

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

ALEXSANDRO DE FARIAS PEREIRA

***CORRELAÇÕES DE IMAGENS GERADAS POR BIOSPECKLE A PARTIR DE  
SUPERFÍCIES RUGOSAS: SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS***

Maceió

2012

**ALEXSANDRO DE FARIAS PEREIRA**

***CORRELAÇÕES DE IMAGENS GERADAS POR BIOSPECKLE A PARTIR DE  
SUPERFÍCIES RUGOSAS: SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS***

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Valentim dos Santos

Maceió

2012

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

**Bibliotecária Responsável: Maria Auxiliadora G. da Cunha**

P436c Pereira, Alexsandro de Farias.  
Correlações de imagens por biospeckle de superfícies rugosas :  
simulações e experimentos / Alexsandro de Farias Pereira. – 2012.  
73 f. : il.

Orientador: Pedro Valentim dos Santos.  
Dissertação (Mestrado em Física da Matéria Condensada) –  
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2012.

Bibliografia: f. 68-73.

1. Superfície rugosa. 2. Espalhamento de luz coerente. 3. Speckle.  
4. Biospeckle. I. Título.

CDU: 535-92



**Universidade Federal de Alagoas**  
**Instituto de Física**

Programa de Pós Graduação em Física

BR 104 km 14. Campus A.C. Simões  
Cidade Universitária  
Tabuleiro dos Martins  
57072-970 Maceió - AL. Brasil  
FONE : (82) 3214-1423/FAX 3214-1645

**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE**  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**“Correlações de imagens geradas por Biospeckle a partir  
de superfícies rugosas: simulações e experimentos”.**

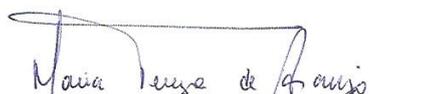
**por**

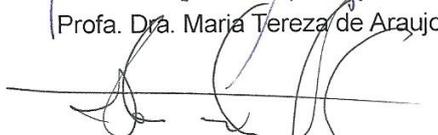
***Alexsandro de Farias Pereira***

A Banca Examinadora composta pelos professores Pedro Valentim dos Santos (orientador), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Maria Tereza de Araujo, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, e Itamar Vidal Silva de Lima, do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba consideram o candidato aprovado com grau “ A ”.

Maceió, 10 de agosto de 2012

  
Prof. Dr. Pedro Valentim dos Santos

  
Profa. Dra. Maria Tereza de Araujo

  
Prof. Dr. Itamar Vidal Silva de Lima

## AGRADECIMENTOS

A Deus e ao Bom Jesus, por essa graça alcançada. Pelo dom da Vida e por dar-nos sentido a ela.

Aos meus pais, Sr. Antônio Raimundo Pereira e Sra. Delzuita Venâncio de Farias Pereira, por sempre cuidarem de mim com todo amor e carinho e principalmente pelo incentivo a seguir tal caminho.

As minhas irmãs, cunhados e sobrinhos por torcerem e me apoiarem nos momentos difíceis. Como também a todos os meus familiares, obrigado por todo carinho.

Ao meu tio Cícero Venâncio por me receber em sua casa durante esses últimos dois anos.

A minha namorada Sineide, por todo apoio e incentivo nos vários momentos que necessitei.

Agradeço aos professores Samuel e André por participarem de forma efetiva na minha formação acadêmica e por me incentivarem a ingressar no mestrado.

Aos professores Iran Marcelo, Marcos Vermelho, Evandro Gouveia, Tiago Homero que ministraram os cursos com muita responsabilidade e empenho.

Ao professor Rodrigo de Paula Almeida Lima pela ajuda nas simulações realizadas nesta dissertação.

Ao meu orientador professor Pedro Valentim, que me orientou na realização deste trabalho. Agradeço pela total confiança, paciência, amizade, conselhos e por todo o conhecimento transmitido.

Ao GFFC e ao IF por fornecerem toda a infraestrutura necessária para a realização deste trabalho.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Enfim a todos aqueles que me ajudaram diretamente ou indiretamente, nesta etapa da minha vida, para que esse trabalho fosse realizado com sucesso, meus mais sinceros agradecimentos.

## Resumo

Nesta dissertação, foi estudada teórica e experimentalmente a técnica de biospeckle para análise de superfície rugosa com aplicação na investigação de atividade biológica. O estudo teórico foi feito usando teoria de espalhamento da luz, em particular usando método perturbativo de primeira ordem, buscando obter a seção de choque de radiação espalhada por unidade de área da superfície rugosa. Uma vez determinada a seção de choque, foi possível obter a distribuição de intensidades numa certa região do espaço, em função do tempo, permitindo a comparação das diferentes distribuições de luz em instantes distintos. A investigação experimental foi feita a partir da comparação de padrões de speckles gravados (por uma câmera CCD) em diferentes instantes de tempo originados do espalhamento de luz coerente em 635 nm, a partir de uma folha vegetal recém colhida. O parâmetro de comparação usado foi o coeficiente de correlação de Pearson. O resultado experimental obtido do coeficiente de correlação em função do tempo mostrou uma evolução temporal do tipo exponencial decrescente, indicando um comportamento de degradação da folha quimicamente ativo e regido por equações de taxas. O resultado teórico do coeficiente de correlação em função do tempo, obtido por meio de simulação, também evidenciou o comportamento exponencial decrescente indicando uma boa concordância com o resultado experimental.

**Palavras-chave:** Superfície rugosa. Espalhamento de luz coerente. Speckle. Biospeckle.

## **Abstract**

In this work, it was studied theoretically and experimentally biospeckle technique for analysis of rough surface with application to the investigation of biological activity. The theoretical study was conducted using light scattering theory, in particular a first order perturbation method, seeking to obtain the scattering cross-section per unit area of rough surface. Once given the cross-section, it was possible to obtain the distribution of intensities in a certain region of space as a function of time, allowing the comparison of different light distributions in different instants. The experimental investigation was made from the comparison of speckle patterns recorded (by a CCD camera) at different time instants produced from scattering of coherent light at 635 nm from a freshly harvested plant leaf. The parameter of comparison used was the Pearson correlation coefficient. The experimental result obtained from the correlation coefficient versus time showed a temporal evolution type exponential decay, indicating a degradation behavior of the leaf chemically active and regulated by equations rate. The theoretical result of the correlation function of time, obtained by simulation, also showed a behavior type exponential decay indicating a good agreement with experimental results.

**Keywords:** Rough surface. Scattering of coherent light. Speckle. Biospeckle.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	07
1.1 LUZ .....	07
1.2 Interações da radiação com a matéria .....	09
1.3 Espalhamentos da luz .....	10
1.4 Espalhamentos Rayleigh, Mie e Geométrico .....	11
1.5 Speckle .....	13
1.6 Biospeckle .....	17
1.7 Principais técnicas de análise de biospeckle.....	18
1.8 Preâmbulo dos capítulos seguintes .....	22
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	23
2.1 Teoria do espalhamento da luz sobre uma superfície rugosa .....	23
2.2 Método perturbativo de primeira ordem .....	26
2.3 Dedução em primeira ordem da seção de choque por unidade de área de uma superfície rugosa .....	35
2.4 Descrição estatística da superfície .....	38
2.5 Seção de choque por unidade de área de superfície rugosa .....	40
2.6 Efeito da variação temporal da superfície rugosa .....	45
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	48

3.1 Aparato experimental .....	48
3.2 Coeficiente de correlação de Pearson .....	50
3.3 Descrição da análise do coeficiente de correlação .....	51
3.4 Amostras .....	51
3.5 Simulações .....	52
3.5.1 Simulação da evolução temporal do coeficiente de correlação de Pearson .....	52
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>57</b>
4.1 Resultados experimentais .....	57
4.2 Resultados teóricos .....	61
<b>5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>68</b>

## 1 INTRODUÇÃO GERAL

O estudo de métodos de análise de superfícies é importante por encontrar uma série de aplicações como em corrosão, vibrações mecânicas, atividade biológica, etc. Uma técnica que vem sendo muito utilizada é a de biospeckle [1,2,3, 4], uma técnica óptica, que entre outras vantagens, não necessita de contato com o objeto em análise. Ela se baseia no espalhamento de luz coerente a partir da superfície do alvo estudado. A luz espalhada produz um padrão de interferência que transporta informação da superfície investigada. Se a superfície for estática, medidas indiretas da rugosidade [5,6,7] podem ser feitas, e se a superfície for dinâmica, além da rugosidade, informações sobre o movimento ou atividade [8] da superfície podem ser obtidas. Se um material biológico estiver sob investigação é possível acompanhar a evolução temporal da sua atividade comparando-se os diferentes padrões de speckle produzidos a partir da amostra em função do tempo [9].

Nesta dissertação, nós utilizaremos a correlação de Pearson [10,11] como parâmetro de comparação dos padrões de speckle, em função do tempo, para investigar teórica e experimentalmente as correlações de imagens geradas por biospeckle a partir de superfícies rugosas. O estudo teórico foi feito seguindo o roteiro apresentado por Ishimaru [12] para espalhamento de luz por uma superfície levemente rugosa e a investigação experimental foi feita usando-se folhas vegetais recém colhidas como amostras.

Como forma de contextualizar o tema desta dissertação, apresentaremos neste capítulo uma breve revisão de óptica sobre as bases físicas utilizadas para entender o que é biospeckle.

### 1.1 Luz

Luz é uma onda eletromagnética [13,14] que se propaga no vácuo com velocidade constante  $c \approx 3 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$ , com frequência  $\nu$  que pode variar aproximadamente de  $10^{15} Hz$  até  $10^{14} Hz$ , que correspondem respectivamente às regiões do ultravioleta e infravermelho no espectro eletromagnético como podemos ver na Tabela 1.1. Tal faixa de frequência corresponde ainda a comprimentos de onda  $\lambda$  que podem variar de  $10^{-7} m$  (ultravioleta) a  $10^{-6} m$  (infravermelho). Onde frequência e comprimento de onda estão relacionados por

$$c = \nu \times \lambda \quad (1.1)$$

Podemos definir luz visível como uma parte da radiação eletromagnética que o olho humano é capaz de detectar. Sabemos ainda que a luz branca contém todos os comprimentos de onda correspondentes a região do visível do espectro eletromagnético. Então quando a luz branca é separada por comprimento de onda, cada  $\lambda$  está associado a uma cor diferente. Como podemos ver na Tabela 1.1, o comprimento de onda da luz visível varia aproximadamente de  $400 \text{ nm}$  para a cor violeta até  $700 \text{ nm}$  para a cor vermelha.

Além disso, atualmente devido ao caráter dual da luz, devemos levar em conta as características tanto ondulatórias da luz quanto da luz como partícula (fóton). Devido ao caráter ondulatório da luz, ela possui propriedades como frequência, comprimento de onda e polarização. Já luz como partícula possui propriedades como momento, velocidade e posição. Nesta dissertação levaremos em consideração apenas o caráter ondulatório da luz.

**Tabela 1.1: Tabela apresentando a região do espectro eletromagnético visível.**

Espectro visível		
Frequência (Hz)	Cor	Comprimento de onda (m)
$1,0 \cdot 10^{15}$	Ultravioleta próximo	$3,0 \cdot 10^{-7}$
$7,5 \cdot 10^{14}$	Azul mais curto visível	$4,0 \cdot 10^{-7}$
$6,5 \cdot 10^{14}$	Azul	$4,6 \cdot 10^{-7}$
$5,6 \cdot 10^{14}$	Verde	$5,4 \cdot 10^{-7}$
$5,1 \cdot 10^{14}$	Amarelo	$5,9 \cdot 10^{-7}$
$4,9 \cdot 10^{14}$	Laranja	$6,1 \cdot 10^{-7}$
$3,9 \cdot 10^{14}$	Vermelho mais longo visível	$7,6 \cdot 10^{-7}$
$3,0 \cdot 10^{14}$	Infravermelho próximo	$1,0 \cdot 10^{-6}$

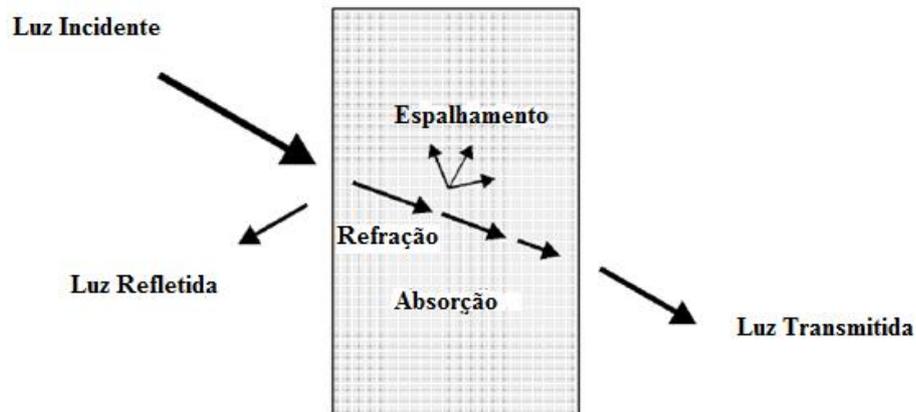
Fonte: Griffiths, D. J., 1999 [15].

A *Óptica* [16] é a parte da física que se preocupa em estudar os fenômenos relacionados à luz. Este ramo da física expandiu-se muito durante as últimas décadas, devido principalmente com a operação do primeiro laser (cuja sigla em inglês significa light amplification by stimulated emission of radiation, ou seja, amplificação da luz por emissão estimulada de radiação) em 1960. O laser [17] é um aparelho que emite um tipo luz que possui características especiais e únicas com, por exemplo, ela é monocromática (possui comprimento de onda muito bem definido), coerente (todas as ondas que compõe o feixe estão em fase espacial e temporal) e colimada (propaga-se como um feixe de ondas praticamente paralelas) . Atualmente, encontramos várias aplicações importantes da luz laser praticamente em todas as áreas da ciência e da tecnologia. Entre essas aplicações destacaremos nessa dissertação o biospeckle que será estudado nas seções seguintes.

## **1.2 Interação da radiação com a matéria**

A figura 1.1 mostra um raio de luz incidindo sobre um determinado material. Dependendo das características da luz incidente e das propriedades ópticas do material, vários são os fenômenos físicos que podem ser observados quando a matéria é exposta a radiação eletromagnética. O estudo da resposta do meio à incidência de luz no material é denominada de **interação da radiação com a matéria** [18]. Dizemos que houve interação quando alguns fenômenos físicos são observados como, por exemplo: reflexão, refração, absorção, transmissão e espalhamento, sendo o último com veremos adiante de essencial importância nesta dissertação.

**Figura - 1.1: Geometria de reflexão, refração, absorção, espalhamento e transmissão.**



Fonte: Autor, 2012.

### 1.3 Espalhamento de Luz

Quando uma onda eletromagnética atravessa um meio com propriedades uniformes, a radiação se propaga sem sofrer qualquer perturbação ou desvio [19]. No entanto, quando existem variações espaciais ou temporais nas propriedades eletromagnéticas no meio, parte da energia associada à radiação desvia-se da direção original e dizemos que a onda sofreu espalhamento.

O espalhamento da luz pode ser classificado como elástico, quase-elástico e inelástico dependendo se a frequência da luz espalhada é a mesma da incidente [13]. O espalhamento é denominado elástico quando a frequência da radiação incidente é igual a da radiação espalhada. Tal situação é observada quando os centros espalhadores permanecem estáticos. Esse tipo de espalhamento pode ser usado para obter informações sobre os centros espalhadores, pois, a intensidade da radiação espalhada depende das propriedades ópticas que compõem o meio, por exemplo, massa, dimensão e concentração assim como o ângulo e distância de observação.

No quase-elástico, a frequência da onda incidente é ligeiramente diferente da espalhada, geralmente varia de alguns  $Hz$  até centenas de  $Hz$ . Essa diferença de frequência surge devido ao movimento tanto de translação quanto de rotação dos centros espalhadores e seu valor está diretamente relacionado a esse movimento. Assim, o espalhamento quase-

elástico é frequentemente usado no estudo do movimento de partículas que constituem um meio.

No inelástico, a frequência de espalhamento difere por uma quantidade ligeiramente maior que algumas centenas de  $Hz$  da luz incidente. Isso pode ser explicado, entre outras coisas pelo fato de que no processo de interação da luz com o meio, elétrons excitados decaem para estados intermediários emitindo então fótons com energia maiores ou menores que da radiação incidente. Devido a isso, o espalhamento inelástico possui aplicações em espectroscopia [20].

#### 1.4 Espalhamento Rayleigh, Mie e Geométrico

Dependendo ainda do tamanho das partículas que constituem o meio espalhador, podemos classificar o espalhamento em três categorias: Rayleigh, Mie e Geométrico.

