UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA MATÉRIA CONDENSADA
DOUTORADO

CLEBERSON RODRIGUES ALVES

AUTORRECONFIGURAÇÃO DE UM CAMPO DE “SPECKLE”: TEORIA, EXPERIMENTO E APLICAÇÕES

Maceió
2016

CLEBERSON RODRIGUES ALVES

AUTORRECONFIGURAÇÃO DE UM CAMPO DE “SPECKLE”: TEORIA, EXPERIMENTO E APLICAÇÕES

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física Matéria Condensada do ao Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Jorge da Silva Fonseca

Co-orientador: Prof. Dr. Alcenísio José de Jesus Silva

Grupo de Pesquisa: Óptica e Nanoscopia

Maceió

2016

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

A474a Alves, Cleberson Rodrigues.
Autorreconfiguração de um campo de "speckle": teoria, experimento e aplicações / Cleberson Rodrigues Alves. – 2016.
95 f. : il.

Orientador: Eduardo Jorge da Silva Fonseca
Coorientador: Alcenísio José de Jesus Silva
Tese (Doutorado em Física da Matéria Condensada) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2016.

Bibliografia: f. 90-95.

1. Coerência óptica. 2. Speckle. 3. Espalhamento óptico. 4. Vórtices ópticos. 5. Imagem correlacionada. I. Título.

CDU: 535.36

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Física
Programa de Pós Graduação em Física

BR 104 km 14. Campus A.C. Simões
Cidade Universitária
Tabuleiro dos Martins
57072-970 Maceió - AL. Brasil
FONE : (82) 3214-1423/FAX 3214-1645

PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE

TESE DE DOUTORADO

"Autorreconfiguração de um Campo "Speckle": Teoria, Experimento e Aplicações"

por

Cleberson Rodrigues Alves

A Banca Examinadora composta pelos professores Eduardo Jorge da Silva Fonseca, (orientador), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Alcenísio José de Jesus Silva (co-orientador), Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Paulo Cesar de Oliveira, da Universidade Federal da Paraíba, André de Lima Moura, da Universidade Federal de Alagoas – Campus Arapiraca, Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, e Artur da Silva Gouveia Neto, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas consideram o candidato **aprovado com grau** A.

Maceió, 15 de dezembro de 2016

Prof. Dr. Eduardo Jorge da Silva Fonseca

Prof. Dr. Alcenísio José de Jesus Silva

Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira

Prof. Dr. André de Lima Moura

Prof. Dr. Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho

Prof. Dr. Artur da Silva Gouveia Neto

Aos meus pais.

(in memoriam)

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e presença constante.

Aos meus pais (*in memoriam*), pelos ensinamentos, pelos exemplos de vida, pela formação dada, por tudo que sou. A vocês, minha dívida eterna e a certeza do reencontro. Amarei-os eternamente.

Ao meu filho Luiz Carlos, por ter aprendido, com muita sabedoria, a lidar com a ausência do pai. Amo você.

Ao meu irmão Carley e minha cunhada Márcia, pela presença e incentivos. Muito obrigado.

A minha irmã Carianne, pelo apoio e por ter acreditado em mim.

A toda minha família, que de alguma forma contribuiu para este momento.

A minha querida Josi, por ter acreditado, pela paciência, pela presença diária, mesmo estando distante. A você, meu muito obrigado. Que esse agradecimento seja estendido a toda sua família.

Ao amigo matemático Douglas, pela ajuda e empenho dispensados no início dessa jornada.

Ao professor Ivanor Nunes, da UESB, pela motivação, incentivo e ensinamentos.

Ao professor Eduardo Fonseca, pela orientação, conselhos e grandes ensinamentos. A você serei eternamente grato.

Ao professor, Alcenísio, pela co-orientação, ensinamentos e companheirismo. Muito obrigado.

Aos amigos Weslley, Carlos Henrique, Leônidas, Jefferson, Geovana, Samuel, Juarez, e tantos outros, pelos momentos de conversas e companheirismo.

Aos colegas de grupo, especialmente a Ana pela disponibilidade.

Aos professores e funcionários do Instituto.

A todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

Ao CNPQ e a CAPES pelo apoio financeiro dispensado.

“Embora ninguém possa voltar atrás e fazer um novo começo, qualquer um pode começar agora e fazer um novo fim.”

(Chico Xavier)

RESUMO

Nesta tese de doutorado exploramos, através de diversos experimentos e abordagens teóricas, a habilidade que um campo de “speckle” possui de recuperar sua seção transversal de intensidade após cruzar um obstáculo opaco. A esta habilidade damos o nome de propriedade de autorreconfiguração. Investigamos este efeito observando desde a influência do comprimento de coerência espacial na distância de reconfiguração, até possíveis aplicações envolvendo transmissão de imagem. Iniciamos a tese apresentando o fenômeno de “speckle” para depois mostrar como o seu campo consegue se autorreconfigurar após cruzar obstáculos. Dando sequência, discutimos a influência do comprimento de coerência espacial dos “speckles” na distância de reconfiguração do padrão. Verificamos que esta distância depende linearmente do comprimento de coerência e do tamanho da obstrução. A seguir, mostramos que é possível recuperar uma imagem incorporada a um campo de “speckle” , após a mesma atravessar obstáculos. Usamos os parâmetros da visibilidade e similaridade para avaliar a imagem recuperada. Na sequência, estudamos a robustez de um vórtice de coerência. Usamos a propriedade de autorreconfiguração dos “speckles” e verificamos que o vórtice de coerência consegue preservar sua fase após cruzar obstáculos, provando a inesperada robustez dos vórtices de coerência. Dando continuidade aos estudos do vórtice de coerência, nós mostramos que a área da seção transversal de tal vórtice possui dependência linear com sua carga topológica efetiva. Verificamos que, dentro de uma configuração específica, é possível determinar a carga topológica efetiva de um vórtice de coerência a partir do conhecimento da área da sua seção transversal.

Palavras-Chave: Coerência óptica. “Speckle”. Espalhamento óptico. Imagem correlacionada. Vórtices ópticos.

ABSTRACT

In this doctoral thesis we explored, through various experiments and theoretical approaches, the ability that a "speckle" field has to recover its cross-section intensity after crossing by an opaque obstacle. To this ability we call self-reconfiguration property. We investigated this effect by observing from the influence of the spatial coherence length on the reconfiguration distance, to possible applications involving image transmission. We start the thesis presenting the phenomenon of "speckle" and then show how its field can self-reconfigure after crossing obstacles. Continuing, we discuss the influence of the spatial coherence length of the "speckles" in the reconfiguration distance of the pattern. We found that this distance is linearly dependent on the coherence length and the obstruction size. Further, we show that it is possible to recover an image embedded in a "speckle" field, after it crosses obstacles. We use the parameters of visibility and similarity to evaluate the recovered image. In the sequence we have studied the robustness of a coherence vortex. We use the self-reconfiguration property of the "speckles" and found that a coherence vortex can preserve its phase after crossing obstacles, proving the unexpected robustness of the coherence vortices. Continuing the studies of the coherence vortex, we show that the cross-section area of such vortex has linear dependence with their effective topological charge. We found that, within a specific setting, you can determine the effective topological charge of a coherence vortex from the knowledge of the area of its cross-section.

Keywords: Optical Coherence. “Speckle”. Optical scattering. Correlated image. Optical vortices.

LISTA DE FIGURAS

LISTADE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO GERAL

Ao sofrer um espalhamento aleatório, durante a propagação, uma onda de luz tem sua frente de onda fortemente distorcida, criando o chamado padrão de "speckle" [1]. Visto por muito tempo apenas como um fenômeno de ruído, atualmente o espalhamento óptico tem atraído atenção de muitos pesquisadores, tornando-se um campo de pesquisa rico. Por exemplo, espalhamento desordenado tem sido usado para melhorar o foco da luz e resolução de imagem [2-6]. Imageamento não invasivo de um objeto fluorescente foi realizado através do uso de meios fortemente espalhadores [7], com potencial aplicação em imageamento biomédico [8], dentre outros.

Superar o espalhamento e distorções da frente de onda propagante da luz tem sido um passo importante no desenvolvimento de novas técnicas em microscopia e comunicação óptica através de meios dispersivos. Associado a isso, a capacidade que alguns feixes possuem de autorreconstrução ou autocura, mesmo na presença de partículas massivas, pode oferecer novas possibilidades. Os feixes não difrativos são exemplos de feixes que possuem essa capacidade.

Desde que foi proposto por Durnin em 1987 [9, 10], os feixes não difrativos têm ganhado muita atenção da comunidade científica. Estes feixes possuem a capacidade de regenerar seu perfil de intensidade transversal, retornando à sua forma original após ser interceptado por obstáculo opaco durante sua propagação. Como o perfil transversal da amplitude de tais feixes pode ser descrito pela função de Bessel, ficaram conhecidos na literatura como feixes Bessel.

Além de possuir a capacidade de autorreconstrução ou autocura, o feixe Bessel também pertence a uma classe de feixes que possuem momento angular orbital (MAO), tornando-os ainda mais úteis. Ele tem sido amplamente utilizado em diversas aplicações, incluindo manipulação óptica [11], biofotônica [12] e tomografia de coerência óptica [13]. Em particular, o efeito de autocura foi explorado em dois artigos recentes para microscopia e óptica quântica [14, 15], mostrando um forte emaranhamento quântico mesmo quando os fótons são obstruídos [16].

Espalhamento de luz através de um meio opaco carrega informação espacial, temporal e espectral do sinal incidente [17, 18]. Recentemente, estudamos um efeito interessante devido aos "speckles" que chamamos de autorreconfiguração. Este efeito consiste na eliminação da sombra impressa no padrão de “speckle” após o mesmo cruzar um obstáculo. Para uma distância de propagação específica, o padrão torna-se homogêneo.

Este efeito é característico dos “speckles” e, devido ao fato do padrão se reconfigurar em uma distância específica, é possível recuperar as informações que existiam no campo de luz antes da obstrução. A propriedade de autorreconfiguração torna-se assim, uma grande aliada no desenvolvimento de novas tecnologias voltadas à microscopia em meios dispersivos, por exemplo.

Nesta tese exploramos a capacidade da autorreconfiguração dos “speckles”, abordando seu aspecto teórico, experimental e possíveis aplicações. No capítulo 2 abordamos a teoria de corência óptica, enfatizando seu aspecto temporal e espacial para, na sequência, introduzirmos o fernômeno do “speckle”.

No capítulo 3 apresentamos definição e as características principais da propriedade de autorreconfiguração, mostrando, através de resultados experimentais e numéricos, sua superioridade diante da propriedade de autocura do feixe Bessel coerente. Além disso, deixamos evidente que a propriedade de autorreconfiguração é característica dos “speckles”, independente do tipo de feixe que os gerou. Também utilizamos o recurso da autocorrelação para auxiliar na definição do efeito.

No capítulo 4 mostramos a influência do comprimento de coerência espacial na autorreconfiguração de um padrão de “speckle”. Verificamos que a distância de reconfiguração de um padrão depende linearmente do comprimento de coerência espacial dos “speckles” e do tamanho da obstrução. Toda a abordagem deste capítulo contou com resultados experimentais, teóricos e de simulação numérica.

No capítulo 5 apresentamos uma propriedade notável dos “speckles” devida à propriedade de autorreconfiguração: a habilidade de transmitir imagens através de obstáculos. Demonstramos que é possível recuperar uma imagem, sem distorções, mesmo quando um obstáculo é colocado no seu caminho. Avaliamos a habilidade de reconfiguração da imagem utilizando dois parâmetros: a visibilidade e a similaridade. Os resultados deste capítulo possuem abordagem teórica, experimental e simulação numérica.

Na primeira parte do capítulo 6, utilizamos a propriedade de autorreconfiguração para verificar a robustez de um vórtice de coerência. Mostramos que, mesmo após a obstrução, o mesmo mantém sua fase, caracterizada pela carga topológica efetiva. Também observamos que a visibilidade do mesmo é recuperada após uma distância de propagação específica, determinada pela distância de reconfiguração dos “speckles”. Na segunda parte do capítulo, analisamos a área do perfil transversal do vórtice de coerência e mostramos que esta quantidade tem dependência linar com a carga topológica efetiva do vórtice. Desta forma, dentro de uma configuração específica, é possível determinar o momento angular orbital do vórtice de coerência a partir do conhecimento de sua área de secção transversal.

Finalmente o capítulo 7 apresenta nossas conclusões, fazendo uma síntese de todo o trabalho realizado e apresentado nos capítulos desta tese.

2 COERÊNCIA ÓPTICA E “SPECKLES”

2.1 Introdução

Neste capítulo apresentaremos a propriedade mais importante da luz laser: a coerência. Analisaremos seu aspecto temporal e espacial. Também será abordado o conceito de luz parcialmente coerente, enfatizando a formação dos “speckles”

2.2 Coerência

A coerência pode ser entendida como a medida da correlação entre as fases verificadas em diferentes pontos de uma onda de luz. Manifesta-se simultaneamente pela monocromaticidade, revelando a coerência temporal; e pela fase relativa entre dois pontos da frente de onda constante no tempo, de onde decorre a coerência espacial.

Tradicionalmente, a área da coerência óptica corresponde à representação estatística dos fenômenos de flutuação nos feixes de luz, assim como aos efeitos destas flutuações sobre as correlações entre determinadas grandezas medidas em pontos distintos do feixe, tanto no domínio espacial como no temporal.

2.2.1 Coerência temporal

Consideremos um feixe de luz quase monocromática a partir de uma pequena fonte σ. Através de um interferômetro de Michelson, o feixe é dividido em dois outros feixes no ponto P_1 e reunidos depois que uma diferença de caminho $\Delta l = c\Delta t$ (c é a velocidade da luz no vácuo) é introduzida entre eles, como ilustrado na figura 2.1. Se Δl for suficientemente pequena, franjas de interferência serão formadas no plano de observação β. A formação destas franjas ocorre devido à existência de coerência temporal entre os feixes, uma vez que a capacidade de formar franjas é resultado da correlação existente a partir da condição de um atraso de tempo Δt introduzido entre eles [19].

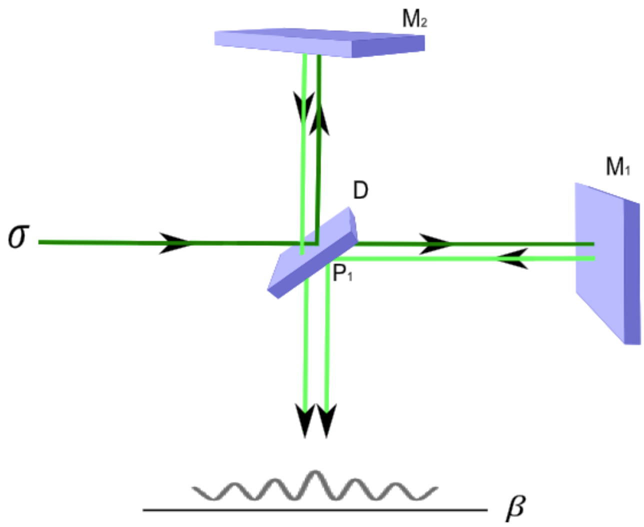
Para que haja formação das franjas de interferência, o tempo de atraso Δt tem que obedecer a relação $\Delta t \Delta \nu \leq 1$, onde $\Delta \nu$ é a largura de banda da luz.

O retardo de tempo $\Delta t \approx \dfrac{1}{\Delta \nu}$ é conhecido como o tempo de coerência da luz e a correspondente diferença de caminho

$$\Delta l = c\Delta t \approx \frac{c}{\Delta \nu} \qquad (2.1)$$

é o comprimento de coerência ou mais precisamente o comprimento longitudinal de coerência da luz.

Figura 2.1 - Coerência temporal ilustrada por meio de um interferômetro de Michelson. M_1 e M_2 são espelhos e D é um divisor de feixe



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Uma vez que $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$, onde λ é o comprimento de onda, a expressão para o comprimento de coerência pode também ser escrita da forma

$$\Delta l \approx \left(\frac{\bar{\lambda}}{\Delta \lambda} \right) \bar{\lambda}, \qquad (2.2)$$

onde $\bar{\lambda}$ é o comprimento de onda médio.

Vamos agora entender a ideia básica deste fenômeno. Podemos considerar que as franjas no plano de observação β surgem a partir da adição de distribuições espaciais periódicas, sendo cada uma delas formada por uma componente de freqüência presente no espectro da luz. Agora as distribuições periódicas formadas pela luz de diferentes componentes de freqüência terão diferentes periodicidades espaciais. Assim, com o aumento do intervalo de tempo entre os dois feixes, a sua adição irá levar a um padrão de franjas cada vez mais indefinido, porque os máximos das várias contribuições monocromáticas ficarão cada vez mais fora de sintonia. Para um atraso de tempo suficientemente longo, as distribuições periódicas de intensidades perderão totalmente a sintonia, não formando padrão de franjas. Com o aumento do tempo de atraso, as franjas desaparecem quando Δt atinge um valor que é da ordem de $\frac{1}{\Delta \nu}$.

Utilizando conceitos relacionados às correlações, podemos chegar a uma melhor compreensão desses efeitos. Por exemplo, uma função de onda de luz quase monocromática, considerada como um processo aleatório estacionário pode ser retratado como uma sucessão de ondas moduladas, em que a freqüência média coincide com a freqüência da luz e cuja duração é da ordem do tempo de coerência.

Então, a formação ou ausência de franjas de interferência no plano de observação β é diretamente relacionada com a correlação ou falta de correlação, respectivamente, entre as flutuações dos dois feixes parciais atingindo β [20].

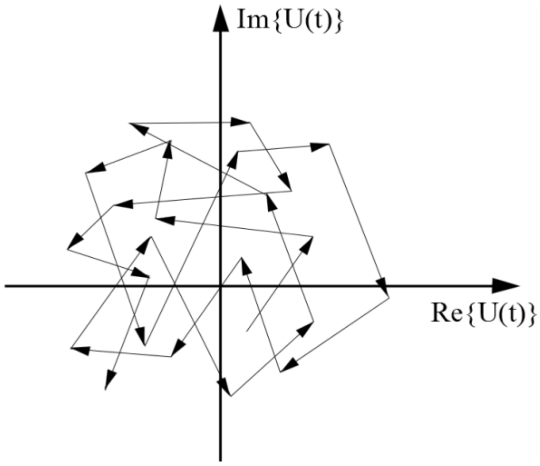
2.2.1.1 Função de coerência temporal

A função de autocorrelação de uma função estacionária aleatória complexa $U(t)$ é dada pela média do produto de $U^*(t)$ e $U(t+\tau)$ como uma função do tempo de atraso τ [21]:

$$G(\tau) = \left\langle U^*(t) U(t+\tau) \right\rangle \qquad (2.3)$$

Para compreensão do significado da equação (2.3) , vamos considerar que o valor médio da função de onda complexa seja igual a zero, $\left\langle U(t) \right\rangle = 0$. Isto é aplicável quando a fase do fasor $U(t)$ pode assumir valores entre 0 e 2π com igual probabilidade, como ilustrado na figura 2.2. A fase de um produto $U^*(t)U(t+\tau)$ corresponde ao ângulo entre $U(t)$ e $U(t+\tau)$. Se $U(t)$ e $U(t+\tau)$ forem correlacionados, o ângulo entre eles varia aleatoriamente entre 0 e 2π. Então, $U^*(t)U(t+\tau)$ possui um ângulo totalmente incerto, de tal maneira que pode assumir qualquer direção, desaparecendo a função de autocorrelação $G(\tau)$ ao fazer sua média. Entretanto, se para um dado τ, $U(t)$ e $U(t+\tau)$ são correlacionados, seus fasores manterão alguma relação. As flutuações são, portanto, interligadas de tal modo que $U^*(t)U(t+\tau)$ tem uma direção preferencial, fazendo com que $G(\tau)$ não desapareça.

Figura 2.2 - Variação do fasor $U(t)$ com o tempo quando seu argumento é distribuído uniformemente entre 0 e 2π



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Na linguagem da teoria de coerência óptica, a função de autocorrelação $G(\tau)$ é chamada de função de coerência temporal. Esta função possui simetria Hermitiana [21], $G(-\tau)=G^*(\tau)$, e a intensidade I é igual a $G(\tau)$ quando $\tau=0$,

$$I=G(0). \tag{2.4}$$

2.2.1.2 Grau de coerência temporal

Vimos que a função de coerência temporal $G(\tau)$ fornece informações sobre a intensidade e o grau de correlação de luz estacionária. Uma medida de coerência que é insensível à intensidade é dada pela função de autocorrelação normalizada,

$$g(\tau)=\frac{G(\tau)}{G(0)}=\frac{\langle U^{*}(t)U(t+\tau)\rangle}{\langle U^{*}(t)U(t)\rangle}, \qquad (2.5)$$

que é chamada de grau complexo de coerência temporal, não podendo assumir valores absolutos que excedam a unidade, $0 \le |g(\tau)| \le 1$.

O valor de $g(\tau)$ representa a medida do grau de correlação entre $U(t)$ e $U(t+\tau)$. Se considerarmos luz monocromática e determinística, ou seja, $U(t)=Ae^{i\omega_0 t}$, onde A é uma constante, a equação (2.5) fica:

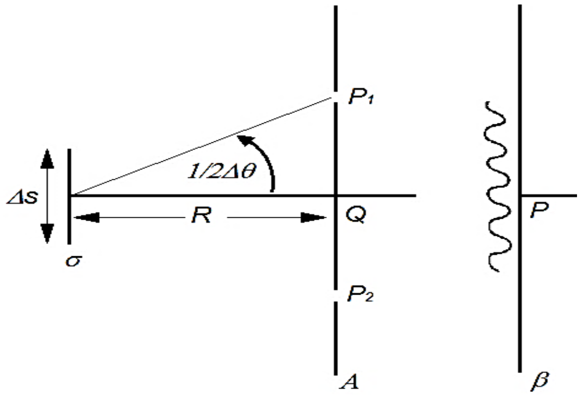
$$g(\tau)=Ae^{i\omega_0\tau}, \qquad (2.6)$$

de tal forma que $|g(\tau)|=1$ para qualquer valor de τ .

2.2.2 Coerência espacial

Agora, a partir do experimento de interferência de Young, consideraremos uma luz quase monocromática a partir de uma fonte térmica extensa σ , conforme figura 2.3. Adotaremos, para simplificar, uma disposição simétrica com uma fonte de forma quadrada de lado Δs . Se os furos P_1 e P_2 estiverem muito próximos do eixo de simetria, as franjas de interferência serão observadas na vizinhança do ponto P no plano de observação β .

Figura 2.3 - Coerência temporal ilustrada por meio do experimento de interferência de Young com luz a partir de uma fonte térmica σ .



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

O surgimento das franjas é devido à coerência espacial entre os dois feixes de luz que atingem P a partir dos dois furos P_1 e P_2. Isso é resultado da correlação que existe entre eles, sob condições em que a separação espacial $P_1 P_2$ foi introduzida [20].

Através de um experimento deste tipo é possível notar que, se a separação entre a fonte σ e o plano A que contém os furos é suficientemente grande, as franjas de interferência serão formadas perto de P se

$$\Delta\theta\Delta s \leq \bar{\lambda} \ , \qquad (2.7)$$

onde $\bar{\lambda} = c/\bar{\nu}$ é o comprimento de onda médio da luz. Se R é a distância entre o plano que contém a fonte e o plano onde se encontra os furos, o resultado anterior implica que, para observar os furos na vizinhança de *P*, os dois orifícios têm que estar situados dentro de uma região em torno do ponto axial *Q* no plano *A*, cuja área ΔA é dada pela relação:

$$\Delta A \approx (R\Delta\theta)^2 \approx \frac{R^2\bar{\lambda}^2}{S} \ , \qquad (2.8)$$

onde $S = (\Delta s)^2$ é a área da fonte.

2.2.3 Função de coerência mútua

Um descritor importante das flutuações, tanto no aspecto espacial quanto no temporal da função aleatória $U(\vec{r},t)$, é a função de correlação cruzada de $U(\vec{r}_1,t)$ e $U(\vec{r}_2,t)$ em pares de posições $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$:

$$G(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau) = \left\langle U^*(\vec{r}_1,t)U(\vec{r}_2,t+\tau)\right\rangle . \qquad (2.8)$$

Esta função é chamada de função de coerência mútua [22]. Sua forma normalizada é

$$g\left(\vec{r_1},\vec{r_2},\tau\right)=\frac{G\left(\vec{r_1},\vec{r_2},\tau\right)}{\sqrt{I\left(\vec{r_1}\right)I\left(\vec{r_2}\right)}}, \qquad (2.9)$$

conhecida como grau complexo de coerência. Representa o coeficiente de correlação cruzada das variáveis aleatórias $U^*\left(\vec{r_1},t\right)$ e $U\left(\vec{r_2},t+\tau\right)$. Seu valor absoluto é limitado entre zero e a unidade, $0\leq\left|g\left(\vec{r_1},\vec{r_2},\tau\right)\right|\leq 1$.

As flutuações espaciais e temporais da luz estão intimamente relacionadas, já que a luz é uma onda e a função de onda complexa $U\left(\vec{r},t\right)$ deve satisfazer a equação de onda.

2.3 “Speckle”

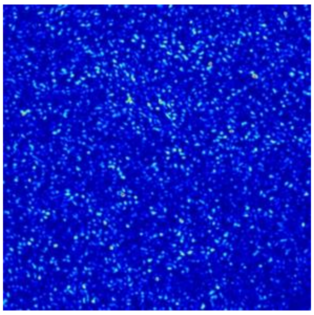
Quando a luz coerente é transmitida ou refletida por um meio com rugosidades da ordem de comprimento da onda incidente, ocorre espalhamento aleatório, distorcendo fortemente sua frente de onda, tornando-a parcialmente coerente e gerando uma estrutura granular conhecida como “speckle”. Trata-se de um fenômeno provocado pela interferência dos raios de luz espalhados, onde a forma de configuração do padrão tende a variar, mesmo quando pequenas alterações surgem na direção do feixe incidente ou no ponto iluminado [1, 23]. Ocorre devido ao fato de, na escala microscópica, a maioria das superfícies apresentarem-se altamente rugosas.

A figura 2.4 mostra um padrão de “speckle” adquirido pela luz laser transmitida através de um meio espalhador. Este padrão granular extremamente complexo não tem qualquer relação óbvia com as propriedades macroscópicas do objeto iluminado. Na verdade, parece caótico e desordenado, sendo melhor descrito quantitativamente por métodos de probabilidade e estatística.

O interesse em pesquisar esse tipo de fenômeno não é recente. Em 1877, foi descrita a estrutura fibrosa de uma placa de vidro quando a mesma era atravessada por luz de uma lâmpada de mercúrio [24].

Nas primeiras décadas do século XX, muitos trabalhos teóricos foram produzidos abordando o assunto. Entretanto, somente com o surgimento do laser, nos anos de 1960, houve um impulso nas pesquisas, pois a coerência alta facilitava a visualização do “speckle” [25, 26].

Figura 2.4 - Padrão de “speckle” adquirido por transmissão da luz do laser através de um meio espalhador



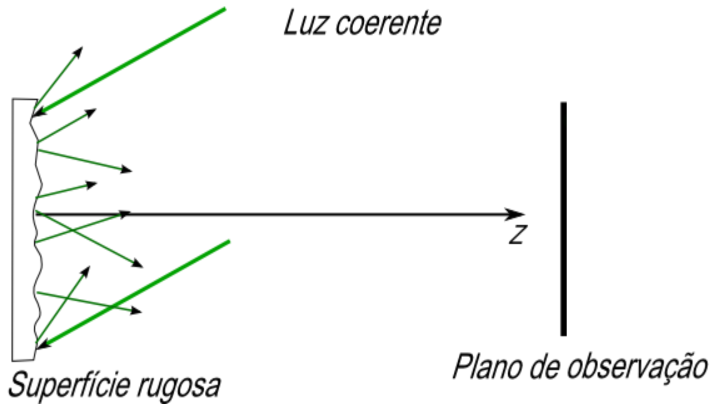
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A grande maioria dos meios, sintético ou natural, é extremamente rugosa na escala do comprimento de onda óptico. Sob iluminação de luz coerente, a onda refletida ou transmitida de tal meio é constituída por contribuições de muitas áreas de dispersão independentes. A propagação da luz para um ponto de observação distante resulta na adição de vários componentes dispersos com atrasos relativos que podem variar de alguns ou mesmo muitos comprimentos de onda, dependendo da superfície e da geometria microscópica.

A interferência dessas defasagens nas ondas permite resultados no padrão granular que conhecemos como “speckle”. Podemos notar que, se o ponto de observação é movido, o caminho percorrido pelos comprimentos de componentes dispersos muda e um valor novo e independente da intensidade pode resultar do processo de interferência. Desta forma, o padrão de “speckle” consiste em uma infinidade de pontos brilhantes onde a interferência é construtiva e pontos escuros onde a interferência é destrutiva.

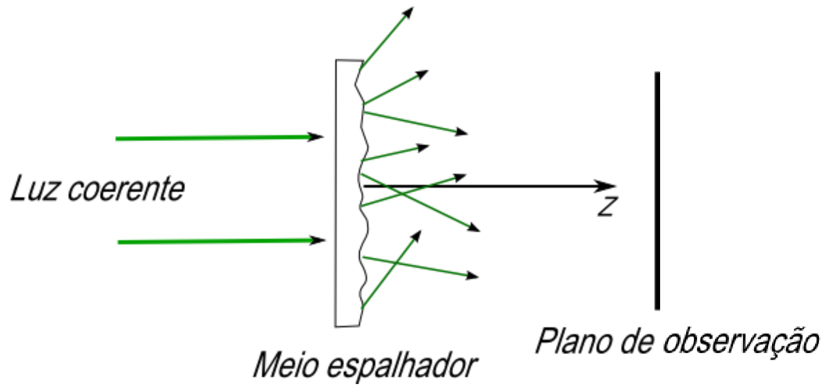
Como já dissemos no início do tópico, o “speckle” pode ser gerado através da reflexão ou transmissão da luz coerente através de um meio rugoso. Na figura 2.5, temos um esquema de geração do “speckle” por reflexão através de uma superfície rugosa. Já na figura 2.6, o “speckle” é obitido pela transmissão da luz através de uma meio espalhador. Em ambos os casos, as ondas espalhadas interferirão durante a propagação e formarão um padrão de "speckle" (figura 2.1) no plano de observação.

Figura 2.5 - Origem do "speckle" por reflexão difusa da luz coerente através de uma superfície rugosa



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

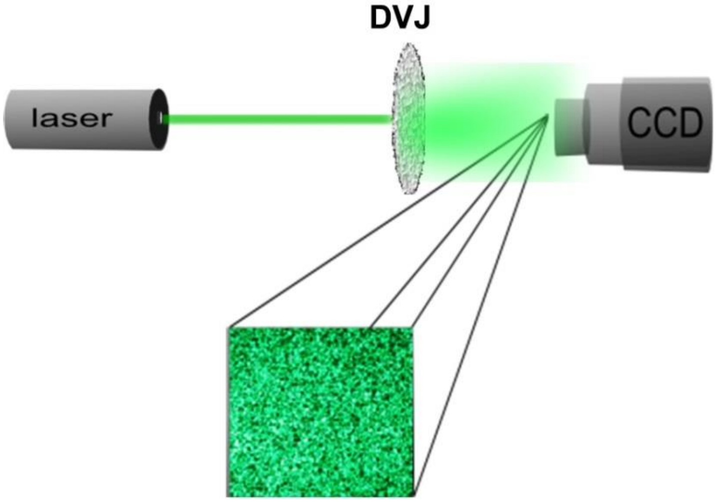
Figura 2.6 - Origem do "speckle" por transmissão da luz coerente através de um meio espalhador



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Geralmente, em laboratório, usa-se um disco de vidro jateado (DVJ) para gerar o padrão de "speckle". Todos os "speckles" utilizados nos trabalhos experimentais realizados a partir do quarto capítulo desta tese foram obtidos pela transmissão da luz coerente do laser através de um DVJ, como mostrada esquematicamente na figura 2.7.

Figura 2.7 - Origem do "speckle" por transmissão da luz coerente do laser através de um DVJ. CCD é uma câmera



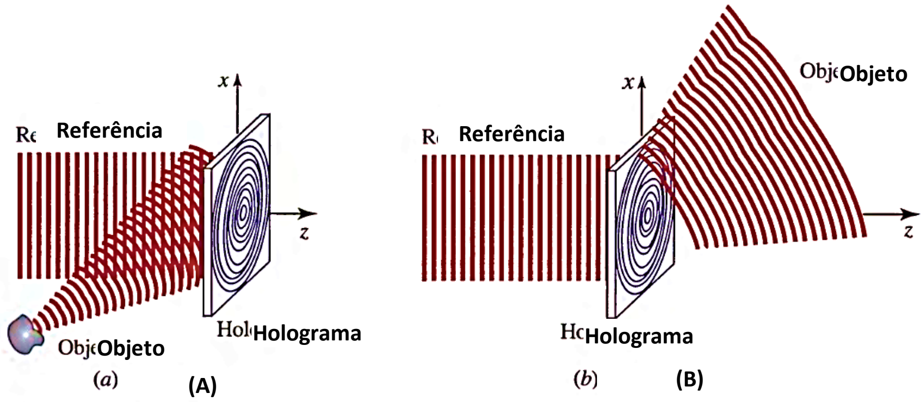
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

No terceiro capítulo desta tese, os feixes desejados foram obtidos através de hologramas. Em geral, um holograma é um padrão de interferência entre o feixe de interesse com um feixe de referência, que geralmente é uma onda plana [27]. Ao ser iluminado com o feixe referência, o feixe de interesse é reconstruído pela difração da luz. Figura 2.8 ilustra o efeito.

Por muito tempo os hologramas foram obtidos pela gravação do padrão de interferência em uma transparência. Aqui, foram gerados computacionalmente através do modulador espacial da luz (MEL), onde é possível a utilização de uma diversidade de técnicas holográficas [28, 29].

Os hologramas computadionais são imagens digitais em tons de cinza, onde cada tom corresponde a uma fase diferente quando incorporados no MEL, variando de 0 a 2π. A face refletora de um MEL de fase é constituída de cristal líquido, onde cada pixel representa uma fase que pode ser controlada eletronicamente.

Figura 2.8 - Gravação de um holograma (A) e processo de reconstrução do feixe desejado (B)



Fonte: SALEH, 2007 [21].

3 AUTORRECONFIGURAÇÃO DE UM CAMPO DE “SPECKLE”

3.1 Introdução

Neste capítulo mostraremos alguns aspectos da propriedade de autorreconfiguração dos “speckles”, detalhando informações que serão úteis para o entendimento dos resultados que serão apresentados nos próximos capítulos desta tese. Apresentamos resultados experimentais previamente obtidos da referida propriedade, acrescentados de simulações numéricas.

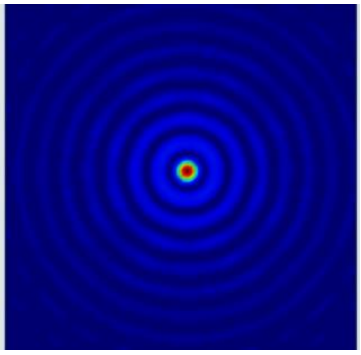
3.2 Propriedade de autorreconfiguração de um padrão de “Speckle”

Durante a propagação, após cruzar um obstáculo opaco, em uma distância característica, um padrão de “speckle” tem seu perfil de intensidade totalmente recomposto, desaparecendo qualquer informação de sombra. A este fenômeno denominamos de propriede de autorreconfiguração de um padrão de “speckle”. Este efeito é também caracterizado pela existência do mesmo perfil de autocorrelação antes e após o obstáculo, no local onde a intensidade do padrão foi totalmente reconstruída. De alguma forma, este efeito imita o efeito de autocura ou autorreconstrução presenciado no feixe Bessel coerente.

O feixe Bessel pertence a uma família de feixes não difratantes que tem sido largamente utilizado em diversas aplicações, incluindo manipulação óptica [11], biofotônica [30] e tomografia de coerência óptica [13]. Em particular, sua capacidade de autocura na presença de obtjetos opacos foi recentemente explorada em microscopia [14, 15] e óptica quântica, mostrando um forte emaranhamento quântico mesmo quando os fótons são obstruídos [16]. A figura 3.1 mostra o perfil transversão de intensidade do referido feixe.

Usando um feixe parcialmente coerente, o perfil da autocorrelação original é o mesmo após o obstáculo, em uma distância característica, mesmo se a configuração de intensidade do padrão de “speckle”, antes e depois do obstáculo, não for. Veremos que a propriedade de autorreconfiguração de um feixe parcialmente coerente é mais robusta que a propriedade de autocura do feixe Bessel coerente.

Figura 3.1 - Perfil transversal de intensidade do feixe Bessel



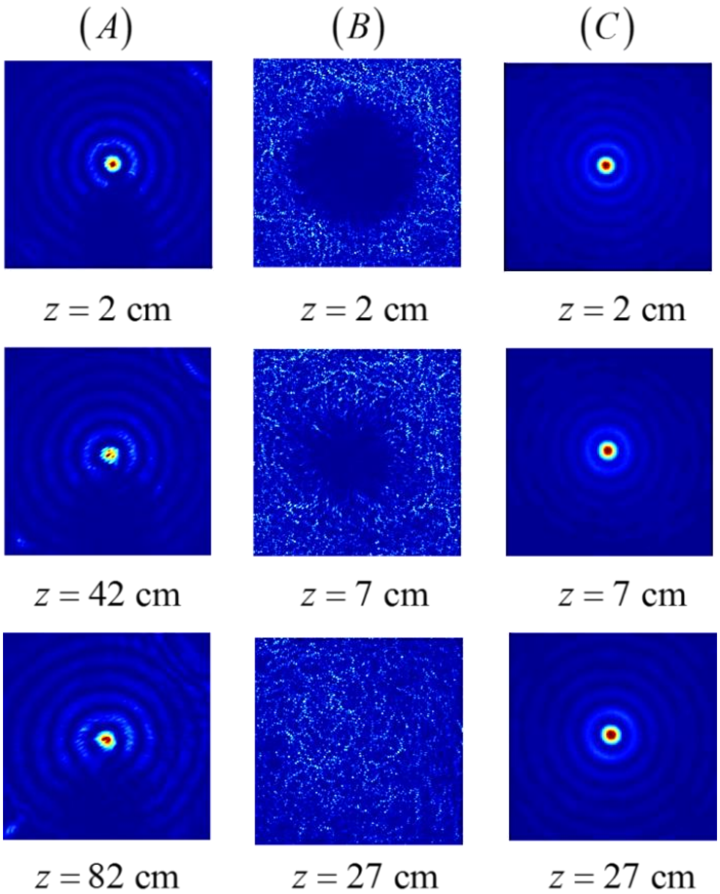
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Para isso, foram utilizados três hologramas para geração dos feixes desejados: um holograma proposto originalmente por Kirk e Jones foi usado para gerar o feixe Bessel coerente [28]; para gerar um feixe Bessel parcialmente coerente foi usado um holograma Gerchberg e Saxton [31] e, para geração de um feixe Gaussiano parcialmente coerente, um fase aleatória foi implementada usando um gerador de números aleatórios para cada pixel do SLM.

A figura 3.2 compara resultados experimentais para as duas propriedades: autocura, devido ao feixe Bessel coerente [9]; com a propriedade de autorreconfiguração, devido ao feixe Bessel parcialmente coerente. A coluna (A) mostra o perfil transversal do feixe Bessel coerente; coluna (B) mostra as intensidades dos padrões de "speckles" para o feixe Bessel parcialmente coerente e suas autocorrelações são mostradas na coluna (C). Cada padrão apresentado foi capturado por um dispositivo de carga acoplada (câmera CCD), em distâncias, a partir do obstáculo, iguais a $z = 2,\ 42$ e $82\ cm$, para o feixe Bessel coerente e $z = 2,\ 7$ e $27\ cm$ para os "speckles". A autocorrelação foi calculada numericamente, usando a intensidade do padrão de "speckle".

