



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA**

JULIETE ANDRESSA AMORIM DOS SANTOS

O USO DE OFICINAS NO 6º ANO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

MACEIÓ - AL

2020

JULIETE ANDRESSA AMORIM DOS SANTOS

O USO DE OFICINAS NO 6º ANO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção da conclusão do curso de graduação em Licenciatura em Matemática.

Área de habilitação: Licenciatura em Matemática

Orientador: Prof.º Dr. Vânio Fragoso de Melo

FICHA CATALOGRÁFICA

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

S237u Santos, Juliete Andressa Amorim dos.
O uso de oficinas no 6º ano para o ensino de geometria / Juliete Andressa Amorim dos Santos. – 2020.
214 f. : il., figs. color.

Orientador: Vânio Fragoso de Melo.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2021.

Bibliografia: f. 161-164.
Apêndices: f. 165-197.
Anexos: f. 198-214.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria. 3. Educação lúdica. 4. Oficinas de matemática. I. Título.

CDU: 514: 371.38

FOLHA DE APROVAÇÃO

JULIETE ANDRESSA AMORIM DOS SANTOS

O USO DE OFICINAS NO 6º ANO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente do curso de graduação em licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovado em 23 de novembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Vânio Fragoso de Melo (Orientador)

Profº Dr. André Luiz Flores

Profº. Dr. Ediel Azevedo Guerra

RESUMO

Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de matemática, principalmente no sexto ano, período no qual os discentes estão passando por diversas mudanças no corpo e na mente, como também saindo do ensino fundamental I para o II e adentrando no ensino de geometria, este trabalho vem com uma proposta de tornar as aulas de matemática mais lúdicas, inovadoras e, principalmente, levar em consideração o conhecimento que o aluno possui e a partir dele construir novos conhecimentos. Para alcançar essa finalidade foram propostas oficinas com foco no ensino de geometria do sexto ano, objetivando melhorar o ensino e aprendizagem na disciplina de matemática.

Palavras- Chaves: Oficinas. Ensino e Aprendizagem. Matemática. Geometria.

ABSTRACT

In view of the difficulties presented by students in the discipline of mathematics, especially in the sixth year, a period in which students are going through several changes in body and mind, as well as moving from fundamental I to II and entering the teaching of geometry, this work comes with a proposal to make math classes more playful, innovative and, mainly, to take into account the knowledge that the student has and build new knowledge from it. To achieve this purpose, workshops were proposed with a focus on teaching geometry in the sixth year, aiming to improve teaching and learning in the discipline of mathematics.

Keywords: Workshops. Teaching and learning. Mathematics. Geometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Objetos de conhecimento de geometria na BNCC.....	29
Figura 2: Objetos de conhecimento e habilidades de geometria na BNCC.....	30
Figura 3: Quadrantes do Plano cartesiano.....	32
Figura 4: Pontos no plano cartesiano.....	33
Figura 5: Imagem na malha quadriculada.....	37
Figura 6: Polígonos como pontos no plano cartesiano.....	38
Figura 7: Opção Ponto no Geogebra.....	40
Figura 8: Pontos selecionados.....	40
Figura 9: Opção polígono selecionada.....	40
Figura 10: Polígono no Geogebra.....	40
Figura 11: Função ponto ativada.....	40
Figura 12: Jogo Dama.....	42
Figura 13: Formas encontradas na dama.....	42
Figura 14: Cone, cilindro e esfera.....	43
Figura 15: Elementos de um poliedro.....	44
Figura 16: Poliedros com 6 faces.....	45
Figura 17: Prisma.....	46
Figura 18: Pirâmide.....	46
Figura 19: Corpos redondos e Poliedros.....	50
Figura 20: Planificações.....	54
Figura 21: Modelo de quadro.....	55
Figura 22: Tetraedro regular de palitos.....	56
Figura 23: Tetraedro regular.....	57
Figura 24: Octaedro regular.....	58
Figura 25: Icosaedro regular.....	59
Figura 26: Poliedros.....	60
Figura 27: Sólidos geométricos.....	63
Figura 28: Peça do jogo Dominó dos Primas e das Pirâmides.....	67
Figura 29: Planificação do prisma triangular.....	71
Figura 30: Resolução da atividade.....	73
Figura 31: Possíveis planificações de um prisma retangular.....	75

Figura 32: Planificação.....	76
Figura 33: Vistas dos cubos	77
Figura 34: Resolução na malha.....	78
Figura 35: Vistas dos dois sólidos.....	79
Figura 36: Vistas dos dois sólidos.....	81
Figura 37: Linhas poligonais	82
Figura 38: Linha poligonal aberta e fechada	83
Figura 39: Linha poligonal simples e não simples.....	84
Figura 40: Exemplo de polígono.....	84
Figura 41: Mural de polígonos	100
Figura 42: Modelo de quadro	100
Figura 43: Possíveis soluções.....	101
Figura 44: Polígonos	104
Figura 45: Representação dos agrupamentos.....	107
Figura 46: Ponte.....	108
Figura 47: Polígonos com palitos	109
Figura 48: Triângulos.....	111
Figura 49: Organização dos triângulos.....	113
Figura 50: Soma dos ângulos internos através de dobraduras.....	116
Figura 51: Figura geométrica	117
Figura 52: Retas.....	120
Figura 53: Triângulos disposto para montagem	124
Figura 54: Possíveis construções dos alunos.....	125
Figura 55: Conjuntos	134
Figura 56: Quadrados	135
Figura 57: Ampliação e redução de figuras.....	136
Figura 58: Ampliação da figura.....	139
Figura 59: Redução da figura.....	140
Figura 60: Quadrados no geogebra.....	142
Figura 61: Desenhos no Geogebra.....	143
Figura 62: Ampliação da casa 1:3.....	145
Figura 63: Redução do tangram na escala 2:1	146
Figura 64: Trapézio na malha quadriculada	146

Figura 65: Retas f e g paralelas entre si	148
Figura 66: Retas f e h feitas perpendiculares entre si	149
Figura 67: Dobras	151
Figura 68: Jogo Labirinto	153
Figura 69: Perpendiculares e Paralelas	155
Figura 70: Traçando retas paralelas	155
Figura 71: Plano cartesiano na malha quadriculada.....	158

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Primeira orientação ao professor	50
Quadro 2: Segunda orientação ao professor	53
Quadro 3: Questionamentos a serem feitos aos alunos a depender da dificuldade	65
Quadro 4: Características dos prismas e das pirâmides	66
Quadro 5: Orientações	70
Quadro 6: Sugestões ao professor	74
Quadro 7: Classificação dos polígonos	85
Quadro 8: Classificação dos triângulos quanto aos lados	86
Quadro 9: Classificação dos triângulos quanto aos ângulos	86
Quadro 10: Classificação dos quadriláteros quanto ao paralelismo de seus lados	87
Quadro 11: Paralelogramos	130

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: O ENSINO – APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	16
2.1 Dificuldades	16
2.2 A importância das aulas de matemática de forma lúdica e com Sequências Didáticas (SD) criativas	20
2.3 A Situação do Aluno do 6º ano	23
2.4 O Ensino de Geometria no 6º ano	26
3. O USO DE OFICINAS NO ENSINO DE GEOMETRIA PARA O 6º ANO	28
3.1 Propostas de Oficinas para 6º ano	29
3.1.1 Plano cartesiano.....	32
3.1.1.1 Conteúdo	32
3.1.1.2 A BNCC e o Plano cartesiano.....	34
3.1.1.3 Estratégia de ensino.....	34
3.1.1.4 Oficinas de plano cartesiano.....	35
3.1.1.4.1 Proposta de Oficina 1: Siga a orientação	35
3.1.1.4.2 Proposta de Oficina 2: Resolução de exercícios.....	36
3.1.2 Prismas e pirâmides.....	42
3.1.2.1 Conteúdo	42
3.1.2.2 A BNCC e os Prismas e as Pirâmides.....	47
3.1.2.3 Estratégia de ensino.....	47
3.1.2.4 Oficinas de prismas e pirâmides.....	48
3.1.2.4.1 Bloco de oficinas de conhecimentos preliminares.....	48
3.1.2.4.1.1 Proposta de Oficina 1: Formas Planas e não planas	48
3.1.2.4.1.2 Proposta de Oficina 2: Corpos redondos x Poliedros.....	49
3.1.2.4.1.3 Proposta de Oficina 3: Poliedros nos canudos/palitos.....	55
3.1.2.4.2 Bloco de Oficinas 2: Poliedros especiais – prismas e pirâmides.....	60
3.1.2.4.2.1 Proposta de Oficina 1: Compreendendo o que são prismas e pirâmides.....	60
3.1.2.4.2.2 Proposta de oficina 2: Conhecendo as semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides através do dominó.....	66

3.1.2.4.2.3	Proposta de Oficina 3: Estabelecendo relações através de situações problemas	69
3.1.2.4.2.4	Proposta de Oficina 4: Planificando prismas e pirâmides.....	71
3.1.2.4.2.5	Proposta de Oficina 5: Vistas de prismas e pirâmides	76
3.1.3	Polígonos	82
3.1.3.1	Conteúdo	82
3.1.3.2	A BNCC e os polígonos	87
3.1.3.3	Estratégia de ensino	88
3.1.3.4	Oficinas de polígonos.....	91
3.1.3.4.1	Bloco 1: Oficinas de conhecimentos gerais de polígonos.....	91
3.1.3.4.1.1	Proposta de Oficina 2: Nomeando polígonos.....	99
3.1.3.4.1.2	Proposta de Oficina 3: Comparando e Reconhecendo polígonos regulares	103
3.1.3.4.2	Bloco 2: Oficinas de triângulos	108
3.1.3.4.2.1	Proposta de Oficina 1: Rigidez de um triângulo	108
3.1.3.4.2.2	Proposta de Oficina 2: Classificando triângulos	110
3.1.3.4.2.3	Proposta de Oficina 3: Soma dos ângulos internos de um triângulo.....	114
3.1.3.4.2.4	Proposta de Oficina 4: Aplicando conhecimentos adquiridos	116
3.1.3.4.3	Bloco 3: Oficinas de quadriláteros	118
3.1.3.4.3.1	Proposta de oficina 1: Retomando conceitos	118
3.1.3.4.3.2	Proposta de Oficina 2: Conhecendo o trapézio e suas características..	122
3.1.3.4.3.3	Proposta de Oficina 3: Conhecendo o paralelogramo e suas características	126
3.1.3.4.3.4	Proposta de Oficina 4: Diferenças entre trapézio e paralelogramo	128
3.1.3.4.3.5	Proposta de Oficina 5: Conhecendo os tipos de paralelogramos, e a intersecção de classes entre eles	129
3.1.3.4.3.6	Proposta de Oficina 6: Visualizando a intersecção de classe entre os paralelogramos e trapézios.....	133
3.1.4	Construções de figuras semelhantes: Ampliação e redução em malhas quadriculadas.....	135
3.1.4.1	Conteúdo	135
3.1.4.2	A BNCC e construção de figuras semelhantes	137
3.1.4.3	Estratégia de ensino	137

3.1.4.4 Oficina de ampliação e redução de figuras.....	138
3.1.4.4.1 Proposta de Oficina: ampliando e reduzindo figuras na malha quadriculada.....	138
3.1.5 Retas paralelas e perpendiculares	148
3.1.5.1 Conteúdo	148
3.1.5.2 A BNCC e as retas: Paralelas e perpendiculares	149
3.1.5.3 Estratégia de ensino	150
3.1.5.4 Oficinas de retas paralelas e perpendiculares	150
3.1.5.4.1 Proposta de Oficina 1: Entendendo e construindo retas paralelas e perpendiculares.....	150
3.1.5.4.2 Proposta de Oficina 2: Construindo um algoritmo.....	156
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	160
REFERÊNCIAS.....	162
APÊNDICES	1665
ANEXOS	199

1. INTRODUÇÃO

Não é novidade que a disciplina de matemática é vista como o “terror” de grande parte dos alunos. Os números de reprovação são grandes, mas, em alguns casos, o maior problema é a dificuldade em utilizar os conhecimentos adquiridos nos anos posteriores. Essa situação está ligada a diversos problemas, que não estão concentrados necessariamente no professor, nem no aluno, é uma mistura de ambos.

Essa dificuldade também é alarmante nos alunos do sexto ano, pois nessa fase os mesmos estão passando por uma série de mudanças em todos os aspectos, e isso acaba afetando bastante na aprendizagem da disciplina. Geralmente, grande parte dos professores não querem ensinar aos alunos dessa série, recorrem a outros anos (7º,8º, ou 9º), isso porque afirmam que se desgastam muito com esses alunos, visto que são, segundo eles, agitados e demandam “muita atenção”. Enquanto professora, afirmo isso pela experiência que tive ensinando durante dois anos seguidos uma turma do sexto ano, da qual maior parte dos professores sempre “corriam”, direcionando ensino a mim. Por outro lado, também existe um outro fator preocupante, o ensino de geometria tem sofrido um certo “abandono” e os motivos são diversos e serão abordados ao longo deste trabalho.

Diante de todas essas situações, este trabalho vem com uma missão de focar em melhorar o ensino de geometria no sexto ano, oferecendo diversas propostas de oficinas para cada um dos conteúdos apresentados na área de geometria pela BNCC. O mesmo foi dividido em três partes principais, a saber: (1) O ensino e aprendizagem de matemática, (2) o uso de oficinas para o ensino de geometria no sexto ano e (3) a conclusão.

Na primeira parte serão abordados diversos tópicos a respeito de como tem sido o ensino e a aprendizagem dessa disciplina, apresentando primeiramente as dificuldades apresentadas pelos alunos e professores, e algumas das diversas causas do porquê ela é tida como um “bicho papão”. Em seguida será explicado sobre a importância do uso de atividades lúdicas e criativas em sala de aula como uma forma de melhorar tanto o ensino da matéria, como a visão dos alunos quanto a mesma e, conseqüentemente, a aprendizagem. Feito isso, posteriormente, será apresentada a situação dos alunos do sexto ano, suas diversas mudanças tanto em termos de corpo, mente, amizade, família e como isso afeta na sua relação com o

meio em que vive, a exemplo, a escola. Finalizando essa fundamentação teórica, será falado um pouco sobre o abandono do ensino de geometria no sexto ano, o porquê de isso ocorrer, as consequências e a importância de se ter esse conhecimento.

Na segunda parte serão apresentadas as propostas de oficinas para o ensino de geometria no sexto ano, porém, antes disso, será mostrado a importância das mesmas, mostrando que o foco é a construção gradual do conhecimento do aluno, ou seja, que não adianta trazer um jogo sem objetivo, afinal, grande parte dos jogos são mais praticar um conhecimento já adquirido do que ensinar; logo, o docente tem que ter bem claro o que almeja ao utilizar o material. Também será mostrado em que conteúdo se baseou os assuntos das oficinas, como elas foram organizadas etc.

Por fim será vista a conclusão do trabalho, na qual se evidencia, a partir das reflexões contidas neste trabalho, que não é necessário muito dinheiro, ou muitos materiais para se fazer uma aula diferente, que ensinar geometria vale a pena e que essa “agitação” dos alunos do sexto ano pode ser utilizada como uma forma de enriquecer ainda mais as aulas, pois os mesmos apresentam uma disposição maior para a participação em sala. Além disso, cabe destacar também que tudo depende da maneira pelo qual o professor enxerga a atividade que faz, evidenciando, assim, a importância do papel do professor nesse processo de ensino-aprendizagem.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: O ENSINO – APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

2.1 Dificuldades

As dificuldades apresentadas no processo de ensino–aprendizagem de matemática não são novas. Existem diversas causas para isso, e, neste texto, serão apresentadas algumas. Os alunos, em sua maioria, têm essa disciplina como um “bicho papão”, e isso acaba refletindo até mesmo na escolha de sua profissão, pois muitos alegam não querer empregos que “envolvam cálculos”. Por esse motivo, muitos docentes buscam ações pedagógicas inovadoras que os ajudem a quebrar esse “bloqueio”. Para isso, faz-se necessário entender um pouco do “universo dos alunos e dos professores” para que seja compreendido o porquê desse conceito pré-estabelecido por parte dos discentes.

