângulos escuros estão presentes na figura a seguir.



Número de triângulos escuros: ....

2. Complete a tabela a seguir, medindo as **áreas** das peças do TANGRAM, usando como unidades de medida o triângulo pequeno e o quadrado.

Unidade / Figura		
Triângulo pequeno	1	
Triângulo médio		
Triângulo Grande		
Quadrado		1
Paralelogramo		
Quadrado original (7 peças)		

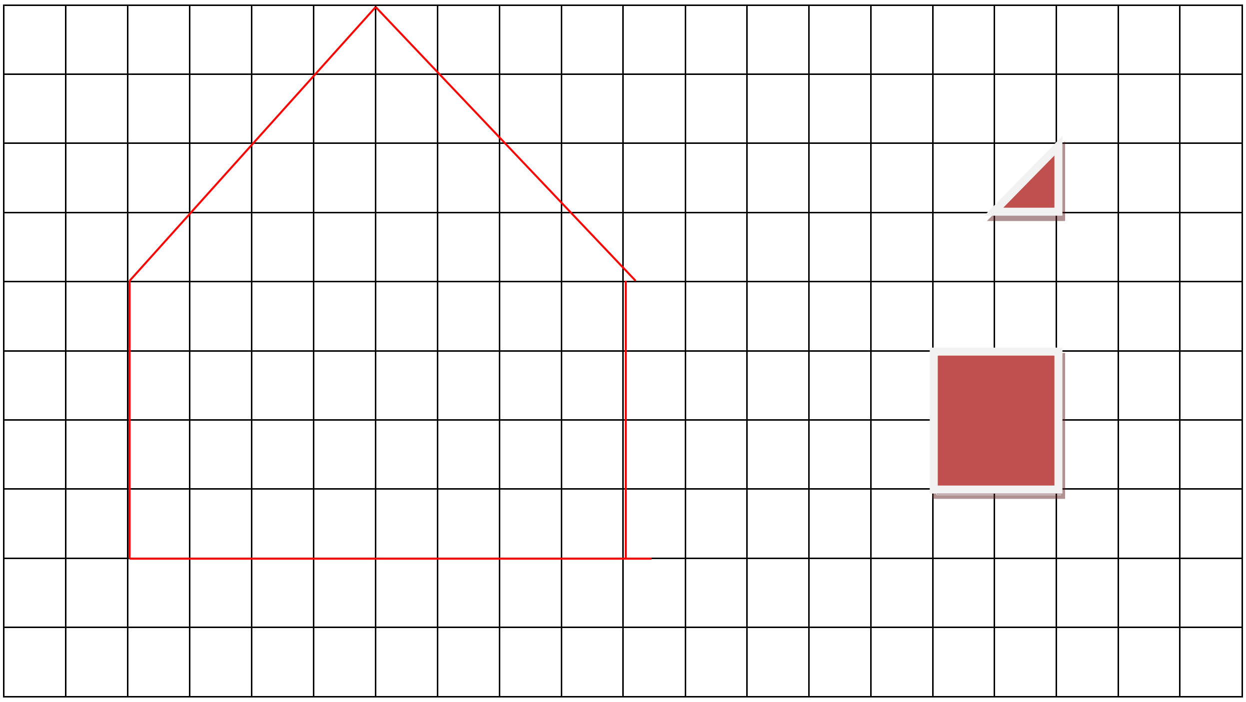
APÊNDICE C - Atividade 3 (Zona de Desenvolvimento Real)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

Atividade 3 (Zona de Desenvolvimento Real)

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. Utilizando as unidades de medida representadas a seguir, determine a área de cada figura contornada de vermelho..



Área da figura

APÊNDICE D – AVALIAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

AVALIAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL 1

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

As situações a seguir foram retiradas do livro-texto JUNIOR, JRG, CASTRUCCI, B. A conquista da Matemática. 6º ano – Edição renovada – (Coleção a conquista da matemática) - São Paulo: FTD, 2009.

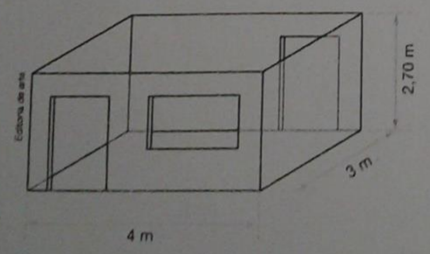
5. Um piso quadrado de cerâmica tem 15 cm de lado.

a) Qual é a área desse piso?