Um obstáculo circular opaco de diâmetro $D \approx 2\ mm$ foi usado para bloquear parte do feixe Bessel coerente e "speckles". Podemos observar que, mesmo para uma distância de propagação $z = 82\ cm$, o feixe Bessel coerente ainda não foi reconstruído. Já para os padrões de "speckle", o desaparecimento da sombra causada pelo obstáculo ocorre em uma distância em torno de $z = 27\ cm$. A superioriedade de reconstrução do campo de "speckles" comparada ao feixe Bessel coerente é surpreendente. Nota-se que o padrão do feixe Bessel parcialmente coerente obtido através da autocorrelação das intensidades dos "spekles" é quase a mesma, independentemente do tamanho da sombra. Mesmo que a reconfiguração da intensidade do padrão ocorra em uma distância em torno de $z = 27\ cm$, uma pequena quantidade de “speckles” não bloqueada é suficiente para recuperar o perfil do feixe Bessel na autocorrelação.

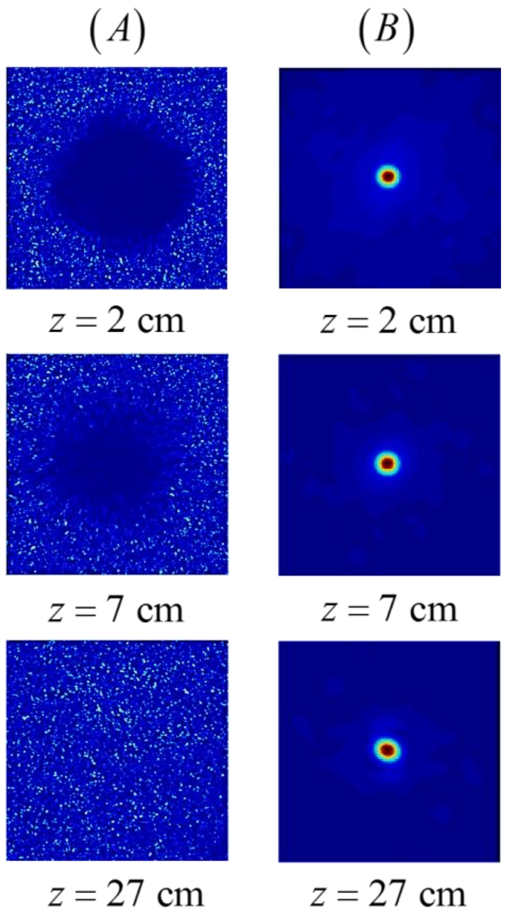
Figura 3.2 - Efeito de autocura e autorreconfiguração: feixe Bessel coerente, coluna (A); feixe Bessel parcialmente coerente, coluna (B); autocorrelações das intensidades da coluna (B), coluna (C)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Um aspecto interessante dos “speckles” é que a reconfiguração da intensidade do padrão, após o bloqueio, independe de como os “speckles” foram gerados, ou seja, não depende do tipo de feixe óptico que os gerou. Este não é o caso para o feixe coerente, onde somente uma classe especial de feixes possui a habilidade de reconstrução. A figura 3.3(A) mostra as intensidades dos padrões de “speckles” geradas a partir de feixes Gaussianos parcialmente coerentes e suas autocorrelações são mostradas na coluna (B). Podemos observar que o padrão de "speckle" autorreconfigura de maneira similar àqueles gerados pelo feixe Bessel parcialmente coerente. O obstáculo usado foi o mesmo do caso do feixe Bessel parcialmente coerente.

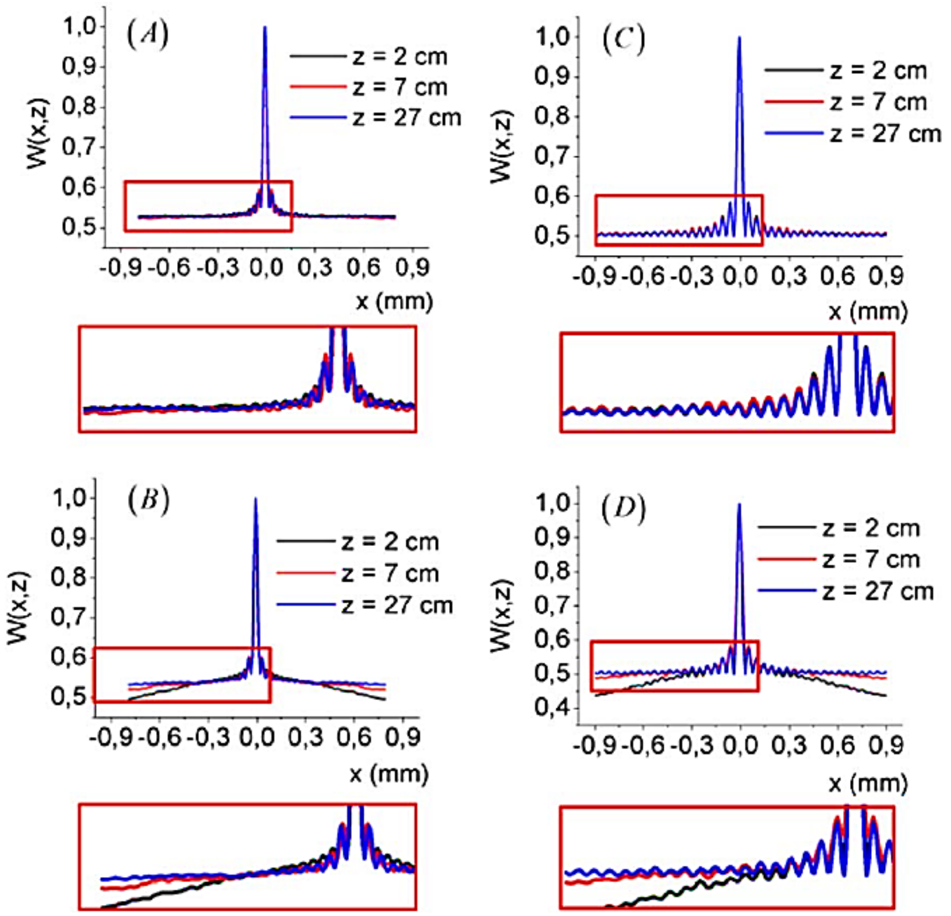
Figura 3.3 - Perfis transversais do feixe Gaussiano parcialmente coerente medido para diferentes distâncias de propagação: intensidade dos "speckles" (A) e sua autocorrelação (B)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Um aspecto importante da característica da autocura do Bessel coerente é que a reconstrução do feixe depende de como o feixe é truncado ou modulado por uma função Gaussiana de largura finita, por exemplo. Adicionalmente, a frequência espacial afeta a distância mínima de reconstrução [31]. Para o feixe parcialmente coerente, qualquer tipo de modulação ou mesmo uma classe não difratante de feixes, tal como feixe Bessel, não é necessária. A distância de reconstrução depende basicamente do comprimento de coerência espacial dos "speckles", como veremos no capítulo 4 desta tese.

Figura 3.4 - Perfis 1D das autocorrelações para diferentes distâncias de propagação para o feixe Bessel parcialmente coerente. Primeira coluna experimental e segunda coluna numérica. Sem obstrução (A) e (C); com obstrução (B) e (D)

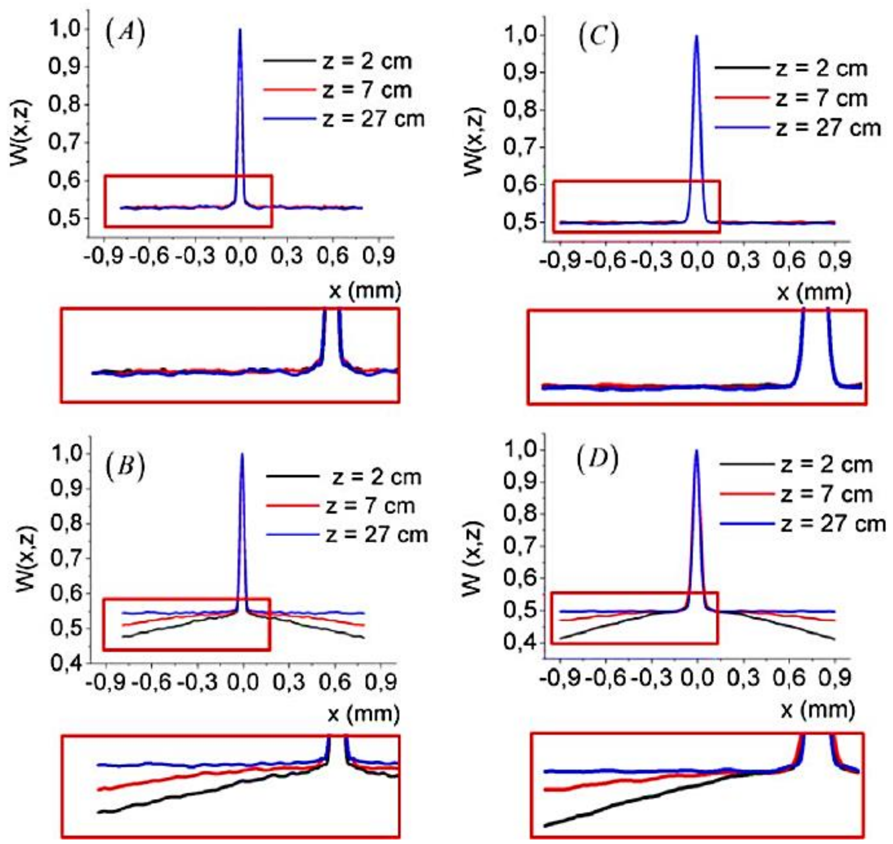


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 3.4(A) mostra o perfil da autocorrelação em 1D de um feixe Bessel parcialmente coerente na ausência de um obstáculo. Podemos observar que os perfis são invariantes para a distância de propagação considerada. A inserção de um obstáculo opaco de diâmetro $D \approx 2\ mm$, afeta a altura do “background” nas bordas do perfil de autocorrelação, como podemos verificar na figura 3.4(B). No entanto, assim que ocorre a reconfiguração do padrão de “speckle”, em $z = 27\ cm$, o nível do “background” retorna à posição original sem o obstáculo, comparado com a figura 3.4(A). O “background” é destacado abaixo de cada gráfico. A figura 3.4(B) mostra os perfis de autocorrelação em 1D obtidos a partir da figura 3.2(C). As figuras 3.4(C) e 3.4(D) mostram os correspondentes resultados a partir das figuras 3.4(A) e 3.4(B), respectivamente, usando simulações numéricas.

O obstáculo funciona como um filtro ou janela, reduzindo a altura do "background" nas bordas do perfil de autocorrelação. O comprimento de coerência, da ordem de $10^{-2}\ mm$, dado pela largura à meia altura máxima do ponto central, tem mudança desprezível ao longo da distância de propagação. O comprimento de coerência espacial é, grosseiramente, o mesmo com ou sem obstáculo.

Figura 3.5 - Perfis 1D das autocorrelações para diferentes distâncias de propagação para o feixe Gaussiano parcialmente coerente. Primeira coluna experimental e segunda coluna numérica. Sem obstrução (A) e (C); com obstrução (B) e (D)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

É interessante notar que o feixe Gaussiano parcialmente coerente apresenta um efeito de autorreconfiguração similar, na mesma distância z, como podemos observar na figura 3.2. O gráfico 3.5(A) mostra o perfil 1D da autocorrelação de um feixe Gaussiano parcialmente coerente na ausência do obstáculo. A figura 3.5(B) mostra os perfis 1D da autocorrelação obtidos a partir da figura 3.3(B). As figuras

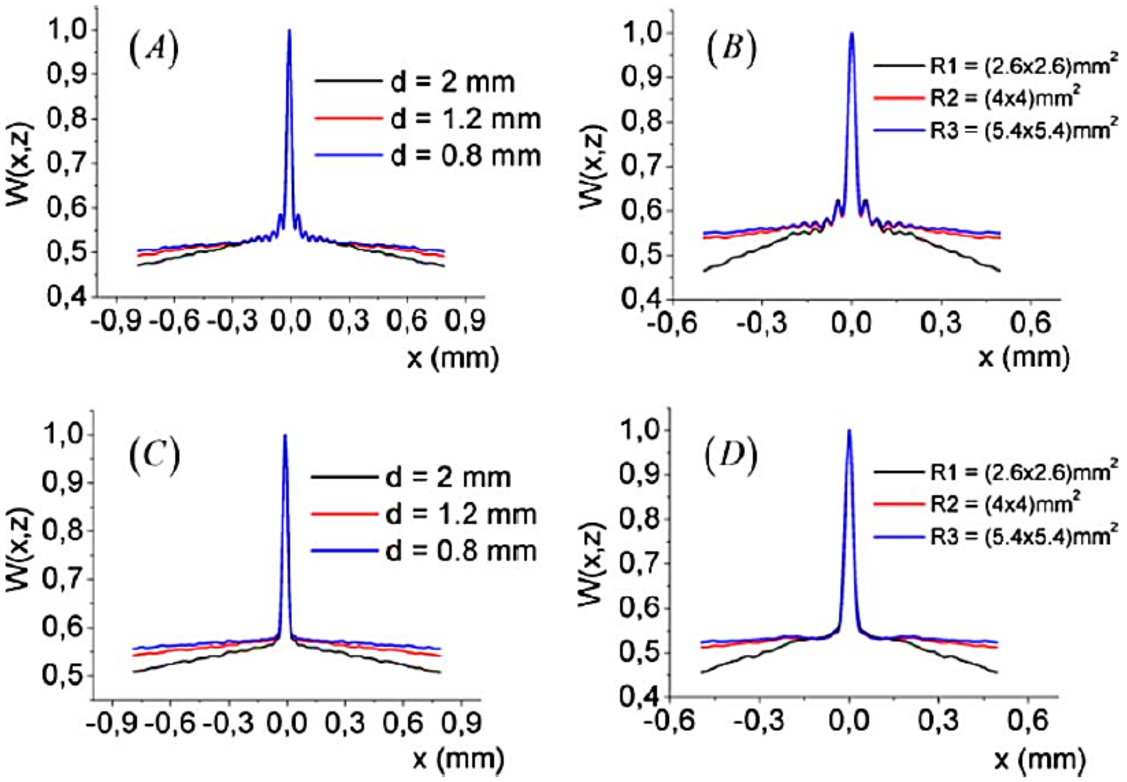
3.5(C) e 3.5(D) mostram os correspondentes resultados, a partir das figuras 3.5(A) e 3.5(B), respectivamente, usando simulações numéricas.

Para tais feixes parcialmente coerentes, Gaussiano ou Bessel, o efeito da autorreconfiguração aconteceu em torno de $z = 27\ cm$. É importante ressaltar que, embora as distribuições de “speckle” não sejam as mesmas antes e depois do obstáculo (na posição z), os perfis da autocorrelação são exatamente os mesmos. Todas as autocorrelações apresentadas neste capítulo usam um conjunto médio de 10 medidas.

As simulações numéricas das figuras 3.4(C) e 3.4(D), 3.5(C) e 3.5(D) usam uma matriz com 1024×1024 pixels. Nós seguimos o livro do Goodman para as simulações da formação de “speckle” [1]. Primeiramente, uma matriz de fasores aleatórios, um fasor para cada pixel, foi gerada e então multiplicada por um perfil de feixe incidente, no caso, uma função Bessel ou uma Gaussiana. Após isso, foi realizada uma transformada de Fourier rápida da matriz resultante. O comprimento de coerência dos “speckles” pode ser controlado pela variação da largura à meia altura máxima da função Gaussiana ou a frequência espacial da função Bessel. As simulações numéricas da propagação dos campos de “speckle” estão em boa concordância com os dados experimentais.

A Figura 3.6 apresenta uma visão diferente dos perfis de autocorrelação que temos mostrado até agora. Os resultados apresentados nesta figura foram obtidos em uma distância fixa de $z = 2\ cm$. Figura 3.6(A), usando o feixe Bessel parcialmente coerente e 3.6(C), usando o feixe Gaussiano parcialmente coerente, mostram os perfis 1D da autocorrelação para diferentes diâmetros da obstrução, com uma região de interesse da câmera CCD fixa, $3,5\ mm \times 3,5\ mm$. Como o diâmetro da obstrução é reduzido, o “background” é aumentado. Por outro lado, mantendo o diâmetro igual a $D \approx 2\ mm$ e aumentando a região de interesse, o “background” é também aumentado como podemos observar nas figuras 3.6(B) e 3.6(D). Portanto, o efeito de filtro depende da área relativa entre os “speckles” bloqueados e não bloqueados. Os “speckles” que não estão correlacionados são responsáveis pela formação do “background”. Apesar da diminuição da altura do “background” reduzir a resolução das franjas na autocorrelação no caso do feixe Bessel parcialmente coerente, a visibilidade é melhorada porque o pico central torna-se mais evidente em relação ao “background” [32]. Geralmente, para transmissão de imagens, usando feixes parcialmente coerentes através de obstáculos, a resolução da imagem é reduzida enquanto o nível do “background” é diminuído. Por outro lado, a resolução fica melhor com um nível alto de “background”. Essa discussão ficará mais clara no capítulo 5 desta tese.

Figura 3.6 - Diferentes tamanhos de obstáculos para feixes parcialmente coerentes: Bessel (A) e Gaussiano (C). Diferentes regiões de interesse para feixes parcialmente coerentes: Bessel (B) e Gaussiano (D)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

3.3 Conclusão

Neste capítulo descrevemos a propriedade de autorreconfiguração, mostrando que a mesma é uma característica dos feixes parcialmente coerentes. Vimos que os feixes parcialmente coerentes são inesperadamente robustos contra espalhamento por objetos opacos, superando o feixe Bessel coerente. Ficou claro que esta robustez é uma consequência direta das propriedades dos “speckles”, independente do tipo de feixe que o gerou. Observamos que o tamanho da obstrução influencia na distância de reconfiguração do padrão. Esta dependência será estudada detalhadamente no próximo capítulo, onde também veremos que tal distância também depende do comprimento de coerência espacial dos “speckles”.

4 EFEITO DO COMPRIMENTO DE COERÊNCIA ESPACIAL NA AUTORRE-CONFIGURAÇÃO DE UM CAMPO DE "SPECKLE"

4.1 Introdução

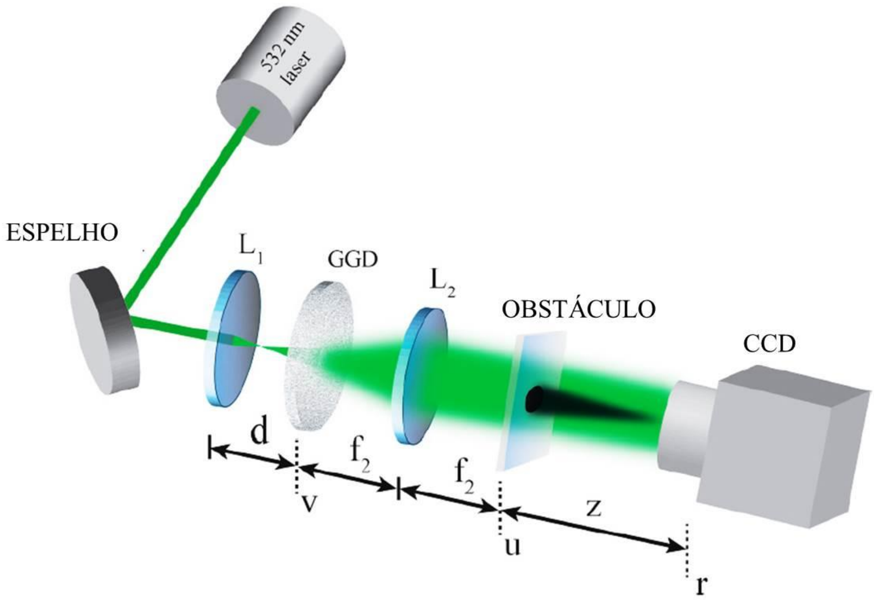
No capítulo anterior apresentamos a propriedade da autorreconfiguração de um campo de "speckle", mostrando sua superioridade comparada à propriedade de autocura de um feixe Bessel coerente. Observamos que o tamanho do obstáculo influencia na distância de reconfiguração do padrão.

Neste capítulo analisamos a influência do comprimento de coerência espacial sobre a autorreconfiguração de um padrão de "speckle". A introdução de obstáculos no caminho dos "speckles" resulta em mudanças expressivas na intensidade do campo. Todavia, é esperado que o efeito da autorreconfiguração desapareça com qualquer sombra do abstáculo após uma distância de propagação específica. Veremos que esta distância depende linearmente do comprimento de coerência espacial dos "speckles". Mostramos também resultados experimentais e uma simulação numérica para suportar nossos achados.

4.2 Experimento

A configuração experimental é mostrada esquematicamente na figura 4.1. Um laser Nd:YAG operando em um comprimento onde de $532\,nm$ é transmitido através de um disco de vidro jateado (DVJ), produzindo um feixe Gaussiano parcialmente coerente. Uma lente L_1, com comprimento focal de $20\,cm$, foi usada para controlar o tamanho do feixe laser incidente no DVJ. Mudando o tamanho da seção transversal do feixe laser sobre o disco é possível controlar o comprimento de coerência espacial do campo de speckle gerado [33]. Uma lente L_2 foi colocado em $f_2 = 14\,cm$ a partir do DVJ para colimar o campo de speckle gerado pelo DVJ. O DVJ e a lente L_2 permanecem fixos, mas L_1 pode ser movida para mudar o tamanho da seção do feixe sobre o DVJ. Um obstáculo foi colocado em $z = 0\,cm$, isto é, em uma distância f_2 a partir de L_2. Este obstáculo é um círculo escuro com diâmetro $D = 0,2\,cm$, pintado sobre uma lâmina transparente, que bloqueia a luz em uma região circular. Uma câmera CCD ("charge coupled device") foi usada para capturar o padrão de "speckle" em diferentes posições longitudinais. A lente L_1 foi colocada em cinco diferentes posições a partir do DVJ: $d_1 = 29\ cm$, $d_2 = 33\ cm$, $d_3 = 37\ cm$, $d_4 = 41\ cm$ e $d_5 = 45\ cm$; gerando comprimentos de coerência espacial iguais a $\delta_1 = 66,5\ \mu\text{m}$, $\delta_2 = 24,5\ \mu\text{m}$, $\delta_3 = 17,5\ \mu\text{m}$, $\delta_4 = 10,5\ \mu\text{m}$ e $\delta_5 = 8\ \mu\text{m}$, respectivamente. Importante dizer que cada padrão de "speckle" foi capturado com o DVJ parado. Assim, para cada posição d foram realizadas 100 medidas, cada uma em posições angulares diferentes no DVJ, por rotação do mesmo.

Figura 4.1 - Configuração Experimental

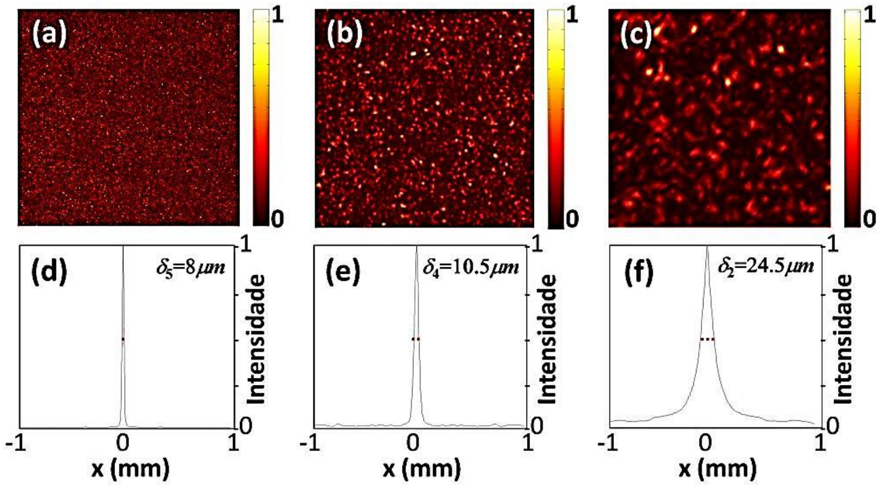


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A partir da lente L_2 até a posição da câmera, o comprimento de coerência espacial do campo de "speckle" não muda consideravalmente para um valor fixo de d. Um método de autocorrelação numérica foi usado para medir o comprimento de coerência espacial [34]. O método consiste em realizar a autocorrelação numérica do padrão de "speckle" medido em cada distância d. Como o perfil unidimensional da correlação é Gaussiano, mede-se a largura à meia altura máxima (FWHM) da curva para obter tamanho médio dos "speckles", que corresponde ao seu comprimento de coerência espacial.

A figura 4.2, primeira linha, mostra os padrões de "speckles" formados por espalhamento de um feixe Gaussiano coerente através do DVJ para as distâncias d_5, d_4 e d_2, sem obstáculo, respectivamente. A segunda linha mostra a autocorrelação correspondente aos padrões de “speckles” mostrados na primeira linha. Pode-se notar claramente que o tamanho dos “speckles” aumenta com a diminuição da distância entre a lente L_1 e o DVJ. Isso ocorre porque, com a diminuição da distância entre a lente e o disco, o tamanho da fonte é reduzido, ou seja, o tamanho da seção transversal do feixe Gaussiano incidente no meio espalhador [32], gerando um aumento do comprimento de coerência dos “speckles”, como pode ser visto na segunda linha da figura 4.2.

Figura 4.2 - Padrões de “speckles” medidos para várias posições da lente L_1, sem obstáculo: (a) d_5, (b) d_4 e (c) d_2; (d), (e) e (f) são os correspondentes perfis de autocorrelação

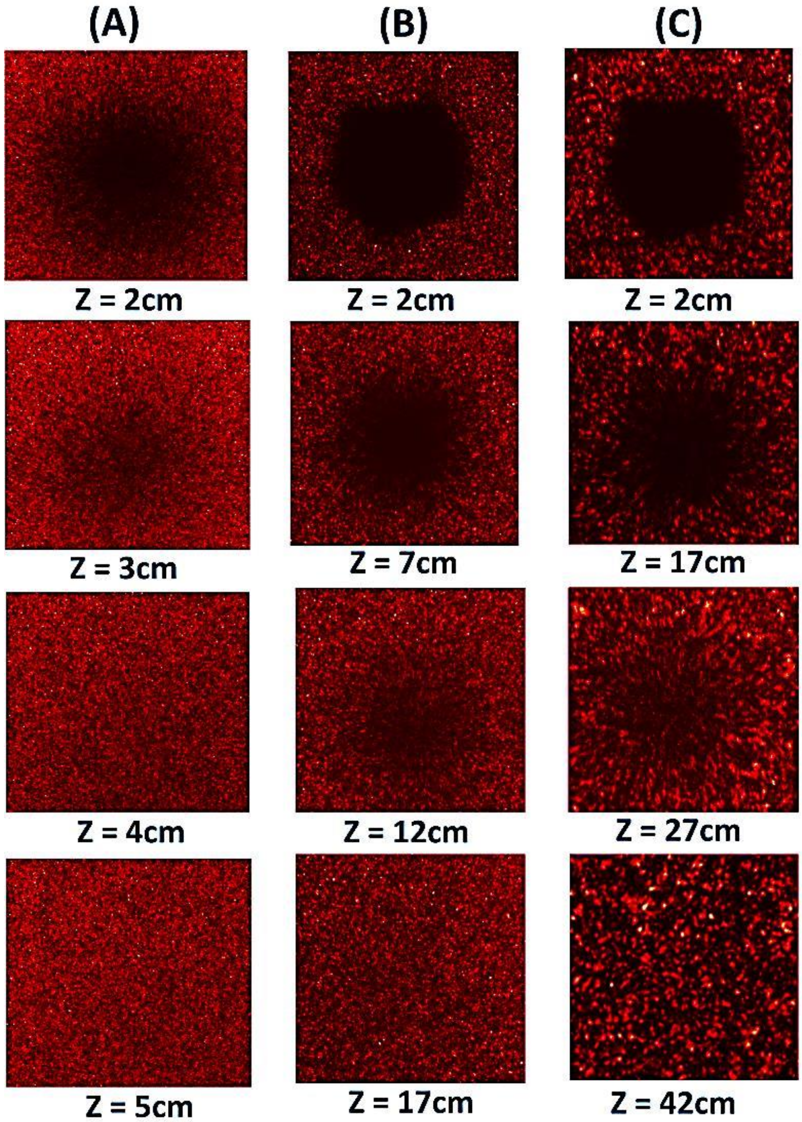


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 4.3 mostra o efeito do comprimento de coerência espacial dos “speckles” sobre a autorreconfiguração do padrão. Para os comprimentos de coerência de $8;\ 24{,}5$ e $66{,}5\ \mu\text{m}$, a reconfiguração ocorre em torno de $5;\ 17$ e $42\ \text{cm}$, respectivamente. É notável que para “speckles” com comprimento de coerência maior, figura 4.3(C), é necessário uma maior distância de propagação para o efeito de autorreconfiguração ser completado. Nós usamos matrizes de $1032\ x\ 1032$ pixels, correspondendo a uma região de $0{,}36\ \text{cm x } 0{,}36\ \text{cm}$ da câmera CCD.

Na sequência do capítulo, apresentaremos uma teoria sobre o efeito da autorreconfiguração de um campo de “speckle”, mostrando a dependência da distância de reconfiguração com o comprimento de coerência espacial e o tamanho da obstrução.

Figura 4.3 - Resultados experimentais para o efeito de autorreconfiguração: (A) $\delta_5 = 8\ \mu\text{m}$, (B) $\delta_2 = 24{,}5\ \mu\text{m}$ e (C) $\delta_1 = 66{,}5\ \mu\text{m}$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

4.3 Teoria

A propagação do campo a partir do DVJ até o obstáculo pode ser descrita por [17, 18]:

$$E(\vec{u}) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_2}\vec{v}\cdot\vec{u}\right) g(\vec{v}) G(\vec{v}) d^2v \qquad (4.1)$$

onde k é o módulo do vetor de onda e é dado por $k = 2\pi/\lambda$, e λ é o comprimento de onda. $\vec{v}$ e $\vec{u}$ são as coordenadas tranversais nos planos do DVJ e obstáculo, respectivamente. $G(\vec{v})$ descreve o efeito aleatório do DVJ e $g(\vec{v})$ é a função do feixe Gaussiano.

A propagação a partir do obstáculo até a câmera CCD pode ser descrita por:

$$E(\vec{r}) = \int \mathrm{O}(\vec{u}) E(\vec{u}) \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}-\vec{r})^2\right] d^2u, \qquad (4.2)$$

onde $\mathrm{O}(\vec{u})$ representa o obstáculo e $\vec{r}$ é a coordenada transversal no plano da CCD.

Então, no plano da CCD, os campos nos pontos $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ podem ser escritos como:

$$E(\vec{r}_1) = \int \mathrm{O}(\vec{u}_1) \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2\right] \left\{ \int \exp\left(\frac{ik}{f_2}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right) g(\vec{v}_1) G(\vec{v}_1) d^2v_1 \right\} d^2u_1 \qquad (4.3)$$

e

$$E(\vec{r}_2) = \int \mathrm{O}(\vec{u}_2) \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right] \left\{ \int \exp\left(\frac{ik}{f_2}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right) g(\vec{v}_2) G(\vec{v}_2) d^2v_2 \right\} d^2u_2 .$$

(4.4)

A correlação espacial do campo nos pontos $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ da CCD é dada por:

$$\left\langle E(\vec{r}_1) E^*(\vec{r}_2) \right\rangle, \qquad (4.5)$$

onde $\langle \cdots \rangle$ denota o processo de média e *, o complexo conjugado.

Desta forma, substituindo as equações (4.3) e (4.4) em (4.5), obtemos:

$$\left\langle E(\vec{r}_1)E^*(\vec{r}_2)\right\rangle = \left\langle \left\{ \int \mathrm{O}(\vec{u}_1)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2\right)\left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_2}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right)g(\vec{v}_1)G(\vec{v}_1)d^2v_1\right]d^2u_1\right\} \right.$$
$$\left. \times\left\{ \int \mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right)\left[\int \exp\left(-\frac{ik}{f_2}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)g^*(\vec{v}_2)G^*(\vec{v}_2)d^2v_2\right]d^2u_2\right\} \right\rangle. \quad (4.6)$$

Fazendo alguns ajustes na equação acima, podemos escrever:

$$\left\langle E(\vec{r}_1)E^*(\vec{r}_2)\right\rangle = \left\langle \iint \mathrm{O}(\vec{u}_1)\mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2\right]\exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right] \right.$$
$$\left. \times\left\{ \iint \exp\left[\frac{ik}{f_2}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right]\exp\left[-\frac{ik}{f_2}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right]g(\vec{v}_1)g^*(\vec{v}_2)G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)d^2v_1d^2v_2\right\}d^2u_1d^2u_2 \right\rangle$$
$$= \left\langle \iint \mathrm{O}(\vec{u}_1)\mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2+\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right] \right.$$
$$\left. \times\left\{ \iint \exp\left[\frac{ik}{f_2}(\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1-\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2)\right]g(\vec{v}_1)g^*(\vec{v}_2)G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)d^2v_1d^2v_2\right\}d^2u_1d^2u_2 \right\rangle.$$

(4.7)

Com espalhamento suficiente, o efeito aleatório do DVJ pode ser descrito, aproximadamente, por uma delta de Dirac $\left\langle G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)\right\rangle = \delta(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$. Com isso, temos que $\vec{v}_1=\vec{v}_2=\vec{v}$ e, portanto, as integrais em $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ na equação (4.7) tornam-se:

$$\Gamma(\vec{u}_1,\vec{u}_2) = \int \exp\left[\frac{ik}{f_3}\vec{v}\cdot(\vec{u}_1-\vec{u}_2)\right]g(\vec{v})g^*(\vec{v})d^2v. \quad (4.8)$$

Considerando que o feixe incidente no DVJ é um feixe Gaussiano, dado por:

$$g(\vec{v}) = \exp\left(-\frac{\vec{v}^2}{w^2}\right)\exp\left[i\psi(\vec{v})\right], \quad (4.9)$$

com w sendo a largura do feixe e $\psi(\vec{v})$ sua fase, a integral na equação (4.8) torna-se a intensidade mútua do feixe de saída [33]:

$$\Gamma\left(\vec{u}_1,\vec{u}_2\right)=\exp\left[-\frac{\left(\vec{u}_1-\vec{u}_2\right)^2}{2\delta^2}\right], \tag{4.10}$$

onde $\delta=\lambda f_2/\pi w$ é o comprimento de coerência espacial. A intensidade média $\left\langle I\left(\vec{r}\right)\right\rangle=\left\langle E\left(\vec{r}\right)E^*\left(\vec{r}\right)\right\rangle$ na câmera CCD é obtida fazendo $\vec{r}_1=\vec{r}_2=\vec{r}$ na equação (4.7).

$$\left\langle I\left(\vec{r}\right)\right\rangle=\left\langle E\left(\vec{r}\right)E^*\left(\vec{r}\right)\right\rangle=\left\langle \iint \mathrm{O}\left(\vec{u}_1\right)\mathrm{O}^*\left(\vec{u}_2\right)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_1-\vec{r}\right)^2+\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_2-\vec{r}\right)^2\right]\right.$$
$$\left.\times\left\{\iint \exp\left[\frac{ik}{f_3}\left(\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1-\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)\right]g\left(\vec{v}_1\right)g^*\left(\vec{v}_2\right)G\left(\vec{v}_1\right)G^*\left(\vec{v}_2\right)d^2v_1d^2v_2\right\}d^2u_1d^2u_2\right\rangle.$$

(4.11)

Na sequência, fazendo a seguinte mudança de variáveis $\vec{u}_2=\vec{u}_1-\vec{u}$ e substituindo a equação (4.10) na equação (4.11), temos:

$$\begin{aligned}\left\langle I\left(\vec{r}\right)\right\rangle=\left\langle E\left(\vec{r}\right)E^*\left(\vec{r}\right)\right\rangle&=\iint \mathrm{O}\left(\vec{u}_1\right)\mathrm{O}\left(\vec{u}_1-\vec{u}\right)\\ &\times\exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}\cdot\vec{u}_1-\vec{u}\cdot\vec{r}\right)\right]\\ &\times\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\exp\left(-\frac{u^2}{2\delta^2}\right)d^2u_1d^2u.\end{aligned} \tag{4.12}$$

A integral em $\vec{u}_1$ na equação (4.12) é dada por:

$$\tilde{\mathrm{O}}\left(\vec{u}\right)\approx\int \mathrm{O}\left(\vec{u}_1\right)\mathrm{O}\left(\vec{u}_1-\vec{u}\right)\exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}\cdot\vec{u}_1\right)d^2u_1, \tag{4.13}$$

que é, aproximadamente, a transformada de Fourier da função obstáculo calculada na frequência espacial $\vec{u}/\lambda z$. Assim, a equação (4.12) torna-se:

$$\left\langle I\left(\vec{r}\right)\right\rangle=\int \tilde{\mathrm{O}}\left(\vec{u}\right)\exp\left[\frac{i2\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}\cdot\vec{r}\right)\right]\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\exp\left(-\frac{u^2}{2\delta^2}\right)d^2u. \tag{4.14}$$

A função obstáculo é dada por $O(\vec{u}) = 1 - circ(\vec{u}/D)$, onde $circ$ é a função círculo [35] e D é o diâmetro do obstáculo. Portanto, a equação (4.14) pode ser escrita como:

$$\langle I(\vec{r})\rangle = \int\left(\delta(\vec{u}) - \left(\frac{kD^2}{z}\right)\left[\frac{J_1(kDu/z)}{kDu/z}\right]\right)\exp\left(-\frac{u^2}{2\delta^2}\right)\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}\cdot\vec{r}\right)d^2u.$$

(4.15)

Observa-se que a equação (4.15) é a transformada de Fourier inversa do espectro do obstáculo, mas com a função Gaussiana e a fase quadrática modulando este espectro. Portando, a partir da equação (4.15), temos duas contribuições: a função delta de Dirac, resultando em uma constante e um padrão Airy [35], contendo a informação sobre D. A função Gaussiana $\exp\left(-u^2/2\delta^2\right)$ filtra espacialmente o padrão Airy. A largura do lobo central do padrão Airy é dado por $1{,}22\lambda z/D$ [35]. Assim, definimos o comprimento de reconfiguração como a distância z_R para a qual a largura do lobo central do padrão Airy é igual a largura à meia altura da função $\exp\left(-u^2/2\delta^2\right)$,

$$1{,}22\lambda z_R/D = 2\sqrt{2\ln(2)}\delta$$

$$z_R = 2\sqrt{2\ln(2)}\delta D/(1.22\lambda). \qquad (4.16)$$

A equação (4.16) é o principal resultado deste capítulo. Ela mostra uma dependência linear da distância de reconfiguração como uma função do comprimento de coerência espacial do campo de “speckle”. Isso significa que para um maior comprimento de coerência, a distância de reconfiguração também será maior. O mesmo comportamento é observado para o tamanho do obstáculo. Aumentando seu tamanho, também aumenta a distância de reconfiguração, de forma linear. Além disso, a distância de reconfiguração é inversamente proporcional ao comprimento de onda da luz.

A equação (4.16) pode ser prevista com base no princípio de Huygens. Os pontos de “speckles” brilhantes no campo que superam o obstáculo opaco, age como fontes secundárias que irradiam para dentro da sombra do obstáculo, preenchendo-a. Devido às fases dos diferentes pontos do “speckle” serem aleatórias, o campo gerado é novamente um campo de “speckle”. Assumindo pequenos ângulos e tendo o diâmetro de um ponto de “speckle” como comprimento de coerência transversal δ, o ponto irradia em um cone de dispersão angular $\theta = \lambda/\delta$, onde λ é o comprimento de onda. Os pontos, na borda do obstáculo, preenchem a sombra em uma distância $z = D/(\theta/2) = 2\delta D/\lambda$, onde D é o diâmetro do obstáculo. Isto é essencialmente a equação (4.15), com o fator 2 sendo próximo do fator óptico mais exato $1,93$ derivado da teoria.

Nós também realizamos simulações numéricas que corroboram com os resultados experimentais obtidos.