Observando um pouco de como funcionava as comunidades primitivas, vemos que, segundo Santos, França e Dos Santos (2007, p.12),

Durante um longo período na história, o conhecimento era oferecido de modo informal, pela família, tribo ou comunidade, era voltado ao aprendizado das observações de tarefas diárias, onde as crianças aprendiam conforme os costumes de suas origens. Nas sociedades primitivas, a educação voltava-se para o modelo de vida existente, onde se ensinava às gerações. Neste contexto observa-se que o processo educativo visava passar aos membros desta sociedade os conhecimentos necessários à sua manutenção e sobrevivência. Os primeiros povos, quase todos eram caçadores nômades, isto é, sem habitação fixa, há uma limitação de registros dos avanços científicos e intelectuais nesse período.

O mundo passa por transições e faz-se necessário adaptar-se a essas mudanças. Portanto, com o tempo a sociedade evoluiu, as pessoas comercializavam e, a partir disto, surgiu a necessidade de contar.

A história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo começou. Mas uma coisa é certa; os homens não inventaram primeiro os números para depois aprenderem a contar. Pelo contrário, os números foram se formando lentamente, pela prática diária das contagens (VITTI, 1999, p. 50, apud SANTOS, FRANÇA, e DOS SANTOS, 2007, p.12).

Atualmente, grande parte dos docentes focam em elementos teóricos e em cumprir os conteúdos pré-estabelecidos para o ano letivo, esquecendo que conhecimento tem que ser construído gradualmente. Em outros termos, não é depositando no aluno uma sequência de conteúdos com regras impostas que o mesmo compreenderá, de fato, o assunto. Logo, quando o docente segue tal lógica, o que acaba acontecendo em grande parte das vezes é o famoso “decoreba”, e, nestes casos, o discente decora como se faz a atividade e quando ver alguma atividade diferente fica desorientado, sem saber nem por onde iniciar. Muitos professores aderiram aos famosos “macetes”, buscando que o aluno “compreenda” o conteúdo de forma mais fácil, porém essas técnicas são muito perigosas, pois os alunos decoram como os mesmos funcionam sem compreensão alguma do conteúdo, e quando algum outro professor vai explicar como funcionam os discentes afirmam: “mas o meu professor não ensinou assim.”.

Um dos motivos do desinteresse do aluno pela matemática é quando ela deixa de fazer “sentido” em sua mente. Um exemplo prático disso surge quando o professor vai explicar o conteúdo “polígonos”; em sua maioria, lançam o conceito, levam algumas figuras para exemplificar e em seguida já aprofundam no assunto. Porém, analisando a mentalidade dos alunos, muitos podem não ver necessidade de aprender esse conteúdo, achando-o desnecessário. Assim, seria mais construtivo para o aprendiz, primeiramente, que o docente discorra acerca das linhas poligonais, que leve os alunos a conhecerem algumas em seu dia a dia, ou até mesmo levá-los a desenharem algo que goste e usar os desenhos como forma de mostrar as linhas poligonais. Em seguida, caberia ao professor aprofundar o tema, adentrando em linha poligonais fechadas, para então inserir o conceito de polígono. Dessa maneira, o aluno verá que se trata de algo do seu cotidiano e a “base” da criança e adolescente terá sido construída para então entrar no conteúdo.

Segundo Sadovsky (2007, p. 2), “dominar regras e fórmulas é importante, porém a matemática está carecendo de fundamentação nos conceitos básicos”. Não deveria ser, mas é comum ver alunos comentarem que desaprenderam a somar e subtrair quando conheceram os números negativos. Isso ocorre porque muitos docentes passam um conjunto de regras sem fundamentação, os alunos buscam decorar, mesmo sem entenderem o sentido, chegando ao ponto de os alunos terem dúvida se $3+2$ é de fato 5.

De acordo com Sadovsky (2007, p. 4):

No momento em que falta uma proposta pedagógica desafiadora. Um dos motivos que fazem os professores se desviarem dessa proposta é aderir aos modismos. Hoje se discute como ensinar baseando-se no contexto cotidiano ou como ensinar levando em conta os problemas do dia-a-dia. Essas duas abordagens só serão válidas se houver profundidade no trabalho.

Não adianta trazer a matemática para o cotidiano se não houver fundamentação. Trazer para o dia a dia é importante, mas formar a “base” é de extrema importância. Os jogos são excelentes ferramentas para praticar um conhecimento já adquirido, ou como ponto de partida, mas ele por si só não constrói a aprendizagem.

Outro motivo que causa a dificuldade na disciplina de matemática é a falta de motivação dos pais, de acordo com Santos, França e Dos Santos (2007, p.32):

Os filhos quando mostram uma lição ou um trabalho escolar estão desejando ser importantes e especiais. Porém, muitas vezes deparamos com pais que parecem se preocupar com a educação dos filhos nos resultados de boas notas e esquecem-se da educação como processo contínuo, não está a tratar os filhos como seres livres. Assim, a educação transforma-se em treino, pois não se conta com os motivos, convicções e preferências de cada filho.

Ocorre-se muitas vezes que o aluno só busca estudar com o intuito de obter aprovação dos pais, portanto, é importante que os mesmos incentivem seus filhos, que usem das atividades feitas de forma incorreta como forma de motivá-los, mostrando sempre a importância do conteúdo.

Outra causa para as dificuldades e desinteresse dos alunos pela disciplina é a falta de motivação dos professores. Essa desmotivação tem várias causas, as quais (algumas delas) serão apresentadas neste texto. Muito se fala a respeito de motivar os alunos, porém algumas questões precisam ser resolvidas para que esse processo venha a ocorrer de forma saudável, o que nos leva a formular os seguintes questionamentos: “Como o professor motivará o aluno se ele mesmo estiver desmotivado?”, “Quem motiva os professores?”, “Esses profissionais passam anos estudando para se tornarem qualificados para o ensino, mas por que ao chegar na sala de aula grande parte está desmotivado?”, “O que ocorreu nesse processo?”.

Para responder a essas questões, algumas causas serão apresentadas. A primeira delas é a baixa autoestima. Segundo Oliveira (2009), já é senso comum para população que professor é visto como sofredor e que por essa atribuição dada pela sociedade muitos se comportam como tal. Não é motivador chegar em uma sala de aula com uma parede de armários, com falta de recursos e materiais para serem trabalhados em classe, porém isso não impede ao educador de avançar na sua atuação como professor intelectual.

Outro fator que influencia nessa baixa autoestima é que o docente não goza de uma remuneração compatível com a sua profissão, e a sociedade o trata em sua maioria como “coitado”, pois são vistos como “os que fizeram licenciatura porque são os cursos mais baratos na faculdade”. São constantemente questionados quanto ao seguinte: “Porque você não muda de profissão?”. Por esses motivos muitos se acomodam e acham até mais fácil só seguir o livro didático e encher o quadro de textos.

A segunda causa é a própria desmotivação dos alunos. Para que ocorra aprendizagem, deve existir tanto interesse do professor quanto do aluno, porém quando o discente não apresenta interesse o docente fica desestimulado a dar o melhor de si. Por isso é importante que o educador prepare aulas sempre objetivando elevar a atenção dos alunos, contextualizando-as de acordo com a realidade dos mesmos.

Portanto, é importante que o docente goste do que faz. Muitos encaram a escola como um lugar de sofrimento e, nesse sentido, segundo Oliveira (2009, p. 83):

O professor que vê a si mesmo como vítima tem mais chances de ser um vilão em sua prática docente. Isto porque, ao contrário de um professor positivo e entusiasmado, que está disposto a auxiliar seus alunos, o professor-vítima, em sua desvalorização (com pensamentos do tipo “o Estado não me valoriza”, “o aluno não me respeita”), ao invés de orientar seus educandos, poderá refletir suas frustrações profissionais na sua atuação, na sua relação com os alunos.

Não adianta apresentar aulas inovadoras se o profissional não gosta do que faz, por que a aula não irá se desenvolver bem, poderá ser monótona e perderá a sua eficácia.

2.2 A importância das aulas de matemática de forma lúdica e com Sequências Didáticas (SD) criativas

O professor tem um papel de extrema importância para a aprendizagem do aluno, pois ele é o mediador entre o conhecimento e o discente. Portanto, diante das dificuldades, ver-se a necessidade de o docente buscar maneiras inovadoras de ensino. Porém, nessa busca por inovação, muitos educadores acabam achando que existe uma “fórmula mágica” e vão direto a jogos e outros materiais como maneira de solucioná-los.

Antes de buscar materiais, o docente deve analisar que tipo de aluno ele quer formar, que habilidades ele terá de desenvolver, ou seja, o objetivo a ser alcançado. Pode ser uma sequência didática, um jogo ou quaisquer outros materiais didáticos, necessitando estes serem analisados previamente, mediante a necessidade a ser atingida. Segundo Chas (2014, p.93) “é necessário que novas propostas pedagógicas sejam sugeridas, estimulando os educandos a serem agentes transformadores do próprio conhecimento”.

Para isso, faz-se necessário que o professor leve em consideração o conhecimento que o aluno já possui. Essa análise é de muita importância, pois em grande parte das vezes os professores pensam que a maneira de raciocinar do aluno é parecida com a que ele pensaria no lugar do discente. De acordo com alguns estudiosos:

À medida que vamos inserindo os assuntos na sala de aula, queremos que o aluno vá montando aquela estrutura que nós temos, ligando os conceitos da forma como nós o fazemos. Entretanto, à medida que vamos ensinando, ele vai fazendo as ligações que quer. Que pode, que consegue. E assim, os mesmos conceitos podem ser ligados de maneiras diferentes, em estruturas diferentes. É comum pensarmos que a lógica, a maneira de raciocinar, de inserir algo em contextos mais amplos, utilizados por nós, professores, para construirmos nossas estruturas, seja algo absoluto, algo transcendental. Mas não é. A lógica depende do contexto em vigor. Sempre achamos que com a informação que fornecemos aos alunos eles farão as ligações que nós fizemos, mas isso não é necessariamente verdade. Não há nada que nos assegure que o aluno faz as ligações que nós gostaríamos que ele fizesse. O que dizemos em sala de aula pode ser interpretado de várias maneiras diferentes (RABILOTTA; BABICHAK, 1997, p.22, apud CHAS, 2014, p.95).

Portanto, é necessário compreender em que realidade o aluno está inserido, e mesmo tendo essa compreensão, entender que cada discente assimila uma informação de maneira diferente.

Nesse sentido, sequências didáticas focando na construção gradual do conhecimento são bastante eficazes, pois elas levam em consideração o que o aluno já sabe e, a partir disso, constrói pouco a pouco o aprendizado do mesmo. Segundo o texto intitulado “Estratégias didáticas para o ensino da matemática”, escrito por Cerqueira (2013):

Trata-se de um conjunto de atividades concebidas e organizadas de tal forma que cada etapa está interligada à outra. Ao planejá-la, o professor tem como objetivo ensinar um determinado conteúdo, começando por uma atividade simples até chegar às operações mais complexas. Ou seja, elas são elaboradas de modo a respeitar os graus de dificuldade que os alunos irão encontrar nas tarefas, tornando possível sua superação (CERQUEIRA, 2013, s/p).

As sequências didáticas são feitas por etapas, e na elaboração das mesmas alguns pontos devem ser levados em consideração:

1. Linguagem clara na elaboração na questão;
2. Elaborar conjuntos de questões de níveis gradativos, iniciando com conhecimentos que o aluno já tem e ir evoluindo aos poucos;
3. Decidir os procedimentos necessários para resolver as atividades;
4. Sistematizar as ideias obtidas ao final de cada sequência;
5. Elaborar avaliações como forma de decidir os passos a dar adiante.

Quando uma sequência é bem elaborada, além de levar em consideração os aprendizados prévios dos alunos, ela os instiga a produzirem novos conhecimentos, fazendo com que eles argumentem, levantem hipóteses e, dessa maneira, saiam da posição de receptores e passem a ser agentes do conhecimento.

Os jogos também são excelentes ferramentas, quando usados no momento correto e com um propósito certo. Segundo Chas (2014, p.98):

Assim, acreditamos que os jogos, por si só, não são capazes de gerar análises, generalizações e construção dos conceitos matemáticos. Acreditamos que eles podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes, desenvolver o senso crítico, da intuição, da criação de estratégias, a atenção, necessárias para a aprendizagem matemática.

O professor deve ter um objetivo claro no que diz respeito ao que ele pretende alcançar com auxílio do jogo. Lembrando que o jogo por si só não faz “milagre”, ele serve de suporte para alcançar um determinado propósito, porém sem a mediação do professor isso fica inviável. Ele serve também como um agente motivador, como uma forma de o aluno praticar um conhecimento que ele já tem, ou até mesmo para despertar a curiosidade do educando. Chas (2014, p.100) afirma que:

Os jogos podem estimular a curiosidade dos alunos para saber a origem dos assuntos que estudam. Cria ainda a oportunidade de entrar em contato com ideias de outros colegas e de propor um conflito cognitivo que os façam evoluir em suas hipóteses de aprendizagem. Dessa forma, torna-se um poderoso instrumento didático para possibilitar que os alunos raciocinem e desenvolvam operações mentais criativas.

Outros fatores benéficos dos jogos são os de levar os alunos a desenvolverem o pensamento crítico e a interação com os colegas, aspectos muito importantes para que esse educando seja preparado para exercer a cidadania.

Os laboratórios de ensino de matemática na escola são muito importantes para o uso desses materiais (jogos, entre outros). De acordo com Santos e Gualandi (2016, p.6), “o professor necessita de um ambiente propício e instrumentos apropriados para um bom desempenho do seu trabalho, porém não adianta possuir isso se não souber utilizar”. Por isso é tão importante na formação dos professores ter-se aulas em laboratórios, fazendo uso desses materiais, para que quando esse educador chegue à sala de aula saiba fazer uso do mesmo para o ensino.

Os materiais aos quais este texto aborda referem-se àqueles objetos que são tanto usados para ensinar como para aprender matemática. Muitos docentes afirmam que a escola nas quais eles trabalham não possuem os materiais necessários para favorecer o ensino da disciplina de maneira que ela se torne mais dinâmico, lúdica e inovadora. Sabe-se que isso é de fato uma realidade em nosso país, porém esses materiais podem ser produzidos pelos próprios docentes a partir de sucatas ou outros materiais simples.

Essa construção pode até ser feita com os alunos, a depender do material que pretenda ser construído, podendo, com isso, agregar conhecimento para o educando. Diante disto, vale lembrar que os materiais são instrumentos, porém não substituem o professor, pois,

[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD¹ pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO, 2006, p.21 apud RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p. 192).

Portanto, o papel do professor é insubstituível e o aluno também tem a responsabilidade sobre o conteúdo que pretende aprender. A escolha do material também é algo que deve ser feita com bastante cuidado, pois ele servirá de facilitador da aprendizagem, se for escolhido da maneira correta e com um propósito certo será um grande aliado na construção do conhecimento do aluno. Um exemplo disto é o seguinte: quando os alunos estão aprendendo a tabuada da multiplicação, o jogo dominó da tabuada seria uma boa escolha. Nesse momento, o professor deve analisar o seguinte ponto: “O que eu quero que meu aluno aprenda?”