O espalhamento é denominado Rayleigh [13,18,21], quando a dimensão dos centros espalhadores é muito menor do que o comprimento de onda da radiação incidente. Neste regime, é possível mostrar que a intensidade da luz espalhada  $I_s$ , é proporcional ao inverso da quarta potência do comprimento de onda  $\lambda$  da luz incidente. Então matematicamente temos:

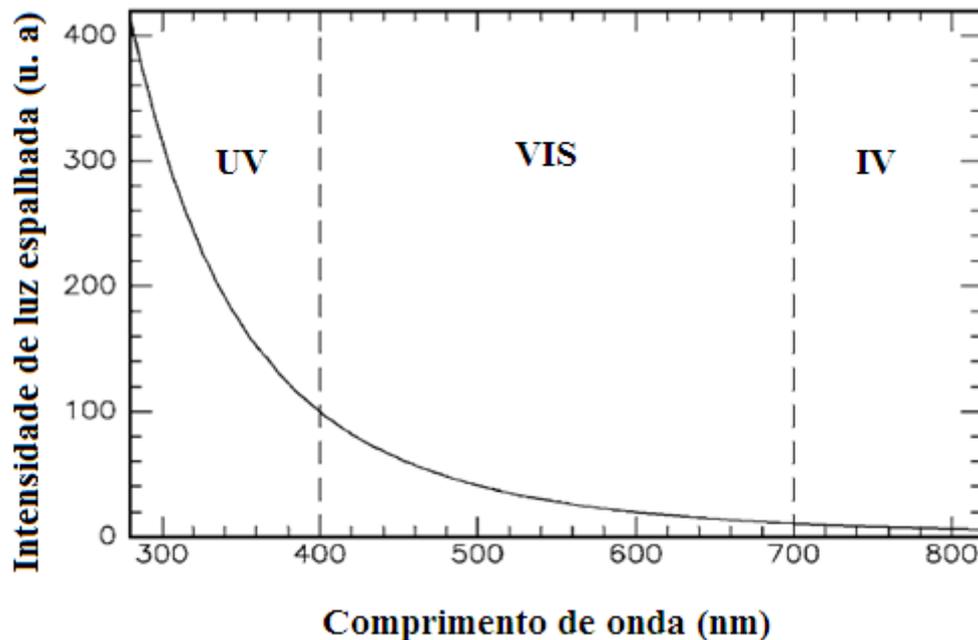
$$I_s \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (1.2)$$

A equação (1.2) é conhecida como *lei de Rayleigh* para o espalhamento. Da equação (1.2) é possível concluir que ao incidir radiação com mesma intensidade, porém com diferentes comprimentos de onda sobre um mesmo material, quanto menor for o comprimento de onda da luz incidente maior será o espalhamento sofrido pela mesma.

A figura 1.2 mostra um gráfico teórico construído a partir da lei de Rayleigh para diferentes comprimentos de onda. Como podemos ver para a região do espectro visível, localizada aproximadamente entre 400 nm a 700 nm, a luz azul com comprimento de onda em torno de 500 nm é mais espalhada do que a luz vermelha com comprimento de onda de aproximadamente 600 nm. Um exemplo típico encontrado na natureza de espalhamento

Rayleigh ocorre na atmosfera terrestre. A atmosfera terrestre é composta por gases rarefeitos, constituídos principalmente por moléculas cujas dimensões são bem menores que o comprimento de onda da luz emitida pelo sol. Portanto, quando a luz do sol atinge a atmosfera, ela sofre principalmente espalhamento Rayleigh, então de acordo com a equação (1.4.1) a luz azul ( $\lambda \approx 500\text{nm}$ ) que possui o menor comprimento de onda, é mais espalhada que os outros comprimentos de onda que compõem o espectro visível, dando assim ao céu o aspecto azulado.

**Figura - 1.2: Lei de Rayleigh para a intensidade da luz espalhada na região ultravioleta, visível e infravermelho.**



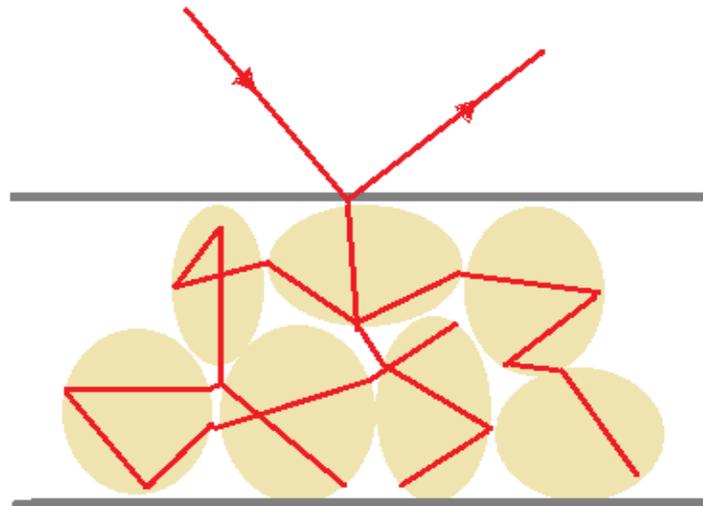
Fonte: Niemz, M. H., 2007 [18].

O espalhamento Mie [18] é aplicado para situações em que o comprimento de onda da luz incidente é da ordem do tamanho das partículas que compõem o meio espalhador. A teoria por trás do espalhamento Mie é bastante complexa e não será detalhada aqui. Porém, destacaremos dois aspectos importantes que diferenciam o espalhamento Mie do espalhamento Rayleigh. Em primeiro lugar, podemos destacar que a intensidade de luz espalhada  $I_s$  no espalhamento Mie mostra uma fraca dependência com o comprimento de onda da luz incidente ( $\sim \lambda^{-x}$  com  $0.4 \leq x \leq 0.5$ ), no entanto, para o espalhamento Rayleigh

temos que  $I_s \propto \lambda^{-4}$ . Em segundo lugar, a intensidade da luz espalhada no espalhamento Mie segue preferencialmente para frente, enquanto no espalhamento Rayleigh as intensidades espalhadas para frente e para trás são as mesmas. O espalhamento Mie é geralmente observado em sistemas coloidais como fumaças, névoas e nuvens.

O espalhamento é denominado geométrico [22,23] para casos em que o comprimento de onda da radiação incidente é bem menor que as dimensões dos centros espalhadores, de forma que a luz incidente pode penetrar em seu interior e sofrer múltiplas reflexões e refrações como podemos ver na figura 1.3. Assim a óptica geométrica a princípio pode ser usada para descrever as trajetórias desenvolvidas pela luz que incide sobre o meio espalhador. Porém, devido à grande quantidade de parâmetros necessários para descrever os múltiplos espalhamentos, torna a descrição completa dessas trajetórias extremamente complexa.

**Figura - 1.3: Esquema ilustrativo do espalhamento geométrico em um meio espalhador.**



Fonte: Autor, 2012.

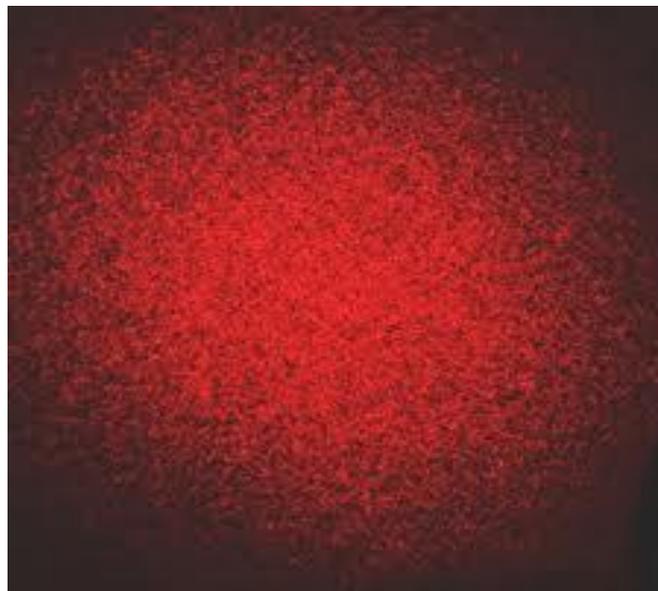
## 1.5 Speckle

Quando um feixe de luz coerente (luz laser) é espalhado por uma superfície que possui rugosidade da ordem do comprimento de onda da luz incidente ou propaga-se através de um

meio que possui índice de refração que varia aleatoriamente, observa-se a formação no espaço livre de uma figura de aspecto granuloso que recebe o nome de *speckle* [24,25,26] (o termo é traduzido livremente do inglês como granulado óptico).

Como é mostrado na figura 1.4, o speckle é formado por uma alternância de pontos claros e escuros tratando-se de um fenômeno de múltiplas interferências construtivas (pontos claros) e destrutivas (pontos escuros). Tal fenômeno é tipicamente ondulatório que é observado tanto na região do visível quanto nas outras partes do espectro eletromagnético.

**Figura - 1.4: Padrão de speckle gerado na configuração propagação em espaço livre.**



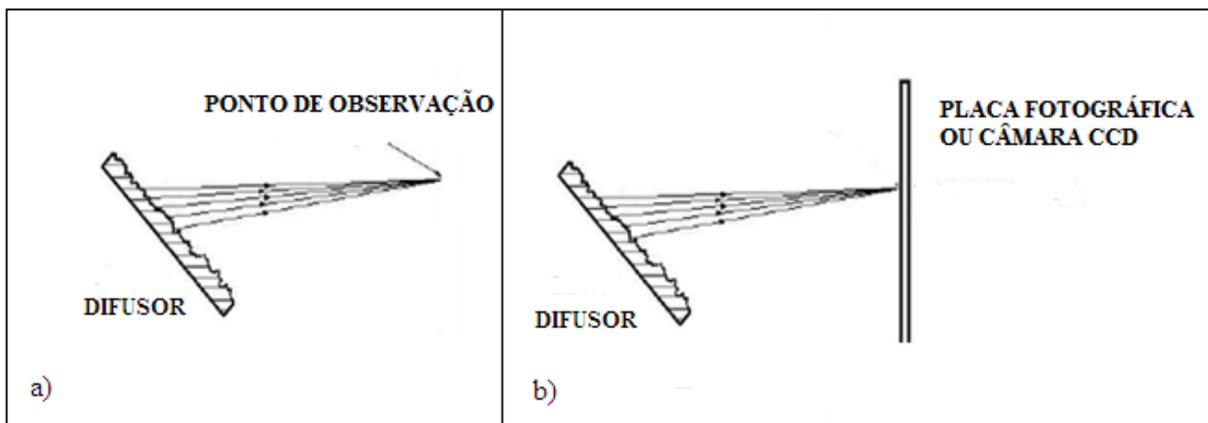
Fonte: Autor, 2012.

Denominamos de grão de speckle um ponto qualquer sobre o padrão de speckle. A figura 1.6a mostra o esquema de formação do grão de speckle, como podemos ver ao se tomar um determinado ponto em particular nas proximidades de uma superfície difusora, observa-se que sobre ele incide raios de luz vindos de vários pontos da superfície iluminada. Se os raios de luz que são espalhados pela superfície sofrem principalmente interferência construtiva o ponto observado fica bem iluminado, temos assim um ponto claro. Entretanto, se a interferência for principalmente destrutiva o ponto fica mal iluminado, temos então um ponto escuro. Podemos ter ainda uma situação em que não ocorre nenhuma predominância de

interferência destrutiva ou construtiva neste caso o ponto assume um brilho com intensidade intermediária.

Se ao invés de um ponto tivermos um plano de observação, formado por uma placa fotográfica ou uma câmera CCD (cuja sigla em inglês significa *charge coupled device*, ou seja, dispositivo de carga acoplada) como pode ser visto na figura 1.6b, o conjunto de todos os *grãos de speckle* formam uma figura que é denominada de *padrão de speckle* como já visto na figura 1.5.

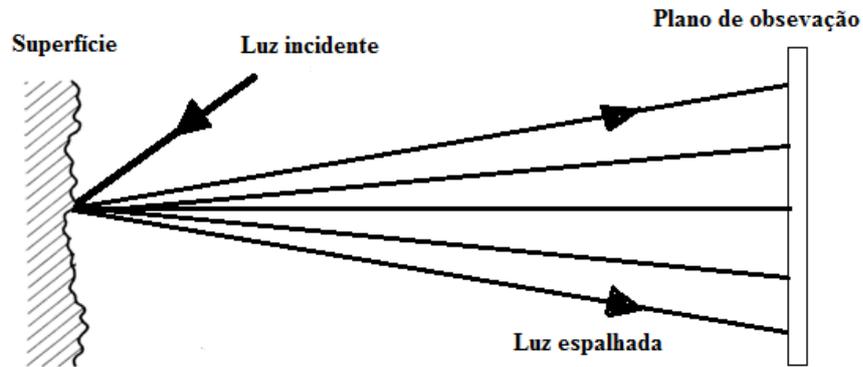
**Figura - 1.6:** a) Formação de um grão de speckle, b) formação e detecção do padrão de speckle.



Fonte: Autor, 2012.

De acordo com a geometria de observação do padrão de speckle podemos ter duas configurações distintas, são elas: **propagação em espaço livre** e **geometria imagem**. A propagação em espaço livre ocorre quando nenhum elemento óptico é colocado entre a superfície espalhadora e o plano de registro como pode ser observado na figura 1.7. Nessa situação, quase sempre, somente um ponto sobre a superfície espalhadora é iluminado por um feixe de luz laser, que ao ser espalhado pode ser registrado em filme fotográfico ou em um sensor CCD localizado em um plano de observação, denominado de plano de **Fraunhofer**. O padrão de speckle observado nesse tipo de configuração é denominado **objetivo**. Tal padrão pode ser visto na figura 1.4.

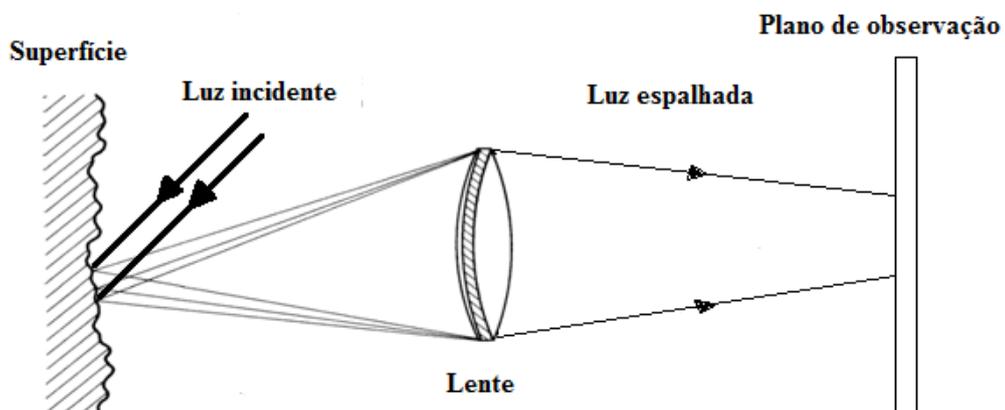
Figura - 1.7: Configuração de observação do speckle propagação em espaço livre.



Fonte: Autor, 2012.

Já a configuração denominada de “geometria imagem”, ocorre quando a observação é realizada com auxílio de um elemento óptico, por exemplo, uma lente que é colocada entre a superfície espalhadora e o plano de observação. Neste tipo de configuração, geralmente uma região extensa da superfície espalhadora é iluminada por um feixe de luz laser expandido, como podemos ver na figura 1.8, e a luz ao ser espalhada é captada por uma lente e registrada no plano de observação que nesse caso é denominado de **plano imagem**. O padrão de speckle formado nessas circunstâncias é chamado de **subjeto**.

Figura - 1.8: Configuração de observação do speckle geometria imagem.



Fonte: Autor, 2012.

Os estudos relacionados ao padrão de speckle podem ser divididos em aproximadamente seis grandes áreas. São elas:

- (i) Propriedades estatísticas fundamentais
- (ii) Redução de speckle em sistemas ópticos e holográficos
- (iii) Medida de rugosidade de superfícies
- (iv) Aplicação em processamento de imagem
- (v) Aplicação em metrologia
- (vi) Interferometria de speckle estelar

Somente no contexto da teoria estatística é possível realizar uma descrição formal do padrão de speckle. Devido a isso, vários estudos foram realizados no sentido de obter as bases teóricas necessárias para descrever o granulado óptico. Entre esses podemos destacar os de Goodman [24] e Daint [27], que desenvolveram as estatísticas espaço-temporal de primeira e segunda ordem para o padrão de speckle.

Denominamos de estatística de primeira ordem a determinação da função de densidade de probabilidade (FDP) das amplitudes, fases e intensidades do campo em um padrão de speckle. Já a estatística de segunda ordem consiste determinação da função de auto-correlação e da densidade espectral de potência. Nesta dissertação usaremos o coeficiente de correlação que faz parte da estatística de segunda ordem.

## **1.6 Biospeckle**

Como vimos na seção anterior, a luz laser ao incidir sobre uma superfície rugosa é espalhada dando origem a um padrão de interferência de aspecto granular denominado de speckle. Para casos em que a rugosidade da superfície varia com tempo dizemos que o meio espalhador possui atividade, o padrão de speckle resultante por sua vez também irá evoluir no tempo, pois os grãos de speckle que compõem o padrão passam a se movimentar tendo a sua forma alterada com o passar do tempo, dando origem ao fenômeno denominado de speckle dinâmico [28]. O padrão observado pode depender, dentre outras coisas, do movimento dos

centros espalhadores [29], comprimento de onda da luz incidente [30], da temperatura, da intensidade da luz na iluminação e do campo elétrico existente [8].

São vários sistemas que podem apresentar tais características, entre eles temos meios não biológicos, como por exemplo, áreas recém pintadas [31] e superfícies em processo de oxidação. Podemos ter ainda meios biológicos, como por exemplo, frutas [32] como maçã, laranjas [33], tomate [34] ou em folhas, sementes [35], sêmen animal [36] entre outros. Na situação em que o meio é biológico o padrão resultante de speckle recebe o nome de biospeckle [28].

Os estudos fundamentais no desenvolvimento e aplicações do biospeckle recebem o nome de técnicas de biospeckle. O biospeckle possui informações no estudo da atividade biológica e fisiológicas em seres vivos, como por exemplo, fluxo sanguíneo e mobilidade [36]. Assim, ao analisar de forma estatística o biospeckle é possível obter, sem necessidade de contato físico, formas de avaliar a atividade biológica e fisiológica de seres vivos. Ele também pode ser usado como indicador de informações sobre o meio ambiente, pois a atividade fisiológica em certos seres vivos é muitas vezes sensível a alterações no estado do ambiente em que vivem. Nesse caso o biospeckle recebe o nome de bio-indicador [28].