4.4 Simulação numérica

Funções pseudoaleatórias $R = R(x, y)$ foram geradas, onde cada ponto assume valor aleatório uniformemente distribuido entre 0 e 2π. O padrão de “speckle” é simulado por:

$$S(x, y) = \mathbb{F}\left(e^{-(x^2+y^2)/w_1^2} e^{iR}\right), \qquad (4.17)$$

onde $\mathbb{F}$ denota uma transformada de Fourier. O termo $\exp\left[-(x^2 + y^2)/w_1^2\right]e^{iR}$ simula o feixe laser Gaussiano que acaba de cruzar a superfície espalhadora e w_1 representa o tamanho da fonte. A transformada de Fourier corresponde à propagação a partir do DVJ até o plano do obstáculo. Portanto, ajustando w_1 de acordo com os dados experimentais, o “speckle” simulado terá o mesmo comprimento de coerência espacial do “speckle” medido. Após isso, simulamos numericamente a propagação do campo de “speckle” através do obstáculo ao longo de z.

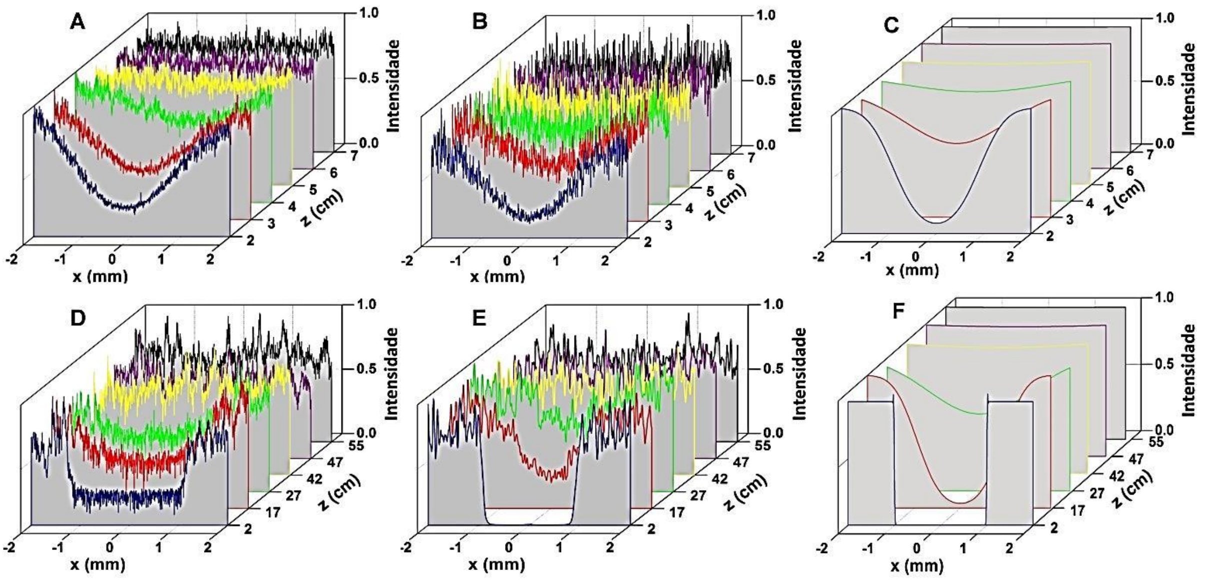
4.5 Resultados e discussão

A figura 4.4(A) mostra os perfis 1D a partir da figura 4.3(A) para diferentes posições de z. É bem evidente a assinatura do obstáculo para $z = 2\ \mathrm{cm}$. Todavia, essa assinatura desaparece em torno de $z_R = 5{,}8\ \mathrm{cm}$, quando o efeito da autorreconfiguração é completado. Este valor é obtido a partir da equação (4.10) usando os dados a partir do experimento: $\delta = 8\ \mu\mathrm{m}$, $D = 0{,}2\ c\mathrm{m}$ e $\lambda = 532\ n\mathrm{m}$. Visualmente, a distância de reconfiguração corresponde à posição z onde os padrões de “speckle” com e sem obstáculo têm a mesma intensidade média normalizada. Em outras palavras, a assinatura do obstáculo desaparece completamente nesta posição. A figura 4.4(B) mostra os resultados de simulação dos perfis de intensidade para a propagação dos “speckles” após cruzarem um obstáculo e, a figura 4.4(C) mostra os correspondentes resultados teóricos a partir da equação (4.9). Todos os resultados de simulação e experimento têm um conjunto médio de 100 cálculos e medidas, respectivamente. Em todas as abordagens, experimental, numérica e teórica, pode ser observado que o obstáculo afeta a intensidade do padrão de “speckle” e que, durante a propagação, o padrão é reconfigurado em torno de $z_R = 5{,}8\ \mathrm{cm}$. Após isso, o padrão de “speckle” permanece com a distribuição de intensidade média uniforme, sem qualquer assinatura de obstáculo. Os resultados numéricos e teóricos têm boa concordância com os resultados experimentais apresentados em (A) da mesma figura.

As figuras 4.4(D), (E) e (F) seguem a mesma descrição apresentada para as figuras 4.4(A), (B) e (C), mas agora com os seguintes parâmetros: $\delta = 66{,}5\ \mu\mathrm{m}$, $D = 0{,}2\ c\mathrm{m}$ e $\lambda = 532\ n\mathrm{m}$. O ponto importante aqui é o comprimento de coerência espacial, que é $\delta = 66{,}5\ \mu\mathrm{m}$ e, como consequência, o comprimento de reconfiguração ocorre em torno de $z_R = 48{,}2\ \mathrm{cm}$, valor obtido pela equação (4.10). É interessante observar que para comprimentos de coerência espacial pequenos, o comprimento de reconfiguração é também pequeno. Por outro lado, para um feixe coerente a reconfiguração de todo o padrão ocorreria em local no infinito. É bem conhecido que para feixes coerentes somente algumas famílias têm a habilidade de reconstrução [9].

Figura 4.4 - Resultados dos perfis 1D do campo de “speckle” propagado após obstáculo. (A) e (D) são experimentais, (B) e (E) são numéricos, (C) e (F) são resultados teóricos obtidos a partir da equação (4.9). Primeira linha

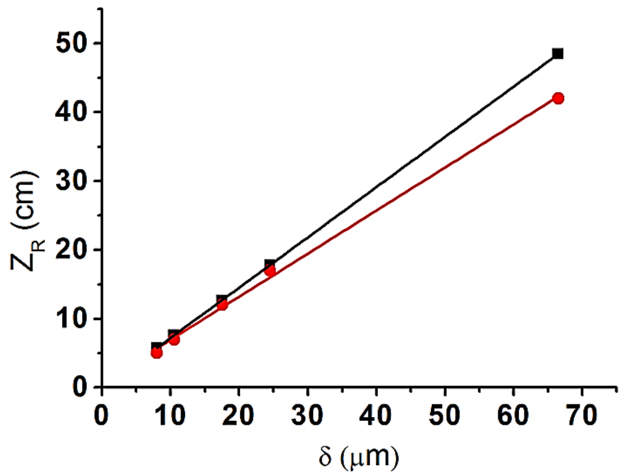
foi usado $\delta = 8\ \mu\text{m}$ e $\lambda = 532\ nm$. Segunda linha tem os mesmos parâmetros da primeira, mas agora com $\delta = 66,5\ \mu\text{m}$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 4.5 mostra um gráfico linear da distância de reconfiguração como uma função do comprimento de coerência espacial dos “speckles”. Obtemos cinco valores de z_R para os comprimentos de coerência $\delta = 8;\ 10{,}5;\ 17{,}5;\ 25{,}5$ e $66{,}5\ \mu\text{m}$. Os círculos sólidos vermelhos são pontos experimentais onde z_R, para cada ponto, foi obtido observando, nas curvas de intensidade, a posição z onde a assinatura do obstáculo desaparece completamente. A distância de recofiguração corresponde ao ponto onde os padrões de “speckle” com e sem obstáculo têm a mesma intensidade média, verificada pela diferença entre essas intensidades. A linha vermelha é um ajuste linear. Por outro lado, os quadrados pretos são pontos obtidos usando a equação (4.10), variando somente o parâmetro δ com os mesmos valores usados para os pontos dos círculos vermelhos. A linha preta é um ajuste linear. Para grandes valores de δ torna-se mais difícil identificar, apenas inquirindo os padrões de “speckles”, no local onde ocorre a reconfiguração. Este fato é evidente pela observação da coluna (C) da figura 4.3, onde a transição para um padrão homogêneo ocorre suavemente ao longo de z. Na coluna (C) é necessário mover de $z = 27$ para $42\ \text{cm}$ para ver, grosseiramente, um padrão homogêneo. Este não é o caso para a coluna (A) ou mesmo a coluna (B), onde a partir da assinatura do obstáculo até atingir um padrão homogêneo, corresponde apenas a alguns centímetros.

Figura 4.5 - Variação da distância de reconfiguração com o comprimento de coerência espacial dos “speckles”. Teórico (quadrado preto) e experimental (círculo vermelho)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Finalmente, é importante notar que a ideia básica sobre a autorreconfiguração apresentada aqui está em concordância com o que foi visto no capítulo 2 desta tese.

4.6 Conclusão

Neste capítulo mostramos que um padrão de “speckle” pode ser reconfigurado ao longo da propagação, eliminando qualquer informação do obstáculo. Também mostramos que o comprimento de reconfiguração depende do comprimento de coerência espacial dos “speckles”. Notavelmente, encontramos que esta dependência é linear. As simulações numéricas e a teoria estão em boa concordância com os dados experimentais obtidos.

5 USO DE "SPECKLES" PARA TRANSMISSÃO DE IMAGEM ATRAVÉS DE OBSTÁCULO

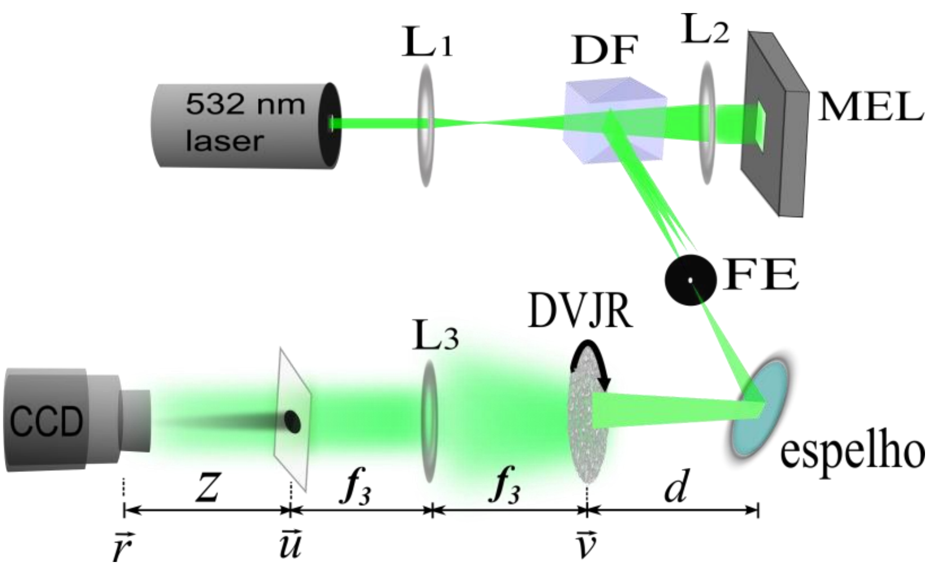
5.1 Introdução

No capítulo 4, mostramos que a distância de reconfiguração de um campo de "speckle" depente linearmente do seu comprimento de coerência espacial. Também foi verificado que esta distância varia com o tamanho da obstrução. Neste capítulo, usamos a habilidade de autorreconfiguração dos "speckles" para transmitir uma imagem através de obstáculos. Demonstramos que é possível recuperar uma imagem, sem distorções, mesmo quando um obstáculo opaco é colocado em seu caminho. Apresentamos resultados experimentais e teóricos, além de simulação numérica para dar suporte aos resultados.

5.2 Experimento

O arranjo experimental é ilustrado pela figura 5.1. Um laser Nd:YAG operando em $532\,nm$ ilumina um holograma gerado por computador [28], com pixels controláveis escritos em um modulador espacial da luz (MEL) da Hamamatsu modelo X10468-01, produzindo uma transformada de Fourier de um feixe Gaussiano para ser o referência e uma transformada de Fourier de uma imagem para ser o feixe sinal. Utilizamos a letra "π " como imagem. Os dois feixes, referência e sinal, foram transmitidos através de um meio espalhador. Uma lente L_2 projeta um feixe colimado no MEL e incide, sobre o disco de vidro jateado rotativo (DVJR), a transformada de Fourier da luz refletida pelo modulador. A lente L_3 é colocada em uma distância $f_3 = 140\,mm$ a partir do DVJR. Um filtro espacial circular (FE), colocado no plano focal da lente L_2, foi usado para selecionar a ordem de difração desejada. Alguns "speckles" foram bloqueados por um obstáculo e os transmitidos foram capturados por uma câmera CCD em diferentes posições longitudinais z. Primeiro, o feixe referência foi capturado pela câmera e, após isso, o holograma foi mudado para a captura do feixe sinal. O DVJR, a câmera CCD e o MEL foram sincronizados para garantir que as duas imagens adquiridas sejam espacialmente incoerentes, mas correlacionadas entre si. De fato, o feixes sinal e referência são espalhados pela mesma região do DVJR e detectadas, uma de cada vez, alterando o holograma. Somente após as medidas do sinal e referência, o DVJR é rotacionado para o próximo conjunto de medidas. Para obter dois comprimentos de coerência espacial dos “speckles”, ajustamos a configuração experimental para duas diferentes distâncias de d. Para $d = 5\,cm$, temos o comprimento de coerência espacial de $\delta_1 = 31{,}1\;\mu m$ e para $d = 15\,cm$, $\delta_2 = 17{,}7\;\mu m$. Como vimos no capítulo anterior, isso ocorre porque o tamanho da fonte laser sobre o disco muda para diferentes distâncias de d e, consequentemente, o comprimento de coerência espacial é mudado. O mesmo método de aucorrelação numérico utilizado no trabalho do capítulo 4 foi usado aqui para medir o comprimento de coerência espacial dos “speckles” [34]. O comprimento de coerência espacial corresponde ao tamanho médio dos “speckles” que é dado pela largura à meia altura máxima da curva de correlação, que possui distribuição Gaussiana. Dois obstáculos foram usados com diâmetros de $D_1 \approx 2\;mm$ e $D_2 \approx 1\;mm$. Cada obstáculo é um círculo escuro pintado sobre uma lâmina transparente.

Figura 5.1 - Configuração experimental. L_1, L_2 e L_3 são lentes com comprimentos focais $f_1 = 30\;mm$, $f_1 = 300\;mm$ e $f_3 = 140\;mm$, respectivamente; DF: divisor de feixe; FE: filtro espacial; MEL: modulador espacial da luz; DVJR: disco de vidro jateado rotativo; CCD: dispositivo de carga acoplada



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

5.3 Teoria

A propagação do campo a partir do DVJR até o obstáculo pode ser escrita por [17, 18]:

$$E_S(\vec{u}_1)=\int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right)\tilde{\pi}(\vec{v}_1)G(\vec{v}_1)d^2v_1 \qquad (5.1)$$

e

$$E_R(\vec{u}_2)=\int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)\tilde{g}(\vec{v}_2)G(\vec{v}_2)d^2v_2\,, \qquad (5.2)$$

para os feixes sinal e referência, respectivamente. É importante lembrar que estes feixes são campos de “speckle”. $\vec{v}_i$ e $\vec{u}_i$ são as coordenadas tranversais nos planos do DVJR e obstáculo, respectivamente. k é o módulo do vetor de onda e é dado por $k=2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda. G descreve o efeito aleatório do DVJR. $\tilde{\pi}$ descreve a transformada de Fourier da imagem “π ” e $\tilde{g}$ é a transformada de Fourier do feixe Gaussiano.

A propagação a partir do obstáculo até a CCD pode ser descrito por:

$$E_S(\vec{r}_1)=\int \mathrm{O}(\vec{u}_1)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2\right)\left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right)\tilde{\pi}(\vec{v}_1)G(\vec{v}_1)d^2v_1\right]d^2u_1\,, \qquad (5.3)$$

e

$$E_R(\vec{r}_2)=\int \mathrm{O}(\vec{u}_2)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right)\left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)\tilde{g}(\vec{v}_2)G(\vec{v}_2)d^2v_2\right]d^2u_2\,,$$

(5.4)

onde O representa o obstáculo e $\vec{r}_i$ é a coordenada transversal no plano da CCD.

A função de correlação espacial do campo nos pontos $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ do detector é dada por:

$$\left\langle E_S(\vec{r}_1)E_R^*(\vec{r}_2)\right\rangle = \left\langle \left\{ \int \mathrm{O}(\vec{u}_1)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_1-\vec{r}_1\right)^2\right)\left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1\right)\tilde{\pi}\left(\vec{v}_1\right)G\left(\vec{v}_1\right)d^2v_1\right]d^2u_1\right\} \right.$$
$$\left. \times\left\{ \int \mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_2-\vec{r}_2\right)^2\right)\left[\int \exp\left(-\frac{ik}{f_3}\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)\tilde{g}^*\left(\vec{v}_2\right)G^*\left(\vec{v}_2\right)d^2v_2\right]d^2u_2\right\}\right\rangle .$$

(5.5)

Fazendo alguns ajustes, a equação (5.5) torna-se:

$$\left\langle E_S(\vec{r}_1)E_R^*(\vec{r}_2)\right\rangle = \left\langle \iint \mathrm{O}(\vec{u}_1)\mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_1-\vec{r}_1\right)^2+\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_2-\vec{r}_2\right)^2\right]\right.$$
$$\left. \times\left\{\iint \exp\left[\frac{ik}{f_3}\left(\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1-\vec{v}_2\cdot\vec{u}_2\right)\right]\tilde{\pi}(\vec{v}_1)\tilde{g}^*(\vec{v}_2)G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)d^2v_1d^2v_2\right\}d^2u_1d^2u_2\right\rangle .$$

(5.6)

Com espalhamento suficiente, o efeito aleatório do DVJR pode ser descrito por uma função delta de Dirac $\left\langle G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)\right\rangle = \delta(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$. Com isso, as integrais em $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ na equação (5.5) tornam-se:

$$\Gamma = \int \exp\left[\frac{ik}{f_3}\vec{v}\cdot(\vec{u}_1-\vec{u}_2)\right]\tilde{\pi}\left(\vec{v}\right)\tilde{g}^*\left(\vec{v}\right)d^2v\,. \qquad (5.7)$$

Considerando que $\tilde{g}$ é a transformada de Fourier de uma Gaussiana com largura muito estreita, a equação (5.7) é aproximadamente uma convolução de π com a função delta de Dirac, resultando em:

$$\Gamma = \pi(\vec{u}_1-\vec{u}_2)\,. \qquad (5.8)$$

Inserindo a equação (5.8) na equação (5.6) obtemos:

$$\left\langle E_S(\vec{r}_1)E_R^*(\vec{r}_2)\right\rangle = \iint \mathrm{O}(\vec{u}_1)\mathrm{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_1-\vec{r}_1\right)^2+\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_2-\vec{r}_2\right)^2\right]\pi(\vec{u}_1-\vec{u}_2)d^2u_1d^2u_2.$$

(5.9)

Após isso, usando as mudanças de variáveis $\vec{u}_2 = \vec{u}_1 - \vec{u}$, $\vec{r}_1 = \vec{r}$ e $\vec{r}_2 = 0$, encontramos:

$$\begin{aligned}\left\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\right\rangle &= \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}\vec{r}^{\,2}\right)\iint \mathrm{O}(\vec{u}_1)\mathrm{O}(\vec{u}_1-\vec{u})\exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}_1\cdot(\vec{u}-\vec{r})\right] \\ &\times\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}\vec{u}^{\,2}\right)\pi(\vec{u})d^2u_1d^2u.\end{aligned} \tag{5.10}$$

Pode ser mostrado que, para qualquer obstáculo, a integral na variável u_1 na equação (5.10) resulta em uma função que é aproximadamente a transformada de Fourier da função do obstáculo $\tilde{\mathrm{O}}(\vec{u}-\vec{r})$ que pode ser, com boa aproximação, descrita pela função delta de Dirac $\tilde{\mathrm{O}}(\vec{u}-\vec{r}) \approx \delta(\vec{u}-\vec{r})$, tal que:

$$\begin{aligned}\left\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\right\rangle &= \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}\vec{r}^{\,2}\right)\int \delta(\vec{u}-\vec{r})\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}\vec{u}^{\,2}\right)\pi(\vec{u})d^2u \\ &= \pi(\vec{r}).\end{aligned} \tag{5.11}$$

De acordo com a teorema do momento de Reed [36], a correlação entre as intensidades medidas $\left\langle I_S(\vec{r})I_R(0)\right\rangle$ é relacionada ao módulo da correlação de campo $\left|\left\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\right\rangle\right|$ por:

$$\left\langle I_S(\vec{r})I_R(0)\right\rangle - \left\langle I_S(\vec{r})\right\rangle\left\langle I_R(0)\right\rangle = \left|\left\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\right\rangle\right|^2 . \tag{5.12}$$

Assim, considerando que as intensidades médias no plano de medição são uniformes, o segudo termo da equação (5.12) é apenas um “background” na correlação de intensidade.

5.4 Resultados e discussões

A figura 5.2 mostra as intensidades dos padrões de “speckle” referência e sinal, com comprimento de coerência espacial $\delta_1 = 33{,}1\ \mu m$, usando matrizes de 720×720 pixels, correspondendo a uma região de $2{,}52\ mm\times2{,}52\ mm$ da câmera

CCD. Na primeira linha da figura 5.2, a CCD foi colocada em $z = 0\ cm$. Após a medida dos padrões de “speckles”, uma lâmina transparente com um círculo escuro de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$ foi colocada em $z = 0\ cm$. A partir de $z = 2\ cm$ até $z = 10\ cm$, a assinatura do obstáculo é claramente observada. Por outro lado, o padrão de “speckle” torna-se totalmente homogêneo ou autorreconfigura em torno de $z = 34\ cm$.

O procedimento usado para obtenção da correlação cruzada entre os padrões de “speckles” referência e sinal foi o seguinte: medimos a intensidade do referência seguido da intensidade do sinal e, então, realizamos numericamente a correlação cruzada entre eles,

$$C(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I_S(x',y') I_R(x'-x, y'-y)dx'dy', \qquad (5.13)$$

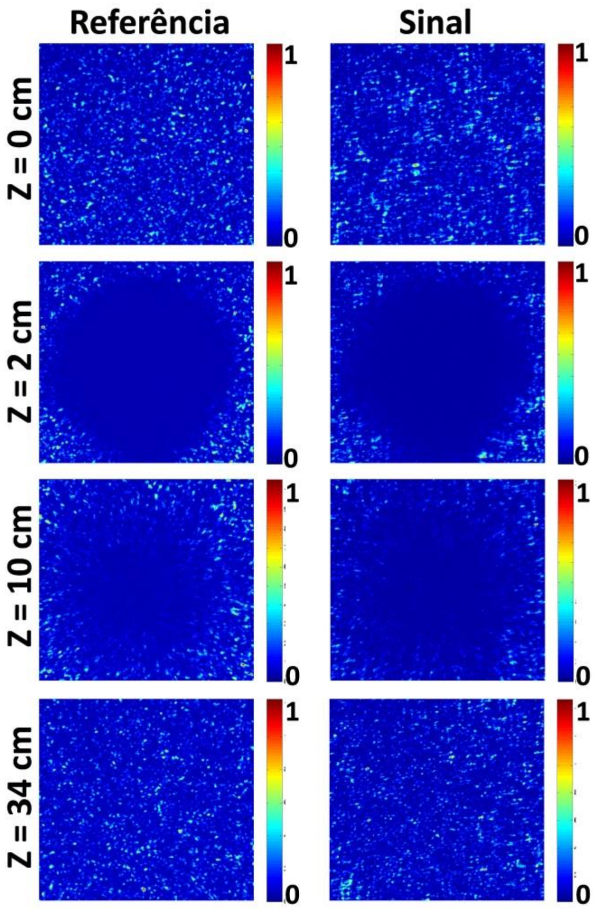
onde I_S e I_R são as intensidades do sinal e referência, respectivamente. Todos os resultados experimentais apresentados neste capítulo representam médias de 100 medidas.

Os resultados das correlações cruzadas entre os referências e sinais da figura 5.2 são mostrados na figura 5.3. A primeira imagem ($z = 0\ cm$) é exatamente a imagem recuperada sem a presença do obstáculo. Após isso, uma lâmina transparente com um obstáculo de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$ foi colocado no caminho dos “speckles” e a sequência de imagens borradas foram medidas. Entretanto, em torno de $z = 34\ cm$, a imagem “π ” foi claramente recuperada. Esta posição coincide com a de autorreconfiguração dos “speckles”, conforme podemos observar na figura 5.2. Podemos ver que todos os detalhes da letra são recuperados. Além disso, a letra não mudou seu tamanho ao longo da propagação devido ao fato de o campo de “speckle” ser um campo colimado. Os “speckles” em si, não mudam seus tamanhos para a distância entre a lente L_3 e a posição da câmera CCD. As matrizes usadas possuem 360×360 pixels, correspondendo a uma região de $1{,}26\ mm \times 1{,}26\ mm$ da câmera CCD para exibir as imagens da figura 5.3.

O efeito de autorreconfiguração é caracterizado pela existência do mesmo perfil de aucorrelação antes e depois do obstáculo, logo que a intensidade do padrão de “speckle” tenha sido reconstruída, como vimos no capítulo 3. Aqui é importante destacar que a reconstrução da letra “π ”, obtida através da realização do procedimento de correlação cruzada, coincide com o efeito da autorreconfiguração.

Podemos também observar na figura 5.3, através das barras de cores, que para $z = 2\ cm$, a letra "π " é borrada e a assinatura do obstáculo tem uma forte influência na formação da imagem. Contudo, durante a propagação, em $z = 34\ cm$, o "background" aumenta, retornando ao mesmo nível observado em $z = 0\ cm$.

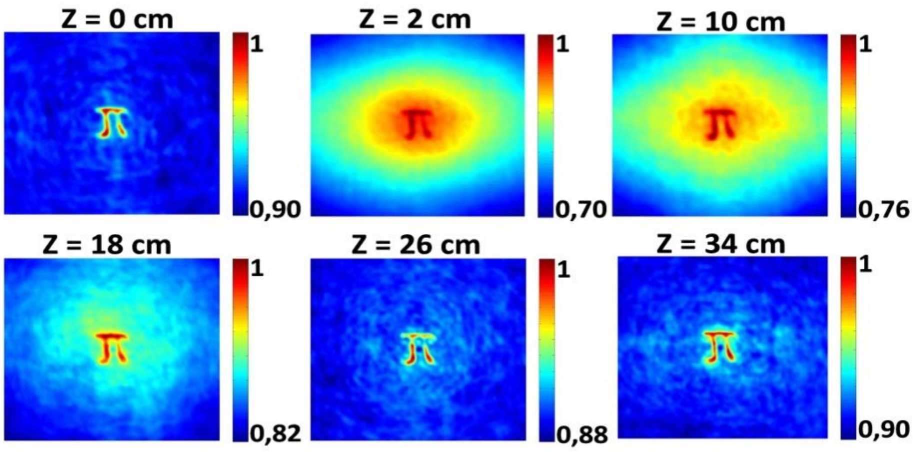
Figura 5.2 - Padrões de "speckles" dos feixes referência e sinal para diferentes distâncias de propagação, com comprimento de coerência espacial $\delta_1 = 33{,}1\ \mu m$ e obstáculo de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 5.4 mostra as intensidades dos padrões de "speckle" referência e sinal, para os mesmos parâmetros da figura 5.2, mas agora com comprimento de coerência espacial de $\delta_2 = 17{,}7\ \mu m$. Observamos que com a redução do comprimento de coerência espacial dos “speckles” o efeito do obstáculo desaparece em uma menor distância, em torno de $z = 17\ cm$.

Figura 5.3 - Correlação cruzada entre os feixes referência e sinal para diferentes distâncias de propagação, com comprimento de coerência $\delta_1 = 33{,}1\ \mu m$ e obstáculo de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$

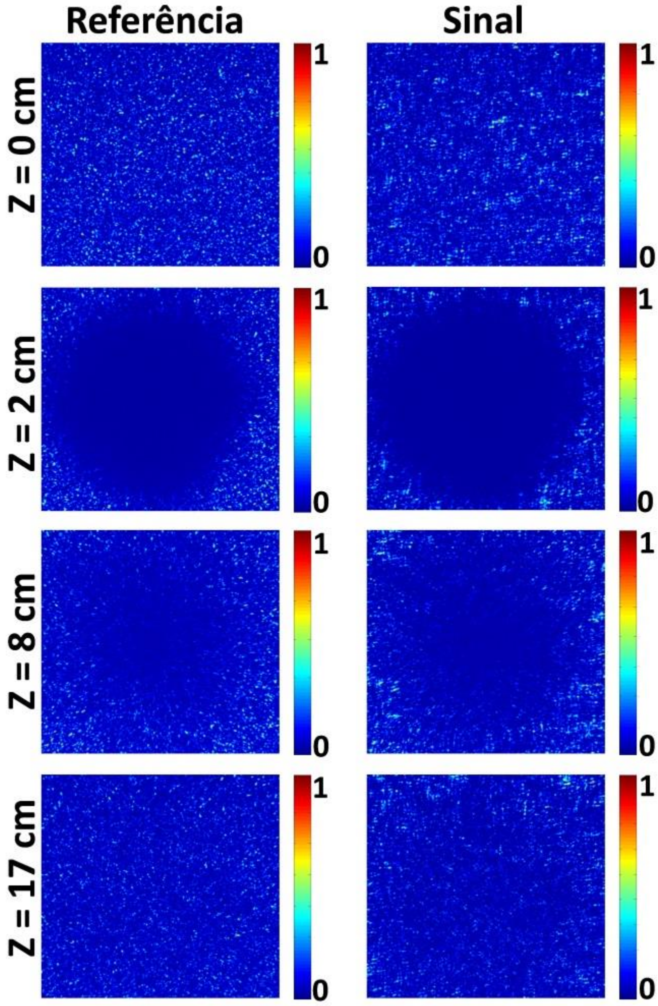


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Figura 5.5 mostra os resultados da correlação cruzada entre o feixe referência e o feixe sinal da figura 5.4. Podemos claramente observar que a letra e o “background” são reestabelecidos em torno de $z = 17\ cm$, seguindo figura 5.4.

Uma vez que as figuras 5.4 e 5.5 têm as mesmas dimensões como figuras 5.2 e 5.3, respectivamente, comparando figura 5.5 com 5.3, notamos que o tamanho da letra tem mudado. Isso é observado porque diminuindo o comprimento de coerência espacial dos “speckles”, pelo aumento do tamanho da fonte do feixe laser sobre o DVJR, implica uma redução do tamanho da imagem formada na função de correlação [33].

Figura 5.4 - Padrões de "speckles" dos feixes referência e sinal para diferentes distâncias de propagação, com comprimento de coerência espacial $\delta_2 = 17,7\ \mu m$ e obstáculo de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$

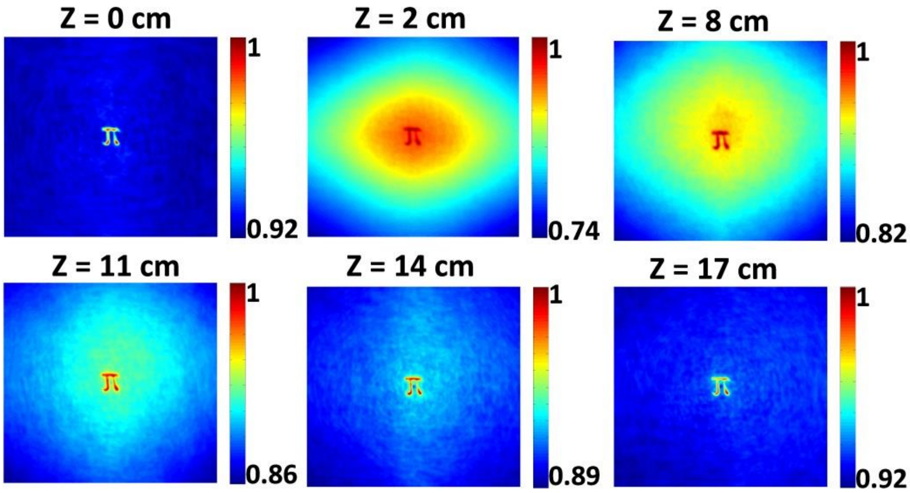


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Usamos dois parâmetros para avaliar a habilidade de reconfiguração para a imagem correlacionada: a visibilidade e a similaridade. Para o cálculo da visibilidade e similaridade, utilizamos os mesmos resultados experimentais mostrados nas figuras 5.3 e 5.5. A visibilidade foi calculada como segue:

$$V = \frac{I_L - I_B}{I_L + I_B}, \tag{5.14}$$

Figura 5.5 - Correlação cruzada entre os feixes referência e sinal para diferentes distâncias de propagação, com comprimento de coerência $\delta_2 = 17,7\ \mu m$ e obstáculo de diâmetro $D_1 \approx 2\ mm$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

onde I_L é a intensidade média dos pixels contidos na letra "π " e I_B é a intensidade média dos pixels fora da letra "π " ("background"). A similaridade foi calculada, também, usando os dados da figura 5.3 e 5.5, mas seguindo a referência [37],

$$S = \frac{\iint I_f I_i dxdy}{\iint I_i^2 dxdy}, \quad (5.15)$$

onde I_i é a intensidade antes do obstáculo ($z = 0\ cm$) e I_f são as intensidades para as diferentes distâncias de propagação.

Fizemos uma simulação para suportar os resultados experimentais. Funções pseudoaletórias $R = R(x, y)$ são geradas, tal que cada ponto assume valores aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 2π. O padrão de "speckle" é simulado por:

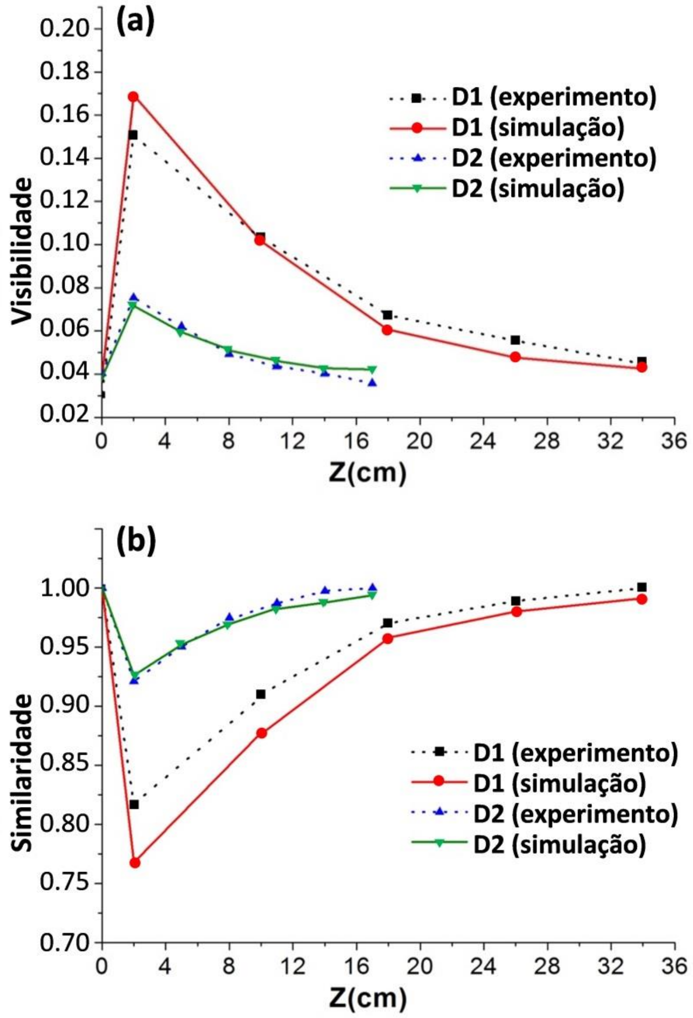
$$P(x, y) = \mathbb{F}\left[A(x, y)e^{iR(x,y)}\right], \quad (5.16)$$

onde $\mathbb{F}$ denota uma transformada de Fourier. O termo $A(x, y)$ pode ser igual a $\exp\left[-\left(x^2 + y^2\right)/w_1^2\right]$ para o feixe referência ou igual à transformada de Fourier da letra “π ” para o feixe sinal. O resultado da equação (5.16) é assumida para corresponder ao plano em $z=0\,cm$. Ajustando w_1, podemos controlar o comprimento de coerência espacial que é da ordem do tamanho médio do grão de “speckle”. Na sequência, simulamos a propagação dos campos referência e sinal através do obstáculo. Após isso, realizamos, numericamente, a correlação cruzada entre as intensidades do feixe referência e do feixe sinal para as mesmas distâncias de propagação apresentadas nos experimentos. Todas as simulações possuem uma média de 100 cáculos. Após obtermos uma letra “π ” similar à obtida nas figuras 5.3 e 5.5, usamos as equação (5.14) e (5.15) para calcular a visibilidade e similaridade, respectivamente.

A figura 5.6 mostra a visibilidade e similaridade em (a) e (b), respectivamente, para as imagens correlacionadas para diferentes distâncias de propagação, correspondendo às simulações numéricas e resultados experimentais da figura 5.3. Em $z=2\,cm$, a visibilidade aumenta ao mesmo tempo que a similaridade diminui. Ao longo da propagação, os valores de visibilidade diminuem e retornam ao valor próximo do que existia antes do obstáculo, em $z=0\,cm$. Diferentemente, os valores de similaridade aumentam, aproximando-se de 1. É importante salientar neste ponto que a similaridade quantifica o efeito de autorreconfiguração, mostrando que a resolução da letra “π ” é recuperada. É interessante notar que existe uma troca entre a visibilidade e similaridade, como observado na figura 5.6. Este comportamento pode ser também observado entre visibilidade e resolução [32]. A resolução aumenta, enquanto a visibilidade do padrão diminui.

Para um melhor entendimento do efeito do obstáculo na visibilidade e similaridade, realizamos o mesmo estudo com um obstáculo de diâmetro $D_2 \approx 1\,mm$. Como pode ser visto na figura 5.6, a inserção do obstáculo de menor diâmetro tem menor efeito na visibilidade e similaridade, reduzindo, consequentemente, a distância de reconfiguração. Assim, os valores visibilidade e similaridade retornam àqueles próximos de $z=0\,cm$ em uma distância de propagação em torno de $z=17\,cm$.

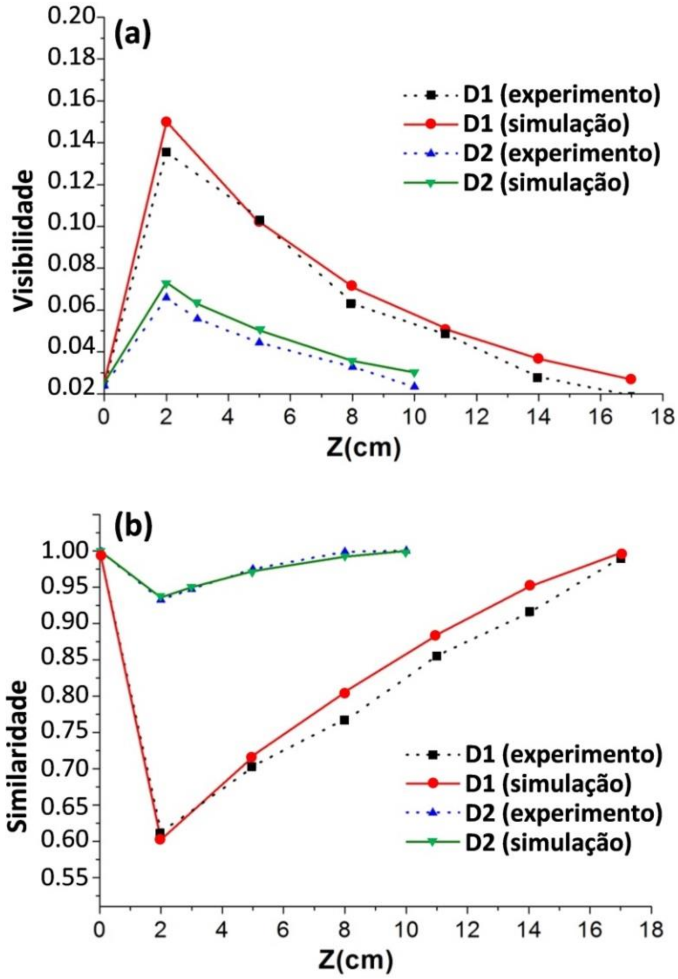
Figura 5.6 - Resultados de simulação e experimento para visibilidade (a) e similaridade (b) em função da distância de propagação para o comprimento de coerencia $\delta_1 = 33,1\ \mu m$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 5.7 mostra a visibilidade (a) e a similaridade (b) para as imagens correlacionadas ao longo da propagação, com os mesmos parâmetros da figura 5.5, mas agora com comprimento de coerência espacial de $\delta_2 = 17,7\ \mu m$. Para este caso, a recuperação da visibilidade e similaridade ocorre em uma menor distância, já que a distância de reconfiguração é diretamente proporcional ao comprimento de coerência, como vimos no capítulo anterior.

