UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ALEX EMANUEL BARROS COSTA

PROPRIEDADES ESPECTRAIS DE SUPER-REDES FOTÔNICAS FORMADAS POR METAMATERIAIS

MACEIÓ
2016

ALEX EMANUEL BARROS COSTA

PROPRIEDADES ESPECTRAIS DE SUPER-REDES FOTÔNICAS FORMADAS POR METAMATERIAIS

Tese apresentada no Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

Orientadora: Dra. Solange Bessa Cavalcanti.

Coorientador: Dr. Jorge Ricardo Mejía Salazar.

MACEIÓ
2016

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Bibliotecário Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

C837p Costa, Alex Emanuel Barros.
Propriedades espectrais de super-redes fotônicas formadas por metamateriais / Alex Emanuel Barros Costa. - 2016.
[101] f. : il.

Orientador: Solange Bessa Cavalcanti.
Coorientador: Jorge Ricardo Mejía Salazar.
Tese (Doutorado em Física da Matéria Condensada) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2016.

Bibliografia: f. 81-88.
Anexo: f.[89]-[101]

1. Super-redes fotônicas. 2. Metamateriais. 3. Filtros ópticos. 4. Cristal fotônico. I. Título.

CDU: 537.87

PG-IF-UFAL

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Física
Programa de Pós Graduação em Física

BR 104 km 14. Campus A.C. Simões
Cidade Universitária
Tabuleiro dos Martins
57072-970 Maceió - AL. Brasil
FONE : (82) 3214-1423/FAX 3214-1645

PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE TESE DE DOUTORADO

"Propriedades espectrais de super-redes fotônicas formadas por metamateriais"

por

Alex Emanuel Barros Costa

A Banca Examinadora composta pelos professores Solange Bessa Cavalcanti (orientadora), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Luiz Eduardo Moreira Carvalho de Oliveira, do Instituto de Física Gleb Wataghin da Universidade Estadual de Campinas, Askery Alexandre Canabarro Barbosa da Silva, da Universidade Federal de Alagoas – Campus Arapiraca, Djalma de Albuquerque Barros Filho, do Instituto de Federal de Alagoas, e Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas consideram o candidato **aprovado com grau B.**

Maceió, 19 de agosto de 2016

Solange Bessa Cavalcanti
Profª. Drª. Solange Bessa Cavalcanti (orientadora)

Paulo Brandão
Prof. Dr. Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho

Prof. Dr. Luiz Eduardo Moreira Carvalho de Oliveira

Prof. Dr. Askery Alexandre Canabarro Barbosa da Silva

Djalma de Albuquerque Barros Filho.
Prof. Dr. Djalma de Albuquerque Barros Filho

Dedico esta tese a minha querida filha Sophia.

AGRADECIMENTOS

Após um período de intensa dedicação para concretização de mais uma etapa de minha formação acadêmico/profissional, enfim, chega o momento de agradecer àqueles que contribuíram das mais diversas formas e estiveram presentes durante esse período.

Agradeço a Deus por me conceder força e sabedoria para lidar com as adversidades que surgiram nesse processo.

A minha linda filha Lívia Sophia que me alegra todos os dias com seus belos sorrisos e abraços carinhosos.

A minha esposa Larissa, por todo seu amor, carinho e alegria que tenho recebido todo esse tempo. Agradeço por sua paciência e apoio nos diversos momentos que tanto precisei.

Agradeço aos meus pais, Emanuel e Marisa, pelo amor, dedicação e confiança constantes, por terem incentivado e investido na minha educação. A minha madrasta Marilda pela confiança e incentivo nesse processo de doutoramento.

Aos meus compadres (irmã e cunhado) Lilyan, Régio e ao meu sobrinho Pietro, por terem sido companheiros e solidários, não só nessa jornada, mas na minha vida.

Aos meus irmãos, Manuzinha e Victor, pelo carinho, amizade e compreenderem minhas ausências.

Aos meus sogros e cunhadas que torceram e torcem por mim, por terem cuidado da minha filha quando foi necessário ficar só, para dedicar-me a esse trabalho.

Ao meu amigo Fred Passos, que conseguiu “segurar” a barra, no IFAL, quando precisei e sempre esteve disposto a escutar e ajudar no que tivesse ao seu alcance.

A minha orientadora prof. Solange Cavalcanti: pelo conhecimento comparti-

lhado e construído durante o doutorado, pelo trabalho conjunto realizado durante esse tempo, e sobretudo pela sua compreensão e palavras de encorajamento nos momentos em que titubeei.

Ao prof. Oliveira, com seu “olho de águia”, sempre apontando questões pertinentes e importantes para a pesquisa.

Ao prof. Marcelo pela compreensão e disponibilidade, durante esse processo.

Aos amigos: Filipe, Ricardo, Paulo, Tiago, Henrique, Neto, Lidiane, Satiko, Gabeh, Anderson, Janderson, Max, pela torcida e companheirismo.

Ao prof. Ilson Júnior, por ter conseguido no Ensino Médio, graças a sua maestria, despontar meu interesse pela Física.

Aos professores do IF que contribuíram para a minha formação acadêmica e científica: Carlos Cressoni, Dilson Pereira, Evandro Gouveia, Glauber Silva, Heber Ribeiro, Iram Glécia, Ítalo Oliveira, Jandir Hickmann, Kleber Serra, Marcelo Lyra, Marcos Vermelho, Madras Gandhi e Maria Tereza.

Aos secretários da pós, Vitor e Felipe, pela solicitude com a qual atendem às solicitações.

Ao professor Argolo por ter disponibilizado, no IFAL, espaço no seu laboratório e material para que fosse possível escrever a tese no IFAL, nos últimos meses.

Aos meus amigos Eder e Rodrigo, diretores de ensino dos Campi Marechal e Murici, respectivamente, pelo apoio e disponibilidade ao flexibilizarem meus horários, e assim facilitar minhas atividades com essa pesquisa.

Aos professores do IF , Heber e Fidelis, pelos ensinamentos de física computacional e ao professor do IC, Jaime Evaristo, pelos ensinamentos de introdução à algoritmos e programação na linguagem C.

Ao professor Kleber Serra por ter sido amigo e professor, que sempre apostou na importância não somente de sermos pesquisadores, mas também de sermos bons professores, um grande incentivador para que prestássemos concurso do IFAL.

Ao meu grande companheiro de pesquisa e coorientador Ricardo Salazar, por ter sido um grande incentivador nos momentos mais difíceis durante esse processo, por ter contribuído significativamente com os nossos artigos que subsidiaram esse trabalho.

"Experiência não é o que acontece com um homem;

é o que um homem faz com o que lhe acontece."

(Aldous Huxley)

RESUMO

Nessa tese, estudamos a transmissividade de ondas eletromagnéticas em estruturas fotônicas unidimensionais formadas por metamateriais, sob vários aspectos. Aplicando o formalismo de matriz de transferência, comparamos os espectros de transmissão entre dois sistemas: redes defeituosas com camadas no regime de sub-comprimento de onda e simples estruturas fotônicas formadas por três camadas. Através da teoria do meio efetivo, com boa acurácia, mostramos a equivalência dos supracitados sistemas na região espectral em que há modos de tunelamento ressonante para ambas estruturas. Além disso, derivamos uma condição geral que deve ser satisfeita para observarmos os modos ressonantes. Nossos resultados analíticos podem ser úteis do ponto de vista tecnológico por propiciarem, na concepção e no desenvolvimento de dispositivos fotônicos, o ajuste ou seleção das frequências de ressonância. Por fim, investigamos as propriedades de transmissão de ondas eletromagnéticas através de sistemas multicamadas consistindo de camadas alternadas de ar e metamateriais uniaxialmente anisotrópicos. O eixo óptico de cada heteroestrutura coincide com a direção de empilhamento das camadas. As componentes dos tensores de permissividade elétrica e permeabilidade magnética que caracterizam os metamateriais são modeladas por respostas do tipo Drude e split-ring resonator, respectivamente. Diferentes frequências de plasmon são consideradas para as direções perpendiculares e paralela ao eixo óptico. Para incidência oblíqua, modos de plasmon polariton longitudinais são encontrados nas vizinhanças da frequência de plasmon ao longo do eixo óptico. A anisotropia leva ao desdobramento de bandas de plasmon polariton quase sem dispersão acima ou abaixo da frequência de plasmon. Além disso, mostramos que mesmo na presença de perdas/absorções, esses modos de plasmon polariton sobrevivem e, portanto, devem ser detectados experimentalmente.

Palavras-chave: Super-redes fotônicas. Metamateriais. Filtros ópticos.

ABSTRACT

In this thesis, we had studied the transmissivity of electromagnetic waves in one-dimensional photonic structures composed by metamaterials in many ways. Applying the formalism of transfer matrix, comparing the transmission spectra between two systems: defective photonic superlattices composed of subwavelength slab widths and a simple photonic structures formed by three layers. Through the effective medium theory, with good accuracy, we had shown the equivalence of the above systems in the spectral region in which there are modes of resonant tunneling for both structures. Furthermore, we had derived a general condition which should be satisfied to observe the resonant modes. Our analytical results may be useful from a technological point of view to propitiate, in the design and development of photonic devices, adjustment or selection of resonant frequencies. Finally, we investigated the electromagnetic wave transmission properties through a multilayer system consisting of alternated layers of air and uniaxially anisotropic metamaterials. The optical axis of each heterostructure coincides with the direction of stacking of the layers. The components of the electric permittivity and magnetic permeability tensors that characterize the metamaterial are modeled by a Drude-type response and split-ring resonator metamaterial response, respectively. Different plasmon frequencies are considered for directions perpendicular and parallel to the optical axis. For oblique incidence, longitudinal plasmon polariton modes are found in the neighborhood of the plasmon frequency along the optical axis. The anisotropy leads to unfolding of nearly dispersionless plasmon-polariton bands either above or below the plasmon frequency. Moreover, it is shown that, even in the presence of loss/absorption, these plasmon polariton modes do survive and, therefore, should be experimentally detected.

Keywords: Photonic superlattices. Metamaterials. Optical filters.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Nesta tese, estudamos vários aspectos da transmissividade de ondas eletromagnéticas em estruturas fotônicas unidimensionais formadas por metamateriais. No capítulo 1 é apresentada uma introdução a super-redes fotônicas e metamateriais. Destacando as semelhanças entre as propriedades de redes fotônicas e as redes cristalinas convencionais.

No capítulo 2, é apresentado todo o formalismo matemático para a investigação da propagação de ondas eletromagnéticas em meios multicamadas. Partindo das equações de Maxwell, deduziremos uma representação matricial que favorecerá a investigação dos espectros de transmissão em super-redes fotônicas.

No capítulo 3, aplicando o formalismo de matriz de transferência, comparamos os espectros de transmissão entre dois, sistemas: redes defeituosas com camadas no regime de sub-comprimento de onda e simples estruturas fotônicas formadas por três camadas. Dentro da teoria de meio efetivo, com boa acurácia, mostramos a equivalência dos supracitados sistemas na região espectral em que há modos de tunelamento ressonante para ambas estruturas. Além disso, derivamos uma condição geral que deve ser satisfeita para observar os modos ressonantes.

No capítulo 4, investigamos as propriedades de transmissão de ondas eletromagnéticas através de sistemas multicamadas consistindo de camadas alternadas de ar e metamateriais uniaxialmente anisotrópicos. O eixo óptico de tais heteroestruturas coincide com a direção de empilhamento das camadas. As componentes dos tensores de permissividade elétrica e permeabilidade magnética são modeladas por respostas do tipo Drude e split-ring resonator, respectivamente. Diferentes frequências de plasmon são consideradas para as direções perpendiculares e paralela ao eixo óptico. Para incidência oblíqua, modos de plasmon polariton longitudinais são encontrados nas vizinhanças da frequência de plasmon ao longo do eixo óptico. A anisotropia leva ao desdobramento de bandas de plasmon polariton quase sem dispersão acima ou abaixo da frequência de plasmon. Além disso, mostramos que mesmo na presença de perdas/absorções, esses modos de plasmon polariton sobrevivem e, portanto, devem ser detectados experimentalmente.

No capítulo 5, apontamos para os desdobramentos de nossas pesquisas.

1 ESTRUTURAS FOTÔNICAS

Desde os primórdios da humanidade, a história do homem é marcada pelo emprego de diferentes materiais nas mais diversas atividades. Entender e dominar suas propriedades sempre foram premissas para o desenvolvimento da nossa espécie. Na pré-história, período que precede o surgimento da escrita, materiais como pedras e metais foram amplamente utilizados na confecção de instrumentos de caça, ferramentas agrícolas e de utensílios domésticos. A profunda relação entre homem e matéria implicou rotular os diferentes períodos do progresso da humanidade de acordo com os materiais mais explorados em cada época (NAVARRO, 2006), *e.g.*, Idade da Pedra, Idade do Bronze, Idade do Ferro, etc.

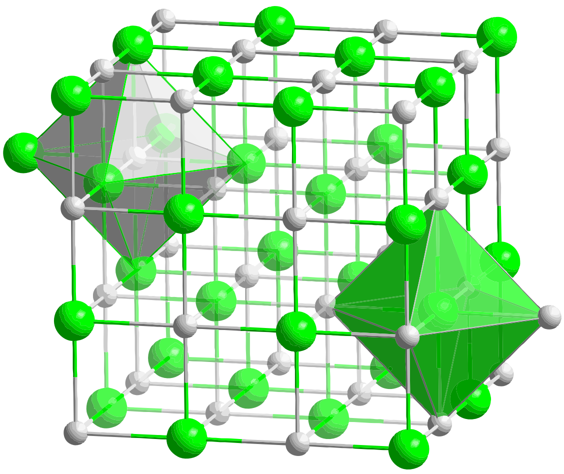
No século XX, o interesse foi direcionado, principalmente, para a tentativa de compreender as propriedades elétricas dos materiais. Nesse cenário, avanços na física de semicondutores implicaram na revolução da eletrônica. Novas ligas e cerâmicas possibilitaram o surgimento de supercondutores de alta temperatura e vários materiais exóticos que ainda hoje são assuntos de interesse científico e tecnológico. Todos esses avanços culminaram em profundas mudanças nas telecomunicações e na computação, alterando profundamente as relações entre homem e máquina.

Nas últimas décadas, em meados dos anos 80, surge um novo desafio, o de controlar as propriedades óticas dos materiais e, portanto, o fluxo da luz. Para criar dispositivos ópticos que desempenhem funções equivalentes a dos atuais dispositivos eletrônicos é primordial controlar com precisão as propriedades da luz durante a sua propagação, nessa perspectiva, as Super-redes Fotônicas (JOANNOPOULOS et al., 2008; CAPOLINO, 2009; GONG; HU, 2013) são excelentes candidatas para esse fim.

1.1 Cristais fotônicos

Para entender quais estruturas e/ou materiais podem proporcionar esse controle, busquemos analogias com os bem-sucedidos materiais eletrônicos. Um cristal ordinário, ou meramente cristal, é um arranjo periódico de átomos, íons ou moléculas; a sua menor porção representativa é denominada de célula unitária. Juntamente, geometria e os elementos que compõem a célula unitária definem várias propriedades de condução da rede cristalina. A periodicidade do arranjo impõe um potencial periódico a um elétron que se movimenta através dele. Em especial, a rede cristalina pode exibir regiões, na banda de energia do cristal, proibidas de propagação de elétrons com certas energias e em certas direções, denominadas de *band gaps* ou simplesmente *gaps* (ASHCROFT; MERMIN, 1976; KITTEL, 2004). Apenas para fins didáticos, ilustramos na Fig. 1 uma típica rede cristalina composta por átomos e sua correspondente célula unitária.

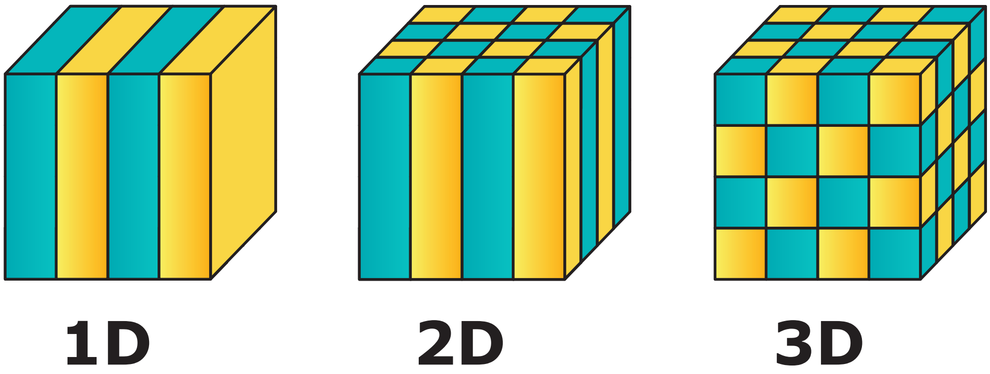
Figura 1 – Representação de uma rede cristalina.



Fonte: Wikipedia, Sodium chloride. Disponível em:
<https://en.wikipedia.org/wiki/Sodium-chloride>. Acesso em 1 de agosto de 2016.

O análogo óptico do sistema supracitado são os cristais fotônicos (CFs) os quais são estruturas formadas pelo arranjo periódico de materiais de diferentes índices de refração. Conforme o número de dimensões espaciais em que se dá essa periodicidade, podemos classificar os cristais fotônicos em unidimensionais (1D), bidimensionais (2D) ou tridimensionais (3D), como ilustrado na Fig. 2.

Figura 2 – Exemplos simples de Cristais Fotônicos: unidimensional, bidimensional e tridimensional. As diferentes cores representam materiais com diferentes constantes dielétricas.



Fonte: Autor, 2016 (reprodução da referência: (JOANNOPOULOS et al., 2008)).

O período espacial de um cristal é chamado de parâmetro de rede, no caso de um cristal ordinário assume valores da ordem de angstrom (1 Å $= 10^{-10}$ m); já em cristais fotônicos esse parâmetro é da ordem do comprimento de onda da radiação eletromagnética de interesse (SAKODA, 2005). Assim, cristais fotônicos são atraentes, pois com a escolha adequada do parâmetro de rede e da estrutura cristalina, podemos sintonizar as propriedades fotônicas dos CFs na região espectral desejada. Comumente, os CFs são compostos por apenas dois materiais opticamente distintos entre si, sendo um deles geralmente o ar.

Das mais célebres propriedades dos CFs, destacam-se os *band gaps* fotônicos (PBGs): intervalos de frequências em que ondas eletromagnéticas são proibidas de se propagar pela estrutura. Logo, uma onda eletromagnética ao incidir em uma estrutura periódica com frequência dentro do seu PBG será totalmente refletida, pois soluções reais para o vetor de onda não são admitidas, restando apenas modos evanescentes que decaem rapidamente com a posição. Ademais, a ausência de modos permitidos dentro das estruturas dá origem a fenômenos ópticos distintos, tais como: a inibição de emissão espontânea (NODA; ASANO, 2007), baixas perdas em fibras ópticas de cristais fotônicos (RUSSELL, 2003) e o controle da polarização

(SOLLI; HICKMANN, 2004). Vale ressaltar que os PBGs surgem apenas nas direções em que há modulação periódica nos índices de refração, destarte, somente os cristais tridimensionais podem exibir um autêntico *band gap* completo, isto é, uma banda de frequências proibidas comum à qualquer direção. Essa última propriedade é útil principalmente para fins tecnológicos.

Essencialmente em CFs formados exclusivamente por materiais ordinários, *i.e.*, com índices de refração positivos, os *gaps* surgem das interferências entre as múltiplas ondas refletidas nas diversas interfaces dos elementos que compõem a rede cristalina. Essas múltiplas reflexões são rotuladas de reflexões de Bragg, em homenagem aos físicos e precursores da cristalografia moderna: William Lawrence Bragg e William Henry Bragg. As interferências são destrutivas para algumas bandas de frequências e direções, formando zonas espectrais proibidas de propagação. Comumente esses *gaps* são rotulados de *gap* de Bragg. Esses *gaps* são sensíveis a desordem no sistema, bem como a mudanças no ângulo de incidência e estado de polarização. Fatores como o contraste entre os índices de refração dos materiais constituintes, parâmetros de rede e a geometria do arranjo fotônico determinam as características das estruturas de banda.

Há uma estreita e atraente analogia entre cristais fotônicos e semicondutores, em ambos os casos, potenciais espacialmente periódicos afetam a propagação de fótons e elétrons, respectivamente, gerando *gaps* nas relações de dispersão. A similaridade formal entre a equação (1.1) de Schrodinger (COHEN-TANNOUDJI; DIU; LALOE, 1991) com potenciais periódicos e a equação (1.2) de onda de Maxwell (JACKSON, 1999; JOANNOPOULOS et al., 2008) para meios dielétricos periódicos, favorecem as analogias entre os dois sistemas. Em ambos os casos, as funções, $\Psi_E(\vec{r})$ e $\vec{H}_\omega(\vec{r})$, são automodos de operadores Hermitianos que comutam com o operador de translação discreta do sistema, consequentemente, o teorema de Bloch se aplica e outros métodos e termos da física do estado sólido podem ser usados no campo dos CFs, tais como: função de onda de Bloch, rede de Bravais, espaço recíproco, zona de Brillouin, relação de dispersão, etc.

$$\left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V\left(\vec{r}\right)\right]\Psi_E\left(\vec{r}\right) = E\Psi_E\left(\vec{r}\right), \quad (1.1)$$

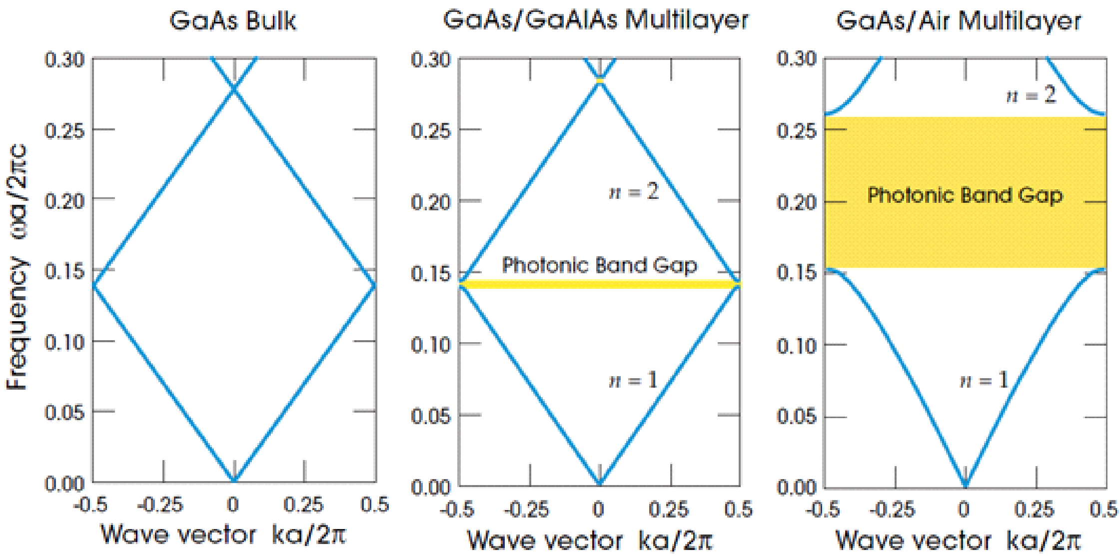
$$\left[\nabla\times\frac{1}{\epsilon\left(\vec{r}\right)}\nabla\times\right]\vec{H}_\omega\left(\vec{r}\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\vec{H}_\omega\left(\vec{r}\right). \quad (1.2)$$

Uma clara diferença entre o problema eletromagnético e o da mecânica quântica dá-se na ausência de uma escala fundamental para as redes fotônicas. Isso faz com que cristais fotônicos sejam escaláveis de tal forma que os cristais convencionais não são. Embora a supracitada analogia seja conveniente em inúmeros momentos, devemos sempre nos lembrar da natureza vetorial da luz, pois diversos fenômenos ópticos são dependentes da polarização (HECHT, 1998).

Como na física do estado sólido, a relação de dispersão entre energia e o vetor de onda de Bloch representam as principais características dos CFs. Essa relação comumente é representada através de gráficos rotulados de estrutura de banda. Em tais gráficos, podemos investigar a relação de dispersão e identificar as regiões de *band gaps*. Tanto a relação de dispersão quanto os espectros de transmissão dependem essencialmente das bandas fotônicas geradas por cada estrutura fotônica. Na Fig. 3, representamos um típico gráfico da relação de dispersão em função do vetor de onda de Bloch.

Apesar de cristais fotônicos unidimensionais serem estudados há mais de 100 anos, na forma de filmes multicamadas, esse tema só despertou o interesse da comunidade científica recentemente quando Yablonovitch (YABLONOVITCH, 1987) e John (JOHN, 1987), independentemente publicaram seus trabalhos seminais em 1987 sobre o tema. Ao unir as ferramentas do eletromagnetismo clássico às da física do estado sólido, Yablonovitch e John, estenderam o conceito de *band gap* fotônico, proposto em 1887 por Lord Rayleigh em sistemas multicamadas, à sistemas de alta dimensão, ou seja, cristais fotônicos bidimensionais e tridimensionais. Essa generalização inspirou o termo *cristal fotônico* e culminou na abertura de uma nova linha de pesquisa, reunindo hoje inúmeros trabalhos com viés teórico e/ou da aplicação tecnológica.

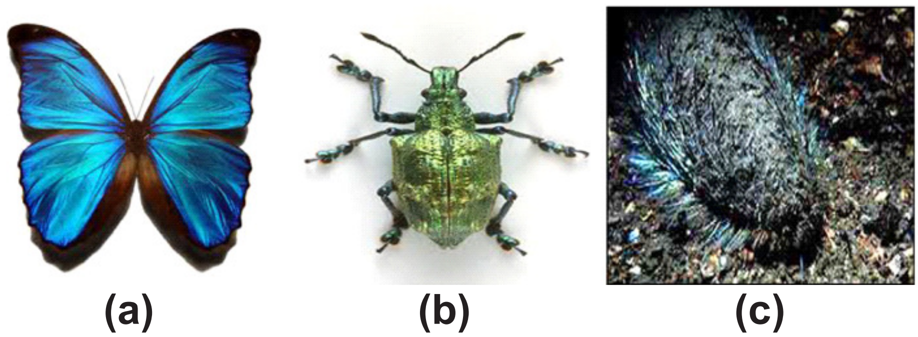
Figura 3 – Estrutura de banda para propagação na direção de modulação do potencial, computada para três diferentes super-redes fotônicas. Esquerda: todas as camadas possuem a mesma constante dielétrica, $\epsilon = 13$. Centro: Camadas alternadas entre $\epsilon = 13$ e 12. Direito: Camadas alternadas entre $\epsilon = 13$ e 1.



Fonte: JOANNOPOULOS et al., 2008.

Ainda que a exploração desse tema seja recente, cristais fotônicos estão presentes há milhões de anos na natureza. Um típico exemplo de uma estrutura natural composta por materiais opticamente periódicos, são as asas azuis das borboletas do gênero Morpho (Fig. 4(a)).

Figura 4 – Cristais fotônicos naturais. (a) Borboleta, (b) besouro e (c) peixe.



Fonte: (ARAúJO, 2012).

Ao buscar entender as propriedades ópticas dessas borboletas, em 2005, Pete Vukusic e Ian Hooper (VUKUSIC; HOOPER, 2005) publicaram um trabalho científico na renomada revista *Science* no qual através da técnica de microscopia eletrônica perceberam as estruturas nanométricas de cristais fotônicos naturais presentes nas asas das borboletas.

Diversas outras estruturas, apresentam essa composição fotônica, tais como alguns insetos, pássaros, peixes, plantas, etc, como bem apresentado no artigo intitulado de *Natural photonic crystals* (VIGNERON; SIMONIS, 2012). Conforme podemos notar na Fig. 4(b,c). No entanto, cristais fotônicos artificiais são bem mais explorados, pois com a escolha adequada dos materiais constituintes e dos parâmetros de rede, pode-se, a princípio, fabricar estruturas para o propósito de estudo ou para a aplicação tecnológica pretendida com propriedades relevantes na região espectral de interesse.

1.2 Metamateriais

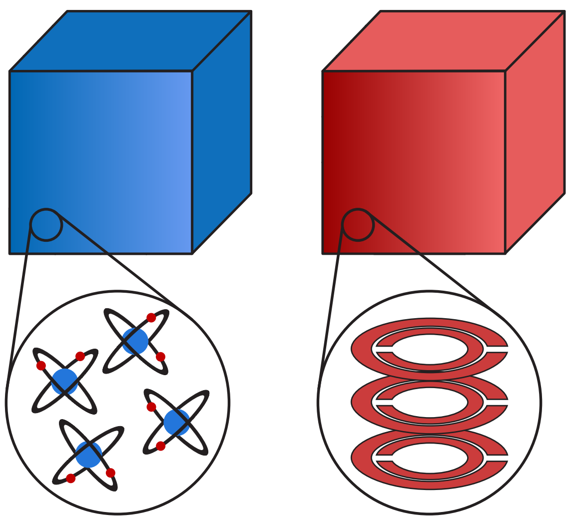
Nos últimos anos, o tema Metamateriais tem despertado o interesse da comunidade científica devido as inúmeras possibilidades de aplicações, desde a produção de lentes perfeitas (ZHANG; LIU, 2008), dispositivos de camuflagem (NI et al., 2015), aprimoramento de ressonância magnética (SLOBOZHANYUK et al., 2016) e muitas outras fascinantes possibilidades, antes apenas concebíveis na ficção.

Metamateriais são estruturas artificiais compostas de materiais metálicos e/ou dielétricos que apresentam, usualmente, propriedades físicas não encontradas na natureza. Esses materiais, incomuns, quando fabricados para o controle da luz, exibem propriedades eletromagnéticas extraordinárias, tal como o índice de refração negativo (PADILLA; BASOV; SMITH, 2006). O prefixo meta tem origem grega e significa *além de*. Dessa forma, o termo metamaterial sugere algo que transcende os materiais convencionais; além do que esse termo reflete a perplexidade da comunidade científica diante de algo tão extraordinário. Apesar de suas inúmeras propriedades incomuns, a eletrodinâmica clássica continua válida nesse regime.

No eletromagnetismo clássico, as propriedades eletromagnéticas lineares de um meio são descritas integralmente pelos parâmetros: ϵ (permissividade elétrica) e

μ (permeabilidade magnética). Ambos os parâmetros, ϵ e μ, refletem as respostas médias elétricas e magnéticas dos átomos e moléculas que compõem a estrutura, respectivamente. Já nos metamateriais, as suas propriedades eletromagnéticas não são determinadas diretamente pelos seus materiais constituintes, *i.e.*, átomos e moléculas, mas por estruturas artificiais de tamanho muito menor que a do comprimento de onda da radiação de interesse. Por exemplo, dimensões nanométricas para a luz visível e de alguns milímetros para a radiação no regime de frequências em GHz. Portanto, as propriedades dos metamateriais são projetadas através das pequenas estruturas, ao invés da composição química (SMITH et al., 2001; PENDRY, 2007). A Fig. 5 representa uma típica estrutura convencional (lado esquerdo) e a de um metamaterial (lado direito).

Figura 5 – Esquerda: Material convencional ϵ, μ, Direita: Metamaterial ϵ_{eff}, μ_{eff}.