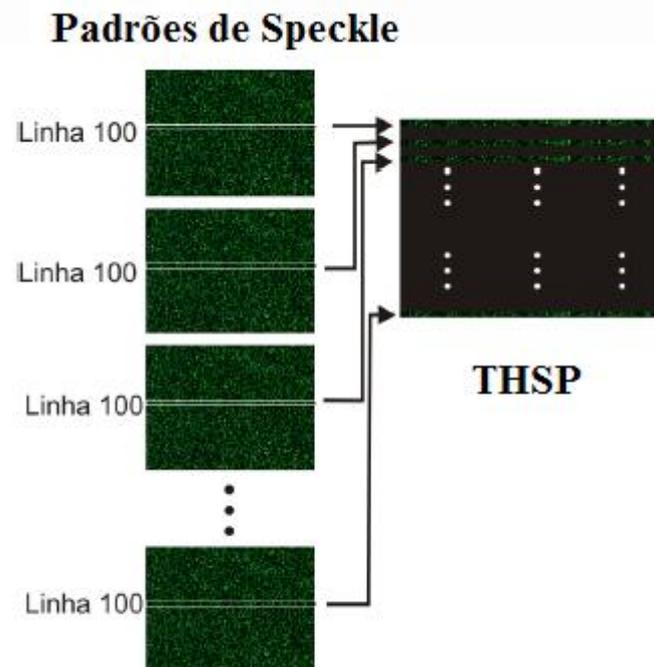
Algumas das principais técnicas utilizadas na análise do biospeckle são [38]: auto-correlação temporal, densidade espectral de potência, matrizes de co-ocorrência, desvio-padrão das variações de intensidade e coeficiente de correlação. Sendo o último o método utilizado nesta dissertação.

## **1.7 Principais Técnicas de Análise de Biospeckle**

Uma das primeiras técnicas usada para analisar os padrões de biospeckle foi o THSP (cuja sigla em inglês significa Time History speckle pattern, ou seja, histórico temporal do padrão de speckle), proposto por Oulamara et al [39]. Como resultado desta técnica, obtém-se uma figura bidimensional que possui informações tanto espaciais quanto temporais da intensidade dos pixels do padrão de speckle analisado. Para construirmos o THSP é necessário realizarmos uma série de registros do padrão analisado em instantes sucessivos de tempo (que pode ser realizado por exemplo por uma CCD), então de cada padrão registrado

retiramos uma fileira de pixels (sempre correspondendo a mesma posição), depois essas fileiras são colocadas em uma única imagem formando assim o THSP. Esse procedimento pode ser observado na figura 1.9, tendo como a linha de pixels selecionada a número 100. Assim a primeira linha de pixels do THSP corresponde à linha registrada no primeiro instante, e assim sucessivamente. Dessa forma essa nova imagem formada é caracterizada por registrar na direção horizontal informações sobre a distribuição espacial do conjunto de pixels do padrão, enquanto na direção vertical fica registrada a evolução temporal destes pixels ao longo do tempo analisado.

**Figura - 1.9: Representação do procedimento de construção de uma THSP, tendo como linha selecionada a número 100.**

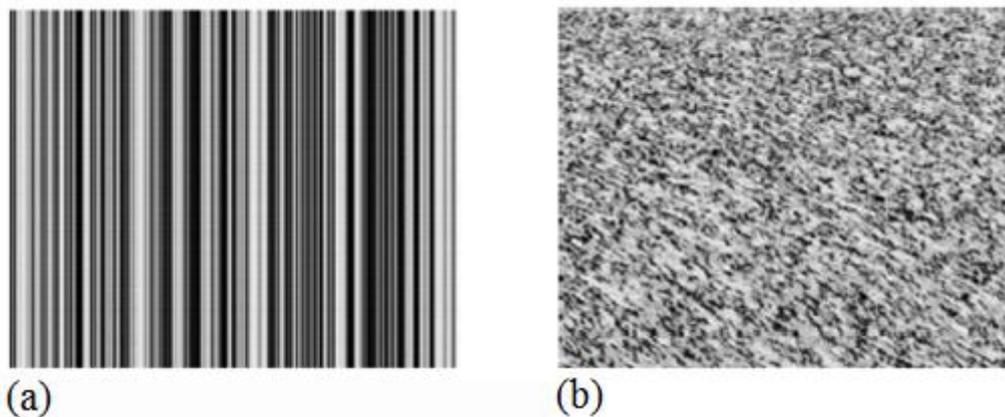


Fonte: Lucena, D. J. et al, 2012 [40].

As figuras 1.10a e 1.10b mostram respectivamente as imagens resultantes do procedimento de construção do THSP para os padrões de speckle obtidos de uma superfície estática e uma superfície dinâmica. Na figura 1.10a o THSP é dito ser estático, pois praticamente não é observada variação espacial (direção horizontal) e nem ao longo do tempo (direção vertical). No entanto, na figura 1.10b o THSP é dito ser dinâmico, uma vez que o mesmo apresenta uma variação tanto espacial quanto temporal. Dessa forma, é possível concluir que através da simples observação do THSP uma análise qualitativa da evolução

temporal da superfície estudada pode ser verificada. Porém, se for necessário obter valores quantitativos (o que acontece na grande parte das situações práticas estudadas), é preciso usar técnicas que ao serem aplicadas ao THSP permitam a obtenção de valores quantitativos. Uma das principais técnicas usadas é as matizes de co-ocorrência que será estudada a seguir.

**Figura - 1.10: Histórico Temporal de Padrão de Speckle (THSP), de (a) uma superfície estática e de (b) uma superfície dinâmica.**



Fonte: Lucena, D. J. et al, 2012 [40].

Sobre a THSP podemos ainda aplicar a técnica conhecida com matizes de co-ocorrência (MCO). As MCO é uma técnica que foi desenvolvida por Arizaga et al [41], elas são usadas principalmente como ferramentas de classificação de imagens. As MCO são construídas com base nas relações entre os pixels vizinhos que constituem as imagens a serem analisadas e possuem funcionamento análogo ao de um contador de ocorrências.

A matriz de co-ocorrência é calculada sobre o THSP e é definida matematicamente como:

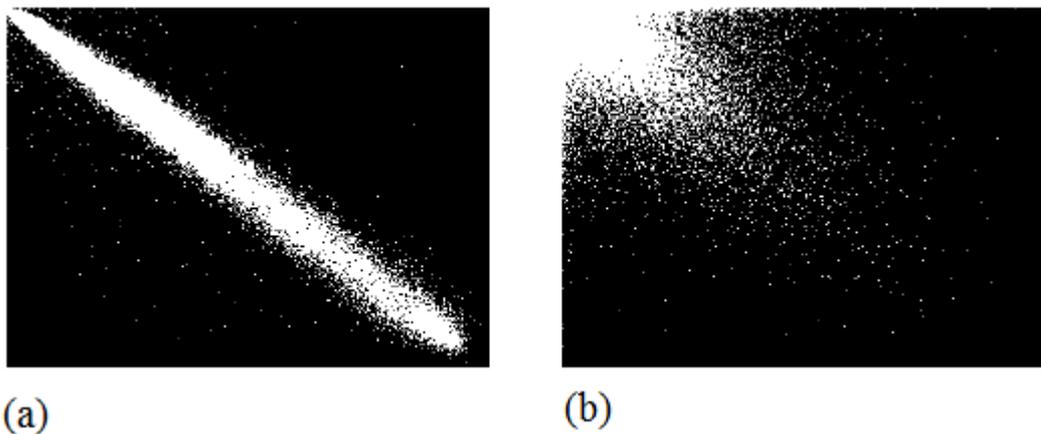
$$MCO = [N_{ij}] \quad (1.3)$$

Em que  $N_{ij}$  representa o número de ocorrências de um valor de intensidade  $i$  seguido pelo valor de intensidade  $j$  na direção e sentido da evolução temporal. Assim, a cada elemento de MCO representa o número de vezes que é observado uma transição do nível de cinza  $i$  para  $j$ . Além disso, as MCO possuem ordem de  $n \times n$ , onde  $n$  é o número de tons de cinza das

imagens analisadas, dessa forma temos que obrigatoriamente as matrizes de co-ocorrência são quadradas.

Ao calcular a matriz de co-ocorrência para uma superfície estática, como pode ser visto na figura 1.11a, apenas ao longo da diagonal principal são encontrados valores diferentes de zero para as ocorrências. No entanto, na situação em que a superfície espalhadora possui atividade, como visto na figura 1.11b, nota-se uma distribuição de elementos não nulos de ocorrência em torno da diagonal principal. Dessa forma, quanto maior for à atividade da amostra observada, maior será a dispersão de elementos de ocorrência não nula ao redor da diagonal principal.

**Figura - 1.11: Ilustração das matrizes de co-ocorrência para (a) uma superfície estática e de (b) uma superfície dinâmica.**



Fonte: Lucena, D. J. et al, 2012 [40].

Outra técnica que vem sendo usada (só que agora para análise do padrão de speckle) é a de Correlação Angular de Speckle (CAS)[5], que pode ser usada entre outros fins para realizar medidas da rugosidade de uma superfície estática. Essa técnica basear-se na comparação dos padrões de speckle gerados a partir de uma superfície refletora quando iluminada por luz coerente usando diferentes ângulos de incidência. Os diferentes padrões de speckle (um para cada ângulo de incidência) obtidos são registrados por uma câmera CCD e em seguida são comparados usando cálculo de correlações, que pode ser realizado através de um programa de computador específico para esse propósito.

No entanto para situações em que a superfície rugosa não é estática, ou seja, a rugosidade da mesma varia com o passar do tempo, podemos realizar cálculos de correlações entre os padrões de speckle sem ser necessário mudarmos os ângulos de incidência da luz laser. Já que nesse caso os padrões de speckle formados pela incidência de luz coerente sobre a superfície passam a variar a sua forma com o tempo. Nesse caso, o cálculo de correlações pode fornecer informações sobre a atividade biológica da superfície analisada (caso a superfície seja biológica) e é uma das propostas desta dissertação que será detalhada no capítulo 3.

## **1.8 Preâmbulo dos Capítulos Seguintes**

No capítulo 2 desenvolveremos o formalismo matemático para a teoria de espalhamento da luz em uma superfície levemente rugosa. Para isso, seguiremos o roteiro de Ishimaru [12], que utiliza o método de perturbação de primeira ordem para encontrar uma expressão para a seção de choque de radiação espalhada por unidade de superfície rugosa.

No capítulo 3 apresentaremos o aparato experimental utilizado na realização dos experimentos de biospeckle. Em seguida faremos uma breve introdução sobre o coeficiente de correlação Pearson e descreveremos os procedimentos necessários para a técnica do coeficiente de correlação. Então apresentaremos os procedimentos usados para a realização da simulação teórica desenvolvida a partir das equações obtidas do capítulo 2.

No capítulo 4 apresentaremos inicialmente os resultados obtidos experimentalmente para a evolução temporal do coeficiente de correlação de Pearson a partir dos procedimentos experimentais descritos no capítulo 3. Em seguida serão apresentados os resultados obtidos da simulação teórica para a evolução temporal do coeficiente de correlação Pearson, a partir dos procedimentos teóricos apresentados no capítulo 3.

Finalmente, no capítulo 5 apresentaremos as conclusões finais e perspectivas desta dissertação.

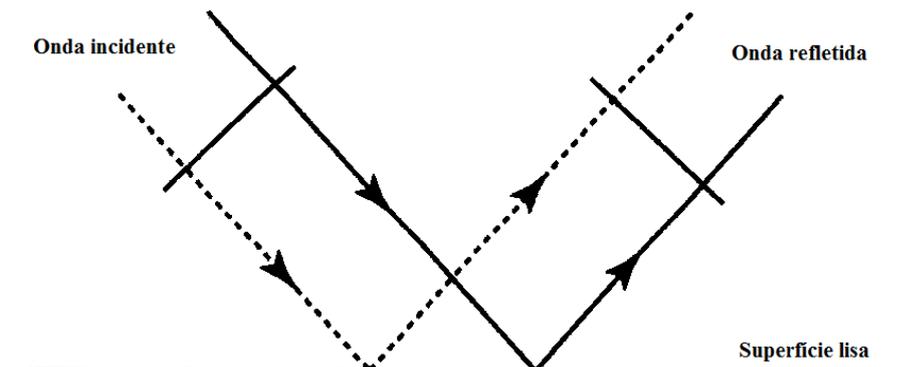
## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como foi discutido no capítulo anterior o granulado óptico que surge no espaço livre, quando um feixe de luz sofre espalhamento ao ser refletido por uma superfície opticamente rugosa, deve-se principalmente ao efeito de interferência entre os raios espalhados. Portanto, é necessário um estudo mais aprofundado sobre o espalhamento da luz. Para isso, a fim de simplificar sua análise adotaremos a seguir o roteiro proposto por Ishimaru [12] para o espalhamento da luz sobre uma superfície levemente rugosa. Onde usando a teoria de perturbação de primeira ordem encontraremos a seção de choque da radiação espalhada por unidade de área de superfície rugosa.

### 2.1 Teoria do Espalhamento da Luz Sobre uma Superfície Rugosa

Considere uma onda eletromagnética com comprimento de onda  $\lambda$  incidindo sobre uma superfície lisa como na figura 2.1. De acordo com a óptica geométrica a onda deve ser refletida specularmente. Assim, “o feixe refletido” existe somente na direção especular, sendo formado apenas por ondas que se encontram em fase.

**Figura - 2.1: Onda eletromagnética incidindo sobre uma superfície lisa.**



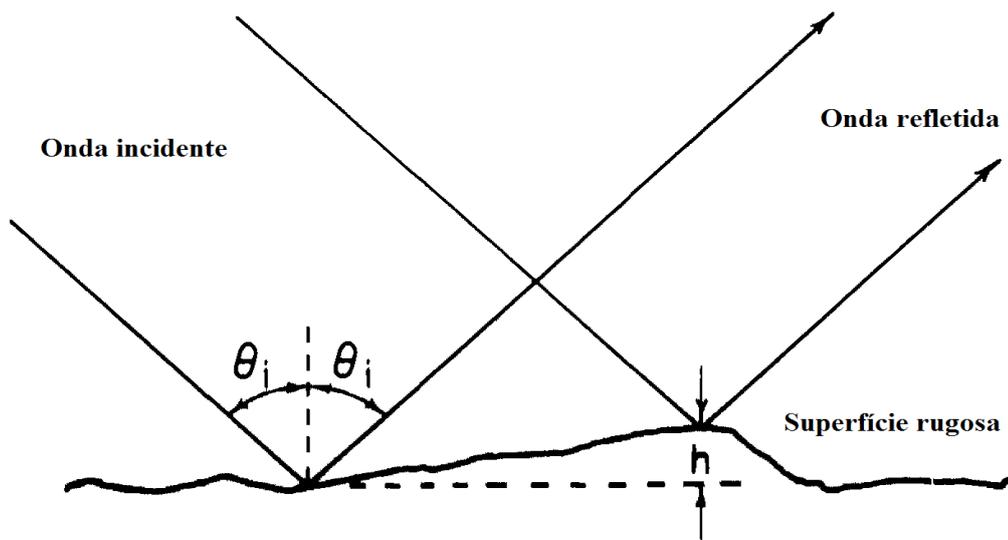
Fonte: Ishimaru, A., 1978 [12].

No entanto, se considerarmos agora a superfície sendo rugosa como na figura 2.2, as ondas refletidas não estarão mais em fase, neste caso pode-se mostrar que a diferença de fase entre elas é dada por:

$$\Delta\phi = 2kh \cos \theta_i \quad (2.1)$$

Onde  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  é o módulo do número de onda e  $h$  a altura da superfície. Estatisticamente  $h$  pode ser o desvio padrão das alturas distribuídas aleatoriamente no relevo de uma superfície rugosa.

**Figura – 2.2: Onda eletromagnética incidindo sobre uma superfície rugosa.**



Fonte: Ishimaru, A., 1978 [12].

Da equação (2.1) observamos que se  $h$  é desprezível comparado ao comprimento de onda, a diferença de fase entre a luz incidente e a refletida é praticamente desprezível. Dessa forma podemos considerar a superfície lisa, assim não observaremos a formação do padrão de speckle, pois a luz refletida sofre somente interferência construtiva. Entretanto, se a diferença de fase é significativa, uma parte da luz refletida encontra-se fora de fase com a luz incidente.

Assim, a luz refletida sofrerá tanto interferência construtiva quanto destrutiva, ocorrendo então a formação do padrão de speckle, conforme foi discutido na seção 1.5.