Se o objetivo do professor é que o aluno compreenda que a multiplicação é a soma de parcelas iguais, esse jogo não seria uma boa escolha, pois ele é uma forma de praticar um conhecimento que o aluno já sabe. Agora se o objetivo do professor é levar o aluno a praticar a “soma de parcelas iguais”, o dominó seria uma ótima ferramenta. Assim, o docente tem que ter claro o que ele almeja alcançar através do material escolhido.

O uso de tecnologia nas aulas também é uma forma de levar os discentes a despertarem o interesse pela disciplina, visto que em nossos dias estamos cercados de tecnologia. Nesse sentido, o uso de *softwares* tem muito a agregar, porém não substitui a atividade concreta. Um exemplo disso é o uso do *software* geogebra, uma excelente ferramenta de ensino de geometria, porém também é importante o aluno usar régua, compasso, afinal, um não substitui o outro.

Unindo as propostas de ensino, sequências didáticas, o uso de materiais (jogos, entre outros) e o uso de tecnologia, o professor pode construir oficinas de ensino que contribuirão para um melhor ensino e, conseqüentemente, uma melhor aprendizagem.

2.3 A Situação do Aluno do 6º ano

¹ MD significa material didático

Como foi visto, a matemática é considerada como um “bicho papão” para muitos alunos e as causas para este conceito pré-estabelecido são várias, tendo sido algumas já supracitadas. Porém nesse processo há um ponto específico que vale uma grande atenção: “A transição dos alunos do 5º ano para o 6º ano”. Para muitos é apenas uma “passagem”, porém é nesse exato momento que muitos alunos que não apresentavam dificuldades na disciplina de matemática começam a ter, e os que já vinham com deficiências começam a piorar. Diante dessa situação, vem-se o seguinte questionamento: “Por que isso ocorre?”. Para responder essa questão, é necessário analisar a situação do aluno nessa transição. Segundo alguns estudiosos da área:

No período entre dez e treze anos aproximadamente, a criança passa por mudanças físicas e cognitivas substanciais. A entrada na puberdade, associada à emergência do pensamento abstrato, frequentemente coincide com mudanças nos relacionamentos interpessoais, envolvendo a família e o grupo de pares (LASON & MARCOTTE, 2012, apud CASSONI, 2017, p. 31).

E é exatamente nesse período que a criança passa pela transição desses anos, configurando a passagem do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II. Esse trajeto configura o início da adolescência, época em que os alunos passam por mudanças, no corpo e na mentalidade, ou seja, externas e internas, sendo essas necessárias para a fase adulta.

Pode-se denominar como a “fase das descobertas”, em que começam a ser questionadores, buscam mais independência, tomando decisões muitas das vezes sem recorrerem aos pais, e é nesse processo de distanciar-se da opinião dos pais e buscar tomar suas próprias decisões que os mesmos tentam ser adultos. Muitas vezes existem conflitos entre pais e filhos, pelo fato de os pais não concordarem com alguma atitude tomada pelo filho. Outro fato recorrente nessa fase é a busca de se enquadrar num grupo de amigos, a ponto de muitos começarem a desenvolver trejeitos e atitudes para serem aceitos nesse determinado grupo. Portanto, o estudante que está nessa transição escolar, também está passando por outras mudanças, sendo essa segunda causadora de muitas alterações, como humor, pensamento etc.

Diante dessa fase que o aluno se encontra, a transição escolar também vem repleta de mudanças: aumento do número de professores, conteúdos mais complexos e para muitos uma nova escola. O estudante sai de uma fase em que

tem aulas com geralmente um único professor para uma turma com rodízio de professores, cada um com uma didática de ensino diferente. Pelo fato de no Ensino Fundamental I ser apenas um único professor, o discente cria uma confiança maior com o mesmo, pois passa mais tempo com o educador, e também se acostuma com sua forma de ensinar.

Logo, ao iniciar o Ensino Fundamental II, o aluno se depara com diversos professores, tendo um tempo reduzido ao lado do profissional, se comparado com o ano anterior; com isso, muitos ficam apreensivos, com vergonha de tirar dúvidas, além de que essa nova fase começa a exigir uma maior independência do aluno. Coisas simples como o “uso da caneta para escrever” o texto que o professor passa é algo novo para esses estudantes.

Segundo texto escrito por Fernandes (2012) para o site Nova Escola (Passagem segura do 5º para o 6º ano em matemática)²: “Além de se depararem com vários professores, eles precisam se acostumar rapidamente com a forma como os docentes ensinam - mais focada nos conteúdos do que nas necessidades das crianças”.

Esse é outro ponto no qual o aluno se depara: a forma de ensinar os conteúdos, pois, como foi visto nos textos anteriores, fundamentar o que está sendo ensinado é de grande importância, sendo tal ação feita a partir dos conhecimentos prévios que o aluno já tem e da necessidade que o estudante apresenta. Porém é exatamente nessa transição que ocorre um certo “desentendimento” entre os professores do 5º ano com o do 6º ano, afinal,

[...] quem leciona no 5º ano se queixa dos matemáticos que não reconhecem o saber dos estudantes e das pressões que sofrem por causa das avaliações externas, como se fossem os únicos responsáveis pelo ensino dos alunos durante os quase cinco anos. Na outra ponta, os docentes do 6º atribuem ao trabalho feito nos anos iniciais a falta de base com que a turma chega até eles. Na maioria dos casos, esperam que a classe “domine” as quatro operações, o que incluiria saber usar os algoritmos e conhecer a tabuada de cor. Porém esse é um processo que perpassa todo o Fundamental e envolve os diversos sentidos das operações e dos conjuntos numéricos (FERNANDES, 2012, s/p).

²Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2200/passagem-segura-do-5-para-o-6-ano-em-matematica>. Acesso em 17 de agosto de 2020.

Existe algo chamado equilíbrio, e é isso que tem que ocorrer, pois é necessário sim que os professores de matemática se atentem mais para a realidade do aluno, entendendo que o aprendizado de qualidade também é reflexo do que ele vive. É importante também que os professores do ensino fundamental I atentem para o ensino das quatro operações, pois elas serão essenciais nos anos seguintes. Nesse sentido, não se trata de ensinar formas prontas de se calcular, trata-se de buscar maneiras de ensino que os levem a compreenderem de fato o conteúdo. Uma queixa existente é que na graduação dos professores de matemática existe pouco ensino de didática, e na dos pedagogos pouco ensino de matemática, logo, caso haja uma união, os maiores beneficiados seriam os alunos.

Diante disso, muitos alunos ainda se deparam com uma mudança de escola, visto que muitos estudam em escolas que só ensinam até o 5º ano, e, nesses casos, ainda é maior o choque para o aluno, porque além das mudanças físicas, psicológicas, aumento do número de professores, conteúdos novos, tem-se um novo ambiente para se adaptar.

Portanto, faz-se necessário uma atenção nessa transição, pois é a partir dela que todo o restante do ensino se baseará, assim, buscar formas de ensino de matemática mais didáticas nesse processo é de grande importância.

2.4 O Ensino de Geometria no 6º ano

A matemática é uma disciplina fundamental na vida do ser humano, não estando atrelada necessariamente a uma matéria escolar, mas fazendo parte de tudo que nos rodeia, sendo, por esse motivo, imprescindível. Esse estudo é tão importante que a Base Nacional Comum Curricular propõe cinco unidades temáticas: Números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, além de probabilidade e estatística.

A unidade Geometria tem sofrido bastante abandono no seu ensino, sendo, geralmente, deixada para ser ensinada pelos docentes no final do ano letivo. Isso ocorre bastante no sexto ano, pois o foco maior para muitos professores é que os alunos saiam resolvendo problemas e que “dominem as quatro operações”, pois como visto acima, muitos chegam nessa etapa com dificuldades, sendo, em grande parte dos casos, realizada uma “peneira” por parte dos docentes que consideram

certos conteúdos como essenciais para o ano letivo e, infelizmente, a geometria, mesmo sendo tão importante, é deixada de lado.

Segundo Guimarães e Santos (2013, p.8), “os professores também não se sentem muito à vontade com a geometria e, por isso, quando não há tempo de cumprir todo o programa, é a geometria que é sacrificada”. Esse “não se sentir muito à vontade”, citado pelos autores, refere-se ao fato de que muitos docentes não possuem uma formação que os façam sentir qualificados para o ensino.

As universidades atualmente apresentam um bom ensino de geometria, porém não ensinam aos graduandos estratégias de ensino que os ajudem a lecionar aos discentes. Por esse motivo, o ensino dessa unidade temática tem se tornado metódico e sem inovação alguma, causando dessa maneira um grande desinteresse por parte dos estudantes. Logo, Guimarães e Santos (2013, p.9) afirmam que “é necessário que o professor abra sua mente e modifique seu modo de ensinar geometria”.

Para que a situação seja de fato resolvida, não se deve procurar “culpados”, e sim procurar maneiras de melhorar o ensino da mesma, sendo necessário que, nessa procura, alguns pontos sejam analisados, a saber: *O que meu aluno gosta? Como ele aprende com mais facilidade o conteúdo? Como posso unir o que ele gosta, com uma estratégia que o ajude?* O foco é o aluno.

a geometria é de suma importância como um conhecimento matemático na formação do indivíduo, pois dá a possibilidade de uma visão equilibrada da matemática e uma interpretação mais completa do mundo, proporciona a descoberta e compreensão da realidade e permite o desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, criatividade, raciocínio através de elementos presentes em diversos espaços (GUIMARÃES; SANTOS, p.11).

Atividades lúdicas, criativas, como jogos, tangram e geoplano são algumas ferramentas que podem ser utilizadas nesse ensino como forma de melhorar o ensino da geometria.

3. O USO DE OFICINAS NO ENSINO DE GEOMETRIA PARA O 6º ANO

Diante das mudanças enfrentadas pelo aluno do 6º ano, e o abandono do ensino de geometria, vê-se a necessidade de propor aulas dessa unidade temática de forma inovadora, por meio das quais deve-se levar em consideração os conhecimentos prévios que o aluno possui, como fazê-los adquirir novas habilidades. Para alcançar essa finalidade, as oficinas são excelentes ferramentas de ensino, nas quais o conteúdo é aprendido de forma mais interativa, lúdica e dinâmica. Porém as mesmas devem ser bem planejadas antes de sua realização, afinal, não é simplesmente aplicar um jogo, é planejar passo a passo como será feito, com objetivos claros, tendo um ambiente para sua aplicação e calculando o tempo para realização dos exercícios, além de selecionar os materiais que serão utilizados e, principalmente, planejando como conduzirá a atividade diante das possíveis dúvidas dos alunos.

Não necessariamente para fazer uma oficina é necessário um jogo ou algo similar, pode ser utilizada uma atividade impressa, porém com questões bem elaboradas. Esses tipos de questões podem ser:

- Questões nas quais os alunos terão que resolver um problema;
- Questões de “construção gradual de conhecimento”, as qual seriam perguntas feitas de forma clara, partindo de um conhecimento que o aluno já tem, até chegar a um que ele não tem, porém irá adquirir através da resolução das mesmas.

Nos dois tipos de questões o que “definirá” essa atividade como uma oficina é como o professor irá conduzi-la, sendo necessário agir como mediador, sempre estimulando os discentes.

Como geometria é uma área que demanda muita visualização, é interessante o professor os leve a fazer construções, observações, para que, através disso, o estudante construirá seu conhecimento e entenda o “sentido” pelo qual ele estuda determinado conteúdo, por que um dos grandes questionamentos dos alunos é: “para que estudar isso?”, e, por pensar assim, o desinteresse é grande.

Geometria é a uma área do conhecimento que tem muitas oportunidades e “facilidades” para se tornar atrativa ao aluno, isso porque o educador poderá fazer

uso de materiais que ilustrem o conteúdo a ser ensinado; pode-se dizer que é muito “visual” e, se o docente souber fazer uso disso, ajudará bastante na aprendizagem dos discentes.

Assim, as oficinas dão a possibilidade ao aluno de serem os construtores de seu conhecimento, pois o professor sai do papel de “transmissor” e o aluno passa a ser agente ativo nesse processo.

3.1 Propostas de Oficinas para 6º ano

Levando em consideração tudo o que foi visto nos tópicos anteriores, este trabalho vem apresentar propostas de oficinas de geometria para o sexto ano, tendo como parâmetro os conteúdos de geometria apresentados pela Base Nacional Comum Curricular, que são os seguintes:

Figura 1: Objetos de conhecimento de geometria na BNCC.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados
	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e <i>softwares</i>

Fonte: PrintScreen de tabela da BNCC.

Porém cada objeto de conhecimento apresentado na imagem acima, tem uma habilidade a ser desenvolvida pela BNCC, como mostra a figura abaixo:

Figura 2: Objetos de conhecimento e habilidades de geometria na BNCC.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e <i>softwares</i>	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Fonte: PrintScreen de tabela da BNCC.

Buscando ter um trabalho organizado e com estratégias de ensino eficazes, apresentadas nas oficinas, foi necessário buscar uma padronização de como cada uma das oficinas seriam organizadas, logo, chegou-se ao consenso de dividir cada um dos objetos de conhecimento em tópicos da seguinte maneira:

Tópico 1 – Conteúdo: Primeiramente apresenta-se o conteúdo para o leitor deste trabalho, objetivando que o mesmo possa situar-se de que se trata o assunto;

Tópico 2 – BNCC e o conteúdo: Apresenta-se o objeto do conhecimento e a habilidade a ser desenvolvida de acordo com a BNCC para o docente;

Tópico 3 – Estratégia de Ensino: Apresenta-se a estratégia de ensino que será utilizada na oficina para desenvolver a habilidade proposta pela BNCC;

Tópico 4 – Proposta de oficina: Apresenta-se a proposta de oficina, no qual serão dispostos o material que será utilizado, o tempo estimado, o objetivo da oficina, a oficina e, por fim, as orientações ao professor de como conduzir a mesma diante de possíveis dificuldades dos alunos.

Cada estratégia de ensino foi selecionada pensando na construção gradual do conhecimento do aluno, em possibilidades de como ele poderia aprender com mais facilidade, na linguagem utilizada, entre outros pontos. As orientações ao professor também foram pensadas de forma que pudesse instruir o docente de que possíveis dificuldades dos alunos poderiam surgir, e em como “prepará-lo” para isso. Os materiais que serão utilizados nas oficinas são de baixo custo, para que todos ou grande parte pudesse ter facilidade em aplicá-la.

Um tabu a ser quebrado é de que oficinas necessariamente são jogos ou similares, e para isso, este trabalho mostrará diversas oficinas que são apresentadas como atividades impressas, porém como perguntas estratégicas, e nesses casos, no tópico estratégias de ensino, serão apresentadas como foram criadas e o objetivo com cada uma delas.

Outro ponto a ser comentado é que o foco se dá a partir da base de conhecimentos que aluno possui para construir novos conhecimentos. Para tanto, muitos assuntos demandam um conhecimento prévio que muitas vezes o aluno não tem, assim, pensando nisso, algumas oficinas foram divididas em blocos, sendo que cada bloco visa construir alguma base do aluno que ele não tem para atingir a habilidade almejada pela BNCC. Um exemplo disso será visto no objeto de conhecimento: prismas e pirâmides, que foi dividido em dois blocos:

1. Bloco de oficina 1: Conhecimentos preliminares

- Oficina 1: Formas Planas e Não Planas;
- Oficina 2: Corpos redondos X poliedros;
- Oficina 3: Poliedros nos canudos.

2. Bloco de oficina 2: Poliedros especiais – Prismas e Pirâmides

- Oficina 1: Compreendendo o que são prismas e pirâmides;
- Oficina 2: Conhecendo as diferenças entre prismas e pirâmides jogando dominó;

- Oficina 3: Estabelecendo relações através de situações problemas;
- Oficina 4: Planificando prismas e pirâmides;
- Oficina 5: Vistas de prismas e pirâmides.