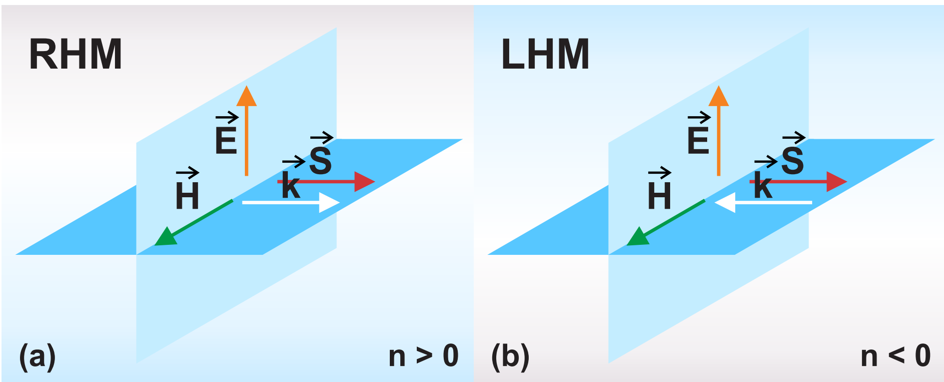


Fonte: Autor, 2016 (reprodução da referência: (PENDRY, 2007))

O primeiro trabalho a investigar, ainda que teoricamente, as propriedades eletromagnéticas incomuns dos metamateriais, foi publicado pelo físico Ucraniano Victor Veselago em 1967 em russo e traduzido para o inglês em 1968. Veselago em seu artigo seminal, investigou através das equações de Maxwell as propriedades eletromagnéticas de ondas planas em meios homogêneos e isotrópicos possuindo as constantes de permissividade e permeabilidade do meio simultaneamente negativas

(VESELAGO, 1968). Nesse cenário, concluiu que ondas planas propagam-se em sentido oposto ao da direção do fluxo de energia em meios que exibem índice de refração de valor negativo, isto é, em sentido antiparalelo ao vetor de Poynting. Portanto, os vetores campo elétrico $\vec{E}$, campo magnético $\vec{H}$ e vetor de onda $\vec{k}$, formam um conjunto *left-handed* ou canhoto, satisfazendo a regra da mão esquerda. Essa relação incomum, justifica o emprego do rótulo *left-handed material* (LHM) designado aos metamateriais. Por conseguinte, os materiais convencionais são nomeados de *right-handed material* (RHM), pois nesses a regra da mão direita é satisfeita para o conjunto de vetores $\vec{E}$, $\vec{H}$ e $\vec{k}$. Os dois arranjos são representados na Fig. 6 em que o lado esquerdo representa o caso de um material convencional e a do lado direito de um metamaterial no regime de índice de refração negativo.

Figura 6 – Representação das relações entre os vetores $\vec{E}$, $\vec{H}$ e $\vec{k}$ em (a) materiais de índice de refração positivo (RHM) e (b) materiais de índice de refração negativo (LHM).



Fonte: Autor, 2016.

Embora Veselago tenha apresentado vários aspectos inovadores desses materiais, tais como índice de refração negativo e efeito Doppler invertido, suas predições não foram confirmadas experimentalmente, ao longo de muito tempo, pois não se conhecia nenhuma substância com permissividade e permeabilidade simultaneamente negativas. Destarte, por quase três décadas, seus resultados receberam pouca atenção sendo tratados com uma mera curiosidade acadêmica.

No final dos anos 90, Pendry et. al. (PENDRY et al., 1999) impulsionaram as pesquisas pelo tema metamateriais ao sugerirem uma matriz periódica de anéis condutores e não magnéticos com comportamento dominante equivalente ao de uma efetiva permeabilidade magnética, μ. Nesse arranjo mostrou-se a existência de $\mu < 0$ ao redor da frequência de ressonância magnética. Essa estrutura recebeu o nome de *Split Ring Ressonator* (SRR).

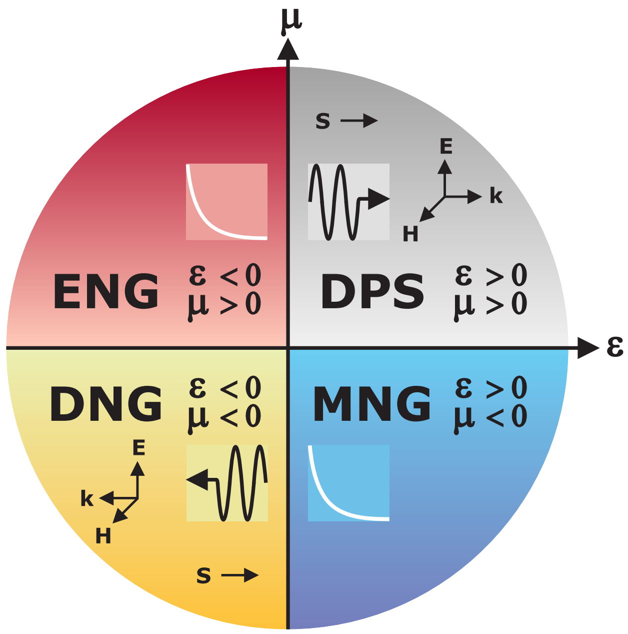
Baseado nesse trabalho, Smith e colaboradores (SMITH et al., 2000) propuseram um arranjo composto por uma matriz periódica de SRRs inter-espaçada por fios condutores e verificaram que nesse arranjo para uma região espectral no regime de micro-ondas ambos os parâmetros ϵ e μ assumem valores negativos. Em 2001, Shelby e colaboradores (SHELBY; SMITH; SCHULTZ, 2001) confirmaram experimentalmente que LHMs de fato apresentam índice de refração negativo.

Ainda no cenário de metamateriais, cresceu o interesse não somente pelas regiões espectrais em que o índice de refração assume valor negativo (LHM), por isso, Engheta e colaboradores (ENGHETA; ZIOLKOWSKI, 2006) propuseram diferentes nomenclaturas conforme os sinais das partes reais da permissividade (ϵ) e da permeabilidade (μ) dos materiais, sumarizadas na Fig. 7. Materiais ordinários, *i.e.*, com índice de refração positivo, possuem ambos os parâmetros (ϵ e μ) positivos e assim são rotulados de duplamente-positivo (DPS). Já os materiais possuindo apenas a permissividade elétrica ϵ negativa são rotulados de épsilon-negativo (ENG), de forma similar os com apenas μ negativo são mi-negativo (MNG) e com ambos os parâmetros negativos são duplamente-negativo (DNG).

1.3 Super-redes fotônicas

Nova Física emerge ao combinarmos CFs com metamateriais, *i.e.*, nas Super-redes Fotônicas. Em 2003, Li e colaboradores (LI et al., 2003), analisando redes fotônicas unidimensionais compostas por dielétricos e metamateriais com índice de refração negativo (LHM), mostrou a existência de um novo *band gap* fotônico. Diferente do *gap* de Bragg que é formado por efeitos interferométricos, o novo *gap*, rotulado de *gap*-$< n >= 0$, surge quando a média volumétrica dos índices de

Figura 7 – Rótulos dos metamateriais em função dos sinais das partes reais dos parâmetros ϵ e μ.



Fonte: Autor, 2016 (adaptação da referência: (ENGHETA; ZIOLKOWSKI, 2006))

refração se iguala a zero. Esse *gap* possui propriedades bem distintas do tradicional *gap* de Bragg, pois é invariante a mudanças de comprimento de escala e à desordem; bem como à mudanças no ângulo de incidência e estados de polarização (JIANG et al., 2003).

Depois de Li et al. introduzirem o conceito do *gap* $< n >= 0$, muitas outras ideias inspiradas nesse trabalho surgiram, implicando na descoberta de novos *gaps* fotônicos: *gap* zero-ϕ_{eff} (JIANG et al., 2004), *gap* zero-ϵ e *gap* zero-μ (MONSORIU et al., 2006; DEPINE et al., 2007; REYES-GóMEZ et al., 2009).

Enquanto o gap-$< n >$ foi descoberto em sistemas compostos por apenas materiais transparentes: índices refração positivos e índices de refração negativos; em 2014, Jiang et al. (JIANG et al., 2004) consideraram super-redes unidimensionais formadas pelo arranjo de camadas ENG (com $\epsilon_1 < 0$, $\mu_1 > 0$, largura d_1) e camadas MNG (com $\epsilon_2 > 0$, $\mu_2 < 0$ largura d_2) e constataram a existência do *gap* zero-ϕ_{eff}.

Jiang et al., notaram que tal gap surge quando a modulação da fase efetiva em uma célula unitária é exatamente zero, *i.e.*, $\phi_{eff} = k_1 d_1 - k_2 d_2 = 0$. Assim, foi rotulado de "gap de fase efetiva zero", e fornece várias propriedades interessantes como as do gap-$< n >$, tal como invariância de escala e insensível à desordem.

Em uma série de artigos, Depine e colaboradores (DEPINE et al., 2007; MONSORIU et al., 2006) demonstraram a existência dos gap-ϵ e gap-μ. Perceberam que os supracitados *gaps* são invariantes à mudanças no comprimento de escala e novamente muito robustos à desordem, no entanto, desaparecem para incidência ao longo da direção de estratificação da super-rede. Constataram que para incidência oblíqua o gap-μ surge para o modo TE quando $\mu = 0$ e o gap-ϵ para o modo TM quando $\mu = 0$.

Em 2009, Reyes-Gómez et al. (REYES-GóMEZ et al., 2009) propuseram uma interpretação diferente para os *gaps* zero-ϵ e zero-μ. Notando que nos meios dispersivos (metamateriais) o parâmetro $\epsilon = 0$ ($\mu = 0$) corresponde à excitação de plasmon volumétrico de natureza elétrica (magnética). Os autores argumentaram que tais *gaps* surgem devido as interações entre modos de propagação com os plasmons, gerando plasmon polaritons (PPs). Uma vez que os PPs são excitações longitudinais, eles podem ser excitadas somente quando há uma componente do campo elétrico (magnético) $E(H)$ ao longo da direção dos empilhamentos das camadas, o que explica o porquê desses *gaps* só existirem para incidências oblíquas. Ao escolherem a frequência de plasmon dentro do gap-$< n >$, o acoplamento da luz com o plasmon é consideravelmente enfraquecido. A propagação da luz é proibida nesse gap e o modo plasmon-polariton se reduz a um puro modo plasmônico.

2 MÉTODO DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA SUPER-REDES FOTÔNICAS

No capítulo anterior, fizemos uma introdução ao universo das estruturas fotônicas e em especial as compostas por metamateriais. Nesse capítulo, vamos nos restringir às super-redes fotônicas unidimensionais. Apresentaremos ao longo das próximas seções um método matemático para a investigação da propagação de ondas eletromagnéticas em meios multicamadas: método da matriz de transferência (MMT). O método supracitado é comumente utilizado para a análise da propagação de elétrons em redes unidimensionais (MOURA; LYRA, 1998), ondas eletromagnéticas (CAVALCANTI et al., 2006) e acústicas (COSTA; MOURA, 2011) em meios estratificados, etc. Uma vez apresentado o formalismo para um dado sistema, pode-se facilmente aplicá-lo em qualquer outro problema de propagação de ondas em meios em que as propriedades físicas mudem linearmente em uma única direção. Para o nosso propósito, partindo das equações de Maxwell, deduziremos a matriz de transferência para super-redes fotônicas unidimensionais.

2.1 Equações de Maxwell

Fenômenos eletromagnéticos em escala macroscópica, inclusive a propagação de ondas eletromagnéticas em super-redes fotônicas, são descritos por um conjunto formado por quatro leis fundamentais do eletromagnetismo clássico, denominado de equações de Maxwell. Nesse conjunto, temos a lei de Gauss para a eletricidade (2.1), lei de Gauss para o magnetismo (2.2), lei de Faraday (2.3) e lei de Ampère-Maxwell

(2.4). Na sua forma diferencial e em unidades do SI, temos (JACKSON, 1999):

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r},t) = \rho_f(\vec{r},t), \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{J}_f(\vec{r},t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Essas quatro equações diferenciais parciais de primeira ordem e acopladas, relacionam as diferentes componentes vetoriais dos campos: elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$, magnético $\vec{H}(\vec{r},t)$, deslocamento elétrico $\vec{D}(\vec{r},t)$ e densidade de fluxo magnético $\vec{B}(\vec{r},t)$. Nas expressões 2.1 e 2.4, $\rho_f(\vec{r},t)$ e $\vec{J}_f(\vec{r},t)$ são as densidades de carga elétrica e de corrente elétrica livres, respectivamente.

Nessa tese, limitar-nos-emos aos materiais homogêneos e lineares, sem densidades de carga elétrica e de corrente elétrica livres, *i.e.*, $\rho_f(\vec{r},t) = 0$ e $\vec{J}_f(\vec{r},t) = 0$. Além disso, até o próximo capítulo, trataremos somente de materiais isotrópicos.

O próximo passo é relacionarmos os campos vetoriais $\vec{D}$ ao $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ao $\vec{H}$ através das relações constitutivas adequadas ao nosso problema. Para esse fim, podemos recorrer à definição de campo de deslocamento elétrico:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r},t) + \vec{P}(\vec{r},t), \quad (2.5)$$

em que $\vec{P}(\vec{r},t)$ designa a polarização do meio.

No caso de campo eletromagnético de intensidade baixa, *i.e.*, no regime linear, a polarização e o campo elétrico total são conectados através de

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi_e(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r},t). \quad (2.6)$$

A constante adimensional de proporcionalidade, χ_e, é rotulada de susceptibilidade elétrica linear e quantifica a resposta linear do meio à radiação interagente. Já para o campo magnético temos, por definição, a relação:

$$\vec{H}(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{B}(\vec{r},t) - \vec{M}(\vec{r},t), \quad (2.7)$$

onde $\vec{M}(\vec{r},t)$ é o vetor magnetização. No regime linear, podemos associar a magnetização ao campo magnético, através da função linear

$$\vec{M}(\vec{r},t) = \chi_m(\vec{r})\,\vec{H}(\vec{r},t)\,, \tag{2.8}$$

em que χ_m é uma constante adimensional nomeada de susceptibilidade magnética linear do meio ou do material considerado. Essa constante traduz como a magnetização responde ao campo aplicado.

Desse modo, para meios isotrópicos e lineares, associamos $\vec{D}$ ao $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ao $\vec{H}$ através das seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \epsilon_0\epsilon(\vec{r})\,\vec{E}(\vec{r},t)\,, \tag{2.9}$$

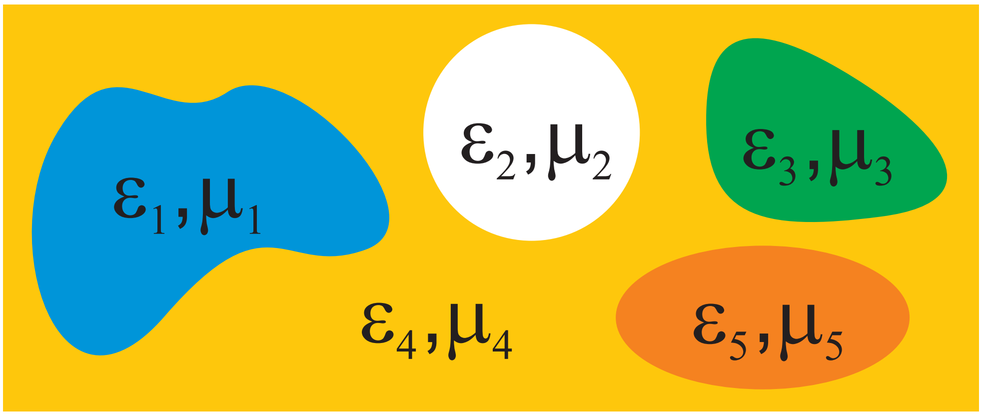
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0\mu(\vec{r})\,\vec{H}(\vec{r},t)\,, \tag{2.10}$$

em que ϵ designa a permissividade elétrica relativa e μ a permeabilidade magnética relativa. Por definição, $\epsilon = 1+\chi_e$ e $\mu = 1+\chi_m$. Essas quantidades, comumente, são funções da posição e da frequência, entretanto, por conveniência de notação, omitiremos, nesse capítulo, a dependência explícita com a frequência. Já os escalares ϵ_0 e μ_0 são as constantes de permissividade elétrica e permeabilidade magnética, respectivamente, ambas no vácuo. Sendo c a velocidade de propagação da luz no vácuo, temos a relação $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ com as constantes supracitadas.

Na Fig. 8 ilustramos uma região composta por diversos materiais homogêneos. Cada meio é caracterizado eletromagneticamente pelo par de parâmetros ϵ e μ. De forma global, essas quantidades variam com a posição, mas localmente são constantes em cada material. Inspirado nesse ambiente, aplicaremos as equações de Maxwell.

Campos eletromagnéticos, geralmente, são funções complicadas tanto do tempo quanto do espaço. Porém, a linearidade das equações de Maxwell permite apresentarmos soluções desacopladas nas dimensões espaciais e temporal. Por conveniência matemática, vamos considerar que a dependência no tempo seja do tipo harmônica. Nessa escolha, não há perda de generalidade, pois conforme o princípio

Figura 8 – Representação de uma região composta por materiais homogêneos com diferentes parâmetros ϵ e μ. As diferentes cores realçam as distinções entre os parâmetros eletromagnéticos e as formas geométricas dos materiais.



Fonte: Autor, 2016 (adaptação da referência: (JOANNOPOULOS et al., 2008)).

de Fourier, podemos expressar qualquer solução em termos de combinações dos modos harmônicos. Sendo assim, temos:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r})\,e^{-i\omega t}, \tag{2.11}$$

$$\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}(\vec{r})\,e^{-i\omega t}, \tag{2.12}$$

em que $\vec{E}(\vec{r})$ e $\vec{H}(\vec{r})$ são os modos espaciais dos campos elétrico e magnético, respectivamente. Essas funções, além de dependerem da posição, dependem implicitamente da frequência ω.

Após todas essas considerações, as equações de Maxwell são reescritas como apresentamos a seguir:

$$\nabla \cdot \left[\epsilon(\vec{r})\,\vec{E}(\vec{r},t)\right] = 0, \tag{2.13}$$

$$\nabla \cdot \left[\mu(\vec{r})\,\vec{H}(\vec{r},t)\right] = 0, \tag{2.14}$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0\mu(\vec{r})\,\vec{H}(\vec{r}), \tag{2.15}$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon_0\epsilon(\vec{r})\,\vec{E}(\vec{r}). \tag{2.16}$$

Podemos desacoplar as equações 2.15 e 2.16 para ficarmos com equações apenas em $\vec{E}(\vec{r})$ ou $\vec{H}(\vec{r})$.

Para desacoplarmos em $\vec{H}(\vec{r})$, temos da equação 2.16 a relação

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla\times\vec{H}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon_0\vec{E}(\vec{r}). \tag{2.17}$$

Tomando-se o rotacional da equação 2.17 e utilizando 2.15, temos

$$\nabla\times\left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla\times\vec{H}(\vec{r})\right] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\mu(\vec{r})\vec{H}(\vec{r}). \tag{2.18}$$

De forma semelhante, mas partindo da equação 2.15, obtemos uma relação desacoplada para $\vec{E}(\vec{r})$, apresentada a seguir:

$$\nabla\times\left[\frac{1}{\mu(\vec{r})}\nabla\times\vec{E}(\vec{r})\right] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\epsilon(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}). \tag{2.19}$$

As relações 2.18 e 2.19 são as equações mestras para o problema da propagação de ondas eletromagnéticas nas mais diversas distribuições espaciais de materiais que sejam lineares e isotrópicos.

2.2 Método da Matriz de Transferência

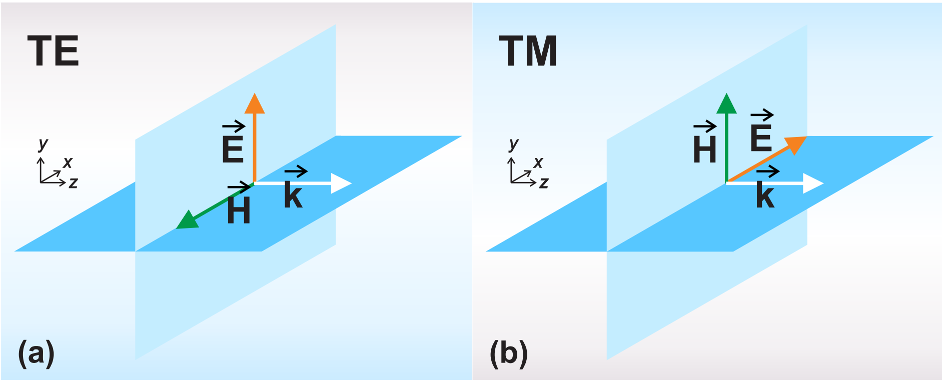
Nessa seção vamos apresentar uma maneira simples e eficiente de determinar numericamente as intensidades dos campos eletromagnéticos ao longo de um meio estratificado. Para esse fim, vamos recorrer ao método da matriz de transferência (BORN; WOLF, 1999), amplamente utilizado em problemas unidimensionais.

2.2.1 Única camada

Para um arranjo estratificado, os parâmetros físicos ϵ e μ são constantes na região interna à cada camada, mas geralmente assumem valores distintos entre as diversas camadas. No entanto, podemos investigar individualmente as soluções em cada um dos inúmeros meios homogêneos e por fim conectar/determinar as soluções através das condições de contorno para os campos eletromagnéticos nas várias interfaces ao longo do sistema.

Dessa forma, consideraremos nesse momento apenas uma camada: homogênea, linear e isotrópica. Vamos tratar de ondas eletromagnéticas com polarização linear bem definida. No caso em que a onda é polarizada linearmente, destacamos duas configurações especiais: modo TE e modo TM. No modo TE, o campo elétrico é perpendicular ao plano de incidência; enquanto que no modo TM é o campo magnético que é perpendicular ao plano de incidência (ver Fig. 9).

Figura 9 – (a) Modo TE: campo elétrico perpendicular ao plano de incidência xz; (b) Modo TM: campo magnético perpendicular ao plano de incidência xz.



Fonte: Autor, 2016.

Qualquer estado de polarização pode ser decomposto em duas ondas linearmente polarizadas, desde que os campos elétricos das duas ondas sejam ortogonais entre si, tais como o modo TE com o modo TM. Para esses dois estados, as condições de contorno em uma superfície são independentes umas das outras, permitindo que os dois estados sejam analisados separadamente. Além disso, as equações de Maxwell permanecem inalteradas quando $\vec{E}$ e $\vec{H}$ são simultaneamente permutados, desde que ϵ e $-\mu$ também o sejam. Assim, qualquer resultado associado ao modo TE, pode ser imediatamente deduzido para o modo TM, desde que sejam feitas as supracitadas mudanças. Sendo assim, vamos dedicar essa seção ao estudo detalhado para ondas TE.

Para o modo TE, sendo o plano xz, por conveniência, o plano de incidência, o campo elétrico apresenta uma única componente não nula, E_y. Ao empregarmos esse campo elétrico linearmente polarizado na equação vetorial 2.15, obtemos três equações escalares, como apresentado a seguir:

$$-\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial z} = i\omega\mu_0\mu H_x(\vec{r}), \tag{2.20}$$

$$0 = i\omega\mu_0\mu H_y(\vec{r}), \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} = i\omega\mu_0\mu H_z(\vec{r}). \tag{2.22}$$

Dessas equações, concluímos que o campo magnético tem duas componentes não nulas, H_x e H_z. De forma similar, mas partindo da equação 2.16, obtemos

$$\frac{\partial H_x(\vec{r})}{\partial y} = 0, \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial H_x(\vec{r})}{\partial z} - \frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial x} = -i\omega\epsilon_0\epsilon E_y(\vec{r}), \tag{2.24}$$

$$\frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial y} = 0. \tag{2.25}$$

Portanto, ao assumirmos que o campo elétrico é linearmente polarizado, aumentamos a quantidade de equações diferenciais, mas avançamos ao dispensarmos o formalismo vetorial das equações de Maxwell, reduzindo toda a dinâmica do sistema a um genuíno conjunto de equações diferenciais escalares. Da equação 2.23 a 2.25, podemos inferir que H_x, H_z e E_y são funções constantes em y, portanto, dependem apenas de x e z. Notem que tanto ϵ quanto μ são constantes, pois estamos investigando as soluções dentro de uma camada homogênea e isotrópica.

Para resolvermos esse conjunto de seis equações diferenciais escalares, equação 2.20 a 2.25, vamos recorrer ao método de separação de variáveis, supondo que as soluções sejam o produto de duas funções, uma para cada variável independente.

Dessa forma,

$$E_y(x,z) = E_y(z)E_y(x), \tag{2.26}$$

para a parte dependente de x, vamos assumir que seja $e^{ik_x x}$, tal que

$$E_y(x,z) = E_y(z)e^{ik_x x}, \tag{2.27}$$

sendo k_x a componente do vetor de onda k na direção x. Usando 2.20 e 2.22, temos

$$H_x(x,z) = H_x(z)e^{ik_x x}, \tag{2.28}$$

$$H_z(x,z) = H_z(z)e^{ik_x x}. \tag{2.29}$$

Assim, as relações entre $E_y(z)$, $H_x(z)$ e $H_z(z)$ são:

$$\frac{dE_y(z)}{dz} = -i\omega\mu_0\mu H_x(z), \tag{2.30}$$

$$ik_x E_y(z) = i\omega\mu_0\mu H_z(z), \tag{2.31}$$

$$\frac{dH_x(z)}{dz} - ik_x H_z(z) = -i\omega\epsilon_0\epsilon E_y(z). \tag{2.32}$$

Eliminando $H_z(z)$ das equações 2.31 e 2.32, concluímos que

$$\frac{dH_x(z)}{dz} = \left(\frac{ik_x^2}{\omega\mu_0\mu} - i\omega\epsilon_0\epsilon\right) E_y(z). \tag{2.33}$$

Diferenciando as equações 2.30 e 2.33 com respeito a z inferimos que

$$\frac{d^2E_y(z)}{dz^2} = -i\omega\mu_0\mu\frac{dH_x(z)}{dz}, \tag{2.34}$$

$$\frac{d^2H_x(z)}{dz^2} = \left(\frac{ik_x^2}{\omega\mu_0\mu} - i\omega\epsilon_0\epsilon\right)\frac{dE_y(z)}{dz}. \tag{2.35}$$

Substituindo as relações 2.33 e 2.30 nas equações 2.34 e 2.35, respectivamente, temos

$$\frac{d^2E_y(z)}{dz^2} + k_z^2 E_y(z) = 0, \tag{2.36}$$

$$\frac{d^2H_x(z)}{dz^2} + k_z^2 H_x(z) = 0, \tag{2.37}$$

sendo $k_z^2 = \left[(\frac{\omega}{c})^2\epsilon\mu - k_x^2\right]$.

A equação diferencial 2.36 tem solução geral

$$E_y(z) = Ae^{ik_z z} + Be^{-ik_z z}, \tag{2.38}$$

onde A e B são constantes. Usando a relação 2.30 e o resultado de 2.38, a solução geral da equação 2.37 é:

$$H_x(z) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu}e^{ik_z z} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu}e^{-ik_z z}. \tag{2.39}$$

Para uma posição específica $z = z_0$, por consequência de 2.38 e 2.39 temos:

$$E_y(z_0) = Ae^{ik_z z_0} + Be^{-ik_z z_0}, \tag{2.40}$$

$$H_x(z_0) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu}e^{ik_z z_0} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu}e^{-ik_z z_0}. \tag{2.41}$$

Agrupando todos esses resultados, temos um sistema linear formado por quatro equações, apresentado a seguir:

$$E_y(z) = Ae^{ik_z z} + Be^{-ik_z z}, \tag{2.42}$$

$$H_x(z) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu}e^{ik_z z} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu}e^{-ik_z z}, \tag{2.43}$$

$$E_y(z_0) = Ae^{ik_z z_0} + Be^{-ik_z z_0}, \tag{2.44}$$

$$H_x(z_0) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu}e^{ik_z z_0} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu}e^{-ik_z z_0}. \tag{2.45}$$

Resolvendo esse sistema, podemos determinar os valores de A e B e chegarmos as seguintes relações:

$$E_y(z) = \cos(k_z\Delta z)E_y(z_0) + iF^{-1}\sin(k_z\Delta z)(-c\mu_0 H_x(z_0)), \tag{2.46}$$

$$-c\mu_0 H_x(z) = iF\sin(k_z\Delta z)E_y(z_0) + \cos(k_z\Delta z)(-c\mu_0 H_x(z_0)), \tag{2.47}$$

onde Δz designa a distância entre os pontos z e z_0, a quantidade c a velocidade da luz no vácuo e k_z representa a componente z do vetor de onda $\vec{k}$. Para o estado de polarização TE, $F = ck_z/\omega\mu$.

Podemos representar de forma compacta, as soluções supracitadas das equações de Maxwell, através do formalismo matricial. Para isso, vamos definir um vetor de duas componentes, formado pelas componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético:

$$\Phi(z) = \begin{bmatrix} E_y(z) \\ -c\mu_0 H_x(z) \end{bmatrix}. \tag{2.48}$$

Assim, podemos relacionar os campos eletromagnéticos entre dois pontos quaisquer, z e z_0, através da simples relação:

$$\Phi(z) = \mathbf{M}(z - z_0)\,\Phi(z_0), \tag{2.49}$$

com $\mathbf{M}(z - z_0)$ sendo a matriz de transferência para a propagação dos campos eletromagnéticos entre z e z_0. A seguir, temos a matriz de ordem 2, $\mathbf{M}(z - z_0)$, com todos os seus 4 elementos,

$$\mathbf{M}(z - z_0) = \begin{bmatrix} \cos(k_z\Delta z) & iF^{-1}\sin(k_z\Delta z) \\ iF\sin(k_z\Delta z) & \cos(k_z\Delta z) \end{bmatrix}. \tag{2.50}$$

2.2.2 Múltiplas camadas

Na última seção, ao empregarmos as equações de Maxwell em um meio homogêneo e isotrópico, demonstramos que conhecendo as componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético em uma dada posição, podemos determinar, trivialmente, os campos eletromagnéticos em qualquer outra posição ao longo do meio supracitado, desde que a matriz de transferência entre as posições hipotéticas, seja conhecida. Tendo como base esse formalismo matricial, vamos tratar de um sistema composto por várias camadas, denominado de multicamadas ou super-redes unidimensionais.

Para tal fim, consideremos um arranjo formado por N camadas homogêneas e isotrópicas, como apresentado na Fig. 10. A j-ésima camada tem suas interfaces planas nas posições $z = z_{j-1}$ e $z = z_j$, as soluções das componentes tangenciais dos campos eletromagnéticos em $z = z_{j-1}$ podem ser propagadas para a sua outra interface, *i.e.*, em $z = z_j$, através da matriz de transferência característica do meio $\mathbf{M}_j$, como apresentado a seguir:

$$\Phi(z_j) = \mathbf{M}_j \Phi\left(z_{j-1}\right), \tag{2.51}$$

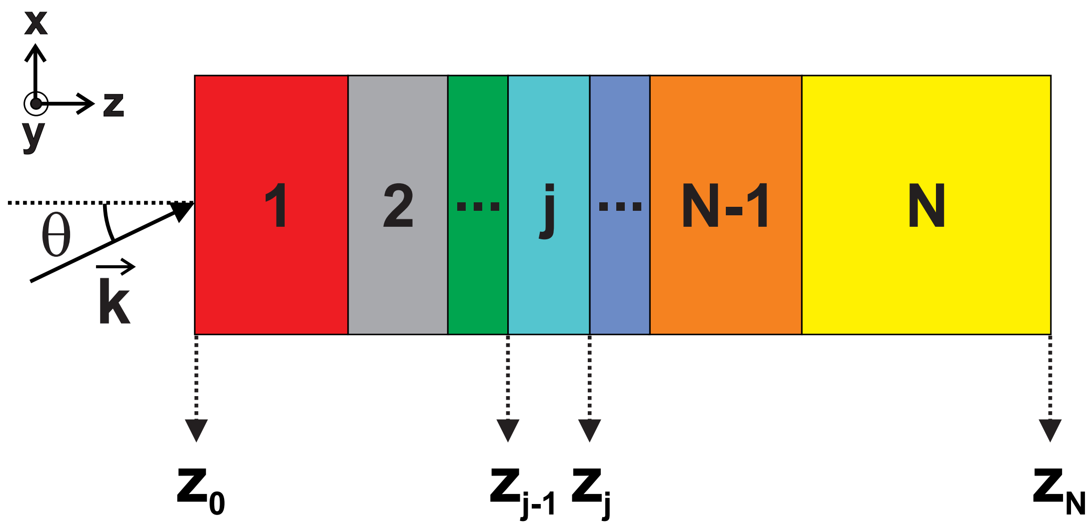
por conveniência de notação, adotamos $\mathbf{M}_j$ ao invés de $\mathbf{M}(z_j - z_{j-1})$. Essa simplificação na notação será sempre empregada quando a matriz de transferência propagar soluções entre as interfaces de uma mesma camada. Temos, assim

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} \cos(k_{z,j}\Delta z_j) & iF_j^{-1}\sin(k_{z,j}\Delta z_j) \\ iF_j \sin(k_{z,j}\Delta z_j) & \cos(k_{z,j}\Delta z_j) \end{bmatrix}. \tag{2.52}$$

em que $k_{z,j} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_j \mu_j - n_0^2 \sin^2(\theta)}$ e Δz_j, representam, respectivamente, a componente z do vetor de onda e a espessura da camada, ambas na j-ésima camada. Para o estado de polarização TE, $F_j = ck_{z,j}/\omega\mu_i$ enquanto que para o modo TM $F_j = ck_{z,j}/\omega\epsilon_i$.