Figura 5.7 - Resultados de simulação e experimento para visibilidade (a) e similaridade (b) em função da distância de propagação para o comprimento de coerencia $\delta_2 = 17,7\ \mu m$



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

É notável que a imagem correlacionada é mais robusta contra distorções durante difração através de obstáculos quando incorparada em um padrão de “speckle” mais incoerente. Todos os resultados experimentais estão em boa concordância com a simulação.

É importante lembrar aqui, que um padrão de “speckle” pode se autorreconfigurar, independente se o feixe que o gerou foi um Gaussiano ou Bessel, como vimos no capítulo 3 desta tese.

5.5 Conclusão

Neste capítulo mostramos que uma imagem incorporada a um padrão de “speckle” pode ser reconfigurada após sua transmissão através de um objeto. Este recurso da reconfiguração é quantificado usando os conceitos de similaridade e visibilidade. Observamos que a inserção de um obstáculo causa mudanças nessas quantidades, mas são reestabelecidas durante a propagação, eliminando completamente qualquer efeito do obstáculo. Observamos também que a distância de propagação para recuperar a visibilidade e similaridade depende do comprimento de coerência espacial dos “speckles” e do tamanho da obstrução. A reconfiguração da imagem usando “speckles” pode ser útil em aplicações envolvendo microscopia em amostras biológicas, abrindo caminhos alternativos ao uso de feixes autorreconstrutivos [14, 15]. O efeito da autorreconfiguração pode, também, ser útil para emaranhamento de fótons gerados por fontes parcialmente coerentes [16, 38].

6 ROBUSTEZ E GEOMETRIA DE UM VÓRTICE DE COERÊNCIA

6.1 Robustez de Um Vórtice de Coerência

6.1.1 Introdução

Os vórtices são feixes ópticos que possuem momento angular orbital (MAO) [39], caracterizados por uma distribuição de intensidade em forma de anel com uma singularidade de fase e, portanto, campo com amplitude zero no centro. O estudo de tais feixes, no contexto coerente, tornou-se um grande campo de pesquisa nas últimas duas décadas, com aplicações em diferentes áreas do conhecimento, tais como óptica quântica, micromanipulação óptica [40-42], transmissão de dados [43], dentre outras. Todavia, nos últimos anos, estudos baseados na função de correlação de campos de luz parcialmente coerentes têm sido realizados [44, 45]. A função de correlação de tais campos podem apresentar vórtices ópticos, que neste contexto são chamados vórtices de coerência [46-48].

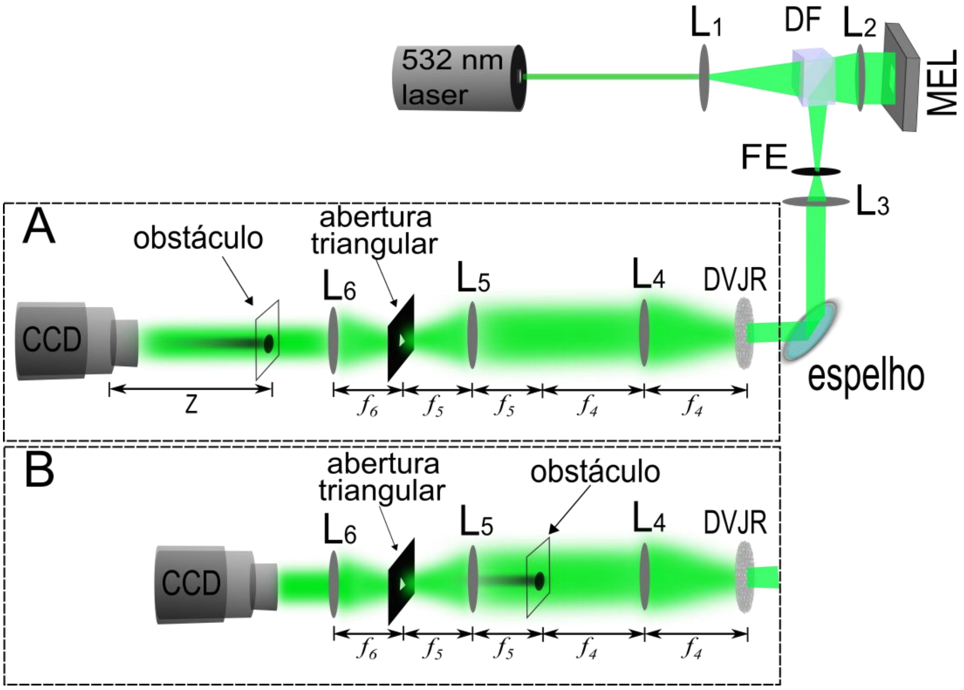
Nos capítulos anteriores, demonstramos que feixes parcialmente coerentes possuem robustez inesperada contra espalhamento por um obstáculo opaco, ou seja, todo o padrão de “speckle” torna-se homogêneo após uma certa distância de propagação, desaparecendo qualquer assinatura do obstáculo. Por consequência deste efeito, vimos que é possível recuperar uma imagem incorporada em um padrão de “speckle”, após parte do mesmo ter sido bloqueado. Portanto, este tipo de feixe pode ser reconstruído e a informação contida no mesmo ser totalmente recuperada.

Na primeira parte deste capítulo mostramos que a quantidade de MAO é preservada na correlação de intensidades dos campos eletromagnéticos parcialmente coerentes, mesmo quando estes campos são parcialmente bloqueados por um obstáculo opaco. Nós geramos e propagamos dois feixes parcialmente coerentes, possuindo cada um, diferente carga topológica (CT), m_1 e m_2, e colocamos um obstáculo no caminho dos mesmos. A CT de um vórtice representa a quantidade de MAO que o mesmo possui. Medimos a carga topológica efetiva (CTE) realizando a correlação de intensidades entre os dois feixes. A CTE é a quantidade de MAO presente no resultado da correlação de intensidades dos dois feixes parcialmente coerentes [49].

6.1.2 Experimento

A configuração experimental é mostrada esquematicamente na figura 6.1. Um laser Nd:YAG operando em $532\,nm$ ilumina um holograma gerado por computador [28] escrito em um modulador espacial de luz (MEL) da Hamamatsu, modelo X10468-01, produzindo modos Laguerre-Gaussianos (LG) com $m_1 = 2$ para o feixe referência, e $m_2 = -1$ para o feixe sinal. Os feixes LG coerentes e colimados são incididos em um disco de vidro jateado rotativo (DVJR) para gerar feixes LG parcialmente coerentes. Após o DVJR temos um feixe parcialmente coerente colimado pela lente L_4. Uma lente L_5 foi usada para realizar a transformada de Fourier deste feixe, formando um feixe em forma de anel no foco da referida lente [50] onde uma abertura triangular foi colocada. A ideia dessa abertura é medir a quantidade de CTE [51]. Uma lente L_6 é usada para projetar a transformada de Fourier do plano onde aparece o feixe em forma de anel sobre a câmera CCD, após atravessar o obstáculo. Primeiro, o feixe referência foi capturado pela CCD e, após isso, o holograma foi mudado para gerar o feixe sinal. A robustez do vórtice foi verificada em duas diferentes situações: primeiramente, colocamos o obstáculo após a apertura triangular e medimos os padrões de "speckle" deslocando longitudinalmente a CCD ao longo de z, como ilustra a figura 6.1(A); depois, colocamos o obstáculo antes da abertura triangular e medimos os padrões de "speckle" com a CCD fixada na posição $z = 0\,cm$, como exibido na figura 6.1(B). Em tais procedimentos, realizamos duas medidas com o DVJR parado. Primeiro o feixe referência com $m_1 = 2$ foi medido e, na sequência, com a mudança do holograma, medimos o feixe sinal com $m_2 = -1$. Após as medidas do feixe referência e do feixe sinal, o DVJR foi rotacionado para o próximo conjunto de medidas. Com as intensidades dos feixes referência e sinal medidas, uma correlação cruzada entre elas foi realizada.

Figura 6.1 - Configuração experimental. $L_1 = 30\ mm$, $L_2 = 300\ mm$, $L_3 = 200\ mm$, $L_4 = 140\ mm$, $L_5 = 100\ mm$ **e** $L_6 = 100\ mm$**: lentes; DF: divisor de feixes; FE: filtro espacial; MEL: modulador espacial da luz; DVJR: disco de vidro jateado rotativo; CCD: dispositivo de carga acoplada**



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

6.1.3 Teoria

A correlação de intensidade é relacionada à função de correlação de campo empregando o teorema de momento de Reed [36],

$$\begin{aligned} W(x,y) &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I_S(x',y')I_R(x'-x,y'-y)dx'dy' \\ &= I_S I_R + |\Gamma(x,y)|^2, \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde I_S e I_R são as intensidades médias dos feixes sinal e referência, respectivamente. Γ é a função de correlação entre os campos de "speckles" sinal e referência correlacionados. O obstáculo usado possui diâmetro $D \approx 2\ mm$.

Para calcular a correlação de campo, no plano da CCD, primeiramente consideramos a configuração da figura 6.1(A). Da mesma forma que descrevemos no capítulo anterior, a propagação do campo a partir do DVJR até o ponto focal da lente L_4 é dada por [18, 33],

$$\Psi_{A,1}(\vec{u}_2) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_4} \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 \right) E_m(\vec{u}_1) G(\vec{u}_1) d^2 u_1, \qquad (6.2)$$

onde k é o módulo do vetor de onda e é dado por $k = 2\pi/\lambda$, λ é o comprimento de onda. G descreve o efeito aleatório do DVJR e E_m representa os feixes LG que incide sobre o DVJR. De agora em diante, devemos ter em mente que Ψ é um campo de “speckle”.

Os modos LG, E_m, foram definidos como:

$$E_m = A r^{|m|} \exp(im\phi) \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right), \qquad (6.3)$$

onde A é uma constante normalizada, w_0 é a largura do feixe, m é a CT e (r, ϕ) são as coordenadas polares.

A propagação a partir do plano focal da lente L_4 até o plano da abertura triangular é dada por:

$$\begin{aligned}
\Psi_{A,2}(\vec{u}_3) &= \int \exp\left(\frac{ik}{f_5} \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 \right) \Psi_{A,1}(\vec{u}_2) d^2 u_2 \\
&= \int \exp\left(\frac{ik}{f_5} \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 \right) \left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_4} \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 \right) E_m(\vec{u}_1) G(\vec{u}_1) d^2 u_1 \right] d^2 u_2 \\
&= \int \exp\left(\frac{ik}{f_5} \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 \right) \left\{ \int \exp\left(\frac{ik}{f_4} \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 \right) E_m(\vec{u}_1) G(\vec{u}_1) d^2 u_1 \right\} d^2 u_2 \\
&= E_m\left(-\frac{f_4}{f_5} \vec{u}_3 \right) G\left(-\frac{f_4}{f_5} \vec{u}_3 \right),
\end{aligned} \qquad (6.4)$$

significando que a imagem do DVJR será formada na abertura triangular. Esta imagem corresponde ao feixe em forma de anel [50]. Na sequência, calculamos a propagação do campo a partir da abertura triangular até o plano do obstáculo,

$$\Psi_{A,3}(\vec{u}_4) = \int \mathrm{T}(\vec{u}_3)\Psi_{A,2}(\vec{u}_3)\exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4\right)d^2u_3, \tag{6.5}$$

onde T é a função da abertura triangular. A imagem do DVJR, mostrada na equação (6.4), incide sobre o obstáculo e a lente L_6 realiza uma transformada de Fourier. O campo resultante após ser transmitido através do obstáculo e propagado para o plano da CCD, é dado por:

$$\begin{aligned}\Psi_{A,4}(\vec{r},z) &= \int O(\vec{u}_4)\Psi_{A,3}(\vec{u}_4)\exp\left(\frac{ik}{z}\vec{u}_4\cdot\vec{r}\right)d^2u_4\\ &= \int O(\vec{u}_4)\Psi_{A,3}(\vec{u}_4)\exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}_4\cdot\vec{r}\right)d^2u_4\\ &= \int O(\vec{u}_4)\Psi_{A,3}(\vec{u}_4)\exp\left(-\frac{i2\pi}{2\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r})^2\right)d^2u_4\\ &= \int O(\vec{u}_4)\Psi_{A,3}(\vec{u}_4)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r})^2\right)d^2u_4,\end{aligned} \tag{6.6}$$

onde O é a função do obstáculo.

Substituindo a equação (6.5) na equação (6.6) e, após isso, inserindo a equação (6.4), obtemos:

$$\begin{aligned}\Psi_{A,4}(\vec{r},z) = &\int O(\vec{u}_4)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r})^2\right)\\ &\times\left\{\int \mathrm{T}(\vec{u}_3)\exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4\right)\left[E_m\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\right]d^2u_3\right\}d^2u_4.\end{aligned} \tag{6.7}$$

Seguindo o procedimento experimental, duas diferentes CT irradiaram a mesma posição do DVJR. Isto dará origem a dois campos de “speckle” correlacionados e sua função de correlação é dada por:

$$\left\langle \Psi_{A,4}(\vec{r}_1,z)\Psi^*_{A,4}(\vec{r}_2,z)\right\rangle = \left\langle \left\{ \int O(\vec{u}_4)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r}_1)^2\right)\right.\right.$$
$$\times\left\{\int \mathrm{T}(\vec{u}_3)\exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4\right)\left[E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\right]d^2u_3\right\}d^2u_4\right\}$$
$$\times\left\{\int O^*(\vec{v}_4)\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{v}_4-\vec{r}_2)^2\right)\right.$$
$$\left.\left.\times\left\{\int \mathrm{T}^*(\vec{v}_3)\exp\left(-\frac{ik}{f_6}\vec{v}_3\cdot\vec{v}_4\right)\left[E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\right]d^2\vec{v}_3\right\}d^2\vec{v}_4\right\}\right\rangle .$$

(6.8)

Agrupando alguns termos da equação (6.8), escrevemos:

$$\left\langle \Psi_{A,4}(\vec{r}_1,z)\Psi^*_{A,4}(\vec{r}_2,z)\right\rangle = \left\langle \int\int O(\vec{u}_4)O^*(\vec{v}_4)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\vec{u}_4-\vec{r}_1\right)^2+\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{v}_4-\vec{r}_2)^2\right]\right.$$
$$\times\left\{\int\int \exp\left[\frac{ik}{f_6}(\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4-\vec{v}_3\cdot\vec{v}_4)\right]T(\vec{u}_3)T^*(\vec{v}_3)E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\right.$$
$$\left.\left.\times E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)d^2u_3d^2v_3\right\}d^2u_4d^2v_4\right\rangle ,$$

(6.9)

onde $\langle\cdots\rangle$ denota o processo de média.

Com forte espalhamento, o efeito aleatório do DVJR pode ser descrito por uma função delta de Dirac,

$$\left\langle G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\right\rangle = \delta(\vec{u}_3-\vec{v}_3)\,. \qquad (6.10)$$

Portanto, as integrais em $\vec{u}_3$ e $\vec{v}_3$ na equação (6.9) tornam-se:

$$\Gamma(\vec{u}_4-\vec{v}_4) = \int T(\vec{u}_3)E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\exp\left[\frac{ik}{f_6}(\vec{u}_3\cdot(\vec{u}_4-\vec{v}_4)\right]d^2u_3. \qquad (6.11)$$

Γ é um vórtice de coerência difratado por uma apertura triangular. O fato importante sobre Γ é que seu módulo é um padrão triangular que apresentará o valor da CTE $m_\Gamma = m_1 - m_2$ [49]. Inserindo a equação (6.11) na equação (6.9) e usando a mudança de variáveis $\vec{u} = \vec{u}_4 - \vec{v}_4$, $\vec{r}_1 = \vec{r}$, $\vec{r}_2 = 0$, obtemos:

$$\left\langle \Psi_{A,4}(\vec{r},z)\Psi^*_{A,4}(0,z)\right\rangle = \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}r^2\right)\int\int O(\vec{u}_4)O(\vec{u}_4-\vec{u}) \times\exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}_4\cdot(\vec{u}-\vec{r})\right]\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\Gamma(\vec{u})d^2u_4d^2u.$$

(6.12)

A integral na variável $\vec{u}_4$ na equação (6.12) resulta em uma função que é aproximadamente a transformada de Fourier da função obstáculo $\tilde{O}(\vec{u}-\vec{r})$ que pode ser, com boa aproximação, descrita por uma função delta de Dirac $\tilde{O}(\vec{u}-\vec{r}) \approx \delta(\vec{u}-\vec{r}),$ tornando a equação (6.12) da forma:

$$\left\langle \Psi_{A,4}(\vec{r},z)\Psi^*_{A,4}(0,z)\right\rangle = \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}r^2\right)\int \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\Gamma(\vec{u})d^2u, \qquad (6.13)$$

de onde obtemos:

$$\left\langle \Psi_{A,4}(\vec{r},z)\Psi^*_{A,4}(0,z)\right\rangle = \Gamma(\vec{r}). \qquad (6.14)$$

Para a configuração apresentada na figura 6.1(B), a propagação do campo a partir do DVJR até o ponto focal da lente L_4 é também dada pela equação (6.2). O obstáculo é localizado neste ponto. Portanto, a propagação do campo a partir do plano do obstáculo até o plano da abertura triangular é obtida realizando outra transformada de Fourier do produto entre $\Psi_{A,1}$ e a função obstáculo, resultando em:

$$\Psi_{B,2}(\vec{u}_3) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_5}\vec{u}_2\cdot\vec{u}_3\right)O(\vec{u}_2)\left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_4}\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\right)E_m(\vec{u}_1)\mathrm{G}(\vec{u}_1)d^2u_1\right]d^2u_2. \qquad (6.15)$$

A integral na variável $\vec{u}_2$ na equação (6.15) é a transformada de Fourier da função obstáculo, resultando aproximadamente na função delta de Dirac,

$$\tilde{O}\left(\frac{\vec{u}_1}{\lambda f_4}+\frac{\vec{u}_3}{\lambda f_5}\right)\approx\delta\left(\vec{u}_1+\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right). \tag{6.16}$$

Portanto, a propagação a partir da abertura triangular até o plano da câmera CCD pode ser escrita como:

$$\Psi_{B,3}(\vec{r})=\int \mathrm{T}\left(\vec{u}_3\right)E_m\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\mathrm{G}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{r}\right)d^2u_3, \tag{6.17}$$

onde, novamente, podemos ver que o feixe em forma de anel [50] será formado sobre a abertura triangular.

Seguindo mais uma vez o procedimento experimental, duas diferentes CT irradiam através da mesma posição do DVJR. Isso originará dois campos de "speckle" correlacionados e a função de correlação de campo, calculada no plano da câmera CCD é:

$$\left\langle\Psi_{B,3}(\vec{r}_1)\Psi^*{}_{B,3}(\vec{r}_2)\right\rangle=\left\langle\int\int T(\vec{u}_3)T^*(\vec{v}_3)E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\right.$$
$$\left.\times G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\exp\left[\frac{ik}{f_6}\left(\vec{u}_3\cdot\vec{r}_1-\vec{v}_3\cdot\vec{r}_2\right)\right]d^2u_3d^2v_3\right\rangle.$$

(6.18)

O processo de média afeta somente a parte aleatória da equação (6.15), resultando em uma função delta de Dirac, ou seja, recordando a equação (6.10) e usando as mudanças $\vec{r}_1=\vec{r}$ e $\vec{r}_2=0$, obtemos:

$$\left\langle\Psi_{B,3}(\vec{r})\Psi^*{}_{B,3}(0)\right\rangle=\int T(\vec{u}_3)E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)\exp\left[\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{r}\right]d^2u_3, \tag{6.19}$$

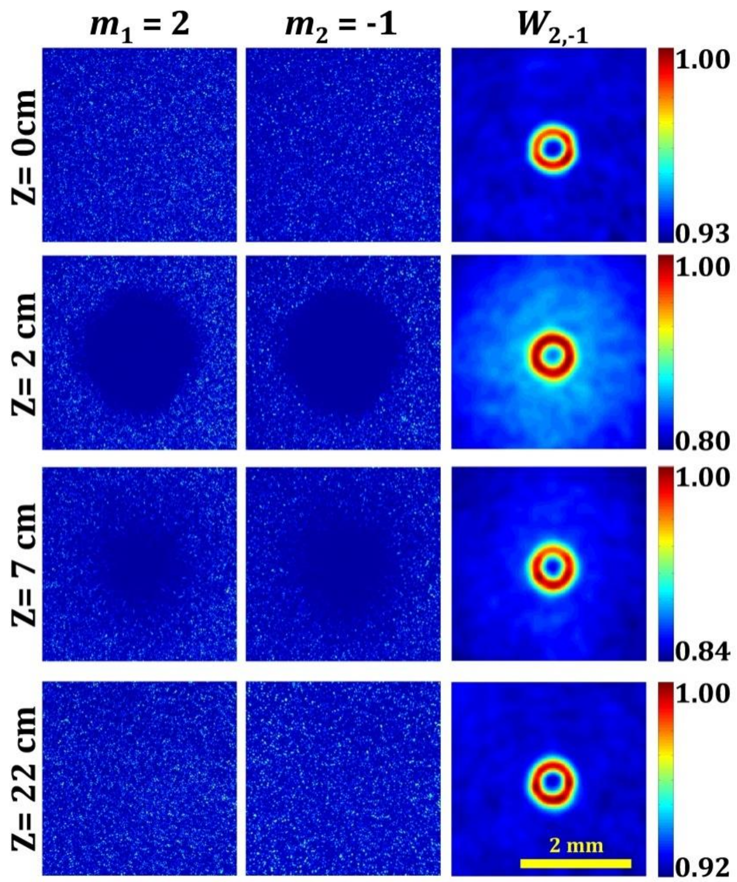
que é, exatamente, o resultado da equação (6.14). Portanto, ambas as configurações experimentais (A) e (B) trazem os mesmos resultados, tendo um módulo que é um padrão triangular e revelará o valor da CTE, $m_\Gamma = m_1 - m_2$ [49].

Seguindo o mesmo procedimento, não é difícil mostrar que a intensidade média do campo $\Psi_{A,4}$, na equação (6.2) ou $\Psi_{B,3}$, na equação (6.17), é constante e independente de z. No entanto, em um cenário mais realístico, a função $\tilde{O}(\vec{u}-\vec{r})$ não é uma função de largura zero. Nesta situação, a dimensão transversal de Γ deve ser levada em conta nas configurações (A) e (B). A dimensão transversal de Γ depende do comprimento de coerência espacial dos campos de “speckle” gerados. Em resumo, nosso modelo teórico mostra claramente que um vórtice de coerência é robusto contra objeto opaco.

6.1.4 Resultados e discussão

Experimentalmente, iniciamos usando a configuração mostrada na figura 6.1(A), na ausência da apertura triangular. A figura 6.2 mostra os padrões de intensidade de “speckle” capturados ao longo da distância de propagação. Primeira e segunda colunas mostram os padrões de “speckle” para os feixes sinal, $m_1 = 2$ e referência, $m_2 = -1$, respectivamente. A terceira coluna apresenta a correlação cruzada entre os feixes sinal e referência, primeira e segunda colunas, respectivamente. Tal vórtice possui CTE, $m_\Gamma = 3$ [49]. Em $z = 0\ cm$, primeira linha da figura 6.2, não havia obstáculo no caminho do feixe. Observamos, na terceira coluna desta linha, o módulo de um anel vórtice de coerência, representando uma assinatura típica de MAO da luz. Após isso, o obstáculo foi colocado em $z = 0\ cm$ e os feixes sinal e referência foram capturados pela câmera CCD em $z = 2\ cm$. Na sequência, calculamos o módulo do anel vórtice de coerência através da correlação cruzada numérica entre os feixes sinal e referência. É evidente a presença da assinatura do obstáculo sobre os padrões de “speckle”. Esta assinatura gradualmente diminui e desaparece em torno de $z = 22\ cm$, onde a intensidade do padrão de “speckle” torna-se homogênea. Nesta posição, os padrões de “speckle” são autorreconfigurados; nenhuma assinatura do obstáculo é observado na distância $z = 22\ cm$. Ao mesmo tempo, o nível do “background” de $W_{2,-1}$, em $z = 2\ cm$, é

Figura 6.2 - Resultados experimentais para o sinal, $m_1 = 2$ e referência $m_2 = -1$; feixes sem abertura triangular e correlação cruzada entre eles; na primeira, segunda e terceira colunas, respectivamente

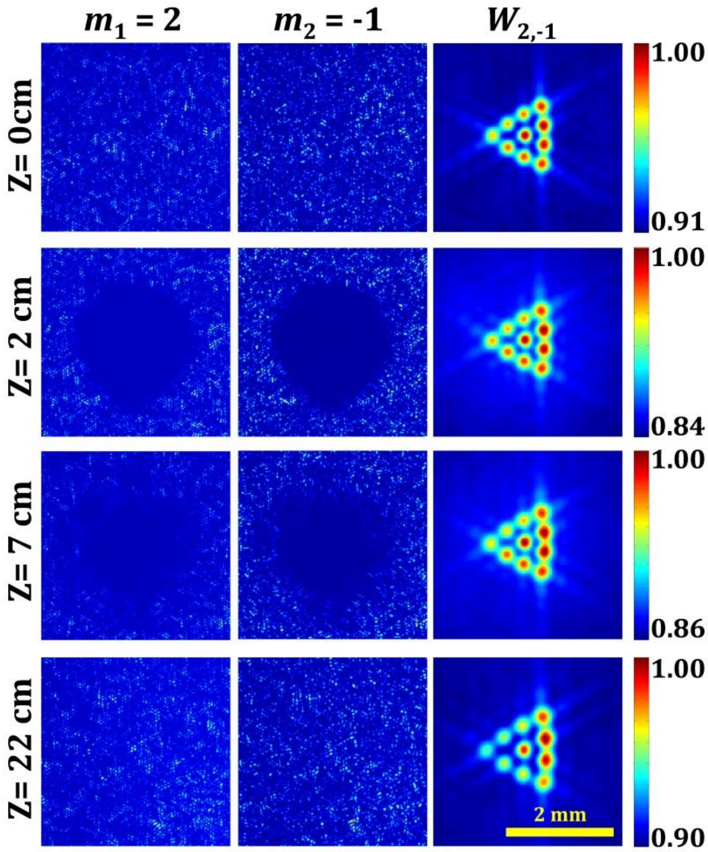


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

reduzido comparado com a posição $z = 0\,cm$, caracterizando a assinatura do obstáculo na correlação cruzada da medida. Por outro lado, o nível do “background” é completamente recuperado em $z = 22\,cm$, retornando ao mesmo nível de $z = 0\,cm$, onde nenhum obstáculo foi colocado no caminho do feixe de “speckle”. Isso pode ser observado através das barras de cores na referida figura.

Para medir o valor da CTE, uma abertura triangular foi colocada no plano do feixe em forma de anel. Os resultados experimentais correspondentes são mostrados na figura 6.3. Nas primeira e segunda colunas temos os padrões de “speckle” que carregam as assinaturas

Figura 6.3 - Resultados experimentais para o sinal, $m_1 = 2$ e referência $m_2 = -1$; feixes com abertura triangular e correlação cruzada entre eles; na primeira, segunda e terceira colunas, respectivamente



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

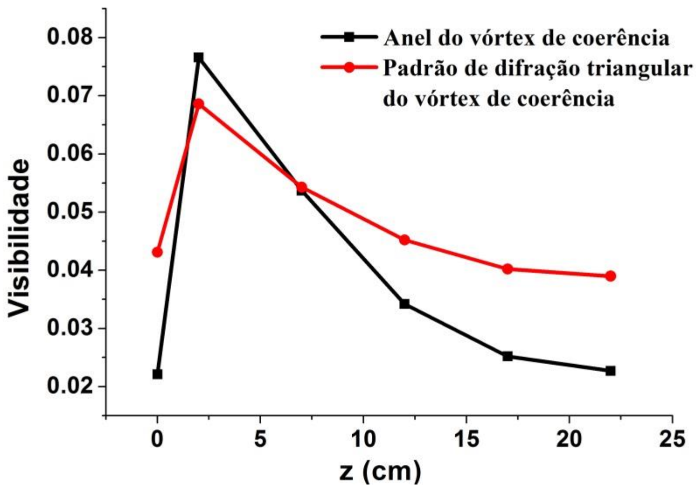
do obstáculo e da abertura triangular. A correlação cruzada entre a primeira e segunda colunas, produz um padrão de difração triangular do vórtice de coerência. Este padrão é, também, obtido calculando a expressão na equação (6.14). Também observamos que a visibilidade do padrão de difração apresenta mudanças de forma similar ao observado na figura 6.2, que não possui a abertura triangular. É importante verificar neste ponto, que não somente a amplitude é preservada, mas também a informação de fase do vórtice de coerência. Como pode ser observado na terceira coluna da figura 6.3, a CTE do vórtice de coerência medido é $m_\Gamma = 3$, inferido pela contagem do número de máximos no padrão e subtraindo a unidade [51]. As matrizes apresentadas nas figuras 6.2 e 6.3 possuem 1008×1008 pixels, correspondendo a uma região de $0,35\ cm \times 0,35\ cm$ da câmera CCD.

Para melhor entender o comportamento do vórtice de coerência sob propagação através de obstáculos, calculamos o parâmetro da visibilidade ao longo da distância de reconfiguração, usando

$$V = \frac{I_i - I_0}{I_i + I_0}, \quad (6.20)$$

onde I_i é a intensidade média dos pixels localizados dentro da área anelar do vórtice de coerência e dentro dos máximos do padrão triangular, enquanto I_0 é a intensidade média dos pixels que estão fora. Consideramos os pixels com intensidade acima de 40% da intensidade total para definir a área brilhante.

Figura 6.4 - Resultados experimentais para a visibilidade do módulo do anel (quadrado preto) e do padrão de difração triangular do vórtice de coerência (círculo vermelho) em função da distância z



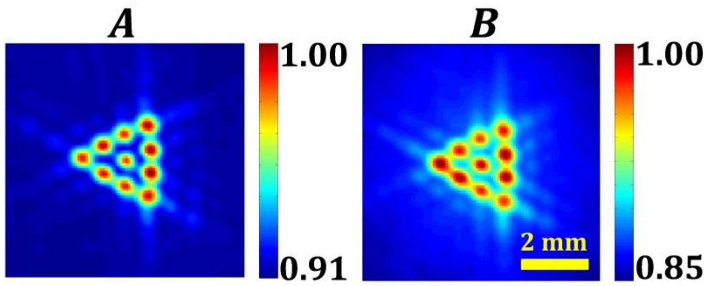
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 6.4 mostra os resultados experimentais da visibilidade do módulo do anel do vórtice de coerência (preto) e o padrão de difração triangular do vórtice de coerência (vermelho) ao longo da propagação. Podemos ver em $z = 2\,cm$ que existe um aumento significativo na visibilidade do vórtice de coerência devido a presença do obstáculo. Durante a propagação, os valores de visibilidade diminuem, retornando ao valor próximo daquele antes do obstáculo, em $z=0\,cm$. Este comportamento é observado devido à propriedade de autorreconfiguração.

A figura 6.5 mostra os resultados experimentais usando a configuração da figura 6.1(B). Para estes resultados usamos matrizes de 2184×2184 pixels, correspondendo a uma região de $0,76\ cm\times0,76\ cm$ da câmera CCD. A figura 6.5(A) mostra o módulo do padrão de difração triangular do vórtice de coerência medido na ausência do obstáculo e a figura 6.5(B) mostra o mesmo vórtice após a inserção do obstáculo. Observamos que, apesar de os mesmos "speckles" terem sido bloqueados, a informação da CTE contida na fase do vórtice de coerência é preservada. Como no primeiro caso, somente a visibilidade do padrão é mudada. Este padrão é também obtido avaliando a expressão na equação (6.19).

Embora não tenhamos mostrado aqui, é possível obter a mesma visibilidade para as figuras 6.5(A) e (B) para uma distância de reconfiguração específica, como na figura 6.3. Os presentes resultados mostram que as configurações apresentadas nas figuras 6.1(A) e (B) são equivalentes.

Figura 6.5 - Resultado experimental para o módulo da função de correlação na configuração B da figura 5.2-1: (A) sem obstáculo e (B) com obstáculo



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

6.1.5 Conclusão

Neste capítulo, mostramos experimentalmente e teoricamente que é possível recuperar um vórtice de coerência ao longo da propagação através de obstáculos. Verificamos que não somente o módulo da função de coerência, mas também a CTE é preservada, revelando a robustez do vórtice de coerência. Estes achados podem ser úteis para comunicação óptica através de atmosfera turbulenta.

6.2 Geometria de um vórtice de coerência

6.2.1 Introdução

A distribuição de intensidade na forma de anel é uma bem conhecida assinatura de um vórtice óptico. Esta forma é diretamente observada com feixes de luz coerente, mas não para os feixes parcialmente coerentes. Para um vórtice de coerência, como já discutimos no início deste capítulo, a forma de um anel aparece na função de correlação de intensidade entre os feixes parcialmente coerentes [20, 44, 49, 52]. Vale a pena mencionar que os feixes em forma de anel desempenham um papel essencial em manipulação óptica [42] e astronomia [53], dentre outros. Adicionalmente, a região escura no centro dos feixes coerentes possuindo MAO tem sido estudada [54]. Recentemente, a geometria dos perfis de intensidade dos feixes com MAO gerados por fontes aleatórias também tem sido explorada [50, 55].

Reddy e colaboradores [55] mostraram que existe uma dependência direta da área do anel brilhante de vórtices ópticos coerentes com suas ordens, ou seja, suas CTE. Nesta parte do capítulo exploramos experimentalmente e numericamente os perfis de distribuição de intensidade em forma de anel dos vórtices de coerência. Estudamos o comportamento das regiões escura e brilhante no perfil transversal do vórtice de coerência quando sujeitos à uma mudança da CTE. Jesus-Silva e colaboradores [49] estabeleceram uma regra de correlação de acordo com a qual o valor da carga topológica obtida na correlação de intensidade entre dois feixes parcialmente coerentes possuindo MAO é tal que este valor é limitado pela carga topológica de cada feixe.

Se o comprimento de coerência é tão pequeno que os campos podem ser considerados deltas correlacionados, então a seção da densidade espectral cruzada,

$$\tilde{\Gamma}_{m_1,m_2} = A\int r_1^{|m_1|+|m_2|} e^{\left[i(m_1-m_2)\phi_1\right]} e^{\left[-2r_1^2/w_0^2\right]} e^{\left[-2i\vec{k}\cdot\vec{r}_1\right]} d\vec{r}_1 \,, \qquad (6.21)$$

onde usamos $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1 = -\vec{k}$, para as coordenadas espaciais no plano de Fourier da superfície espalhadora; A é uma constante de normalização e w_0 é o tamanho da fonte. $\tilde{\Gamma}_{m_1,m_2}$ é uma quantidade física que modela a correlação entre dois feixes parcialmente coerentes com MAO. Portanto, a CTE de um vórtice de coerência é dada por:

$$m_e = m_1 - m_2, \qquad (6.22)$$

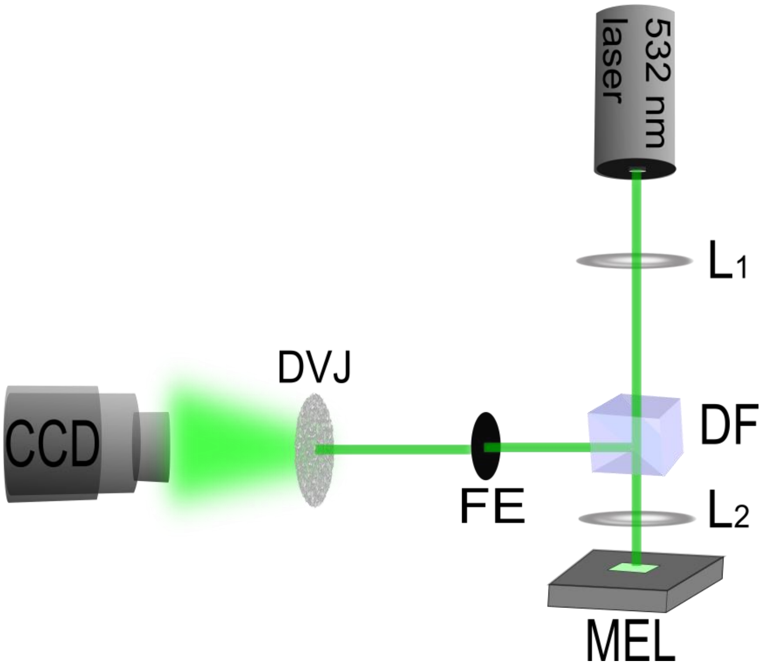
onde m_1 e m_2 são as cargas topológicas dos dois feixes parcialmente coerentes possuindo MAO e m_e é a CTE.

6.2.2 Experimento

A configuração experimental é mostrada esquematicamente na figura 6.6. Um laser Nd:YAG operando em $532\ nm$, com $10\ mW$, ilumina um holograma gerado por computador com pixels controláveis escrito em um moduladora espacial da luz (MEL) da Hamamatsu, modelo X10468-01, produzindo modos Laguerre-Gaussianos (LG) de alta ordem com mesmas larguras (w_0) e índice radial igual a zero. Uma lente L_1, de comprimento focal igual a $50\ mm$, foi usada para expandir o feixe laser. Outra lente L_2, de comprimento focal $300\ mm$, foi usada para colimar o mesmo feixe antes da incidência no MEL. Um filtro espacial (FE) foi usado para selecionar o feixe desejado no plano de Fourier.

Os feixes produzidos foram espalhados por um disco de vidro jateado (DVJ) e os padrões de “speckle” foram capturados por uma câmera CCD localizada a $15\ cm$ após o DVJ. O DVJ, a câmera CCD e o MEL foram sincronizados para garantir que duas imagens adquiridas foram espacialmente incoerentes mas correlacionadas entre si. De fato, tais feixes LG com m_1 e m_2 são espalhados pela mesma região do disco e são detectados um por vez, pela mudança do holograma, antes da rotação do disco para novas medidas. Realizamos numericamente a correlação entre estas duas intensidades, fazendo média sobre 50 realizações para obter um padrão resultante [34].

Figura 6.6 - Configuração experimental: FE é um filtro espacial, L_1 e L_2 são lentes, DVJ é um disco de vidro jateado e MEL é um modulador espacial da luz



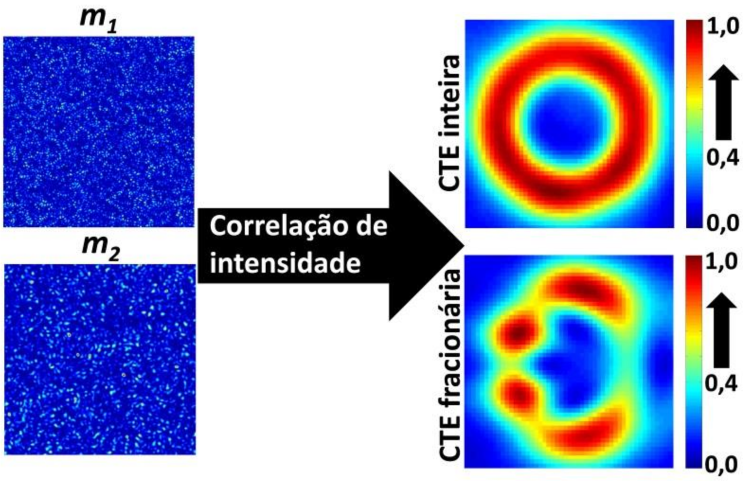
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

6.2.3 Resultados e discussão

A figura 6.7 mostra um resultado experimental típico que temos obtido neste trabalho. Basicamente, registramos a intensidade de dois feixes parcialmente coerentes com cargas topológicas m_1 e m_2 e realizamos uma correlação entre eles. A figura 6.7 também mostra uma distribuição de intensidade de uma forma de anel bem definida para CTE inteira e uma estrutura quebrada [56] para um valor fracionário de CTE.