Cabe destacar que é inviável o professor ir diretamente ao conteúdo de prismas e pirâmides sem que o aluno saiba a diferença entre formas planas e não planas; sem que entenda que dentro das formas não planas existem corpos redondos e poliedros, e que dentro desses poliedros existem alguns que são os prismas e as pirâmides. Seria um grande salto ir direto ao conteúdo. Portanto, em outros conteúdos também as oficinas serão divididas em blocos, visando não deixar “pontas soltas”.

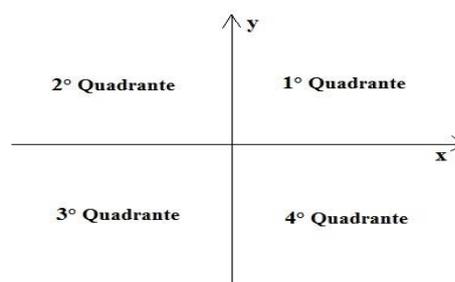
Seguem abaixo os objetos de conhecimentos detalhados, tendo em vista que cada um irá compor suas respectivas oficinas, respeitando os tópicos vistos acima.

3.1.1 Plano cartesiano

3.1.1.1 Conteúdo

Eixos: O plano Cartesiano foi criado por René Descartes com objetivo de localizar pontos no espaço. Nesse contem-se retas perpendiculares, no qual denomina-se: eixos. Recebendo o nome respectivamente de eixo das ordenadas (y), que é a linha vertical, e eixo das abscissas(x) que é a linha horizontal. A intersecção dessas linhas forma quatro quadrantes:

Figura 3: Quadrantes do Plano cartesiano.



Fonte: Imagem do Site Toda Matéria³.

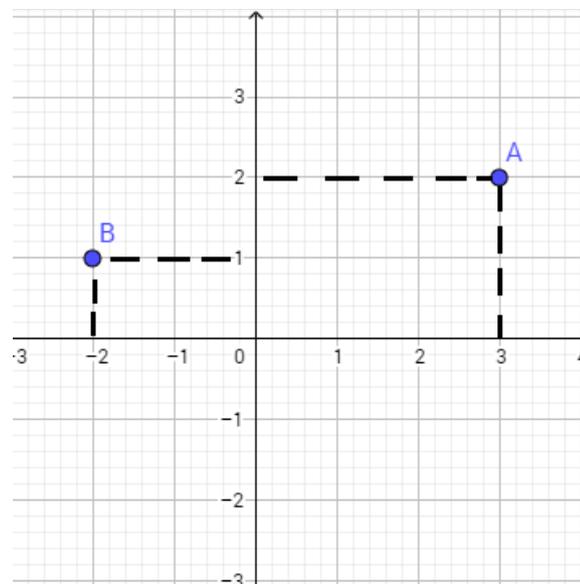
³ Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/plano-cartesiano/>. Acesso em 20 de novembro de 2019.

Propriedades: No plano cartesiano os números podem ser positivos ou negativos, sendo os positivos para cima ou para direita (a depender do eixo), os negativos vão para esquerda ou para baixo. Organizados da seguinte maneira:

No primeiro quadrante os números são positivos, ou seja, $x > 0$ e $y > 0$. No segundo, os números podem ser positivos ou negativos, e são organizados da seguinte maneira: $x < 0$ e $y > 0$. Já no terceiro quadrante os números são sempre negativos, ou seja, $x < 0$ e $y < 0$. Por fim, no quarto os números podem ser positivos ou negativos, como no segundo, porém são organizados da seguinte maneira: $x > 0$ e $y < 0$.

Localização de pontos: Os pontos no plano são localizados através de suas coordenadas, sendo escritos da seguinte maneira: (x, y) , no qual o primeiro número do par ordenado é localizado no eixo das abscissas e o segundo no eixo das ordenadas, como mostra o exemplo a seguir:

Figura 4: Pontos no plano cartesiano.



Fonte: Imagem do plano cartesiano do software Geogebra⁴ com algumas alterações no software Paint.

Na imagem, têm-se os pontos A e B. Para localizar esses pontos no plano deve-se escrevê-los da seguinte maneira:

⁴ O GeoGebra é um software de matemática gratuito para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação.

Ponto A: (3,2);

Ponto B: (-2,1).

3.1.1.2 A BNCC e o Plano cartesiano

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular- BNCC -, na unidade temática geometria, o aluno tem como objeto de conhecimento o seguinte conteúdo:

Plano Cartesiano: Associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.

Partindo disso, ela abrange uma habilidade a ser desenvolvida neste assunto:

(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Portanto, segue abaixo a estratégia de ensino que será utilizada, buscando desenvolver as habilidades apresentadas acima.

3.1.1.3 Estratégia de ensino

Como este conteúdo será abordado no sexto ano, será visto apenas o primeiro quadrante, no qual o objetivo principal é que os alunos aprendam a escrever as coordenadas dos pontos no plano e conseqüentemente a localizá-los. Partindo disto, o professor deve mostrar que os vértices de um polígono são pares ordenados no plano cartesiano.

Para alcançar esse objetivo, a construção do conhecimento deve ser feita de modo gradual. Portanto, primeiramente o aluno deve ter noção de localização no espaço para, posteriormente, definirmos esse espaço como plano cartesiano e, finalmente através da localização dos pontos, construir figuras planas mostrando que os vértices das figuras são pontos do plano.

Portanto faremos o uso de duas oficinas:

Oficina 1: Siga a orientação – Nesta a localização no espaço será feita através de uma atividade dinâmica.

Oficina 2: Resolução de exercícios - Nessa segunda, o conhecimento será adquirido através de atividades, que aos poucos vão direcionar os alunos a terem a noção desse espaço visto na oficina 1 como sendo o plano cartesiano, e após isso levá-los a construir polígonos no mesmo, para que identifiquem que os vértices da figuras são pontos no plano.

Ao final de cada proposta de oficina, seguem orientações ao professor, tendo como objetivo nortear o docente no exercício das oficinas.

3.1.1.4 Oficinas de plano cartesiano

3.1.1.4.1 Proposta de Oficina 1: Siga a orientação

Material: Giz ou fita

Tempo estimado: 50minutos

Objetivo: Proporcionar ao aluno a progressão na utilização de indicações de direção e sentido e, dessa maneira, levá-los a interpretar e representar posições no espaço a partir da análise da malha que produziu, de forma com que percebam que a mesma é formada por pontos e que possam se localizar no espaço através dela.

Esta oficina é baseada em Silva, Pucci e Pietropaolo (2008, p. 52), por meio dela temos como objetivo fazer com que o aluno, através de malhas quadriculadas (o qual posteriormente denominaremos como plano cartesiano), possa localizar-se no espaço.

A atividade funcionará da seguinte forma:

O professor deverá montar na classe uma malha quadriculada no chão (essa construção poderá ser feita com giz ou fita), na qual cada quadrado deve ter uma média de 50 cm. Contudo, esse tamanho poderá variar de acordo com tamanho da sala e o número de alunos. Após essa construção, que deve ser feita antes da aula iniciar, o docente deverá deixar os alunos escolherem um ponto de partida. Com os

grupos feitos, será realizada a escolha de um participante de cada equipe para ser a pessoa que ficará na malha seguindo as orientações dos colegas.

O representante de cada grupo será posicionado no ponto de partida e terá os olhos vendados. O professor, por sua vez, colocará um objeto a ser capturado pelos alunos em algum ponto da malha. A brincadeira se inicia com os alunos orientando os seus representantes quanto à quantidade de passos a dar, a direção e o sentido a seguir, lembrando que o mesmo só poderá andar pelas linhas das malhas quadriculadas pelos pontos de intersecção de uma malha e outra, como por exemplo: um passo representaria sair de um ponto a outro, inserindo implicitamente no discente a ideia de pontos no plano. Ganha a equipe que conseguir capturar em menos tempo o objeto.

Orientações ao professor para essa oficina: Ao longo da atividade poderão surgir dificuldades, tais como:

- Grupo orientando de maneira incorreta;
- O representante ter dificuldade em seguir as orientações dos colegas.

Caso exista, uma ou as duas dificuldades, o professor deve dar uma pausa na brincadeira e mostrar aos mesmos, se colocando-se na malha, como fazer as orientações, explicando o conceito de direita e esquerda que, muitas vezes, é confuso para os discentes. Feito isso, o docente vendará novamente o representante e colocará o objeto em outro local.

3.1.1.4.2 Proposta de Oficina 2: Resolução de exercícios⁵

Essa oficina será dividida em três momentos:

1º Momento

Material: Folha com as atividades impressas, lápis e borracha.

Tempo estimado: 10 minutos

⁵ A Atividade se encontra disponível no apêndice A.

Objetivo: Fazer com o que o aluno, de forma lúdica, consiga perceber e compreender o conceito de coluna x linha, na hora de localizar partes da figura na malha. Conceito este que o ajudará na hora de localizar os pontos no plano.

Segue abaixo a atividade:

Observe na malha quadriculada que esta parte  está em H3, ou seja, coluna H, linha 3.

Figura 5: Imagem na malha quadriculada.



Fonte: Imagem retirada do site Elo7⁶.

Indique as posições dessas outras partes:



Orientações ao professor para esse primeiro momento: O professor poderá perceber que o aluno está com dificuldade em escrever as localizações, no sentido de que não compreendeu bem como contar as colunas e linhas respectivamente. Nessa situação o docente deverá dar o exemplo da figura que está localizada na posição H3, explicando o porquê de escrever a posição (coluna e linha) dessa maneira e em seguida fazer questionamentos que os direcionem em como responder:

- Onde se encontram as colunas? E as linhas?;

⁶ Disponível em: <https://www.elo7.com.br/painel-paisagem-praia/dp/641831>. Acesso em 20 de novembro de 2019.

- Aponte para a figura que deseja escrever a localização;
- Quantas colunas eu preciso passar para chegar até essa figura?;
- Quantas linhas preciso passar para encontrar essa figura?

As posições encontradas das figuras deverão ser respectivamente: E2, C5, A2 e J3

2º Momento

Material: Folha com as atividades impressas, lápis e borracha.

Tempo estimado: 15 minutos

Objetivo: Nesta questão o aluno aprenderá a conceituar como plano cartesiano o que antes ele denominava como malha quadriculada e fará uso do conhecimento adquirido na questão 1 de coluna x linha para localizar as figuras geométricas como pontos do plano.

Segue abaixo a atividade:

O nome da figura abaixo é plano cartesiano e é composto por dois eixos: Eixo x (eixo das abscissas), que fica na linha horizontal e eixo y (eixo das ordenadas), que fica na linha da vertical. Sabendo que o triângulo está localizado na coordenada (6,8). Responda os itens abaixo.

Figura 6: Polígonos como pontos no plano cartesiano.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- a) Qual a distância do ponto representado pelo círculo até o eixo y? E a distância desse mesmo ponto até o eixo x?
- b) O quadrado está na posição (4,10) ou (10,4)?
- c) Em que posição se encontra o pentágono?

Orientações ao professor para o segundo momento: As respostas dos itens são que: a distância até o eixo y é 3 e até o eixo x é 9, o quadrado está na posição (10,4) e o pentágono na posição (11,11). Porém os alunos poderão ter dificuldade em como marcar as coordenadas e, nessa situação, o professor deve associar o que o aluno aprendeu na questão 1 para relacionar com a questão 2. Como por exemplo: Se na figura da malha quadriculada tinha que relacionar coluna e linha, vamos fazer o mesmo no plano. Mostrar aos discentes que os pontos do eixo x representam as colunas, e os do eixo y, as linhas, além de lembrá-los que na marcação das coordenadas vêm primeiro as colunas e depois as linhas.

3º Momento

Material: Computador com o *software* Geogebra instalado.

Tempo estimado: 25 minutos

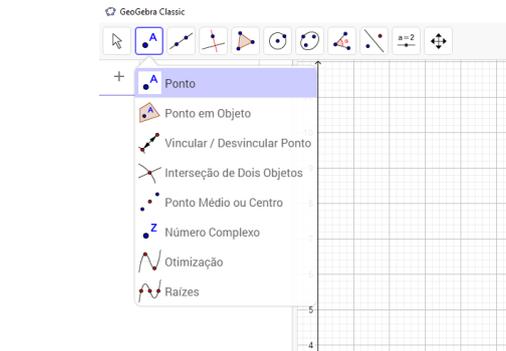
Objetivo:Levar o aluno, através do uso do geogebra, a marcar pontos no plano e através desses construir um polígono, mostrando que os vértices do polígono são pontos no plano, alcançando assim o objetivo almejado de acordo com a BNCC.

Nessa terceira questão o professor deve levar os alunos ao laboratório de informática para fazer uso do Geogebra. Segue abaixo a atividade:

Siga o passo a passo e responda os itens a seguir:

- Em sua tela, clique no Software Geogebra.
- Clique na opção Ponto, como mostra a figura abaixo:

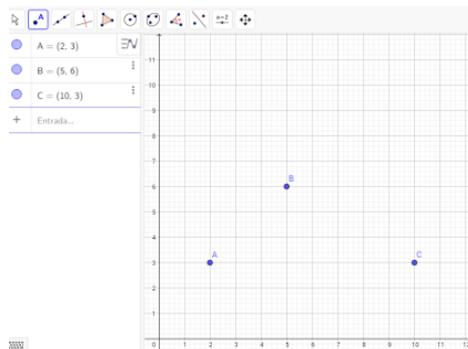
Figura 7: Opção Ponto no Geogebra.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- Selecione três ou mais pontos na malha, como mostra a figura abaixo:

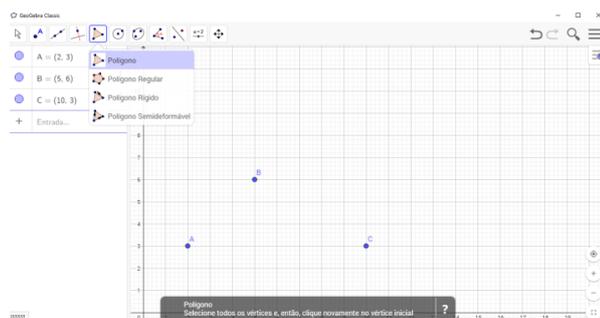
Figura 8: Pontos selecionados.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- Clique na opção polígono, como mostra a figura abaixo:

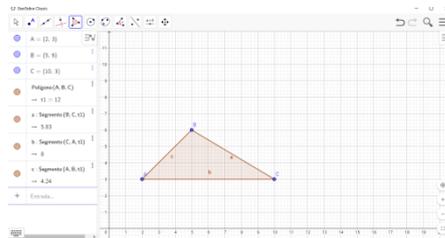
Figura 9: Opção polígono selecionada.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- Selecione todos os vértices e então clique no vértice inicial.

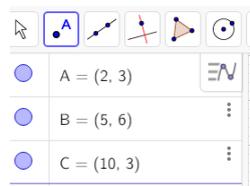
Figura 10: Polígono no Geogebra.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- a) O que representa estes números da figura abaixo?

Figura 11: Função ponto ativada.



Fonte: Print Screen do plano cartesiano do Geogebra.

- b) Qual o polígono que vc construiu? Quais são as coordenadas dos vértices desse polígono?

Orientações ao professor para o terceiro momento: Os alunos poderão ter dificuldade no manuseio no programa e em identificar as coordenadas dos pontos, logo, o docente deverá proceder da seguinte maneira:

- Se a dificuldade for no manuseio do programa, cabe ao professor fazer o intermédio entre o programa e o aluno, auxiliando-o em suas dúvidas. O ideal é que uma aula antes o professor apresente o *software* para os alunos e que eles possam ter o contato com o mesmo.