Mais especificamente para determinar se uma superfície deve ser considerada lisa ou rugosa podemos utilizar os critérios usados por Rayleigh. De acordo com o mesmo devemos analisar se a diferença de fase é maior ou menor que  $\frac{\pi}{2}$ . Dessa forma, em termos de  $h$ , os critérios de Rayleigh são:

- A superfície deve ser considerada lisa quando

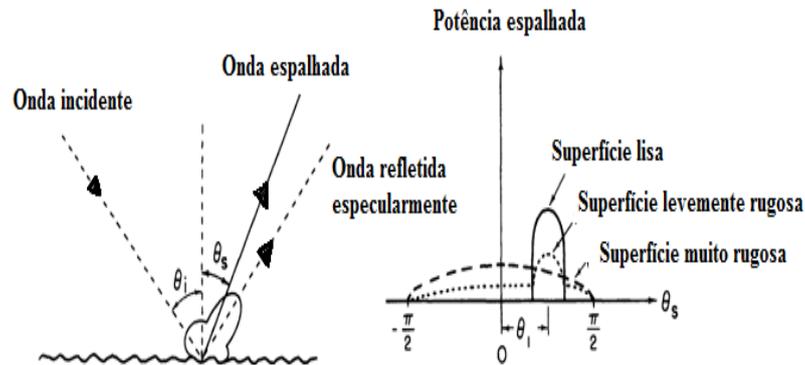
$$h < \frac{\lambda}{8 \cos \theta_i} \quad (2.2)$$

- A superfície deve ser considerada rugosa se

$$h > \frac{\lambda}{8 \cos \theta_i} \quad (2.3)$$

Antes de iniciarmos a análise matemática mais detalhada consideraremos algumas características gerais do espalhamento sobre uma superfície rugosa. Para isso consideremos uma onda incidindo sobre uma superfície como na figura 2.3. Se a superfície é lisa a onda refletida é idêntica a incidente. Se a superfície é levemente rugosa, a onda refletida fica ligeiramente atenuada, por causa do espalhamento e a potência correspondente a onda refletida diminui devido ao espalhamento em todas as direções. A potência refletida é geralmente chamada de componente especular, enquanto a potência espalhada é denominada de componente difusa. No entanto, se a superfície é muito rugosa a componente especular quase desaparece e a componente difusa é praticamente dominante como podemos ver na figura 2.3.

**Figura – 2.3: Características gerais da potência espalhada em uma superfície rugosa.**



Fonte: Ishimaru, A., 1978 [12].

No estudo do espalhamento da luz sobre uma superfície rugosa há duas aproximações que frequentemente são usadas, são elas: a **aproximação de Kirchhoff** e a **método perturbativo de primeira ordem**. A aproximação de Kirchhoff é usada para situações em que o raio de curvatura da superfície é muito menor que o comprimento de onda da luz incidente. Já o método perturbativo de primeira ordem é aplicado para uma superfície levemente rugosa cuja inclinação da superfície é muito menor que a unidade. Nesta dissertação usaremos apenas o **método perturbativo de primeira ordem** que será apresentado mais detalhadamente na seção seguinte.

## 2.2 Método Perturbativo de Primeira Ordem

Um dos problemas centrais na teoria de espalhamento da luz sobre uma superfície rugosa está em encontrar a seção de choque da radiação espalhada por unidade de área de superfície rugosa representada por  $\sigma$ . Então neste capítulo iremos encontrar uma expressão para  $\sigma$ . Para isso, usaremos o método perturbativo de primeira ordem, que pode ser aplicado com boa aproximação para uma superfície levemente rugosa que será definida mais tarde.

Para definir a seção de choque da radiação espalhada por unidade de área de superfície rugosa consideraremos a situação em que uma onda plana com amplitude unitária incidindo sobre um elemento de superfície rugosa  $\Delta S'$  em uma direção particular  $\hat{i}$ . Se  $\vec{E}_s$  é o campo elétrico associado à onda espalhada na direção  $\hat{o}$  a uma grande distância da origem  $R'$ . Então podemos definir a seção de choque de espalhamento por unidade de superfície rugosa  $\sigma$  como.

$$\sigma = \frac{4\pi R'^2 \langle |\vec{E}_s|^2 \rangle}{\Delta S'} \quad (2.4)$$

Sabemos que a intensidade da luz espalhada  $I_s$  é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico de espalhamento  $E_s$  que está associado a luz espalhada. Dessa forma, ao analisar a equação (2.4) observamos que  $I_s$  deve ser proporcional a  $\sigma$ . Assim ao encontrarmos uma expressão para  $\sigma$  estaremos encontrando também como ocorre a distribuição de intensidade de luz espalhada em uma certa região do espaço. Se a luz é espalhada a partir de uma superfície que possui rugosidade da ordem do comprimento de onda da radiação incidente a distribuição de intensidade da luz espalhada é visto como um padrão de speckle e ao observar esse padrão evoluir no tempo teremos o biospeckle. Assim fica claro a importância de estudarmos seção de choque da radiação espalhada por unidade de área de superfície rugosa. Para isso façamos as seguintes considerações.

Consideremos que a altura da superfície rugosa em um ponto  $(x, y)$  é dado por

$$z = \zeta(x, y) \quad (2.5a)$$

Escolhendo  $z = 0$  de modo que (2.5a) represente o desvio em relação à altura média:

$$\langle \zeta(x, y) \rangle = 0 \quad (2.5b)$$

Dizemos que uma superfície é levemente rugosa quando a diferença de fase devido à variação da altura é muito menor que  $2\pi$ , e a inclinação em qualquer ponto na superfície é menor do que a unidade. Essas duas condições são necessárias para que o método perturbativo de primeira ordem possa ser aplicado. Podemos escrevê-las matematicamente como

$$|k\zeta \cos \theta_i| \ll 1 \quad (2.6a)$$

$$\left| \frac{d\zeta}{dx} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{d\zeta}{dy} \right| \ll 1 \quad (2.6b)$$

Consideremos inicialmente uma onda plana incidindo sobre um elemento de superfície rugosa  $\Delta S$ , onde estamos assumindo  $\Delta S$  como a área de um quadrado de lado  $L$  como podemos ver na figura 2.4. Assumindo ainda que:

- A onda incidente é horizontalmente polarizada;
- O plano de incidência é o plano  $xz$ ;
- A superfície rugosa é perfeitamente condutora;

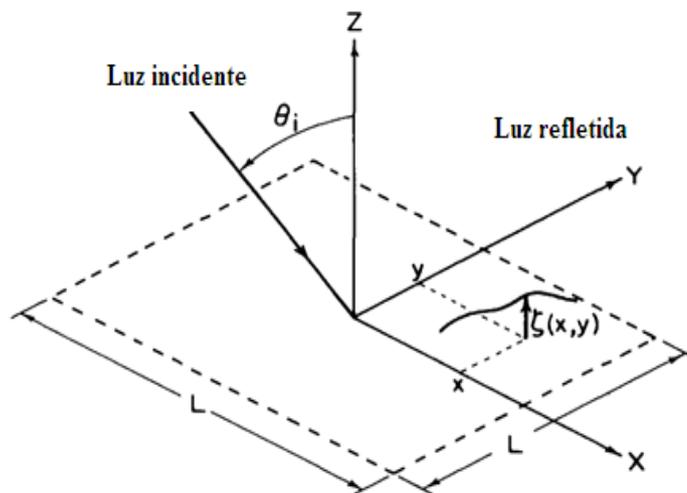
Dessa forma a onda incidente tem somente uma componente dada por

$$E_{yi}(x, z) = \exp(i\beta x - i\gamma z) \quad (2.7)$$

Onde  $\beta = k \sin \theta_i$  e  $\gamma = k \cos \theta_i$ . No entanto se a superfície é lisa, como comentamos anteriormente a onda incidente será refletida specularmente. Dessa forma como assumimos que a onda incidente é dada por (2.7) a onda refletida é simplesmente dada por

$$E_{yr}(x, z) = -\exp(i\beta x + i\gamma z) \quad (2.8)$$

**Figura – 2.4: Elemento de superfície rugosa  $\Delta S$  de lado  $L$ . Onde a altura da superfície rugosa é dada por  $\zeta(x, y)$ .**



O campo total sobre uma superfície rugosa é então dado pela soma de (2.7) e (2.8) mais o campo associado à onda espalhada pela superfície rugosa. Portanto, podemos expressar matematicamente a componente  $y$  do campo elétrico total como.

$$E_y(x, z) = E_{yi}(x, z) + E_{yr}(x, z) + E_{ys}(x, z) \quad (2.9)$$

onde expressaremos as componentes do campo elétrico associado as ondas espalhadas em termos de series de Fourier bidimensionais (direções  $x$  e  $y$  com período  $L$ ). Em particular para a componente  $y$  do campo espalhado  $E_{ys}(x, z)$  teremos

$$E_{ys} = \sum_m \sum_n B_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (2.10a)$$

$$E(\nu + m, n; z) = \exp \left[ i \left( \frac{2\pi}{L} \right) (\nu + m) + \left( \frac{2\pi}{L} \right) ny + ib(\nu + m, n)z \right] \quad (2.10b)$$

$$\beta = k \operatorname{sen} \theta_i = \left( \frac{2\pi}{L} \right) \nu$$

Em que  $m$ ,  $n$  e  $\nu$  são números inteiros. As equações (2.10a) e (2.10b) são chamadas de representação harmônica espacial.

Além disso, como  $E_y$  obedece à equação de onda,  $b(\nu + m, n)$  deve satisfazer a condição.

$$\left[ \left( \frac{2\pi}{L} \right) (\nu + m) \right]^2 + \left[ \left( \frac{2\pi}{L} \right) n \right]^2 + [b(\nu + m, n)]^2 = k^2 \quad (2.11)$$

As outras componentes do campo elétrico total são exclusivamente devido ao espalhamento sobre a superfície rugosa. Portanto de forma semelhante ao ocorrido para  $E_{ys}(x, y)$ , podemos expressá-las em termos de séries de Fourier em duas dimensões da seguinte forma:

$$E_x(x, y) = \sum_m \sum_n A_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (2.12)$$

$$E_z(x, z) = \sum_m \sum_n C_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (2.13)$$

Observamos ainda que como não há cargas livres sobre a superfície rugosa, devemos ter das Leis de Gauss  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ . Substituindo então as equações (2.9), (2.12) e (2.13) em  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , obtemos.

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)(\nu + m)A_{mn} + \left(\frac{2\pi}{L}\right)B_{mn} + b(\nu + m, n)C_{mn} = 0 \quad (2.14)$$

Logo, os coeficientes  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  e  $C_{mn}$  não são independentes. Pois, se dois deles são conhecidos, o terceiro pode ser encontrado através da equação (2.14).

Considerando  $\hat{N}$  sendo o vetor unitário normal a superfície rugosa. Então a componente tangencial do campo elétrico total  $\vec{E}$  pode ser escrita como

$$\vec{E}_t = \vec{E} - \hat{N}(\vec{E} \cdot \hat{N}) \quad (2.15)$$

Como estamos considerando a superfície perfeitamente condutora. Segue de imediato que na superfície devemos ter  $\vec{E}_t = 0$ . Reescrevendo agora a equação (2.15) em termos de suas componentes  $x$  e  $y$  e igualando elas a zero, teremos:

$$E_x - N_x(\vec{E} \cdot \hat{N}) = 0 \quad (2.16a)$$

$$E_y - N_y(\vec{E} \cdot \hat{N}) = 0 \quad (2.16b)$$

Além disso, como devemos ter por definição  $\vec{E}_t \cdot \hat{N} = 0$ , a componente  $z$  da equação (2.15) não é independente de (2.16a) e (2.16b).

Podemos ainda relacionar as componentes do vetor normal unitário  $\hat{N}$  com a altura da superfície  $\zeta(x, y)$  através das seguintes equações

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{N_y}{N_z} \quad (2.17a)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{N_x}{N_z} \quad (2.17b)$$

Usando então as equações (2.17a) e (2.17b), e condição  $\hat{N} \cdot \hat{N} = 1$ . Podemos escrever o vetor normal unitário  $\hat{N}$  como

$$\hat{N} = \left[ 1 + \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[ -\frac{\partial \zeta}{\partial x} \hat{x} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} \hat{y} + \hat{z} \right] \quad (2.18)$$

Das equações (2.9), (2.12) e (2.13) temos expressões completamente gerais para as componentes do campo elétrico total na superfície rugosa, onde em princípio as condições de contorno (2.16a) e (2.16b) devem ser usadas para determinar os coeficientes  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  e  $C_{mn}$ . Em geral, não é possível encontrar uma solução analítica aplicando essas condições de contorno ao conjunto de equações. No entanto é possível obter uma solução em primeira ordem usando o método perturbativo.

O método perturbativo consiste em escrever as variáveis relevantes em termos de potências de primeira ordem de uma quantidade pequena e adimensional denominada de  $\varepsilon$ . Assumindo ainda que:

$$\varepsilon \sim |k\zeta| \sim \left| \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right| \sim \left| \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right| \quad (2.19)$$

Usando o método perturbativo para expandir as componentes de  $\hat{N}$  em (2.18), em termos de potências de  $\varepsilon$  obtemos:

$$N_x = -\frac{\partial \zeta}{\partial x} + o(\varepsilon^3), \quad N_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} + o(\varepsilon^3), \quad N_z = 1 + o(\varepsilon^2) \quad (2.20)$$

Substituindo então (2.20) nas equações (2.16a) e (2.16b), e considerando apenas potências de primeira ordem de  $\varepsilon$ . Obtemos as seguintes expansões em primeira ordem para as condições de contorno.

$$E_x + \frac{\partial \zeta}{\partial x} E_z = 0 \quad (2.21a)$$

$$E_y + \frac{\partial \zeta}{\partial y} E_z = 0 \quad (2.21b)$$

Da equação (2.13), vemos que  $E_z$  surge somente devido ao espalhamento da luz sobre a superfície rugosa. Então para uma superfície lisa ( $k\zeta \rightarrow 0$ ),  $E_z$  deve desaparecer. Assim,  $E_z$  possui no mínimo ordem de  $\varepsilon$ . Portanto, de (2.21a) e (2.21b) temos que no mínimo.

$$E_z \sim \varepsilon, \quad E_x \sim \varepsilon^2, \quad E_y \sim \varepsilon^2. \quad (2.22)$$

De forma semelhante para polarização vertical é possível demonstrar que

$$E_z \sim \varepsilon^0, \quad E_x \sim \varepsilon, \quad E_y \sim \varepsilon. \quad (2.23)$$

Nosso próximo passo agora é obtermos expansões em primeira ordem para  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  em termos de  $\varepsilon$ . Para isso, sobre a superfície  $z = \zeta(x, y)$ , devemos expandir  $E(\nu + m, n; z)$  em uma série de Taylor em torno de  $z = 0$ . Dessa forma podemos escrever:

$$E(\nu + m, n; z) = E(\nu + m, n; 0)(1 + ib\zeta + \dots) \quad (2.24)$$

Podemos ainda expandir os coeficientes  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  e  $C_{mn}$  em séries de potências de  $\varepsilon$  como.

$$A_{mn} = A_{mn}^{(1)} + A_{mn}^{(2)} + \dots, \quad (2.25a)$$

$$B_{mn} = B_{mn}^{(1)} + B_{mn}^{(2)} + \dots, \quad (2.25b)$$

$$C_{mn} = C_{mn}^{(1)} + C_{mn}^{(2)} + \dots \quad (2.25c)$$

Onde  $A_{mn}^{(1)} \sim B_{mn}^{(1)} \sim C_{mn}^{(1)} \sim \varepsilon$ ,  $A_{mn}^{(2)} \sim B_{mn}^{(2)} \sim C_{mn}^{(2)} \sim \varepsilon^2$  e assim por diante.

Substituindo as equações (2.24), (2.25) em (2.9), (2.12) e (2.13) encontramos as seguintes expansões gerais para  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  sobre a superfície.

$$E_x = \sum_m \sum_n [A_{mn}^{(1)} + A_{mn}^{(2)} + \dots] E(\nu + m, n; 0)(1 + ib\zeta + \dots) \quad (2.26)$$

$$E_y = 2i(\gamma\zeta + \dots)e^{i\beta x} + \sum_m \sum_n [B_{mn}^{(1)} + B_{mn}^{(2)} + \dots] E(\nu + m, n; 0)(1 + ib\zeta + \dots) \quad (2.27)$$

$$E_z = \sum_m \sum_n [C_{mn}^{(1)} + C_{mn}^{(2)} + \dots] E(\nu + m, n; 0)(1 + ib\zeta + \dots) \quad (2.28)$$

Agora substituindo as equações (2.26), (2.27) e (2.28) em (2.21a), (2.21b) e (2.14). Assumindo ainda que possamos expressar a altura da superfície  $\zeta = \zeta(x, y)$  em termos de uma série de Fourier em duas dimensões da forma:

$$\zeta(x, y) = \sum_m \sum_n P(m, n) \exp\left(i \frac{2\pi m}{L} x + i \frac{2\pi n}{L} y\right) \quad (2.29)$$

Obtemos então as expressões para os coeficientes de primeira ordem das expansões das componentes do campo elétrico total.

$$A_{mn}^{(1)} = 0 \quad (2.30)$$

$$B_{mn}^{(1)} = -2i\gamma P(m, n) \quad (2.31)$$

$$C_{mn}^{(1)} = \frac{(2i\gamma)(2\pi n)}{b} P(m, n) \quad (2.32)$$

Podemos ainda escrever o campo elétrico total e o campo magnético total como.

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r + \vec{E}_s, \quad \vec{H} = \vec{H}_i + \vec{H}_r + \vec{H}_s \quad (2.33)$$

Onde  $\vec{E}_i$  e  $\vec{H}_i$ ,  $\vec{E}_r$  e  $\vec{H}_r$ ,  $\vec{E}_s$  e  $\vec{H}_s$  são respectivamente os campos elétricos e magnéticos associados: a onda incidente, a onda refletida specularmente de uma superfície lisa e a onda espalhada pela superfície rugosa.