A figura 6.8 mostra os resultados numéricos (A) e experimentais (B) das correlações de intensidades entre feixes parcialmente coerentes de diferentes ordens com MAO. A simulação numérica usa matrizes de 700×700 pixels. Primeiramente, geramos dois modos LG multiplicados por fases aleatórias. Então, pela realização da transformada de Fourier destes feixes, dois feixes parcialemnte coerentes com cargas topológicas m_1 e m_2 foram gerados. Uma correlação cruzada é realizada entre eles, obtendo os perfis transversais mostrados na primeira linha (A) da figura 6.8. Adicionalmente, a figura 6.8(B) segue o mesmo procedimento

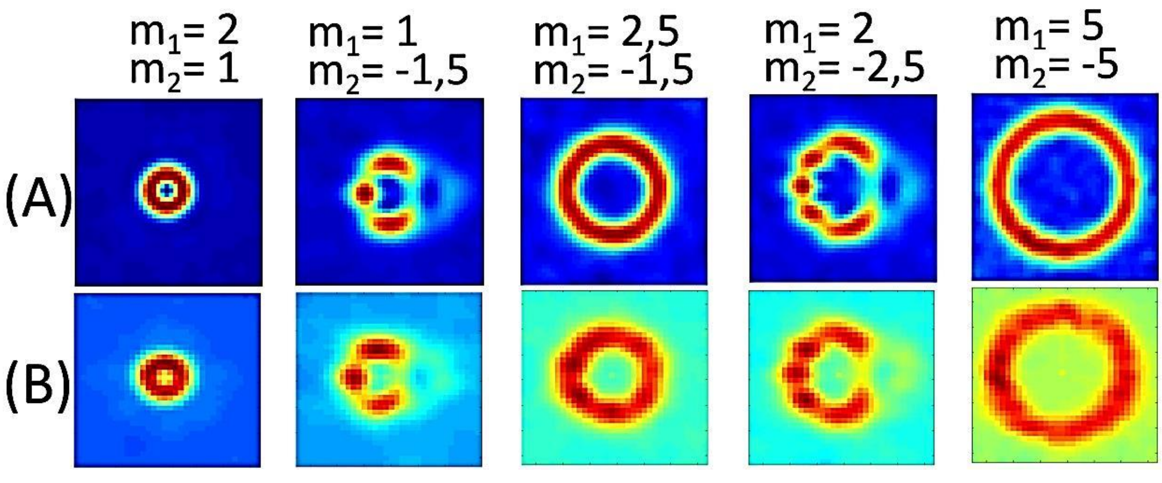
Figura 6.7 - Ilustração de padrões de "speckle" típicos capturados por uma câmera CCD com diferentes cargas topológicas incorporadas, m_1 e m_2, e correlações entre eles mostram um anel bem formado para uma CTE inteira e uma estrutura quebrada para CTE fracionária



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

apresentado na figura 6.7 para diferentes valores da CTE. É interessante notar que a região brilhante e escura no centro do vórtice crescem com o aumento dos valores da CTE, similarmente ao observado usando feixe coerente com MAO [55].

Figura 6.8 - Perfis transversais da correlação de intensidade entre feixes parcialmente coerentes de diferentes ordens. Simulação numérica (A) e experimento (B)



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A dependência direta entre o anel brilhante dos vórtices ópticos e suas cargas topológicas foi mostrada olhando para a área brilhante e definindo dois parâmetros: os raios interno e externo. Em nosso caso, contamos o número de pixels com intensidade superior a 40% da intensidade total para definirmos a área do anel brilhante, como é ilustrado nas setas pretas da figura 6.7. Cada pixel tem uma área de $3,5\ \mu m \times 3,5\ \mu m$ e a área total é dada pelo número de pixels multiplicado pela área de cada pixel. Um recurso numérico foi usado para a contagem dos pixels.

Na tabela 6.1, os resultados numéricos para a área anelar brilhante (A_r) e para a região escura (A_d) dos vórtices de coerência com m_e entre 1 e 10 são mostrados. A primeira coluna mostra valores de m_1 e m_2 usados para obter os vórtices de coerência. Os valores da CTE são mostrados na segunda coluna. Os valores calculados de A_r e A_d estão na terceira e quarta colunas, respectivamente.

Tabela 6.1 - Resultados numéricos para a área do anel brilhante A_r e a área da região escura A_d .

		m_e	A_r		A_d	
$m_1 = 2,\ m_2 = 1$		1	8	85		123
$m_1 = 1,\ m_2 = -1$		2	83	20		490
$m_1 = 1,\ m_2 = -1.5$	5	2.	95	26		674
$m_1 = 2,\ m_2 = -1$		3	08	33		858
$m_1 = 2.5,\ m_2 = -1.5$		4	33	45	5	122
$m_1 = 2,\ m_2 = -2.5$	5	4.	45	51	9	140
$m_1 = 2.5,\ m_2 = -2.5$		5	58	57	3	159
$m_1 = 3,\ m_2 = -3$		6	83	69	0	196
$m_1 = 3,\ m_2 = -4$		7	08	82	8	232
$m_1 = 4,\ m_2 = -4$		8	33	94	5	269
$m_1 = 5,\ m_2 = -4$		9	658	10	3	306
$m_1 = 5,\ m_2 = -5$		10	883	11	0	343

Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

É importante salientar que se o expoente da distribuição de intensidade $\left(r^{|m_1|+|m_2|}\right)$ é diferente, a partir da CTE, da fase azimutal $\left(e^{\left[i(m_1-m_2)\phi\right]}\right)$, então temos um efeito chamado de deslocamento de anel [44, 49]. Porém, qualquer combinação de valores individuais de m_1 e m_2 que corresponde ao mesmo valor da CTE produz um padrão com a mesma área. A tabela 6.2 mostra aproximadamente os mesmos valores de A_r para $m_e = 1$, correspondendo a diferentes combinações de m_1 e m_2 .

Tabela 6.2 - Resultados numéricos para a área do anel brilhante A_r, com $m_e = 1$ para diferentes combinações de m_1 e m_2.

	e	A_r
$m_1 = 1,\ m_2 = 0$		843
$m_1 = 2,\ m_2 = 1$		858
$m_1 = 0,\ m_2 = -1$		840
$m_1 = 3,\ m_2 = 2$		854
$m_1 = 4,\ m_2 = 3$		850
$m_1 = 5,\ m_2 = 4$		857
$m_1 = 6,\ m_2 = 5$		858
$m_1 = 7,\ m_2 = 6$		861
$m_1 = 8,\ m_2 = 7$		844
$m_1 = 9,\ m_2 = 8$		847

Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

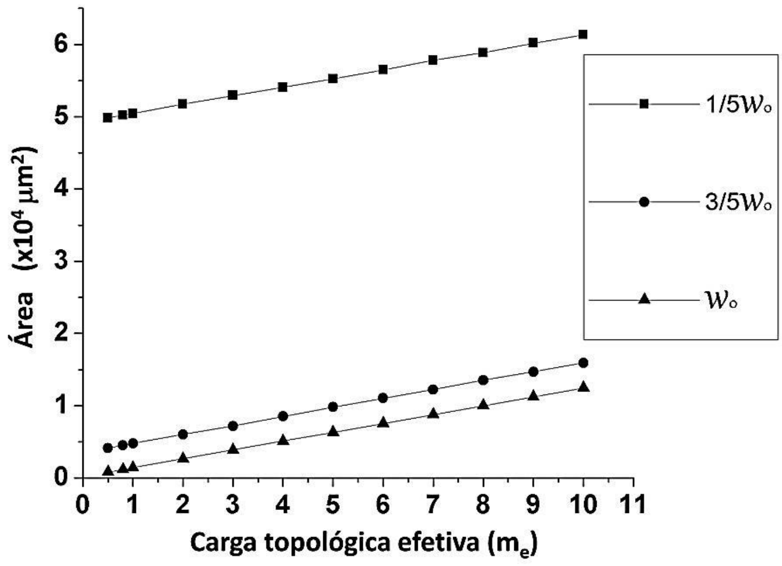
A figura 6.9 mostra os resultados numéricos para a área anelar brilhante A_r em função da CTE para diferetnes valores de w_0. Observamos linhas retas com a mesma inclinação de 1200. Observando a tabela 6.1, este valor pode ser aproximadamente obtido como:

$$A_{r(m_e)} - A_{r(m_e-1)} = 1200 . \qquad (5.23)$$

A mesma análise pode ser feita com a área escura A_d, mas agora

$$A_{d(m_e)} - A_{d(m_e-1)} = 400 . \qquad (5.24)$$

Figura 6.9 - Resultados numéricos para a área anelar brilhante A_r em função da CTE para diferetnes valores de w_0



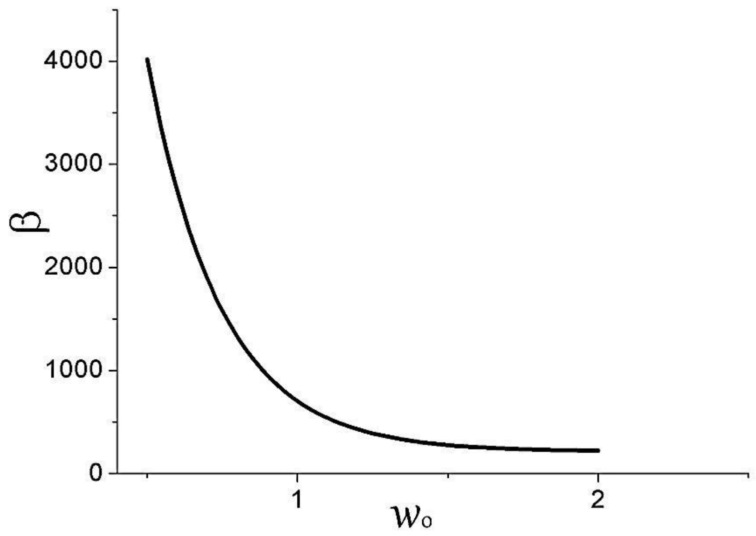
Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Neste ponto, uma questão pode surgir: Qual o significado da área onde a CTE é zero? De fato, a figura 6.9 mostra somente valores para CTE acima de zero. Os vórtices são caracterizados pela presença de um núcleo com intensidade zero. Portanto, para CTE igual a zero, nenhum vórtice de coerência pode ser observado. Isso explica o fato de os resultados apresentados não mostrarem a área quando a CTE é zero.

Extrapolando as curvas na figura 6.9 é possível obter informação sobre onde as linhas retas interceptam o eixo das áreas. Aqui, vamos definir este ponto como β. Potanto, é fácil obter um gráfico empírico entre w_0 e β como mostrado na figura 6.10. Descobrimos que a curva com melhor ajuste para os pontos empíricos é uma exponencial negativa, $\beta = 200 + 3\times10^4 \exp(-4{,}1 w_0)$.

Vale a pena mencionar que para obter uma linha reta, como aquelas mostradas na figura 6.9, o DVJ e o plano de detecção devem ser matidos fixos. Neste caso, o comportamento linear nos permite estimar qualquer valor da CTE, incluindo valores fracionários, apenas pelo cálculo de A_r e/ou A_d. Até mesmo o w_0 dos modos LG podem ser calculados com boa precisão usando a relação mostrada na figura 6.10.

Figura 6.10 - Melhor ajuste dos resultados numéricos, mostrando a variação de β com w_0

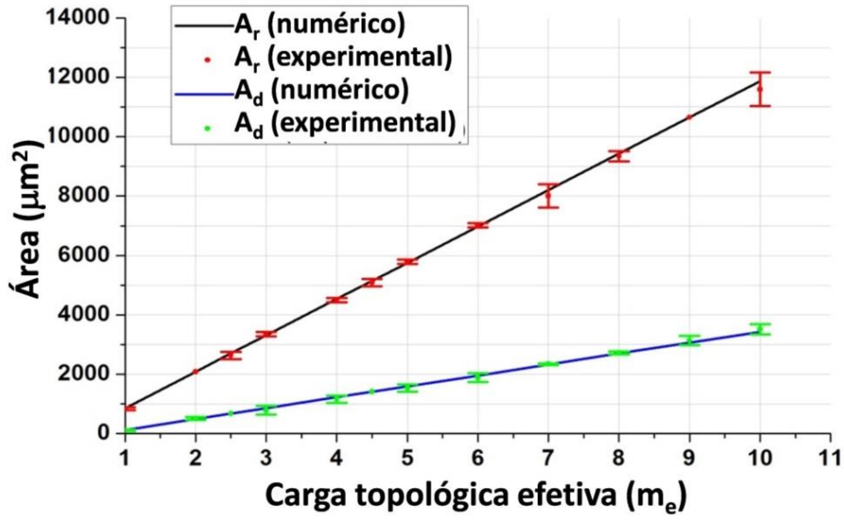


Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

A figura 6.11 mostra experimentalmente e numericamente as variações de A_r e A_d com m_e. Podemos observar que os resultados experimentais estão em boa concordância com os numéricos. As equações (6.23) e (6.24) também mostram que a área do anel brilhante aumenta mais rápido com a CTE seguida pela área da região escura.

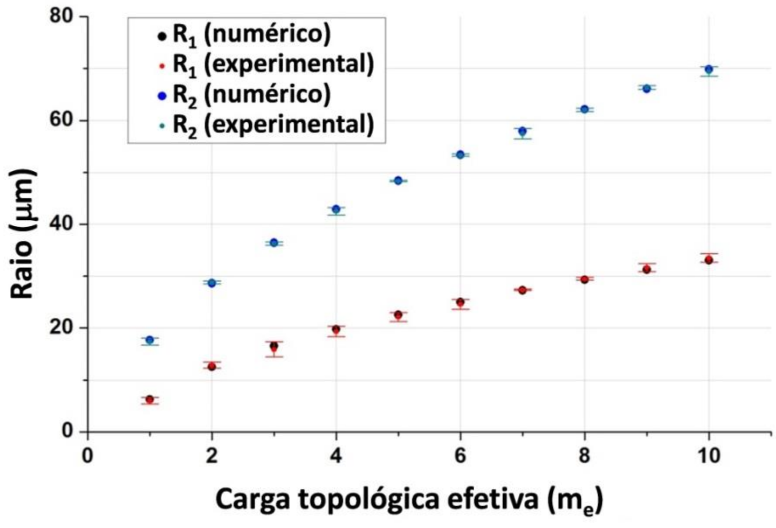
Com a ajuda da geometria, calculamos também, a partir dos resultados experimentais e numéricos, os raios interno (R_1) e externo (R_2) dos vórtices de coerência estudados. As variações destes raios com a CTE são mostradas na figura 6.12. Os resultados experimentais têm boa concordância com os numéricos obtidos a partir da tabela 6.1, provando que a área anelar brilhante e a região escura dos vórtices de coerência crescem proporcionalmente com a CTE. Notamos que, devido a falta de simetria previamente discutida, os raios dos vórtices com CTEs fracionárias não foram apresentados na figura 6.12.

Figura 6.11 - Resultados experimentais e numéricos mostrando a variação da área anelar brilhante e da região escura com a CTE dos vórtices de coerência



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

Figura 6.12 - Resultados experimentais e numéricos mostrando as variações dos raios interno e externo dos vórtices de coerência



Fonte: Elaborado pelo autor da pesquisa, 2016.

6.2.4 Conclusão

Nesta parte do capítulo, mostramos, experimentalmente e numericamente, que é possível determinar a carga topológica efetiva de um vórtice de coerência através da geometria, para uma configuração específica. As ordens dos vórtices de coerência possuem uma dependência linear com área do anel brilhante e com a região escura. Estes resultados podem ser usados em imageamento fantasma com vórtices [57-59]. Estes achados corroboram o comportamento da área do vórtice coerente [55].

7 CONCLUSÃO GERAL

Nesta tese de doutorado aprofundamos no estudo de uma nova propriedade dos campos de “speckle”, que chamamos de autorreconfiguração. Contribuímos de forma a melhorar a compreensão deste efeito, fazendo abordagens teóricas, experimentais e simulações numéricas. Mostramos que a autorreconfiguração dos “speckles” possui potencial aplicação em diversas áreas do conhecimento.

No capítulo 2 descrevemos parte da teoria de coerência óptica, enfatizando seu aspecto temporal e espacial. Na sequência introduzimos o fenômeno de “speckle”, apresentando algumas características do mesmo e como surgem.

No capítulo 3 foram apresentados resultados experimentais e numéricos previamente obtidos sobre o efeito da autorrconfiguração, para facilitar o entendimento do objetivo e achados dos capítulos subsequentes desta tese. Vimos que um padrão de “speckle” pode reconfigurar seu perfil de intensidade transversal após atravessar obstáculos opacos, durante a propagação, em uma distância específica, desaparecendo qualquer assinatura do obstáculo e tornando o padrão de intensidade novamente homogêneo. Utilizamos o recurso da autocorrelção para auxiliar no entendimento do fenômeno.

No capítulo 4 nós mostramos que o comprimento de coerência espacial dos “speckles” exerce influência sobre a propriedade de autorreconfiguração. Vimos que a distância de reconfiguração de um padrão de “speckle” depende linearmente do comprimento de coerência espacial e que, também, há uma dependência com tamanho da obstrução. Fizemos todas as análises dentro de uma abordagem teórica e experimental, além de apresentar simulações numéricas que tiveram boa concordância com os resultados experimentais, ajudando na compreensão e análise dos resultados obtidos.

No capítulo 5 mostramos que é possível recuperar uma imagem após sua transmissão através de um obstáculo opaco, sem distorções, usando “speckles”. Incorporamos uma letra “π” no campo de “speckle” e propagamos através de uma obstrução. Verificamos que, apesar das mudanças iniciais de visibilidade e similaridade da imagem correlacionada, após uma certa distância de propagação ocorre o retorno dos valores de visibilidade e similaridade àqueles que existiam antes da obstrução. Notamos que esta distância é equivalente à distância de reconfiguração do campo de “speckle” usado. Apresentamos estes resultados com abordagem teórica, experimental e simulação numérica.

Na primeira parte do capítulo 6 aplicamos a propriedade de autorreconfiguração de “speckles” para verificar a robustez de um vórtice de coerência. Notamos que o vórtice de coerência é robusto contra espalhamento através de obstáculos opacos. Mostramos que, mesmo após a obstrução, o vórtice preserva sua fase, tendo mudança apenas na visibilidade. Mudança essa que, após uma certa distância de propagação equivalente à de reconfiguração, é corrigida, retornando os valores da visibilidade àqueles que existiam antes da obstrução. Na segunda parte deste capítulo, fizemos um estudo da geometria do vórtice de coerência. Mostramos que a área da seção transversal deste vórtice possui dependência linear com a carga topológica efetiva (CTE) do mesmo. Este comportanto é válido tanto para a área do anel brilhante como a da região escura contida no núcleo do vórtice. Mostramos então que, dentro de uma certa configuração específica, é possível determinar a CTE de um vórtice de coerência apenas conhecendo a área da sua seção transversal.

A partir desta visão geral da tese, podemos concluir que os resultados aqui apresentados vêm contribuir no estudo da coerência óptica, abrindo novas perperctivas para aplicações da luz espalhada, como miscrospia em meios dispersivos, incluindo materiais biológicos onde as técnicas não invasivas são muito requisitadas.

REFERÊNCIAS

1 J. W. GOODMAN, *Speckle phenomena in optics : theory and applications* (Roberts & Co., Englewood, Colo., 2007), pp. xvi, 387 p.

2 I. M. VELLEKOOP, A. LAGENDIJK, AND A. P. MOSK, "Exploiting disorder for perfect focusing," **Nature Photonics** 4, 320-322 (2010).

3 O. KATZ, E. SMALL, Y. BROMBERG, AND Y. SILBERBERG, "Focusing and compression of ultrashort pulses through scattering media," **Nature Photonics** 5, 372-377 (2011).

4 I. M. VELLEKOOP AND C. M. AEGERTER, "Scattered light fluorescence microscopy: imaging through turbid layers," **Optics Letters** 35, 1245-1247 (2010).

5 E. G. VAN PUTTEN, D. AKBULUT, J. BERTOLOTTI, W. L. VOS, A. LAGENDIJK, AND A. P. MOSK, "Scattering lens resolves sub-100 nm structures with visible light," **Physical Review Letters** 106, 193905 (2011).

6 Y. CHOI, T. D. YANG, C. FANG-YEN, P. KANG, K. J. LEE, R. R. DASARI, M. S. FELD, AND W. CHOI, "Overcoming the diffraction limit using multiple light scattering in a highly disordered medium," **Physical Review Letters** 107, 023902 (2011).

7 J. BERTOLOTTI, E. G. VAN PUTTEN, C. BLUM, A. LAGENDIJK, W. L. VOS, AND A. P. MOSK, "Non-invasive imaging through opaque scattering layers," **Nature** 491, 232-234 (2012).

8 X. YANG, Y. PU, AND D. PSALTIS, "Imaging blood cells through scattering biological tissue using speckle scanning microscopy," **Optics Express** 22, 3405-3413 (2014).

9 J. DURNIN, J. MICELI, JR., AND J. H. EBERLY, "Diffraction-free beams," **Physical Review Letters** 58, 1499-1501 (1987).

10 J. DURNIN, "Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory," **Journal of the Optical Society of America A** 4, 651-654 (1987).

11 V. GARCES-CHAVEZ, D. MCGLOIN, H. MELVILLE, W. SIBBETT, AND K. DHOLAKIA, "Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam," **Nature** 419, 145-147 (2002).

12 X. TSAMPOULA, V. GARCES-CHAVEZ, M. COMRIE, D. J. STEVENSON, B. AGATE, C. T. A. BROWN, F. GUNN-MOORE, AND K. DHOLAKIA, "Femtosecond cellular transfection using a nondiffracting light beam," **Applied Physics Letters** 91, 053902 (2007).

13 Z. DING, H. REN, Y. ZHAO, J. S. NELSON, AND Z. CHEN, "High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens," **Optics Letters** 27, 243-245 (2002).

14 F. O. FAHRBACH, P. SIMON, AND A. ROHRBACH, "Microscopy with self-reconstructing beams," **Nature Photonics** 4, 780-785 (2010).

15 F. O. FAHRBACH AND A. ROHRBACH, "Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media," **Nature communications** 3, 632 (2012).

16 M. MCLAREN, T. MHLANGA, M. J. PADGETT, F. S. ROUX, AND A. FORBES, "Self-healing of quantum entanglement after an obstruction," **Nature communications** 5, 3248 (2014).

17 J. A. NEWMAN AND K. J. WEBB, "Fourier magnitude of the field incident on a random scattering medium from spatial speckle intensity correlations," **Optics Letters** 37, 1136-1138 (2012).

18 J. A. NEWMAN AND K. J. WEBB, "Imaging optical fields through heavily scattering media," **Physical Review Letters** 113, 263903 (2014).

19 M. BORN AND E. WOLF, *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light,* 6th ed. (Pergamon Press, Oxford ; New York, 1980), pp. xxvii, 808 p.

20 L. MANDEL AND E. WOLF, *Optical coherence and quantum optics* (Cambridge University Press, Cambridge ; New York, 1995), pp. xxvi, 1166 p.

21 B. E. A. SALEH AND M. C. TEICH, *Fundamentals of photonics,* 2nd ed., Wiley series in pure and applied optics (Wiley Interscience, Hoboken, N.J., 2007), pp. xix, 1175 p.

22 B. E. A. SALEH AND M. C. TEICH, *Fundamentals of photonics*, Wiley series in pure and applied optics (Wiley, New York, 1991), pp. xviii, 966 p.

23 J. C. DAINTY, *Laser speckle and related phenomena*, Topics in applied physics v 9 (Springer-Verlag, Berlin ; New York, 1975), pp. xii, 286 p.

24 K. EXNER AND S. KAISERL, **Academy Wiss.** 76, 522 (1877).

25 L. ALLEN AND D. G. C. JONES, "An analysis of the granularity of scattered optical maser light," **Physics Letters** 7, 321-323 (1963).

26 B. M. OLIVER, "Sparkling spots and random diffraction," **Proceedings of the IEEE** 51, 220 (1963).

27 N. R. HECKENBERG, R. MCDUFF, C. P. SMITH, AND A. G. WHITE, "Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms," **Optics Letters** 17, 221 (1992).

28 J. P. KIRK AND A. L. JONES, "Phase-Only Complex-Valued Spatial Filter," **Journal of the Optical Society of America** 61, 1023-1028 (1971).

29 V. ARRIZON, U. RUIZ, R. CARRADA, AND L. A. GONZALEZ, "Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields," **Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision** 24, 3500-3507 (2007).

30 X. TSAMPOULA, V. GARCÉS-CHAVEZ, M. COMRIE, D. J. STEVENSON, B. AGATE, C. T. A. BROWN, F. GUNN-MOORE, AND K. DHOLAKIA, "Femtosecond cellular transfection using a nondiffracting light beam," **Applied Physics Letters** 91, 053902 (2007).

31 I. A. LITVIN, M. G. MCLAREN, AND A. FORBES, "A conical wave approach to calculating Bessel–Gauss beam reconstruction after complex obstacles," **Optics Communications** 282, 1078–1082 (2009).

32 I. VIDAL, D. P. CAETANO, E. J. FONSECA, AND J. M. HICKMANN, "Effects of pseudothermal light source's transverse size and coherence width in ghost-interference experiments," **Optics Letters** 34, 1450-1452 (2009).

33 F. WANG, X. LIU, Y. YUAN, AND Y. CAI, "Experimental generation of partially coherent beams with different complex degrees of coherence," **Optics Letters** 38, 1814-1816 (2013).

34 J. D. GASKILL, *Linear systems, Fourier transforms, and optics*, Wiley series in pure and applied optics (Wiley, New York, 1978), pp. xiv, 554 p.

35 J. W. GOODMAN, *Introduction to Fourier optics,* 2nd ed., McGraw-Hill series in electrical and computer engineering (McGraw-Hill, New York, 1996), pp. xviii, 441 p.

36 I. REED, "On a moment theorem for complex Gaussian processes," **IRE Transactions on Information Theory** 8, 194-195 (1962).

37 X. CHU AND W. WEN, "Quantitative description of the self-healing ability of a beam," **Optics express** 22, 6899-6904 (2014).

38 A. K. JHA, G. A. TYLER, AND R. W. BOYD, "Effects of atmospheric turbulence on the entanglement of spatial two-qubit states," **Physical Review A** 81, 053832 (2010).

39 L. ALLEN, M. W. BEIJERSBERGEN, R. J. SPREEUW, AND J. P. WOERDMAN, "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes," **Physical Review A** 45, 8185-8189 (1992).

40 J. M. HICKMANN, E. J. FONSECA, AND A. J. JESUS-SILVA, "Born's rule and the interference of photons with orbital angular momentum by a triangular slit," **Europhysics Letters** 96, 64006 (2011).

41 G. MOLINA-TERRIZA, J. P. TORRES, AND L. TORNER, "Twisted photons," **Nature Physics** 3, 305-310 (2007).

42 D. G. GRIER, "A revolution in optical manipulation," **Nature** 424, 810-816 (2003).

43 J. WANG, J. Y. YANG, I. M. FAZAL, N. AHMED, Y. YAN, H. HUANG, Y. X. REN, Y. YUE, S. DOLINAR, M. TUR, AND A. E. WILLNER, "Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing," **Nature Photonics** 6, 488–496 (2012).

44 D. M. PALACIOS, I. D. MALEEV, A. S. MARATHAY, AND G. A. SWARTZLANDER, JR., "Spatial correlation singularity of a vortex field," **Physical Review Letters** 92, 143905 (2004).

45 Y. YANG, M. MAZILU, AND K. DHOLAKIA, "Measuring the orbital angular momentum of partially coherent optical vortices through singularities in their cross-spectral density functions," **Optics Letters** 37, 4949-4951 (2012).

46 F. GORI, M. SANTARSIERO, R. BORGHI, AND S. VICALVI, "Partially coherent sources with helicoidal modes," **Journal of Modern Optics** 45, 539-554 (1998).

47 G. GBUR AND T. D. VISSER, "Coherence vortices in partially coherent beams," **Optics Communications** 222, 117-125 (2003).

48 Y. J. YANG, M. Z. CHEN, M. MAZILU, A. MOURKA, Y. D. LIU, AND K. DHOLAKIA, "Effect of the radial and azimuthal mode indices of a partially coherent vortex field upon a spatial correlation singularity," **New Journal of Physics** 15, 113053 (2013).

49 A. J. JESUS-SILVA, J. M. HICKMANN, AND E. J. FONSECA, "Strong correlations between incoherent vortices," **Optics Express** 20, 19708-19713 (2012).

50 S. G. REDDY, A. KUMAR, S. PRABHAKAR, AND R. P. SINGH, "Experimental generation of ring-shaped beams with random sources," **Optics Letters** 38, 4441-4444 (2013).

51 J. M. HICKMANN, E. J. FONSECA, W. C. SOARES, AND S. CHAVEZ-CERDA, "Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum," **Physical Review Letters** 105, 053904 (2010).

52 W. WANG, Z. DUAN, S. G. HANSON, Y. MIYAMOTO, AND M. TAKEDA, "Experimental study of coherence vortices: local properties of phase singularities in a spatial coherence function," **Physical Review Letters** 96, 073902 (2006).

53 B. THIDE, H. THEN, J. SJOHOLM, K. PALMER, J. BERGMAN, T. D. CAROZZI, Y. N. ISTOMIN, N. H. IBRAGIMOV, AND R. KHAMITOVA, "Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain," **Physical Review Letters** 99, 087701 (2007).

54 S. PRABHAKAR, A. KUMAR, J. BANERJI, AND R. P. SINGH, "Revealing the order of a vortex through its intensity record," **Optics Letters** 36, 4398-4400 (2011).

55 S. G. REDDY, S. PRABHAKAR, A. KUMAR, J. BANERJI, AND R. P. SINGH, "Higher order optical vortices and formation of speckles," **Optics Letters** 39, 4364-4367 (2014).

56 A. J. JESUS-SILVA, E. J. FONSECA, AND J. M. HICKMANN, "Study of the birth of a vortex at Fraunhofer zone," **Optics Letters** 37, 4552-4554 (2012).

57 S. CROSBY, S. CASTELLETTO, C. ARULDOSS, R. E. SCHOLTEN, AND A. ROBERTS, "Modelling of classical ghost images obtained using scattered light," **New Journal of Physics** 9, 285 (2007).

58 M. N. O'SULLIVAN, K. W. C. CHAN, AND R. W. BOYD, "Comparison of the signal-to-noise characteristics of quantum versus thermal ghost imaging," **Physical Review A** 82, 053803 (2010).

59 K. W. C. CHAN, M. N. O'SULLIVAN, AND R. W. BOYD, "Optimization of thermal ghost imaging: high-order correlations vs. background subtraction," **Optics Express** 18, 5562 (2010).

Artigos Publicados em Periódicos

Self-reconfiguration of a speckle pattern

Cleberson R. Alves, Alcenísio J. Jesus-Silva, and Eduardo J. S. Fonseca*

Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió 57061-970, AL, Brazil

**Corresponding author: eduardo@fis.ufal.br*

Received August 15, 2014; revised September 29, 2014; accepted October 3, 2014; posted October 7, 2014 (Doc. ID 221115); published October 29, 2014

It is well known that coherent Bessel beam, a nondiffracting class of beam, possesses the ability of self-reconstructing or self-healing in the presence of obstacles. Here, we generated partially coherent Bessel and Gaussian beams using a spatial light modulator and studied the speckle pattern intensity in propagation after some speckles were blocked. We demonstrated that these partially coherent beams are unexpectedly robust against scattering by objects, overcoming the coherent Bessel beam and remaining independent of any special class of partially coherent beams.

OCIS codes: (050.1940) Diffraction; (110.1650) Coherence imaging; (290.5850) Scattering, particles.

http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.006320

Random scattering strongly distorts the wave vectors of a propagating wave, creating a well-known speckle pattern. In general, this pattern is formed by mixing all input wavevectors in a random way. While seemingly avoided in the recent past, today, random scattering has emerged as a rich research field. For instance, disordered scattering has been applied to improve focusing and imaging resolution [1–5] and noninvasive imaging of a fluorescent object has been performed through strongly scattering medium [6], with potential application in biomedical imaging [7], among others examples.

In fact, overcoming the scattering and distortions of the propagating wavefront of light has been an important step forward in the development of new techniques in microscopy and optical communication through turbulent media. Associated with that, the ability that some beams possess of self-reconstructing or self-healing even in the presence of massive particles may offer new possibilities to look deeper into scattering tissues, for instance. Bessel beam is one example of a special class of such a beam [8,9]. Bessel beam has been largely used in several applications, including optical manipulation [10], biophotonics [11], and optical coherence tomography [12]. In particular, the self-healing effect was explored in two recent papers for microscopy [13,14] and quantum optics, showing a strong quantum entanglement even when the photons are obstructed [15].

The spectrum of a coherent Bessel beam can be described as a superposition of plane-wave components whose wave vectors create a conical surface. The self-reconstruction properties of a coherent Bessel beam can be observed when part of the beam is blocked and a shadow is cast into the beam, but the plane waves on the cone that pass the obstruction can reconstruct it, exactly as before being blocked, at a point just beyond the length of the shadow.

In this Letter, we study the speckle-intensity pattern in propagation after some speckles are blocked. We generate speckles using a laser to illuminate a spatial light modulator (SLM) programmed to produce partially coherent Bessel and Gaussian beams. We study the propagation, after an obstacle, of these collimated partially coherent fields, observing speckle intensities and their autocorrelations.

We study the self-reconfiguration effect of a speckle pattern. This effect is characterized by having the same autocorrelation profile before and after the obstacle, as soon as the speckle-pattern intensity has been reconstructed. In some sense, this effect mimics the self-healing effect. But using a partially coherent beam, the original autocorrelation profile is the same after the obstacle, at a characteristic distance z, even if the configurations of speckle-pattern intensities before and after the obstacle, at distance z, are not. We show that the self-reconfiguration property of a partially coherent beam is more robust than the coherent Bessel beam self-healing property. We present experimental results and simulations to support our observations.

The experimental setup is shown schematically in Fig. 1. An Nd:YAG laser operating at 532 nm illuminates a computer-generated hologram with controllable pixels written in a Hamamatsu Model X10468-01 SLM. Holograms originally proposed by Kirk and Jones were used to generate the coherent Bessel beam [16]. The speckle patterns were generated using two different holograms: (i) to generate the partially coherent Bessel beam, a Gerchberg and Saxton hologram [17] was used to write a ring intensity with random phase in the focus of lens L_2 (the Fourier transform of this ring gives a partially coherent Bessel beam); (ii) to generate a partially coherent Gaussian beam, a random phase was implemented using a pseudorandom number generator for each SLM pixel.

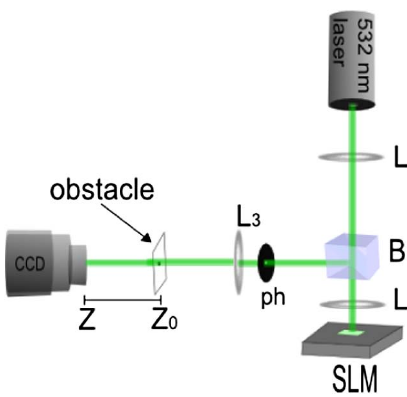


Fig. 1. Experimental setup: ph is a pinhole, L_i are lenses, and SLM is the spatial light modulator.

Lens L_3 was used to produce a collimated speckle pattern. Collimated speckles, after crossing the obstacle, were detected at some distance z ahead.

Figure 2 compares the self-healing property, due to the nondiffracting Bessel beam [8], to the self-reconfiguration property, using the partially coherent Bessel beam. Column (A) shows the experimental results for coherent Bessel beam, column (B) shows the speckle-pattern intensities for the partially coherent Bessel beam, and their autocorrelations are shown in column (C). The patterns were recorded by a charge-coupled device (CCD) camera at distances from the obstacle $z = 2$, 42, and 82 cm for the coherent Bessel beam, and $z = 2$, 7, and 27 cm for the speckles. Autocorrelation was numerically calculated using the speckle-pattern intensity.

A circular obstacle of diameter $d \approx 2$ mm was used to block part of the coherent Bessel beam and speckles. We observe that even for a distance of propagation of $z =$ 82 cm the coherent Bessel beam has not been reconstructed yet. While for the speckle patterns, the distance for closing the hole is about $z = 27$ cm. The superiority of reconstruction of the speckles field compared to the coherent beam is remarkable. Notice that the partially coherent Bessel beam pattern obtained by performing autocorrelation from the speckle intensities is almost the same, independent of hole size. Even though the reconfiguration of the speckle-pattern intensity is around $z = 27$ cm, a small amount of nonblocked speckle is sufficient to recover the autocorrelation Bessel profile.

One interesting aspect of speckle is that the reconfiguration of the speckle-pattern intensity, after blocked, is independent of how the speckle is generated. This is not the case for the coherent beam, where only a special class of beam is required. Figure 3(A) shows the speckle-pattern intensities generated from partially coherent Gaussian beams, and their autocorrelations are shown in column (B). We observe that the speckle pattern self-reconfigures in a similar way as that generated by the partially coherent Bessel beam. The obstacle was the same used in the partially coherent Bessel beam case.

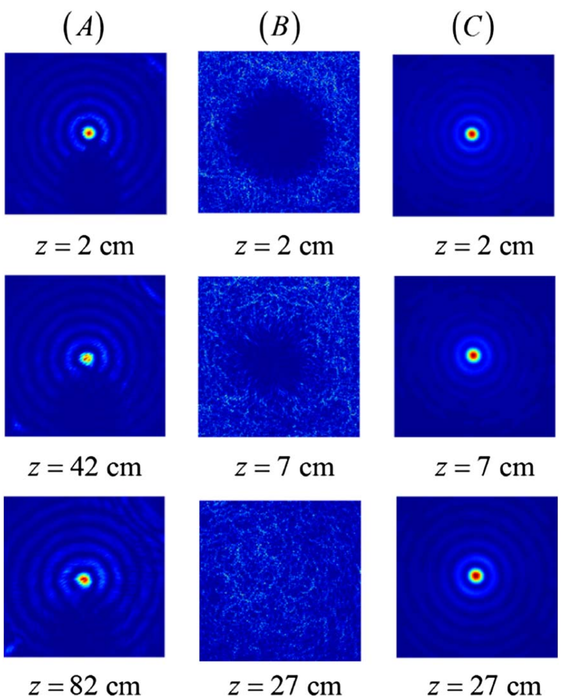


Fig. 2. Self-healing versus self-reconfiguration effect: coherent beam, column (A); speckle-pattern intensities from a partially coherent Bessel beam, column (B); and column (C), autocorrelation of intensities of column (B).

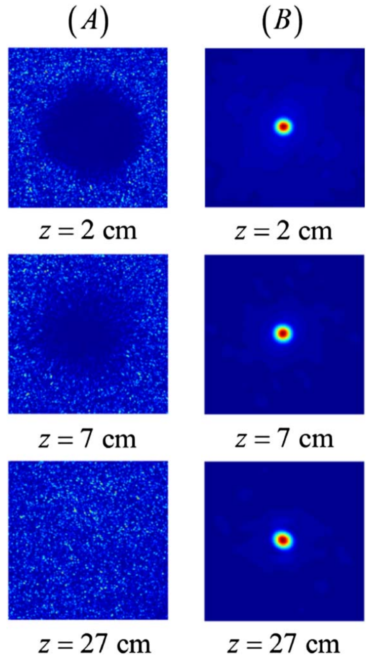


Fig. 3. Transversal profiles of the partially coherent Gaussian beam measured for different distances of propagation: speckle intensity (A) and its autocorrelation (B).