A partir dos princípios estabelecidos no eletromagnetismo, sabemos que as componentes tangenciais dos campos elétricos e magnéticos em um meio dielétrico são contínuas, assim se conhecermos as soluções dos campos na primeira interface,

Figura 10 – Meio estratificado ao longo da direção z e formado por N camadas: homogêneas, lineares e isotrópicas. O parâmetro θ representa o ângulo de incidência do vetor de onda $\vec{k}$.



Fonte: Autor, 2016.

i.e., em $z = z_0$, através da técnica de matriz de transferência, podemos determinar os campos em quaisquer interfaces das N camadas, inclusive na última interface do sistema multicamadas, em $z = z_N$. Assim, as matrizes das sucessivas camadas são aplicadas, e temos como resultado a relação

$$\Phi(z_N) = \mathbf{M}\Phi\left(z_0\right), \tag{2.53}$$

onde a matriz de transferência para uma estrutura inteira é $\mathbf{M}$. Sendo $\mathbf{M}$ o produto sucessivo das matrizes das N camadas,

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_N\mathbf{M}_{N-1}...\mathbf{M}_j...\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1 = \prod_{i=1}^{N}\mathbf{M}_i. \tag{2.54}$$

2.2.3 Coeficientes de transmissão e de reflexão

Agora que sabemos propagar as soluções de uma interface a outra de um sistema multicamadas, através da técnica de matriz de transferência, vamos determinar as amplitudes da onda transmitida ($\mathcal{T}$) e da refletida ($\mathcal{R}$), conhecendo-se a amplitude da onda incidente ($\mathcal{A}$), o ângulo de incidência (θ) e a matriz de transferência total do arranjo das N camadas semi-infinitas ($\mathbf{M}$). Por simplicidade, o supracitado arranjo encontra-se imerso no vácuo.

Assumindo a incidência de uma onda plana de amplitude $\mathcal{A}$ e vetor de onda $\vec{k}$, através do lado esquerdo da estrutura, conforme a Fig. 10, a solução geral para as equações de Maxwell é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} E_y(z) &= \mathcal{A}e^{ik_z(z-z_0)} + \mathcal{R}e^{-ik_z(z-z_0)}, \quad (2.55)\\ E_y(z) &= \mathcal{T}e^{ik_z(z-z_N)}, \quad (2.56)\\ H_x(z) &= -\frac{k_z\mathcal{A}}{\omega\mu_0}e^{ik_z(z-z_0)} + \frac{k_z\mathcal{R}}{\omega\mu_0}e^{-ik_z(z-z_0)}, \quad (2.57)\\ H_x(z) &= -\frac{k_z\mathcal{T}}{\omega\mu_0}e^{ik_z(z-z_N)}. \quad (2.58) \end{aligned}$$

Do eletromagnetismo, sabemos que a onda incidente é parcialmente transmitida e refletida. A onda parcialmente refletida possui amplitude $\mathcal{R}$ e propaga-se para a esquerda com ângulo de reflexão $\theta_r = \theta$, em que θ é o ângulo de incidência. Já a onda transmitida tem amplitude $\mathcal{T}$ e propaga-se na mesma direção e sentido da onda incidente, pois os meios de ambos os lados do sistema são opticamente equivalentes.

Os coeficientes de reflexão e transmissão são definidos como a razão das amplitudes de reflexão e incidência ($r = \mathcal{R}/\mathcal{A}$) e transmissão e incidência ($t = \mathcal{T}/\mathcal{A}$), respectivamente. Dessa forma, temos:

$$\begin{aligned} E_y(z_0) &= (1+r)\,\mathcal{A}, \quad (2.59)\\ H_x(z_0) &= -\frac{Z\,(1-r)}{c\mu_0}\mathcal{A}, \quad (2.60)\\ E_y(z_N) &= t\mathcal{A}, \quad (2.61)\\ H_x(z_N) &= -\frac{Zt}{c\mu_0}\mathcal{A}, \quad (2.62) \end{aligned}$$

com $Z \equiv \cos(\theta)$.

Por outro lado, podemos relacionar os campos em $z = z_N$ com $z = z_0$, através da matriz de transferência:

$$\begin{bmatrix} t\mathcal{A} \\ Zt\mathcal{A} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} (1+r)\,\mathcal{A} \\ Z\,(1-r)\,\mathcal{A} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

com $\mathbf{M} = \mathbf{M}_N\mathbf{M}_{N-1}...\mathbf{M}_j...\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1$.

Assim, temos:

$$t = M_{11}\left(1+r\right) + M_{12}Z\left(1-r\right), \tag{2.64}$$

$$Zt = M_{21}\left(1+r\right) + M_{22}Z\left(1-r\right), \tag{2.65}$$

onde M_{ij} são os elementos da matriz total. Das equações 2.64 e 2.65 temos os coeficientes de reflexão (r) e transmissão (t):

$$r = \frac{ZM_{11} - ZM_{22} - Z^2M_{12} + M_{21}}{Z(M_{11}+M_{22}) - Z^2M_{12} - M_{21}}, \tag{2.66}$$

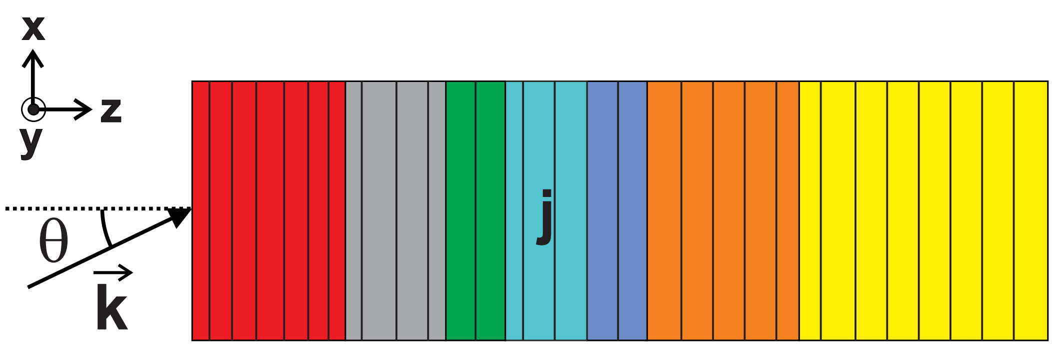
$$t = \frac{2Z}{Z\left(M_{11}+M_{22}\right) - Z^2M_{12} - M_{21}}. \tag{2.67}$$

Essas relações são igualmente válidas para o modo de polarização TM. Em termos de r e t, a refletividade e transmissividade são $R = r^2$ e $T = t^2$, respectivamente.

2.2.4 Perfis dos campos eletromagnéticos

Os campos eletromagnéticos em um sistema multicamadas resultam das interferências das ondas devido as múltiplas reflexões nas interfaces do sistema. Os perfis dos campos eletromagnéticos podem ser bem complexos, até mesmo em um sistema com poucas camadas.

Figura 11 – Meio estratificado ao longo da direção z em que cada camada é subdividida em camadas de espessuras minúsculas.



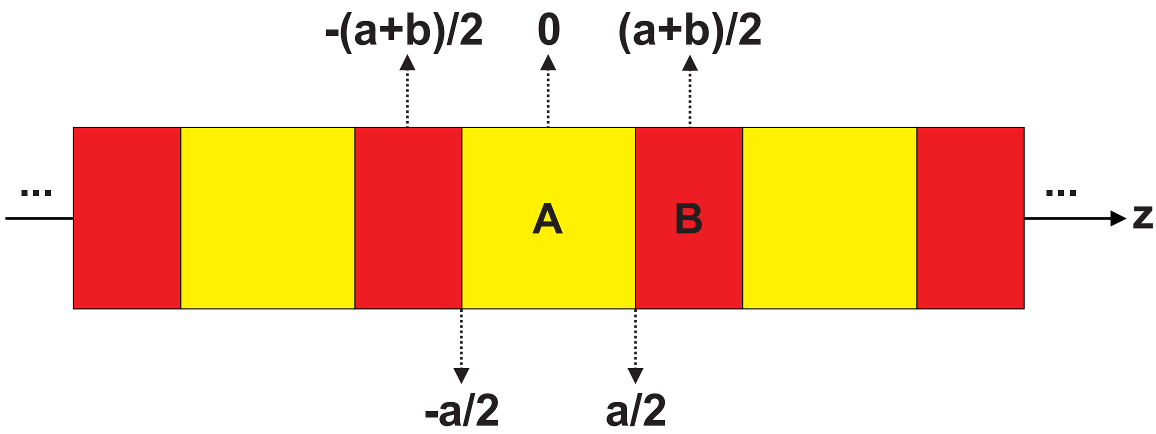
Fonte: Autor, 2016.

A matriz transferência $\mathbf{M}\left(z'-z\right)$ conecta os campos eletromagnéticos entre dois pontos quaisquer contidos em um meio homogêneo. Pelo método da matriz de transferência, podemos determinar o perfil do campo elétrico ou magnético, ao longo de um arranjo multicamadas, ao dividirmos as N camadas em uma série de camadas de espessuras minúsculas , conforme a Fig. 11, e propagar as soluções entre as suas interfaces.

2.2.5 Relação de dispersão

Podemos aplicar o mesmo formalismo de matriz de transferência a uma rede infinita. Vamos considerar uma rede formada por dois diferentes materiais, A e B, com espessuras a e b, respectivamente. Assumindo que o sistema de coordenadas está centrado em uma camada do tipo A.

Figura 12 – Rede periódica infinita composta por dois tipos de materiais, A e B.



Fonte: Autor, 2016.

Para as posições $z = \frac{a}{2}$ e $z_0 = 0$, temos

$$\Phi\left(\frac{a}{2}\right) = \mathbf{M}_A\left(\frac{a}{2}\right)\Phi(0)\,. \tag{2.68}$$

Enquanto que para $z = \frac{(a+b)}{2}$ e $z_0 = \frac{a}{2}$,

$$\Phi\left(\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{M}_B\left(\frac{b}{2}\right)\Phi\left(\frac{a}{2}\right)\,. \tag{2.69}$$

Substituindo a expressão 2.68 em 2.69, inferimos que

$$\Phi\left(\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{M}_B\left(\frac{b}{2}\right)\mathbf{M}_A\left(\frac{a}{2}\right)\Phi(0)\,, \tag{2.70}$$

em que as matrizes $\mathbf{M}_A$ e $\mathbf{M}_B$ são apresentadas a seguir:

$$\mathbf{M}_A\left(\frac{a}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos(k_{z,A}a/2) & iF_A{}^{-1}\sin(k_{z,A}a/2) \\ iF_A\sin(k_{z,A}a/2) & \cos(k_{z,A}a/2) \end{bmatrix}, \tag{2.71}$$

$$\mathbf{M}_B\left(\frac{b}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos(k_{z,B}b/2) & iF_B{}^{-1}\sin(k_{z,B}b/2) \\ iF_B\sin(k_{z,B}b/2) & \cos(k_{z,B}b/2) \end{bmatrix}, \tag{2.72}$$

Portanto,

$$\Phi\left(\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{T}(a,b)\,\Phi(0), \tag{2.73}$$

em que

$$\mathbf{T}(a,b) = \mathbf{M}_B\left(\frac{b}{2}\right)\mathbf{M}_A\left(\frac{a}{2}\right) = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}. \tag{2.74}$$

Resolvendo esse produto matricial, temos:

$$p = \cos\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) - \left(\frac{F_A}{F_B}\right)\sin\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) \tag{2.75}$$

$$q = iF_A^{-1}\sin\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) + iF_B^{-1}\cos\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) \tag{2.76}$$

$$r = iF_B\cos\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) + iF_A\sin\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) \tag{2.77}$$

$$s = -\left(\frac{F_B}{F_A}\right)\sin\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) + \cos\left(\frac{k_{z,A}a}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{z,B}b}{2}\right) \tag{2.78}$$

Por outro lado para $z = -\frac{a}{2}$ e $z_0 = 0$

$$\Phi\left(-\frac{a}{2}\right) = \mathbf{M}_A\left(-\frac{a}{2}\right)\Phi(0) \tag{2.79}$$

e para $z = -\frac{(a+b)}{2}$ e $z_0 = -\frac{a}{2}$, temos a relação

$$\Phi\left(-\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{M}_B\left(-\frac{b}{2}\right)\Phi\left(-\frac{a}{2}\right). \tag{2.80}$$

Portanto, ao substituirmos 2.79 em 2.80, deduzimos que

$$\Phi\left(-\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{M}_B\left(-\frac{b}{2}\right)\mathbf{M}_A\left(-\frac{a}{2}\right)\Phi(0). \tag{2.81}$$

Ou seja,

$$\Phi\left(-\frac{a+b}{2}\right) = \mathbf{T}(-a,-b)\,\Phi(0). \tag{2.82}$$

Da relação 2.73, temos

$$\mathbf{T}(-a,-b) = \begin{bmatrix} p & -q \\ -r & s \end{bmatrix}. \tag{2.83}$$

Aplicando o teorema de Bloch (ASHCROFT; MERMIN, 1976; KITTEL, 2004) ao meio periódico, temos

$$\Phi(z+d) = e^{iKd}\Phi(z) \tag{2.84}$$

ou seja,

$$\Phi\left(\frac{a+b}{2}\right) = e^{iKd}\Phi\left(-\frac{a+b}{2}\right) \tag{2.85}$$

em que K é a intensidade do vetor de onda de Bloch e $d = a + b$ é o período da rede.

Substituindo as expressões 2.73 e 2.82 em 2.85, temos que

$$\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}\Phi(0) = e^{iKd}\begin{bmatrix} p & -q \\ -r & s \end{bmatrix}\Phi(0) \tag{2.86}$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} p(1-\lambda) & q(1+\lambda) \\ r(1+\lambda) & s(1-\lambda) \end{bmatrix}\Phi(0) = 0 \tag{2.87}$$

com $\lambda = e^{iKd}$.

Para que a equação 2.87 tenha solução além da trivial, $\Phi(0) = 0$, é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja zero, *i.e.*,

$$\begin{vmatrix} p(1-\lambda) & q(1+\lambda) \\ r(1+\lambda) & s(1-\lambda) \end{vmatrix} = 0, \tag{2.88}$$

ou seja,

$$ps(1-\lambda)^2 - qr(1+\lambda)^2 \;\; = \;\; 0. \tag{2.89}$$

No entanto, da expressão 2.76 a 2.78, $ps - qr = 1$. Logo temos,

$$\cos(Kd) = 2ps - 1, \tag{2.90}$$

usando 2.76 e 2.78, obtemos a seguinte relação:

$$\xi \equiv \cos(Kd) = \cos(k_{z,A}a)\cos(k_{z,B}b) - \frac{1}{2}\left[\frac{F_B}{F_A} + \frac{F_A}{F_B}\right]\sin(k_{z,A}a)\sin(k_{z,B}b). \tag{2.91}$$

Essa solução nos permite encontrar a relação de dispersão $\omega = \omega(K)$ ou estruturas de bandas fotônicas de super-redes periódicas. A quantidade ξ determina a estrutura de banda. Na região onde $|\xi| < 1$, K tem valor real e implica na propagação das ondas de Bloch. Na região onda $|\xi| > 1$, K é imaginário. Os limites dos *gaps* são as regiões onde $\xi = 1$.

3 MODOS DE DEFEITO EM SUPER-REDES FOTÔNICAS COMPOSTAS POR METAMATERIAIS COMO TUNELAMENTO RESSONANTE EM SISTEMAS DE TRÊS CAMADAS

Avanços em nanofabricação, modelagem numérica e ferramentas de caracterização, favoreceram o desenvolvimento de materiais, hoje conhecidos como metamateriais, possuindo propriedades físicas únicas e incomuns. Das mais célebres propriedades dos metamateriais, destaca-se a possibilidade de desenvolver materiais em que a permissividade dielétrica e/ou permeabilidade magnética, dependem da frequência da onda eletromagnética incidente (SHELBY; SMITH; SCHULTZ, 2001; GRBIC; ELEFTHERIADES, 2002; ELEFTHERIADES; IYER; KREMER, 2002; YEN et al., 2004; ZHANG et al., 2005; LINDEN et al., 2004; SOUKOULIS; LINDEN; WEGENER, 2007; LEZEC; DIONNE; ATWATER, 2007; WU et al., 2007; ZHAO et al., 2008; VALENTINE et al., 2008).

Metamateriais que exibem permissividade dielétrica e permeabilidade magnética com valores simultaneamente negativos, implicam em um índice de refração negativo e são frequentemente nomeados de (*LHMs*), como introduzido por Veselago (VESELAGO, 1968). A inclusão desses metamateriais como blocos de construção de um empilhamento periódico de dois meios alternados, exibe regiões de frequência proibidas, ou *band-gaps* fotônicos (*PBGs*), que são robustos à desordem e aos efeitos de escala (JIANG et al., 2003; LI et al., 2003; LI; ZHAO; LIU, 2004; CAVALCANTI et al., 2007; AGUDELO-ARANGO et al., 2011; BRUNO-ALFONSO et al., 2011; MA-

DANI et al., 2012). No caso de um sistema de camadas alternadas, compostas de materiais convencionais, comumente conhecido como *DPS* e materiais *DNG*, um *gap* não-Bragg-$< n >$ é observado devido a média geométrica dos índices de refração ser nula em uma certa frequência. Além disso, em super-redes compostas por camadas alternadas de materiais *ENG* e *MNG*, pode surgir um outro tipo de *gap*, zero-ϕ_{eff}, que também é insensível a mudanças no ângulo de incidência.

Quando camadas de defeito são adicionadas em super-redes fotônicas, alguns modos de ressonância localizados, frequentemente rotulados de modos de defeito, aparecem no interior de *PBGs*. Esses modos de defeito em super-redes fotônicas têm despontado grande interesse para o desenvolvimento de novos filtros ópticos (CHEN, 2009; CHEN, 2008a; CHEN, 2008b; OUCHANI et al., 2009; LU, 2011).

Fenômenos de ressonância são estudados em vários tipos de sistemas, recentemente investigou-se a exibição de ressonância na vizinhança das frequências características de uma estrutura formada pela junção de uma grade metálica com uma camada de metamaterial (BROVENKO P. N. MELEZHIK; GRANET, 2009) e também em tricamadas *DPS/ENG/DPS* (COJOCARU, 2011). Foi demonstrado que o fenômeno de tunelamento ressonante em simples e compactas estruturas de camadas triplas (KANG et al., 2013; SHU; LI; LI, 2013; YANG; ZHAO, 2013; DMITRIEV; aO; KAWAKATSU, 2013; MOCCIA G. CASTALDI; ENGHETA, 2014; LAKHTAKIA; KROWNE, 2003; KOCER et al., 2015) pode ser utilizado para controlar as propriedades de propagação de luz, com algumas características análogas daquelas obtidas em super-redes fotônicas defeituosas.

Inspirados nos trabalhos supracitados, através do método da matriz de transferência e de soluções analíticas, investigamos os modos de defeito existentes em super-redes fotônicas defeituosas. Originalmente, na ausência de defeitos, as redes possuem camadas alternadas de material dielétrico com metamaterial, ambos os tipos de camadas possuem espessuras no regime de sub-comprimento de onda. De posse dos resultados, comparamos com os obtidos em um simples sistema formado por três camadas com parâmetros gerados pela teoria de meio efetivo. Verificamos que os resultados são similares na região do *gap* não-Bragg.

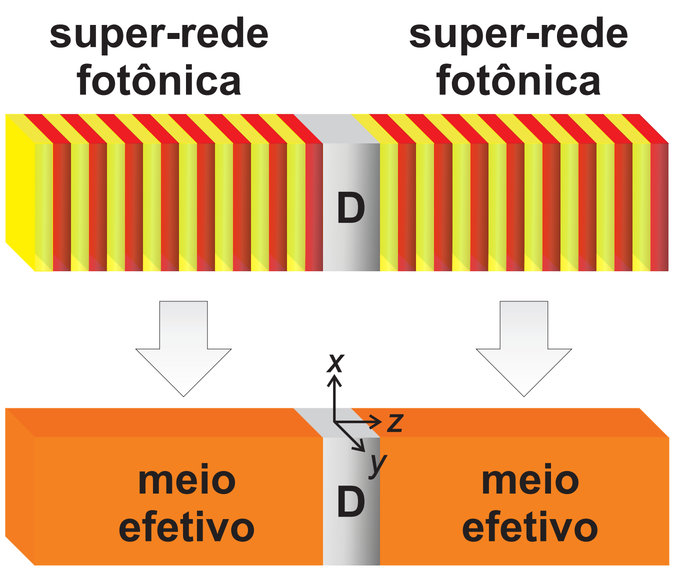
Por fim, obtivemos resultados que indicam com precisão as frequências em que surgem os modos de defeito dentro dos *gaps* não Bragg, bem como indicam os parâmetros que influenciam em suas naturezas.

3.1 Quadro teórico

3.1.1 Solução exata do sistema

Pretendemos mostrar que super-redes fotônicas com defeito, formadas por camadas no regime de *sub-comprimento de onda*, conforme a Fig. 13 (painel superior), podem ser substituídas com grande acurácia por simplificados sistemas compostos por três camadas, Fig. 13 (painel inferior).

Figura 13 – Representação esquemática dos sistemas em estudo. Super-rede fotônica com camadas no regime de sub-comprimento de onda com defeito inserido no centro da super-rede (painel superior) e sistema equivalente de tripla camadas (painel inferior).



Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

Com esse objetivo, consideremos uma super-rede fotônica $(AB)^N$ formada pelo empilhamento de N pares de camadas AB, sendo A uma camada dielétrica e B

uma camada de metamaterial com espessuras a e b, respectivamente. As camadas dielétricas A são compostas de ar, $\varepsilon_A = 1,0$ e $\mu_A = 1,0$ e as de metamaterial B possuem permissividade dielétrica ε_B e permeabilidade magnética μ_B, ambas dispersivas e satisfazendo a relação de Drude (GRBIC; ELEFTHERIADES, 2002; ELEFTHERIADES; IYER; KREMER, 2002):

$$\varepsilon_B(\nu) = \varepsilon_0 - \frac{\nu_e^2}{\nu^2}, \tag{3.1}$$

$$\mu_B(\nu) = \mu_0 - \frac{\nu_m^2}{\nu^2}, \tag{3.2}$$

onde as frequências de plasmon são definidas como $\nu_{e,p} = \nu_e/\sqrt{\varepsilon_0}$ e $\nu_{m,p} = \nu_m/\sqrt{\mu_0}$, de acordo com as soluções de $\varepsilon_B(\nu_{e,p}) = 0$ e $\mu_B(\nu_{m,p}) = 0$, respectivamente, com $\varepsilon_0 = 1,21$, $\mu_0 = 2,0$, $\nu_e = 5,0$ GHz e $\nu_m = 3,0$ GHz. Nessa tese, geramos defeitos nas super-redes ao adicionarmos uma camada dielétrica, D, no meio das estruturas fotônicas, possuindo espessura d, permissividade elétrica ϵ_D e permeabilidade magnética μ_D. Assim, após a inserção do defeito, temos o arranjo $(AB)^{N/2}D(AB)^{N/2}$ que chamaremos de super-rede fotônica defeituosa.

O arranjo descrito na Fig. 13 (painel inferior) é formado por três camadas: meio efetivo (E)/dielétrico (D)/meio efetivo (E). Para cada super-rede fotônica (AB)$^{N/2}$ consideramos a teoria de meio efetivo, para incidência normal, i.e., $\theta = 0$, como nas Refs. (LAKHTAKIA; KROWNE, 2003; RAHIMI A. NAMDAR; TAJALLI, 2010)

$$\varepsilon_{eff}(\nu) = \frac{\varepsilon_A a + \varepsilon_B(\nu) b}{a+b}, \tag{3.3}$$

$$\mu_{eff}(\nu) = \frac{\mu_A a + \mu_B(\nu) b}{a+b}. \tag{3.4}$$

sendo ε_{eff} e μ_{eff} a permeabilidade e permissividade das camadas de *meio efetivo* (camada a esquerda e a direita da camada D na parte inferior da Fig. 13), respectivamente.

Limitar-nos-emos a incidência normal e todas as supracitadas estruturas são estratificadas ao longo da direção z. Para determinarmos os espectros de transmissão e perfis dos campos utilizaremos o método da matriz de transferência apresentado no Cap. 2.

3.1.2 Modelo de estados ligados

Inspirados no modelo do estado quântico de uma partícula presa em um poço de potencial finito (COHEN-TANNOUDJI; DIU; LALOE, 1991), escolhemos soluções para os modos de ressonância em termos de auto funções evanescentes fora da camada central dielétrica (D), assim,

$$E(z) = B_1 e^{\rho z} + B_1' e^{-\rho z}, \qquad z < -d/2 \tag{3.5}$$

$$E(z) = A_2 e^{ikz} + A_2' e^{-ikz}, \qquad -d/2 < z < d/2 \tag{3.6}$$

$$E(z) = B_3 e^{\rho z} + B_3' e^{-\rho z}, \qquad z > d/2 \tag{3.7}$$

onde $k = \frac{\omega}{c} n_D$ com n_D sendo o índice de refração da camada central. No sistema de três camadas efetivas, Fig. 13 (painel inferior), as frequências de ressonância aparecem na região em que $n_{eff} = \sqrt{\varepsilon_{eff}(\nu)}\sqrt{\mu_{eff}(\nu)} \in \Im$, i.e., $\varepsilon_{eff}(\nu)\mu_{eff}(\nu) < 0$ e consideramos $\rho = \sqrt{-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{eff}(\nu)\mu_{eff}(\nu)} = \frac{\omega}{c}\left|n_{eff}(\nu)\right|$. Nas Eqs. 3.5 e 3.7, $E(z)$ deve ser evanescente para $z < -d/2$ e $z > d/2$, respectivamente, portanto, B_1' e B_3 devem ser nulos.

Na interface meio efetivo $(eff) \rightarrow$ dielétrico (D), *i.e.*, em $z = -d/2$, a condição de contorno para o campo $E(z)$ impõe a relação:

$$E_{eff}\left(-\frac{d}{2}\right) = E_D\left(-\frac{d}{2}\right). \tag{3.8}$$

Substituindo 3.5 e 3.6 em 3.8, obtemos:

$$B_1 e^{-\rho(\nu)\frac{d}{2}} = A_2 e^{-ik\frac{d}{2}} + A_2' e^{ik\frac{d}{2}}. \tag{3.9}$$

De forma similar, nessa mesma interface, meio efetivo $(eff) \rightarrow$ dielétrico (D), a componente tangencial do campo magnético, $H_x(z)$, deve manter-se contínua, portanto, da Eq. 2.30, com as Eqs. 3.5 e 3.6 em $z = -d/2$, podemos inferir que

$$\frac{\mu_D}{\mu_{eff}(\nu)} B_1 \frac{\rho(\nu)}{ik} e^{-\rho(\nu)\frac{d}{2}} = A_2 e^{-ik\frac{d}{2}} - A_2' e^{ik\frac{d}{2}}. \tag{3.10}$$

Somando a Eq. 3.9 à Eq. 3.10:

$$A_2 = B_1 \left[\frac{\mu_{eff}(\nu) ik + \mu_D \rho(\nu)}{2\mu_{eff}(\nu) ik}\right] e^{-[\rho(\nu) - ik]\frac{d}{2}}. \tag{3.11}$$

Subtraindo a Eq. 3.10 da Eq. 3.9:

$$A'_2 = B_1 \left[\frac{\mu_{eff}(\nu)ik - \mu_D \rho(\nu)}{2\mu_{eff}(\nu)ik} \right] e^{-[\rho(\nu)+ik]\frac{d}{2}}. \tag{3.12}$$

Do mesmo modo, na interface dielétrico (D) $\rightarrow$ meio efetivo (eff), *i.e.*, em $z = d/2$, a continuidade de $E(z)$ implica na relação de igualdade a seguir:

$$E_D\left(\frac{d}{2}\right) = E_{eff}\left(\frac{d}{2}\right). \tag{3.13}$$

Substituindo 3.6 e 3.7 em 3.13, obtemos:

$$A_2 e^{ik\frac{d}{2}} + A'_2 e^{-ik\frac{d}{2}} = B'_3 e^{-\rho(\nu)\frac{d}{2}}. \tag{3.14}$$

A continuidade da componente tangencial do campo elétrico, $H_x(z)$, impõe a relação

$$\frac{\mu_{eff}(\nu)}{\mu_D}\frac{ik}{\rho(\nu)}\left[A_2 e^{ik\frac{d}{2}} - A'_2 e^{-ik\frac{d}{2}}\right] = -B'_3 e^{-\rho(\nu)\frac{d}{2}}. \tag{3.15}$$

Subtraindo 3.15 de 3.14, temos:

$$B'_3 = \left[\frac{\mu_D\rho(\nu) - \mu_{eff}(\nu)ik}{2\mu_D\rho(\nu)}\right] A_2 e^{[\rho(\nu)+ik]\frac{d}{2}} + \left[\frac{\mu_D\rho(\nu) + \mu_{eff}(\nu)ik}{2\mu_D\rho(\nu)}\right] A'_2 e^{-[-\rho(\nu)+ik]\frac{d}{2}}. \tag{3.16}$$

Somando a Eq. 3.14 com Eq. 3.15, temos:

$$-\left[\frac{\mu_D\rho(\nu) - \mu_{eff}(\nu)ik}{\mu_D\rho(\nu) + \mu_{eff}(\nu)ik}\right]\frac{A'_2}{A_2} = e^{ikd}. \tag{3.17}$$

Substituindo 3.11 e 3.12 em 3.16, e usando a relação $e^{ikd} - e^{-ikd} = 2i\sin(kd)$, obtemos:

$$\frac{B'_3}{B_1} = \left[\frac{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}{2\mu_{eff}(\nu)\mu_D\rho(\nu)k}\right]\sin(kd). \tag{3.18}$$

Das Eqs. 3.11, 3.12 e 3.17, trivialmente encontramos,

$$\left(\frac{\mu_D\rho(\nu) - \mu_{eff}(\nu)ik}{\mu_D\rho(\nu) + \mu_{eff}(\nu)ik}\right)^2 = e^{2ikd}, \tag{3.19}$$

admitindo as soluções:

$$\frac{\mu_D\rho(\nu) - \mu_{eff}(\nu)ik}{\mu_D\rho(\nu) + \mu_{eff}(\nu)ik} = -e^{ikd} = -\cos(kd) - i\sin(kd), \tag{3.20}$$

e

$$\frac{\mu_D\rho(\nu) - \mu_{eff}(\nu)ik}{\mu_D\rho(\nu) + \mu_{eff}(\nu)ik} = e^{ikd} = \cos(kd) + i\sin(kd). \tag{3.21}$$

Para o caso da Eq. 3.20, separando a parte real da imaginária, temos:

$$\cos(kd) = \frac{\mu_{eff}^2(\nu)k^2 - \mu_D^2\rho^2(\nu)}{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}, \tag{3.22}$$

e

$$\sin(kd) = \frac{2\mu_{eff}(\nu)\mu_D(\nu)k\rho(\nu)}{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}. \tag{3.23}$$

Através das Eqs. 3.17 com 3.20 e 3.18 com 3.23 , podemos facilmente verificar que $B_3' = B_1$ e $A_2 = A_2'$, respectivamente. Assim, $E(-z) = E(z)$, *i.e.*, as soluções do campo E são simétricas e rotuladas de modos pares.