Finalmente a solução em primeira ordem para o campo elétrico pode ser escrita como:

$$E_{iy} + E_{ry} = 2i \sin(\gamma z) e^{i\beta x}, \quad E_{sx} = 0 \quad (2.34a)$$

$$E_{sy} = \sum_m \sum_n B_{mn}^{(1)} E(v+m, n; z), \quad E_{sz} = \sum_m \sum_n C_{mn}^{(1)} E(v+m, n; z)$$

O campo magnético é obtido substituindo (2.33) e (2.34a) na equação  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H}$ , que é uma das equações de Maxwell para o caso particular em que  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  possuem dependência temporal do tipo harmônica ( $e^{-i\omega t}$ ). Dessa forma encontramos que:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (H_{ix} + H_{rx}) = -\frac{2\gamma \cos \gamma z}{k} e^{i\beta x}$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (H_{iz} + H_{rz}) = -\frac{2i\beta \sin \gamma z}{k} e^{i\beta x}$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sx} = \sum_m \sum_n D_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z) \quad (2.34b)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sy} = \sum_m \sum_n E_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sz} = \sum_m \sum_n F_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

Onde

$$D_{mn}^{(1)} = \left( \frac{2i\gamma}{bk} \right) \left\{ \left( \frac{2\pi n}{L} \right)^2 + b^2 \right\} P(m, n)$$

$$E_{mn}^{(1)} = \left( \frac{-2i\gamma}{bk} \right) \left( \frac{2\pi n}{L} \right) \left[ \frac{2\pi}{L} (\nu + m) \right] P(m, n)$$

$$F_{mn}^{(1)} = - \left( \frac{2i\gamma}{k} \right) \left[ \frac{2\pi}{L} (\nu + m) \right] P(m, n)$$

Logo, a solução completa em primeira ordem para o campo elétrico e campo magnético quando a onda incidente sobre a superfície rugosa é horizontalmente polarizada é constituída pelas equações (2.34a) e (2.34b). Onde a altura da superfície rugosa é caracterizada por uma expansão em série de Fourier em duas dimensões (2.29) com coeficientes  $P(m, n)$ .

De forma similar quando a onda incide com polarização vertical sobre a superfície rugosa é possível mostrar que.

$$E_{ix} + E_{rx} = -2i \cos \theta_i \sin(\gamma z) e^{i\beta x}$$

$$E_{iz} + E_{rz} = 2i \sin \theta_i \cos(\gamma z) e^{i\beta x}$$

$$E_{sx} = \sum_m \sum_n A_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z), \quad E_{sy} = \sum_m \sum_n B_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

$$E_{sz} = \sum_m \sum_n C_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z) \quad (2.35)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} (H_{iy} + H_{ry}) = -2 \cos \gamma z \quad , \quad \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sx} = \sum_m \sum_n D_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sy} = \sum_m \sum_n E_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_{sz} = \sum_m \sum_n F_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z)$$

Em que

$$A_{mn}^{(1)} = 2i \left[ k \cos^2 \theta_i - \left( \frac{2\pi m}{L} \right) \sin \theta_i \right] P(m, n)$$

$$B_{mn}^{(1)} = -2i \left( \frac{2\pi n}{L} \right) \sin \theta_i P(m, n)$$

$$C_{mn}^{(1)} = -\frac{1}{b} \left[ \frac{2\pi(\nu + m)}{L} A_{mn}^{(1)} + \frac{2\pi n}{L} B_{mn}^{(1)} \right]$$

$$D_{mn}^{(1)} = \frac{1}{k} \left[ \left( \frac{2\pi m}{L} \right) C_{mn}^{(1)} - b B_{mn}^{(1)} \right] \quad , \quad E_{mn}^{(1)} = \frac{1}{k} \left[ b A_{mn}^{(1)} - \frac{2\pi m}{L} C_{mn}^{(1)} \right]$$

$$F_{mn}^{(1)} = \frac{1}{k} \left[ \left( \frac{2\pi m}{L} \right) B_{mn}^{(1)} - \left( \frac{2\pi n}{L} \right) A_{mn}^{(1)} \right]$$

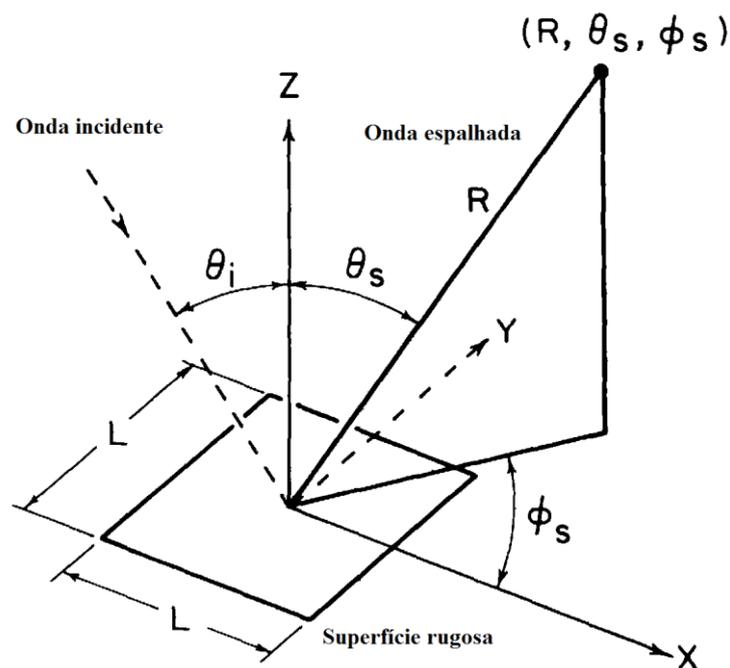
### 2.3 Dedução em Primeira Ordem da Seção de Choque de Espalhamento por Unidade de Área de uma Superfície Rugosa

Na seção anterior encontramos a solução para o campo elétrico sobre um elemento de superfície rugosa com área  $\Delta S = L^2$ . Este campo dá origem ao espalhamento em todas as direções. Consideremos agora o campo elétrico a uma distância  $R$  do elemento de área na direção  $(\theta_s, \phi_s)$  como pode ser visto na figura 2.5. Devemos tomar  $R$  grande o suficiente de tal forma que

$$R \gg \frac{L^2}{\lambda} \quad \text{e} \quad L \gg l \quad (2.36)$$

Onde  $l$  é o comprimento de correlação.

**Figura – 2.5:** Onda incidente sobre uma superfície rugosa na direção  $(\theta_i, \phi_i = 0)$  e a onda espalhada é observada na direção  $(\theta_s, \phi_s)$  a uma distância  $R$  da área  $L^2$ .



Fonte: Ishimaru, A., 1978 [12].

Queremos encontrar o campo elétrico no ponto  $(R, \theta_s, \phi_s)$ . Podemos então, geralmente dividi-lo em um campo coerente e o campo incoerente. O campo coerente na teoria de perturbação de primeira ordem é aproximadamente igual ao campo que teríamos se a superfície fosse lisa, ou seja, o campo devido à reflexão especular.

Então o campo incoerente surge devido ao espalhamento sobre a superfície rugosa, assim ele está diretamente relacionado aos coeficientes  $A_{mn}^{(1)}, B_{mn}^{(1)}, C_{mn}^{(1)}$ . Portanto estamos interessados em obter o campo incoerente no ponto  $(R, \theta_s, \phi_s)$ . Para isso, é necessário

relacionarmos o campo no elemento de superfície rugosa  $\Delta S$  e o campo longe. Em geral, o campo em  $\vec{r}$  devido ao campo em  $\vec{r}'$  numa superfície  $S$  é dado por [42]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \nabla \times \int_s \left[ \hat{N} \times \vec{E}(\vec{r}') \right] G_0(\vec{r}, \vec{r}') ds' + \frac{i}{\omega \mu_0} \nabla \times \nabla \times \int_s \left[ \hat{N} \times \vec{H}(\vec{r}') \right] G_0(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (2.37a)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \nabla \times \int_s \left[ \hat{N} \times \vec{H}(\vec{r}') \right] G_0(\vec{r}, \vec{r}') ds' - \frac{i}{\omega \mu_0} \nabla \times \nabla \times \int_s \left[ \hat{N} \times \vec{E}(\vec{r}') \right] G_0(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (2.37b)$$

$$\text{Onde } G_0(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Tomando o ponto de observação  $\vec{r}$  suficientemente longe da superfície  $S$ , onde estamos considerando a área de  $S$  igual a do elemento de área de superfície rugosa  $\Delta S = L^2$  em  $z=0$ . Logo, o campo elétrico distante no ponto  $(R, \theta_s, \phi_s)$  pode ser expresso em termos de  $E_x, E_y, H_x$  e  $H_y$  sobre a superfície  $\Delta S$  como

$$E_\theta = \frac{ik}{4\pi R} e^{ikR} I_\theta, \quad E_\phi = \frac{ik}{4\pi R} e^{ikR} I_\phi \quad (2.38)$$

Em que:

$$I_\theta = \int_{\Delta S} \left[ -\left( E_x \cos \phi_s + E_y \sin \phi_s \right) + Z_0 \left( H_x \sin \phi_s - H_y \cos \phi_s \right) \cos \theta_s \right] \exp(-ik\vec{r}' \cdot \hat{r}_s) dx' dy' \quad (2.39a)$$

$$I_\phi = \int_{\Delta S} \left[ \left( E_x \sin \phi_s - E_y \cos \phi_s \right) \cos \theta_s + Z_0 \left( H_x \cos \phi_s + H_y \sin \phi_s \right) \right] \exp(-ik\vec{r}' \cdot \vec{r}_s) dx' dy' \quad (2.39b)$$

onde que  $\vec{r}' \cdot \vec{r} = x' \sin \theta_s \cos \phi_s + y' \sin \theta_s \sin \phi_s$ , e  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

Podemos agora escrever a seção de choque de espalhamento por unidade de área da superfície rugosa  $\sigma$  em termos da equação (2.38). Para o caso particular, em que a onda incidente está polarizada horizontalmente, podemos usar a solução (2.34) para obtermos:

$$\sigma_{hh} = \frac{4\pi |E_\phi|^2 R^2}{|E_{in}|^2 L^2} = \frac{k^2 I_\phi I_\phi^*}{4\pi L^2} \quad (2.40a)$$

Onde o primeiro e segundo subscritos  $h$  significam respectivamente que o detector recebe ondas polarizadas horizontalmente, e que a onda incidente é horizontalmente polarizada. De forma similar, quando o detector recebe somente ondas polarizadas verticalmente  $E_\theta$  podemos escrever:

$$\sigma_{vh} = \frac{k^2 I_\theta I_\theta^*}{4\pi L^2} \quad (2.40b)$$

Para o caso em que a onda incide na superfície polarizada verticalmente é necessário usarmos a solução (2.35). Assim teremos que.

$$\sigma_{hv} = \frac{k^2 I_\phi I_\phi^*}{4\pi L^2} \quad (2.40c)$$

$$\sigma_{vv} = \frac{k^2 I_\theta I_\theta^*}{4\pi L^2} \quad (2.40d)$$

Como  $I_\phi$  e  $I_\theta$  devem variar de forma aleatória já que a superfície é rugosa, devemos tomar o valor médio do produto entre eles. Então teremos, por exemplo,

$$\sigma_{hh} = \frac{k^2 \langle I_\phi I_\phi^* \rangle}{4\pi L^2}, \quad \sigma_{vh} = \frac{k^2 \langle I_\theta I_\theta^* \rangle}{4\pi L^2} \quad (2.41)$$

Para calcularmos os valores médios em (2.41) é necessário inicialmente examinar a descrição estatística da superfície rugosa. Que será apresentado somente na seção seguinte.

## 2.4 Descrição Estatística da Superfície Rugosa

Nesta seção examinaremos a natureza estatística da superfície rugosa, pois até esse momento não apresentamos qualquer consideração estatística sobre a superfície. Como vimos anteriormente, a altura da superfície rugosa tem sido expressa em termos de uma serie de Fourier em duas dimensões dada por:

$$\zeta(x, y) = \sum_m \sum_n P(m, n) \exp\left(i \frac{2\pi m}{L} x + i \frac{2\pi n}{L} y\right) \quad (2.42)$$

Como a função  $\zeta(x, y)$  representa fisicamente a altura da superfície rugosa ela deve ser uma função real, para satisfazer esta condição pode ser demonstrado que é necessário termos  $P(m, n) = P^*(-m, -n)$ . Além disso, devido a sua natureza estatística,  $\zeta(x, y)$  é uma função aleatória e como consequência  $P(m, n)$  é uma variável aleatória. Assumimos, então que os coeficientes  $P(m, n)$  satisfazem estatisticamente as seguintes condições.

- (1)  $P(m, n)$  possui valor médio igual a zero
- (2) A correlação entre os coeficientes  $P(m, n)$  é nula para frequências espaciais diferentes.

Então matematicamente podemos escrever

$$\langle P(m, n) \rangle = 0 \quad (2.43a)$$

$$\langle P(m, n) P^*(m', n') \rangle = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \frac{1}{4} W\left(\frac{2\pi m'}{L}, \frac{2\pi n'}{L}\right) \quad (2.43b)$$

Em que  $\delta_{mm'}$  e  $\delta_{nn'}$  são deltas de Kronecker e  $W(p, q)$ , com  $p = \frac{2\pi m}{L}$  e  $q = \frac{2\pi n}{L}$ , é denominada de função densidade espectral da altura da superfície. Em geral,  $W(p, q)$  está relacionada com a função correlação da altura da superfície como mostraremos a seguir.

$$\begin{aligned} \langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle &= \sum_m \sum_n \sum_{m'} \sum_{n'} \langle P(m, n) P^*(m', n') \rangle \{ \\ &\quad \exp\left[i \frac{2\pi}{L} (mx_1 - m'x_2) + i \frac{2\pi}{L} (ny_1 - n'y_2)\right] \} \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  são pontos sobre a superfície rugosa.

Usando (2.43b) em (2.44) obtemos

$$\begin{aligned} \langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle = \sum_m \sum_n \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \frac{1}{4} W(p, q) \{ \\ \exp[ip(x_1 - x_2) + iq(y_1 - y_2)] \} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Se  $L$  é muito maior que o comprimento de correlação, podemos considerar que  $L \rightarrow \infty$  e o somatório em (2.45) torna-se uma integral. Então teremos que.

$$\begin{aligned} \langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dpdq \{ \\ W(p, q) \exp[ip(x_1 - x_2) + iq(y_1 - y_2)] \} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Invertendo a equação (2.46) encontramos que

$$W(p, q) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_d dy_d \langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle \exp(-ipx_d - iqy_d) \quad (2.47)$$

Onde  $x_d = x_1 - x_2$  e  $y_d = y_1 - y_2$ , então de (2.47) vemos que  $W(p, q)$  é a transformada de Fourier da função correlação da altura da superfície. Além disso, ainda da equação (2.47) obtemos o significado físico da função densidade espectral  $W(p, q)$ , pois  $W(p, q) dpdq$  nos dá a quantidade de componentes de números de ondas espaciais que a superfície rugosa tem entre  $p$  e  $p + dp$  na direção  $x$  e entre  $q$  e  $q + dq$  na direção  $y$ .

## 2.5 Seção de Choque por Unidade de Área de Superfície Rugosa

Agora que conhecemos a descrição estatística da superfície rugosa iremos encontrar uma expressão para a seção de choque para uma onda que incide polarizada horizontalmente dada pela equação (2.41). Logo, é necessário calcularmos valores médios do tipo  $\langle I_\phi I_\phi^* \rangle$  e

$\langle I_\theta I_\theta^* \rangle$ , mas primeiramente devemos calcular  $I_\phi$  e  $I_\theta$ . Para isso, devemos substituir  $\vec{E}_s$  e  $\vec{H}_s$ , expressando  $I_\phi$  e  $I_\theta$  em termos dos coeficientes da expansão em série de Fourier da altura da superfície rugosa. Dessa forma é possível mostrar que.

$$\left. \begin{matrix} I_\theta \\ I_\phi \end{matrix} \right\} = \int_{\Delta S} dx' dy' \sum_m \sum_n \left\{ \begin{matrix} f_\theta(m, n) \\ f_\phi(m, n) \end{matrix} \right\} P(m, n) \exp(ip'x' + iq'y') \quad (2.48)$$

Em que

$$p' = \frac{2\pi}{L}(v+m) - k \sin \theta_s \cos \phi_s, \quad q' = \frac{2\pi}{L}n - k \sin \theta_s \sin \phi_s$$

$$f_\theta = -(e_x \cos \phi_s + e_y \sin \phi_s) + (h_x \sin \phi_s - h_y \cos \phi_s) \cos \theta_s$$

$$f_\phi = (e_x \sin \phi_s - e_y \cos \phi_s) \cos \theta_s + (h_x \cos \phi_s + h_y \sin \phi_s)$$

$$e_x = \frac{A_{mn}^{(1)}}{P(m, n)}, \quad e_y = \frac{B_{mn}^{(1)}}{P(m, n)}, \quad h_x = \frac{D_{mn}^{(1)}}{P(m, n)}, \quad h_y = \frac{E_{mn}^{(1)}}{P(m, n)}$$

Calculemos então o valor de  $\langle I_\phi I_\phi^* \rangle$  a partir da equação (2.48), teremos que:

$$\begin{aligned} \langle I_\phi I_\phi^* \rangle &= \int dx' \int dy' \int dx'' \int dy'' \sum_m \sum_n \sum_{m'} \sum_{n'} f_\phi(m, n) f_\phi^*(m', n') \{ \\ &\quad \langle P(m, n) P^*(m', n') \rangle \exp(ip'x' + iq'y') \exp(-ip''x'' - iq''y'') \} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Substituindo (2.5.2b) em (2.6.2), encontramos:

$$\begin{aligned} \langle I_\phi I_\phi^* \rangle &= \int dx' \int dy' \int dx'' \int dy'' \sum_m \sum_n |f_\phi(m, n)|^2 \{ \\ &\quad \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \frac{1}{4} W \left( \frac{2\pi m}{L}, \frac{2\pi n}{L} \right) \exp(ip'x_d + iq'y_d) \} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Em que  $x_d = x' - x''$  e  $y_d = y' - y''$ . Podemos usar ainda

$$\int dx' \int dx'' = \int dx_d \int dx_c$$

$$\int \exp(iKx_d) dx_d \rightarrow 2\pi\delta(K), \text{ quando } L \rightarrow \infty$$

Onde  $x_c = \frac{1}{2}(x'+x'')$ ,  $y_c = \frac{1}{2}(y'+y'')$  e  $\delta(K)$  a função delta de Dirac. Dessa forma podemos reescrever (2.51) como

$$\langle I_\phi I_\phi^* \rangle = \sum_m \sum_n |f_\phi(m, n)|^2 (2\pi)^4 \frac{1}{4} W(p, q) \delta(p') \delta(q') \quad (2.52)$$

No limite em que  $L \rightarrow \infty$ , podemos converter os somatórios em (2.52) em integrais.