One important aspect of the self-healing feature of the coherent Bessel beam is that the reconstruction of the beam depends on how the beam is truncated or modulated by a Gaussian function of finite width, for instance. Additionally, the spatial frequency affects the minimum distance of reconstruction [17]. For the partially coherent beam, any kind of modulation or even a special nondiffracting class of beams such as Bessel beam is not necessary. The reconstruction distance basically depends on the spatial coherence length of the speckle.

To understand the role of an obstacle in the self-reconfiguration effect, we studied a 1D profile, a vertical line at the center of the autocorrelation of the speckle-pattern intensity. Figure 4(A) shows the 1D autocorrelation profile of a partially coherent Bessel beam in the absence of an obstacle. The profiles are invariant for considerable propagation distance. The insertion of an obstacle of diameter $d \approx 2$ mm affects the background height at the edges of the autocorrelation profiles, as can be seen in Fig. 4(B). However, as soon as the speckle patterns reconfigure at $z = 27$ cm, the background level returns to the original position without the obstacle [compared to Fig. 4(A)]. The background is highlighted below each graph. Figure 4(B) shows the 1D autocorrelation profiles obtained from Fig. 2(C). Figures 4(C) and 4(D) show the corresponding results from Figs. 4(A) and 4(B), respectively, using numerical simulations.

The obstacle works like a filter or window, reducing the background height at the edges of the autocorrelation

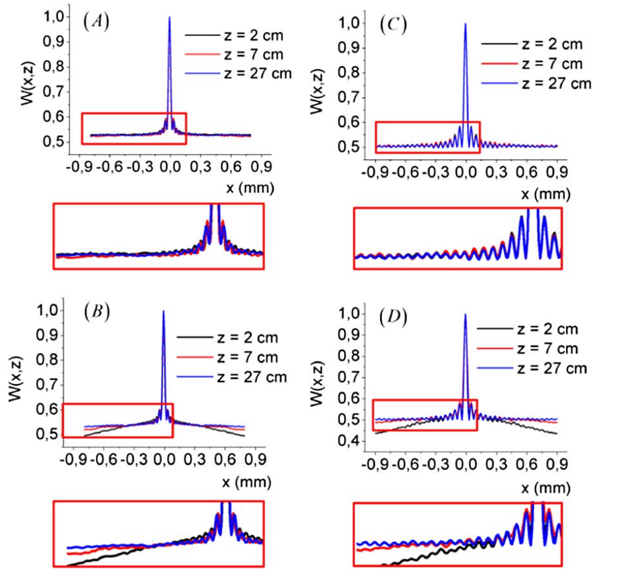


Fig. 4. 1D profiles of the autocorrelations for different distances of propagation for the partially coherent Bessel beams: without obstruction (A) and with obstruction (B).

profile. The coherence length, of the order of 10^{-2} mm, given by the width at half-height of the central spot, has negligible change along the propagation distance. The coherence length is roughly the same with or without obstacle.

It is interesting to note that the partially coherent Gaussian beams present a similar self-reconfiguration effect, at the same distance z, as can be observed in Fig. 5. Thus, graph 5(A) shows the 1D autocorrelation profile of a partially coherent Gaussian beam in the absence of the obstacle. Figure 5(B) shows the 1D autocorrelation profiles obtained from Fig. 3(B). Figures 5(C) and 5(D) show the corresponding results from Figs. 5(A) and 5(B), respectively, using numerical simulations.

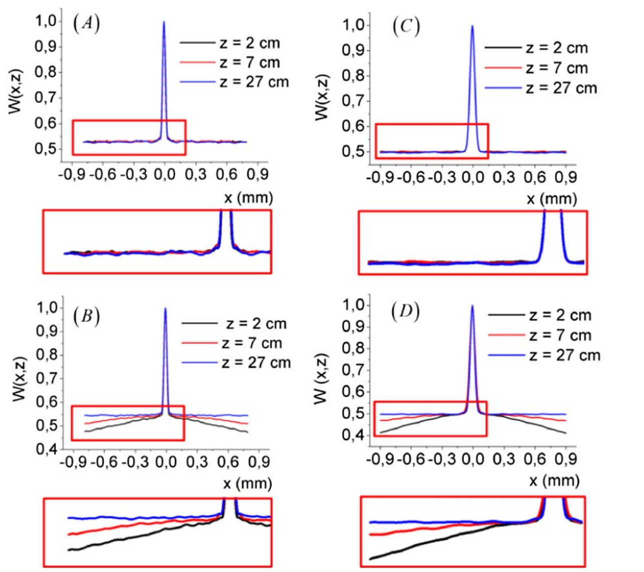


Fig. 5. 1D profiles of the autocorrelations for different distances of propagation for the partially coherent Gaussian beams: without obstruction (A) and with obstruction (B).

For both partially coherent beams, Gaussian or Bessel, the self-reconfiguration effect took place at z around 27 cm. It is important to point out that even though the speckle distributions are not the same as before and after the obstacle at the z position, the autocorrelation profiles are exactly the same. All autocorrelations were calculated using an ensemble average of 10 measurements.

The numerical simulations of Figs. 4, 5(C), and 5(D) used a matrix with 1024×1024 pixels. We followed Goodman´s book for the simulations of the speckle formation [18]. First, a matrix of random phasors, one phasor for each pixel, was generated and then multiplied by the incident beam profile, a Bessel or a Gaussian function. After that, fast Fourier transform of the resulting matrix was performed, obtaining the speckle field. The speckle-coherence length can be controlled by controlling the width at half-height of the Gaussian function or the spatial frequency of the Bessel function. Numerical simulations of the propagation of the speckle fields are in good agreement with the experimental data.

Figure 6 presents a different view of the autocorrelation profiles that we have shown so far. In Fig. 6 all results were obtained at a fixed distance $z = 2$ cm. Figure 6(A), using the partially coherent Bessel beam, and 6(C), using the partially coherent Gaussian beam, show 1D autocorrelation profiles for different diameters of the obstruction d, with a fixed region of interest (ROI) of the CCD camera, 3.5 mm × 3.5 mm. As the diameter of the obstruction is reduced, the background is increased. On the other hand, keeping the diameter equal to $d \approx 2$ mm, and increasing the ROI, the background is also increased as can be observed in Figs. 6(B) and 6(D). Therefore, the filtering effect depends on the relative area between the blocked and nonblocked speckles. The speckles that are not correlated are responsible for the background. The price that is paid for decreasing the background is the reduction of the resolution of the autocorrelation fringes, in the partially coherent Bessel beam case, but visibility is enhanced because the central peak becomes more evident in relation to the background [19]. In general, for transmission of images, when using partially coherent beam through

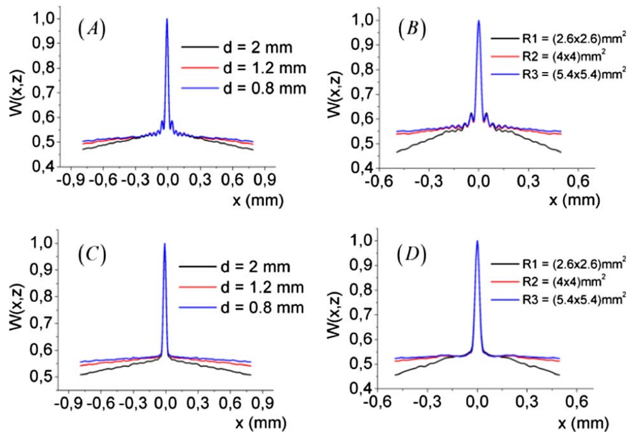


Fig. 6. Different obstacles sizes for partially Bessel (A) and Gaussian (C) beams; different regions of interest for partially Bessel (B) and Gaussian (D) beams.

obstacles the resolution of imaging is reduced while the background level is decreased. On the other hand, the resolution gets better with a high background level [20].

In conclusion, we have described an effect called self-reconfiguration, which is a characteristic of partially coherent beams. We demonstrate that partially coherent beams possess an unexpected robustness against scattering by objects, overcoming the coherent Bessel beam. We observed that this robustness is a direct consequence of the speckle properties, independent of the type of partially coherent beam. This study may be useful for optical trap, micromanipulation, and microscopy in scattering media.

Supported by CAPES, CNPq/MCT, Pronex/FAPEAL, FINEP, and INCT- IQ.

References

1. I. M. Vellekoop, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Nat. Photonics **4**, 320 (2010).
2. O. Katz, E. Small, Y. Bromberg, and Y. Silberberg, Nat. Photonics **5**, 372 (2011).
3. I. M. Vellekoop and C. M. Aegerter, Opt. Lett. **35**, 1245 (2010).
4. E. G. van Putten, D. Akbulut, J. Bertolotti, W. L. Vos, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Phys. Rev. Lett. **106**, 193905 (2011).
5. Y. Choi, T. D. Yang, C. Fang-Yen, P. Kang, K. J. Lee, R. R. Dasari, M. S. Feld, and W. Choi, Phys. Rev. Lett. **107**, 023902 (2011).
6. J. Bertolotti, E. G. van Putten, C. Blum, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk, Nature **491**, 232 (2012).
7. X. Yang, Y. Pu, and D. Psaltis, Opt. Express **22**, 3405 (2014).
8. J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **58**, 1499 (1987).
9. J. Durnin, J. Opt. Soc. Am. A **4**, 651 (1987).
10. V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, and K. Dholakia, Nature **419**, 145 (2002).
11. X. Tsampoula, V. Garces-Chavez, M. Comrie, D. J. Stevenson, B. Agate, C. T. A. Brown, F. Gunn-Moore, and K. Dholakia, Appl. Phys. Lett. **91**, 053902 (2007).
12. Z. H. Ding, H. W. Ren, Y. H. Zhao, J. S. Nelson, and Z. P. Chen, Opt. Lett. **27**, 243 (2002).
13. F. O. Fahrbach, P. Simon, and A. Rohrbach, Nat. Photonics **4**, 780 (2010).
14. F. O. Fahrbach and A. Rohrbach, Nat. Commun. **3**, 632 (2012).
15. M. McLaren, T. Mhlanga, M. J. Padgett, F. S. Roux, and A. Forbes, Nat. Commun. **5**, 3248 (2014).
16. J. P. Kirk and A. L. Jones, J. Opt. Soc. Am. **61**, 1023 (1971).
17. I. A. Litvin, M. G. McLaren, and A. Forbes, Opt. Commun. **282**, 1078 (2009).
18. J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts, 2007).
19. I. Vidal, D. P. Caetano, E. J. S. Fonseca, and J. M. Hickmann, Opt. Lett. **34**, 1450 (2009).
20. C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca are preparing a manuscript to be titled “Robust image propagation using speckles.”

Effect of the spatial coherence length on the self-reconfiguration of a speckle field

Cleberson R. Alves, Alcenísio J. Jesus-Silva, and Eduardo J. S. Fonseca*
Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, P.O. Box 2051, Maceió, AL, 57061-970, Brazil
(Received 30 March 2016; published 19 July 2016)

The self-reconfiguration property of a speckle pattern is characterized by having the same autocorrelation profile before and after the obstacle from the point at which the intensity speckle distribution is reestablished; i.e., the speckle pattern becomes homogeneous with no signature of the obstacle. We have presented a theoretical model that gives us in a more detailed way the dependence of this effect with the spatial coherence length of the speckle field. This study shows a linear dependence of the reconfiguration distance with the spatial coherence length of the speckle. Additionally, the experimental data are in good agreement with the theory.

DOI: 10.1103/PhysRevA.94.013835

I. INTRODUCTION

Disorder-based optical applications have been unveiled. For instance, an alternative class of optical microscopy has emerged. Noninvasive imaging of a fluorescent object has been obtained through a strongly scattering medium [1], with potential use in biomedical imaging [2]. Also, recently, high-index scattering material was used as a large numerical aperture lens to improve the resolution of fluorescence imaging [3]. Additionally, disordered scattering also has been reported in other works applied to improve focusing and imaging resolution [4–7]. Furthermore, interesting effects have been observed with light possessing orbital angular momentum scattered by an opaque media such as spatial correlation singularity [8], and effective topological charge obtained from two partially coherent beams [9,10], among others.

Scattering light through an opaque media carries spatial, temporal, and spectral information of the incident signal, and turns it into a speckle field [11,12]. This field consists of dark and bright spots as a consequence of multiple interferences of waves emitted from the scattering medium [13]. A very simple way of experimentally generating a speckle pattern is to shine a Gaussian laser beam through a ground-glass disk (GGD). Recently, we have studied an interesting effect owing to the speckles, called self-reconfiguration [14]. This effect consists in the erasing of a shadow imprinted in the speckle pattern after the speckles have crossed an obstacle. For a specific propagation distance, the speckle pattern becomes homogeneous. This effect is also characterized by having the same autocorrelation profile before and after the obstacle. We also showed that an image can be recovered after obstacles and it depends on the coherence length of the speckles and obstruction size [15].

In this work, we explore the influence of the spatial coherence length on the self-reconfiguration of a speckle pattern. The introduction of obstacles in the speckle path results in expressive changes in the speckle intensity. However, the self-reconfiguration effect is expected to wash out any signature of the obstacle after a specific propagation distance. This distance depends on the spatial coherence length of the speckle. Interesting enough, according to the theoretical model presented here, this is a linear dependence. We also present a numerical simulation to support our findings.

II. EXPERIMENT AND RESULTS

The experimental setup is shown schematically in Fig. 1. An Nd:YAG, Laser Quantum, model Torus, operating at 532 nm is transmitted through a GGD producing a partially coherent Gaussian beam. A lens L_1, with focal length of 20 cm, was used to control the size of the incident laser beam on the GGD. By changing the spot size of the laser beam on the disk, it is possible to control the spatial coherence length of the generated speckle field [16]. A lens L_2 was placed at $f_2 = 14$ cm from the GGD in order to collimate the speckle field generated by the GGD. The GGD and the lens L_2 have remained fixed, but L_1 can be moved in order to change the spot size on the GGD. An obstacle was placed at $z = 0$, i.e., at a distance f_2 from L_2. This obstacle is a dark disk, with diameter of $D = 0.2$ cm, printed on a transparent sheet, blocking the light in a circular region. A charge-coupled device (CCD) camera was used to record the speckle pattern for different longitudinal positions z. L_1 was placed at five different positions from the GGD: $d_1 = 29$ cm, $d_2 = 33$ cm, $d_3 = 37$ cm, $d_4 = 41$ cm, and $d_5 = 45$ cm; generating the speckles' spatial coherence lengths $\delta_1 = 66.5\,\mu$m, $\delta_2 = 24.5\,\mu$m, $\delta_3 = 17.5\,\mu$m, $\delta_4 = 10.5\,\mu$m, and $\delta_5 = 8\,\mu$m, respectively. It is important to point out that each speckle pattern was recorded with the GGD stopped. Thus, to each position d was performed 100 measurements, each one in different angular positions on the GGD, by rotating it.

From L_2 up to CCD camera position the spatial coherence length of the speckle field does not change considerably for a fixed value of d. A numerical autocorrelation method was used to measure the spatial coherence length [17]. The correlation curve possesses a Gaussian profile whose full width at half maximum (FWHM) gives the mean speckle size, which corresponds to the spatial coherence length of the speckles.

Figure 2, first row, shows the speckle patterns formed by scattering a coherent Gaussian beam through the GGD for the distances d_5, d_4, and d_2, without obstacle. The second row shows the autocorrelation corresponding to the speckle patterns shown in the first row. One can see very clearly that the speckle size increases with the decreases of the distance between L_1 and the GGD. This occurs because, by decreasing the distance between the lens and the GGD, the source size is

*eduardo@fis.ufal.br

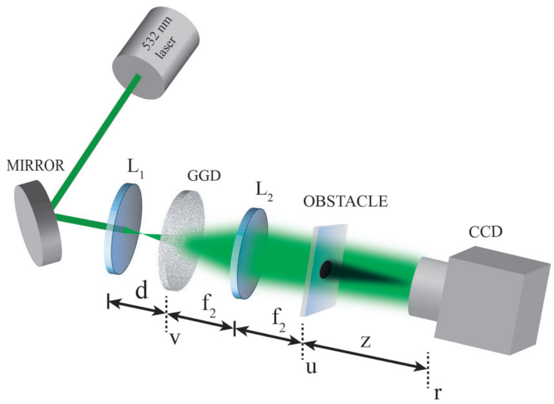


FIG. 1. Experimental setup: L_1 and L_2 are lenses, GGD is a ground-glass disk, and CCD is a charge-coupled device camera.

reduced, i.e., the spot size of a Gaussian beam incident on the scattering media [18], generating an increase in the coherence length of speckles, as can be seen in the second row of Fig. 2.

Figure 3 shows the effect of the spatial coherence length of speckles on the self-reconfiguration of the pattern. For spatial coherence lengths of 8, 24.5, and 66.5 μm, the reconfiguration occurs around 5, 17, and 42 cm, respectively. It is evident that for speckles with larger coherence length, Fig. 3(c), it is necessary a longer propagation distance to the self-reconfiguration effect be completed. We have used matrices of 1032×1032 pixels corresponding to a region of $0.36\,\text{cm} \times 0.36\,\text{cm}$ of the CCD camera.

III. THEORY

The field propagation from the GGD to the obstacle can be described by [11,12]

$$E(\vec{u}) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}\cdot\vec{u}\right) g(\vec{v})G(\vec{v})d^2v, \tag{1}$$

where k is the modulus of the wave vector and is given by $k = 2\pi/\lambda$, and λ is the wavelength. $\vec{v}$ and $\vec{u}$ are the transversal coordinates in the planes of the GGD and obstacle, respectively. $G(\vec{v})$ describes the random effect of the GGD and $g(\vec{v})$ is a Gaussian beam function.

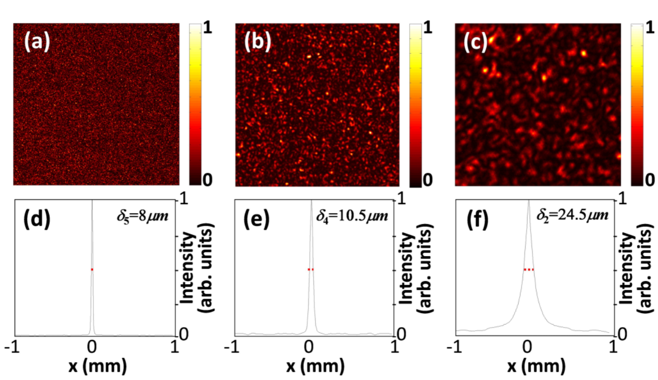


FIG. 2. Speckle patterns measured for various positions of lens L_1 and without the obstacle: (a) d_5, (b) d_4, and (c) d_2; (d–f) are the corresponding autocorrelation profiles.

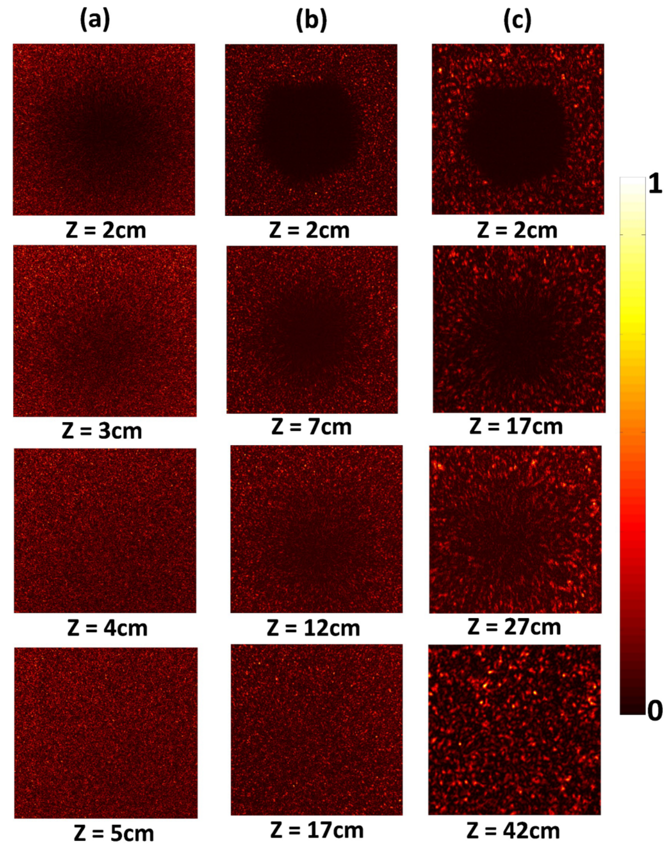


FIG. 3. Experimental results for the self-reconfiguration effect: (a) $\delta_5 = 8\,\mu$m, (b) $\delta_2 = 24.5\,\mu$m, and (c) $\delta_1 = 66.5\,\mu$m.

The propagation from the obstacle to the CCD can be described by

$$E(\vec{r}) = \int O(\vec{u})E(\vec{u})\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}-\vec{r})^2\right]d^2u, \tag{2}$$

where $O(\vec{u})$ represents the obstacle, and $\vec{r}$ is the transversal coordinate at the CCD plane.

The field spatial correlation function at the CCD points $\vec{r}_1$ and $\vec{r}_2$ is given by

$$\begin{aligned}\langle E(\vec{r}_1)E^*(\vec{r}_2)\rangle = \Big\langle \iint & O(\vec{u}_1)O^*(\vec{u}_2) \\ & \times \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1-\vec{r}_1)^2 + \frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2-\vec{r}_2)^2\right] \\ & \times \left\{\iint \exp\left[\frac{ik}{f_3}(\vec{v}_1\cdot\vec{u}_1 - \vec{v}_2\cdot\vec{u}_2)\right]\right. \\ & \left. \times\, g(\vec{v}_1)g^*(\vec{v}_2)G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)d^2v_1d^2v_2\right\} \\ & \times\, d^2u_1d^2u_2\Big\rangle. \end{aligned} \tag{3}$$

With sufficient scattering, the random effect of the GGD can be described by a Dirac delta, $\langle G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)\rangle = \delta(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$. Therefore, the integrals in v_1 and v_2 in Eq. (3) become

$$\Gamma(\vec{u}_1,\vec{u}_2) = \int \exp\left[\frac{ik}{f_3}\vec{v}\cdot(\vec{u}_1-\vec{u}_2)\right]g(\vec{v})g^*(\vec{v})d^2v. \tag{4}$$

Considering that the beam incident on the GGD is a Gaussian beam,

$$g(\vec{v}) = \exp\left(-\frac{\vec{v}^2}{w^2}\right)\exp[i\psi(\vec{v})], \tag{5}$$

with w being the beam width and $\psi(\vec{v})$ its phase. The integral in Eq. (4) becomes the mutual intensity of the output beam [16]:

$$\Gamma(\vec{u}_1,\vec{u}_2) = \exp\left[-\frac{(\vec{u}_1-\vec{u}_2)^2}{2\delta^2}\right], \tag{6}$$

where $\delta = \lambda f_3/\pi w$ is the spatial coherence width. The mean intensity $\langle I(\vec{r})\rangle = \langle E(\vec{r})E^*(\vec{r})\rangle$ at the CCD camera is obtained making $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$ in Eq. (3). Next, we use the following change of variables: $\vec{u}_2 = \vec{u}_1 - \vec{u}$, and substituting Eq. (6) into Eq. (3) we have

$$\begin{aligned}\langle I(\vec{r})\rangle = \langle E(\vec{r})E^*(\vec{r})\rangle = \iint O(\vec{u}_1)O(\vec{u}_1-\vec{u})\\ \times \exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}(\vec{u}\cdot\vec{u}_1 - \vec{u}\cdot\vec{r})\right]\\ \times \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\exp\left(-\frac{u^2}{2\delta^2}\right)d^2u_1 d^2u.\end{aligned} \tag{7}$$

The integral in u_1 in Eq. (7) is given by

$$\tilde{O}(\vec{u}) \approx \int O(\vec{u}_1)O(\vec{u}_1-\vec{u})\exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}\cdot\vec{u}_1\right)d^2u_1, \tag{8}$$

which is, approximately, the Fourier transform of the obstacle function evaluated at the spatial frequency $\vec{u}/\lambda z$. Note that the obstacle function is $O(\vec{u}) = 1 - \mathrm{circ}(\vec{u}/D)$, where circ is the circle function [19] and D is the diameter of the obstacle. Therefore, the integral in Eq. (7) becomes

$$\begin{aligned}\langle I(\vec{r})\rangle = \int \left\{\delta(\vec{u}) - \left(\frac{kD^2}{z}\right)\left[\frac{J_1(kDu/z)}{kDu/z}\right]\right\}\exp\left(-\frac{u^2}{2\delta^2}\right)\\ \times \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\exp\left(\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}\cdot\vec{r}\right)d^2u.\end{aligned} \tag{9}$$

Equation (9) is an inverse Fourier transform of the spectrum of the obstacle, but with a Gaussian function and a quadratic phase modulating this spectrum. Therefore, from Eq. (9) we have two contributions: a Dirac delta function, resulting in a constant, and an Airy pattern [19], containing the information about D. The Gaussian function $\exp(-u^2/2\delta^2)$ spatially filters the Airy pattern. The width of the central lobe of the Airy pattern is given by $1.22\lambda z/D$ [19]. Thus, we have defined the reconfiguration length as the distance z_R for which the width of the central lobe of the Airy pattern is equal to the full width at half maximum of the function $\exp(-u^2/2\delta^2)$,

$$z_R = 2\sqrt{2\ln(2)}\delta D/(1.22\lambda). \tag{10}$$

Equation (10) is the main result of this paper. It shows a linear dependence of the reconfiguration distance as a function of the spatial coherence length of the speckle field. It means that for a bigger coherence length, the reconfiguration distance also will be bigger. The same behavior is observed for obstacle size; increasing its size also increases the reconfiguration distance, in a linear way. Besides, the reconfiguration distance is inversely proportional to the light wavelength.

Equation (10) can be envisaged based on Huygens' principle. The bright speckle spots in the field that surround the opaque disk act as secondary sources that radiate into the disk's shadow, filling in the dark "hole" in the field due to the disk. Because the phases of the different speckle spots are random, the field they generate is again a speckle field. Assuming small angles and taking the diameter of a speckle spot to be the transverse coherence length δ, the spot radiates into a cone of angular spread $\theta = \lambda/\delta$, where λ is the wavelength. The spots on the edge of the disk fill in the shadow of the disk at a distance $z = D/(\theta/2) = 2\delta D/\lambda$, where D is the disk diameter. This is essentially the Eq. (10), with the factor 2 being close to the more exact wave optics factor 1.93 derived before.

IV. NUMERICAL SIMULATIONS

We have made numerical simulations to support the experimental results. Pseudorandom functions $R = R(x,y)$ are generated, where each point assumes random values uniformly distributed between 0 and 2π. The speckle pattern is simulated by

$$S(x,y) = \mathbb{F}\left(e^{-(x^2+y^2)/w_1^2}e^{iR}\right), \tag{11}$$

where $\mathbb{F}$ denotes the Fourier transform. The term $\exp[-(x^2+y^2)/w_1^2]e^{iR}$ simulates the Gaussian laser beam that has just crossed the scattering surface and w_1 represents the source size. The Fourier transform corresponds to the propagation from the GGD to the obstacle plane. Therefore, by setting w_1 according to the experimental data, the simulated speckle has the same spatial coherence length as the measured speckle. After that, we numerically simulate the propagation of the speckle field through the obstacle along z.

V. DISCUSSION

Figure 4(a) shows one-dimensional (1D) profiles from Fig. 3(a) for different z positions. The obstacle signature for $z = 2$ cm is very clear. However, this signature disappears around $z_R = 5.8$ cm, when the self-reconfiguration effect is completed. This value is obtained from Eq. (10) using the data from the experiment, $\delta = 8\ \mu$m, $D = 0.2$ cm, and $\lambda = 532\ \mu$m. Visually the reconfiguration distance corresponds to the position z where the speckle patterns with and without obstacles have the same normalized mean intensities. In other words, the signature of the obstacle disappears completely at this position. Figure 4(b) shows the simulation results of the intensity profiles for the speckle propagation after crossing an obstacle, and Fig. 4(c) shows the corresponding theoretical results from Eq. (9). All simulations and experimental

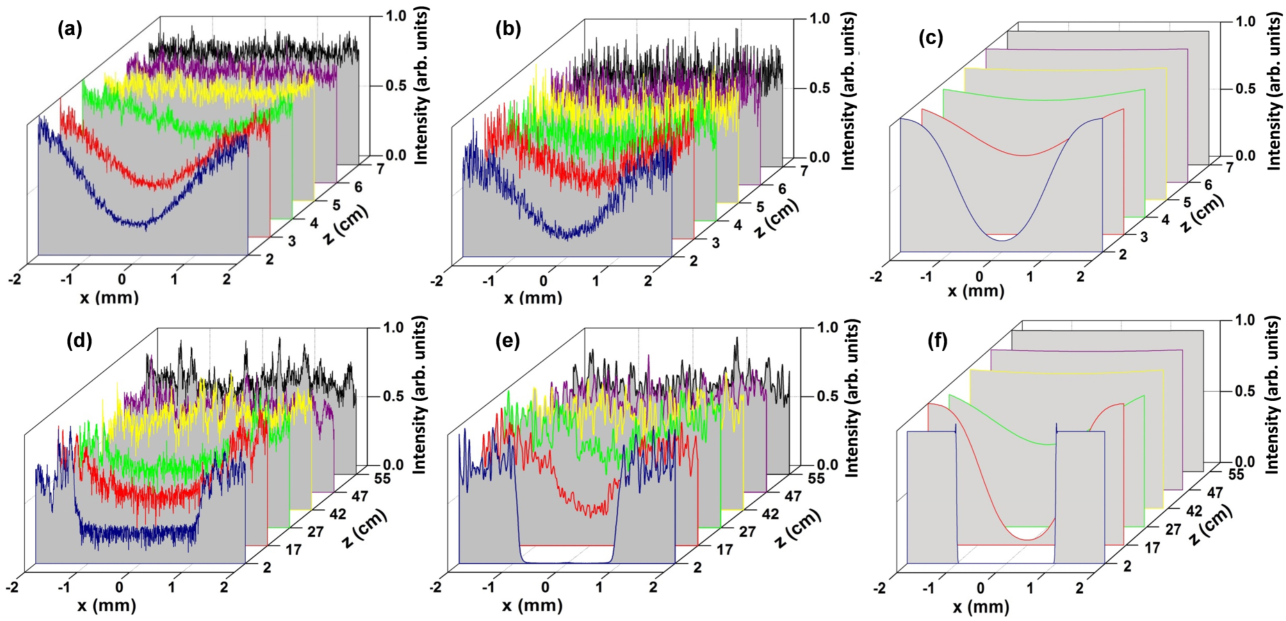


FIG. 4. Results of the 1D profiles of the propagated speckle field after the obstacle. (a,d) are experimental; (b,e) are simulations; (c,f) are theoretical results obtained from Eq. (9). In the first row we used $\delta = 8\mu$m and $\lambda = 532$ nm. Second row has the same parameters as the first, but with $\delta = 66.5\,\mu$m.

results have an ensemble average of 100 calculations and measurements, respectively. In all approaches, experimental, numerical, and theoretical, it can be observed that the obstacle affects the intensity of the speckle pattern after it, and that during the propagation, the pattern is reconfigured around $z_R = 5.8$ cm. After that, the speckle pattern remains with a uniform average intensity distribution without any obstacle signature. The numerical and theoretical results have good agreement with the experimental results present in (a) of the same figure.

Figures 4(d)–4(f) follow the same description presented for Figs. 4(a)–4(c), but now with the following parameters: $\delta = 66.5\,\mu$m, $D = 0.2$ cm, and $\lambda = 532$ nm. The important point here is the spatial coherence length, which is $\delta = 66.5\,\mu$m, and, as consequence, the reconfiguration length

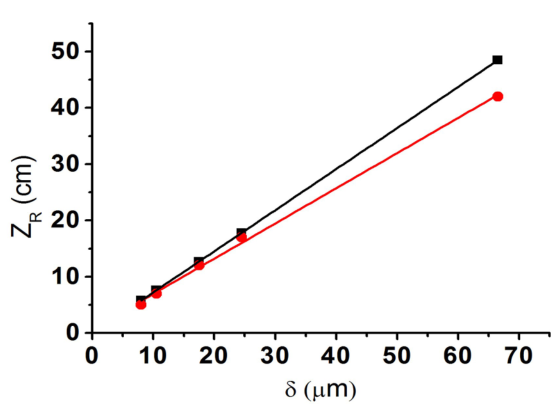


FIG. 5. Theoretical (black solid squares) and experimental results (red solid circles) showing the variation of the reconfiguration distance with the speckle coherence length.

occurs around 48.2 cm, a value obtained by Eq. (10). It is interesting to observe that for smaller spatial coherence length, the reconfiguration length is also smaller. On the other hand, for a completely coherent beam the reconfiguration of the whole pattern will take place only in an infinite propagation distance. It is well known that for coherent beams only some beam families have self-reconstruction ability [20,21].

Figure 5 shows a linear graph of the reconfiguration distance as a function of the spatial coherence length of the speckles. We have obtained five values of z_R for $\delta = 8, 10.5$, 17.5, 25.5, and 66.5 μm. Solid red circles are experimental points where z_R, for each point, was obtained observing, in the intensity curves, the position z where the signature of the obstacle disappeared completely. The reconfiguration distance corresponds to the point where the speckle patterns with and without obstacle have the same mean intensities, verified by the difference between these intensities. The red line is a linear fit. On the other hand, the solid black square points were obtained using Eq. (10) varying only the δ parameter with the same values used for the red circle points. The black line is a linear fit. For bigger values of δ it becomes more difficult to identify, just by looking at the speckle patterns, where the reconfiguration takes place. This fact is evident by looking at column (c) in Fig. (3), where the transition to homogeneous patterns occurs much more slowly along z. In column (c) it is necessary to move from $\delta = 27$ to 42 cm to roughly see a homogeneous pattern. This is not the case for column (a) or even column (b), where the distance from the obstacle signature to the homogeneous pattern corresponds to just a few centimeters.

Finally, it is important to notice that the basic idea about the self-reconfiguration presented here is in agreement with that presented in Ref. [14], even though in Ref. [14], the self-reconfiguration effect was explored also with the intensity correlation. Numerical simulations and a theory were presented having good agreement with the experimental data.

VI. CONCLUSION

In conclusion, we showed that a speckle pattern can be reconfigured along the propagation, erasing any signature of the obstacle. We also showed that the reconfiguration length depends on the spatial coherence length of the speckles. Notably, we found that this dependence is linear. This study may be an important step forward for a generation of microscopy techniques concerning the effect of self-reconfiguration instead of traditional self-healing [22,23].

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (FAPEAL); Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Informação Quântica (INCT-IQ). In particular, we thank an anonymous referee for providing the explanation of Eq. (10) based on Huygens' principle at the end of Sec. III.

[1] J. Bertolotti, E. G. van Putten, C. Blum, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk, Nature **491**, 232 (2012).
[2] X. Yang, Y. Pu, and D. Psaltis, Opt. Express **22**, 3405 (2014).
[3] H. Yilmaz, E. G. van Putten, J. Bertolotti, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk, Optica **2**, 424 (2015).
[4] I. M. Vellekoop, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Nat. Photon. **4**, 320 (2010).
[5] E. G. van Putten, D. Akbulut, J. Bertolotti, W. L. Vos, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Phys. Rev. Lett. **106**, 193905 (2011).
[6] Y. Choi, T. D. Yang, C. Fang-Yen, P. Kang, K. J. Lee, R. R. Dasari, M. S. Feld, and W. Choi, Phys. Rev. Lett. **107**, 023902 (2011).
[7] O. Katz, E. Small, and Y. Silberberg, Nat. Photon. **6**, 549 (2012).
[8] D. M. Palacios, I. D. Maleev, A. S. Marathay, and G. A. Swartzlander, Jr., Phys. Rev. Lett. **92**, 143905 (2004).
[9] A. J. Jesus-Silva, J. M. Hickmann, and E. J. Fonseca, Opt. Express **20**, 19708 (2012).
[10] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. Fonseca, Opt. Lett. **40**, 2747 (2015).
[11] J. A. Newman and K. J. Webb, Opt. Lett. **37**, 1136 (2012).
[12] J. A. Newman and K. J. Webb, Phys. Rev. Lett. **113**, 263903 (2014).
[13] J. C. Dainty, *Laser Speckle and Related Phenomena*, 2nd enlarged ed., Topics in Applied Physics Vol. 9 (Springer-Verlag, Berlin, New York, 1984).
[14] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, Opt. Lett. **39**, 6320 (2014).
[15] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, Phys. Rev. A **93**, 043816 (2016).
[16] F. Wang, X. L. Liu, Y. S. Yuan, and Y. J. Cai, Opt. Lett. **38**, 1814 (2013).
[17] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*, Wiley Series in Pure and Applied Optics (Wiley, New York, 1978).
[18] I. Vidal, D. P. Caetano, E. J. Fonseca, and J. M. Hickmann, Opt. Lett. **34**, 1450 (2009).
[19] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nd ed., McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering (McGraw-Hill, New York, 1996).
[20] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **58**, 1499 (1987).
[21] S. López-Aguayo, Y. V. Kartashov, V. A. Vysloukh, and L. Torner, Phys. Rev. Lett. **105**, 013902 (2010).
[22] F. O. Fahrbach, P. Simon, and A. Rohrbach, Nat. Photon. **4**, 780 (2010).
[23] F. O. Fahrbach and A. Rohrbach, Nat. Commun. **3**, 632 (2012).

Using speckles to recover an image after its transmission through obstacles

Cleberson R. Alves, Alcenísio J. Jesus-Silva, and Eduardo J. S. Fonseca*

Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, P.O. Box 2051, Maceió, AL, 57061-970, Brazil

(Received 19 October 2015; published 11 April 2016)

We show that an image, embedded into a speckle pattern, is robust against distortions during its transmission through obstacles. The robustness depends on the coherence length of the speckles and obstruction size. This behavior is based on the self-reconfiguration effect, where, even though some speckles have been blocked by an opaque obstacle, the speckle-pattern intensity is reestablished during propagation at the point where the signature of the obstacle disappears. We evaluated the self-reconfiguration ability of the image using the concepts of visibility and similarity.

DOI: 10.1103/PhysRevA.93.043816

I. INTRODUCTION

For a long time, scattering was considered only a detrimental effect that should be suppressed or avoided. However, recently, a series of interesting physical effects has been demonstrated and an enormous potential for disorder-based optical applications has been unveiled, ranging from fundamental optical studies to biomedical imaging. For instance, interesting effects have been explored with light possessing orbital angular momentum scattered by an opaque media such as spatial correlation singularity [1] and effective topological charge obtained from two partially coherent beams [2,3]. On the other hand, noninvasive imaging of a fluorescent object has been shown through a strongly scattering medium [4], with potential use in biomedical imaging [5]. And, recently, speckle correlation resolution enhancement has been proposed for high-resolution fluorescence imaging [6].

Scattering through an opaque media—such as biological tissue, glass, and plastic—carries spatial, temporal, and spectral information of the incident signal, and turns it into a speckle field. Therefore, if the incident wave is changed in any way, the speckle field changes accordingly. However, retrieving information from such field, getting information from the speckle pattern, or even controlling the light propagation have been a big challenge. For these purposes, several schemes have been presented [4,7–14].

In fact, currently there is a great interest to control both transmission and reflection of light by an opaque medium. Associated to that, the ability that some beams are capable of self-reconstructing or self-healing [15,16], even in the presence of massive particles, may offer new possibilities to look deeper into scattering tissues or to optimize an optical signal transmission through scattering media, for instance. Recently, two papers were published showing the importance of the self-healing coherent Bessel beams for microscopy [17,18], particularly for biological samples. At this point an interesting question arises: Is it possible, using a speckled beam as a light source, to recover an image after its transmission through an obstacle?