- Se a dificuldade for identificar que os números encontrados são coordenados dos pontos, pedir que os alunos, contem a quantidade de colunas e linhas para chegar nos pontos, para que ele mesmo perceba que os pontos que ele encontrará coincidirão com os que estão no programa.

3.1.2 Prismas e pirâmides

3.1.2.1 Conteúdo

Formas planas e não planas

Ao observarmos os objetos ao nosso redor, vemos que eles têm diversas formas, como, por exemplo, podemos associar o brinquedo abaixo às seguintes formas geométricas:

Figura 12: Jogo Dama.



Fonte: Site Mundo Brink⁷.

Figura 13: Formas encontradas na dama.

Tabuleiro da Dama	Peças da Dama
	

Fonte: Autoria própria.

Partindo do exemplo acima, pode-se classificar as formas em planas e não planas, no qual pode-se definir como sendo a primeira as figuras que estão

⁷ Disponível em: <https://www.mundobrink.com/jogo-de-dama-tabuleiro-com-bordas-em-madeira>. Acesso em 03 jan. 2020.

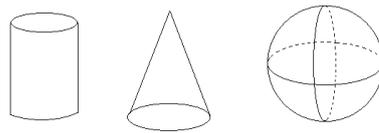
totalmente inseridas em um único plano e a segunda como sendo aquelas que são necessários mais de um plano para representá-las.

Formas não planas: Corpos redondos e poliedros

- Corpos redondos

Os corpos redondos apresentam superfícies arredondadas, e neste podemos ter: Cones, cilindros e esferas.

Figura 14: Cone, cilindro e esfera.



Fonte: Autoria própria.

Os corpos redondos não possuem faces laterais, e em seu lugar possuem superfícies curvas. Os cilindros possuem duas bases iguais em forma de círculo, já os cones possuem apenas uma base e são formados a partir da rotação de um triângulo retângulo ao redor de um cateto. Por fim, as esferas que são superfícies de revolução compostas de pontos em que todos possuem a mesma distância de um centro. Um exemplo de uma esfera é uma bola de futebol.

- Poliedros

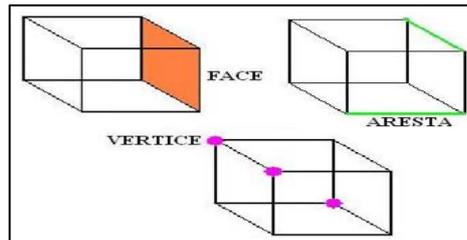
Os Poliedros são sólidos geométricos que devem atender as seguintes características:

- Ser limitado por quatro ou mais polígonos planos;
- Cada polígono deve pertencer a planos diferentes;
- Cada dupla de polígonos possui apenas uma aresta em comum.

Elementos de um Poliedro

Um poliedro é composto por três elementos: vértice, aresta e face, como mostra a figura abaixo.

Figura 15: Elementos de um poliedro.



Fonte: Print Screen do site Brasil Escola⁸.

Nomeando os poliedros

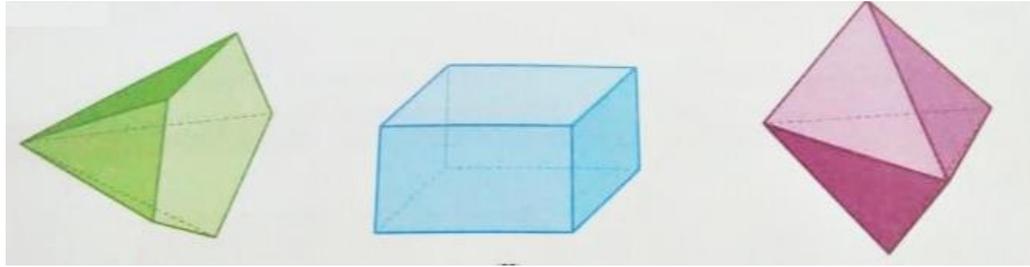
Os poliedros são sólidos nomeados de acordo com o seu número de faces, como por exemplo:

- Tetraedro: 4 faces;
- Pentaedro: 5 faces;
- Hexaedro: 6 faces;
- Heptaedro: 7 faces;
- Octaedro: 8 faces.

Porém, ao observarmos as formas dos poliedros, percebemos que muitos poliedros possuem o mesmo número de faces, mas em formatos diferentes (não possuem a mesma forma), como o exemplo abaixo:

⁸ Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>. Acesso 14 jan. 2020.

Figura 16: Poliedros com 6 faces.



Fonte: Fotografia tirada do livro Matemática: Bianchini⁹.

Observe que todos os poliedros possuem 6 faces, porém cada um recebe um nome diferente, o poliedro verde recebe o nome de **pirâmide**, o azul: **Prisma**, e o roxo não recebe nenhum nome especial. Dessa maneira, percebemos que dentre os poliedros existem alguns que podem-se denominar como “poliedros especiais”, pois possuem características peculiares, que são os Prismas e as Pirâmides.

Prismas e Pirâmides

De acordo com SILVA (2020, s/p)¹⁰, no site Brasil Escola, pode-se definir os prismas e as pirâmides da seguinte maneira:

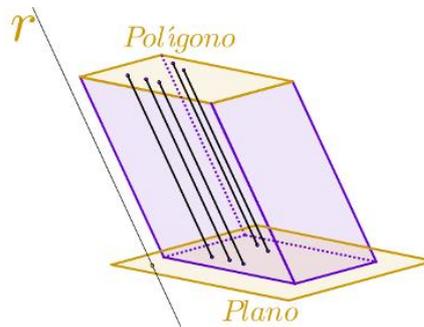
Prismas são sólidos geométricos definidos no espaço tridimensional a partir de um polígono e uma reta. O conjunto de segmentos de reta paralelos à reta r cujas extremidades são o polígono dado e algum plano que não contenha esse polígono é chamado de prisma.

Uma **pirâmide** é o conjunto de segmentos de reta cujas extremidades são um polígono e um ponto fora do plano que contém esse polígono.

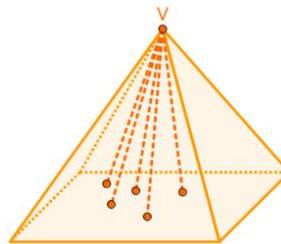
Portanto, segue abaixo algumas figuras mostrando exemplos de prismas e pirâmides:

⁹(Bianchini, 2011), do Livro: Matemática Bianchini

¹⁰ Autor dos textos: “O que é pirâmide?” e “O que é prisma?”, no site Brasil Escola. Disponíveis em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-piramide.htm> e <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-prisma.htm>. Acessados em 14 de janeiro de 2020

Figura 17: Prisma.

Fonte: Print Screen do site Brasil Escola¹¹.

Figura 18: Pirâmide.

Fonte: Print Screen da figura do Site Brasil Escola¹².

O prisma é composto por duas bases iguais e paralelas, suas faces laterais são paralelogramos. Ademais, de acordo com o formato de suas bases são classificados em:

- Prisma triangular: Possuem as bases em forma de triângulos;
- Prisma quadrangular: Possuem as bases em forma de quadrado;
- Prisma pentagonal: Possuem as bases em forma de pentágono;
- Prisma Hexagonal: Possuem as bases em forma de hexágono;
- Prisma Heptagonal: Possuem as bases em forma de heptágono;
- Prisma Octogonal: Possuem as bases em forma de octógono.

¹¹ Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-prisma.htm>. Acesso em 14 de janeiro de 2020.

¹² Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-piramide.htm>. Acesso em 14 de janeiro de 2020.

As pirâmides possuem apenas uma base, e suas faces laterais são triângulo, e da mesma maneira que os prismas são nomeados de acordo com o formato de suas bases.

3.1.2.2 A BNCC e os Prismas e as Pirâmides

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular na unidade temática geometria, o aluno tem como objeto de conhecimento o seguinte conteúdo:

Primas e pirâmides: Planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).

Partindo disso, ela abrange uma habilidade a ser desenvolvida neste assunto:

(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Dado o exposto, segue abaixo a estratégia de ensino que será utilizada, buscando desenvolver a habilidade apresentada acima.

3.1.2.3 Estratégia de ensino

Para que o conteúdo de prismas e pirâmides seja assimilado de maneira completa, alguns conhecimentos preliminares devem ser obtidos. Primeiramente, o aluno deve conhecer as formas planas e não planas, percebendo suas características. Partindo desse conhecimento, o docente aprofundará as formas não planas, diferenciando poliedros de corpos redondos, e, por fim, detalhará mais sobre poliedros, explicando sobre prisma e pirâmide. Dessa forma, o conhecimento do aluno será construído de modo gradual. Esse processo será aplicado em oficinas de forma a facilitar a aprendizagem do aluno, como segue abaixo:

Bloco de oficina 1: Conhecimentos preliminares

- Oficina 1: Formas Planas e Não Planas;

- Oficina 2: Corpos redondos X poliedros;
- Oficina 3: Poliedros nos canudos.

Bloco de oficina 2: Poliedros especiais – Prismas e Pirâmides

- Oficina 1: Compreendendo o que são prismas e pirâmides;
- Oficina 2: Conhecendo as diferenças entre prismas e pirâmides jogando dominó;
- Oficina 3: Estabelecendo relações através de situações problemas;
- Oficina 4: Planificando prismas e pirâmides;
- Oficina 5: Vistas de prismas e pirâmides.

Cada oficina tem seu objetivo específico para que juntas o aluno possa alcançar a habilidade (EF06MA17) da BNCC, esses objetivos serão descritos em cada uma das oficinas abaixo.

3.1.2.4 Oficinas de prismas e pirâmides

3.1.2.4.1 Bloco de oficinas de conhecimentos preliminares

3.1.2.4.1.1 Proposta de Oficina 1: Formas Planas e não planas

Material: Birô da sala, CD's, cartões, folha de papel, caderno, borracha e bola.

Tempo estimado: 10 minutos

Objetivo: Compreender a diferença entre figuras planas e não planas.

Utilizando o birô da sala, o docente fará uso de objetos extremamente finos, tais como: CD's, cartões, folha de papel; e de objetos com altura, tais como: caderno, borracha, bola, entre outros.

No primeiro momento, o professor colocará os objetos finos de um lado e os com altura do outro lado e fará perguntas que os estimulem a entender a diferença entre os mesmos. As possíveis perguntas são:

“O que vocês observam de diferença entre os objetos?”;

“Se você se agachar e posicionar seus olhos na mesma altura que o birô você consegue ver que objetos?”;

“Você conseguiria colocar todos os lados do caderno sobre o birô de uma vez só sobre a mesa? E o cartão?”.

A quantidade de perguntas irá variar de acordo com a turma, mas sempre os estimulando a pensar, até q eles percebam que o CD, o cartão e a folha são bidimensionais e estão em total contato com a mesa e que possuem: comprimento e largura, já os outros objetos, são tridimensionais, pois além de possuírem comprimento e largura, também possuem altura.

Orientações ao professor para essa oficina: O professor tem papel fundamental nessa atividade, pois será através de seus questionamentos que os alunos irão observar as diferenças entre formas planas e não planas. As perguntas poderão variar de acordo com a turma.

3.1.2.4.1.2 Proposta de Oficina 2: Corpos redondos x Poliedros

Antes de iniciar essa oficina o docente deverá explicar aos alunos que as formas não planas podem ser classificadas em: corpos redondos e poliedros. E através da oficina abaixo o aluno poderá compreender a diferença entre os mesmos.

A oficina será realizada através de atividades, sendo que para o melhor manuseio da mesma, será dividida em três momentos como segue abaixo:

1º Momento

Material: Atividade impressa em folha, lápis e borracha.

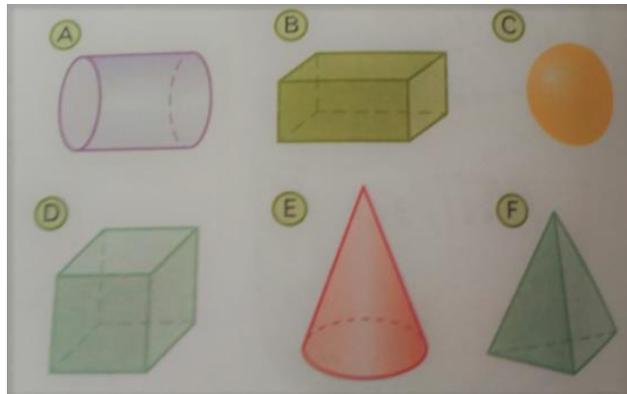
Tempo estimado: 25 minutos

Objetivo: Fazer com que os alunos compreendam o formato de um corpo redondo, associando ao fato de rolaem ou não, e, conseqüentemente, perceber que o poliedro é formado apenas por figuras planas.

Cabe destacar que a atividade abaixo foi baseada no livro de Andrini e Vasconcellos (2015, p. 128,129).

Observe as figuras abaixo e responda os itens a seguir:

Figura 19: Corpos redondos e Poliedros.



Fonte: Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos (2015).

- Observando a figura E, na posição que ela se encontra ela rola?
- Em que outra posição ela pode rolar, por quê?
- Das figuras acima, quais delas podem rolar e quais não podem? Por quê?
- Existe algum deles que rola em qualquer posição? Se sim, qual?
- Os objetos B e D são iguais? Como você chegou a essa conclusão?
- Os corpos redondos possuem formas arredondadas, por isso rolam com facilidade, já os poliedros não rolam. Portanto quais das figuras são corpos redondos e quais são poliedros?

Orientações ao professor para o primeiro momento: Segue abaixo como o docente poderá proceder diante de algumas dificuldades apresentadas.

Quadro 1: Primeira orientação ao professor.

Atividade do Aluno em cada item da questão	Atividade do Professor
✓ a) Aluno percebe que a figura E não rola na posição que ela se encontra na figura.	
× a) Aluno afirmar que a figura rola	× Professor deve mostrar usando materiais como, chapéu de festa de aniversário, ou até casquinha de sorvete no formato de cone, e refazer a pergunta.

<p>✓ b) Aluno percebe que a figura rola deitada.</p> <p>× b) Aluno ter dificuldade em perceber em que posição a figura rola.</p> <p>✓ c) Aluno responder que as figuras que podem rolar são: A, C e E, pois tem forma arredondada, e as demais não podem pois são tem forma arredondada.</p> <p>× c) Aluno ter dificuldade em perceber quais rolam e quais não rolam.</p> <p>✓ d) Aluno responde que sim, a esfera.</p> <p>× d) Aluno responde que não, ou então responde que sim, mas faz menção a outro sólido diferente da esfera.</p>	<p>× Fazendo uso dos mesmos materiais, pedir que o aluno os manuseie e veja em qual posição ele irá rolar.</p> <p>× Professor deve fazê-los associar os formatos dos sólidos com objetos que eles conhecem e fazer perguntas como por exemplo: “Essa figura A, tem formato de algum objeto que você conhece?” “Se fosse para associar, você associaria a lata de refrigerante a que figura?” “Se jogar uma latinha, ela rolaria ou não?” “Existe alguma posição que ela não rolaria?”</p> <p>× Como o aluno nesse momento já faz associações a objetos do cotidiano (visto que ele compreendeu sobre isso no item c), o professor pode fazer perguntas como por exemplo: “Quais objetos que podem rolar?” “Observando esses que podem rolar, quais objetos você consegue lembrar ao olhar para eles?” Caso o aluno não tenha feito nenhuma</p>
---	---

<p>✓ e) O aluno responder que não são iguais, pois o objeto B, é mais comprido, ou responder que o objeto D é formado por figuras planas em formatos de quadrado, e o objeto B, além de quadrados também possui retângulos. Nesse item o aluno poderá explicar essa diferença de diversas formas, o professor deverá se atentar se está correta ou não a resposta do discente.</p> <p>× e) Aluno responder que são iguais ou afirmar que são diferentes, mas pelo motivo errado.</p> <p>✓ f) Aluno responder que: Corpos redondos: A,C e E. Poliedros: B,D,F</p> <p>× f) Aluno não saber responder, ou fazer as associações erradas.</p>	<p>associação com a esfera, o professor pode perguntar: “A bola de futebol, se assemelha a alguns dos sólidos?” “Ela rola em qualquer posição?”</p> <p>× O professor pode estimulá-los a pensar fazendo perguntas, da seguinte forma: “Olhando de frente, as figuras tem o mesmo formato?” “Os lados das formas planas que compõem a figura D, são iguais? E os da figura B?”</p> <p>× Para chegar nesse item o aluno já terá respondido todos os outros, e caso ele apresente dificuldade em responder, o professor por sua vez deve relembrá-lo do conceito de corpo redondo e de poliedro.</p>
--	---

Fonte: Autoria própria.