Assim, tomando o limite de  $L \rightarrow \infty$ , teremos que  $\sum_m \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int dp$  e  $\sum_n \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int dq$ . Logo, obtemos que:

$$\langle I_\phi I_\phi^* \rangle = L^2 \int dp \int dq |f_\phi(p, q)|^2 \frac{1}{4} W(p, q) (2\pi)^2 \delta(p') \delta(q') \quad (2.53)$$

Em que

$$p = \frac{2\pi m}{L}, \quad q = \frac{2\pi n}{L}, \quad \beta = k \sin \theta_i = \frac{2\pi}{L} v$$

$$p' = p + \beta - k \sin \theta_s \cos \phi_s, \quad q' = q - k \sin \theta_s \sin \phi_s.$$

Sabemos ainda que uma das propriedades da função delta de Dirac é

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \quad (2.54)$$

Observando ainda que

$$\delta(p') = \delta(p - \beta + k \sin \theta_s \cos \phi_s) = \delta(p - (-\beta + k \sin \theta_s \cos \phi_s)) \quad (2.55a)$$

$$\delta(q') = \delta(q - k \sin \theta_s \sin \phi_s) \quad (2.55b)$$

Substituindo então (2.55a) e (2.55b) em (2.53) e usando (2.54), encontramos:

$$\langle I_\phi I_\phi^* \rangle = \frac{(2\pi)^2}{4} L^2 |f_\phi(p, q)|^2 W(p, q) \quad (2.56)$$

Onde redefinimos  $p$  e  $q$  como

$$p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i, \quad q = k \sin \theta_s \sin \phi_s \quad (2.57)$$

Finalmente substituindo (2.55) em (2.52), teremos:

$$\sigma_{hh} = \frac{\pi k^2}{4} |f_\phi(p, q)|^2 W(p, q) \quad (2.59)$$

Similarmente, podemos obter que:

$$\sigma_{vh} = \frac{\pi k^2}{4} |f_\theta(p, q)|^2 W(p, q) \quad (2.60)$$

De forma semelhante, para ondas que incidem verticalmente polarizadas é possível mostrar que:

$$\sigma_{hv} = \frac{\pi k^2}{4} |f_\phi(p, q)|^2 W(p, q) \quad (2.61)$$

$$\sigma_{vv} = \frac{\pi k^2}{4} |f_\theta(p, q)|^2 W(p, q) \quad (2.62)$$

Podemos ainda obter expressões relativamente simples para  $f_\phi$  e  $f_\theta$  em termos dos parâmetros  $k$ ,  $\theta_i$ ,  $\theta_s$  e  $\phi_s$ . Por exemplo, calculemos  $f_\phi$  para uma onda que incide polarizada horizontalmente sobre a superfície rugosa. Vimos anteriormente que  $f_\phi$  é dado por

$$f_\phi = (e_x \sin \phi_s - e_y \cos \phi_s) \cos \theta_s + (h_x \cos \phi_s + h_y \sin \phi_s) \quad (2.63)$$

Para uma onda incidente horizontalmente polarizada teremos que

$$e_x = 0, \quad e_y = -2i\gamma, \quad h_x = \left( \frac{2i\gamma}{bk} \right) (q^2 + b^2), \quad h_y = \left( -\frac{2i\gamma}{bk} \right) q(p + \beta) \quad (2.64)$$

Substituindo (2.64) em (2.63), obtemos:

$$f_\phi = 4ik \cos \theta_i \cos \theta_s \cos \phi_s \quad (2.65)$$

Logo ao substituir (2.65) em (2.59) encontramos a expressão final para  $\sigma_{hh}$ . Portanto, teremos que:

$$\sigma_{hh} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta_s \cos^2 \phi_s W(p, q) \quad (2.66a)$$

Similarmente é possível mostrar que

$$\sigma_{vh} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_i \sin^2 \phi_s W(p, q) \quad (2.66b)$$

$$\sigma_{hv} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s W(p, q) \quad (2.66c)$$

$$\sigma_{vv} = 4\pi k^4 (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 W(p, q) \quad (2.66d)$$

Em que  $W(p, q)$  é calculado em  $p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i$  e  $q = k \sin \theta_s \sin \phi_s$ .

Esta análise pode ser estendida para incluir o espalhamento a partir de uma interface rugosa dielétrica [43,44]. Para isso, consideremos  $\varepsilon_r$  sendo a constante dielétrica complexa da interface dielétrica. Dessa forma poderemos escrever:

$$\sigma_{hh} = 4\pi k^2 \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta_s \cos^2 \phi_s |\alpha_{hh}|^2 W(p, q) \quad (2.67)$$

Onde

$$\alpha_{hh} = - \frac{(\varepsilon_r - 1)}{\left[ \cos \theta_i + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ \cos \theta_s + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.68)$$

Similarmente, podemos escrever expressões semelhantes à equação (2.68) para as demais seções de choque. Para isso, basta trocarmos  $\sigma_{hh}$  por  $\sigma_{vh}$ ,  $\sigma_{hv}$  ou  $\sigma_{vv}$ , e substituímos  $\alpha_{hh}$  respectivamente por  $\alpha_{vh}$ ,  $\alpha_{hv}$  e  $\alpha_{vv}$ . Dessa forma teremos que.

$$\sigma_{vh} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_i \sin^2 \phi_s |\alpha_{vh}|^2 W(p, q) \quad (2.69)$$

$$\sigma_{hv} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 W(p, q) \quad (2.70)$$

$$\sigma_{vv} = 4\pi k^4 (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 W(p, q) \quad (2.71)$$

Onde  $\alpha_{vh}$ ,  $\alpha_{hv}$  e  $\alpha_{vv}$  são dados por

$$\alpha_{vh} = \frac{(\varepsilon_r - 1)(\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}}}{\left[ \cos \theta_i + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ \varepsilon_r \cos \theta_s + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.72)$$

$$\alpha_{hv} = \frac{(\varepsilon_r - 1)(\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{\left[ \varepsilon_r \cos \theta_i + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ \cos \theta_s + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.73)$$

$$\alpha_{vv} = \frac{(\varepsilon_r - 1) \left[ \varepsilon_r \sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}} (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[ \varepsilon_r \cos \theta_i + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}} \right] \left[ \varepsilon_r \cos \theta_s + (\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (2.74)$$

## 2.6 Efeito da Variação Temporal da Superfície Rugosa

Até agora tratamos apenas os casos em que a superfície rugosa não varia no tempo, então nessa seção iremos incluir nas expressões obtidas nas seções anteriores à variação temporal da superfície rugosa. Da equação (2.42) temos que cada componente harmônica espacial deve se mover com uma velocidade de fase definida. Como por exemplo, no caso das ondas marítimas, é possível mostrar de forma idealizada que elas viajam com uma velocidade de fase  $v_p = \sqrt{\frac{gl}{2\pi}}$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $l$  é o comprimento de onda. Logo, a frequência angular  $\omega_r$  correspondente a essa velocidade de fase será.

$$\omega_r = \frac{2\pi}{l} v_p = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} g \quad (2.75)$$

Como podemos ver na expressão (2.42) para a altura da superfície rugosa as componentes dos números de onda nas direções  $x$  e  $y$  são respectivamente  $\frac{2\pi m}{L}$  e  $\frac{2\pi n}{L}$ ,

então podemos escrever a frequência angular  $\omega_{mn}$  para essas componentes (usando a mesma abordagem que para ondas marítimas) como.

$$\omega_{mn} = \left\{ g \left[ \left( \frac{2\pi}{L} m \right)^2 + \left( \frac{2\pi}{L} n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.76)$$

Usando ainda as definições de  $p$  e  $q$  vistas na seção 2.3, podemos reescrever a equação (2.76) como

$$\omega_{mn} = \left[ g (p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.77)$$

Então agora podemos escrever a altura da superfície rugosa como uma função  $x$ ,  $y$ , e  $t$ . Para isso usaremos a mesma representação harmônica da equação (2.42), porém dessa vez além da parte espacial adicionaremos a parte temporal. Assim temos.

$$\zeta(x, y, t) = \sum_m \sum_n P(m, n) \exp\left(i \frac{2\pi m}{L} x + i \frac{2\pi n}{L} y - i \omega_{mn} t\right) \quad (2.78)$$

Dessa forma a função correlação das alturas da superfície rugosa dada pela expressão (2.46) torna-se:

$$\langle \zeta(x_1, y_1, t_1) \zeta(x_2, y_2, t_2) \rangle = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp dq W(p, q) \exp(ipx_d + iqy_d - i\omega_{mn}\tau) \quad (2.79)$$

Em que  $\tau = t_1 - t_2$ .

Logo observamos que para obtermos a função de correlação das alturas da superfície rugosa dependente do tempo dada pela equação (2.79) a partir da função de correlação independente do tempo (2.46), basta trocar  $W(p, q)$  por  $W(p, q) \exp(-i\omega_r \tau)$ . Assim, a variação temporal da seção de choque  $\sigma$  pode ser escrita como:

$$\sigma = \frac{\pi k^2}{4} |f(p, q)|^2 W(p, q) \exp(-i\omega_r \tau) \quad (2.80)$$

Onde  $p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i$  e  $q = k \sin \theta_s \sin \phi_s$ .

A partir da equação (2.80), com suas versões para diferentes polarizações, pode-se obter, para uma região fixa no espaço, a evolução do padrão de speckle em função do tempo. A correlação entre esses padrões de speckle em instantes diferentes deve conter informação da atividade da superfície. Embora a dependência aqui usada seja do tipo harmônica, é possível utilizar outras dependendo da superfície analisada.

### **3 METODOLOGIA**

Descreveremos aqui a metodologia empregada para o desenvolvimento desta dissertação. Apresentaremos inicialmente o aparato experimental usado na detecção das imagens de biospeckle produzidos a partir do espalhamento da luz incidente na amostra analisada. Em seguida, será descrito o roteiro adotado para simular os padrões de speckle a partir das seções de choque de espalhamento determinadas analiticamente no capítulo 2. Para ambos os casos, será apresentado também como são obtidas as correlações entre imagens de speckle em função do tempo a partir dos padrões detectados ou simulados.

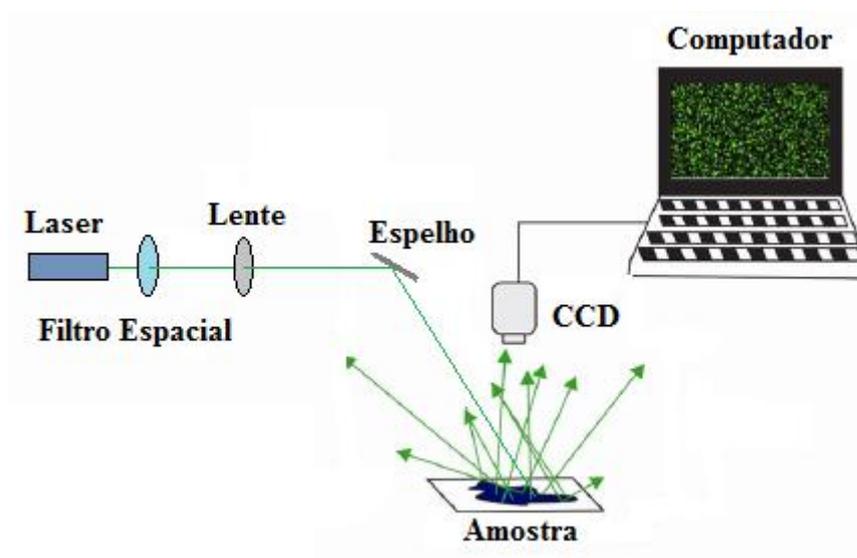
#### **3.1 Aparato Experimental**

Uma das vantagens em utilizar o biospeckle ao invés de técnicas ópticas mais tradicionais encontra-se no fato de sua montagem experimental ser relativamente mais simples e possuir baixo custo. Os equipamentos necessários para experimentos com biospeckle consistem essencialmente de um laser, um dispositivo CCD de média resolução, computador, lentes objetivas, e eventualmente espelhos, polarizadores e filtros espaciais.

Nos estudos realizados nesta dissertação usamos a configuração geometria imagem (seção 1.5). Além disso, o arranjo experimental foi configurado para obter biospeckle por reflexão.

A figura 3.1 mostra a configuração experimental utilizada para a realização do experimento com biospeckle. A fonte de luz utilizada foi um laser de estado sólido (LASER CUBE - Coherent) operando com comprimento de onda em 635 nm com potência nominal de saída de até 25 mW. O dispositivo CCD utilizado foi uma câmera (MICROSOFT VX-800) com uma resolução de 1.3 Mp e taxa de aquisição de até 30 fps (quadros por segundos).

**Figura – 3.1: Configuração experimental usada nos experimentos de biospeckle.**



Fonte: Autor, 2012.

Na figura 3.1 podemos observar o aparato experimental usado para captura dos padrões de speckle. A luz laser é emitida e passa por um filtro espacial para que a intensidade do feixe seja uniformemente distribuída. Em seguida, é captada por uma lente convergente, depois é refletida por um espelho para que incida sobre a amostra. Ao incidir na amostra a luz é espalhada devido à rugosidade em sua superfície e os raios espalhados sofrem múltiplas interferências dando origem ao padrão de speckle conforme descrito na seção 1.5. A câmera CCD então captura estes padrões (durante o período em que o sistema permanecer ligado), logo após, os dados da CCD chegam ao computador onde é feita a conversão em imagem digital. Assim, como a amostra possui atividade biológica, o padrão de speckle (biospeckle) gerado tem sua forma modificada com o passar do tempo, então uma medida da correlação entre as imagens gravadas em dois instantes de tempo distintos pode fornecer uma informação da atividade da superfície analisada. A medida de correlação adotada para esse tipo de investigação foi o coeficiente de correlação de Pearson.

O registro dos padrões de speckle foi realizado através de uma câmera CCD conectada a um microcomputador (ver Figura 3.1). A CCD grava um vídeo da evolução do padrão de speckle em certo intervalo de tempo. Um programa é usado para converter o vídeo em uma

sequência de imagens. As imagens são convertidas para uma escala de cinza (variando de 0 a 255), e então são transformadas em matrizes cujo tamanho depende da resolução da câmera usada. Os elementos dessas matrizes contêm as informações das variações de intensidades no plano do sensor da câmera CCD. Com essas matrizes calculamos o coeficiente de correlação de Pearson em função do tempo.

### 3.2 Coeficiente de Correlação de Pearson

Na teoria da estatística descritiva, o coeficiente de correlação nos dá uma medida do grau de dependência linear ente duas variáveis. Dependendo da natureza da situação analisada podemos ter diferentes tipos de coeficientes de correlação, o mais conhecido é o **coeficiente de correlação de Pearson** [10,11]. Nesta dissertação usaremos esse coeficiente porque é o mais indicado para medir a relação linear entre duas variáveis aleatórias. Matematicamente o coeficiente de correlação de Pearson é dado por [5].

$$C = \frac{\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})(x_i - \bar{x})}{\left( \sqrt{\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2} \right) \left( \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad (3.1)$$

Onde  $r_i$  são os valores de tons de cinza correspondentes aos pontos da imagem de referência cuja média é  $\bar{r}$  e  $x_i$  são os valores de tons de cinza correspondentes aos pontos da imagem do padrão alterado cuja média é  $\bar{x}$ . Onde o coeficiente de correlação  $C$  pode variar de -1 a 1.  $C = 1$  significa que existe uma correlação perfeita positiva entre as duas variáveis. Já  $C = -1$  significa uma correlação negativa perfeita entre as duas variáveis, ou seja, se uma aumenta a outra sempre diminui. Entretanto se  $C = 0$  significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra. No entanto, pode existir uma dependência não linear. Assim, o resultado  $C = 0$  deve ser investigado por outros métodos.

### 3.3 Descrição da Análise do Coeficiente de Correlação

Para observar a evolução temporal da atividade de uma dada superfície, mede-se o coeficiente de correlação entre os padrões de speckle produzidos por ela em um determinado intervalo de tempo. Quando a amostra é inicialmente iluminada forma-se o padrão de speckle que é registrado como referência. Como a amostra é ativa, os centros espalhadores estão em movimento, mudando assim frequentemente com o tempo os caminhos ópticos entre cada ponto da superfície examinada e cada ponto do plano de observação, onde o padrão de speckle é formado. Dessa forma, ocorre a mudança das fases relativas das frentes de onda, alterando assim a condição inicial de interferência e conseqüentemente o padrão inicial de speckle. Isto pode ser observado através de alterações no brilho e no formato dos grãos de speckle que ocorrem devido à variação da condição inicial de iluminação que acontece em consequência do movimento dos centros espalhadores que compõem a superfície.

Assim, o coeficiente de correlação de Pearson pode ser usado como estimador de atividade de uma determinada superfície. Para obtermos tal parâmetro registramos um padrão de speckle inicial como referência. Como o meio é ativo o padrão inicial é alterado ao longo do tempo, então se efetuam os registros dos padrões subsequentes. Para comparação com o padrão de speckle de referência é calculado o coeficiente de correlação de cada um dos outros padrões com a imagem inicial. Ao final desse processo, obtemos para cada instante de tempo, um valor para o coeficiente de correlação, que pode ser exibido em um gráfico como função do tempo.