Assim, após algumas manipulações algébricas e substituições trigonométricas, obtemos:

$$\tan\left(\frac{kd}{2}\right) = \frac{\mu_D}{\mu_{eff}(\nu)}\frac{\rho(\nu)}{k} = \frac{Z_D}{Z_{eff}(\nu)} > 0, \tag{3.24}$$

$$\left|\cos\left(\frac{kd}{2}\right)\right| = \frac{\mu_{eff}(\nu)k}{\sqrt{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}}, \tag{3.25}$$

$$\left|\cos\left(\frac{\pi\nu}{c}n_D d\right)\right| = \frac{Z_{eff}(\nu)}{\sqrt{Z_{eff}^2(\nu) + Z_D^2}}, \tag{3.26}$$

para os modos pares. Onde $Z_{eff} = \sqrt{\frac{\mu_{eff}(\nu)}{|\varepsilon_{eff}(\nu)|}}$ e $Z_D = \sqrt{\frac{\mu_D}{\varepsilon_D}}$.

Já para a situação descrita na Eq. 3.21, temos:

$$\cos(kd) = \frac{\mu_{eff}^2(\nu)k^2 - \mu_D^2\rho^2(\nu)}{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}, \tag{3.27}$$

e

$$\sin(kd) = -\frac{2\mu_{eff}(\nu)\mu_D(\nu)k\rho(\nu)}{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}. \tag{3.28}$$

Através das Eqs. 3.17 com 3.21 e 3.18 com 3.28 , podemos facilmente verificar que $B_3' = -B_1$ e $A_2 = -A_2'$, respectivamente. Assim, $E(-z) = -E(z)$, *i.e.*, as soluções do campo E são rotuladas de modos ímpares.

Após algumas manipulações algébricas e substituições trigonométricas, obtemos:

$$\tan\left(\frac{kd}{2}\right) = -\frac{\mu_{eff}(\nu)}{\mu_D}\frac{k}{\rho(\nu)} = -\frac{Z_{eff}(\nu)}{Z_D} < 0, \tag{3.29}$$

$$\left|\sin\left(\frac{kd}{2}\right)\right| = \frac{\mu_{eff}(\nu)k}{\sqrt{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{eff}^2(\nu)k^2}}, \tag{3.30}$$

$$\left|\sin\left(\frac{\pi\nu}{c}n_D d\right)\right| = \frac{Z_{eff}(\nu)}{\sqrt{Z_{eff}^2(\nu) + Z_D^2}}, \tag{3.31}$$

para os modos ímpares.

Das Eqs. (3.25) e (3.30) podemos observar que os cálculos apresentados são válidos para $\mu_{eff}(\nu) > 0$, o qual exige que $\varepsilon_{eff}(\nu) < 0$. Para temos $\mu_{eff}(\nu) < 0$ e $\varepsilon_{eff}(\nu) > 0$ precisamos resolver as correspondentes equações para o campo magnético H.

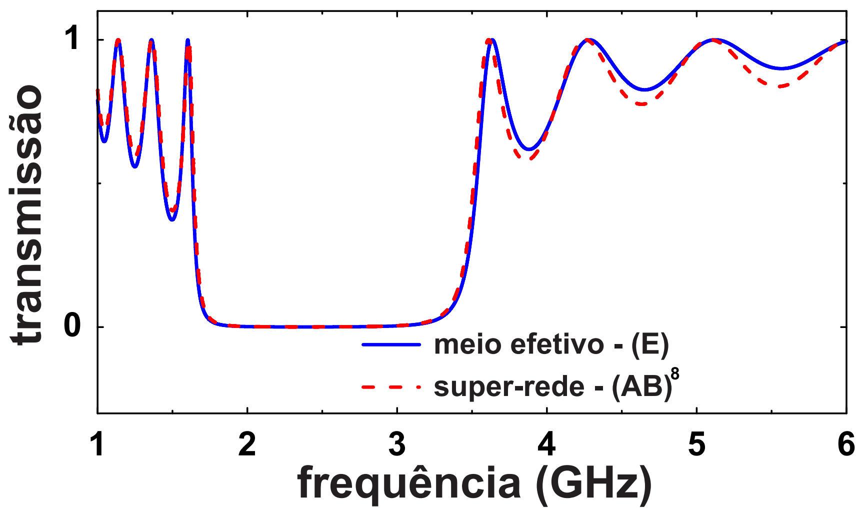
Exceto pelos coeficientes $\mu(\nu)$, as equações (3.24)-(3.25) e (3.29)-(3.30) têm a mesma forma de estados de uma partícula quântica ligada em um poço de potencial finito (COHEN-TANNOUDJI; DIU; LALOE, 1991).

3.2 Resultados e discussões

Na Fig. 14 comparamos os espectros de transmissão entre uma super-rede fotônica formada por $N = 8$ pares de camadas AB com espessuras $a = b = 6$ mm, com sua correspondente aproximação de meio efetivo, obtida através das Eqs. (3.3) e (3.4). Os parâmetros ϵ e μ de ambos os materiais, A e B, são os mesmos atribuídos na Seç. 3.1.1. Nossos resultados apresentam semelhanças nos espectros de transmissão na faixa de frequências de 1 GHz até 5 GHz. Esse regime equivale ao do intervalo de comprimentos de onda entre 60 mm e 300 mm, logo satisfaz a condição de sub-comprimento de onda das camadas, $a, b \lesssim \lambda/10$ com λ sendo o comprimento de onda da radiação incidente. Dessa forma, limitar-nos-emos a estudar todo o sistema nesse regime de frequências.

No lado esquerdo da Fig. 15 apresentamos os espectros de transmissão de

Figura 14 – Comparação do espectro de transmissão de uma super-rede fotônica $(AB)^8$ formada por camadas de espessuras no regime de sub-comprimento de onda (linha tracejada) com seu correspondente meio efetivo (linha sólida).

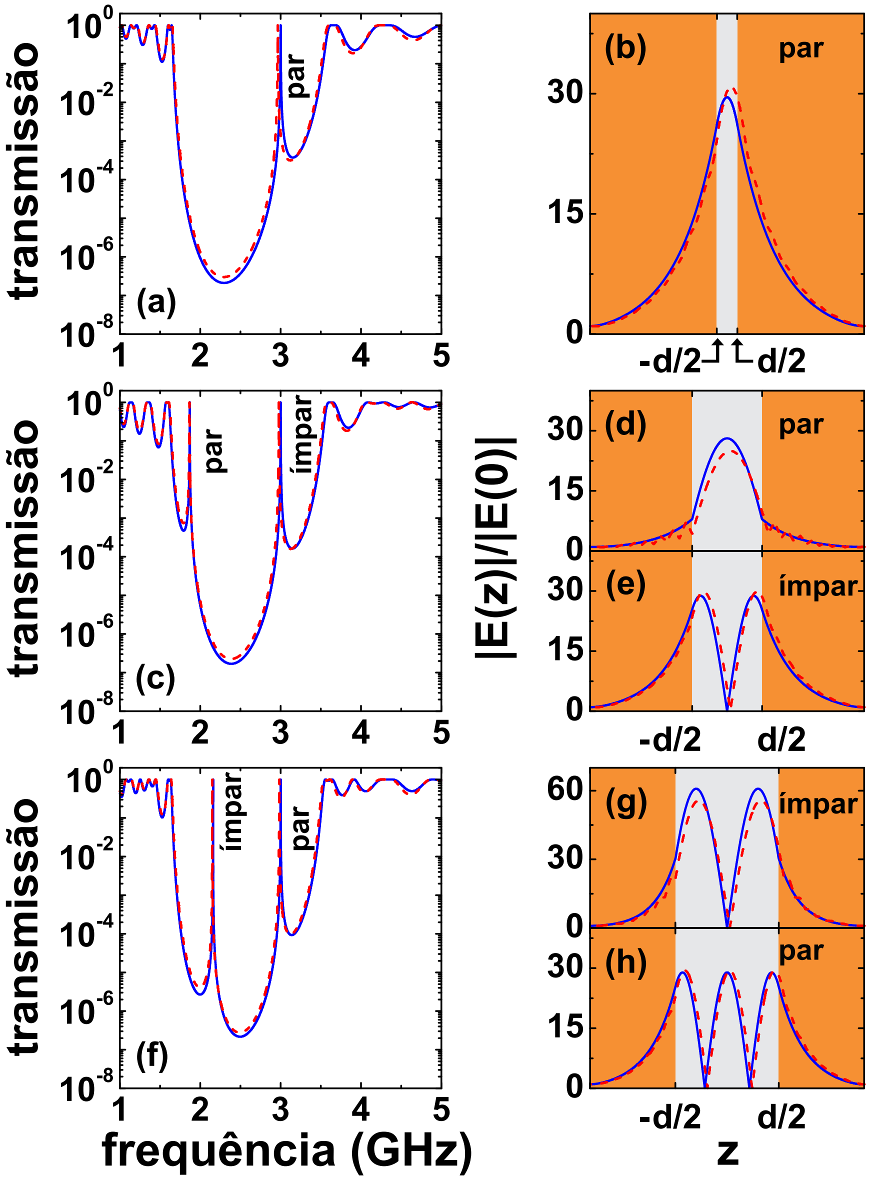


Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

super-redes fotônicas com defeito (linhas tracejadas), $(AB)^8\text{D}(AB)^8$, e de seus correspondentes sistemas de três camadas (linhas sólidas), considerando três distintos valores para as espessuras da camada central (D), na Fig. 15 em (a) $d = 15,5952$ mm, (b) $d = 65,5596$ mm e (c) $d = 115,5252$ mm. No lado direito, apresentamos e comparamos os perfis dos campos elétricos, em ambos os sistemas, para cada uma das frequências dos modos ressonantes previamente observados. Na supracitada figura, as ressonâncias foram rotuladas como *par* ou *ímpar* em consonância com a simetria do perfil espacial do campo elétrico de cada modo ressonante.

Observamos pequenas diferenças nos perfis espaciais dos campos elétricos dos sistemas de triplas camadas quando comparados com os das super-redes fotônicas, isso é justificado pela diferença na simetria de ambos os sistemas. No presente caso, estamos considerando super-redes defeituosas assimétricas, $(AB)^8\text{D}(AB)^8$, enquanto que nos sistemas de triplas camadas são simétricos. Cálculos adicionais, não apresentados aqui, sugerem que no caso simétrico, $(AB)^8\text{D}(AB)^8$, ambos os resultados coincidem. Esses resultados podem ser úteis para aplicações tecnológicas, uma vez que abrem novos caminhos para o desenvolvimento de filtros ópticos sem a

Figura 15 – Comparação dos resultados para os espectros de transmissão (painel da esquerda) e perfis de campo elétrico (painel da direita). Linhas tracejadas e linhas contínuas representam os resultados para super-redes defeituosas e correspondentes efetivos sistemas de tripla camadas, respectivamente. Os parâmetros geométricos foram tomadas como $a = b = 6$ mm para (a) $d = 15,5952$ mm, (b) $d = 65,5596$ mm e (c) $d = 115,5252$ mm.

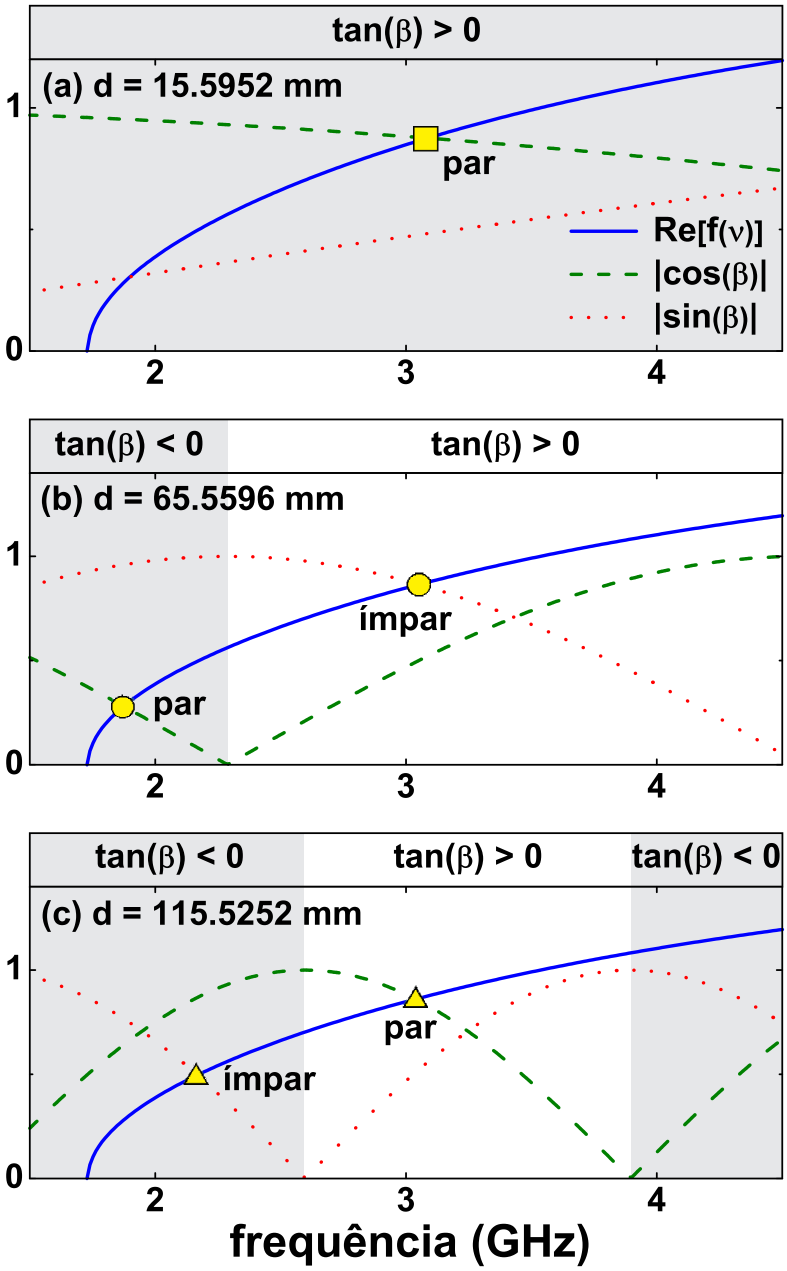


Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

necessidade de complexas super-redes fotônicas defeituosas.

Modos de ressonância correspondem às soluções que são oscilatórias dentro da camada de defeito e evanescentes nas demais partes. Nesse sentido, as soluções

Figura 16 – Simetria e número de estados obtidos a partir dos cálculos do modelo BS, onde $\beta = \frac{\pi\nu}{c} n_D d$, e $f(\nu) = \frac{Z_{eff}(\nu)}{\sqrt{Z_{eff}^2(\nu)+Z_D^2}}$. A largura da camada central é considerada com (a) $d = 15,5952$ mm, (b) $d = 65,5596$ mm e(c) $d = 115,5252$ mm.



Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

correspondentes são análogas aos estados ligados em poços quânticos, como mencionado na Seç. 3.1.2. A fim de mostrar que o modelo de estados ligados apresentado no quadro teórico descreve os modos de ressonância com alta precisão, na Tabela 1

Tabela 1 – Comparação dos modos de ressonância nas Figs. 15 e 17, obtidos por meio do método da TMM, com resultados na Fig. 16 e dos resultados dos cálculos do modelo de estados ligados [Eqs. (3.24)-(3.30)].

SISTEMA	d (mm)	**FREQ.** (GHz)	**PARIDADE**	**SÍMBOLO**
Super-rede	15,5952	2,96408	par	□
Tripla camada	15,5952	3,00000	par	□
Modelo de estados ligados	15,5952	3.08605	par	□
Super-rede	65,5596	1,86564	par	○
Tripla camada	65,5596	1,86908	par	○
Modelo de estados ligados	65,5596	1,87392	par	○
Super-rede	65,5596	2,97736	ímpar	○
Tripla camada	65,5596	3,00000	ímpar	○
Modelo de estados ligados	65,5596	3,05275	ímpar	○
Super-rede	115,5252	2,14959	ímpar	△
Tripla camada	115,5252	2,15922	ímpar	△
Modelo de estados ligados	115,5252	2,16766	ímpar	△
Super-rede	115,5252	2,98344	par	△
Tripla camada	115,5252	3,00000	par	△
Modelo de estados ligados	115,5252	3,03829	par	△

apresentamos uma comparação dos resultados numéricos para as frequências de ressonância dos dois sistemas na Fig. 15 com os do modelo de estados ligados na Fig. 16. A partir desses resultados, podemos observar uma excelente concordância nas frequências, paridades, e números de modos de ressonância para diferentes larguras da camada de defeito, indicando que o modelo de estados ligados é uma excelente aproximação para essas soluções.

Escolhemos o valor de frequência $3,0$ GHz como o modo de ressonância padrão para o sistema de tripla camada (λ_{ref}) e obtivemos os correspondentes valores de d, como apresentado na linha sólida na Fig. 17. As linhas tracejada ($d = 15,5952$ mm), pontilhada ($d = 65,5596$ mm), e tracejado-pontilhada ($115,5252$ mm) na Fig. 17 mostram o número de modos ressonantes para um específico valor de d. Os símbolos quadrado ($\square$), círculo ($\bigcirc$) e triângulo ($\triangle$) nas Figs. 16-17 são utilizados para indicar o valor da espessura d a qual se refere, *i.e.*, $\square$ para $d = 15,5952$ mm, $\bigcirc$ para $d = 65,5596$ mm e $\triangle$ para $d = 115,5252$ mm.

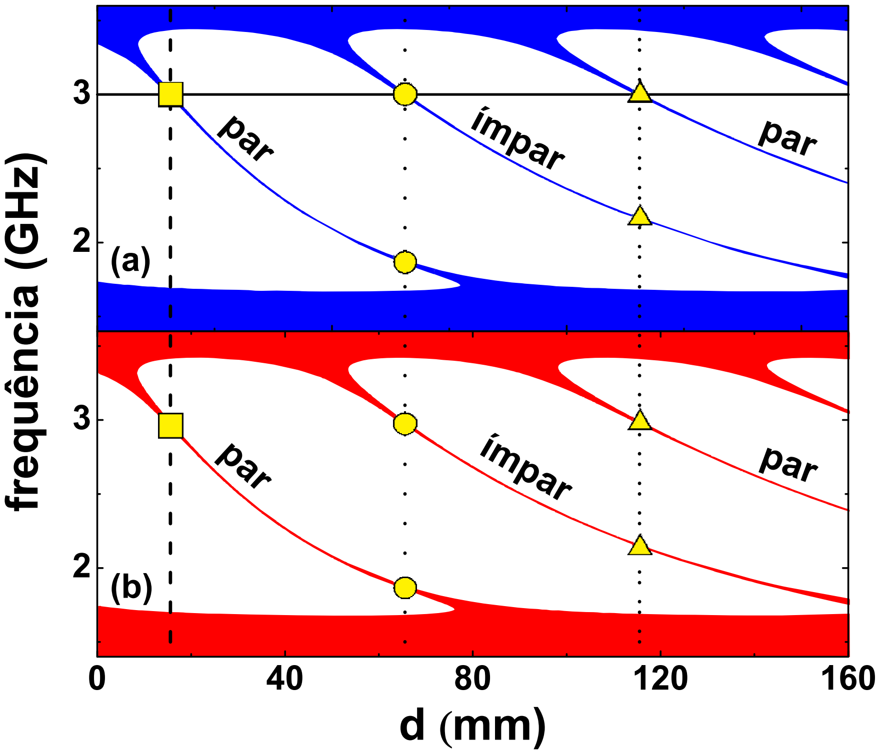
Nas Figs. 17(a)-(b) exibimos o número de modos como função da frequência e da espessura da camada de defeito, respectivamente, obtidos através do método da matriz de transferência. Por fixar um específico valor de frequência em Fig. 17 podemos inferir que as soluções correspondentes são deslocadas por uma quantidade d_T, como exemplificado na Fig. 17(a) para $\nu_{ref} = 3.0$ GHz. Para obter esse específico comprimento de periodicidade, usamos a técnica descrita na Sec. 3.1.2. Podemos observar que o lado direito das Eqs. (3.24)-(3.26) e Eqs. (3.29)-(3.31) não dependem de d, indicando que para fixando-se a frequência há em princípio, uma infinidade de valores de d, conforme percebemos através da Fig. 17. Tal conjunto apresenta uma alternância de estados pares e ímpares. Por reescrever $\nu = \frac{c}{\lambda_{ref}}$ e tendo em mente que $\sin(x)$ e $\cos(x)$ são funções deslocadas de $\pi/2$, obtemos

$$d_m = d_0 + m d_T, \tag{3.32}$$

onde d_m é a largura da camada de defeito (D) necessária para observar o modo ressonante, d_0 é a largura de referência (a primeira solução), m é um inteiro e $d_T = \frac{\lambda_{ref}}{2n_D}$ corresponde ao comprimento do período. Esse resultado pode ser avaliado utilizando-se dos dados numéricos apresentados na Tabela 1 para o correspondente valor de d.

Até agora nos limitamos ao caso de $n_D = 1,0$. Na Fig. 18(a) apresentamos a transmissão como função da frequência para diferentes valores de n_D, onde percebemos mudanças nas frequências de ressonância. Essa mudança como função de n_D pode ser investigada através do modelo de estados ligados. Todos esses prévios resultados como função de d, n_D, e ν_{ref} podem ser expressos por uma condição geral necessária para a existência de modos ressonantes, i.e., $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{ref}}$ com $m = 0, 1, 2, \ldots$. Esse resultado é apresentado na Fig. 18(b) com d_0, n_D, e ν_{ref} iguais aos da Fig. 18(a). Além disso, os resultados apresentados ao longo desse capítulo foram obtidos para $a, b \lesssim \lambda/10$, no entanto, avaliamos a relação $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{ef}}$ para $a, b \lesssim \lambda$ e os resultados apresentaram excelente concordância indicando que essa relação é geral para super-redes fotônicas defeituosas.

Figura 17 – Simetria e o número de estados, em função da frequência e d, para (a) um sistema efetivo de camadas tripla (b) uma super-rede fotônica com defeito. As linhas sólida em (a) indicam as ressonâncias correspondentes como função de d para $\nu_{ref} = 3,0$ GHz ($\lambda_{ref} = 100$ mm). As linhas verticais tracejada, pontilhada,tracejado-pontilhada mostram a ressonância, como função da frequência, para $d = 15,5952$ mm, $d = 65,5596$ mm, e $d = 115,5252$ mm, respectivamente.

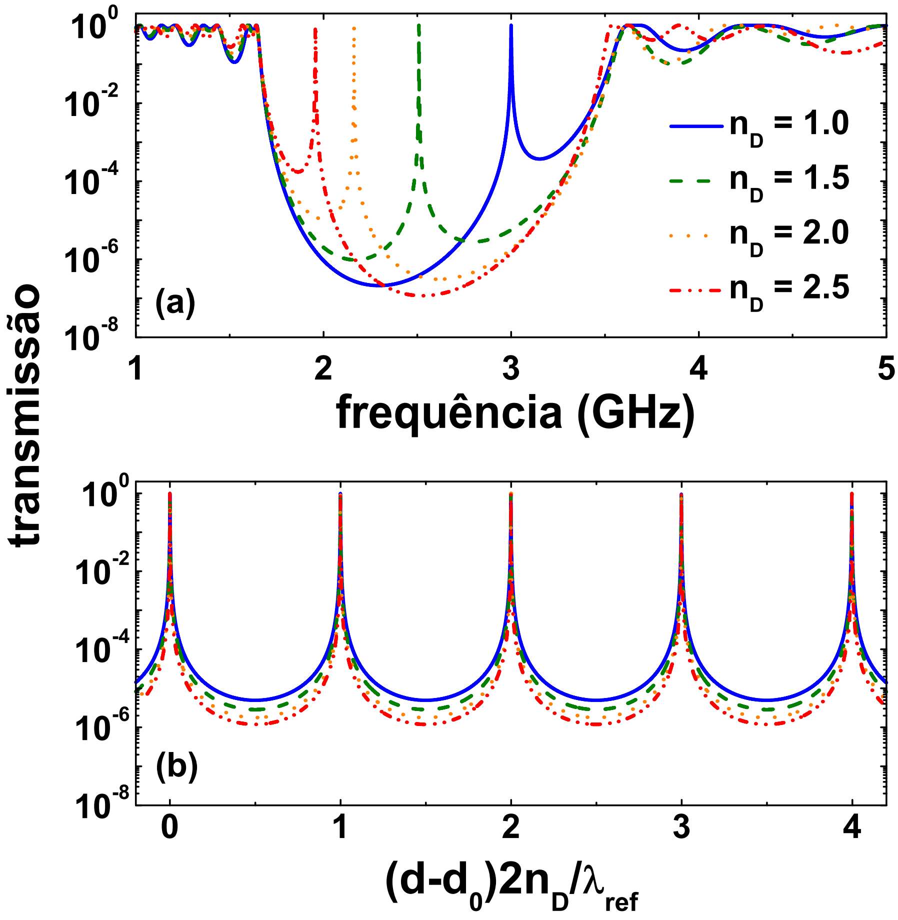


Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

3.3 Conclusão

Através do formalismo de matriz de transferência e do modelo de estados ligados, sugerimos que super-redes fotônicas defeituosas com metamateriais fotônicos compostos por larguras no regime de sub-comprimento de onda, podem ser substituídos, na região espectral em que $a, b \lesssim \lambda/10$, por um sistema de três camadas no sentido em que esse último produz os mesmos resultados de transmissão que o anterior. Além disso, obtivemos uma relação geral para a existência de tunelamento ressonante que é dependente somente dos parâmetros físicos da camada dielétrica central.

Figura 18 – (a) Os espectros de transmissão como função da frequência, para super-redes com metamaterial defeituosas, considerando-se quatro diferentes valores para o índice de refração da camada central. (b) As frequências de ressonância como função de $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{ref}}$ para os índices de refração (a). Temos considerado $d_0 = 15,5952$ mm para a camada central em (a) e (b).



Fonte: Autor e colaboradores, 2016.

4 MODOS PLASMON POLARITONS EM HETEROESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS ANISOTRÓPICAS

Metamateriais plasmônicos têm atraído considerável atenção devido as inúmeras propriedades ópticas reveladas nesses sistemas (HU; CHUI, 2002; SMITH; SCHURIG, 2003; FENG et al., 2005; WANG; GAO, 2005). Particularmente, LHMs têm sido objeto de estudo de muitos grupos de pesquisa em todo o mundo, devido as suas propriedades ópticas extraordinárias tais como a focalização de campo próximo, imageamento de sub-comprimento de onda e a refração negativa (VESELAGO, 1968; RAMAKRISHNA, 2005; ZHELUDEV, 2010).

No caso das super-redes unidimensionais (1D) compostas por LHMs, na qual camadas de materiais positivos (*RHM*) e *LHM* são alternadas, encontramos muitas propriedades interessantes (NI et al., 2012; SILVA et al., 2014) que são ausentes em super-redes formadas exclusivamente por materiais positivos. Em particular, a existência de *gap* não-Bragg fotônico, assim conhecido como *gap* de ordem zero $< n >= 0$, tem sido sugerido, detectado e caracterizado (LI et al., 2003; ZHANG et al., 2009; SMITH et al., 2000; LISCIDINI; ANDREANI, 2006; YUAN et al., 2006; CAVALCANTI et al., 2006; SILVESTRE et al., 2009). Em sistemas que combinam *LHM* e materiais ordinários *RHM*. Além desse *gap* aparecem muitas outras propriedades tal como os *gaps* plasmon-polariton (PP) longitudinais (D'AGUANNO et al., 2006; MONSORIU et al., 2006; DEPINE et al., 2007; SINGH et al., 2007; ALI; ABDULLAH, 2008; REYES-GóMEZ et al., 2009), que não existem em heteroestruturas *RHM-RHM*.

No entanto, na maioria dos estudos apresentados, os metamateriais são considerados isotrópicos, o que dificulta a comparação dos resultados com sistemas reais que são intrinsecamente anisotrópicos. Para uma heteroestrutura anisotrópica infinita, resultados (BRUNO-ALFONSO et al., 2011) revelaram o aparecimento de modos PP adicionais devido ao processo de quebra de simetria. Além disso, alguns trabalhos mostram que o PP *gap* permanece no caso de um única dupla de camadas *RHM-LHM* (REYES-GóMEZ; CAVALCANTI; OLIVEIRA, 2013).

Investigamos as propriedades de transmissão do *gap* PP em uma rede *RHM-LHM*, como função do número de bicamadas, para investigar se o processo de desdobramento PP sobrevive com um pequeno número de bicamadas e/ou na presença de efeitos de perda/absorção. Foi comparada também a robustez dos *gaps* de diversas origens apresentadas nesses sistemas, ou seja, o *gap* de Bragg e o *gap* $< n >= 0$.

4.1 Quadro teórico

Nesse trabalho vamos considerar heteroestruturas compostas por camadas duplas AB de ar (camada A) e metamaterial uniaxialmente anisotrópico (B), cujas larguras são a e b, respectivamente. As heteroestruturas, ou super-redes fotônicas, são geradas através do empilhamentos de m camadas duplas AB de largura $d = a+b$. Além disso, vamos considerar que z é a direção do empilhamento das camadas bem como da direção do eixo óptico das camadas anisotrópicas.

No Cap. 2, ao tratarmos de meios lineares, apresentamos as relações constitutivas dos campos eletromagnéticos para meios isotrópicos, Eqs. 2.9 e 2.10. Em meios anisotrópicos e lineares, temos:

$$\vec{D}\left(\vec{r},t\right) = \epsilon_0 \boldsymbol{\epsilon_B}\left(\vec{r}\right)\vec{E}\left(\vec{r},t\right), \tag{4.1}$$

$$\vec{B}\left(\vec{r},t\right) = \mu_0 \boldsymbol{\mu_B}\left(\vec{r}\right)\vec{H}\left(\vec{r},t\right), \tag{4.2}$$

em que $\boldsymbol{\epsilon_B}$ e $\boldsymbol{\mu_B}$ são tensores de segunda ordem, os quais comumente são representados por matrizes quadradas de ordem 3. Já em meios isotrópicos, essas quantidades são tensores de ordem zero, *i.e.*, escalares como os apresentados no Cap. 2.

Inspirados no supracitado capítulo e com o auxílio das Eqs. 4.1 e 4.2, vamos deduzir, nesta seção, a matriz de transferência para super-redes fotônicas formadas por camadas de metamateriais uniaxialmente anisotrópicos.