2º Momento

Material: Atividade impressa em folha, lápis e borracha.

Tempo estimado: 25 minutos

Objetivo: Compreender que os corpos redondos são projetados de acordo com a sua funcionalidade.

Segue abaixo a atividade proposta:

Responda os itens abaixo:

- a) Por que as latinhas de refrigerante são empilhadas em pé e não deitadas?
- b) Porque a bola de futebol tem o formato de uma esfera e não de um quadrado?
- c) A escolha da forma do objeto tem a ver com o objetivo pelo qual ele foi projetado? Explique.

Orientações ao professor para o segundo momento: Ao longo da atividade dúvidas poderão surgir, logo, segue abaixo um quadro de como o docente poderá proceder diante destas.

Quadro 2: Segunda orientação ao professor.

Atividade do Aluno em cada item da questão	Atividade do professor
<p>✓ a) Aluno responder que as latas não são empilhadas deitadas, pois nessa posição a latas rolariam pelo fato dessa superfície no qual ela ficaria apoiada não ser plana.</p> <p>× a) Aluno ter dificuldade em responder.</p> <p>✓ b) Aluno explicar que a bola deve rolar em qualquer posição,</p>	<p>× O professor poderá estimulá-lo fazendo as seguintes perguntas: “Quando a lata está em pé, qual o formato da forma plana que mantém a lata em pé?” “Se colocar a lata deitada, qual o formato da superfície que a estará apoiando-a?”</p>

<p>portanto ela não deve apresentar formas planas.</p> <p>× b) Aluno ter dificuldade ou não conseguir responder.</p> <p>✓ c) Aluno responder que sim, pois cada objeto tem que ter um formato específico pelo qual se destina.</p> <p>× c) Aluno responder que o formato não importa, ou não saber responder</p>	<p>× Professor poderá perguntar ao aluno: “Se a bola for em cubo ela rolaria?” “E em formato de cone?”</p> <p>× Professor volta ao exemplo da bola do item anterior.</p>
--	--

Fonte: Autoria própria.

3º Momento

Material: Atividade impressa em folha, lápis e borracha.

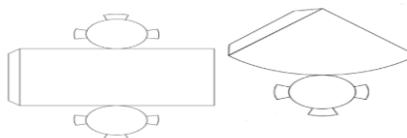
Tempo estimado: 25 minutos

Objetivo: Conhecer as planificações do cone e do cilindro

Segue abaixo a proposta de atividade para esse momento:

Você já desmontou o chapéu de festa? Ou até mesmo um dado? Já observou a figura plana que obtém? Essa figura chama-se **planificação**. Chegou a sua hora de montar corpos redondos a partir da sua planificação. Utilize tesoura e cola para recortar e colar as partes para formar o sólido.

Figura 20: Planificações.



Fonte: colagem de figuras retiradas do site: mathsalamanders¹³.

¹³ Disponível em: <https://www.math-salamanders.com/3d-geometric-shapes.htmlmath-salamanders>. Acesso em 06 jan. 2020.

Orientações ao professor para o terceiro momento: O professor deverá auxiliar o aluno na construção do sólido, visto que poderão surgir dificuldades.

3.1.2.4.1.3 Proposta de Oficina 3: Poliedros nos canudos/palitos

Nessa proposta de oficina serão apresentadas duas opções de aplicações, sendo a primeira utilizando palitos e a segunda canudos. Porém, independente de qual oficina o docente escolher para aplicar em classe, antes de iniciá-la, o mesmo deverá introduzir a aula solicitando que cada discente leve uma caixa de fósforo para classe e use-a para contar os elementos (vértices, arestas e faces) que um poliedro possui, mostrando também para eles que vários objetos que os mesmos contém em casa são poliedros, que esses sólidos fazem parte do seu cotidiano.

1ª Opção: Poliedro no palito

Materiais: Palitos de dente ou de churrasco, massinha de modelar ou jujuba, lápis e borracha

Tempo estimado: 30 minutos

Objetivo: Conhecer melhor os elementos que compõem um poliedro através da sua construção com palitos.

O professor deve pedir que os alunos construam um quadro como segue o modelo abaixo:

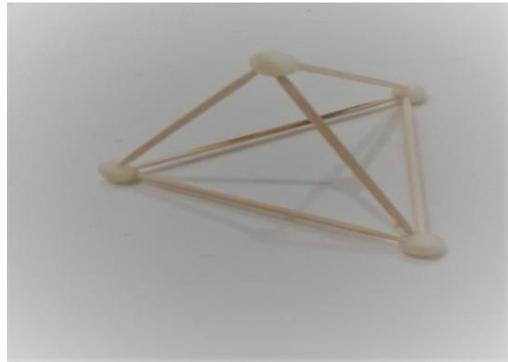
Figura 21: Modelo de quadro.

Nome do Polígono	Nº de faces	Nº de arestas	Nº de vértices

Fonte: Autoria própria.

O professor irá solicitar que o aluno construa 3 poliedros diferentes e preencha a tabela com os respectivos elementos que o sólido construído contém. Os poliedros devem ser construídos unindo um palito a outro com o uso da massinha ou jujuba (servindo como vértice), como mostra a figura abaixo.

Figura 22: Tetraedro regular de palitos.



Fonte: Autoria própria.

Ao final da atividade cada aluno deve apresentar seu poliedro construído a classe, apresentando suas respectivas características.

Orientações ao professor para primeira opção: Primeiramente, o docente deverá auxiliar os alunos na escolha dos poliedros a serem construídos, apresentando a imagem de alguns dos mesmos para que analisem a forma. Antes de iniciar essa construção o aluno deverá preencher a tabela, informando sua quantidade de vértices, arestas e faces. Para que os alunos captem bem o que será construído, é importante o docente fazer perguntas como:

“Quais polígonos compõem as faces desse poliedro que escolheu?”

“Você já desenhou como será o poliedro que irá construir?”

Dessa maneira o aluno conhecerá mais do poliedro que pretende montar com os palitos.

2ª opção: Poliedro no canudo

Materiais: Projetor Multimídia, computador, régua, agulha (pode ser de crochê), linha (de crochê), canudos, cola, tesoura, quadro branco e caneta para quadro.

Tempo estimado: Irá variar de acordo com o poliedro que o docente escolherá para que os alunos construam

Objetivo: Levar os alunos a visualizarem melhor os elementos que compõem um poliedro (arestas, faces e vértices) através de suas próprias construções.

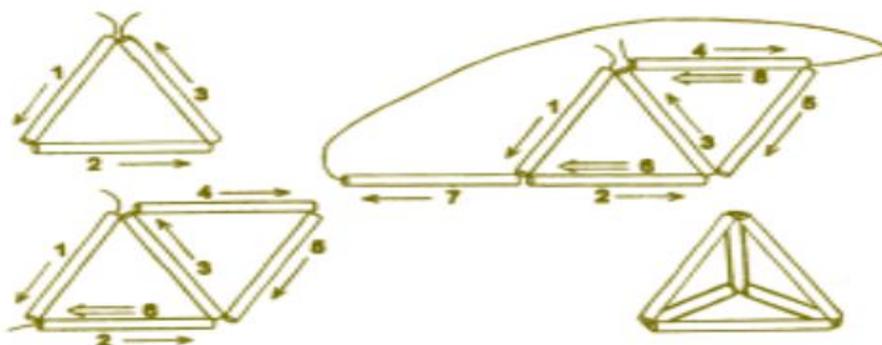
Essa oficina é um pouco mais elaborada e requer uma atenção maior do docente, visto que o aluno fará uso de materiais tais como agulha e tesoura, ou caso queira, pode-se também usar agulha de crochê, por não ser pontiaguda e amarrar a linha na sua extremidade curvada. Ela foi elaborada por Kaleffe Rei (1995) e funcionará da seguinte maneira: será lançada uma atividade desafio para os alunos, na qual o objetivo será construir um tetraedro, ou um octaedro regular, ou ainda um icosaedro regular. Com auxílio do projetor, o professor irá conduzindo-os passo a passo em como realizar essa construção, apresentando as imagens de como realizar a montagem dos mesmos.

- Construção do tetraedro regular

Tempo estimado: 30 minutos

Neste momento o professor explicará para os discentes o que são poliedros regulares e projetará no data-show a seguinte imagem:

Figura 23: Tetraedro regular.



Fonte: Print Screen do pdf (Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos)¹⁴.

¹⁴ Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011919.pdf>. Acesso 16 jan. 2020.

Para a construção desse sólido serão necessários seis pedaços de canudo, com 8 cm cada, e 1m de linha. Uma sugestão é o professor separar a turma em grupos de no máximo cinco pessoas, sendo necessário que cada grupo tenha seu respectivo material. O professor também estará com seu material e, fazendo uso da imagem, irá passando a linha pelos canudos como ilustra a imagem acima.

Primeiramente, deve-se passar a linha por 3 canudos seguidos e para fechá-los formando um triângulo, dar-se um nó. Com o restante da linha, passa-se por mais dois canudos, formando um novo triângulo com um dos lados do primeiro triângulo e, por fim, passe a linha por um dos lados do triângulo e pelo pedaço de canudo que ainda resta, finalmente feche com um nó. As etapas intermediárias são representadas na figura.

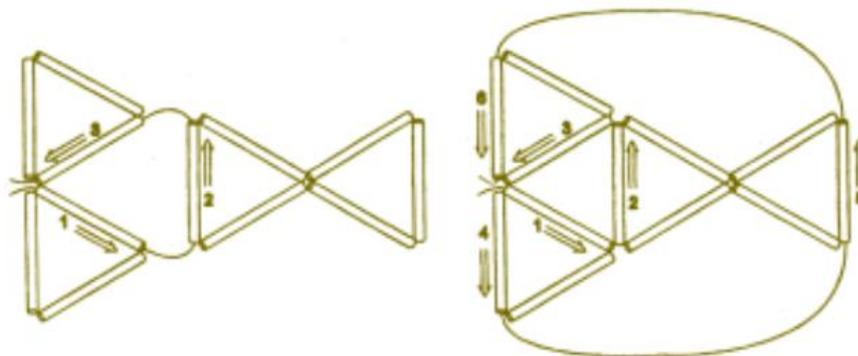
Todo esse passo a passo o professor deve fazer com os alunos com bastante cautela de um passo para o outro.

- Construção de um Octaedro regular

Tempo estimado: 40 minutos

O material utilizado nessa construção são doze pedaços de canudos (8 cm cada) e dois metros de linha. Assim, como na construção anterior, o docente projetará a seguinte imagem no data-show:

Figura 24: Octaedro regular.



Fonte: Print Screen do pdf (Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos)¹⁵.

¹⁵ Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011919.pdf>. Acesso 16 jan. 2020.

O professor conduzirá a turma instruindo-os a construir quatro triângulos e uni-los dois a dois e após isso fazer os passos como mostra a figura acima. O docente terá papel fundamental para que os alunos façam de forma correta.

- Construção de um icosaedro regular

Tempo estimado: 100 minutos

Nessa construção serão necessários trinta pedaços de canudo (com 7 cm cada) e três metros de linha. A imagem projetada pelo docente será a seguinte:

Figura 25: Icosaedro regular.



Fonte: Print Screen do pdf (Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos)¹⁶.

A condução será para que os alunos construam quatro triângulos, os quais juntando obtenham uma pirâmide regular de base pentagonal. Contudo, como os alunos nesse momento ainda não conhecem o conceito de pirâmide, denomina-se o sólido como sendo um hexaedro, como mostra a figura. Esse processo deve ser repetido mais uma vez para obter mais um hexaedro. Para a união desses dois sólidos, os vértices da base de cada sólido devem se unir por meio dos canudos restantes, de forma que cada vértice fique ligado a cinco arestas.

Essa construção é um pouco mais elaborada e requer do professor uma explicação bem detalhada e pausada para que os alunos possam acompanhar e conseguir construir cada um os seus sólidos.

¹⁶ Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011919.pdf>. Acesso 16 jan. 2020.

Orientações do professor para a segunda opção: Como essa oficina está sendo trabalhada com alunos de sexto ano, é provável que não seja tão claro para eles o passo a passo através das imagens, portanto, faz-se necessário que o docente construa o poliedro escolhido junto com a classe, de maneira que os alunos deverão repetir cada passo que o mesmo fizer. Ao final, o professor deverá levá-los a analisarem melhor suas construções, quanto a número de faces, vértices e arestas e estimulá-los com perguntas que os levem a uma melhor familiarização com os mesmos, como: “você já virão essa figura em algum lugar?”, entre outras.

3.1.2.4.2 Bloco de Oficinas 2: Poliedros especiais – prismas e pirâmides

3.1.2.4.2.1 Proposta de Oficina 1: Compreendendo o que são prismas e pirâmides

Esta oficina visa construir o conhecimento do aluno aguçando sua percepção quanto aos sólidos através de perguntas, sendo realizada no tempo estimado de 1 hora e 10 minutos. Portanto, para uma melhor organização de como a mesma será realizada, será dividida em seis momentos, que serão vistos abaixo:

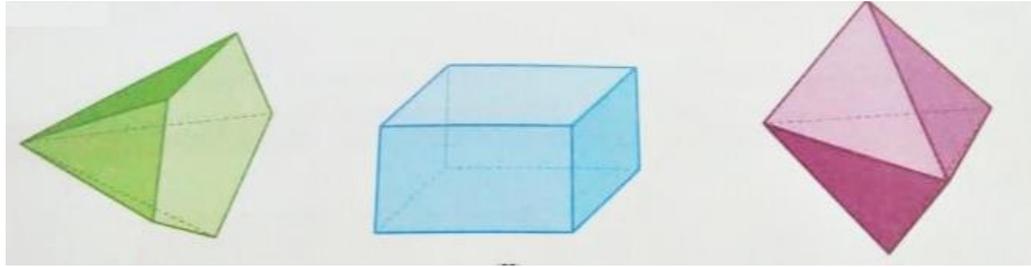
1º Momento

Material: Folha impressa com a imagem

Tempo estimado: 10 minutos

Objetivo: Fazer com que os alunos percebam que um hexaedro pode ter várias representações e a partir disso introduzir de forma indireta o conceito de prisma e pirâmide.

A atividade funcionará da seguinte maneira: o professor entregará para cada aluno uma folha com a seguinte imagem:

Figura 26: Poliedros.

Fonte: Fotografia tirada do livro Matemática: Bianchini¹⁷.

Ademais, organizará as cadeiras dos alunos em formato de U e começará a lançar perguntas para classe, de maneira com que todos participem, criando um ambiente de “debate”. As perguntas serão as seguintes:

1ª pergunta: Qual nome recebe cada um desses poliedros?

Como os alunos já passaram pelas outras oficinas e viram que o nome se dá pelo número de faces, a resposta será hexaedro. Caso algum aluno responda de maneira diferente, o docente poderá fazer outras perguntas, como por exemplo:

“Quantas faces cada poliedro possui?”