In this work, we show a remarkable property of speckles: the ability to image through obstacles. We demonstrate that it is possible to recover an image, without distortions, even when an obstacle is placed on its path. In fact, the insertion of an obstacle on the speckle field's path produces expressive changes in the speckle-pattern intensity. However, for a specific propagation distance, the obstacle signature disappears and whole image features are recovered. This fact is connected with the self-reconfiguration effect [19]. Additionally, another point explored in this work is that the recovery length along propagation depends on the spatial coherence length of the speckles and obstacle size. The image retrieval is evaluated using the concepts of visibility and similarity. A numerical simulation was used to support the experimental results and a theoretical analysis was presented as well.

II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup is shown schematically in Fig. 1. A Nd:YAG laser operating at 532 nm illuminates a computer generated hologram [20] with controllable pixels written in a Hamamatsu Model X10468-01 spatial light modulator (SLM) producing a Fourier transform of a Gaussian beam, as reference, and a Fourier transform of an image, namely the letter π, as a signal. Both beams were imaged over the scattering medium. A lens L_2 images the SLM over a rotating ground glass disk (RGGD) and L_3 is placed at a distance $f_3 =$ 140 mm from the RGGD. A circular pinhole (PH), placed at the focal plane of the lens L_2, was used to select the desired diffraction order. Some speckles were blocked by an obstacle and the transmitted ones were displayed in a charge-coupled device (CCD) camera for different longitudinal positions z. First, the reference beam was recorded by the CCD camera, and after that, the hologram was changed to acquire the signal beam. The RGGD, CCD camera, and SLM were synchronized to guarantee that the two acquired images are spatially incoherent but correlated between them. In fact, both signal and reference beams are scattered by the same region of the disk and detected one at a time by changing the hologram. Only after signal and reference measurements, the RGGD is rotated for the next set of measurements. To obtain two spatial coherence lengths of the speckles, we arrange the experimental setup for two different distances of d. For $d = 5$ cm, we have spatial coherence length of $\delta_1 = 31.1\ \mu$m and for $d = 15$ cm, $\delta_2 = 17.7\ \mu$m. This occurs because the spot size of the laser beam on the disk changes for different

*eduardo@fis.ufal.br

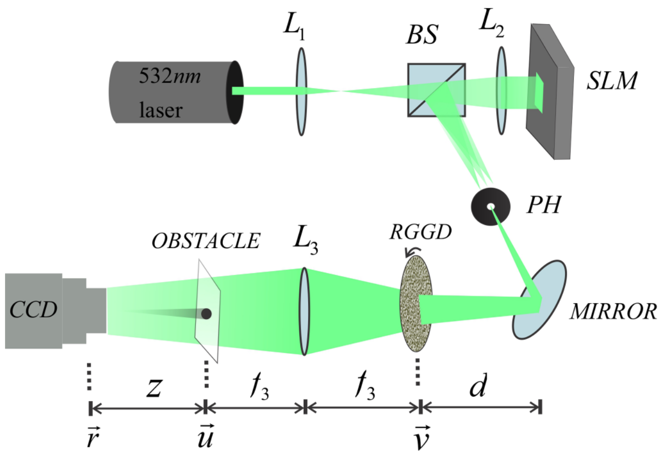


FIG. 1. Experimental setup. L_1, L_2, and L_3 are lenses with focal lengths $f_1 = 30$ mm, $f_2 = 300$ mm, and $f_3 = 140$ mm, respectively; BS: beam splitter; PH: pinhole; SLM: spatial light modulator; RGGD: rotating ground glass disk; and CCD: charge coupled device.

distances of d, and consequently, the spatial coherence length is changed accordingly. A numerical autocorrelation method was used to measure the spatial coherence length of the speckle [21]. The correlation curve possesses Gaussian distribution whose full width at half maximum gives the mean speckle size, which corresponds to the spatial coherence length of the speckle. Two obstacles were used with diameters of $D_1 \approx 2$ mm and $D_2 \approx 1$ mm. Each obstacle is a dark circle printed on a transparent sheet.

III. THEORETICAL ANALYSIS

The field propagation from the RGGD to the obstacle can be described by [22,23]

$$E_S(\vec{u}_1) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_1 \cdot \vec{u}_1\right)\tilde{\pi}(\vec{v}_1)G(\vec{v}_1)d^2v_1, \qquad (1)$$

and

$$E_R(\vec{u}_2) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_3}\vec{v}_2 \cdot \vec{u}_2\right)\tilde{g}(\vec{v}_2)G(\vec{v}_2)d^2v_2, \qquad (2)$$

for the signal and reference beams, respectively. It is important to remember that these beams are speckle fields. k is the modulus of the wave vector and is given by $k = 2\pi/\lambda$, where λ is the wavelength. G describes the random effect of the RGGD. $\tilde{\pi}$ represents the Fourier transform of the image "π" and $\tilde{g}$ is a Fourier transform of a Gaussian beam.

The propagation from the obstacle to the CCD can be described by

$$E_S(\vec{r}_1) = \int \mathcal{O}(\vec{u}_1)E_S(\vec{u}_1)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1 - \vec{r}_1)^2\right]d^2u_1, \qquad (3)$$

and

$$E_R(\vec{r}_2) = \int \mathcal{O}(\vec{u}_2)E_R(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2 - \vec{r}_2)^2\right]d^2u_2, \qquad (4)$$

where $\mathcal{O}$ represents the obstacle.

The field spatial correlation function at the detector points $\vec{r}_1$ and $\vec{r}_2$ is given by

$$\begin{aligned}\langle E_S(\vec{r}_1)E_R^*(\vec{r}_2)\rangle &= \left\langle \iint \mathcal{O}(\vec{u}_1)\mathcal{O}^*(\vec{u}_2)\exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_1 - \vec{r}_1)^2\right.\right. \\ &\quad \left. + \frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_2 - \vec{r}_2)^2\right]\left\{\iint \exp\left[\frac{ik}{f_3}(\vec{v}_1 \cdot \vec{u}_1 - \vec{v}_2 \cdot \vec{u}_2)\right]\right. \\ &\quad \left.\left. \times\, \tilde{\pi}(\vec{v}_1)\tilde{g}^*(\vec{v}_2)G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)d^2v_1d^2v_2\right\}d^2u_1d^2u_2\right\rangle. \end{aligned} \qquad (5)$$

With sufficient scattering, the random effect of the GGD can be described by a Dirac delta function $\langle G(\vec{v}_1)G^*(\vec{v}_2)\rangle = \delta(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$. Therefore, the integrals in v_1 and v_2 in Eq. (5) become

$$\Gamma = \int \exp\left[\frac{ik}{f_3}\vec{v} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)\right]\tilde{\pi}(\vec{v})\tilde{g}^*(\vec{v})d^2v. \qquad (6)$$

Considering that $\tilde{g}$ is the Fourier transform of a Gaussian with very narrow width, Eq. (6) is approximately the convolution of π with a Dirac delta function, resulting in

$$\Gamma = \pi(\vec{u}_1 - \vec{u}_2). \qquad (7)$$

Inserting Eq. (7) into Eq. (5) and using the change of variables $\vec{u}_2 = \vec{u}_1 - \vec{u}$ and $\vec{r}_1 = \vec{r}$ and $\vec{r}_2 = 0$, we obtain

$$\begin{aligned}\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\rangle = e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}r^2} &\iint \mathcal{O}(\vec{u}_1)\mathcal{O}(\vec{u}_1 - \vec{u}) \\ &\times \exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}_1 \cdot (\vec{u} - \vec{r})\right] \\ &\times \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\pi(\vec{u})d^2u_1d^2u. \end{aligned} \qquad (8)$$

It can be shown that, for any obstacle, the integral in the variable $\vec{u}_1$ in Eq. (8) results in a function which is approximately the Fourier transform of the obstacle function $\tilde{\mathcal{O}}(\vec{u} - \vec{r})$ which can be approximately described by a Dirac delta function $\tilde{\mathcal{O}}(\vec{u} - \vec{r}) \approx \delta(\vec{u} - \vec{r})$, such that

$$\begin{aligned}\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\rangle &= e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}r^2}\int \delta(\vec{u} - \vec{r})\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\pi(\vec{u})d^2u \\ &= \pi(\vec{r}). \end{aligned} \qquad (9)$$

Based on Reed's momentum theorem [24], the correlation between the measured intensities $\langle I_S(\vec{r})I_R(0)\rangle$ is related to the modulus of the field correlation $|\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\rangle|$ by

$$\langle I_S(\vec{r})I_R(0)\rangle - \langle I_S(\vec{r})\rangle\langle I_R(0)\rangle = |\langle E_S(\vec{r})E_R^*(0)\rangle|^2. \qquad (10)$$

Thus, considering that the mean intensities at the measurement plane are uniform, the second term in Eq. (10) is just a constant background in the intensity correlation.

Looking at Eq. (9), it is clear that the π image was recovered after the obstacle $\mathcal{O}$. From the presented δ-correlated model the self-reconfiguration length [19] of the image is independent of z. However, in a more realistic scenario the function $\tilde{\mathcal{O}}(\vec{u} - \vec{r})$ is not a function of zero width. In this situation the size of π must be taken into account, and the π dimension depends on the spatial coherence length of the generated speckle fields.

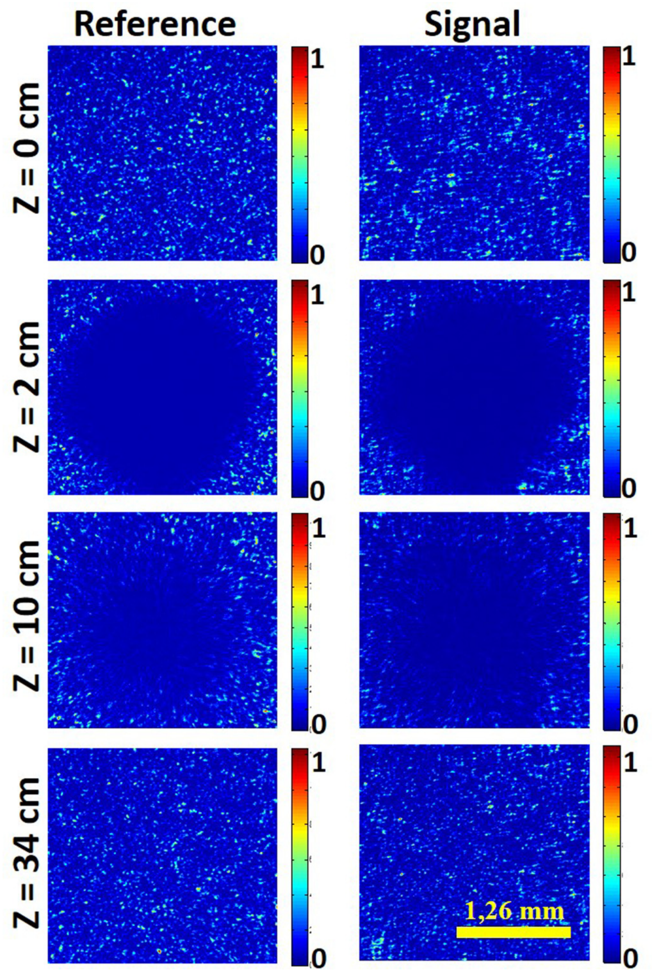


FIG. 2. Speckle patterns of the reference and signal beams measured for different distances of propagation, with spatial coherence length $\delta_1 = 33.1$ μm and obstacle of diameter $D_1 \approx 2$ mm.

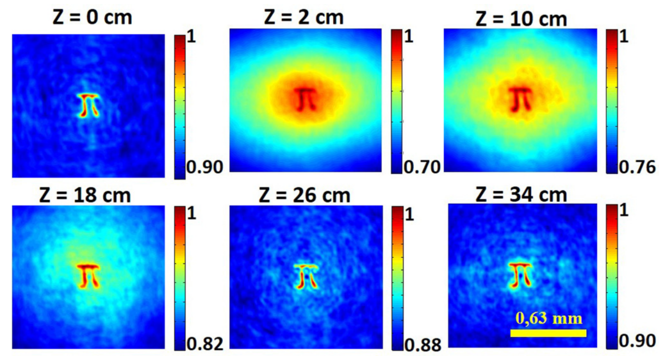


FIG. 3. Cross correlation between reference and signal beams for different distances of propagation, with coherence length $\delta_1 = 33.1$ μm and obstacle of diameter $D_1 \approx 2$ mm.

IV. RESULTS AND DISCUSSION

Figure 2 shows the reference and signal speckle-pattern intensities, with spatial coherence length of $\delta_1 = 31.1$ μm, using matrices of 720×720 pixels corresponding to a region of 2.52 mm $\times$ 2.52 mm of the CCD camera. In the first line of Fig. 2, the CCD camera was placed at $z = 0$ cm. After measuring the speckle patterns, a transparent sheet with a dark circle of diameter $D_1 \approx 2$ mm was placed at $z = 0$ cm. From $z = 2$ cm to $z = 10$ cm, the obstacle signature is clearly observed. On the other hand, the entire speckle pattern becomes homogeneous or self-reconfigured [19] around $z = 34$ cm.

The procedure used to obtain the result of cross correlation between the signal and reference speckle patterns was the following: We measured the reference intensity followed by the signal intensity, and, then, we numerically performed a cross correlation between them,

$$C(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I_S(x',y')I_R(x'-x,y'-y)dx'dy', \tag{11}$$

where I_S and I_R are the signal and reference intensities, respectively. All experimental results presented in this work were averaged over 100 measurements.

The cross-correlation results between reference and signal of Fig. 2 are shown in Fig. 3. The first image (z = 0 cm) is exactly the retrieved image without obstacle. After that, a transparent sheet with an obstacle of diameter $D_1 \approx 2$ mm was placed on the speckles' path and a sequence of blurry images was measured. However, around $z = 34$ cm, the image π was clearly recovered. This position coincides with the self-reconfiguration of the speckles (see Fig. 2). We can see that all the details of the letter are recovered. Besides, the letter did not change its size along propagation because the speckle field is a collimated field. The speckles themselves do not change their size for the distance between the lens L_3 and the CCD camera position. We have used matrices of 360×360 pixels corresponding to a region of 1.26 mm $\times$ 1.26 mm of the CCD camera to display the images of Fig. 3.

The self-reconfiguration effect is characterized by having the same autocorrelation profile before and after the obstacle, as soon as the speckle-pattern intensity has been reconstructed [19]. The interesting point here is that the reconstruction of the letter π, which was obtained performing the cross-correlation procedure, coincides with the self-reconfiguration effect.

We can also observe in Fig. 3, through the color bars, that for $z = 2$ cm, the letter π is blurry and the obstacle signature has a strong influence on the image formation. However, during the propagation, and at $z = 34$ cm, the background increases, returning to the same level observed at $z = 0$ cm.

Figure 4 shows the reference and signal speckle-patterns intensity, for the same parameters as Fig. 2, but now with spatial coherence length of $\delta_2 = 17.7$ μm. We observe that with the reduction of the spatial coherence length of the speckle, the obstacle effect disappears at a shorter distance, around $z = 17$ cm. Figure 5 shows the cross-correlation results between reference and signal of Fig. 4. We can clearly observe that the letter and the background are reestablished around $z = 17$ cm following Fig. 4.

Since Figs. 4 and 5 have the same dimensions as Figs. 2 and 3, respectively, comparing Fig. 5 with Fig. 3, we notice that the letter size has changed. This is observed because decreasing the spatial coherence length of the speckle, by increasing the

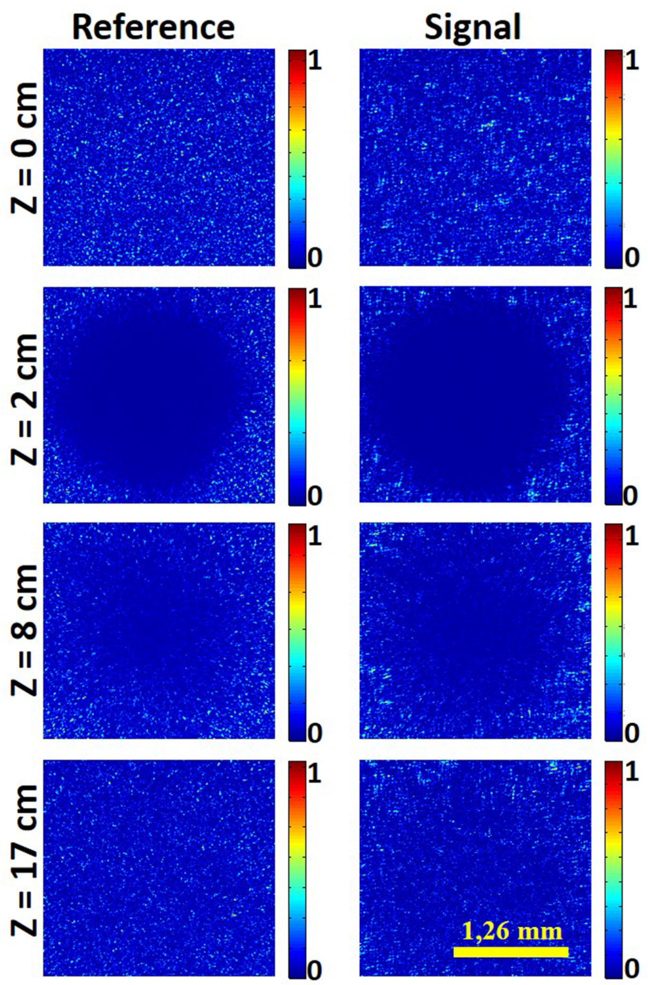


FIG. 4. Speckle patterns of the reference and signal beams measured for different distances of propagation, with spatial coherence length δ_2= 17.7 μm and obstacle of diameter $D_1 \approx 2$ mm.

spot size of the laser beam over the RGGD, implies a reduction of the size of the image formed in the correlation function [25].

We use two parameters to evaluate the reconfiguration ability for the correlated imaging: the visibility and similarity. We have used the same experimental results shown in Figs. 3 and 5 to calculate the visibility and the similarity. The visibility

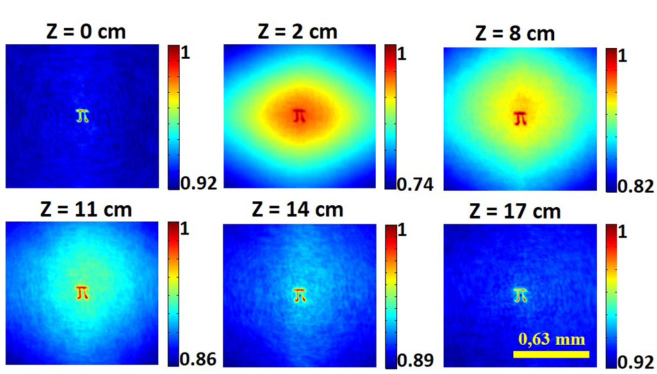


FIG. 5. Cross correlation between reference and signal beams for different distances of propagation, with coherence length $\delta_2 =$ 17.7 μm and obstacle of diameter D_1= 2 mm.

was calculated as the following:

$$V = \frac{I_L - I_B}{I_L + I_B}, \tag{12}$$

where I_L is the mean intensity of the pixels over the letter π and I_B is the mean intensity of the pixels out of the letter π (background). The similarity was calculated also using the data of Figs. 3 and 5, but following Ref. [26],

$$S = \frac{\iint I_f I_i dxdy}{\iint {I_i}^2 dxdy}, \tag{13}$$

where I_i is the intensity before the obstacle ($z = 0$ cm) and I_f are the intensities for the different propagation distances.

We have made a simulation to support the experimental results. Pseudorandom functions $R = R(x,y)$ are generated, such that each point assumes random values uniformly distributed between 0 and 2π. The speckle pattern is simulated by

$$P(x,y) = \mathbb{F}[A(x,y)e^{iR(x,y)}], \tag{14}$$

where $\mathbb{F}$ denotes a Fourier transform. The term $A(x,y)$ can be equal to $\exp[-(x^2 + y^2)/w_1^2]$ for the reference beam or equal to a Fourier transform of a letter π for the signal beam. The result of Eq. (14) is assumed to correspond to

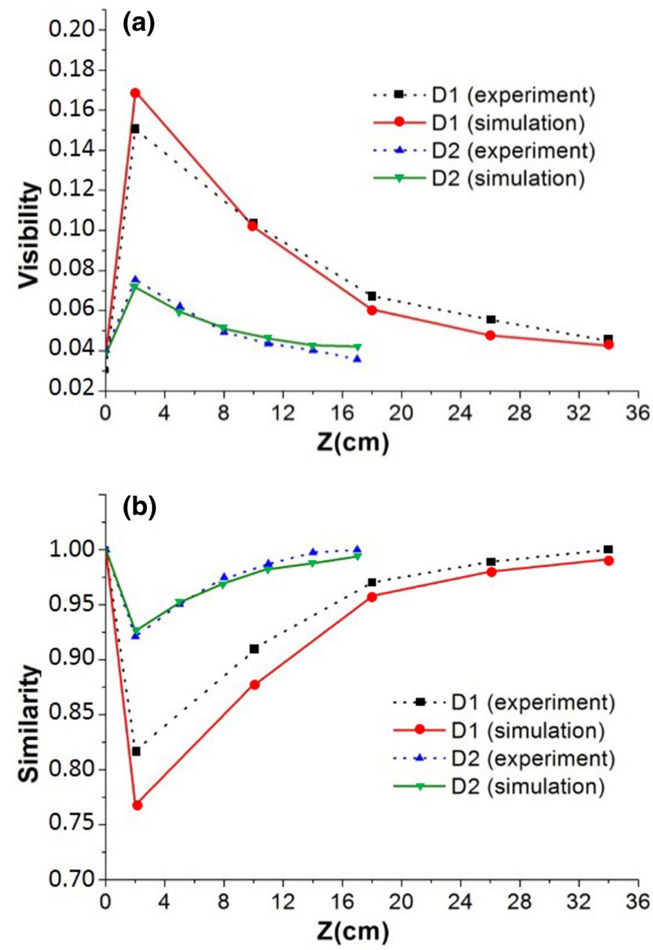


FIG. 6. Experimental and simulation results for visibility (a) and similarity (b) as a function of propagation distances for the spatial coherence length of $\delta_1 = 33.1$ μm.

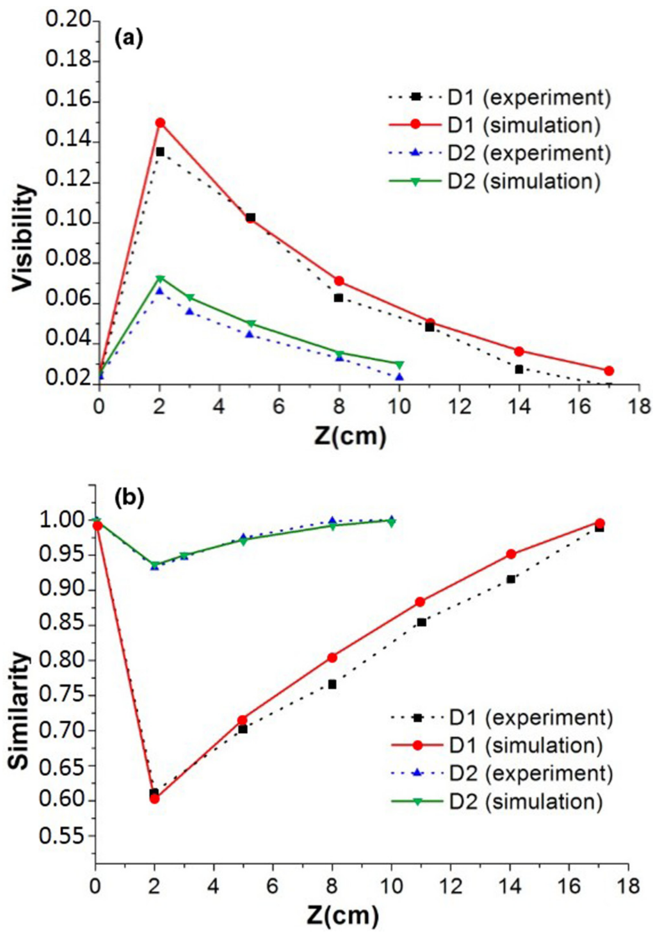


FIG. 7. Experimental and simulation results for visibility (a) and similarity (b) as a function of propagation distances for the spatial coherence length of $\delta_1 = 17.7\ \mu$m.

the plane at $z = 0$ cm. Adjusting w_1 we can control the spatial coherence length which is of the order of the speckle grain size. Next, we simulate the propagation of the signal and reference fields through the obstacle. After that, we numerically performed the cross correlation between the signal and reference intensities for the same distances of propagation presented in the experiments. All simulations have an average of 100 calculations. After obtaining a letter π similar to that in Figs. 3 and 5, we used Eqs. (12) and (13) to evaluate the visibility and similarity, respectively.

Figure 6 shows the visibility (a) and the similarity (b) for the cross-correlation images for different distances of propagation, corresponding to the numerical simulations and experimental results of Fig. (3). At $z = 2$ cm the visibility increases at the same time that similarity decreases. Along the propagation the visibility values decrease and return to a value close to one that it had before the obstacle, at $z = 0$ cm. Differently, the similarity values increase and approach to 1. It is important to point out that the similarity quantifies the reconfiguration effect, showing that the resolution of the letter π is recovered. It is interesting to notice that there is a trade-off between the visibility and the similarity, as observed in Fig. 6. This behavior can be also observed between visibility and resolution [27]. The resolution increases, while the visibility of the pattern decreases.

For a better understanding of the obstacle effect on visibility and similarity features, we performed the same study with an obstacle of diameter $D_2 \approx 1$ mm. As can be seen in Fig. 6, the insertion of the obstacle of minor diameter has less effect on the visibility and similarity, consequently reducing the reconfiguration distance. Thus, the visibility and similarity values return to those close to $z = 0$ cm at a propagation distance around $z = 17$ cm.

Figure 7 shows the visibility (a) and similarity (b) for the cross-correlation images along propagation, with the same parameters as Fig. 5, but now with spatial coherence length of $\delta_2 = 17.7\ \mu$m. For this case, the recovery of the visibility and similarity occurs at a shorter distance, since the reconfiguration distance is directly proportional to the coherence length [28].

It is remarkable that the correlated imaging is more robust against distortions during diffraction through obstacles when embedded in a more incoherent speckle pattern. All experimental results are in good agreement with the simulation.

We also should call attention to the fact that the speckles can be self-reconfigured independently if they were generated by partially coherent Gaussian or Bessel beams, for example [19].

V. CONCLUSION

In conclusion, we showed that an image, embedded into a speckle pattern, can be reconfigured after being transmitted by an object. This reconfiguration feature is quantified using the concepts of similarity and visibility. We observed that the insertion of an obstacle causes changes in these quantities, but they are reestablished during propagation, erasing completely any effect of the obstacle. We also observed that the propagation distance to recover the visibility and similarity depends on the spatial coherence length of the speckle and the obstruction size. The image reconfiguration using speckles may shed light in applications concerning microscopy in biological samples, since alternative avenues may be opened overcoming significantly the self-healing beams [17,18]. The self-reconfiguration effect also may be useful for entangled photons generated by a partially coherent pump [29,30].

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Conselho Nacionalde Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (FAPEAL), and Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Informação Quântica (INCT-IQ).

[1] D. M. Palacios, I. D. Maleev, A. S. Marathay, and G. A. Swartzlander, Jr., Phys. Rev. Lett. **92**, 143905 (2004).

[2] A. J. Jesus-Silva, J. M. Hickmann, and E. J. Fonseca, Opt. Express **20**, 19708 (2012).

[3] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. Fonseca, Optics Lett. **40**, 2747 (2015).
[4] J. Bertolotti, E. G. van Putten, C. Blum, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk, Nature **491**, 232 (2012).
[5] X. Yang, Y. Pu, and D. Psaltis, Opt. Express **22**, 3405 (2014).
[6] H. Yilmaz, E. G. van Putten, J. Bertolotti, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk, Optica **2**, 424 (2015).
[7] I. M. Vellekoop, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Nat. Photonics **4**, 320 (2010).
[8] E. G. van Putten, D. Akbulut, J. Bertolotti, W. L. Vos, A. Lagendijk, and A. P. Mosk, Phys. Rev. Lett. **106**, 193905 (2011).
[9] Y. Choi, T. D. Yang, C. Fang-Yen, P. Kang, K. J. Lee, R. R. Dasari, M. S. Feld, and W. Choi, Phys. Rev. Lett. **107**, 023902 (2011).
[10] O. Katz, E. Small, and Y. Silberberg, Nat. Photonics **6**, 549 (2012).
[11] S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, Phys. Rev. Lett. **104**, 100601 (2010).
[12] M. Kim, Y. Choi, C. Yoon, W. Choi, J. Kim, Q.-H. Park, and W. Choi, Nat. Photon. **6**, 583 (2012).
[13] H. Yu, T. R. Hillman, W. Choi, J. O. Lee, M. S. Feld, R. R. Dasari, and Y. K. Park, Phys. Rev. Lett. **111**, 153902 (2013).
[14] S. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, Nat. Commun. **1**, 81 (2010).
[15] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **58**, 1499 (1987).
[16] G. A. Siviloglou and D. N. Christodoulides, Opt. Lett. **32**, 979 (2007).
[17] F. O. Fahrbach, P. Simon, and A. Rohrbach, Nat. Photonics **4**, 780 (2010).
[18] F. O. Fahrbach and A. Rohrbach, Nat. Commun. **3**, 632 (2012).
[19] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, Opt. Lett. **39**, 6320 (2014).
[20] J. P. Kirk and A. L. Jones, J. Opt. Soc. Am. **61**, 1023 (1971).
[21] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*, Wiley Series in Pure and Applied Optics (Wiley, New York, 1978).
[22] J. A. Newman and K. J. Webb, Opt. Lett. **37**, 1136 (2012).
[23] J. A. Newman and K. J. Webb, Phys. Rev. Lett. **113**, 263903 (2014).
[24] I. S. Reed, IRE Trans. Inf. Theory **8**, 194 (1962).
[25] F. Wang, X. L. Liu, Y. S. Yuan, and Y. J. Cai, Opt. Lett. **38**, 1814 (2013).
[26] X. X. Chu and W. Wen, Opt. Express **22**, 6899 (2014).
[27] I. Vidal, D. P. Caetano, E. J. S. Fonseca, and J. M. Hickmann, Opt. Lett. **34**, 1450 (2009).
[28] C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca (unpublished).
[29] A. K. Jha, G. A. Tyler, and R. W. Boyd, Phys. Rev. A **81**, 053832 (2010).
[30] M. McLaren, T. Mhlanga, M. J. Padgett, F. S. Roux, and A. Forbes, Nat. Commun. **5**, 3248 (2014).

applied optics

Robustness of a coherence vortex

CLEBERSON R. ALVES, ALCENISIO J. JESUS-SILVA,* AND EDUARDO J. S. FONSECA

Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, P.O. Box 2051, Maceió, Alagoas 57061-970, Brazil
*Corresponding author: alcenisio@fis.ufal.br

Received 5 July 2016; revised 17 August 2016; accepted 23 August 2016; posted 23 August 2016 (Doc. ID 269153); published 14 September 2016

We study, experimentally and theoretically, the behavior of a coherence vortex after its transmission through obstacles. Notably, we find that such a vortex survives and preserves its effective topological charge. Despite suffering changes on the modulus of the coherence function, these changes disappear during propagation.

OCIS codes: (290.5880) Scattering, rough surfaces; (050.4865) Optical vortices; (030.1640) Coherence.

http://dx.doi.org/10.1364/AO.55.007544

1. INTRODUCTION

The orbital angular momentum (OAM) of light [1] generated from coherent light field is now a very well-established research field with applications in different areas of knowledge, such as quantum optics [2,3], micromanipulation [4], and data transmission [5]. However, in the last few years, there have emerged interesting studies based on the spatial correlation functions of a partially coherent light field [6,7]. Interestingly enough, the correlation functions of such field may possess phase correlation singularities, a so-called coherence vortex [8–10]. Remarkable results have been published showing the hardiness of the phase singularity in spatial [6,11] and temporal [12] correlations, and effective topological charges (ETCs) obtained from two partially coherent beams [13,14], among others. Particularly, optical vortices generated from starlight beams have been observed [15], opening new perspectives to astrophysics [16].

It was demonstrated that partially coherent beams possess an unexpected robustness against scattering by an opaque obstacle, i.e., the whole speckle pattern becomes homogeneous after a specific propagation distance, with no signature of the obstacle [17]. A direct consequence of this fact is the possibility of recovering an image after obstacles using such a speckled beam [18]. Therefore, this beam can be reconstructed, and the information embedded on the speckled beam can be completely recovered after its transmission through obstacles.

In this paper, we show that the amount of OAM is preserved in the intensity correlation of the partially coherent electromagnetic fields, even when these fields are partially blocked by an opaque obstacle. More specifically, we study the propagation of coherence vortexes through obstacles. The idea here is that once generated, two speckled beams, with each beam having a different embedded topological charge (TC), m_1 and m_2, an opaque object is placed in the beams' path. The ETC is evaluated by performing an intensity correlation between these two beams. The ETC represents the amount of OAM present in the result of the intensity correlation between two partially coherent beams [13]. We also used a triangular aperture to characterize the ETC amount [19]. It is important to call the reader's to the fact that in Ref. [18], we explore image formation, where the phase is not relevant in the process. In this paper, on the other hand, the phase takes an important role in the process. Notice that the Fourier field is very sensitive to the phase. To preserve the OAM, the phase takes an important role, so we observe the amount of OAM in a triangular diffraction pattern. Recovering the ETC from partially blocked speckles is an interesting result from the speckles' properties. We provide a theoretical explanation of how the recovery of the ETC of the coherence vortex is achieved.

2. EXPERIMENT

The experimental setup is shown schematically in Fig. 1. An Nd:YAG laser operating at 532 nm illuminates a computer-generated hologram [20] written in a Hamamatsu Model X10468-01 spatial light modulator (SLM) producing Laguerre–Gaussian (LG) modes with $m_1 = 2$, the signal beam, and $m_2 = -1$, the reference beam. The collimated coherent LG beams are incident in a rotating ground-glass disc (RGGD) to generate speckled partially coherent LG beams. After the RGGD, we have a speckled beam, which is collimated by a lens L_4. A lens L_5 is used to perform a Fourier transform of the speckled beam, forming a ring-shaped beam at its focal point [21], where a triangular aperture was placed. The idea with this aperture is to evaluate the amount of ETC [19]. A lens L_6 is used to project the Fourier transform of the plane where the ring-shaped beam over an obstacle or over a CCD camera appears. First, the signal beam was recorded by the CCD camera, and after that, the hologram was changed to acquire the reference beam. The robustness of the coherence vortex was verified in two different situations: first, we placed the obstacle after the triangular aperture and measured the

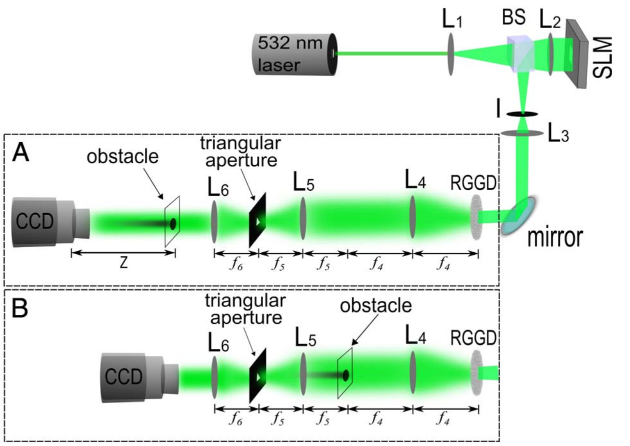


Fig. 1. Experimental setup. $L_1 = 30$ mm, $L_2 = 300$ mm, $L_3 = 200$ mm, $L_4 = 140$ mm, $L_5 = 100$ mm, and $L_6 = 100$ mm, lenses; BS, beam splitter; I, iris; SLM, spatial light modulator; RGGD, rotating ground-glass disc; CCD, charge coupled device.

speckled beams by scanning the CCD camera along z, as illustrated by Fig. 1A; second, we placed the obstacle before the triangular aperture and measured the speckled beams with the fixed CCD camera at position $z = 0$ cm, as displayed in Fig. 1B. The obstacle used possesses a diameter of $D = 2$ mm and is a black disk printed on a transparent sheet. The beam hitting the obstacle is a uniform speckle pattern with a diameter bigger than 50 mm. In both procedures, we performed two measurements with the RGGD stopped. First, the signal beam with $m_1 = 2$ was measured, and then the hologram was changed to generate a reference beam with $m_2 = -1$. After the measurements of the reference and signal, the GGD was rotated for the next set of measurements. With the signal and reference intensities measurements, a numerical cross-correlation between them is performed.

3. THEORY

The intensity correlation is related to the field correlation function by employing Reed's momentum theorem [22],

$$W(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I_S(x',y')I_R(x'-x,y'-y)\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' = \langle I_S\rangle\langle I_R\rangle + |\Gamma(x,y)|^2, \tag{1}$$

where $\langle I_S\rangle$ and $\langle I_R\rangle$ are the signal and reference mean intensities, respectively. Γ is the correlation function between the signal e-reference speckle fields.

To calculate the field correlation at the CCD plane, we first consider the configuration shown in Fig. 1A. The field propagation from the RGGD to the focal point of lens L_4 is described by [18,23,24]

$$\psi_{A,1}(\vec{u}_2) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_4}\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\right)E_m(\vec{u}_1)G(\vec{u}_1)\mathrm{d}^2u_1, \tag{2}$$

where k is the modulus of the wave vector and is given by $k = 2\pi/\lambda$, where λ is the wavelength, $G(\vec{u}_1)$ describes the random effect of the RGGD, and $E_m(\vec{u}_1)$ represents the LG beams that impinge over the RGGD. From now on, we should keep in mind that ψ is a speckled field.

The LG modes E_m are defined as

$$E_m(r,\phi) = Ar^{|m|}\exp(im\phi)\exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right), \tag{3}$$

where A is a normalization constant, w_0 is the beam waist, m is a TC, and (r,ϕ) are the polar coordinates.

The propagation from the focal point of lens L_4 to the triangular aperture plane is given by

$$\psi_{A,2}(\vec{u}_3) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_5}\vec{u}_2\cdot\vec{u}_3\right)\psi_{A,1}(\vec{u}_2)\mathrm{d}^2u_2 = E_m\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right), \tag{4}$$

meaning that the image of the RGGD will be formed at the triangular aperture. This image corresponds to a ring-shaped beam [21]. Next, we calculate the field propagation from the triangular aperture to the obstacle plane,

$$\psi_{A,3}(\vec{u}_4) = \int T(\vec{u}_3)\psi_{A,2}(\vec{u}_3)\exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4\right)\mathrm{d}^2u_3, \tag{5}$$

where $T(\vec{u}_3)$ is the triangular aperture function. The image of the RGGD, shown in Eq. (4), impinges over the triangular aperture, and the lens L_6 performs a Fourier transform. The resulting field after being transmitted through the obstacle and propagated to the CCD plane is given by

$$\psi_{A,4}(\vec{r},z) = \int O(\vec{u}_4)\psi_{A,3}(\vec{u}_4)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r})^2\right)\mathrm{d}^2u_4, \tag{6}$$

where $O(\vec{u}_4)$ is the obstacle function.

Following the experimental procedure, two different TCs were shined through the same position of the RGGD. This will originate two correlated speckle fields, and its correlation function is given by

$$\begin{aligned}
&\langle\psi_{A,4}(\vec{r}_1,z)\psi'^{*}_{A,4}(\vec{r}_2,z)\rangle \\
&= \left\langle \iint O(\vec{u}_4)O^*(\vec{v}_4)\exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{u}_4-\vec{r}_1)^2 + \frac{i\pi}{\lambda z}(\vec{v}_4-\vec{r}_2)^2\right)\right. \\
&\times\left\{\iint \exp\left[\frac{ik}{f_6}(\vec{u}_3\cdot\vec{u}_4 - \vec{v}_3\cdot\vec{v}_4)\right]T(\vec{u}_3)T^*(\vec{v}_3)\right. \\
&\times E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) \\
&\left.\left.\times G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\mathrm{d}^2u_3\mathrm{d}^2v_3\right\}\mathrm{d}^2u_4\mathrm{d}^2v_4\right\rangle,
\end{aligned} \tag{7}$$

where $\langle.....\rangle$ denotes the averaging process.