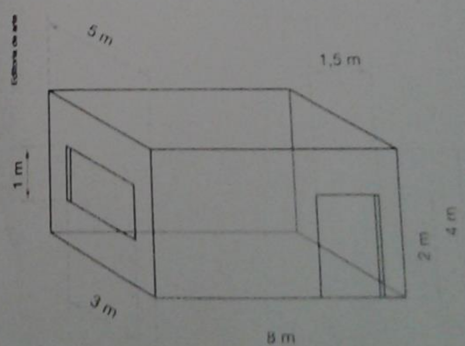
b) Quantos pisos são necessários para assoalhar uma sala de 45 m^2 de área?

7. Uma parede tem 8 m de comprimento por 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m^2 de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar toda essa parede?

9. Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir até o teto as quatro paredes de uma cozinha com as dimensões da figura a seguir? Sabe-se, também, que cada porta tem 1,60 m^2 de área, e a janela tem uma área de 2 m^2.



10. Querendo pintar as quatro paredes e o teto de uma sala, com as dimensões da figura seguinte, e sabendo que cada lata de tinta permite pintar 40 m^2, quantas latas de tinta terei de usar?



APÊNDICE E – AVALIAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

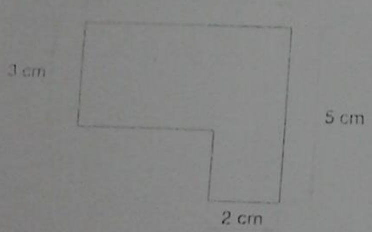
AVALIAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL 2

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

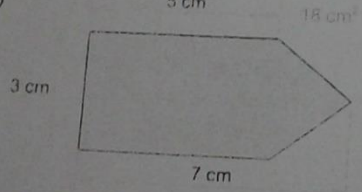
As situações a seguir foram retiradas do livro-texto JUNIOR, JRG; CASTRUCCI, B. A conquista da Matemática. 6º ano – Edição renovada – (Coleção a conquista da matemática) - São Paulo: FTD, 2009.

1. Determine a área de cada figura.

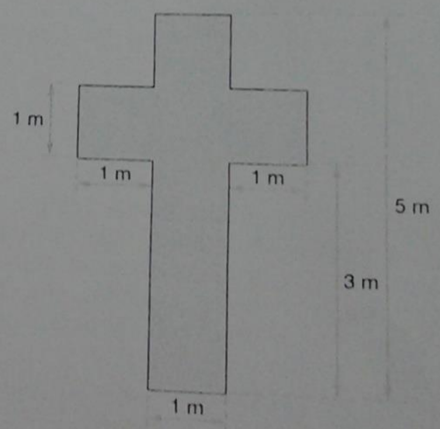
a)



b)



2. Um marceneiro deve fazer uma cruz como a da figura. Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para realizar o trabalho?



APÊNDICE F – AVALIAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL 3

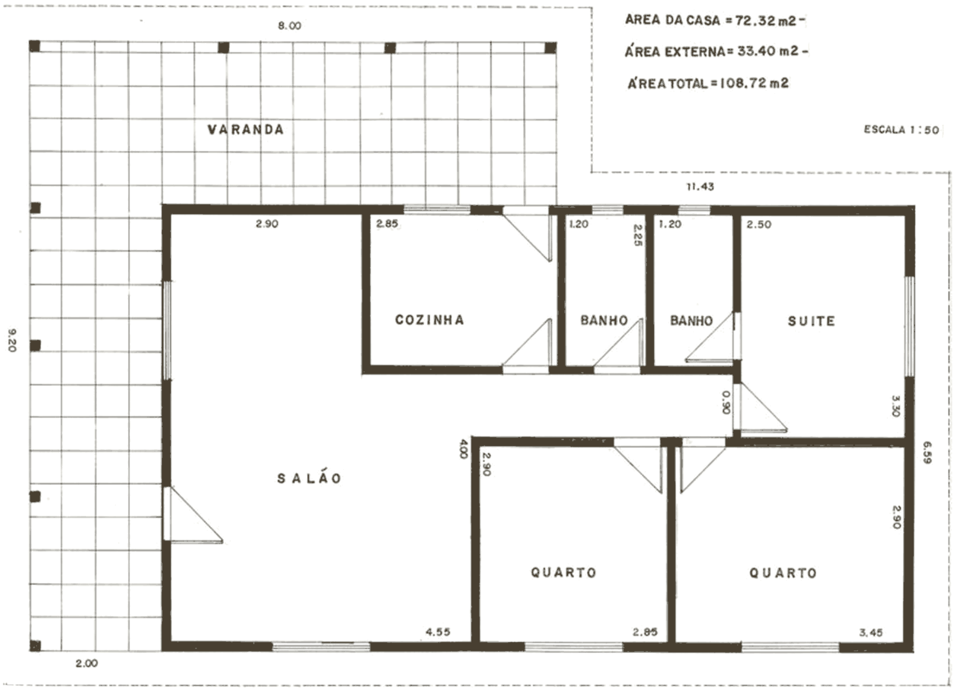
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

Avaliação de Desenvolvimento Proximal 3

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. Uma parede tem 6m de comprimento por 2,25 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m^2 de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar toda essa parede?