“O que é necessário saber para dar nome aos poliedros?”

Após todos terem respondido que é hexaedro, o professor lançará um novo questionamento:

2ª pergunta: “Então se eu pedir para que vocês desenhem um hexaedro, como vocês saberão qual eu quero?”

Nesse momento o professor levantará essa discussão e deixará que os alunos participem, levantem possibilidades etc. Após esse momento, o professor afirmará para os alunos que a figura verde se chama pirâmide e a azul prisma e, em seguida, começará propriamente a oficina visando mostrar o porquê desses nomes.

Orientações ao professor para o primeiro momento: O papel do professor é de grande importância, pois o mesmo deverá envolver os alunos de maneira que todos

¹⁷(Bianchini, 2011), do Livro: Matemática Bianchini

se sintam motivados a participar, então serão apresentadas algumas propostas de como aguçar a atenção dos discentes:

- 1 – Levar esses três sólidos para sala de aula e entregá-los cada um para uma pessoa que fica localizada em lugares distantes do outro que também recebeu;
- 2 – Colocar um fundo sonoro com uma batida de alguma música atual que faça parte do cotidiano dos mesmos, sem letra (só o som), pois dessa maneira os mesmos se sentirão em um ambiente descontraído;
- 3 – O professor deve apresentar entusiasmo ao realizar as perguntas, pois para que o docente queira que os alunos sintam motivação para participar, o primeiro a estar motivado deve ser ele.

Os momentos a seguir foram baseados em Pereira (2018a), no plano de aula: Investigando prismas e pirâmides do site Nova Escola¹⁸.

2º Momento

Material: Folha impressa com a imagem

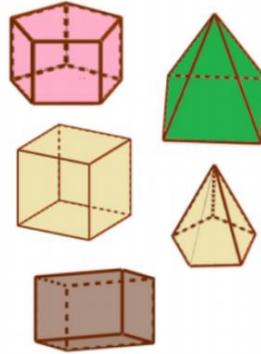
Tempo estimado: 10 minutos

Objetivo: Despertar a percepção e familiaridade com os sólidos apresentados

Os alunos já estarão com a folha do momento anterior, e para iniciar o segundo momento o docente deverá solicitar que recortem da folha o sólido roxo, devendo ficar apenas com o azul e o verde. O professor deve entregar também outra folha contendo a seguinte imagem impressa:

¹⁸ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/206/investigando-prismas-e-piramides>. Acesso em 22 nov. 2019.

Figura 27: Sólidos geométricos.



Fonte: Print Screen do Plano de aula - Investigando prismas e pirâmides do site Nova Escola.

A construção do conhecimento do aluno deve se dar a partir de suas percepções, portanto, deve-se solicitar que os alunos observem os sólidos. Ademais, cabe destacar que o tempo estimado para essa observação é de 10 minutos. Neste tempo, o professor pode estimá-los a percepção com as seguintes perguntas:

- Vocês já viram esses sólidos em algum lugar? Onde?
- Porque vocês acham que são tão usados no nosso cotidiano?
- Seria possível organizá-los numa prateleira de um supermercado?
- Como vocês organizariam?

Orientações ao professor para o segundo momento: A ideia não é que os alunos respondam “certo ou errado”, e sim que participem. Logo, as orientações do primeiro momento seguem também para este segundo. A terceira pergunta sobre como organizar os sólidos em uma prateleira de um supermercado é importante, pois, por meio dela, o professor poderá observar que os alunos buscarão organizar os sólidos que eles acham semelhantes, e isso já é uma introdução para posteriormente compreenderem o que são prismas e pirâmides.

3º Momento

Material: Folha com as três perguntas impressas (ou as perguntas podem ser escritas no quadro), lápis e borracha

Tempo estimado: 5 minutos

Objetivo: Levar os alunos a observarem características específicas dos sólidos.

Esse momento é para levá-los a observar as faces que compõem esses poliedros, como forma de fazê-los perceber as semelhanças e diferenças existentes entre eles. Abaixo serão apresentadas algumas perguntas que o docente deve fazer ao aluno:

- As bases de todos eles são iguais?
- E quanto às faces laterais?
- Quantas bases cada sólido possui?

Orientações ao professor para o terceiro momento: Esse momento, embora seja curto, é de grande importância para direcionar os alunos a perceberem a quantidade de bases que cada sólido possui e os polígonos que compõem as faces laterais dos sólidos, pois são informações essenciais para a construção do conceito de prismas e pirâmides. As perguntas são estímulos para os alunos refletirem.

4º Momento

Material: Tesoura, cola, cartolina, lápis e borracha

Tempo Estimado: 40 minutos

Objetivo: Agrupar os sólidos de acordo com suas semelhanças.

Primeiramente, o docente deverá pedir aos alunos que recortem os sólidos contidos nas imagens e, em seguida, separar a sala em grupos. O objetivo com a organização de grupos é que cada componente, partindo das observações que teve de semelhanças e diferenças dos sólidos, discutam entre si e agrupem os sólidos de acordo com suas semelhanças, só poderão ter 2 agrupamentos.

Ao final, os grupos devem produzir um cartaz contendo os dois agrupamentos, colocando as semelhanças encontradas em cada agrupamento, ou melhor, explicando os critérios utilizados para fazer a separação.

Orientações ao professor para o quarto momento: Nessa discussão que eles terão entre si, o professor deve observar os possíveis erros e sempre que perceber lançar uma pergunta como forma indiretamente de fazer com que eles percebam suas falhas. Segue abaixo algumas dificuldades que possam ser apresentadas e o posicionamento do docente em cada uma delas.

Quadro 3: Questionamentos a serem feitos aos alunos a depender da dificuldade.

Dificuldade dos alunos	Questionamentos lançados pelo professor
Achar que base não é uma face do polígono	<ul style="list-style-type: none"> - Quantas bases o sólido contém? - Quantas faces ele possui? - O que é uma face de um sólido? - O que é uma base de um sólido? - O que é necessário para que uma parte do sólido seja considerado uma face? - A base é uma face do polígono?
Ter dificuldade em saber o que é vértice e aresta de um polígono.	<p>Explicar o que é um vértice e uma aresta e lançar a seguinte pergunta:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Quantos vértices e arestas tem este sólido (um sólido escolhido pelo professor)?
Fazer agrupamentos incorretos	<ul style="list-style-type: none"> - Qual foi a estratégia que vocês utilizaram para agrupar os sólidos? - Quantas bases tem cada poliedro? - O que vocês perceberam das bases? Tem alguma semelhança?
Não conseguir fazer nenhum agrupamento	<ul style="list-style-type: none"> - O que vocês perceberam de semelhanças até o momento?

	<p>- Quantas bases cada poliedro possui?</p> <p>- O que vocês perceberam das bases? Tem alguma semelhança?</p>
--	--

Fonte: Autoria própria.

5º Momento

Material: Quadro e piloto

Tempo estimado: 5 minutos

Objetivo: Conceituar prisma e pirâmide.

Este momento será para o professor sistematizar as ideias, apresentando para os alunos o porquê dos hexaedros (verde e o azul) vistos no momento 1 serem chamados de prismas e pirâmides, e também dar nomes aos dois agrupamentos feitos no momento quatro.

Quadro 4: Características dos prismas e das pirâmides.

Prisma	Pirâmide
<p>Duas bases congruentes</p> <p>N faces laterais (paralelogramos)</p> <p>N+2 faces</p>	<p>Uma base</p> <p>N faces laterais (triângulos)</p> <p>N+1 faces</p>

Fonte: Autoria própria.

Orientações ao professor para o quinto momento: É importante que nesse momento o professor analise junto aos alunos as características apresentadas acima nos sólidos do momento quatro, observando uma a uma.

3.1.2.4.2.2 Proposta de oficina 2: Conhecendo as semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides através do dominó

Essa oficina foi proposta por Pereira (2018b) no plano de aula – Jogando com prismas e pirâmides, do site Nova Escola¹⁹.

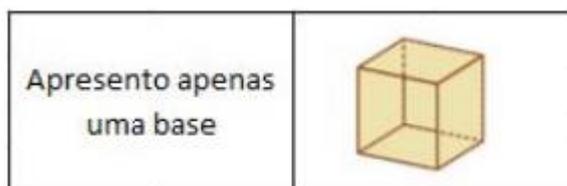
Material: Dominó impresso, material rígido para colar o dominó (ou cartolina ou papel cartão, ou papelão)

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a conhecer as semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides de forma lúdica.

O jogo dominó²⁰ dos prismas e pirâmides ajudará os alunos a entenderem melhor as características dos prismas e das pirâmides. O professor deve separar a classe em duplas, trios ou grupos de quatro pessoas. O dominó ao invés de números contém peças com características escritas de um determinado(a) prisma ou pirâmide, e figuras dos sólidos, como mostra a imagem abaixo:

Figura 28: Peça do jogo Dominó dos Prismas e das Pirâmides.



Fonte: Print screen do plano de aula – Jogando com prismas e pirâmides.

As instruções do jogo são as seguintes:

Número de jogadores: 2 a 4

Embaralhe as peças com a imagem virada para baixo. Cada jogador escolhe aleatoriamente 7 peças. As peças que sobram serão colocadas viradas para baixo em um monte. O jogador que tiver a peça que apresenta os dois lados iguais começará o jogo.

Se a peça estiver no monte, retire-a e coloque no centro da mesa. Neste caso, utilize um dado ou outro critério para decidir quem começará o jogo.

O próximo jogador deve colocar uma peça que corresponda com algum dos dois lados da peça exposta. Se o

¹⁹ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/454/jogando-com-prismas-e-piramides>. Acesso em 03 jul. 2020.

²⁰As peças do jogo estão disponíveis em anexo.

jogador não tem uma peça que corresponda as peças da extremidade, ele deve comprar mais peças no monte até encontrar uma que atenda pelo menos um dos lados.

Se as peças acabarem e o jogador ainda não tiver encontrado uma peça correspondente, ele passa a vez para o próximo jogador.

Vence o jogo quem acabar com as peças primeiro. Caso não seja possível prosseguir, vence o jogador que tiver menos peças nas mãos(PEREIRA, 2018. s/p).

Durante o jogo, o professor deverá fazer o papel de intermediador, sempre observando se os alunos estão com dúvida, e caso estejam, lançar questionamentos que levem os discentes a por si mesmo sanarem as suas dúvidas.

Orientações ao professor para essa oficina: Algumas dificuldades podem surgir ao longo do jogo, e será apresentado abaixo como o docente poderá proceder diante delas:

1 - Aluno com dificuldade em identificar qual peça jogar

Nesse caso, o professor poderá fazer tais questionamentos:

“Qual a informação que tem na extremidade da peça?”

“Você chegou a pensar em alguma peça?”

“Observando suas peças, quais sólidos atendem as descrições mencionadas?”

2 - Alunos associando a característica a um único poliedro

Nesse caso, o docente poderá levantar tal questionamento:

“Quais sólidos podem apresentar essa característica? Você pode citar alguns?”

Poderão existir jogadas em que mais de uma peça possa ser utilizadas, portanto, esses questionamentos são de grande importância para que ele tenha essa percepção.

3 – Associar as informações a um poliedro não correspondente

Nesse caso, o professor deverá pedir que o aluno releia qual informação foi descrita, e fazer questionamentos como:

“Essa informação se aplica tanto a prismas quanto a pirâmides?”

O aparente “erro” é uma ótima oportunidade para que o avaliador o utilize como forma de fazer questionamentos que leve os alunos a alcançar o objetivo almejado.

3.1.2.4.2.3 Proposta de Oficina 3: Estabelecendo relações através de situações problemas

Essa oficina foi baseada no plano de aula – Com a mão na massa, de Pereira (2018c), do site Nova Escola.

Material: Folha impressa com a atividade, lápis e borracha.

Tempo estimado: 1 hora e 30 minutos

Objetivo: Levar os alunos a resolver problemas utilizando as relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides.

O professor deverá entregar uma folha contendo as seguintes questões:

1. Caso você desejasse construir alguns prismas e pirâmide usando palitos e bolinhas, quantos de cada você utilizaria para montar?
 - a) Um prisma de base quadrangular.
 - b) Uma pirâmide de base pentagonal.
 - c) Um prisma de base pentagonal.
2. Caso deseje construir 20 pirâmides de base quadrangular, quantos palitos (arestas) e bolinhas (vértices) seriam utilizados?
3. Com essa quantidade utilizada na questão anterior, seriam possíveis construir quantos prismas de base quadrada? Haverá sobras?

A condução de como o docente poderá aplicar a atividade, segue abaixo nas orientações ao professor.

Orientações ao professor para esta oficina: No decorrer da atividade os alunos apresentarão dificuldades, então segue abaixo um quadro no qual serão apresentadas possíveis dúvidas e como o docente poderá proceder diante das mesmas:

Quadro 5: Orientações.

Item	Dificuldade do aluno	Orientação do professor
1	Falta de noção de visualização do sólido	Nesse caso, o docente poderá propor que os discentes desenhem em uma folha o prisma e a pirâmide pedidos, para que os usem para contagem, ou até mesmo levar palitos e bolinhas para que eles construam os mesmos.
2	Organização da contagem	Nessa situação o docente poderá direcionar os alunos com as seguintes perguntas: - Quantas arestas e vértices existem em uma pirâmide quadrangular? - E em duas? E em três? - Existe uma forma de facilitar a soma?
3	Relação de separação de sobras	O professor, primeiramente, deverá ajudar o aluno a organizar as informações adquiridas na questão anterior, e, para isso, poderá levantar tais questionamentos: - Quantas arestas e vértices existem em um prisma de base quadrada? - Qual o total de arestas e vértices da questão anterior? - Quantos vértices e arestas cabem na quantidade de palitos que você tem formado por 20 pirâmides, para construir o prisma quadrangular? - Você tentou desenhar?

Fonte: Autoria própria.

Segue abaixo também a resolução das questões

1.

a) Um prisma de base quadrangular? 8 bolinhas e 12 palitos

- b) Uma pirâmide de base pentagonal? 6 bolinhas e 10 palitos
 c) Um prisma de base pentagonal? 10 bolinhas e 15 palitos
2. Se em uma pirâmide de base quadrangular se usam 5 bolinhas e 8 palitos, logo em 20 se usarão: $5 \times 20 = 100$ bolinhas e $8 \times 20 = 160$ palitos

3. Vértices

Em uma pirâmide quadrangular contém-se 5 vértices, logo em 20 pirâmides, tem-se 100 vértices, pois $20 \times 5 = 100$.

No prisma de base quadrangular contém-se 8 vértices, e como o objetivo é saber quantos prismas podem ser construídos tendo 100 bolinhas (vértices), logo, temos que $8 \times 12 = 96$, portanto com 100 bolinhas construímos 12 prismas quadrangulares.

Arestas

Uma pirâmide quadrangular contém 8 arestas, logo, em 20 pirâmides, tem-se 160 arestas, pois $20 \times 8 = 160$.

Um prisma de base quadrangular contém 12 arestas, logo, como temos 160 palitos, poderíamos construir 13 prismas de base quadrangular, pois $12 \times 13 = 156$.

Unindo as duas informações, temos como materiais disponíveis 100 bolinhas e 160 palitos, portanto, teremos como construir 12 prismas e sobrarão 4 bolinhas e 16 palitos.

3.1.2.4.2.4 Proposta de Oficina 4: Planificando prismas e pirâmides

Esta atividade foi baseada na proposta de Taurasiano (2018)²¹, no plano de aula – Construindo planificações, do site Nova escola, na qual o aluno irá começar a aguçar a percepção dos poliedros, observando-os de acordo com sua forma planificada e fazer construções a partir delas. Para facilitar a organização da

²¹ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/991/construindo-planificacoes>. Acesso 20 jan. 2020.

aplicação da oficina, esta será dividida em quatro momentos, que serão vistos abaixo.