With strong scattering, the random effect of the RGGD can be described by a Dirac delta function,

$$\left\langle G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right)G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right)\right\rangle = \delta(\vec{u}_3-\vec{v}_3). \tag{8}$$

Therefore, the integrals in u_3 and v_3 in Eq. (7) become

$$\Gamma(\vec{u}_4 - \vec{v}_4) = \int T(\vec{u}_3) E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) \times \exp\left[\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3 \cdot (\vec{u}_4 - \vec{v}_4)\right] \mathrm{d}^2 u_3, \tag{9}$$

where Γ is a coherence vortex [13,14] diffracted by a triangular aperture. The important fact about Γ is that its modulus is a triangular pattern that will unveil the value of the ETC $m_\Gamma = m_1 - m_2$[13]. Inserting Eqs. (9) into (7) and using the change of variables $\vec{u} = \vec{u}_4 - \vec{v}_4$, $\vec{r}_1 = \vec{r}$, and $\vec{r}_2 = 0$, we obtain

$$\langle \psi_{A,4}(\vec{r}, z)\psi'^*_{A,4}(0, z)\rangle = e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}r^2} \iint O(\vec{u}_4) O(\vec{u}_4 - \vec{u}) \times \exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda z}\vec{u}_4 \cdot (\vec{u} - \vec{r})\right] \times \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}u^2\right)\Gamma(\vec{u})\mathrm{d}^2 u_4 \mathrm{d}^2 u. \tag{10}$$

The integral in the variable $\vec{u}_4$ in Eq. (10) results in a function that is approximately the Fourier transform of the obstacle function $\tilde{O}(\vec{u} - \vec{r})$, which can be approximately described by a Dirac delta function $\tilde{O}(\vec{u} - \vec{r}) \approx \delta(\vec{u} - \vec{r})$, such that

$$\langle \psi_{A,4}(\vec{r}, z)\psi'^*_{A,4}(0, z)\rangle = \Gamma(\vec{r}). \tag{11}$$

For the configuration in Fig. 1B, the field propagation from the RGGD to the focal point of lens L_4 is also given by Eq. (2). The obstacle is located at this point; therefore, the field propagation from the obstacle plane to the triangular aperture plane is obtained by performing another Fourier transform of the product between $\psi_{A,1}$ and the obstacle function, resulting in

$$\psi_{B,2}(\vec{u}_3) = \int \exp\left(\frac{ik}{f_5}\vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3\right) O(\vec{u}_2) \times \left[\int \exp\left(\frac{ik}{f_4}\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2\right) E_m(\vec{u}_1) G(\vec{u}_1) \mathrm{d}^2 u_1\right]. \tag{12}$$

The integral in the variable $\vec{u}_2$ in Eq. (12) is the Fourier transform of the obstacle function, resulting approximately in a Dirac delta function,

$$\tilde{O}\left(\frac{\vec{u}_1}{\lambda f_4} + \frac{\vec{u}_3}{\lambda f_5}\right) \approx \delta\left(\vec{u}_1 + \frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right). \tag{13}$$

Therefore, the propagation from the triangular aperture to the CCD plane can be written as

$$\psi_{B,3}(\vec{r}) = \int T(\vec{u}_3) E_m\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) \times \exp\left(\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3 \cdot \vec{r}\right) \mathrm{d}^2 u_3, \tag{14}$$

where again, we see that a ring-shaped beam [21] will be formed over the triangular aperture. Following once more the experimental procedure, two different TCs are shined through the same position of the RGGD. This will originate two correlated speckle fields, and the field correlation function evaluated at the CCD plane is

$$\langle \psi_{B,3}(\vec{r}_1)\psi'_{B,3}(\vec{r}_2)\rangle = \left\langle \iint T(\vec{u}_3) T^*(\vec{v}_3) E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right) \times G\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) G^*\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{v}_3\right) \times \exp\left[\frac{ik}{f_6}(\vec{u}_3 \cdot \vec{r}_1 - \vec{v}_3 \cdot \vec{r}_2)\right] \mathrm{d}^2 u_3 \mathrm{d}^2 v_3 \right\rangle. \tag{15}$$

The averaging process affects only the random part of Eq. (15), resulting in a Dirac delta function, i.e., recalling Eq. (8), and using $\vec{r}_1 = \vec{r}$ and $\vec{r}_2 = 0$, we obtain

$$\langle \psi_{B,3}(\vec{r})\psi'_{B,3}(0)\rangle = \int T(\vec{u}_3) E_{m_1}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) E^*_{m_2}\left(-\frac{f_4}{f_5}\vec{u}_3\right) \times \exp\left[\frac{ik}{f_6}\vec{u}_3 \cdot \vec{r}\right] \mathrm{d}^2 u_3, \tag{16}$$

which is exactly the result of Eq. (11). Therefore, both the configurations (A) and (B) bring the same results by having a modulus that is a triangular pattern and will unveil the value of the ETC $m_\Gamma = m_1 - m_2$ [13]. Following the same procedure, is not difficult to show that the mean intensity of the field $\psi_{A,4}$, in Eq. (2), or $\psi_{B,3}$, in Eq. (14), is constant and independent of z for this δ-correlated model. As a consequence of that the self-reconfiguration length [17] is also independent of z. However, in a more realistic scenario, the function $\tilde{O}(\vec{u} - \vec{r})$ is not a function of zero width. In this situation, the transversal dimension of Γ must be taken into account in configurations (A) and (B), and the transversal dimension of Γ depends on the spatial coherence length of the generated speckle fields. Our theoretical model shows clearly that a coherence vortex is robust against obstruction by opaque objects.

4. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION

Experimentally, we start using the configuration showed in the Fig. 1A and without the presence of the triangular aperture. Figure 2 shows the speckle intensity patterns captured along the propagation distance. The first and second columns show the speckle patterns for the signal, $m_1 = 2$, and the reference beams, $m_2 = -1$, respectively. The third column presents the cross-correlation between the signal and reference beams, the first and second columns, respectively. Such a vortex possesses ETC $m_\Gamma = 3$ [13]. At $z = 0$ cm, the first line of Fig. 2, there was no obstacle in the path of the speckled beam. We observe, in the third column of this line, the modulus of a ring coherence vortex, representing a typical signature of the OAM of light. After that, the obstacle was aligned at $z = 0$ cm and the signal and reference speckled beams were recorded by a CCD camera at $z = 2$ cm. Next, we calculate the modulus of the ring coherence vortex through the numerical cross-correlation between the signal and reference speckled beams. The presence of the signature of the obstacle on the speckle patterns is evident. This signature gradually diminishes and disappears around $z = 22$ cm, where the speckle pattern intensities become homogeneous. At this position, the speckle patterns are self-reconfigured [17]; no signature of the obstacle is observed around $z = 22$ cm. At the same time, the

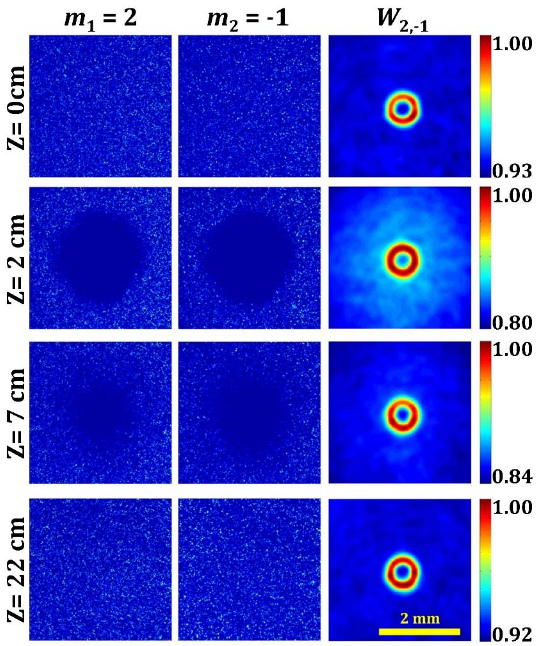


Fig. 2. Experimental results of the signal, $m_1 = 2$, and reference, $m_2 = -1$, beams without the triangular aperture and the cross-correlation between them in the first, second, and third columns, respectively.

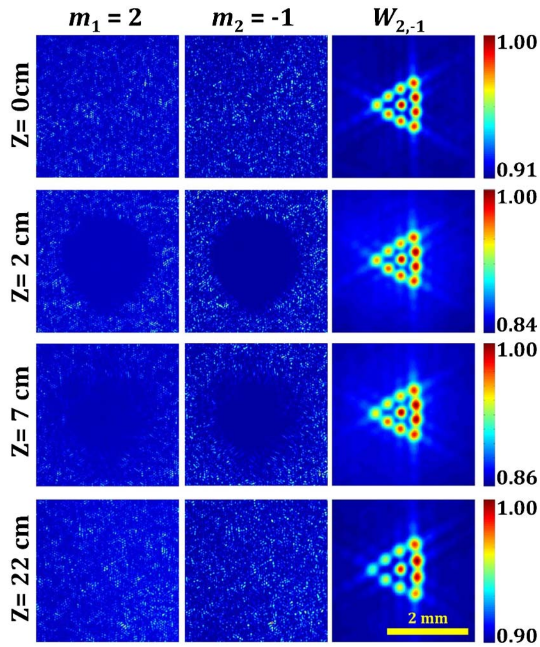


Fig. 3. Experimental results of the signal and reference speckled beams with triangular aperture and cross-correlations between them in the first, second, and third columns, respectively.

background level of $W_{2,-1}$ at $z = 2$ cm is reduced compared with the one at the position $z = 0$ cm, which characterizes the obstacle signature on the measured cross-correlation. On the other hand, the background level is completely recovered at $z = 22$ cm with the same level of one at $z = 0$ cm, where no obstacle was placed on the path of the speckled beam (see color bar).

To measure the value of the ETC, a triangular aperture was placed at the plane of the ring-shaped beam. The corresponding experimental results are shown in Fig. 3. In the first and second columns, we have the speckle patterns that carry the signatures of the obstacle and the triangular aperture. The cross-correlation between the first and second columns produces a triangular diffraction pattern of the coherence vortex. This pattern is also obtained by evaluating the expression in Eq. (11). We also observe that the visibility of the diffraction pattern presents changes in a way similar to that observed for the results without a triangular aperture (see Fig. 2). It is important to verify here that not only the amplitude is preserved, but also the phase information of the coherence vortex. As can be observed in the third column of Fig. 3, the ETC of the measured coherence vortex is $m_\Gamma = 3$, inferred by counting the number of maxima in the pattern and subtracting one [19]. The matrices presented in Figs. 2 and 3 have 1008 × 1008 pixels corresponding to a region of 0.35 cm × 0.35 cm of the CCD camera.

It should be noted that the presented experiment resembles the photon correlation holography [25] being different in the sense that the signal and reference speckle patterns are recorded not simultaneously, but one after the other. The related review paper [26] describes the condition of spatial stationarity that a Fourier transform (far-field) geometry possesses. Due to the spatial stationarity, the coherence function becomes independent of the location, but depends only on the difference between the points that are correlated. This fact helps to explain the recovery of the TC when some obstacle blocks part of the speckle field intensity, but the correlation is still able to provide the vortex information.

Although we have used a single centered disk-shaped obstacle in the experiment, according to the theory, it can be noted that this still works if the disk area is split into many smaller dots with the same total area or even if the shape of the obstacle function was changed arbitrarily. We also have used only the topological charges $m_1 = 2$ and $m_2 = -1$; however, there is no practical restriction related to the signal of each topological charge for the result $m_\Gamma = m_1 - m_2$, but we know that for larger topical charges, it becomes difficult to infer the ETC using a triangular aperture and, in this case, we should use a square aperture [27].

A better understanding of the behavior of the coherence vortex under propagation, beyond the obstacles, can be obtained by calculating the visibility parameter along the reconfiguration distance, as follows:

$$V = \frac{I_i - I_o}{I_i + I_o}, \tag{17}$$

where I_i is the mean intensity of the pixels located within of the annular area of the coherence vortex and within of the maxima of the triangular pattern, while I_o is the mean intensity of the pixels that are outside. We consider the pixels with intensity higher than 40% of the total intensity in order to define the region corresponding to I_i.

Figure 4 shows the visibility of the modulus of the ring coherence vortex (black) and triangular diffraction pattern

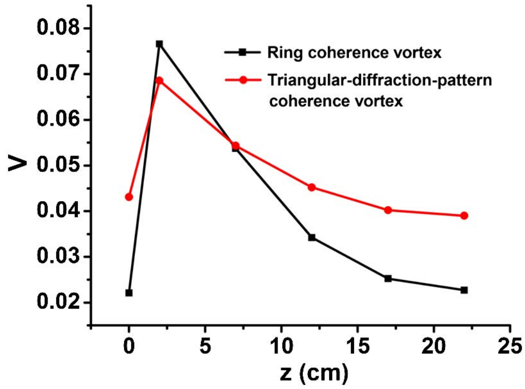


Fig. 4. Experimental results for the visibility of the modulus of the ring coherence vortex A and of the triangular diffraction pattern coherence vortex B.

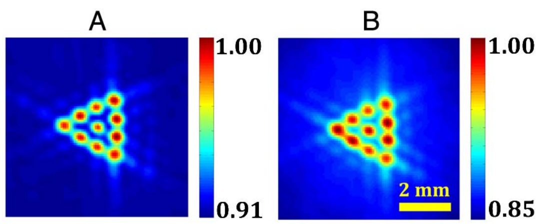


Fig. 5. Experimental results for modulus of the correlation function in configuration B. A without obstacle and B with obstacle.

coherence vortex (red) during propagation, for the experimental results. We can see at $z = 2$ cm, that there is a significant increase in the visibility of the coherence vortex due to the presence of the obstacle. During the propagation, the visibility values decrease and return to values close to the ones they had before the obstacle, at $z = 0$ cm. This observed behavior is due to the self-reconfiguration property [17].

Figure 5 shows the experimental results using the configuration of Fig. 1B. For these results, we have used matrices of 2184×2184 pixels corresponding to a region of $0.76\ \text{cm} \times 0.76\ \text{cm}$ of the CCD camera. Figure 5A shows the modulus of the triangular diffraction pattern coherence vortex measured in the absence of the obstacle and in Fig. 5B the same coherence vortex captured after the insertion of the obstacle. We observe that, despite the fact that the same speckles have been blocked, the information of the ETC contained in the phase of the coherence vortex is preserved. As in the prior case, only the visibility of the pattern is changed. This pattern is also obtained evaluating the expression in Eq. (16). Although we did not show it here, it is possible to obtain the same visibilities for Figs. 5B and 5A for a specific reconfiguration distance, as in Fig. 3. The presented results show that the configurations showed in Figs. 1A and 1B are equivalent.

5. CONCLUSION

In conclusion, we showed experimentally and theoretically that is possible to recover a coherence vortex during propagation through obstacles. We verified that not only the modulus of the coherence function but also the TC is preserved, revealing the robustness of the coherence vortex.

Funding. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (FAPEAL); Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Informação Quântica (INCT-IQ).

REFERENCES

1. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes,” Phys. Rev. A **45**, 8185–8189 (1992).
2. J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, and A. J. Jesus-Silva, “Born’s rule and the interference of photons with orbital angular momentum by a triangular slit,” Europhys. Lett. **96**, 64006 (2011).
3. G. Molina-Terriza, J. P. Torres, and L. Torner, “Twisted photons,” Nat. Phys. **3**, 305–310 (2007).
4. D. G. Grier, “A revolution in optical manipulation,” Nature **424**, 810–816 (2003).
5. J. Wang, J. Y. Yang, I. M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. X. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, and A. E. Willner, “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing,” Nat. Photonics **6**, 488–496 (2012).
6. D. M. Palacios, I. D. Maleev, A. S. Marathay, and G. A. Swartzlander, “Spatial correlation singularity of a vortex field,” Phys. Rev. Lett. **92**, 143905 (2004).
7. Y. J. Yang, M. Mazilu, and K. Dholakia, “Measuring the orbital angular momentum of partially coherent optical vortices through singularities in their cross-spectral density functions,” Opt. Lett. **37**, 4949–4951 (2012).
8. F. Gori, M. Santarsiero, R. Borghi, and S. Vicalvi, “Partially coherent sources with helicoidal modes,” J. Mod. Opt. **45**, 539–554 (1998).
9. G. Gbur and T. D. Visser, “Coherence vortices in partially coherent beams,” Opt. Commun. **222**, 117–125 (2003).
10. Y. J. Yang, M. Z. Chen, M. Mazilu, A. Mourka, Y. D. Liu, and K. Dholakia, “Effect of the radial and azimuthal mode indices of a partially coherent vortex field upon a spatial correlation singularity,” New J. Phys. **15**, 113053 (2013).
11. W. Wang, Z. H. Duan, S. G. Hanson, Y. Miyamoto, and M. Takeda, “Experimental study of coherence vortices: local properties of phase singularities in a spatial coherence function,” Phys. Rev. Lett. **96**, 073902 (2006).
12. G. A. Swartzlander and J. Schmit, “Temporal correlation vortices and topological dispersion,” Phys. Rev. Lett. **93**, 093901 (2004).
13. A. J. Jesus-Silva, J. M. Hickmann, and E. J. S. Fonseca, “Strong correlations between incoherent vortices,” Opt. Express **20**, 19708–19713 (2012).
14. C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, “Characterizing coherence vortices through geometry,” Opt. Lett. **40**, 2747–2750 (2015).
15. F. T. G. Anzolin, A. Bianchini, G. Umbriaco, and C. Barbieri, “Optical vortices with starlight,” Astron. Astrophys. **488**, 1159–1165 (2008).
16. G. C. Berkhout and M. W. Beijersbergen, “Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects,” Phys. Rev. Lett. **101**, 100801 (2008).
17. C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, “Self-reconfiguration of a speckle pattern,” Opt. Lett. **39**, 6320–6323 (2014).
18. C. R. Alves, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, “Using speckles to recover an image after its transmission through obstacles,” Phys. Rev. A **93**, 043816 (2016).
19. J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, W. C. Soares, and S. Chavez-Cerda, “Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light’s orbital angular momentum,” Phys. Rev. Lett. **105**, 053904 (2010).

20. J. P. Kirk and A. L. Jones, “Phase-only complex-valued spatial filter,” J. Opt. Soc. Am. **61**, 1023–1028 (1971).
21. S. G. Reddy, A. Kumar, S. Prabhakar, and R. P. Singh, “Experimental generation of ring-shaped beams with random sources,” Opt. Lett. **38**, 4441–4444 (2013).
22. I. S. Reed, “On a moment theorem for complex Gaussian-processes,” IRE Trans. Inf. Theory **8**, 194–195 (1962).
23. F. Wang, X. L. Liu, Y. S. Yuan, and Y. J. Cai, “Experimental generation of partially coherent beams with different complex degrees of coherence,” Opt. Lett. **38**, 1814–1816 (2013).
24. J. A. Newman and K. J. Webb, “Imaging optical fields through heavily scattering media,” Phys. Rev. Lett. **113**, 263903 (2014).
25. D. N. Naik, R. K. Singh, T. Ezawa, Y. Miyamoto, and M. Takeda, “Photon correlation holography,” Opt. Express **19**, 1408–1421 (2011).
26. M. Takeda, “Spatial stationarity of statistical optical fields for coherence holography and photon correlation holography,” Opt. Lett. **38**, 3452–3455 (2013).
27. J. G. Silva, A. J. Jesus-Silva, M. A. Alencar, J. M. Hickmann, and E. J. Fonseca, “Unveiling square and triangular optical lattices: a comparative study,” Opt. Lett. **39**, 949–952 (2014).

Optics Letters

Characterizing coherence vortices through geometry

Cleberson R. Alves, Alcenísio J. Jesus-Silva, and Eduardo J. S. Fonseca*

Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, P.O. Box 2051, Maceió, AL 57061-970, Brazil
*Corresponding author: eduardo@fis.ufal.br

Received 8 April 2015; revised 15 May 2015; accepted 19 May 2015; posted 19 May 2015 (Doc. ID 237634); published 5 June 2015

We produce coherence vortices experimentally and numerically due to the orbital angular momentum of light beams and study the dependence of their bright ring area and dark region on their different orders. This is a linear dependence with a slope proportional to the bright ring area or dark area. We show that it is possible to estimate any order of coherence vortices, including fractional orders, just by calculating the bright ring area or dark area of the vortices for some specific parameters of the incident beam.

OCIS codes: (030.6140) Speckle; (030.6600) Statistical optics; (050.4865) Optical vortices.

http://dx.doi.org/10.1364/OL.40.002747

After the seminal paper published by Allen *et al.* [1], orbital angular momentum (OAM) of light has been explored by several research groups with broad application fields ranging from optical manipulation [2] to quantum optics [3,4]. Primarily, light possessing OAM has been studied in a coherent system where the phase is well defined. Now a partially coherent system with an ill-defined phase has become an attractive branch of inquiry in singular optics. In fact, a partially coherent beam can also present optical vortices in the correlation function, a so-called coherence vortex [5]. In addition, after the publication of two papers that presented the sufficient condition for devising genuine cross-spectral density matrices and spatial correlation functions of a partially coherent beam [6,7], a lot of attention has been given to exploring partially coherence beams with nonconventional correlation functions [8–10].

A ring-shaped intensity distribution is a well-known signature of an optical vortex. This shape is directly observed with coherent light beams, but not for partially coherent beams. For a coherence vortex, the ring shape shows up by performing an intensity correlation between partially coherent beams [11–14]. It is worthwhile mentioning that the ring-shaped beams play an essential role in optical manipulation [2] and astronomy [15], just to mention two examples. In addition, the dark region in the center of coherent beams possessing OAM has been studied [16]. Recently, the geometry of the intensity profiles of beams with OAM generated by random sources has been also explored [17,18].

Reddy *et al.* [18] showed that there is a direct dependence of the area of the annular bright ring of coherent optical vortices on their orders. In the present Letter, we explore experimentally and numerically the ring-shaped intensity distribution profiles of coherence vortices. We study the behavior of the dark and bright regions in the transverse profile of a coherence vortex when subjected to a change of the effective topological charge (ETC). Jesus-Silva *et al.* [11] established a correlation rule according to which the value of the topological charge obtained in an intensity correlation between two partially coherent beams possessing OAM is such that this value is bounded by the topological charge of each beam.

If the coherence length is so small that the fields can be considered delta correlated, then the section of the cross-spectral density, $\tilde{\Gamma}_{m_1,m_2}(\vec{k},-\vec{k})$, is given by [11]

$$\tilde{\Gamma}_{m_1,m_2} = A\int r_1^{|m_1|+|m_2|} e^{[i(m_1-m_2)\phi_1]} e^{[-2r_1^2/w_0^2]} e^{[-2i\vec{k}\cdot\vec{r}_1]} \mathrm{d}\vec{r}_1, \quad (1)$$

where we have used $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1 = -\vec{k}$, for the spatial coordinates at the Fourier plane of the scattering surface; A is a normalization constant and w_0 is the source size. $\tilde{\Gamma}_{m_1,m_2}$ is a physical quantity that models the correlation between two partially coherent beams with OAM. Therefore, the ETC of a coherence vortex is given by

$$m_e = m_1 - m_2, \quad (2)$$

where m_1 and m_2 are the topological charges of two partially coherent beams possessing OAM and m_e is the ETC.

The experimental setup is shown schematically in Fig. 1. A Nd:YAG laser operating at 532 nm with 10 mW illuminates a computer-generated hologram with controllable pixels written in a Hamamatsu model X10468-01 spatial light modulator (SLM) producing high-order Laguerre–Gauss modes of the same width (w_0) with zero radial index. A lens L_1, 50 mm focal length, was used to expand the laser beam and L_2, 300 mm focal length, was used to collimate it before incidence on the SLM. A spatial filter (ph) was used to select the desired beam in the Fourier plane.

The beams produced were scattered by a ground-glass disk (GGD) and the speckle patterns were captured by a charge-coupled device (CCD) located 15 cm from the disk. The rotating GGD, CCD camera, and the SLM were synchronized to

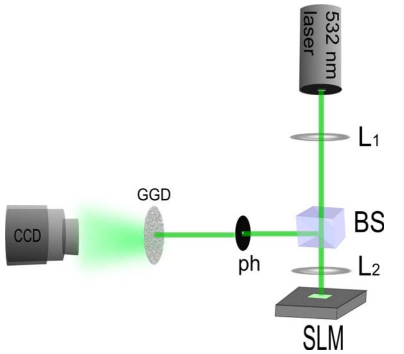


Fig. 1. Experimental setup: ph is a pinhole, L_i are lenses, GGD is a ground-glass disk, and SLM is the spatial light modulator.

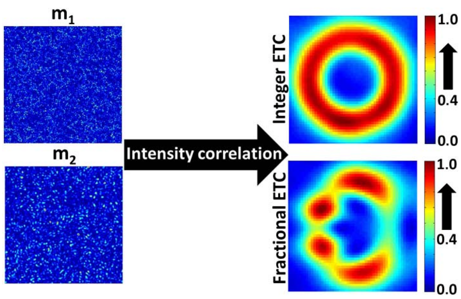


Fig. 2. Illustration of typical speckle patterns recorded by a CCD camera with different embedded topological charges, m_1 and m_2, and correlations between them showing a well-formed ring shape for an integer ETC and a break structure for a fractional ETC.

guarantee that two acquired images were spatially incoherent but these images are correlated between them. In fact, both Laguerre–Gaussian beams with m_1 and m_2 are scattered by the same region of the disk and are detected one at a time by changing the hologram before rotating the disk. We numerically performed the correlation between these two intensities, averaging over 50 realizations to obtain a resulting pattern [19].

Figure 2 shows a typical experimental result that we have obtained in this Letter. Basically, we record the intensity of two partially coherent beams with topological charges m_1 and m_2 and perform a correlation between them. Figure 2 also shows a well-defined ring-shaped intensity distribution for an integer ETC and a break structure [20] for a fractional value of the ETC.

Figure 3 shows the numerical (A) and experimental (B) results of intensity correlations between partially coherent beams of different orders with OAM. The numerical simulation used matrices of 700 × 700 pixels. First, we generated two Laguerre–Gaussian modes multiplied by random phases. Then, considering a Fraunhofer zone, by performing the Fourier transform of these beams, two partially coherent beams with topological charges m_1 and m_2 were generated. A cross correlation is performed between them, obtaining the transverse profiles shown in row (A) in Fig. 3. Additionally, Fig. 3(B) follows the procedure presented in Fig. 2 for different values of the ETC. It is interesting to note that the bright spots and the dark region in the center of the vortex increase with higher values of the ETC, similarly to those observed using a coherent beam with OAM [18].

In fact, Reddy *et al.* [18] showed a direct dependence between the annular bright rings of optical vortices and their topological charges by looking at the bright area by defining two parameters for the vortex beam: inner and outer radii. In our case, we count the number of pixels with intensity higher than 40% of the total intensity in order to define the bright area (see black arrow in the intensity scale in Fig. 2). Each pixel has an area of 3.5 μm × 3.5 μm and the total area is given by the number of pixels multiplied by the single pixel area. A numerical resource was used for counting pixels.

In Table 1, the numerical results for the bright ring area (A_r) and the dark region (A_d) of coherence vortices with m_e between 1 and 10 are shown. The first column shows values of m_1 and m_2 used to obtain coherence vortices. Values of the ETC are shown in the second column. The calculated values of A_r and A_d are in the third and fourth columns, respectively.

It is important to point out that if the exponent in the intensity distribution ($r^{|m_1|+|m_2|}$) is different from the ETC of the azimuthal phase ($e^{[i\phi(m_1-m_2)]}$), then we have a so-called ring dislocation effect [11,13]. However, any combination of individual values of m_1 and m_2 that corresponds to the same value of the ETC produces a pattern with the same area. Table 2 shows

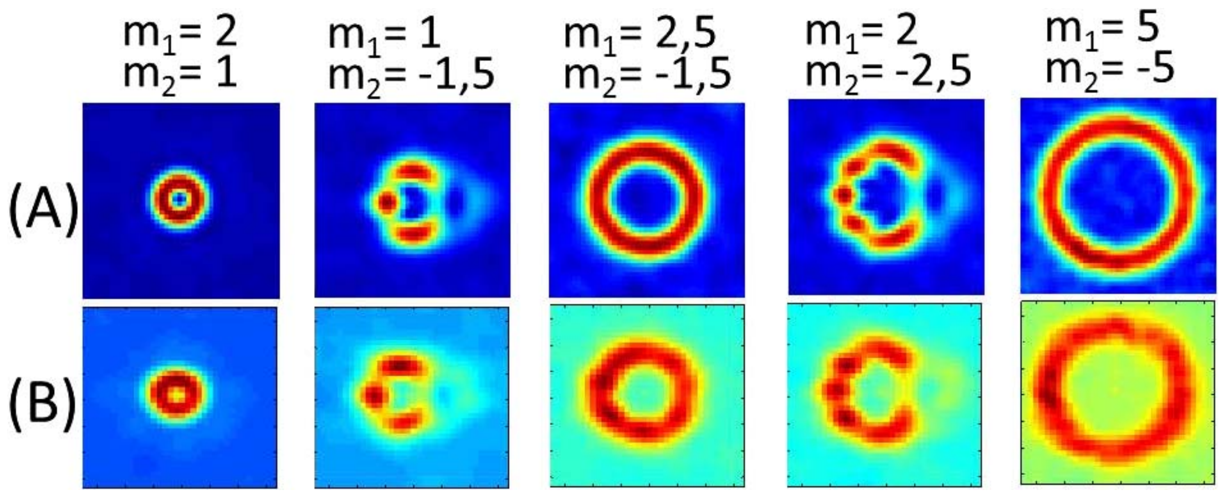


Fig. 3. Transversal profiles of the ETC for different orders. Numerical simulation (A) and experiment (B).

Table 1. Numerical Results for the Bright Ring Area A_r and the Dark Region Area A_d

	m_e	A_r	A_d
$m_1 = 2$, $m_2 = 1$	1	858	123
$m_1 = 1$, $m_2 = -1$	2	2083	490
$m_1 = 1$, $m_2 = -1.5$	2.5	2695	674
$m_1 = 2$, $m_2 = -1$	3	3308	858
$m_1 = 2.5$, $m_2 = -1.5$	4	4533	1225
$m_1 = 2$, $m_2 = -2.5$	4.5	5145	1409
$m_1 = 2.5$, $m_2 = -2.5$	5	5758	1593
$m_1 = 3$, $m_2 = -3$	6	6983	1960
$m_1 = 3$, $m_2 = -4$	7	8208	2328
$m_1 = 4$, $m_2 = -4$	8	9433	2695
$m_1 = 5$, $m_2 = -4$	9	10,658	3063
$m_1 = 5$, $m_2 = -5$	10	11,883	3430

Table 2. Numerical Results for the Bright Ring Area A_r for $m_e = 1$ with Different Combinations of m_1 and m_2

	m_e	A_r
$m_1 = 1$, $m_2 = 0$	1	843
$m_1 = 2$, $m_2 = 1$	1	858
$m_1 = 0$, $m_2 = -1$	1	840
$m_1 = 3$, $m_2 = 2$	1	854
$m_1 = 4$, $m_2 = 3$	1	850
$m_1 = 5$, $m_2 = 4$	1	857
$m_1 = 6$, $m_2 = 5$	1	858
$m_1 = 7$, $m_2 = 6$	1	861
$m_1 = 8$, $m_2 = 7$	1	844
$m_1 = 9$, $m_2 = 8$	1	847

approximately the same values of A_r for $m_e = 1$ corresponding to different combinations of m_1 and m_2.

Figure 4 shows the numerical results for the bright ring area A_r as a function of the ETC for different values of w_0. We observe straight lines with the same slope of 1200. By observing Table 1, this value can be approximately obtained as

$$A_{r(m_e=n)} - A_{r(m_e=n-1)} = 1200. \tag{3}$$

The same analysis can be done with the dark area A_d, but now

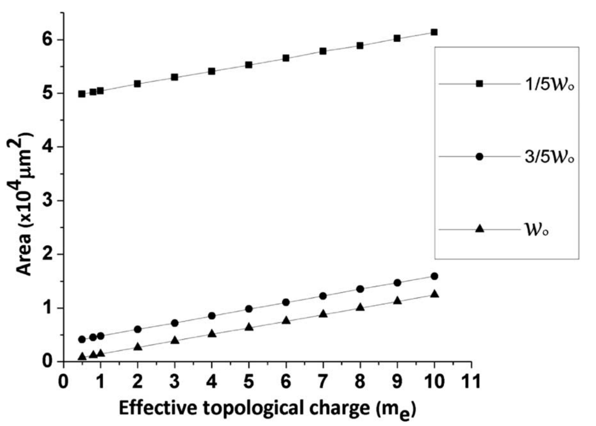


Fig. 4. Numerical results showing the variation of the bright annular area with the ETC for different values of w_0.

$$A_{d(m_e=n)} - A_{d(m_e=n-1)} = 400. \tag{4}$$

At this point, a question may arise: what does mean the area where the ETC is zero? In fact, Fig. 4 shows only values for ETC higher than 0. The vortices are characterized by the presence of a core with zero intensity. However, for ETC = 0, no coherence vortices can be observed. This explains the fact that the results presented do not show the area when the ETC is 0.

Extrapolation of the curves in Fig. 4 is possible to obtain information on where the straight lines intercept the area axis. Here we set this point as β. Therefore, it is easy to obtain an empirical graph between w_0 and β as shown in Fig. 5. We found out that the best fitting curve for the empirical points is a negative exponential, $\beta = 200 + 3.10^4 \exp(-4.1w_0)$.

It is worthwhile mentioning that to obtain a straight line like those shown in Fig. 4, the GGD and the detection plane must be kept fixed. In this case, the linear behavior enables us to estimate any value of the ETC, including fractional values, just by calculating A_r and/or A_d. Even the w_0 of the Laguerre–Gauss modes can be evaluated with good precision by using the relation shown in Fig. 5.

Figure 6 shows experimentally and numerically the variations of A_r and A_d with m_e. We can observe that the experimental results are in good agreement with the numerical

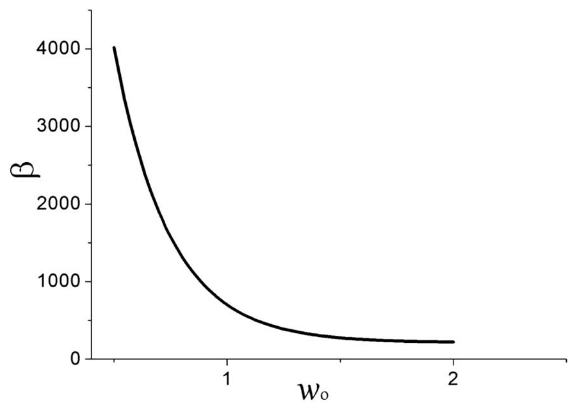


Fig. 5. Best fit of the numerical results showing the variation of β with w_0.

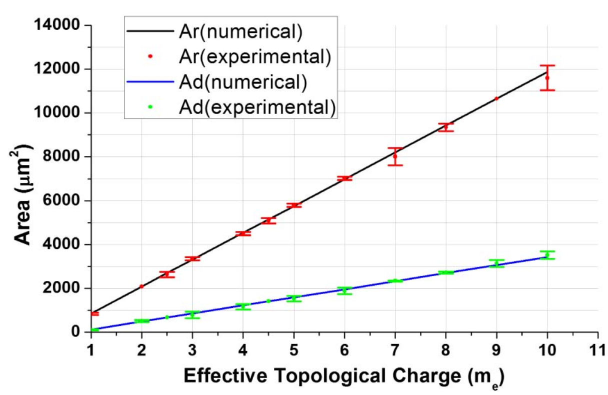


Fig. 6. Experimental and numerical results showing the variation of the bright annular area and the dark region with the ETCs of the coherence vortices.

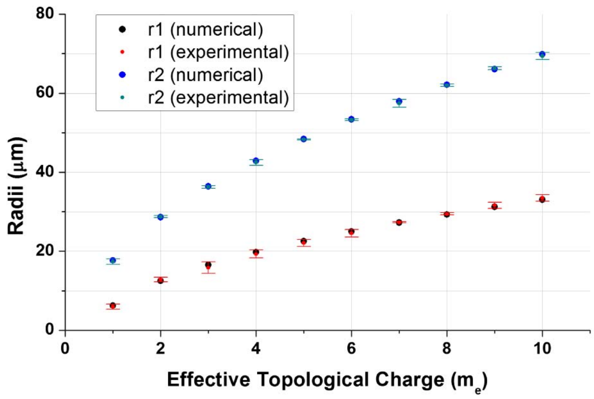


Fig. 7. Experimental and numerical results showing the variations of the inner and outer radii of the coherence vortices.

ones. Equations (3) and (4) also show that the bright ring area increases faster with the ETC followed by the dark region area.

With the help of geometry, we also calculate from the experimental and numerical results the inner and outer radii of the studied coherence vortices. The variations of these radii with the ETC are shown in Fig. 7. The experimental results have good agreement with the numerical ones obtained from Table 1, proving that the bright ring area and dark region of coherence vortices grow proportionally with the ETC. We note that due to lack of symmetry discussed previously, the radii of vortices with fractional ETCs have not been presented in Fig. 7.

In conclusion, we have shown experimentally and numerically that it is possible to determine the topological charge of a coherence vortex through geometry for a specific configuration. The orders of coherence vortices have a linear dependence on the bright ring area and the dark region. The results may find use in ghost imaging with vortices [21–23]. These results corroborate the behavior of a coherent vortex area [18].

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (FAPEAL); Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Informação Quântica (INCT-IQ).

REFERENCES

1. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Phys. Rev. A **45**, 8185 (1992).
2. D. G. Grier, Nature **424**, 810 (2003).
3. G. Molina-Terriza, J. P. Torres, and L. Torner, Nat. Phys. **3**, 305 (2007).
4. J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, and A. J. Jesus-Silva, Europhys. Lett. **96**, 64006 (2011).
5. G. Gbur and T. D. Visser, Opt. Commun. **222**, 117 (2003).
6. F. Gori, V. Ramirez-Sanchez, M. Santarsiero, and T. Shirai, J. Opt. A **11**, 085706 (2009).
7. F. Gori and M. Santarsiero, Opt. Lett. **32**, 3531 (2007).
8. H. Lajunen and T. Saastamoinen, Opt. Lett. **36**, 4104 (2011).
9. Z. R. Mei, Z. S. Tong, and O. Korotkova, Opt. Express **20**, 26458 (2012).
10. Z. S. Tong and O. Korotkova, Opt. Lett. **37**, 3240 (2012).
11. A. J. Jesus-Silva, J. M. Hickmann, and E. J. S. Fonseca, Opt. Express **20**, 19708 (2012).
12. L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University, 1995).
13. D. M. Palacios, I. D. Maleev, A. S. Marathay, and G. A. Swartzlander, Jr., Phys. Rev. Lett. **92**, 143905 (2004).
14. W. Wang, Z. Duan, S. G. Hanson, Y. Miyamoto, and M. Takeda, Phys. Rev. Lett. **96**, 073902 (2006).
15. B. Thide, H. Then, J. Sjoholm, K. Palmer, J. Bergman, T. D. Carozzi, Y. N. Istomin, N. H. Ibragimov, and R. Khamitova, Phys. Rev. Lett. **99**, 8 (2007).
16. S. Prabhakar, A. Kumar, J. Banerji, and R. P. Singh, Opt. Lett. **36**, 4398 (2011).
17. S. G. Reddy, A. Kumar, S. Prabhakar, and R. P. Singh, Opt. Lett. **38**, 4441 (2013).
18. S. G. Reddy, S. Prabhakar, A. Kumar, J. Banerji, and R. P. Singh, Opt. Lett. **39**, 4364 (2014).
19. J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics* (Wiley, 1978).
20. A. J. Jesus-Silva, E. J. S. Fonseca, and J. M. Hickmann, Opt. Lett. **37**, 4552 (2012).
21. S. Crosby, S. Castelletto, C. Aruldoss, R. E. Scholten, and A. Roberts, New J. Phys. **9**, 285 (2007).
22. M. N. O'sullivan, K. W. C. Chan, and R. W. Boyd, Phys. Rev. A **82**, 5 (2010).
23. K. W. C. Chan, M. N. O'sullivan, and R. W. Boyd, Opt. Express **18**, 5562 (2010).