2. Observe a planta de uma casa mostrada a seguir.



Fonte: http://blog.mcsx.net/projetos-plantas-de-casas-para-download/

a) Quantos metros quadrados de cerâmica são necessários, no mínimo, para cobrir o piso da suíte?
b) Quantos metros quadrados de carpete são necessários para cobrir o piso dos dois quartos?
c) Qual o preço da casa sabendo-se que o metro quadrado custa R$ 600,00?

APÊNDICE G – ENTREVISTA I (QUESTIONÁRIO Q1)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

ENTREVISTA I - QUESTIONÁRIO Q1 - SELEÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

IDENTIFICAÇÃO:

Nome:____
Idade: ______ Sexo: M ( ) F ( ) Ano: _______ Bairro:______________________________
Endereço:____
____
____

INFORMAÇÕES EDUCACIONAIS

1. Você já estudou geometria alguma vez? ( ) Sim ( ) Não. Por quê? Se não estudou geometria gostaria de estudar? ( ) Sim ( ) Não. Por quê?
____
____
____

2. Você gosta/adora geometria? ( ) Sim ( ) Não ( ). Por quê?
____
____
____

3. Em qual ano ou série você estudou geometria pela primeira vez?
____
____

4. Você gostava da maneira como o professor ensinava geometria? ( ) Sim ( ) Não. Por quê?
____
____
____
____
____

5. Você tem alguma dificuldade em estudar geometria? ( ) Sim ( ) Não. Qual é essa dificuldade?
____
____
____
____

6. Seus pais ou responsáveis (sua família) incentivam você nos estudos? ( ) Sim ( ) Não. Se não Por quê?

7. Como é o lugar que você mora ou reside?

8. Além de estudar você desenvolve outra(s) atividade(s) no seu cotidiano? ( ) Sim ( ) Não. Qual?

9. Você mora com seus pais ou responsáveis? ( ) Sim ( ) Não. Se não, por quê?

10. O que te motivou a participar dessa entrevista?

11. Você já ouviu falar na palavra "área"? ( ) Sim ( ) Não. Se não, passe para a questão 13.

12. O que você entende por "área"? Dê um significado para a palavra "área".

13. Você gostaria de participar da pesquisa sobre "o conceito de área" durante os meses de maio e junho de 2011? ( )Sim ( ) Não. Por quê?

APÊNDICE H – ENTREVISTA II (QUESTIONÁRIO Q2)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

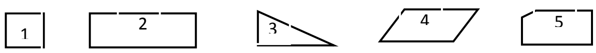
ENTREVISTA II - QUESTIONÁRIO Q2

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. Você gostou de estudar o conceito de área e os tópicos relacionados utilizando material concreto, tais como trena, origami, etc? Sim ( ) Não ( ). Dê um motivo para sua resposta sim ou não!

....
....
....

2. Você sabe o nome dessas figuras?



....
....
....

3. Observando as figuras da questão anterior, descreva algumas de suas propriedades.

....
....
....

4. Você sabe calcular a área de um triângulo cuja base mede 5 cm e a altura mede 8 cm? Faça o cálculo!

....
....
....
....

5. Você gostou de participar como voluntário na pesquisa intitulada “O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA NO SEXTO ANO NOTURNO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DIDÁTICA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VAN HIELE”? Sim ( ) Não ( ). Por quê?

....
....

....
....

6. Qual foi a motivação para participar dessa entrevista?

....
....

7. Observações

....
....
....

ANEXOS

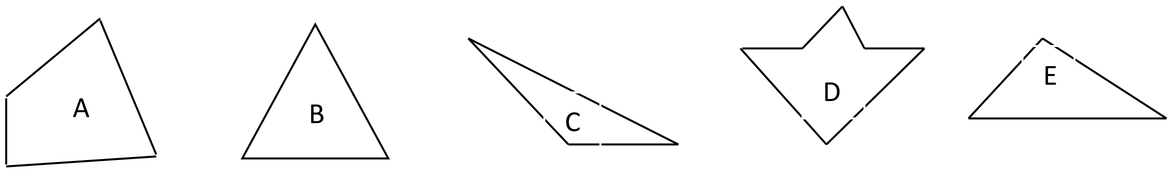
ANEXO A – TESTE PILOTO 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