Consideremos um meio uniaxialmente anisotrópico, com o eixo óptico coincidindo com a direção-z. Dessa maneira, podemos representar em forma matricial os tensores de segunda ordem, $\boldsymbol{\epsilon}$ e $\boldsymbol{\mu}$:

$$[\boldsymbol{\epsilon}] = \begin{bmatrix} \epsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\parallel \end{bmatrix}, \tag{4.3}$$

$$[\boldsymbol{\mu}] = \begin{bmatrix} \mu_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\parallel \end{bmatrix}, \tag{4.4}$$

em que $\perp$ designa a direção x e y, enquanto o símbolo $\parallel$ a direção z.

Novamente para o modo TE, com o plano xz sendo o plano de incidência, assumindo dependência temporal harmônica para os campos eletromagnéticos e seguindo os demais passos do Cap. 2, podemos inferir que:

$$-\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial z} = i\omega\mu_0\mu_\perp H_x(\vec{r}), \tag{4.5}$$

$$0 = i\omega\mu_0\mu_\perp H_y(\vec{r}), \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} = i\omega\mu_0\mu_\parallel H_z(\vec{r}), \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial H_x(\vec{r})}{\partial y} = 0, \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial H_x(\vec{r})}{\partial z} - \frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial x} = -i\omega\epsilon_0\epsilon_\perp E_y(\vec{r}), \tag{4.9}$$

$$\frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial y} = 0. \tag{4.10}$$

Assim, as relações entre $E_y(z)$, $H_x(z)$ e $H_z(z)$ são:

$$\frac{dE_y(z)}{dz} = -i\omega\mu_0\mu_\perp H_x(z), \tag{4.11}$$

$$ik_x E_y(z) = i\omega\mu_0\mu_\parallel H_z(z), \tag{4.12}$$

$$\frac{dH_x(z)}{dz} - ik_x H_z(z) = -i\omega\epsilon_0\epsilon_\perp E_y(z). \tag{4.13}$$

Eliminando $H_z(z)$ das equações 4.12 e 4.13, concluímos que

$$\frac{dH_x(z)}{dz} = \left(\frac{ik_x^2}{\omega\mu_0\mu_\parallel} - i\omega\epsilon_0\epsilon_\perp\right) E_y(z). \tag{4.14}$$

Diferenciando as equações 4.11 e 4.14 com respeito a z inferimos que

$$\frac{d^2E_y(z)}{dz^2} = -i\omega\mu_0\mu_\perp \frac{dH_x(z)}{dz}, \tag{4.15}$$
$$\frac{d^2H_x(z)}{dz^2} = \left(\frac{ik_x^2}{\omega\mu_0\mu_\parallel} - i\omega\epsilon_0\epsilon_\perp\right) \frac{dE_y(z)}{dz}. \tag{4.16}$$

Substituindo as relações 4.14 e 4.11 nas equações 4.15 e 4.16, respectivamente, temos

$$\frac{d^2E_y(z)}{dz^2} + k_z^2 E_y(z) = 0, \tag{4.17}$$
$$\frac{d^2H_x(z)}{dz^2} + k_z^2 H_x(z) = 0, \tag{4.18}$$

sendo $k_z^2 = \left[(\frac{\omega}{c})^2 \epsilon_\perp \mu_\parallel - k_x^2\right]$.

A equação diferencial 4.17 tem solução geral

$$E_y(z) = Ae^{ik_z z} + Be^{-ik_z z}, \tag{4.19}$$

onde A e B são constantes. Usando a relação 4.11 e o resultado de 4.19, a solução geral da equação 4.18 é:

$$H_x(z) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{ik_z z} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{-ik_z z}. \tag{4.20}$$

Para uma posição específica $z = z_0$, por consequência de 4.19 e 4.20 temos:

$$E_y(z_0) = Ae^{ik_z z_0} + Be^{-ik_z z_0}, \tag{4.21}$$
$$H_x(z_0) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{ik_z z_0} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{-ik_z z_0}. \tag{4.22}$$

Agrupando todos esses resultados, temos um sistema linear formado por quatro equações, apresentado a seguir:

$$E_y(z) = Ae^{ik_z z} + Be^{-ik_z z}, \tag{4.23}$$
$$H_x(z) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{ik_z z} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{-ik_z z}, \tag{4.24}$$
$$E_y(z_0) = Ae^{ik_z z_0} + Be^{-ik_z z_0}, \tag{4.25}$$
$$H_x(z_0) = -\frac{k_z A}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{ik_z z_0} + \frac{k_z B}{\omega\mu_0\mu_\parallel} e^{-ik_z z_0}. \tag{4.26}$$

Resolvendo esse sistema, podemos determinar os valores de A e B e chegarmos as seguintes relações:

$$E_y(z) = \cos(k_z\Delta z)E_y(z_0) + iF^{-1}\sin(k_z\Delta z)(-c\mu_0 H_x(z_0)), \tag{4.27}$$

$$-c\mu_0 H_x(z) = iF\sin(k_z\Delta z)E_y(z_0) + \cos(k_z\Delta z)(-c\mu_0 H_x(z_0)), \tag{4.28}$$

onde Δz designa a distância entre os pontos z e z_0, k_z é a componente z do vetor de onda $\vec{k}$. Para o estado de polarização TE, $F = ck_z/\omega\mu_\parallel$ enquanto que para o modo TM temos $F = ck_z/\omega\epsilon_\parallel$.

De forma similar ao Cap. 2, podemos demonstrar que os campos na posição z são relacionados com os da posição z_0 através da matriz de transferência local

$$M_L^\beta(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(Q_L^\beta\Delta z) & i f_L^{\beta^{-1}}\sin(Q_L^\beta\Delta z) \\ i f_L^\beta\sin(Q_L^\beta\Delta z) & \cos(Q_L^\beta\Delta z) \end{bmatrix}, \tag{4.29}$$

no qual $\beta = TE$ ou TM, $L = A$ ou B,

$$Q_L^{TE} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{L,\perp}\mu_{L,\perp} - \frac{\mu_{B,\perp}}{\mu_{B,\parallel}}\sin^2(\theta)}, \tag{4.30}$$

$$Q_L^{TM} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{L,\perp}\mu_{L,\perp} - \frac{\epsilon_{L,\perp}}{\epsilon_{L,\parallel}}\sin^2(\theta)}, \tag{4.31}$$

$$F_L^{TE} = \frac{c}{\omega}\frac{Q_L^{TE}}{\mu_{L,\parallel}}, \tag{4.32}$$

$$F_L^{TM} = \frac{c}{\omega}\frac{Q_L^{TM}}{\epsilon_{L,\parallel}}. \tag{4.33}$$

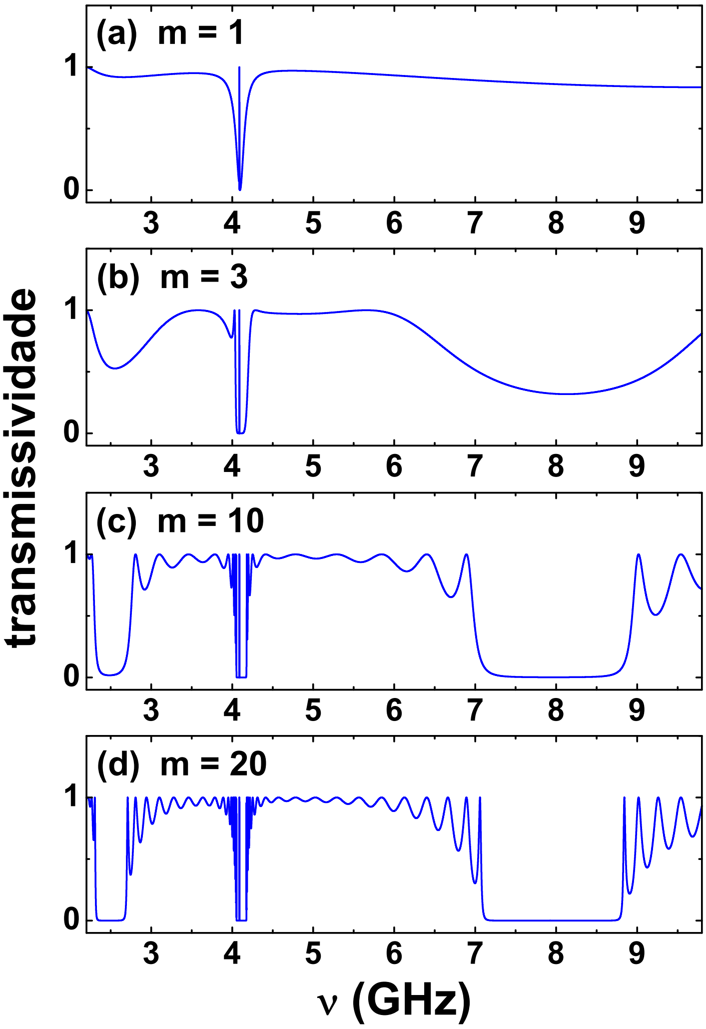
Nas equações acima, quando $L = A$ (meio isotrópico), devemos ignorar os índices $\perp$ e $\parallel$. O coeficiente de transmissão pode ser determinado com o conhecimento de todo os elementos da matriz de transferência total

$$M(\omega) = \prod_1^{2m} M_L^\beta, \tag{4.34}$$

e é dado por

$$T = \frac{2Z}{Z(M_{11} + M_{22}) - Z^2 M_{12} - M_{21}}, \tag{4.35}$$

Figura 19 – Transmissividade ($|T|^2$) de ondas TM para vários números m de duplas camadas AB, para $\theta = \pi/12$ com $a = b = 12$ mm. O meio B é anisotrópico com $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2,0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz e $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4,5$ GHz.



Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

onde $Z = \cos\theta$ e m o número de duplas camadas.

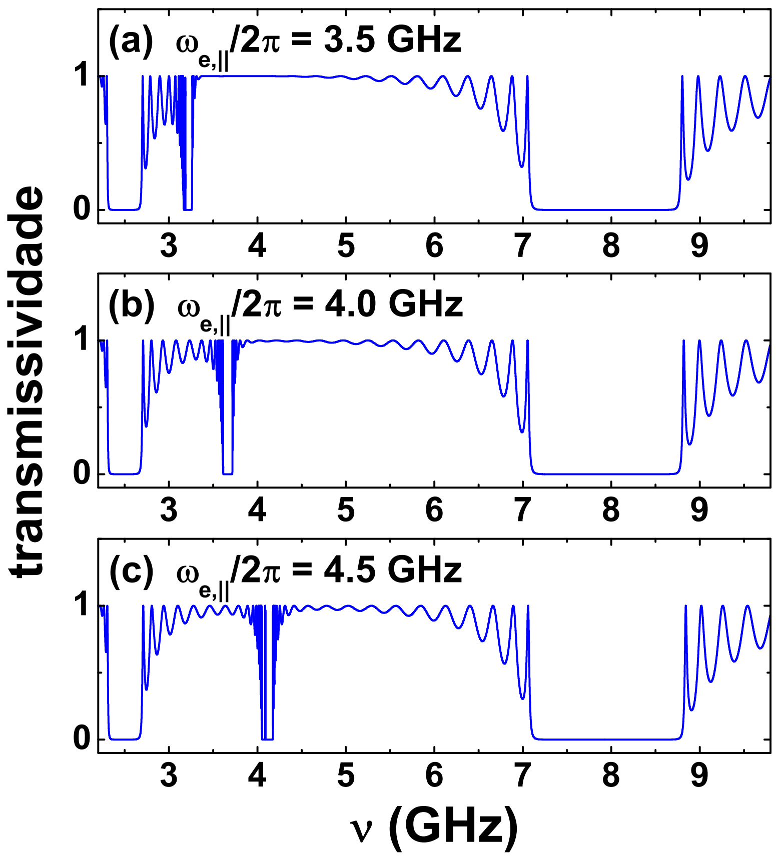
Para os tensores $\boldsymbol{\epsilon_B}$ e $\boldsymbol{\mu_B}$, vamos assumir que os elementos na diagonal são dados por

$$\epsilon_\alpha\left(\omega\right) = \epsilon_0 - \frac{\omega_{e,\alpha}^2}{\omega(\omega + i\gamma_{e,\alpha})}, \tag{4.36}$$

e

$$\mu_\alpha\left(\omega\right) = \mu_0 - \frac{F\omega_{m,\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{m,\alpha}^2 + i\gamma_{m,\alpha}\omega}. \tag{4.37}$$

Figura 20 – Transmissividade de ondas TM como função de $\nu_{e,\|}$ para $\theta = \pi/12$ com $a = b = 12$ mm e $m = 20$. O meio B é anisotrópico com $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2,0$ GHz e $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz.



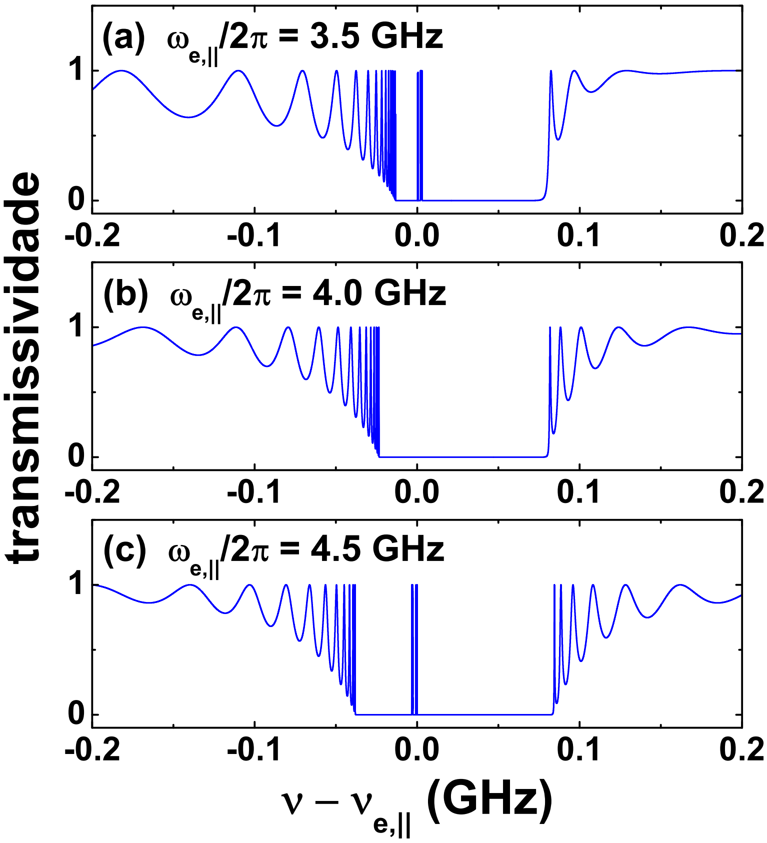
Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

Assumimos $F = 0,5$, $\epsilon_0 = 1,21$ e $\mu_0 = 1,0$, em que $\alpha =\perp$ (plano $x - y$) e $\alpha =\|$ (direção z), e consideramos os efeitos de perda/absorção através do parâmetro fenomenológico $\gamma_{e/m,\alpha}$ (REYES-GóMEZ et al., 2009; BRUNO-ALFONSO et al., 2011). Além disso, usamos valores de frequência $\nu = \omega/2\pi$, $\nu_{e,\alpha} = \omega_{e,\alpha}/(2\pi\sqrt{\epsilon_0})$ e $\nu_{m,\alpha} = \omega_{m,\alpha}\sqrt{\mu_0}/(2\pi\sqrt{\mu_0 - F})$.

4.2 Resultados e discussões

Apresentamos os resultados numéricos, relativos ao espectro de transmissão de ondas TM, no caso de uma heteroestrutura AB anisotrópica, para um ângulo de incidência $\theta = \pi/12$ e diferentes quantidades de duplas camadas (ver Fig. 19).

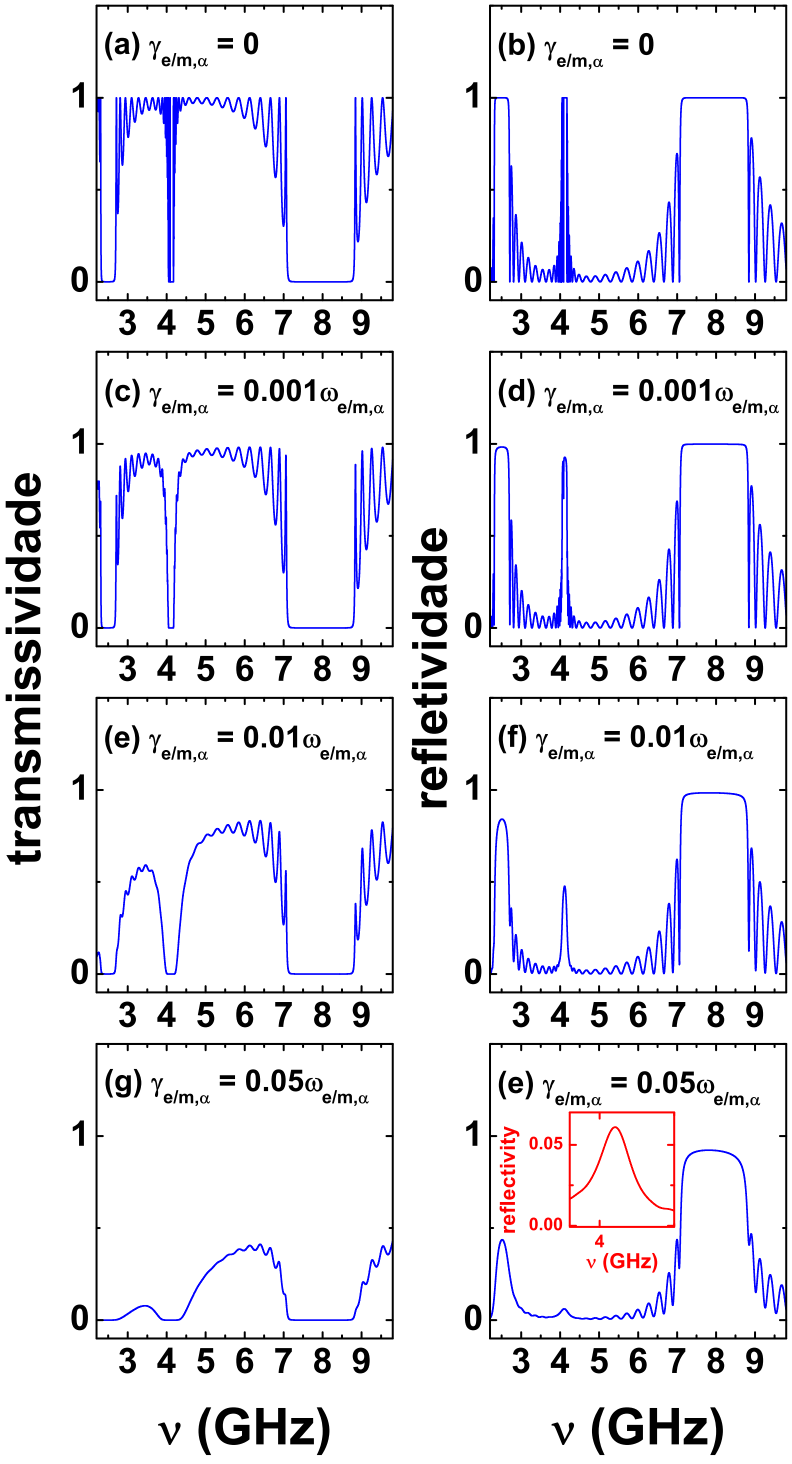
Figura 21 – Transmissividade de ondas TM ao redor da frequência $\nu_{e,\parallel}$ dos modos PP longitudinais, como função de $\nu - \nu_{e,\parallel}$ para $\theta = \pi/12$ com $a = b = 12$ mm e $m = 20$. O meio B é anisotrópico com e caracterizado por $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz e $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz.



Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

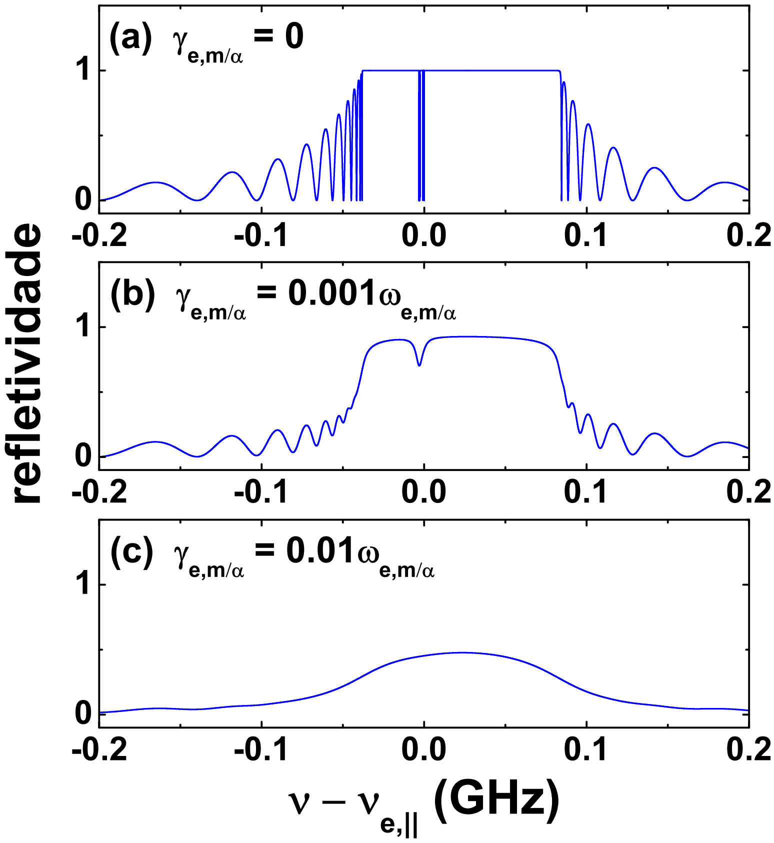
A primeira configuração notável na Fig. 19 é a robustez do *gap* PP eletrônico, em $\nu_{e,\parallel} = 4,0909$ GHz no que diz respeito ao número de bicamadas que compõem a heteroestrutura. Para $m = 1$, apenas o *gap* PP apresenta-se no espectro de transmissão. Para $m = 3$, uma transmissão mediana está presente na região de frequência do *gap* de Bragg e ao redor do *gap* $< n >= 0$ o coeficiente de transmissão é ainda mais elevado. Para $m = 20$, o $< n >= 0$, PP e gap de Bragg tornam-se claramente visíveis, com mínima transmissão neles. Aqui, notamos que o *gap* PP longitudinal deve-se à excitação de modos de plasmons e por isso vai existir sempre que houver uma componente longitudinal, quer de natureza elétrica ou magnética para excitá-los (REYES-GóMEZ et al., 2009). Além disso, notamos que,

Figura 22 – Transmissividade e refletividade de ondas TM, para $m = 20$, assumindo $\theta = \pi/12$, e vários valores do parâmetro de absorção $\gamma_{e/m,\alpha}$ com $a = b = 12$ mm. O meio B é anisotrópico com $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz e $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4.5$ GHz.



Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

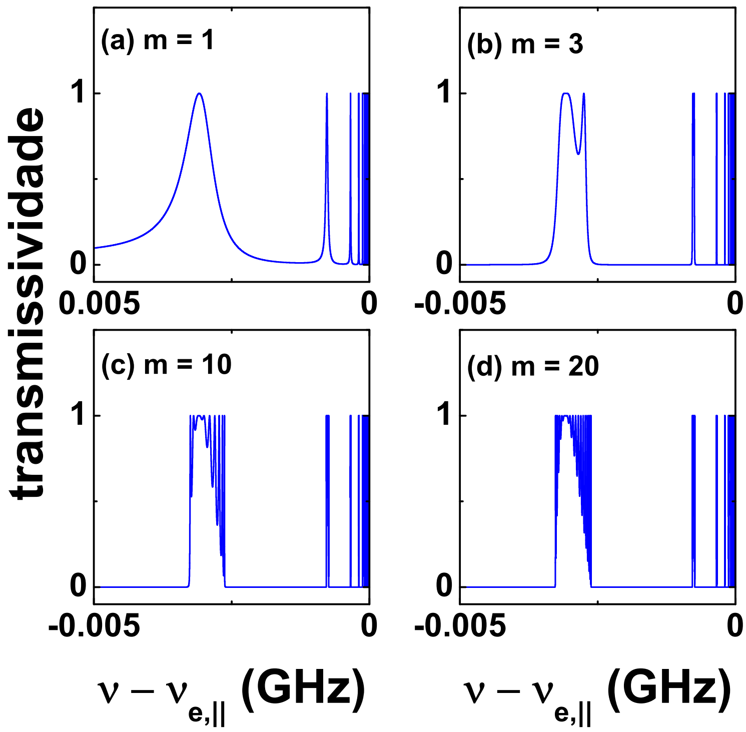
Figura 23 – Reflectividade de ondas TM como função de $\nu - \nu_{e,\parallel}$ para $m = 20$, $\theta = \pi/12$ e $a = b = 12$ mm. Os resultados são apresentados ao redor da frequência $\nu_{e,\parallel} = 4,0909$ GHz do modo PP longitudinal e para vários valores do parâmetro de absorção $\gamma_{e/m,\alpha}$. O meio B é anisotrópico e caracterizado por $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2,0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz e $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4,5$ GHz.



Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

em contraste com o caso isotrópico (REYES-GóMEZ; CAVALCANTI; OLIVEIRA, 2013), os resultados da Fig. 19 sugerem que, mesmo para $m = 1$ existem modos PP adicionais dentro do *gap* PP. Para estudarmos esses efeitos em mais detalhes, recorremos à Fig. 20, onde os espectros de transmissão são representados para valores da frequência do plasmon elétrico longitudinal, abaixo [Fig. 20 (a)], igual [Fig. 20 (b)] e acima [Fig. 20 (c)] da frequência do plasmon elétrico transversal. A primeira mudança visível é a sintonização da região de frequência do *gap* PP em torno de $\nu_{e,\parallel}$ frequência do plasmon elétrico longitudinal, como esperado. No entanto, inspecionando esse gráfico na faixa de frequência em torno da frequência de

Figura 24 – Transmissividade de ondas TM ao redor da frequência $\nu_{e,\parallel}$ do mode PP longitudinal, como função de $\nu - \nu_{e,\parallel}$, para vários números m, $\theta = \pi/12$, e $a = b = 12$ mm. O meio B é anisotrópico e caracterizado por $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2,0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz e $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4,5$ GHz.

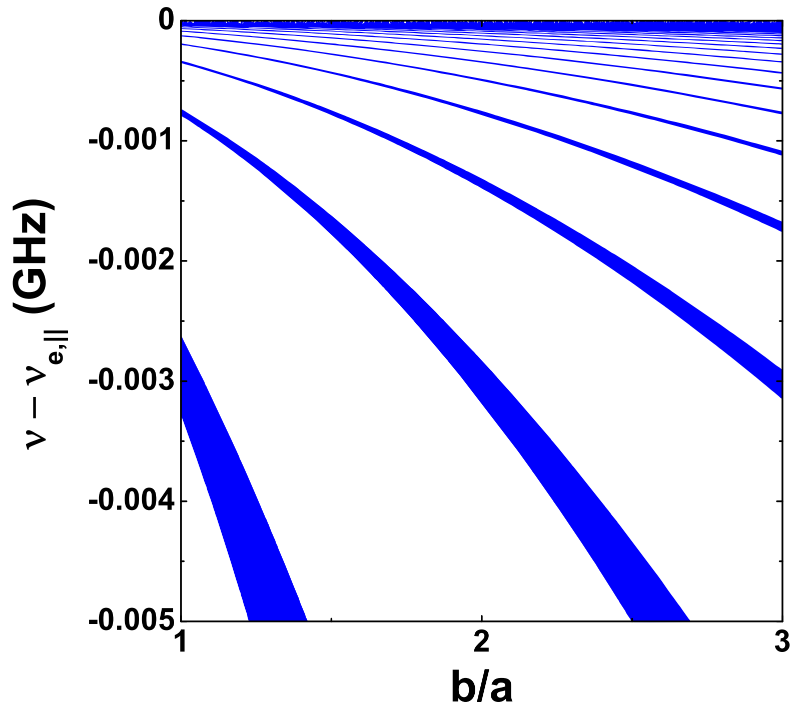


Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

plasmon elétrico longitudinal, como na Fig. 21, verifica-se que, devido a anisotropia, modos extras longitudinais de PP aparecem dentro do *gap* PP. Este resultado é consistente com outros previamente relatados demonstrando o desdobramento dos modos PP para sistemas anisotrópicos infinitos (BRUNO-ALFONSO et al., 2011). Os resultados da Fig. 21 mostram, inequivocamente, que o aparecimento desses modos adicionais não é prejudicado pelo tamanho finito do sistema.

Para estudarmos se esses modos podem ou não ser detectados, devemos incluir as perdas, pois como é bem conhecido os metamateriais são intrinsecamente absortivos. Para esse fim, ilustramos na Fig. 22 ambos os coeficientes de transmissividade e de refletividade na presença de perdas para vários valores do parâmetro de perda γ. Como esperado, o efeito de absorção é essencialmente o de borrar o $< n >= 0$, *gap* PP e *gap* de Bragg, e os resultados calculados na Fig. 22 mostram

Figura 25 – Transmissividade de ondas TM variando b/a e a frequência ν, para $m = 20$, assumindo $\theta = \pi/12$ e $a = 12$ mm. O meio B é anisotrópico com $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2,0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz e $\omega_{e,\|}/2\pi = 4,5$ GHz.

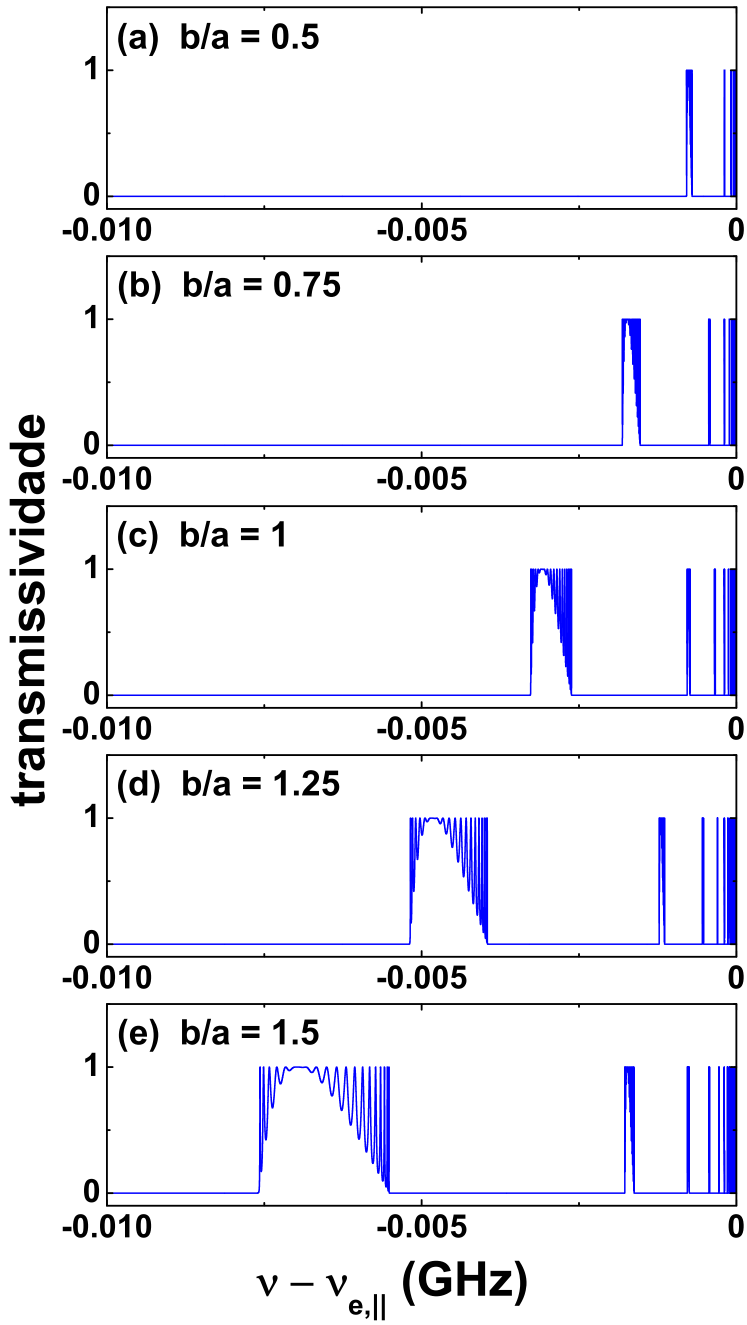


Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

claramente que o *gap* PP longitudinal sobrevive mesmo para níveis elevados de absorção. A Fig. 23 exibe o espectro de refletividade no modo TM, para vários valores do parâmetro de absorção $\gamma_{e/m,\alpha}$, na faixa de frequências em torno da frequência do plasmon longitudinal $\nu_{e,\|} = 4,0909$ GHz, reitero que os efeitos de anisotropia resultam nos modos extras PP longitudinais dentro do *gap* PP. Deve-se ressaltar, no entanto, que exceto para uma nova geração de sistemas de metamateriais em que o ganho é incluído para compensar os altos níveis de perdas (FANG; KOSCHNY; SOUKOULIS, 2010; XIAO et al., 2010; BOLTASSEVA; ATWATER, 2011; ZHELUDEV, 2011), os efeitos de absorção podem dificultar a observação experimental desses modos extras. Além disso, investigações sobre outros aspectos do sistema, tais como por exemplo o aumento do campo incidente, são atualmente realizados para encontrar uma maneira de contornar o efeito destruidor promovido pelas perdas.