### 3.4 Amostras

A amostra usada no experimento de biospeckle foi uma folha recém colhida que pode ser vista na figura 3.2. Neste experimento não nos preocupamos em identificar técnica e cientificamente a folha.

**Figura – 3.2: Folha recém colhida usada como amostra.**



Fonte: Autor, 2012.

A amostra foi colhida em uma vegetação existente próxima ao laboratório e sua análise imediatamente iniciada (máximo 30s após). Os experimentos foram repetidos mantendo-se os mesmos procedimentos de colheita e sempre a tarde por volta das 15 horas.

### **3.5 Simulações**

Apresentaremos agora a abordagem seguida para determinar o espalhamento de luz a partir de uma superfície rugosa, e em seguida simular a evolução do coeficiente de correlação de Pearson com o tempo.

#### **3.5.1 Simulação da Evolução Temporal do Coeficiente de Correlação de Pearson**

Para simularmos a variação temporal do coeficiente de correlação entre os padrões de speckle que surgem devido ao espalhamento de luz laser sobre uma superfície levemente rugosa, partiremos das expressões obtidas no capítulo anterior para as seções de choque de espalhamento por unidade de área de superfície rugosa. Como os experimentos realizados nesta dissertação foram realizados com laser verticalmente polarizados, usaremos as expressões (2.70) e (2.71) para as seções de choque obtidas para a situação em que a luz incide polarizada verticalmente. Assim temos que

$$\sigma_{hv} = 4\pi k^4 \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 W(p, q) \quad (3.2)$$

$$\sigma_{vv} = 4\pi k^4 (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 W(p, q) \quad (3.3)$$

Considerando ainda que o sensor CCD utilizado detecte tanto o feixe que chega verticalmente quanto o que chega horizontalmente polarizado, podemos definir a seção de choque total como:

$$\sigma_t = a\sigma_{hv} + b\sigma_{vv} \quad (3.4)$$

Onde  $a$  e  $b$  são parâmetros incluídos para levar em conta a radiação espalhada com outras polarizações decompostas nas direções horizontal e vertical, respectivamente. Substituindo (3.2) e (3.3) em (3.4) temos

$$\sigma_t = 4\pi k^4 \left[ a \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 + b (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 \right] W(p, q) \quad (3.5)$$

Onde  $W(p, q)$  deve ser calculado em  $p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i$ ,  $q = k \sin \theta_s \sin \phi_s$

Podemos observar de (3.5) que para utilizarmos  $\sigma_t$  precisamos conhecer a função densidade espectral da altura da superfície  $W(p, q)$ . Na literatura [45,46,47] encontramos frequentemente que a função correlação das alturas da superfície rugosa  $\langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle$  assume um perfil gaussiano. Dessa forma, assumindo  $\langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle$  como [48]:

$$\langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle = h^2 \exp\left(-\frac{x_d^2}{l^2} - \frac{y_d^2}{l^2}\right) \quad (3.6)$$

Onde  $h$  é o desvio médio quadrático das alturas da superfície rugosa e  $l$  é o comprimento de correlação.

Vimos no capítulo anterior que é possível escrevermos  $W(p, q)$  como

$$W(p, q) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_d dy_d \langle \zeta(x_1, y_1) \zeta(x_2, y_2) \rangle \exp(-ipx_d - iqy_d) \quad (3.7)$$

Substituindo então (3.6) em (3.7) teremos

$$W(p, q) = \frac{h^2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_d dy_d \exp \left[ \left( -\frac{x_d^2}{l^2} - ipx_d \right) + \left( -\frac{y_d^2}{l^2} - iqy_d \right) \right] \quad (3.8)$$

Se definirmos  $B = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_d dy_d \exp \left[ \left( -\frac{x_d^2}{l^2} - ipx_d \right) + \left( -\frac{y_d^2}{l^2} - iqy_d \right) \right]$  é possível mostrar que

$$B = l^2 \pi \exp \left[ -\frac{l^2}{4} (p^2 + q^2) \right] \quad (3.9)$$

Dessa forma obtemos que a função densidade espectral da altura da superfície  $W(p, q)$  é dado por

$$W(p, q) = \frac{h^2 l^2}{\pi} \exp \left[ -\frac{l^2}{4} (p^2 + q^2) \right] \quad (3.10)$$

Ao substituir essa expressão em (3.5) encontramos que

$$\sigma_i = 4h^2 l^2 k^4 \left[ a \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 + b (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 \right] \exp \left[ -\frac{l^2}{4} (p^2 + q^2) \right]$$

Lembrando ainda que  $p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i$ ,  $q = k \sin \theta_s \sin \phi_s$ . Encontramos finalmente que

$$\sigma_i = 4h^2 l^2 k^4 \left[ a \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 + b (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 \right] \left\{ \exp \left[ -\frac{l^2 k^2}{4} (\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i)^2 - \frac{l^2 k^2}{4} (\sin \theta_s \sin \phi_s)^2 \right] \right\} \quad (3.11)$$

A equação (3.11) é a expressão geral para a seção de choque da radiação espalhada que é detectada pela CCD. Porém temos ainda que adicionar a parte temporal para completarmos a expressão. Vimos no capítulo 2 (seção 2.6) que a seção de choque de espalhamento por unidade de área de superfície rugosa para uma onda marítima é dada por

$$\sigma = \frac{\pi k^2}{4} |f(p, q)|^2 W(p, q) \exp(-i\omega_i \tau) \quad (3.12)$$

Onde

$$\omega_r = \left[ g (p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.13)$$

Sendo  $p = k \sin \theta_s \cos \phi_s - k \sin \theta_i$  e  $q = k \sin \theta_s \sin \phi_s$ .

Lembrando que a expressão (3.12) foi deduzida com  $\omega$  dada por (3.13) para uma onda marítima, ou seja, a rugosidade para a superfície do oceano varia praticamente de forma harmônica no tempo. No entanto em nosso caso, em que observamos uma folha recém colhida da planta, é natural esperarmos que a atividade biológica da planta decaia exponencialmente com o tempo, tendo em vista que o mesmo é um processo de degradação quimicamente ativo (processo regido por equações de taxas que resultam em decaimentos exponenciais). Assim nesta dissertação vamos supor que a atividade da folha decai exponencialmente com o tempo, que é equivalente a fazermos  $\omega_r \rightarrow -i\omega_r$  na expressão (3.12). Dessa forma teremos que a evolução temporal da seção de choque por unidade de superfície rugosa será dada por.

$$\sigma_r = 4h^2 l^2 k^4 \left[ a \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s |\alpha_{hv}|^2 + b (\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \phi_s)^2 |\alpha_{vv}|^2 \right] \left\{ \exp \left[ -\frac{l^2 k^2}{4} (\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i)^2 - \frac{l^2 k^2}{4} (\sin \theta_s \sin \phi_s)^2 \right] \exp[-\omega_r t] \right\} \quad (3.14)$$

Podemos então agora simular a evolução temporal do coeficiente de correlação dos padrões de speckle  $C(t)$ . Para isso devemos partir da equação (3.14) que nos dá a evolução temporal da seção de choque por unidade de superfície rugosa total  $\sigma_r$  para a situação em que a luz incide polarizada verticalmente. Pois, dá forma como  $\sigma$  é definido pela equação (2.4) vemos que a intensidade da luz espalhada pela superfície  $I_s$  deve ser proporcional a  $\sigma$ . Portanto, podemos usar a equação (3.14) para simular  $C(t)$ .

Então, partindo de  $\sigma_r$ , é necessário construir uma matriz a partir dos valores obtidos para  $\sigma_r$ , quando fazemos  $t=0$  e variamos  $\theta$  e  $\phi$ . Essa matriz será usada como referência para comparação com as outras matrizes obtidas para  $t$  maior que zero. Depois construiremos novas matrizes variando novamente  $\theta$  e  $\phi$ , mas dessa vez também fazemos  $t$  variar. Então calculamos o coeficiente de correlação entre cada matriz que evoluiu no tempo com a matriz

referência, obtendo assim uma série de valores para o coeficiente de correlação que podem ser apresentados em um gráfico  $C \times t$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados experimentais e teóricos encontrados para a variação temporal do coeficiente de correlação entre os padrões de biospeckle obtidos através do aparato experimental e a amostra apresentada do capítulo 3. Além disso, realizamos um ajuste do tipo exponencial decrescente tanto aos resultados experimentais quanto aos teóricos. E finalmente comparamos os resultados obtidos experimentalmente ao teórico.

### 4.1 Resultados Experimentais

A figura 4.1 mostra o padrão de speckle gravado pela câmera CCD para o instante  $t = 0$ , usando o aparato experimental e a amostra descritos no capítulo anterior.

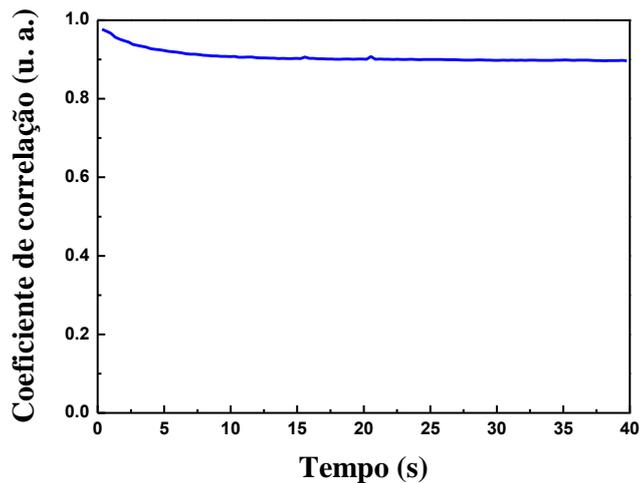
**Figura – 4.1: Padrão de speckle obtido para o tempo  $t = 0$ .**



Fonte: Autor, 2012.

Para investigar o comportamento temporal do coeficiente de correlação de Pearson para os padrões de speckle gravados foi utilizado o procedimento já descrito no capítulo anterior. Os valores para o coeficiente de correlação foram calculados para  $t > 0$  usando como referência o padrão obtido para  $t = 0$  visto na figura 4.1. A figura 4.2 mostra o coeficiente de correlação de Pearson em função do tempo para  $t$  variando de 0 a 40 segundos. Esta variação de tempo a princípio pode parecer insuficiente para avaliarmos o comportamento da atividade na amostra, porém, podemos encontrar na literatura [49] tempos inferiores a este, em torno de 15 s.

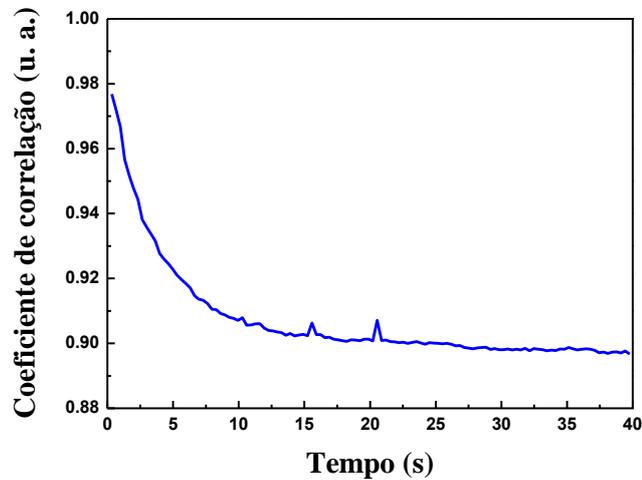
**Figura – 4.2: Evolução temporal do coeficiente de correlação de Pearson obtido experimentalmente.**



Fonte: Autor, 2012.

Já a figura 4.3 mostra os mesmos resultados, com o eixo das ordenadas variando de 0,88 a 1, para permitir melhor visualização da evolução temporal do coeficiente de correlação.

**Figura – 4.3: Evolução temporal do coeficiente de correlação de Pearson com o eixo das ordenadas variando de 0,88 a 1.**



Fonte: Autor, 2012.

Como podemos observar na figura 4.3 o coeficiente de correlação de Pearson tem uma pequena queda aproximadamente até  $t = 20$  segundos. Depois desta queda inicial ele permanece praticamente constante. Isso significa que os padrões de speckle gerados para  $t > 20$  segundos não mudam de forma significativa ao longo do tempo restante do experimento, em relação ao padrão gerado em  $t = 20$  segundos.

Físico quimicamente esse comportamento pode ser explicado pelo fato de a amostra da folha colhida estar evoluindo através de um mecanismo de degradação devido a um processo de perda de atividade biológica, uma vez que o vínculo com a planta foi perdido. Assim que a folha é colhida sua atividade começa a diminuir rapidamente. Em um curto intervalo de tempo é possível registrar padrões de speckle diferentes que produzem coeficientes de correlação diferentes. Mas após esse intervalo, com a atividade praticamente nula, os coeficientes de correlação tendem a uma constante.

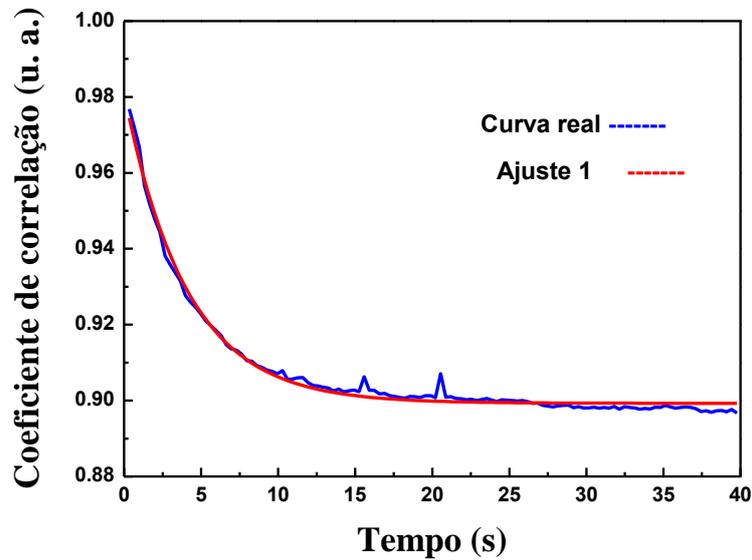
Devido ao comportamento aparentemente exponencial visto na figura 4.3 para o coeficiente de correlação em função do tempo, fizemos um ajuste dele com uma exponencial decrescente do tipo:

$$C(t) = A_0 + A_1 \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) \quad (4.1)$$

Onde  $A_0, A_1$  e  $t_1$  são constantes a serem determinadas através do ajuste da curva.

A figura 4.4 mostra os resultados obtidos experimentalmente e o ajuste realizado com uma exponencial decrescente. Pode-se observar na figura 4.4 um bom ajuste da curva exponencial com a curva real.

**Figura – 4.4: Coeficiente de correlação de Pearson como função do tempo e ajuste exponencial.**



Fonte: Autor, 2012.

Na tabela 4.1 são mostrados os valores obtidos a partir do ajuste exibido na figura 4.4. A constante de tempo característica encontrada  $t_1 = 4s$  indica que o processo de degradação da folha após sua colheita, é realmente rápido, mesmo considerando os 30 segundos iniciais antes do início de sua análise experimental.

**Tabela – 4.1: Valores das constantes obtidos para o ajuste exponencial mostrado na figura 4.4.**

<b>Constantes</b>	<b>Valor</b>	<b>Desvio padrão</b>
$A_0$	0,89928	$1,83308 \times 10^{-4}$
$A_1$	0,08156	$9,60351 \times 10^{-4}$
$t_1$	4,06058	0,07519

Fonte: Autor, 2012.

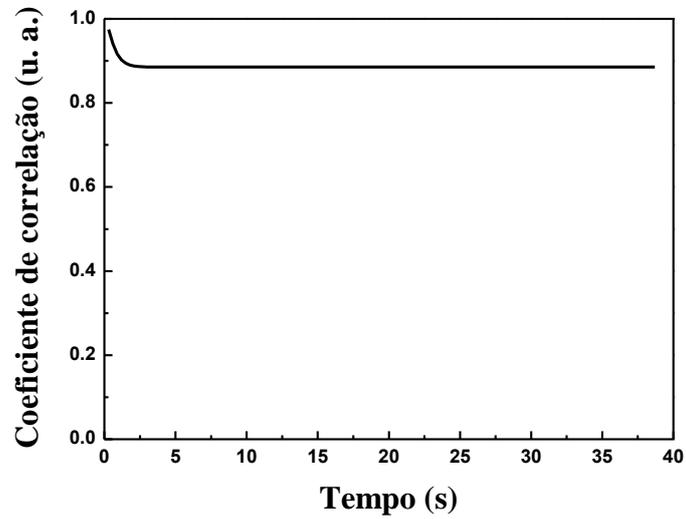
O método experimental de análise temporal das correlações de padrões de biospeckle apresentado aqui é bastante simples e pode ser utilizado como forma de acompanhar a atividade de amostras biológicas.

## 4.2 Resultados Teóricos

Para simular o espalhamento na superfície da folha, foi adotada uma constante dielétrica aproximadamente igual à da água, em torno de 70 (25°C), devido ao fato de que grande parte da mesma é constituída de água [50]. A simulação foi programada para produzir padrões de speckle que resultassem em matrizes de 250x250 elementos.

A figura 4.5 mostra o gráfico do coeficiente de correlação de Pearson em função do tempo para  $t$  variando de 0 a 40 segundos. Este gráfico foi obtido através da simulação descrita na seção 3.5.1 do capítulo anterior.