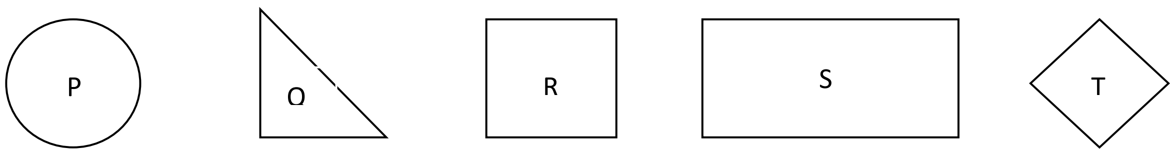
TESTE DE VAN HIELE - NÍVEL 1 (BÁSICO) - TESTE PILOTO 1

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

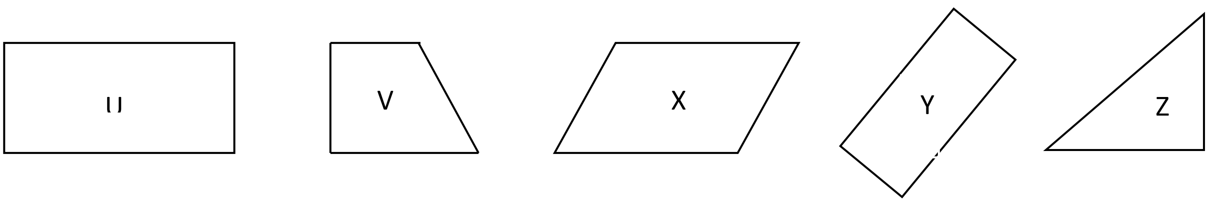
1. Assinale o(s) triângulo(s):



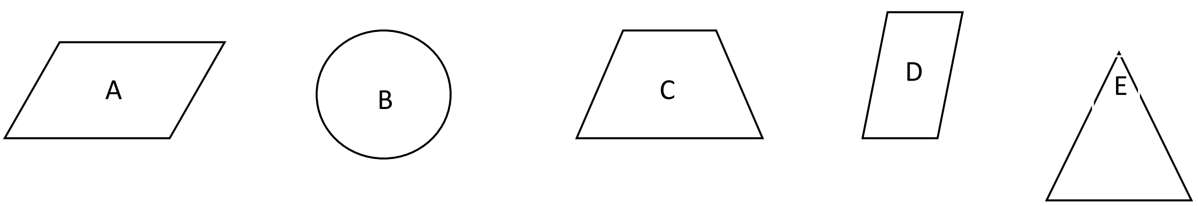
2. Assinale o(s) quadrado(s):



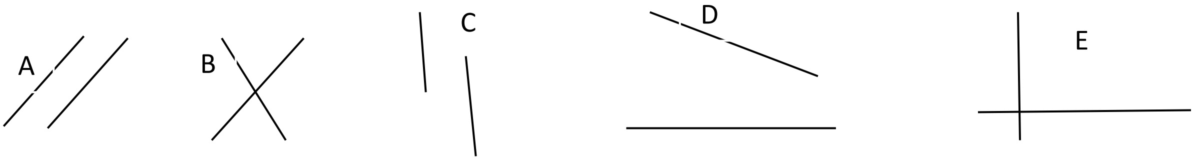
3. Assinale o(s) retângulo(s):



4. Assinale o(s) paralelogramo(s):



5. Assinale os pares de retas paralelas:



Nível 1 (básico)	S N

ANEXO B – TESTE DE VAN HIELE - NÍVEL 2

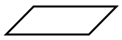
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECIM
PREFEITURA MUNICIPAL DE MACEIÓ

TESTE DE VAN HIELE - NÍVEL 2

Nome: .... Ano/Turma: .... Idade: ....

1. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

2. Dê 3 propriedades dos paralelogramos:



a) ....

b) ....

c) ....

3. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa **verdadeira** sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º.

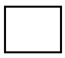
b) Um dos ângulos mede 90º.

c) Dois ângulos têm a mesma medida.

d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

4. Dê 3 propriedades dos quadrados:

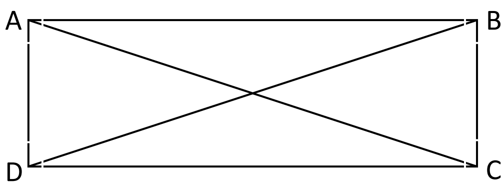


a) ....

b) ....

c) ....

5. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de **diagonais**. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:



a) Têm 4 ângulos retos.

b) Têm lados opostos paralelos.

c) Têm diagonais de mesmo comprimento.

d) Têm os lados iguais.

e) Todas são verdadeiras.

Nível 2	S N