Para vermos se esses modos extras são afetados ao mudarmos o número de

Figura 26 – Transmissividade de ondas TM como função de b/a para um empilhamento com $m = 20$ dupla camadas AB, assumindo $\theta = \pi/12$ e $a = 12$ mm. O meio B é anisotrópico com $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2,0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4,0$ GHz e $\omega_{e,\|}/2\pi = 4,5$ GHz.



Fonte: Autor e colaboradores, 2015.

camadas duplas AB, ilustramos na Fig. 24 o comportamento da transmissividade de ondas incidentes TM, dentro do *gap* PP, em função do número m de duplas camadas. Os resultados mostram que esses modos são robustos sob variações de m, permanecendo no mesmo intervalo de frequências, mesmo no caso de uma única bicamada, característica interessante que favorece a sua verificação experimental. Para investigarmos o efeito da variação da proporção b/a entre as larguras, na Fig. 25 apresentamos o comportamento das bandas de frequência que pertencem a esses modos longitudinais variando a razão b/a. As áreas sombreadas indicam as regiões onde eles aparecem. Pode-se ver que o aumento da proporção de b/a implica em um deslocamento do modos para o lado vermelho do espectro. Dessa forma pode-se optar por escolher a observar um particular modo, variando as larguras relativas das camadas. Para entender melhor os resultados dos espectros de transmissão para diferentes larguras, na Fig. 26, exibimos a transmissividade como função da razão b/a para ilustrar que, através do aumento da largura das camadas de metamaterial, os modos adicionais sobressaem, o que melhora sua resolução, tornando-se bem mais separados e fáceis de distinguir. Finalmente, devemos mencionar que, embora os resultados numéricos tenham sido apresentados para a configuração TM, resultados qualitativos similares devem ser obtidos na configuração TE, desde que os elementos da diagonal principal do tensor permeabilidade magnética, $\mu_\perp$ e $\mu_\|$, sejam distintos, *i.e.*, no caso da configuração TM (TE), as bandas PP elétrico (magnético) ocorrem em torno da frequência para a qual o elemento do tensor permissividade dielétrica (permeabilidade magnética) ao longo da direção do empilhamento das camadas é zero. Por isso, a característica volumétrica do plasmon longitudinal elétrico (magnético).

4.3 Conclusão

Estudamos as propriedades de transmissão de ondas eletromagnéticas através de um sistema unidimensional formado por camadas alternadas de ar e LHMs anisotrópico. Verificamos a existência de modos extras PP longitudinais dentro do *gap* PP, como resultado da anisotropia do sistema. Além disso, mostramos que o *gap* PP é robusto no que diz respeito a absorção/perda de modo que eles podem ser detectados mesmo para uma única bicamada e níveis relativamente elevados de absorção. No entanto, aumentando a proporção b/a entre as larguras das camadas percebemos que os modos adicionais são deslocados para o lado vermelho do espectro, o que permite ajustar uma determinado modo alterando a largura relativa das camadas. Por outro lado, para pequenos valores da proporção b/a, os modos extras aparecem amontoados e dificilmente podemos distinguir um dos outros. No entanto, com o aumento das larguras dos metamateriais podemos melhorar substancialmente a resolução desses modos favorecendo observações experimentais.

5 CONCLUSÃO GERAL

Nos últimos anos, os temas cristais fotônicos e metamateriais despertaram o interesse da comunidade científica devido às inúmeras possibilidades de aplicações, desde a produção de lentes perfeitas, dispositivos de camuflagem, filtros ópticos mais eficientes, dispositivos de controle de polarização, etc. Nesse cenário, surgiram as super-redes fotônicas compostas por metamateriais que realçaram muitas das propriedades dos cristais fotônicos e propiciaram a concepção de dispositivos em nanoescala com maior integração entre os ópticos e os eletrônicos através da promoção das propriedades plasmônicas dos metamateriais. Nesse contexto, apresentamos nessa tese alguns resultados sobre os aspectos da transmissão de ondas eletromagnéticas planas e monocromáticas que se propagam em super-redes fotônicas unidimensionais.

Através do formalismo de matriz de transferência e com o auxílio das analogias com o problema de uma partícula em um poço quadrado finito, comparamos os espectros de transmissão entre dois sistemas: redes defeituosas com camadas no regime de sub-comprimento de onda e simples estruturas fotônicas formadas por três camadas. Através da teoria do meio efetivo, com boa acurácia, mostramos a equivalência dos supracitados sistemas na região espectral em que há modos de tunelamento ressonante para ambas estruturas. Além disso, derivamos uma condição geral que deve ser satisfeita para observarmos os modos ressonantes.

Nossos resultados analíticos podem ser úteis do ponto de vista tecnológico por propiciarem, na concepção e no desenvolvimento de dispositivos fotônicos, o ajuste ou seleção das frequências de ressonância. Investigamos também as propriedades de transmissão de ondas eletromagnéticas através de sistemas multicamadas consistindo de camadas alternadas de ar e metamateriais uniaxialmente anisotrópicos. O eixo óptico de cada heteroestrutura foi escolhido para coincidir com a direção de empilhamento das camadas. As componentes dos tensores de permissividade elétrica e permeabilidade magnética que caracterizam os metamateriais foram modeladas por respostas do tipo Drude e split-ring resonator, respectivamente. Consideramos diferentes frequências de plasmon para as direções perpendiculares e paralela ao eixo óptico. Para incidência oblíqua, modos de plasmon polariton longitudinais foram encontrados nas vizinhanças da frequência de plasmon ao longo do eixo óptico. A anisotropia promoveu a quebra da simetria do sistema o que implicou no surgimento de modos adicionais nas bandas de plasmon polariton quase sem dispersão acima ou abaixo da frequência de plasmon. Por fim, mostramos que mesmo na presença de perdas/absorções, esses modos de plasmon polariton sobrevivem e, portanto, devem ser detectados experimentalmente.

Referências

AGUDELO-ARANGO, C. et al. Zero- <n> non-bragg gap plasmon–polariton modes and omni-reflectance in 1d metamaterial photonic superlattices. *Journal of Physics: Condensed Matter*, v. 23, n. 21, p. 215003, 2011. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0953-8984/23/i=21/a=215003>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

ALI, M. Z.; ABDULLAH, T. Properties of the angular gap in a one-dimensional photonic band gap structure containing single negative materials. *Physics Letters A*, v. 372, n. 10, p. 1695 – 1700, 2008. ISSN 0375-9601. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960107014521>. Citado na página 64.

ARAúJO, C. A. A. *Excitações em Cristais Fotônicos Unidimensionais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do RIo Grande do Norte, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/16616/1/CarlosAAA_TESE.pdf>. Citado na página 25.

ASHCROFT, N.; MERMIN, N. *Solid State Physics*. Philadelphia: Saunders College, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 47.

BOLTASSEVA, A.; ATWATER, H. A. Low-loss plasmonic metamaterials. *Science*, v. 331, n. 6015, p. 290–291, 2011. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/331/6015/290.short>. Citado na página 75.

BORN, M.; WOLF, E. *Principles of Optics*. 7. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. Citado na página 36.

BROVENKO P. N. MELEZHIK, A. Y. P. N. P. Y. A.; GRANET, G. Resonant scattering of electromagnetic wave by stripe grating backed with a layer of metamaterial. *Progress In Electromagnetics Research B*, v. 15, p. 423–441, 2009. Citado na página 50.

BRUNO-ALFONSO, A. et al. Unfolding of plasmon-polariton modes in one-dimensional layered systems containing anisotropic left-handed materials. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 84, p. 113101, Sep 2011. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.113101>. Citado 5 vezes nas páginas 49, 50, 65, 70 e 74.

CAPOLINO, F. (Ed.). *Applications of Metamaterials*. [S.l.]: CRC Press, 2009. Citado na página 20.

CAVALCANTI, S. B. et al. Band structure and band-gap control in photonic superlattices. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 74, p. 153102, Oct 2006. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.153102>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 64.

CAVALCANTI, S. B. et al. Photonic band structure and symmetry properties of electromagnetic modes in photonic crystals. *Phys. Rev. E*, American Physical

Society, v. 75, p. 026607, Feb 2007. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.75.026607>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

CHEN, Y. Defect modes merging in one-dimensional photonic crystals with multiple single-negative material defects. *Applied Physics Letters*, v. 92, n. 1, p. –, 2008. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/92/1/10.1063/1.2832661>. Citado na página 50.

CHEN, Y. Frequency response of resonance modes in heterostructures composed of single-negative materials. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 25, n. 11, p. 1794–1799, Nov 2008. Disponível em: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-25-11-1794>. Citado na página 50.

CHEN, Y. Tunable omnidirectional multichannel filters based on dual-defective photonic crystals containing negative-index materials. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 42, n. 7, p. 075106, 2009. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0022-3727/42/i=7/a=075106>. Citado na página 50.

COHEN-TANNOUDJI, C.; DIU, B.; LALOE, F. *Quantum Mechanics*. [S.l.]: Ed. Wiley, 1991. Citado 3 vezes nas páginas 23, 53 e 56.

COJOCARU, E. Electromagnetic tunneling in lossless trilayer stacks containing single-negative metamaterials. *Progress In Electromagnetics Research*, v. 113, p. 227–249, 2011. Citado na página 50.

COSTA, A. E. B.; MOURA, F. A. B. F. de. Absence of localized acoustic waves in a scale-free correlated random system. *Journal of Physics: Condensed Matter*, v. 23, n. 6, p. 065101, 2011. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0953-8984/23/i=6/a=065101>. Citado na página 32.

D'AGUANNO, G. et al. Second-harmonic generation at angular incidence in a negative-positive index photonic band-gap structure. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 74, p. 026608, Aug 2006. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.74.026608>. Citado na página 64.

DEPINE, R. A. et al. Zero permeability and zero permittivity band gaps in 1d metamaterial photonic crystals. *Physics Letters A*, v. 364, p. 352 – 355, 2007. ISSN 0375-9601. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960106018949>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 64.

DMITRIEV, V.; aO, F. P.; KAWAKATSU, M. Enhancement of faraday and kerr rotations in three-layer heterostructure with extraordinary optical transmission effect. *Opt. Lett.*, OSA, v. 38, n. 7, p. 1052–1054, Apr 2013. Disponível em: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-38-7-1052>. Citado na página 50.

ELEFTHERIADES, G.; IYER, A.; KREMER, P. Planar negative refractive index media using periodically l-c loaded transmission lines. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, v. 50, n. 12, p. 2702–2712, Dec 2002. ISSN 0018-9480. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 52.

ENGHETA, N.; ZIOLKOWSKI, R. W. (Ed.). *Electromagnetic Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. 1. ed. Wiley-IEEE Press, 2006. ISBN 0471761028,9780471761020. Disponível em: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?

md5=195AA1D8906BEF0D03BFD2BCE5888851>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

FANG, A.; KOSCHNY, T.; SOUKOULIS, C. M. Lasing in metamaterial nanostructures. *Journal of Optics*, v. 12, n. 2, p. 024013, 2010. Disponível em: <http://stacks.iop.org/2040-8986/12/i=2/a=024013>. Citado na página 75.

FENG, Y. et al. Electromagnetic wave propagation in anisotropic metamaterials created by a set of periodic inductor-capacitor circuit networks. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 72, p. 245107, Dec 2005. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.245107>. Citado na página 64.

GONG, Q.; HU, X. (Ed.). *Photonic Crystals: Principles and Applications*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado na página 20.

GRBIC, A.; ELEFTHERIADES, G. V. Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial. *Journal of Applied Physics*, v. 92, n. 10, p. 5930–5935, 2002. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/92/10/10.1063/1.1513194>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 52.

HECHT, E. *Optics*. 4th. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 1998. Citado na página 24.

HU, L.; CHUI, S. T. Characteristics of electromagnetic wave propagation in uniaxially anisotropic left-handed materials. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 66, p. 085108, Aug 2002. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.66.085108>. Citado na página 64.

JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. [S.l.: s.n.], 1999. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.

JIANG, H. et al. Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials. *Applied Physics Letters*, v. 83, n. 26, p. 5386–5388, 2003. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/83/26/10.1063/1.1637452>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 49 e 50.

JIANG, H. et al. Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 69, p. 066607, Jun 2004. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.69.066607>. Citado na página 30.

JOANNOPOULOS, J. D. et al. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. [S.l.]: Princeton University Press, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 20, 22, 23 e 35.

JOHN, S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 58, p. 2486–2489, Jun 1987. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2486>. Citado na página 24.

KANG, Y. et al. Electromagnetic resonance tunneling in a single-negative sandwich structure. *Journal of Modern Optics*, v. 60, p. 1021, 2013. Citado na página 50.

KITTEL, C. *Introduction to Solid State Physics*. [S.l.]: John Wiley, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 47.

KOCER, H. et al. Reduced near-infrared absorption using ultra-thin lossy metals in fabry-perot cavities. *Scientific Reports*, v. 5, p. 8157, 2015. Citado na página 50.

LAKHTAKIA, A.; KROWNE, C. M. Restricted equivalence of paired epsilon–negative and mu–negative layers to a negative phase–velocity material (aliasleft–handed material). *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, v. 114, n. 7, p. 305 – 307, 2003. ISSN 0030-4026. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402604702697>. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 52.

LEZEC, H. J.; DIONNE, J. A.; ATWATER, H. A. Negative refraction at visible frequencies. *Science*, v. 316, n. 5823, p. 430–432, 2007. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/316/5823/430.abstract>. Citado na página 49.

LI, J.; ZHAO, D.; LIU, Z. Zero-photonic band gap in a quasiperiodic stacking of positive and negative refractive index materials. *Physics Letters A*, v. 332, p. 461, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

LI, J. et al. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 90, p. 083901, Feb 2003. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.083901>. Citado 4 vezes nas páginas 29, 49, 50 e 64.

LINDEN, S. et al. Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz. *Science*, v. 306, n. 5700, p. 1351–1353, 2004. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/306/5700/1351.abstract>. Citado na página 49.

LISCIDINI, M.; ANDREANI, L. C. Second-harmonic generation in doubly resonant microcavities with periodic dielectric mirrors. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 73, p. 016613, Jan 2006. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.73.016613>. Citado na página 64.

LU, Z. Multiple narrow bandpass optical filters based on one-dimensional rugate photonic structures of two periodicities. *Opt. Lett.*, OSA, v. 36, n. 4, p. 573–575, Feb 2011. Disponível em: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-36-4-573>. Citado na página 50.

MADANI, A. et al. Influence of the orientation of optical axis on the transmission properties of one-dimensional photonic crystals containing uniaxial indefinite metamaterial. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 29, n. 10, p. 2910–2914, Oct 2012. Disponível em: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-29-10-2910>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

MOCCIA G. CASTALDI, V. G. A. A. M.; ENGHETA, N. Enhanced faraday rotation via resonant tunnelling in tri-layers containing magneto-optical metals. *J. Phys. D: Appl. Phys.* ***47***, v. 025002 (2014)., 2014. Citado na página 50.

MONSORIU, J. A. et al. Interaction between non-bragg band gaps in 1d metamaterial photonic crystals. *Opt. Express*, OSA, v. 14, n. 26, p. 12958–12967, Dec 2006. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-14-26-12958>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 64.

MOURA, F. A. B. F. de; LYRA, M. L. Delocalization in the 1d anderson model with long-range correlated disorder. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 81, p. 3735–3738, Oct 1998. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.3735>. Citado na página 32.

NAVARRO, R. F. A evolução dos materiais. parte1: da pré-história ao início da era moderna. *Revista Eletrônica de Materiais e Processos*, v. 1, p. 1 – 11, 2006. Citado na página 20.

NI, X. et al. Broadband light bending with plasmonic nanoantennas. *Science*, v. 335, n. 6067, p. 427, 2012. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/335/6067/427.abstract>. Citado na página 64.

NI, X. et al. An ultrathin invisibility skin cloak for visible light. *Science*, v. 349, n. 6254, p. 1310 – 1314, September 2015. Citado na página 26.

NODA, M. F. S.; ASANO, T. Spontaneous-emission control by photonic crystals and nanocavities. *Nat. Photonics*, n. 1, p. 449 – 458, 2007. Citado na página 22.

OUCHANI, N. et al. Defect modes in one-dimensional anisotropic photonic crystal. *Journal of Applied Physics*, v. 106, n. 11, p. –, 2009. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/106/11/10.1063/1.3266005>. Citado na página 50.

PADILLA, W. J.; BASOV, D. N.; SMITH, D. R. Negative refractive index metamaterials. *Materials Today*, v. 9, n. 7–8, p. 28 – 35, 2006. ISSN 1369-7021. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1369702106715735>. Citado na página 26.

PENDRY, J. et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, v. 47, n. 11, p. 2075–2084, Nov 1999. ISSN 0018-9480. Citado na página 28.

PENDRY, S. J. Metamaterials and the control of electromagnetic fields. In: *Conference on Coherence and Quantum Optics*. Optical Society of America, 2007. p. CMB2. Disponível em: <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=CQO-2007-CMB2>. Citado na página 27.

RAHIMI A. NAMDAR, S. R. E. H.; TAJALLI, H. Photonic transmission spectra in one-dimensional fibonacci multilayer structures containing single-negative metamaterials. *Progress In Electromagnetics Research*, v. 102, p. 15–30, 2010. Citado na página 52.

RAMAKRISHNA, S. A. Physics of negative refractive index materials. *Reports on Progress in Physics*, v. 68, n. 2, p. 449, 2005. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0034-4885/68/i=2/a=R06>. Citado na página 64.

REYES-GóMEZ, E.; CAVALCANTI, S.; OLIVEIRA, L. Signature of bulk longitudinal plasmon-polaritons in the transmission/reflection spectra of one-dimensional metamaterial heterostructures. *Superlattices and Microstructures*, v. 64, p. 590 – 600, 2013. ISSN 0749-6036. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749603613003662>. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 73.

REYES-GóMEZ, E. et al. Plasmon polaritons in photonic superlattices containing a left-handed material. *EPL (Europhysics Letters)*, v. 88, n. 2, p. 24002, 2009. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0295-5075/88/i=2/a=24002>. Citado 5 vezes nas páginas 30, 31, 64, 70 e 71.

RUSSELL, P. Photonic crystal fibers. *Science*, v. 299, n. 5605, p. 358–362, Jan 2003. Citado na página 22.

SAKODA, K. *Optical Properties of Photonic Crystals*. [S.l.]: Springer, 2005. Citado na página 22.

SHELBY, R. A.; SMITH, D. R.; SCHULTZ, S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, v. 292, n. 5514, p. 77–79, 2001. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/292/5514/77.abstract>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 49.

SHU, S.; LI, Z.; LI, Y. Y. Triple-layer fabry-perot absorber with near-perfect absorption in visible and near-infrared regime. *Opt. Express*, OSA, v. 21, n. 21, p. 25307–25315, Oct 2013. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-21-21-25307>. Citado na página 50.

SILVA, A. et al. Performing mathematical operations with metamaterials. *Science*, v. 343, n. 6167, p. 160–163, 2014. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/343/6167/160.abstract>. Citado na página 64.

SILVESTRE, E. et al. Role of dispersion on zero-average-index bandgaps. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 26, n. 4, p. 581–586, Apr 2009. Disponível em: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-26-4-581>. Citado na página 64.

SINGH, S. K. et al. Some new band gaps and defect modes of 1d photonic crystals composed of metamaterials. *Solid State Communications*, v. 143, p. 217 – 222, 2007. ISSN 0038-1098. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038109807004036>. Citado na página 64.

SLOBOZHANYUK, A. P. et al. Enhancement of magnetic resonance imaging with metasurfaces. *Advanced materials*, v. 28, n. 9, p. 1832 –1838, January 2016. Citado na página 26.

SMITH, D. et al. Left-handed metamaterials. In: SOUKOULIS, C. (Ed.). *Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century*. Springer Netherlands, 2001, (NATO Science Series, v. 563). p. 351–371. ISBN 978-0-7923-6948-6. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-010-0738-2_25>. Citado na página 27.

SMITH, D. R. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 84, p. 4184–4187, May 2000. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 64.

SMITH, D. R.; SCHURIG, D. Electromagnetic wave propagation in media with indefinite permittivity and permeability tensors. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 90, p. 077405, Feb 2003. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.077405>. Citado na página 64.

SOLLI, D. R.; HICKMANN, J. M. Photonic crystal based polarization control devices. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 37, n. 24, p. R263, 2004. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0022-3727/37/i=24/a=R01>. Citado na página 23.

SOUKOULIS, C. M.; LINDEN, S.; WEGENER, M. Negative refractive index at optical wavelengths. *Science*, v. 315, n. 5808, p. 47–49, 2007. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/315/5808/47.short>. Citado na página 49.

VALENTINE, J. et al. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index. *Nature*, v. 455, p. 376, 2008. Citado na página 49.

VESELAGO, V. G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ. *Soviet Physics Uspekhi*, v. 10, n. 4, p. 509, 1968. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0038-5670/10/i=4/a=R04>. Citado 3 vezes nas páginas 28, 49 e 64.

VIGNERON, J. P.; SIMONIS, P. Natural photonic crystals. *Physica B: Condensed Matter*, v. 407, n. 20, p. 4032 – 4036, 2012. ISSN 0921-4526. Proceedings of the conference - Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Metamaterialsin honor of Prof. C. M. Soukoulis' 60th birthday. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921452611013305>. Citado na página 26.

VUKUSIC, P.; HOOPER, I. Directionally controlled fluorescence emission in butterflies. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 310, n. 5751, p. 1151–1151, 2005. ISSN 0036-8075. Disponível em: <http://science.sciencemag.org/content/310/5751/1151>. Citado na página 25.

WANG, S.; GAO, L. Omnidirectional reflection from the one-dimensional photonic crystal containing anisotropic left-handed material. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, EDP Sciences, v. 48, n. 1, p. 29–36, 2005. ISSN 1434-6028. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2005-00380-3>. Citado na página 64.

WU, W. et al. Optical metamaterials at near and mid-ir range fabricated by nanoimprint lithography. *Applied Physics A*, Springer-Verlag, v. 87, n. 2, p. 143–150, 2007. ISSN 0947-8396. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s00339-006-3834-3>. Citado na página 49.

XIAO, S. et al. *Nature*, v. 466, p. 735, 2010. Citado na página 75.

YABLONOVITCH, E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 58, p. 2059–2062, May 1987. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2059>. Citado na página 24.

YANG, C.; ZHAO, H. Electromagnetic tunneling through a three-layer asymmetric medium containing epsilon-negative slabs. *Central European Journal of Physics*, Springer Vienna, v. 11, n. 5, p. 594–600, 2013. ISSN 1895-1082. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.2478/s11534-013-0251-z>. Citado na página 50.

YEN, T. J. et al. Terahertz magnetic response from artificial materials. *Science*, v. 303, n. 5663, p. 1494–1496, 2004. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/303/5663/1494.abstract>. Citado na página 49.

YUAN, Y. et al. Experimental verification of zero order bandgap in a layered stack of left-handed and right-handed materials. *Opt. Express*, OSA, v. 14, n. 6, p. 2220–2227, Mar 2006. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-14-6-2220>. Citado na página 64.

ZHANG, H. et al. The bragg gap vanishing phenomena in one-dimensional photonic crystals. *Opt. Express*, OSA, v. 17, n. 10, p. 7800–7806, May 2009. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-17-10-7800>. Citado na página 64.

ZHANG, S. et al. Midinfrared resonant magnetic nanostructures exhibiting a negative permeability. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 94, p. 037402, Jan 2005. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.037402>. Citado na página 49.

ZHANG, X.; LIU, Z. Superlenses to overcome the diffraction limit. *Nature Materials*, v. 7, n. 6, p. 435 – 441, 2008. Citado na página 26.

ZHAO, Q. et al. Experimental demonstration of isotropic negative permeability in a three-dimensional dielectric composite. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 101, p. 027402, Jul 2008. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.027402>. Citado na página 49.

ZHELUDEV, N. I. The road ahead for metamaterials. *Science*, v. 328, n. 5978, p. 582–583, 2010. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/content/328/5978/582.short>. Citado na página 64.

ZHELUDEV, N. I. A roadmap for metamaterials. *Opt. Photon. News*, OSA, v. 22, n. 3, p. 30–35, Mar 2011. Disponível em: <http://www.osa-opn.org/abstract.cfm?URI=opn-22-3-30>. Citado na página 75.

Anexos

Physica E 74 (2015) 123–128

Contents lists available at ScienceDirect

Physica E

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physe

Absorption effects on the longitudinal bulk plasmon–polariton modes in 1D heterostructures containing anisotropic metamaterials

A.E.B. Costa [a,b,*], L.E. Oliveira [c], S.B. Cavalcanti [b]

[a] Instituto Federal de Alagoas, Marechal Deodoro-AL 57160-000, Brazil
[b] Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL 57072-970, Brazil
[c] Instituto de Física, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas-SP 13083-859, Brazil

HIGHLIGHTS

- Extra longitudinal PP modes as a result of anisotropy in 1D heterostructures.
- The extra modes within the PP gap independent of the number of layers.
- Increasing the relative layer width b/a, one may shift the extra PP modes.

ARTICLE INFO

Article history:
Received 8 January 2015
Received in revised form
13 May 2015
Accepted 26 June 2015
Available online 2 July 2015

Keywords:
Plasmon polaritons
Photonic crystals
Metamaterials

ABSTRACT

The transmission properties of electromagnetic waves through a one-dimensional layered system containing alternate layers of air and a uniaxial anisotropic left-handed material are investigated. The optical axis of such heterostructure is along the stacking direction and the components of the electric permittivity and magnetic permeability tensors that characterize the metamaterial are modeled by a Drude-type response and a split-ring resonator metamaterial response, respectively. Different plasmon frequencies are considered for directions parallel and perpendicular to the optical axis. For oblique incidence, longitudinal bulk-like plasmon polariton modes are found in the neighborhood of the plasmon frequency along the optical axis and anisotropy leads to the unfolding of nearly dispersionless plasmon–polariton bands either above or below the plasmon frequency. Moreover, it is shown that, even in the presence of loss/absorption, these plasmon polariton modes do survive and, therefore, should be experimentally detected.

Plasmonic metamaterials have attracted considerable attention due to many unexpected optical properties discovered in such systems [1–4]. Particularly, left-handed materials (LHM) have been the object of study of many research groups worldwide due to their extraordinary optical properties such as near-field focusing, subwavelength imaging, and negative refraction [5–7]. In the case of one-dimensional (1D) superlattices which are alternate layers of positive right-handed (RHM) and LHM materials, one finds many interesting properties [8,9] that are absent in superlattices composed solely of RHM materials. In particular, the existence of a non-Bragg photonic bandgap, also known as a zeroth-order $\langle n \rangle = 0$ gap, has been suggested, detected, and characterized [10–16]. Specifically, layered systems which combine LHM and ordinary RHM materials were shown to display several remarkable photonic bandgap properties such as longitudinal bulk-like plasmon polariton (PP) gaps [17–22], which do not exist in RHM–RHM conventional 1D heterostructures. However, most of the studies on the bulk PP gap have been restricted to isotropic structures, which are relatively difficult to obtain in practice, since most of LHMs are intrinsically anisotropic. For an infinite anisotropic heterostructure, results [23] have revealed the unfolding of additional PP modes due to the symmetry breaking process. Also, the bulk PP gap has been shown to survive even in the case of one single LHM-RHM bilayer [24].