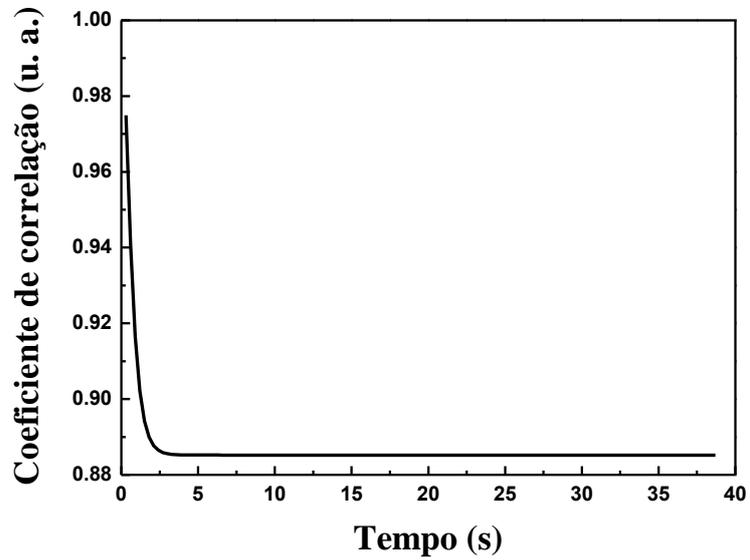
**Figura – 4.5: Variação temporal do coeficiente de correlação de Pearson obtido através de simulação.**



Fonte: Autor, 2012.

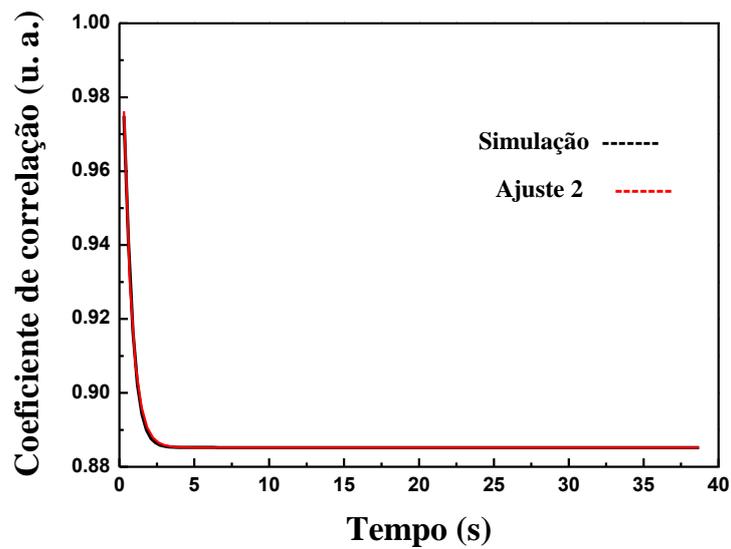
Na figura 4.6 é mostrado o mesmo resultado, com o eixo das ordenadas variando de 0,88 a 1, para permitir melhor visualização da evolução temporal do coeficiente de correlação.

Figura – 4.6: Evolução temporal do coeficiente de correlação de Pearson com o eixo das ordenadas variando de 0,88 a 1.



Fonte: Autor, 2012.

Figura – 4.7: Coeficiente de correlação de Pearson como função do tempo e ajuste exponencial.



Fonte: Autor, 2012.

Pode-se observar que o resultado da simulação produz, dentro da mesma ordem de grandeza, resultado semelhante ao obtido experimentalmente. Há um decréscimo muito rápido do coeficiente de correlação até aproximadamente  $3s$ , seguido de um comportamento monotônico constante.

Com o objetivo de confirmar o comportamento exponencial decrescente dos resultados teóricos foi feito um ajuste da curva conforme é mostrado na figura 4.7.

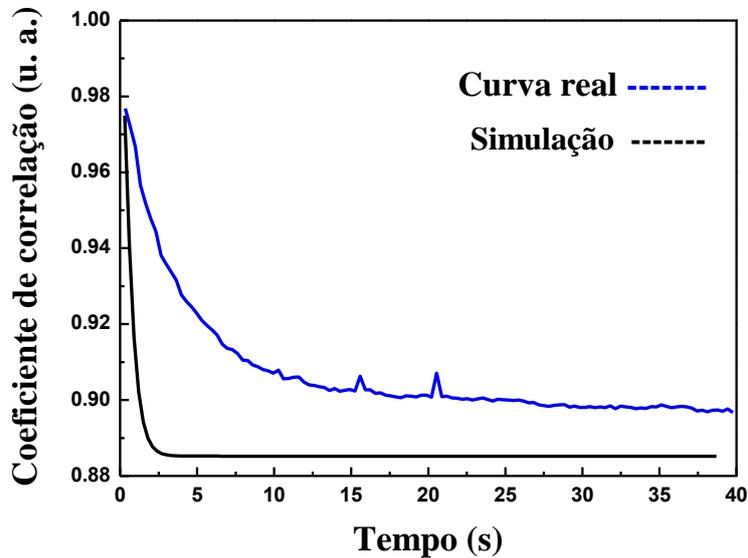
Na tabela 4.2 são mostrados os valores obtidos a partir do ajuste exibido na figura 4.7. A constante de tempo característica encontrada foi  $t_2 = 0,55s$ .

**Tabela – 4.2: Valores das constantes obtidos para o ajuste mostrado na figura 4.7.**

<b>Constantes</b>	<b>Valor</b>	<b>Desvio padrão</b>
$B_0$	0,88518	$3,17335 \times 10^{-5}$
$B_1$	0,15672	$9,7775 \times 10^{-4}$
$t_2$	0,55224	0,00368

Fonte: Autor, 2012.

**Figura – 4.8: Evolução temporal dos coeficientes de correlação obtidos experimentalmente e através de simulação.**



Fonte: Autor, 2012.

Na figura 4.8 estão dispostas as duas curvas do coeficiente de correlação em função do tempo obtidas experimentalmente (curva azul) e teoricamente (curva preta). Pode-se observar que as duas curvas apresentam-se discrepantes, mas mostram o mesmo comportamento exponencial, conforme discutido acima.

A discrepância observada entre os resultados teóricos e experimentais podem ser justificadas pelo fato de termos considerado na simulação um modelo de atividade de degradação regido por uma exponencial simples. Além disso, foi adotado o valor da constante dielétrica da folha como sendo aproximadamente a da água, uma vez que ela é constituída dessa substância em sua maioria. Foi adotada também que a função de correlação das alturas da superfície é do tipo gaussiana.

Uma alternativa, que não foi testada, par obter um resultado teórico mais próximo do experimental é fazer o ajuste da curva simulada aos dados experimentais, deixando alguns parâmetros livres para serem determinados no processo de regressão.

## 5 CONCLUSÕES GERAIS E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foram investigadas teórica e experimentalmente correlações de imagens de biospeckle geradas a partir de superfície rugosa com aplicação na determinação de atividade biológica.

O estudo teórico foi feito usando teoria de espalhamento da luz, em particular usando método perturbativo de primeira ordem, visando obter a seção de choque de radiação espalhada por unidade de área da superfície rugosa. Com a seção de choque obtida foram determinadas as distribuições de intensidades numa certa região do espaço, em função do tempo, e o coeficiente de correlação de Pearson foi calculado para diferentes distribuições de luz em instantes distintos.

A investigação experimental foi feita determinando-se o coeficiente de correlação de Pearson a partir da comparação de padrões de speckles gravados (por uma câmera CCD) em diferentes instantes de tempo originados do espalhamento coerente de luz em 635 nm, a partir de uma folha vegetal recém colhida.

O resultado experimental obtido do coeficiente de correlação em função do tempo mostrou uma evolução temporal do tipo exponencial decrescente, indicando um comportamento de degradação da folha quimicamente ativo e regido por equações de taxas.

O resultado teórico do coeficiente de correlação em função do tempo, obtido por meio de simulação, também evidenciou o comportamento exponencial decrescente indicando uma boa concordância com o resultado experimental.

A discrepância observada entre os resultados teóricos e experimentais podem ser justificadas pelo fato de termos considerado na simulação um modelo de atividade de degradação regido por uma exponencial simples. Além disso, foi adotado o valor da constante dielétrica da folha como sendo aproximadamente a da água, uma vez que ela é constituída dessa substância em sua maioria. Foi adotada também que a função de correlação das alturas da superfície é do tipo gaussiana.

## PERSPECTIVAS

- Ajustar a curva simulada aos dados experimentais, deixando alguns parâmetros livres para serem determinados no processo de regressão.

- Analisar folhas *in vivo*;

- Analisar outros tipos de amostras, por exemplo, sementes;

- Usar lasers de outros comprimentos de onda;

- Verificar se é possível determinar com precisão algum parâmetro físico da amostra, como a constante dielétrica;

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] DAINTY, J. C. **Laser speckle and related phenomena**. Appl. Optics, New York, v.23,n.16, p.2661 , 1984.
- [2] PRA, A. L. D.; PASSONI, L. I.; RABAL, H.; **Evaluation of laser dynamic speckle signals applying granular computing**. Sinal Process., London, v.89, p.266-274, 2009.
- [3] BRAGA JUNIOR, R. A.; SILVA, B. O.; RABELO, G.; COSTA, R. M.; ENES, A. M.; CAP, N.; RABAL, H.; ARIZAGA, R.; TRIVI, M.; HORGAN, G. **Reliability of biospeckle image analysis**. Optics Lasers Eng. London, v.45, n.3, p.390-395, 2007.
- [4] NASCIMENTO, A. L. do; COSTA JÚNIOR, A. T.; RABELO, G. F.; BRAGA JÚNIOR, R. A. **Desenvolvimento de um modelo para o Biospeckle na análise de sementes de feijão** .Ciênc. Agrotec., Lavras, v.31, n.2, p.456-461, 2007.
- [5] PAIVA JUNIOR, R. D.; MURAMATSU, M. **Desenvolvimento de um rugosímetro a laser**. Revista de Física Aplicada e Instrumentação, São Paulo, v.17, n.2, p. 60-69, 2004.
- [6] LEGER, D.; MATHIEU, E.; PERRIN, J. C. **Optical surface roughness determination using speckle correlation technique**. Applied Optics, v.14, n. 4 , p. 872-877, 1975
- [7] YOSHIMURA, T.; KATO, K.; NAKAGAWA, K. **Surface-roughness dependence of the intensity correlation function under speckle-pattern illumination**. Optical Society of America, v.7, n. 12, p. 2254-2259, 1990.
- [8] OULAMARA, A.; TRIBILLON, G.; DUVERNOY, J. **Biological activity measurement on botanical specimen surfaces using a temporal decorrelation effect of laser Speckle**. Optics Lasers Eng., London, v.36, n.2, p.165-179, 1989.

- [9] ARIZAGA, R.; TRIVI, M.; RABAL, H. **Speckle time evolution characterization by the co-occurrence matrix analysis**. Optics & Laser Technology, v.31, p. 163-169, 1999.
- [10] RON, L. **Estatística aplicada**. Tradução Cyro Patarra. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [11] TRIOLA, M. F. **Introdução a estatística**. Tradução Vera Regina Lima de Farias e Flores. Revisão técnica Ana Maria Lima de Farias. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008
- [12] ISHIMARU, A. **Wave propagation and scattering in random media: multiple scattering, turbulence, rough surfaces and remote sensing**, 1th ed. New York: Academic Press, p. 463-482, 1978.
- [13] XU, R.; Coulter, B. **Particle characterization: light scattering methods**. 1th ed. New York: Kluwer Academic Publishers, p. 56-63, 2002.
- [14] LIPSON, S. G.; LIPSON, H.; TANNHAUSER, D. S. **Optical physics**. 3th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [15] GRIFFITHS, D. J. **Introduction to electrodynamics**. 3th ed. New Jersey: Prentice-Hall, p. 377, 1999.
- [16] NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica: ótica, relatividade e física quântica**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998.
- [17] DAVIS, C. C. **Handbook of laser technology and applications**. In: WEBB, C. E.; JONES, J. D. (ed.). Principles. London: IOP, p. 5-79, 2004.
- [18] NIEMZ, M. H. **Laser-tissue interactions: fundamentals and applications**. 3th ed. Berlin: Springer-Verlog, p. 9-25, 2007.

- [19] JACKSON, J. D. **Classical electrodynamics**. 3th ed. Nova York: John Wiley, p. 456-473, 1999.
- [20] DE FARIAS, D. L. A.; SANTOS, L. G. C. **Uma demonstração sobre o espalhamento inelástico de luz: repetindo o experimento de raman**. Química Nova, v.20, n.3, p. 319-323, 1997.
- [21] HECHT, E. **Óptica**. 1ed. Lisboa: Calouste Gunbenkian, 1991.
- [22] MALACARA, D. **Óptica básica**. 1. ed. Ciudad del Mexico: Secretaria de Educaciou Pública, 1989.
- [23] XU, R. **Particle characterization: light scattering methods**. Miami: Kluwer Academic Publishers, p. 61-63, 2000.
- [24] GOODMAN, J. W. **Statistical properties of laser speckle patterns**. In: DAINTY, J. C. (ed). Laser speckle and related phenomena. Berlin: Springer-Verlag, p. 9-75, 1984.
- [25] XU, Z.; JOENATHAN, C.; KHORANA, B. M. **Temporal and spatial proprieties of the time-varing speckles of botanical specimens**. Opt. Eng., Redondo Beach, v.34, n.5, p.1487-1502, 1995.
- [26] BERGKVIST, A. **Biospeckle-based study of the line profile of light scattered in strawberries**. Dissertation (Master in Science) - Faculty of Technology at Lund University, La Plata, 1997.
- [27] DAINY, J. C. **Statistical properties of laser speckle patterns**. In: DAINTY, J. C. (ed). Laser speckle and related phenomena. Berlin: Springer-Verlag, p. 321-335, 1984.
- [28] AIZU, Y.; ASAKURA, T. **Trends in optics: research, developments and applications**. In: CONSORTENI, A. (ed). Bio-speckles. London: Academic Press Lemited, p. 27-49, 1996.

- [29] OKAMOTO, T.; ASAKURA, T. **velocity dependence of image speckles produced by a moving diffuser under dynamic speckle illumination**. Optics Communications, v.77, n.23, p. 113-120, 1990.
- [30] BRIERS, J. D. **Wavelength dependence of intensity fluctuations in laser speckle patterns from biological specimens**. Optics Communications, v.13, n.3, p. 324-326, 1975.
- [31] SILVA, F. C. **Aplicação do speckle dinâmico para o estudo do processo de secagem de pinturas**. Dissertação de mestrado. Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- [32] Pajuelo, M., G. et al. **Bio-speckle assesment of bruising in fruits,**” *Opt. Lasers Eng.*,v. 40, p. 13-24, 2003.
- [33] RABELO, G. F. **Avaliação do fenômeno Biospeckle no monitoramento de qualidade de laranjas**. Tese doutorado, Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- [34] ROMERO, G. G. **Bio-speckle activity applied to the assessment of tomato fruit ripening**. Biosystems engineering, v. 3, p. 116-119, 2009.
- [35] BRAGA JUNIOR. R. A. **Bio-speckle**: uma contribuição para o desenvolvimento de uma tecnologia aplicada à análise de sementes. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- [36] DA COSTA, R. M. et al. **Técnicas estatísticas aplicadas em imagens do speckle dinâmico**. Bras. Biom., São Paulo, v.28, n.2, p. 27-39, 2010.
- [37] AIZU, Y.; ASAKURA, T. **Bio speckle phenomena and their applications to the evaluation of blood flow**. Opt Laser Technol., v.23, p. 205-219, 1991.

- [38] SILVA, E. R. **Estudos das propriedades do biospeckle e suas aplicações.** Dissertação de mestrado. Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.
- [39] OULAMARA, A.; TRIBILLON, G.; DUVERNOY, J. **Biological activity measurement on botanical specimen surfaces using a temporal decorrelation effect of laser speckle.** J. Mod. Opt. 36, p. 164-179, 1989.
- [40] LUCENA, D. J. et al. **Caracterização da atividade biológica usando análise de textura em speckles.** SIBGRAPI. p. 35-40, 2012.
- [41] ARIZAGA, R.; TRIVI, M.; RABAL, H. J. **Speckle time evolution characterization by the co-occurrence matrix analysis.** Opt. Lasers Techn. 31. p. 163-169, 1999.
- [42] TAI, C. T. **Kirchhoff theory: Scalar, vector or dyadic.** IEEE Transactions on Antennas and Propagation. v.20, p. 114-115, 1972.
- [43] VALENZUELA, G. R. **Depolarization of EM waves by slightly rough surfaces.** IEEE Transactions on Antennas and Propagation, v.15, n. 4, p. 552-557, 1967.
- [44] RUCK, G. T. et al. **Radar Cross Section Handbook.** Vols. I and II. Plenum Press, New York, 1970.
- [45] MCGURN, A. R.; MARADUDIN, A. A.; CELLI, V. **Localization effects in the scattering of light from a randomly rough grating.** Optical Society of America, v. 31, n. 8, p. 4866-4871, 1985.
- [46] CELLI, V. **Some aspects of light scattering from a randomly rough metal surface.** Optical Society of America, v. 2, n. 12, p. 2225-2239, 1985.

- [47] SIMOSEN, I. et al. **Light scattering from anisotropic, randomly rough, perfectly conducting surfaces**. Computer Physics Communications, v. 183, p. 1904-1908, 2011.
- [48] TSANG, L.; KONG, J. A.; DING, K. **Scattering of electromagnetic waves: theories and applications**. 1th ed. New York: John Wiley, p. 390-415, 2000.
- [49] ZDUNEK, A.; MURAVSKY, L. I.; FRANKEVYCH, L.; KONSTANKIEWICZ, K. **New nondestructive method based on spatial-temporal speckle correlation technique for evaluation of apples quality during shelf-life**. Int. Agrophysics, v. 21, p. 305-310, 2007.
- [50] LI-JEN, D.; LOUISVILLE, K. **Rayleigh scattering from leaves**. Proceedings Letters, p. 1227-1229, 1969.