In this study we wish to thoroughly investigate the transmission properties of the bulk PP gap in RHM–LHM heterostructures, as a function of the number of bilayers, to investigate whether the PP unfolding process survives with a small number of bilayers and/or in the presence of loss/absorption effects. We also compare its robustness with the other gaps that such system admits, i.e., a Bragg gap and the $\langle n \rangle = 0$ gap. Let us begin by considering a heterostructure composed of bilayers *AB* comprising air (layer A) and

* Corresponding author at: Instituto Federal de Alagoas, Marechal Deodoro-AL 57160-000, Brazil.
E-mail address: costa.aeb@gmail.com (A.E.B. Costa).

http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2015.06.029

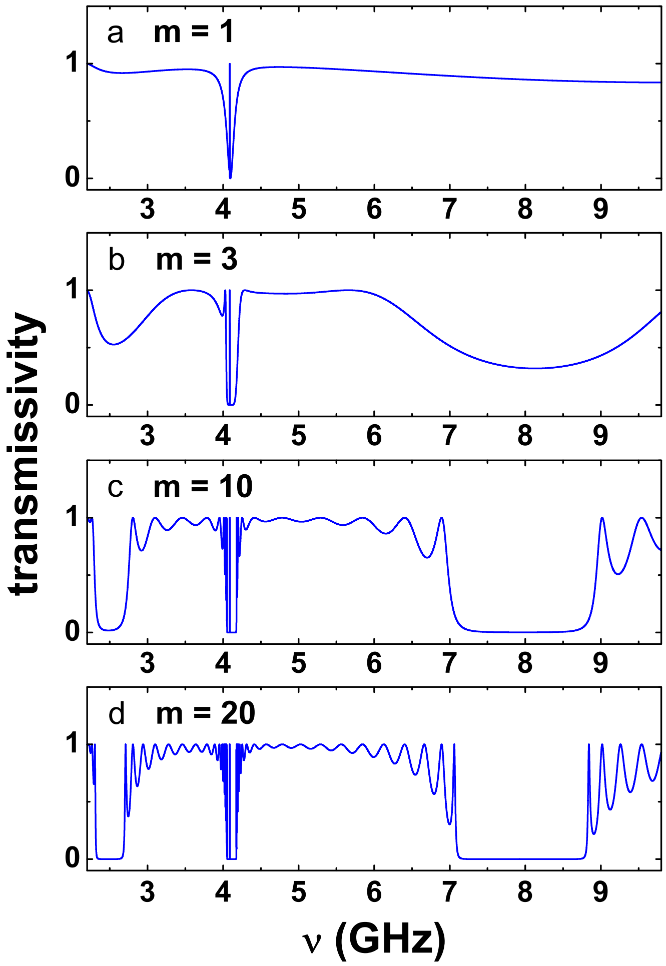


Fig. 1. Transmissivity ($|T|^2$) of TM waves for various m number of bilayers, for $\theta = \pi/12$ with $a = b = 12$ mm. Medium B is anisotropic with $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4.5$ GHz.

a uniaxially anisotropic metamaterial (B), whose widths are a and b, respectively. Let us assume a finite metamaterial heterostructure obtained by the stacking of m double layers AB of width $d = a + b$. Moreover, let the z direction be the stacking direction of the heterostructure, and suppose it is surrounded by a vacuum. Layers B are characterized by second-order tensors (electric and magnetic dispersive responses) $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{B}}$ and $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{B}}$, respectively,

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \epsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\parallel \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mu_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\parallel \end{pmatrix}, \tag{2}$$

with elements in the diagonal given by

$$\epsilon_\alpha(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_{e,\alpha}^2}{\omega(\omega + i\gamma_{e,\alpha})} \tag{3}$$

and

$$\mu_\alpha(\omega) = \mu_0 - \frac{F\omega_{m,\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{m,\alpha}^2 + i\gamma_{m,\alpha}\omega}. \tag{4}$$

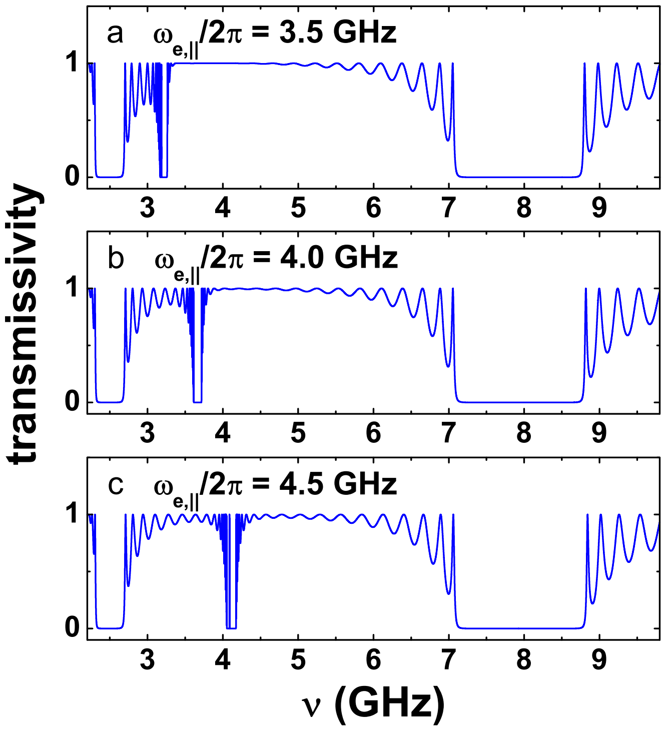


Fig. 2. Transmissivity of TM waves as a function of $\nu_{e,\parallel}$ for $\theta = \pi/12$ with $a = b = 12$ mm and m=20. Medium B is anisotropic with $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz and $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz.

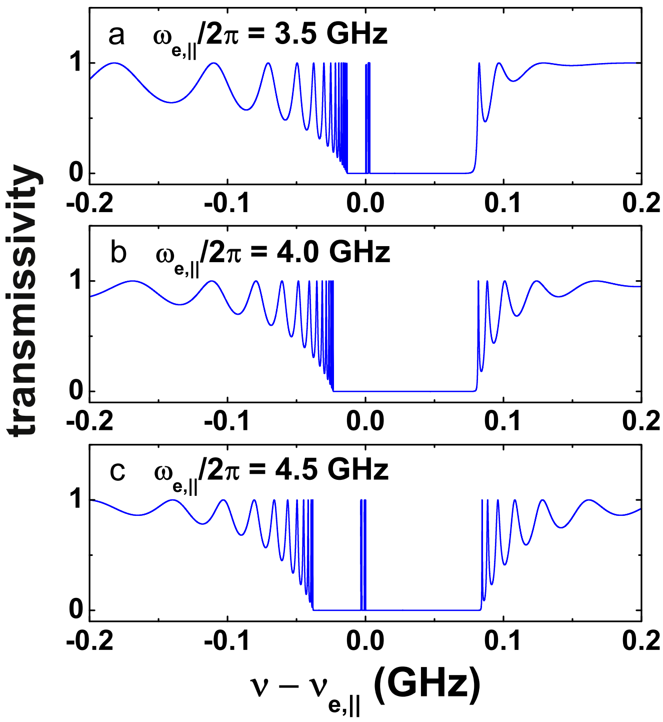


Fig. 3. Transmissivity of TM waves around the frequency $\nu_{e,\parallel}$ of the longitudinal bulk PP mode, as a function of $\nu - \nu_{e,\parallel}$ for $\theta = \pi/12$ with $a = b = 12$ mm and m=20. Medium B is anisotropic and characterized by $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz and $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz.

In the following, we assume F=0.5, $\epsilon_0 = 1.21$ and $\mu_0 = 1.0$, denote $\alpha = \perp$ ($x - y$ plane) and $\alpha = \parallel$ (z direction), and consider loss/absorption effects through the $\gamma_{e/m,\alpha}$ phenomenological parameters [22,23]. Also, we use frequency values $\nu = \omega/2\pi$, $\nu_{e,\alpha} = \omega_{e,\alpha}/(2\pi\sqrt{\epsilon_0})$ and $\nu_{m,\alpha} = \omega_{m,\alpha}\sqrt{\mu_0}/(2\pi\sqrt{\mu_0 - F})$.

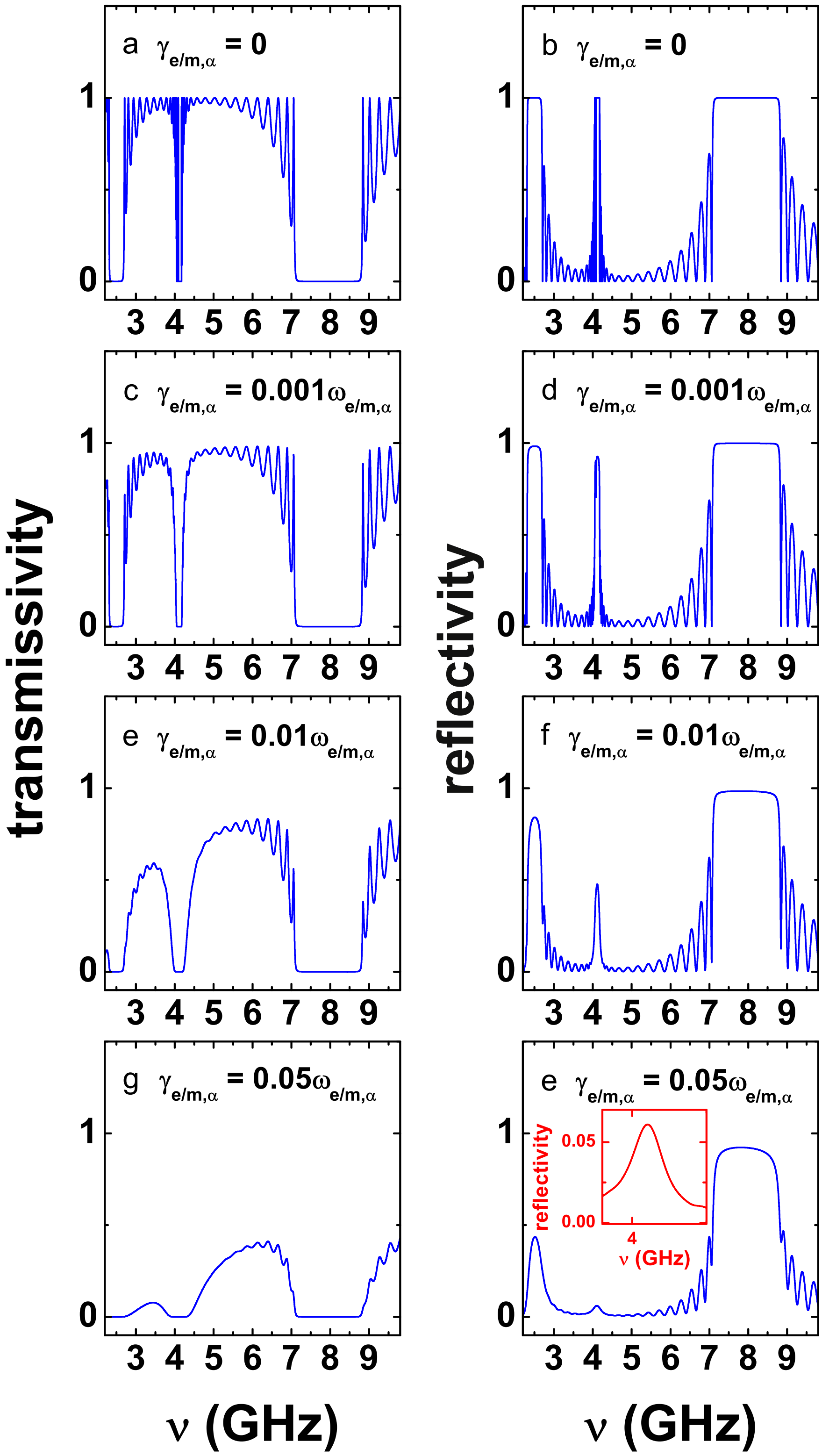


Fig. 4. Transmissivity and reflectivity of TM waves, for $m=20$ double-stack layers, assuming $\theta = \pi/12$, and various values of the absorption parameter $\gamma_{e/m,\alpha}$ with $a = b = 12$ mm. Medium B is anisotropic with $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4.5$ GHz.

Here we are concerned with the propagation of monochromatic electromagnetic waves with the electric (magnetic) field in the y direction, i.e., in the TE (TM) configuration. The wave vector is in the $x-z$ plane and makes an angle θ with the z-axis. In this way, in each layer, one may relate the fields in the z position with the ones in the z_0 position via the local transfer matrix

$$M_L^{\beta}(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(Q_L^{\beta}\Delta z) & i f_L^{\beta^{-1}} \sin(Q_L^{\beta}\Delta z) \\ i f_L^{\beta} \sin(Q_L^{\beta}\Delta z) & \cos(Q_L^{\beta}\Delta z) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

in which $\beta = TE$ or TM, $L=A$ or B,

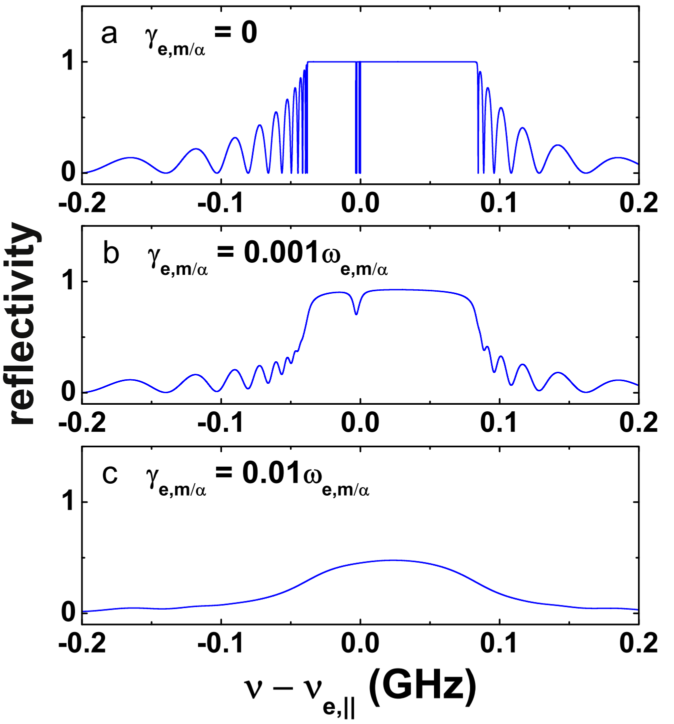


Fig. 5. Reflectivity of TM waves as a function of $\nu - \nu_{e,\|}$ for $m=20$ double-stack layers, $\theta = \pi/12$ and $a = b = 12$ mm. Results are shown around the frequency $\nu_{e,\|} = 4.0909$ GHz of the longitudinal bulk PP mode and for various values of the absorption parameter $\gamma_{e/m,\alpha}$. Medium B is anisotropic and characterized by $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\|}/2\pi = 4.5$ GHz.

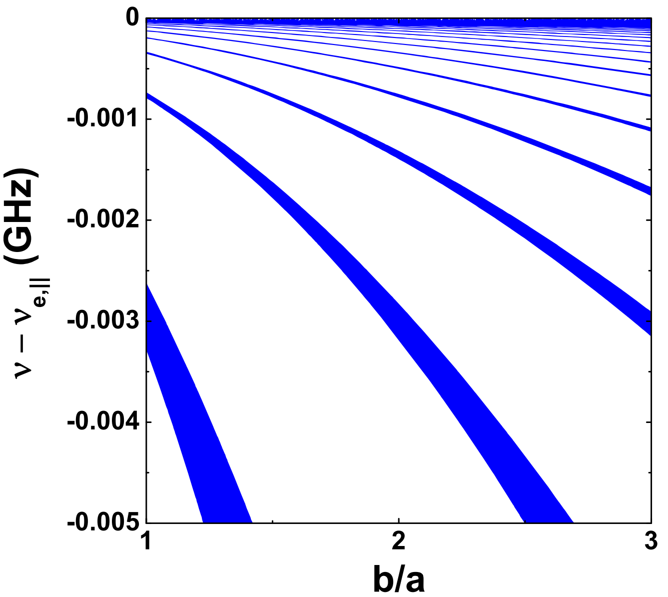


Fig. 7. Transmissivity of TM waves varying the relative thicknesses b/a and the frequency ν, for $m=20$ double-stack layers, assuming $\theta = \pi/12$ and $a=12$ mm. Medium B is anisotropic with $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\|}/2\pi = 4.5$ GHz.

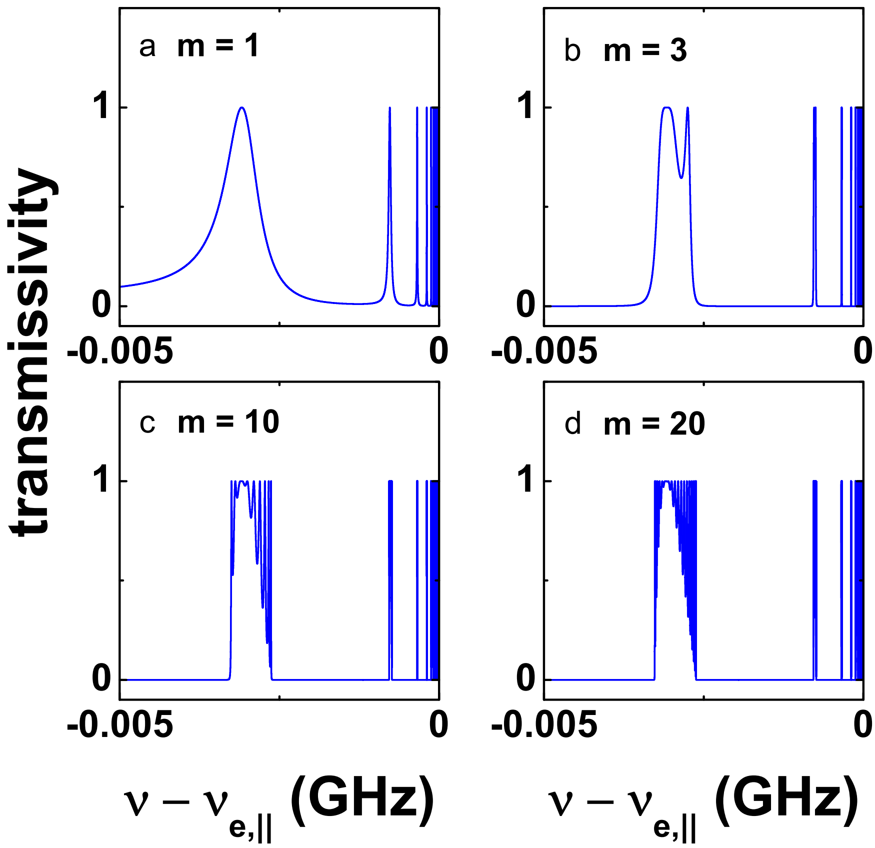


Fig. 6. Transmissivity of TM waves around the frequency $\nu_{e,\|}$ of the longitudinal bulk PP mode, as a function of $\nu - \nu_{e,\|}$, for various m number of bilayers, $\theta = \pi/12$, and $a = b = 12$ mm. Medium B is anisotropic and characterized by $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\|}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\|}/2\pi = 4.5$ GHz.

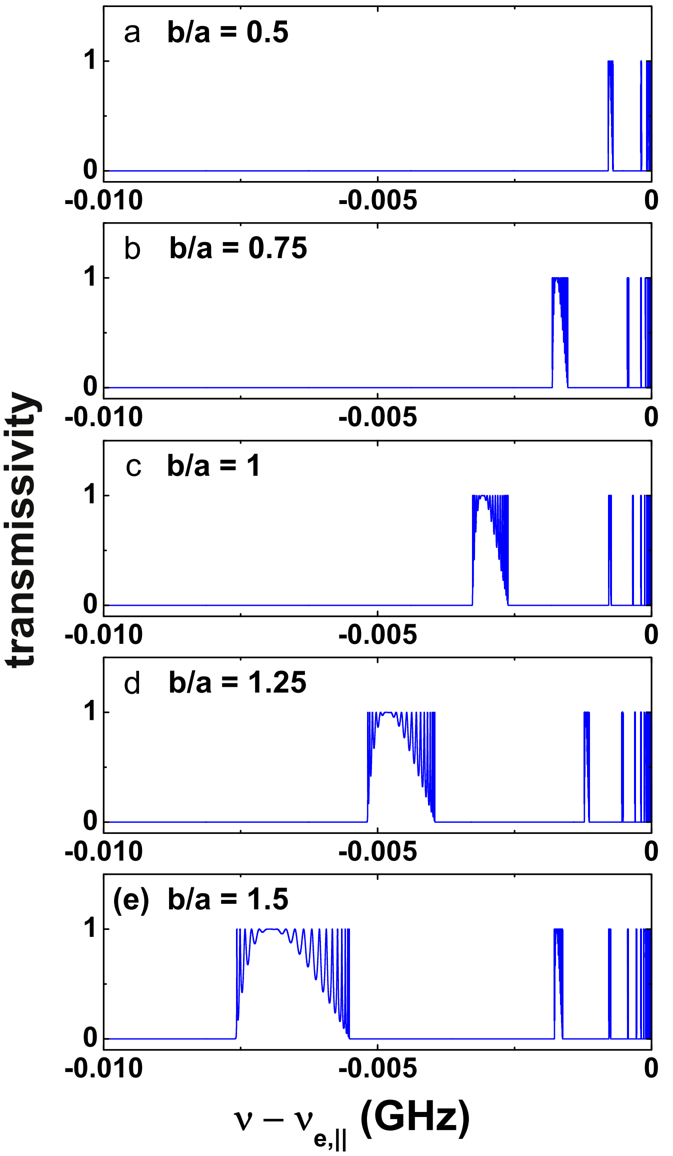


Fig. 8. Transmissivity of TM waves as a function of b/a for a stack with $m=20$ bilayers, assuming $\theta = \pi/12$ and $a=12$ mm. Medium B is anisotropic with $\omega_{m,\perp}/2\pi = \omega_{m,\parallel}/2\pi = 2.0$ GHz, $\omega_{e,\perp}/2\pi = 4.0$ GHz and $\omega_{e,\parallel}/2\pi = 4.5$ GHz.

$$Q_L^{TE} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{L,\perp}\mu_{L,\perp} - \frac{\mu_{L,\perp}}{\mu_{L,\parallel}}\sin^2\theta}, \tag{6}$$

$$Q_L^{TM} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{L,\perp}\mu_{L,\perp} - \frac{\epsilon_{L,\perp}}{\epsilon_{L,\parallel}}\sin^2\theta}, \tag{7}$$

$$f_L^{TE} = \frac{c}{\omega}\frac{Q_L^{TE}}{\mu_{L,\perp}}, \tag{8}$$

and

$$f_L^{TM} = \frac{c}{\omega}\frac{Q_L^{TM}}{\epsilon_{L,\perp}}. \tag{9}$$

In the above expressions, when $L=A$ (isotropic medium), one should ignore the $\perp$ and $\parallel$ indices. The transmission coefficient may be determined with the knowledge of all the elements of the total transfer matrix

$$M(\omega) = \prod_{1}^{2m} M_L^{\beta}, \tag{10}$$

and is given by

$$T = \frac{2Z}{Z(M_{11} + M_{22}) - Z^2 M_{12} - M_{21}}, \tag{11}$$

where $Z = \cos\theta$ and m is the number of bilayers.

We proceed by presenting the numerical results concerning the transmission spectra of incident TM-waves in the case of an anisotropic AB heterostructure, for an incidence angle of $\theta = \pi/12$, and different number of bilayers (cf. Fig. 1). The first noticeable feature in Fig. 1 is the robustness of the electric PP gap, at $\nu_{e,\parallel} = 4.0909$ GHz, with respect to the number of bilayers that compose the heterostructure. For $m=1$, only the PP gap shows up in the transmission spectrum. For $m=3$, a median transmission is present in the frequency region of the Bragg gap whereas around the $\langle n\rangle = 0$ gap the transmission coefficient is even higher. For $m=20$, the $\langle n\rangle = 0$, PP, and Bragg gaps become clearly visible, with almost no transmission at all. Here we note that the longitudinal PP gap is due to the excitation of plasmon modes and so it will open whenever there is a longitudinal component, either of electric or magnetic nature to excite them [22]. Furthermore, we notice that, in contrast with the isotropic stack [24], results in Fig. 1 suggest that even for $m=1$ there are additional PP modes inside the PP-gap. To study this effect in more detail, we turn to Fig. 2 where the transmission spectra are depicted for values of the longitudinal plasmon electric frequency, below [Fig. 2(a)], equal [Fig. 2(b)] and above [Fig. 2(c)] the transversal plasmon electric frequency. The visible change here at first sight is the tuning of the PP-gap frequency region around the $\nu_{e,\parallel}$ longitudinal plasmon electric frequency, as expected. However, by inspecting this graph in the frequency range around the longitudinal plasmon electric frequency as in Fig. 3, one finds that, due to anisotropy, extra longitudinal PP modes appear within the PP gap. This result is consistent with previously reported results demonstrating the unfolding of the PP modes for the anisotropic infinite system [23]. Results in Fig. 3 unequivocally show that the appearance of these additional modes is not hindered by the finite size of the system.

To study whether these modes may be detected or not, one must include losses as it is well-known that metamaterials are intrinsically absorptive. To this end we illustrate in Fig. 4 both the transmission and reflectivity coefficients in the presence of losses for various values of the loss parameter γ. As expected, the effect of absorption is essentially to smear out the $\langle n\rangle = 0$, PP and Bragg gaps, and calculated results in Fig. 4 clearly show that the longitudinal PP gap survives even for relatively high levels of absorption. Fig. 5 displays the TM reflectivity spectra, for various values of the absorption parameter $\gamma_{e/m,\alpha}$, in the frequency range around the $\nu_{e,\parallel} = 4.0909$ GHz longitudinal bulk plasmonic frequency and, again, it is apparent that anisotropy effects result in extra longitudinal PP modes within the PP gap. One should point out, however, that, except for a new generation of metamaterial systems in which gain is included to compensate for the high levels of losses [25], absorption effects may hinder the direct experimental observation of these extra PP modes. Moreover, investigations on other aspects of the system, such as for instance the enhancement of the incident field, are currently been carried out to devise a way to circumvent the deleterious effect of losses.

To see whether these extra modes are affected or not by changing the number of double layers AB, we illustrate in Fig. 6 the behavior of the transmissivity of incident TM waves, tuned within the PP-gap, as a function of the number m of double-layers. The results show that these modes are robust under variations of m as they survive, at the same frequency interval, even in the case of a single bilayer, an interesting feature that favors their experimental verification. To investigate the effect of varying the ratio b/a between the widths, in Fig. 7 we present the behavior of the frequency bands belonging to these longitudinal modes under varying relative b/a ratios. The shaded area indicates the regions where they appear. One may see that the increase in the ratio b/a leads to a shift of the modes to the red side of the spectrum. In this way one could choose to observe a particular mode by varying the relative widths of the layers. To understand better the results on the transmission spectra for different widths, in Fig. 8 we plot the transmissivity as a function of the ratio b/a to illustrate that, by increasing the width of the metamaterial layers, the extra modes stand out clearly as they become more separated and easier to distinguish, i.e., one improves their resolution. Finally, we should mention that, although numerical results are presented here for the TM configuration only, similar qualitative results could be obtained in the TE configuration, provided that the elements of the main diagonal of the magnetic-permeability tensor, $\mu_\perp$ and $\mu_\parallel$, are distinct, i.e., in the case of the TM (TE) configuration, the essentially dispersionless electric (magnetic) PP bands occur around the frequency for which the diagonal dielectric permittivity (magnetic permeability) along the stacking direction is zero. Hence, the bulk-like character of the longitudinal electric (magnetic) plasmon mode.

To conclude, we have studied the transmission properties of electromagnetic waves through a 1D layered system comprising alternate layers of air and anisotropic LHMs. We have verified the existence of extra longitudinal PP modes within the PP gap as a result of anisotropy. Furthermore, we have shown that the PP gap is robust with respect to absorption/loss so that they may be detected even for a single bilayer and relatively high levels of absorption. However, by increasing the ratio b/a between the layer widths one finds that the extra modes are shifted to the red side of the spectrum, a fact that allows one to tune a particular mode by changing the relative width of the layers. Furthermore, for small values of the ratio b/a, the extra modes appear piled up and one can hardly distinguish one from the others. However, as the ratio increases they get further apart and by increasing the metamaterial width one may substantially improve the modes resolution so that they may be experimentally observed.

Acknowledgments

We thank Brazilian Agencies CNPq and FAPESP (Proc. 2012/51691-0) for partial financial support.

References

[1] L.B. Hu, S.T. Chui, Phys. Rev. B 66 (2002) 085108.
[2] D.R. Smith, D. Schurig, Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 077405.
[3] Y.J. Feng, X.H. Teng, Y. Chen, T. Jiang, Phys. Rev. B 72 (2005) 245107.
[4] S. Wang, L. Gao, Eur. Phys. J. B 48 (2005).
[5] V.G. Veselago, Sov. Phys. Usp. 10 (1968) 509.
[6] S.A. Ramakrishna, Rep. Prog. Phys. 68 (2005) 449.
[7] N.I. Zeludhev, Science 328 (2010) 582.
[8] X. Ni, N.K. Emani, A.V. Kildishev, A. Boltasseva, V.M. Shalaev, Science 335 (2012) 427.
[9] A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, N. Engheta, Science 343 (2014) 160, and references therein.
[10] J. Li, L. Zhou, C.T. Chan, P. Sheng, Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 083901.
[11] H. Jiang, H. Chen, H. Li, Y. Zhang, S. Zhu, Appl. Phys. Lett. 83 (2003) 5386.
[12] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, S. Schultz, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 4184.
[13] M. Liscidini, L. C. Andreani, Phys. Rev. E 73 (2006) 016613.
[14] Y. Yuan, L. Ran, J. Huangfu, H. Chen, L. Shen, J.A. Kong, Opt. Express 14 (2006) 2220.
[15] S.B. Cavalcanti, M. de Dios-Leyva, E. Reyes-Gómez, L.E. Oliveira, Phys. Rev. B 74 (2006) 153102;
S.B. Cavalcanti, M. de Dios-Leyva, E. Reyes-Gómez, L.E. Oliveira, Phys. Rev. E 75 (2007) 026607;
A. Bruno-Alfonso, E. Reyes-Gómez, S.B. Cavalcanti, L.E. Oliveira, Phys. Rev. A 78 (2008) 035801.
[16] E. Silvestre, R.A. Depine, M.L. Martìnez-Ricci, J.A. Monsoriu, J. Opt. Soc. Am. B 26 (2009) 581.
[17] G. D'Aguanno, N. Mattiucci, M. Scalora, M.J. Bloemer, Phys. Rev. E 74 (2006) 026608.
[18] J.A. Monsoriu, R.A. Depine, M.L. Martìnez-Ricci, E. Silvestre, Opt. Express 14 (2006) 12958.
[19] R.A. Depine, M.L. Martìnez-Ricci, J.A. Monsoriu, E. Silvestre, P. Andrés, Phys. Lett. A 364 (2007) 352.
[20] S.K. Singh, J.P. Pandey, K.B. Thapa, S.P. Ojha, Solid State Commun. 143 (2007) 217.
[21] M.Z. Ali, T. Abdullah, Phys. Lett. A 372 (2008) 1695.
[22] E. Reyes-Gómez, D. Mogilevtsev, S.B. Cavalcanti, C.A.A. Carvalho, L.E. Oliveira, Europhys. Lett. 88 (2009) 24002;
D. Mogilevtsev, E. Reyes-Gómez, S.B. Cavalcanti, C.A.A. de Carvalho, L. E. Oliveira, Phys. Rev. B 81 (2010) 047601;
C.A.A. de Carvalho, S.B. Cavalcanti, E. Reyes-Gómez, L.E. Oliveira, Phys. Rev. B 83 (2011) 081408(R).
[23] A. Bruno-Alfonso, E. Reyes-Gómez, S.B. Cavalcanti, L.E. Oliveira, Phys. Rev. B 84 (2011) 113101.
[24] E. Reyes-Gómez, S.B. Cavalcanti, L.E. Oliveira, Superl. Microstruct. 64 (2013) 590.
[25] A. Fang, T. Koschny, C.M. Soukoulis, J. Opt. 12 (2010) 024013;
S. Xiao, V.P. Drachev, A.V. Kildishev, X. Ni, U.K. Chettiar, H.-K. Yuan, V. M. Shalaev, Nature 466 (2010) 735;
A. Boltasseva, H.A. Atwater, Science 331 (2011) 290;
N.I. Zheludev, Opt. Photon. News 22 (2011) 31.

Journal of the Optical Society of America B
OPTICAL PHYSICS

Defect modes in metamaterial photonic superlattices as tunneling resonances in trilayer structures

A. E. B. Costa,[1,2,*] J. R. Mejía-Salazar,[2] and S. B. Cavalcanti[2]

[1]Instituto Federal de Alagoas, Marechal Deodoro-AL 57160-000, Brazil
[2]Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL 57072-970, Brazil
*Corresponding author: costa.aeb@gmail.com

Received 23 October 2015; revised 14 January 2016; accepted 19 January 2016; posted 21 January 2016 (Doc. ID 252570); published 25 February 2016

Within an effective medium theory, the transmission spectra of metamaterial defective photonic superlattices composed of subwavelength slab widths are shown, with very good accuracy, to be equivalent to those found in trilayer systems with a metamaterial inclusion. Furthermore, we have derived a general condition which should be satisfied to observe resonance tunneling in these systems. Our analytical results may be useful from the applied point of view as they yield the ability to tailor and tune suitable resonance frequencies in the design and the development of photonic-based filtering and light-trapping compact devices.

OCIS codes: (160.5293) Photonic bandgap materials; (160.3918) Metamaterials; (160.5298) Photonic crystals; (230.7408) Wavelength filtering devices.

http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.33.000468

1. INTRODUCTION

Stemming from the combined advances in nanofabrication, numerical modeling, and characterization tools, it is now possible to develop artificial materials, known as metamaterials, with unique and unusual physical properties. One of the most remarkable properties of these metamaterials is the possibility to have their corresponding dielectric permittivity, magnetic permeability, or even both being functions of the incident frequency [1–11]. Metamaterials exhibiting simultaneously negative real values for their dielectric permittivity and magnetic permeability, thus leading to a negative index of refraction, are frequently called left-handed materials (LHMs), as introduced by Veselago [12]. In a general way, these artificial materials are named according to the signs of their electromagnetic responses as double-negative (DNG), electric-negative (ENG), or magnetic-negative (MNG) metamaterials. The inclusion of these metamaterials as the building blocks in periodic stacks of two alternate media exhibit forbidden frequency ranges, or photonic bandgaps (PBGs), which are compact and robust against disorder and scale effects [13–19]. In the case of layered one-dimensional systems composed of alternate layers of conventional materials, commonly known as double-positive (DPS) materials, and DNG metamaterials the non-Bragg zero-$\overline{n}$ gap is observed due to a zero geometrical averaged refractive index. Also, in superlattices composed of alternate layers of ENG and MNG materials, propagation is not forbidden for some modes and the destructive interference of the evanescent waves in neighboring layers leads to the existence of the well-known zero-ϕ_{eff} non-Bragg gap, which is also insensitive to the incident angle. Moreover, when defective layers are considered in photonic superlattices some localized resonant modes, frequently called defect modes, will appear inside the PBG. These defect modes in photonic superlattices have proved to be of great interest in the design and development of new optical filters [20–24]. Resonant phenomena have been shown to arise in the vicinity of the characteristic frequencies of a metal grating backed with a metamaterial layer [25] and also in a DPS/ENG/DPS trilayer [26]. In recent years it has been demonstrated that resonant tunneling in simple and very compact trilayer structures [27–33] may be utilized to control light propagation properties, with some analogous features as those obtained from defective photonic superlattices. Inspired by this analogy, in the following we suggest that a metamaterial defective photonic superlattice composed of subwavelength slab widths in the vicinity of the zero-$\overline{n}$ gap may be substituted, with very high accuracy, by a simple trilayer structure. Thus, our results indicate a simpler way to design optical filters via the substitution of a superlattice by a compact and more feasible structure. Finally, within a bound state (BS) model we have obtained some analytical results that yield a general relation which should be satisfied for the existence of defect modes within the corresponding non-Bragg gap.

2. THEORETICAL FRAMEWORK

A. Exact Solution of the System

Referring to Fig. 1, in the present work we intend to show that a defective metamaterial superlattice (top panel) composed of subwavelength slabs may be substituted, with very high accuracy, by a very simplified trilayer system (bottom panel). We assume that both systems are surrounded by vacuum. Such a photonic superlattice is considered as composed of alternate layers of metamaterial slabs (B) with the dielectric permittivity, ε, and magnetic permeability, μ, both dispersive according to the familiar Drude function [2,3]:

$$\varepsilon_B(\nu) = \varepsilon_0 - \frac{\nu_e^2}{\nu^2}, \tag{1}$$

$$\mu_B(\nu) = \mu_0 - \frac{\nu_m^2}{\nu^2}, \tag{2}$$

where the electric and magnetic plasmon frequencies are defined as $\nu_{e,p} = \nu_e/\sqrt{\varepsilon_0}$ and $\nu_{m,p} = \nu_m/\sqrt{\mu_0}$, according to the solutions of $\varepsilon_B(\nu_{e,p}) = 0$ and $\mu_B(\nu_{m,p}) = 0$, respectively, with $\varepsilon_0 = 1.21$, $\mu_0 = 2.0$, $\nu_e = 5.0$ GHz, and $\nu_m = 3.0$ GHz. The corresponding slab width is considered as b. Conventional dielectric layers (A) and the defective layer (D) will be considered as composed of air, with $\varepsilon_A = 1.0$, $\mu_A = 1.0$, and $\varepsilon_D = 1.0$ and $\mu_D = 1.0$, respectively, with layer widths as a and d, respectively.

To design the corresponding equivalent trilayer for a specific photonic superlattice $(AB)^N$ we consider the effective medium theory, for normal incidence, i.e., $\theta = 0$, as in Refs. [34,35]:

$$\varepsilon_{\text{eff}}(\nu) = \frac{\varepsilon_A a + \varepsilon_B(\nu) b}{a+b}, \tag{3}$$

$$\mu_{\text{eff}}(\nu) = \frac{\mu_A a + \mu_B(\nu) b}{a+b}. \tag{4}$$

We limit ourselves here to the case of normal incident light impinging on a multilayer medium, stratified along the z direction for which we obtain, within Maxwell's framework, the following differential equation for the electric field in each layer of the system:

$$\frac{1}{\varepsilon(z)}\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{\mu(z)}\frac{d}{dz}E(z)\right] + \frac{\omega^2}{c^2}E(z) = 0, \tag{5}$$

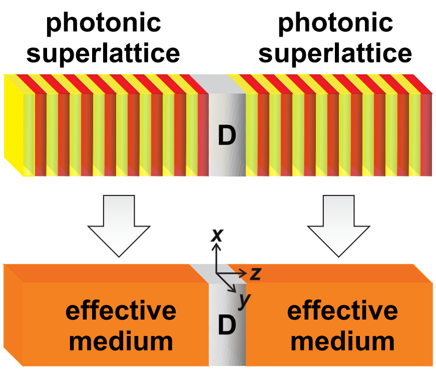


Fig. 1. Schematic representation of the systems under study. The subwavelength defective photonic superlattice (top panel) and the equivalent trilayer system (bottom panel).

which is solved by means of the well-known transfer matrix method (TMM) to obtain the transmission spectra and the corresponding field profiles. An analogous equation for the magnetic field H may be found by replacing $\varepsilon \to \mu$ and $E \to H$ in Eq. (5).

B. Bound State Model

Here, we are concerned with the resonant modes in defective photonic superlattices and trilayer systems. By resorting to the quantum bound state model of a particle trapped in a well potential, we choose solutions for the resonant modes in terms of evanescent eigenwaves outside the dielectric layer, thus

$$E(z) = B_1 e^{\rho z} + B_1' e^{-\rho z}, \qquad z < -d/2, \tag{6}$$

$$E(z) = A_2 e^{ikz} + A_2' e^{-ikz}, \qquad -d/2 < z < d/2, \tag{7}$$

$$E(z) = B_3 e^{\rho z} + B_3' e^{-\rho z}, \qquad z > d/2, \tag{8}$$

where $k = \frac{\omega}{c} n_D$. In the case of the effective trilayer system the resonant frequency is found in the frequency region where $n_{\text{eff}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(\nu)}\sqrt{\mu_{\text{eff}}(\nu)} \in \Im$, i.e., $\varepsilon_{\text{eff}}(\nu)\mu_{\text{eff}}(\nu) < 0$, and we consider $\rho = \sqrt{-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\text{eff}}(\nu)\mu_{\text{eff}}(\nu)} = \frac{\omega}{c}|n_{\text{eff}}(\nu)|$. By employing the continuity conditions for $E(z)$ and $\frac{1}{\mu}\frac{dE}{dz}$, at the interfaces $z = -d/2$ and $z = d/2$, we obtain

$$A_2 = \left(\frac{\mu_D \rho(\nu) + \mu_{\text{eff}}(\nu) ik}{2\mu_{\text{eff}}(\nu) ik}\right) B_1 e^{(-\rho(\nu)+ik)\frac{d}{2}}, \tag{9}$$

$$A_2' = \left(\frac{\mu_{\text{eff}}(\nu) ik - \mu_D \rho(\nu)}{2\mu_{\text{eff}}(\nu) ik}\right) B_1 e^{-(\rho(\nu)+ik)\frac{d}{2}}, \tag{10}$$

$$\frac{B_3'}{B_1} = \frac{\mu_D^2 \rho^2(\nu) + \mu_{\text{eff}}^2(\nu) k^2}{2\mu_{\text{eff}}(\nu)\mu_D \rho(\nu) k} \sin(kd). \tag{11}$$

Having in mind that $E(z)$ should be evanescent for $z > d/2$, we have $B_3' = 0$. Hence, after some algebraic manipulations and trigonometrical substitutions we obtain from Eq. (11)

$$\left(\frac{\mu_D \rho(\nu) - \mu_{\text{eff}}(\nu) ik}{\mu_D \rho(\nu) + \mu_{\text{eff}}(\nu) ik}\right)^2 = e^{2ikd}, \tag{12}$$

from which we may obtain the following sets of solutions:

$$\tan\left(\frac{kd}{2}\right) = \frac{\mu_D}{\mu_{\text{eff}}(\nu)}\frac{\rho(\nu)}{k} = \frac{Z_D}{Z_{\text{eff}}(\nu)} > 0, \tag{13}$$

$$\left|\cos\left(\frac{kd}{2}\right)\right| = \frac{\mu_{\text{eff}}(\nu) k}{\sqrt{\mu_D^2 \rho^2(\nu) + \mu_{\text{eff}}^2(\nu) k^2}}, \tag{14}$$

$$\left|\cos\left(\frac{\pi\nu}{c} n_D d\right)\right| = \frac{Z_{\text{eff}}(\nu)}{\sqrt{Z_{\text{eff}}^2(\nu) + Z_D^2}}, \tag{15}$$

for even modes and

$$\tan\left(\frac{kd}{2}\right) = -\frac{\mu_{\text{eff}}(\nu)}{\mu_D}\frac{k}{\rho(\nu)} = -\frac{Z_{\text{eff}}(\nu)}{Z_D} < 0, \tag{16}$$

$$\left|\sin\left(\frac{kd}{2}\right)\right| = \frac{\mu_{\rm eff}(\nu)k}{\sqrt{\mu_D^2\rho^2(\nu) + \mu_{\rm eff}^2(\nu)k^2}}, \quad (17)$$

$$\left|\sin\left(\frac{\pi\nu}{c} n_D d\right)\right| = \frac{Z_{\rm eff}(\nu)}{\sqrt{Z_{\rm eff}^2(\nu) + Z_D^2}}, \quad (18)$$

for odd modes, where $Z_{\rm eff} = \sqrt{\frac{\mu_{\rm eff}(\nu)}{|\varepsilon_{\rm eff}(\nu)|}}$ and $Z_D = \sqrt{\frac{\mu_D}{\varepsilon_D}}$, respectively. From Eqs. (14) and (17) we may observe that the present calculations only work for $\mu_{\rm eff}(\nu) > 0$, which requires that $\varepsilon_{\rm eff}(\nu) < 0$. If we have $\mu_{\rm eff}(\nu) < 0$ and $\varepsilon_{\rm eff}(\nu) > 0$ we need to solve the corresponding equation for the H field. We want to point out that except for the $\mu(\nu)$ coefficients, coming from the derivative's boundary conditions, Eqs. (13), (14), (16), and (17) have the same form as the bound states of a quantum particle trapped in a quantum well [36].

3. RESULTS AND DISCUSSION

In Fig. 2 we plot a comparison of the transmission spectra for a finite metamaterial photonic superlattice by considering $N = 8$ bilayers AB with layer widths $a = b = 6$ mm, with their corresponding effective medium approximation from Eqs. (3) and (4). Very good agreement is observed within the frequency range from 1 to 6 GHz, i.e., inside the wavelength region from 50 to 300 mm, where the subwavelength condition, $a, b \lesssim \lambda/10$, is satisfied, with λ as the incident wavelength.

In the left panel of Fig. 3 we plot the transmission spectra for defective photonic superlattices (dashed lines), $(AB)^8D(AB)^8$, by considering three different values of d, which were found in excellent agreement with the ones for their corresponding trilayer counterparts (solid lines). In the right panel of Fig. 3 we plot and compare the field profiles corresponding to each one of the resonances on the left side for both systems. In this figure the resonances have been labeled as even and odd according to the symmetry of the corresponding field profile. A small difference is observed when trilayer and photonic superlattice results are compared, which is due to the symmetry difference of both systems. In the present case we are considering an asymmetric defective photonic superlattice, $(AB)^8D(AB)^8$, while the trilayer is symmetric. From additional calculations, not shown here, we have observed that in the symmetric case,

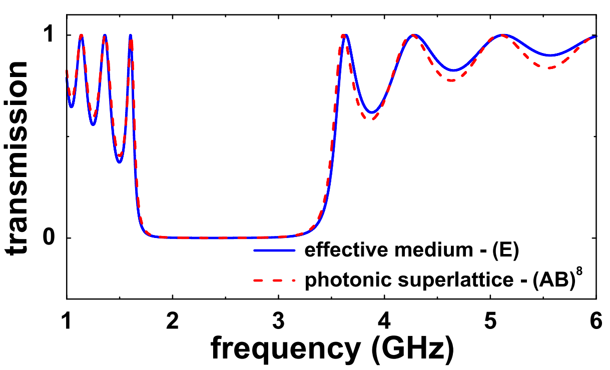


Fig. 2. Comparison of the transmission spectra for the subwavelength photonic superlattice $(AB)^8$ (dashed line) and the corresponding effective medium (solid line).

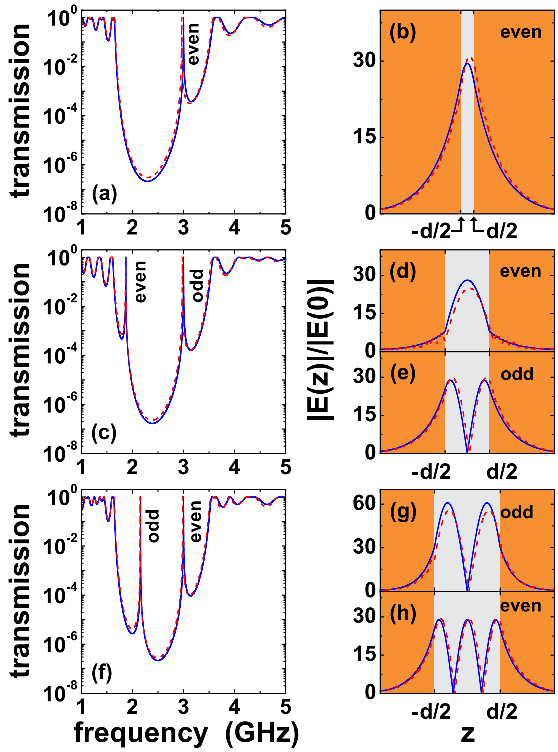


Fig. 3. Comparison of the results for the transmission spectra (left panel) and field profiles (right panel). Dashed and solid lines represent the results for the defective superlattice and the corresponding effective trilayer system, respectively. Geometrical parameters were taken as $a = b = 6$ mm for (a) $d = 15.5952$ mm, (c) $d = 65.5596$ mm, and (f) $d = 115.5252$ mm.

$(AB)^8D(BA)^8$, both results are in excellent agreement. These findings may be important for technological applications since it opens up new routes to develop optical filters without the need for complex defective photonic superlattices.

The resonant modes correspond to solutions which are oscillatory only within the defect layer and evanescent elsewhere. In this sense, the corresponding resonant solutions are analogous to bound states in quantum wells, as mentioned above from the analytical results. To show that the model analyzed in the previous section describes the resonant modes with high accuracy, in Table 1 we present a comparison of the numerical results for the resonance frequencies of both systems in Fig. 3 with the ones from the model in Fig. 4. From these results, one may observe an excellent agreement in the frequency, parity, and number of resonant modes for different defect layer widths, indicating that the trilayer model is an excellent approximation for these solutions.

We have chosen the frequency value of 3.0 GHz as the resonant mode, as it is common for trilayer systems ($\lambda_{\rm ref}$) and obtained the corresponding d values, as depicted with the solid line in Fig. 5. The corresponding dashed ($d = 15.5952$ mm), dotted ($d = 65.5596$ mm), and dot–dotted (115.5252 mm) lines in Fig. 5 show the number of resonant states for a specific value of d. Squares, circles, and triangles in Figs. 4 and 5 are used to label the corresponding resonant modes for different d values in all three approximations.

Table 1. Comparison of the Resonant Modes in Figs. 3 and 5[a]

System	d (mm)	Freq. (GHz)	Parity	Symbol
Superlattice	15.5952	2.96408	even	□
Trilayer	15.5952	3.00000	even	□
QW analogy	15.5952	3.08605	even	□
Superlattice	65.5596	1.86564	even	○
Trilayer	65.5596	1.86908	even	○
QW analogy	65.5596	1.87392	even	○
Superlattice	65.5596	2.97736	odd	○
Trilayer	65.5596	3.00000	odd	○
QW analogy	65.5596	3.05275	odd	○
Superlattice	115.5252	2.14959	odd	Δ
Trilayer	115.5252	2.15922	odd	Δ
QW analogy	115.5252	2.16766	odd	Δ
Superlattice	115.5252	2.98344	even	Δ
Trilayer	115.5252	3.00000	even	Δ
QW analogy	115.5252	3.03829	even	Δ

[a]Obtained by means of the TMM, with results in Fig. 4 from the BS calculation results [Eqs. (13)–(17)].

In Figs. 5(a) and 5(b) we have plotted the number of resonant modes as a function of the frequency and of the defect layer width, respectively, obtained from the transfer matrix

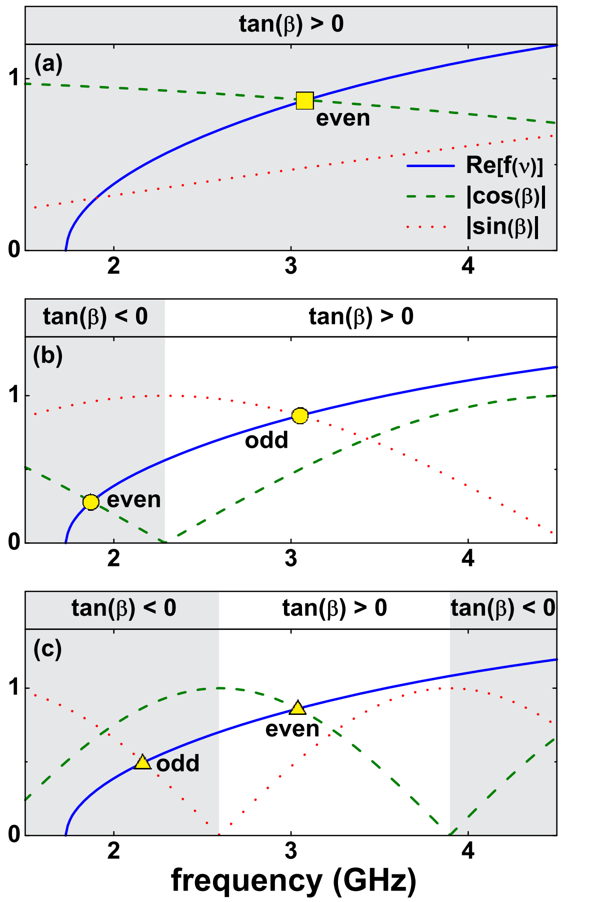


Fig. 4. Symmetry and number of states obtained from the BS model calculations, where $\beta = \frac{\pi\nu}{c} n_D d$ and $f(\nu) = \frac{Z_{\mathrm{eff}}(\nu)}{\sqrt{Z_{\mathrm{eff}}^2(\nu) + Z_D^2}}$. The central layer widths were considered as (a) $d = 15.5952$ mm, (b) $d = 65.5596$ mm, and (c) $d = 115.5252$ mm.

calculations. By fixing a specific frequency value in Fig. 5 we may see that the corresponding resonant solutions are shifted by the same length d_T, as exemplified in Fig. 5(a) for $\nu_{\mathrm{ref}} = 3.0$ GHz. To obtain the period one may use the bound state approach described in Section 2.B. One may observe that the right-hand sides of Eqs. (13)–(15) and Eqs. (16)–(18) do not depend on d, indicating that for a fixed frequency value there is, in principle, an infinite set of d values, which is also in excellent agreement with the exact solutions in Fig. 5. Such a set gives alternate even and odd resonances according the graphic solution of Eqs. (14) and (17). By rewriting $\nu_{\mathrm{ref}} = \frac{c}{\lambda_{\mathrm{ref}}}$ and having in mind that the $\sin(x)$ and $\cos(x)$ functions are the same by a phase offset of $\pi/2$, we obtain

$$d_m = d_0 + m d_T, \tag{19}$$

where d_m is the width of the defective layer (D) necessary to observe resonant modes, d_0 is the reference width (the first root), m is an integer value, and $d_T = \frac{\lambda_{\mathrm{ref}}}{2n_D}$ corresponds to the period length. This result may be validated with numerical data in Table 1 for the corresponding d values. Up to now we were limited to the case of $n_D = 1.0$. In Fig. 6(a) we plot the transmission spectra as functions of the frequency for different n_D values, obtaining a change on the corresponding resonance frequencies. These changes as functions of n_D may also be explained in an independent way by the bound state model. All of these previous results as functions of d, n_D, and ν_{ref} may be expressed by a general condition necessary for the existence of the resonant modes, i.e., $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{\mathrm{ref}}}$ with $m = 0, 1, 2, \ldots$. This result is plotted in Fig. 6(b) with d_0, n_D, and ν_{ref} the same as in Fig. 6(a). It is worth mentioning here that although present results have been obtained in the regime $a, b \lesssim \lambda/10$, we have evaluated the relation $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{\mathrm{ref}}}$ for some $a, b \lesssim \lambda$ with excellent agreement, from

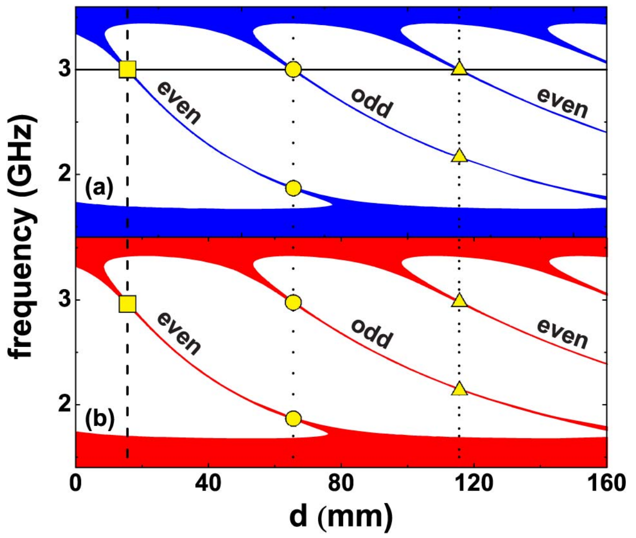


Fig. 5. Symmetry and number of states, as functions of frequency and d, for (a) an effective trilayer system and (b) a defective photonic superlattice. The solid line in (a) indicate the corresponding resonances as function of d for $\nu_{\mathrm{ref}} = 3.0$ GHz ($\lambda_{\mathrm{ref}} = 100$ mm). Vertical dashed, dotted, and dot–dotted lines show the resonances, as function of frequency, for $d = 15.5952$ mm, $d = 65.5596$ mm, and $d = 115.5252$ mm, respectively.

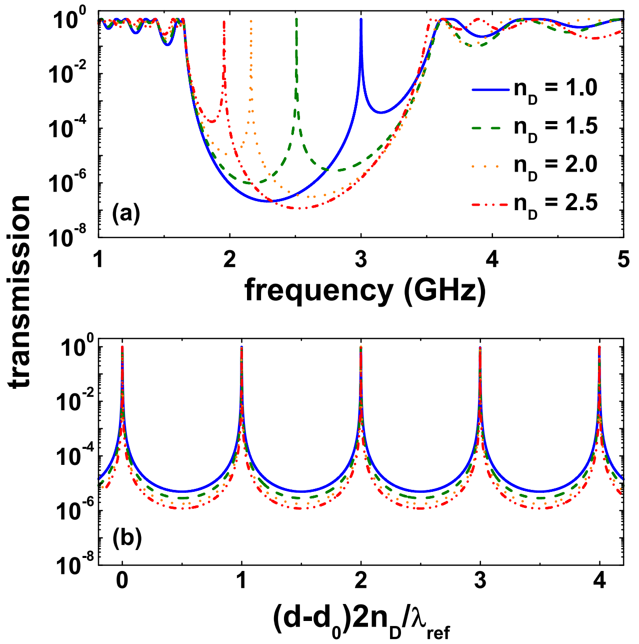


Fig. 6. (a) Transmission spectra as functions of frequency, for defective metamaterial superlattices, considering four different values for the refractive index of the central layer. (b) Resonance frequencies of $m = 2n_D \frac{d-d_0}{\lambda_{\text{ref}}}$ for the refractive indexes in (a). We have considered $d_0 = 15.5952$ mm for the central layer in (a) and (b).

which we may conclude that the present analytical results are valid, in general, for defective photonic superlattices with metamaterial inclusions.

4. CONCLUSIONS

Within a transfer matrix formalism and an effective medium theory we suggest that defective metamaterial photonic superlattices, composed of subwavelength slab widths, may be substituted by an equivalent trilayer system in the sense that the latter yields the same transmission results as the former. Furthermore, by appealing to the quantum analog of a bound particle in a potential well, we have obtained a general condition for the existence of resonant tunneling which is dependent only on the physical parameters of the central dielectric layer.

Funding. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) (02727/09-9); Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Acknowledgment. We are indebted to L. E. Oliveira, E. Reyes-Gómez, and F. S. Passos for useful comments and critical reading of the manuscript.

REFERENCES

1. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction," Science **292**, 77–79 (2001).
2. A. Grbic and G. V. Eleftheriades, "Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial," J. Appl. Phys. **92**, 5930–5935 (2002).
3. G. V. Eleftheriades, A. K. Iyer, and P. C. Kremer, "Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines," IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **50**, 2702–2712 (2002).
4. T. J. Yen, W. J. Padilla, N. Fang, D. C. Vier, D. R. Smith, J. B. Pendry, D. N. Basov, and X. Zhang, "Terahertz magnetic response from artificial materials," Science **303**, 1494–1496 (2004).
5. S. Linden, C. Enkrich, M. Wegener, J. F. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz," Science **306**, 1351–1353 (2004).
6. S. Zhang, W. J. Fan, B. K. Minhas, A. Frauenglass, K. J. Malloy, and S. R. J. Brueck, "Midinfrared resonant magnetic nanostructures exhibiting a negative permeability," Phys. Rev. Lett. **94**, 037402 (2005).
7. C. M. Soukoulis, S. Linden, and M. Wegener, "Negative refractive index at optical wavelengths," Science **315**, 47–49 (2007).
8. H. J. Lezec, J. A. Dionne, and H. A. Atwater, "Negative refraction at visible frequencies," Science **316**, 430–432 (2007).
9. W. Wu, E. Kim, E. Ponizovskaya, Y. Liu, Z. Yu, N. Fang, Y. R. Shen, A. M. Bratkovsky, W. Tong, C. Sun, X. Zhang, S.-Y. Wang, and R. S. Williams, "Optical metamaterials at near and mid-IR range fabricated by nanoimprint lithography," Appl. Phys. A **87**, 143–150 (2007).
10. Q. Zhao, L. Kang, B. Du, H. Zhao, Q. Xie, X. Huang, B. Li, J. Zhou, and L. Li, "Experimental demonstration of isotropic negative permeability in a three-dimensional dielectric composite," Phys. Rev. Lett. **101**, 027402 (2008).
11. J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Bartal, and X. Zhang, "Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index," Nature **455**, 376–379 (2008).
12. V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of εand μ," Sov. Phys. Usp. **10**, 509–514 (1968).
13. H. Jiang, H. Chen, H. Li, Y. Zhang, and S. Zhu, "Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials," Appl. Phys. Lett. **83**, 5386–5388 (2003).
14. J. Li, L. Zhou, C. T. Chan, and P. Sheng, "Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials," Phys. Rev. Lett. **90**, 083901 (2003).
15. J. Li, D. Zhao, and Z. Liu, "Zero-photonic band gap in a quasiperiodic stacking of positive and negative refractive index materials," Phys. Lett. A **332**, 461–468 (2004).
16. S. B. Cavalcanti, M. de Dios-Leyva, E. Reyes-Gómez, and L. E. Oliveira, "Photonic band structure and symmetry properties of electromagnetic modes in photonic crystals," Phys. Rev. E **75**, 026607 (2007).
17. C. Agudelo-Arango, J. R. Mejía-Salazar, N. Porras-Montenegro, E. Reyes-Gómez, and L. E. Oliveira, "Zero-(n) non-Bragg gap plasmon-polariton modes and omni-reflectance in 1D metamaterial photonic superlattices," J. Phys. **23**, 215003 (2011).
18. A. Bruno-Alfonso, E. Reyes-Gómez, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, "Unfolding of plasmon-polariton modes in one-dimensional layered systems containing anisotropic left-handed materials," Phys. Rev. B **84**, 113101 (2011).
19. A. Madani, S. R. Entezar, A. Namdar, and H. Tajalli, "Influence of the orientation of optical axis on the transmission properties of one-dimensional photonic crystals containing uniaxial indefinite metamaterial," J. Opt. Soc. Am. B **29**, 2910–2914 (2012).
20. Y. Chen, "Defect modes merging in one-dimensional photonic crystals with multiple single-negative material defects," Appl. Phys. Lett. **92**, 011925 (2008).
21. Y. Chen, "Frequency response of resonance modes in heterostructures composed of single-negative materials," J. Opt. Soc. Am. B **25**, 1794–1799 (2008).
22. Y. Chen, "Tunable omnidirectional multichannel filters based on dual-defective photonic crystals containing negative-index materials," J. Phys. D **42**, 075106 (2009).
23. N. Ouchani, D. Bria, B. Djafari-Rouhani, and A. Nougaoui, "Defect modes in one-dimensional anisotropic photonic crystal," J. Appl. Phys. **106**, 113107 (2009).
24. Z. Lu, "Multiple narrow bandpass optical filters based on one-dimensional rugate photonic structures of two periodicities," Opt. Lett. **36**, 573–575 (2011).

25. A. Brovenko, P. Melezhik, A. Poyedinchuk, N. Yashina, and G. Granet, "Resonant scattering of electromagnetic wave by stripe grating backed with a layer of metamaterial," Prog. Electromagn. Res. B **15**, 423–441 (2009).
26. E. Cojocaru, "Electromagnetic tunneling in lossless tri-layer stacks containing single-negative metamaterials," Prog. Electromagn. Res. **113**, 227–249 (2011).
27. Y. Kang, C. Zhang, P. Gao, and W. Ren, "Electromagnetic resonance tunneling in a single-negative sandwich structure," J. Mod. Opt. **60**, 1021–1026 (2013).
28. S. Shu, Z. Li, and Y. Yang Li, "Triple-layer Fabry–Perot absorber with near-perfect absorption in visible and near-infrared regime," Opt. Express **21**, 25307 (2013).
29. C. Yang and H. Zhao, "Electromagnetic tunneling through a three-layer asymmetric medium containing epsilon-negative slabs," Cent. Eur. J. Phys. **11**, 594–595 (2013).
30. V. Dmitriev, F. Paixão, and M. Kawakatsu, "Enhancement of Faraday and Kerr rotations in three-layer heterostructure with extraordinary optical transmission effect," Opt. Lett. **38**, 1052–1054 (2013).
31. M. Moccia, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, and N. Engheta, "Enhanced Faraday rotation via resonant tunnelling in tri-layers containing magneto-optical metals," J. Phys. D **47**, 025002 (2014).
32. M. Moccia, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alu, and N. Engheta, "Optical isolation via unidirectional resonant photon tunneling," J. Appl. Phys. **115**, 043107 (2014).
33. H. Kocer, Se. Butun, Z. Li, and K. Aydin, "Reduced near-infrared absorption using ultra-thin lossy metals in Fabry-Perot cavities," Sci. Rep. **5**, 8157 (2015).
34. A. Lakhtakia and C. M. Krowne, "Restricted equivalence of paired epsilon-negative and mu-negative layers to a negative phase-velocity material (aliasleft-handed material)," Optik **114**, 305–307 (2003).
35. H. Rahimi, A. Namdar, S. Roshan Entezar, and H. Tajalli, "Photonic transmission spectra in one-dimensional Fibonacci multilayer structures containing single-negative metamaterials," Prog. Electromagn. Res. **102**, 15–30 (2010).
36. C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, *Quantum Mechanics* (Wiley, 1991), Vol. **I**.