1º Momento

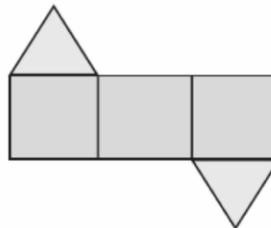
Material: Figura impressa, lápis e borracha

Tempo estimado: 15 minutos

Objetivo: Levar os alunos a identificarem, por meio de setas, como as partes da planificação se unem de maneira com que formem o prisma desejado

Nesse primeiro momento o professor solicitará que o aluno observe a imagem abaixo e desenhe setas representando as faces que devem se unir para que se tenha a formação de um prisma triangular.

Figura 29: Planificação do prisma triangular.



Fonte: Print Screen de figura da página Plano de aula – Construindo Planificações.

Caso exista muita dificuldade nessa percepção, o professor poderá solicitar que os alunos recortem a figura e tentem montar o prisma, para que eles mesmos percebam qual parte se liga a outra. Uma outra proposta é que o professor faça essa atividade em grupos, para que eles discutam entre si suas percepções e, dessa forma, consigam aguçar a sua percepção.

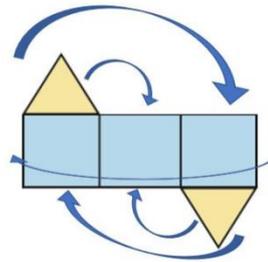
Orientações ao professor para o primeiro momento: O professor deverá fazer perguntas aos alunos que os estimulem a pensar quanto a essa construção, tais como:

- É possível fazer essa construção de forma mental?
- Você consegue imaginar essa figura se fechando e formando um poliedro?

- Que figura você encontrará com a montagem dessa planificação?
- Qual a figura que compõem a base desse poliedro?

As setas encontradas pelo aluno devem ser apresentadas dessa maneira:

Figura 30: Resolução da atividade.



Fonte: Print Screen de figura da página Plano de aula – Construindo Planificações²².

2º Momento

Material: Folha A4, régua, lápis e borracha

Tempo estimado: 30 minutos

Objetivo: Levar os alunos a construir uma planificação para o prisma retangular.

Nesse segundo momento o professor deverá separar a sala em duplas para que haja uma interação de ideias e a proposta de atividade será de desenhar a planificação de um prisma retangular. Uma sugestão ao professor é que o mesmo deixe a disponibilidade dos alunos um objeto que tenha esse formato (como por exemplo, uma caixa de sapato). Após a construção, os alunos devem preparar um cartaz com o desenho da sua planificação e apresentar para seus colegas de classe.

Nesse processo, o professor deverá estimular o grupo a construir a planificação com perguntas, tais como:

- Você já imaginou qual forma obteria, se desmontasse a caixa?
- Você consegue desenhar essa forma?

²² Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/991/construindo-planificacoes>. Acesso 20 jan. 2020.

- Qual o formato da base da caixa?
- Qual o formato das faces laterais?
- Você já tentou unir o formato das faces laterais com o da base?

Algumas dúvidas poderão surgir ao longo desse processo, portanto, segue abaixo algumas orientações ao professor.

Orientações ao professor para o segundo momento:

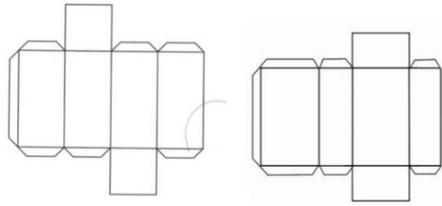
Quadro 6: Sugestões ao professor.

Dificuldades do aluno	Orientações ao professor
Utilização da régua	O professor deverá exemplificar como usar, explicando por onde começasse a medir etc.
Desenhar a planificação de forma incorreta.	O professor fará perguntas que os estimule-os a pensar quanto ao desenho que fez. Como por exemplo: “Por que dar-se o nome prisma retangular para esse sólido?” “Qual o formato das faces laterais do prisma retangular?” “Qual o formato da base do prisma retangular?” “Olhando para a caixa, qual o formato de suas faces?” “Se você desmontasse a caixa que formato teria?”
Desenhar a forma da planificação correta, porém com as proporções erradas, de maneira que o prisma não feche	O acompanhamento da atividade se dará de maneira, que aluno perceba que construiu a planificação com proporção errada. Segue abaixo, perguntas que os estimulem a perceber o erro: “Você já tentou montar seu poliedro?” “Ele encaixou corretamente?” “Qual a parte que não encaixou?” “O que você deveria fazer para que essa face se encaixe com a outra?”

Fonte: Autoria própria.

As possíveis soluções que o aluno encontrará são as seguintes:

Figura 31: Possíveis planificações de um prisma retangular.



Fonte: Print Screen de figura da página Plano de aula – Construindo Planificações²³.

3º Momento

Material: -

Tempo estimado: 5 minutos

Objetivo: Sistematizar o conteúdo aprendido.

O Professor deverá recapitular o que foi visto nas duas atividades anteriores, como objetivo de sistematizar a aprendizagem. Apontando os principais pontos:

- Construção mental de um prisma triangular
- E que é possível que uma mesma figura espacial apresente mais de uma planificação, como foi visto no prisma retangular.

4º Momento

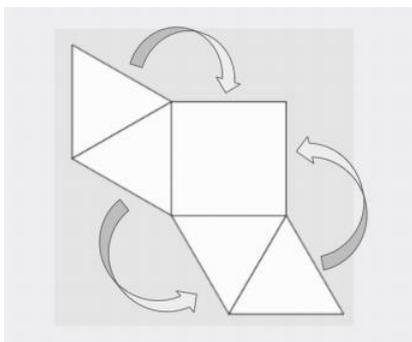
Material: Imagem impressa, lápis, régua e borracha

Tempo estimado: 20 minutos

Objetivo: Verificar se os alunos compreenderam sobre a construção planificada de figuras geométricas espaciais

A aula se inicia o professor entregando a seguinte imagem:

²³ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/991/construindo-planificacoes>. Acesso 20 jan. 2020.

Figura 32: Planificação.

Fonte: Print Screen de figura da página Plano de aula – Construindo Planificações²⁴.

O questionamento que deverá ser feito aos discentes é o seguinte:

As setas que estão marcadas na figura apresentam algumas indicações, seguindo-as, obtém-se algum poliedro? Se sim, qual?

Esta atividade é um inverso da primeira, a qual os alunos apontaram as indicações para formar o prisma triangular. Nesta, por sua vez, os educandos já possuem as setas e precisarão descobrir a figura espacial que obterão ao montar (após observar se as setas estão apontadas corretamente).

Orientações ao professor para o quarto momento: Uma sugestão que o professor poderá dar ao aluno é desenhar a mesma figura em outra folha, recortar e tentar montar seguindo as orientações dadas pelas setas da figura e, dessa maneira, verificar se as indicações estão corretas e conseqüentemente descobrir a figura espacial correspondente à planificação.

3.1.2.4.2.5 Proposta de Oficina 5: Vistas de prismas e pirâmides

Esta oficina foi baseada na proposta de Pereira (2018d), no Plano de aula – Vistas de prismas e pirâmides, também do site Nova Escola. A mesma será dividida em quatro momentos:

1º Momento

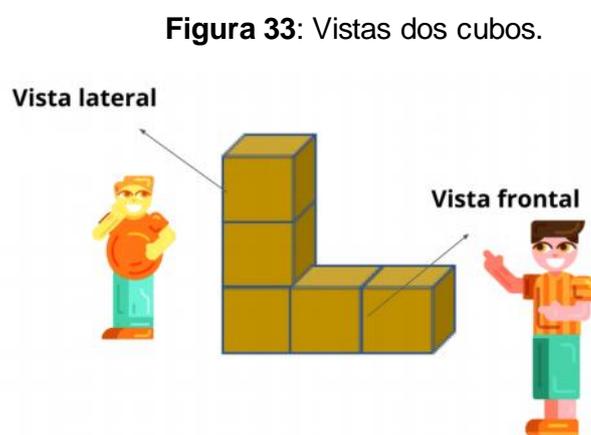
²⁴ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/991/construindo-planificacoes>. Acesso 20 jan. 2020.

Material: Imagem desenhada no quadro (ou impressa), malha quadriculada, lápis e borracha.

Tempo estimado: 5 minutos

Objetivo: Despertar a percepção do aluno para os tipos de visões de uma figura a depender do ângulo.

Nesse primeiro momento o professor deverá desenhar (ou entregar de forma impressa) no quadro a seguinte imagem:



Fonte: Print Screen com algumas alterações da página Plano de aula - As vistas de prismas e pirâmides, do site Nova Escola²⁵.

E lançará a seguinte situação:

“Dois amigos marcam de encontrar-se, porém estão próximos um ao outro e não se veem, pois, um bloco de cubos impede a sua visão. João está com uma vista frontal dos blocos e Davi com a vista lateral”. Desenhem na malha quadriculada as vistas de cada um.

Então, em seguida, o professor deverá entregar uma folha A4 com a malha quadriculada²⁶.

²⁵ Disponível: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1607/as-vistas-de-prismas-e-piramides>. Acesso 23 jan. 2020.

²⁶ Malha quadriculada disponível em anexo.

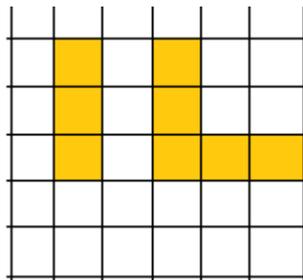
O objetivo principal é despertar o interesse do aluno para o conteúdo, sendo essa, uma atividade introdutória do conteúdo.

Orientações ao professor para o primeiro momento: Assim como nas demais oficinas, o professor deve ser o intermediador entre o aluno e a atividade, servindo de suporte, mas não para dar a solução ou apontar se está certo ou errado, mas sim direcioná-lo para que ele perceba se está respondendo corretamente ou não. Esse direcionamento pode ser feito através de perguntas estimulantes, sendo algumas delas:

- Em que posição Davi se encontra em relação aos blocos?
- Quantos blocos Davi consegue enxergar?
- Qual vista Davi tem dos blocos?
- E João, em que posição ele se encontra em relação aos blocos?
- Quantos blocos João consegue enxergar?
- Qual vista João tem dos blocos?

A solução encontrada pelo aluno deverá ser a seguinte:

Figura 34: Resolução na malha.



Fonte: Autoria Própria.

2º Momento

Material: Imagem impressa, lápis e borracha

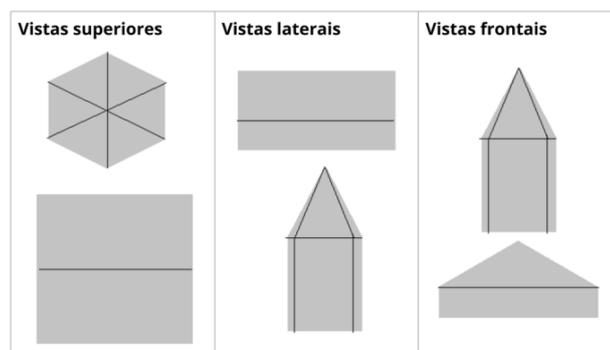
Tempo estimado: 20 minutos

Objetivo: Levar os alunos a organizarem as “vistas” de maneira que saibam quais compõem cada sólido.

O professor deverá lançar o seguinte desafio:

Davi e João foram a escola juntos e durante suas atividades fizeram a representação das vistas de dois sólidos formados por combinações de prismas e pirâmides. Davi desenhou as vistas de cima (superiores), João as vistas de frente (frontais), e as vistas laterais foram desenhadas pelos dois, sendo uma por cada menino. As vistas estão desordenadas. E cada traço nas vistas representa as dobras ou marcações.

Figura 35: Vistas dos dois sólidos.



Fonte: Print Screen da página Plano de aula - As vistas de prismas e pirâmides, do site Nova Escola²⁷.

O professor deverá separar a turma em grupos e pedirá que primeiramente organizem as vistas, para descobrir qual delas é de um sólido e qual é do outro.

Algumas perguntas poderão direcioná-los:

- Perguntas para direcionar para o sólido 1
 - Observando as vistas superiores, como você imagina um sólido que tenha como base um hexágono? Já tentou desenhar?
 - Observando um cubo de cima, quantas vistas você consegue visualizar? E uma pirâmide?
 - Qual a forma das faces laterais de uma pirâmide? Como você desenharia a vista de cima de uma pirâmide?

²⁷ Disponível: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1607/as-vistas-de-prismas-e-piramides>. Acesso 23 jan. 2020.

- Observando a vista frontal, qual das duas figuras mais se enquadra na vista superior? Observe as formas.
 - Observando as vistas laterais, qual você conseguiria encaixar com as demais vistas?
 - Que tal desenhar as vistas numa folha, recortar e tentar montar?
- Perguntas para direcionar para o sólido 2
 - Observando a segunda vista frontal, como você imaginaria o sólido? Desenhe!
 - Observe agora as vistas superiores, qual das duas mais se enquadra com a frontal?
 - Tendo a vista frontal e superior, observe a vista lateral, e descubra qual delas se enquadra com as anteriores?
 - Que tal desenhar as vistas numa folha, recortar e tentar montar?

Orientações ao professor para o segundo momento: Esse momento da oficina é de grande importância, visto que alunos associarão as vistas ao sólido, desenvolvendo assim sua visão espacial. Porém as perguntas que o professor fará servirão de elementos norteadores para essa percepção, logo, essas poderão variar a depender do rendimento do aluno. Portanto, os questionamentos apresentados acima para o sólido 1 e o 2 são apenas sugestões.

Momento 3

Material: Imagem usada no momento 2, lápis e borracha;

Tempo estimado: 30 minutos

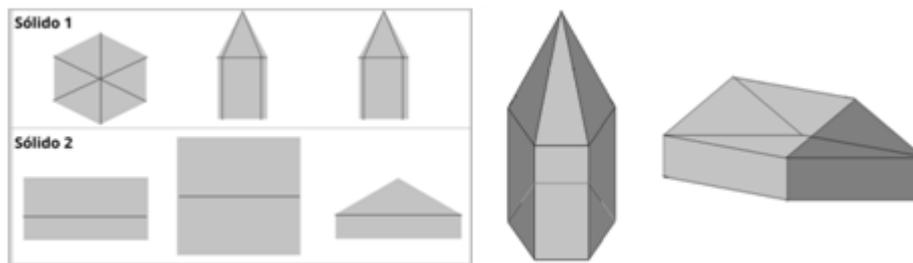
Objetivo: Levar os alunos a descobrirem os sólidos a partir da organização feita no momento anterior.

Nesse momento o professor deverá fazer com que os alunos organizem as ideias encontradas no momento anterior de maneira que esquematizem quais vistas compõem cada sólido e como é feita a composição de prismas de pirâmides de cada

figura espacial, descrevendo quantas faces laterais cada pirâmide e prisma contém, lembrando que os sólidos são formados pela junção destes. Como por exemplo:

O sólido 1 é formado pela junção de uma pirâmide de seis faces laterais e um prisma hexagonal. As vistas correspondentes de cada sólido são:

Figura 36: Vistas dos dois sólidos.



Fonte: Junção de figuras feitas a partir do printscreen da página Plano de aula - As vistas de prismas e pirâmides, do site Nova Escola.

Orientações ao professor para o terceiro momento: Esse momento serve para organizar as informações obtidas a partir do momento anterior, logo, diferentemente do momento 2, no qual o objetivo era organizar as vistas para saberem qual correspondia a determinado sólido, neste o professor auxiliará na construção mental dos sólidos a partir da arrumação anterior. Esse suporte dado pelo docente poderá ser feito a partir de perguntas que levem os discentes a ampliar sua percepção a respeito do sólido.

- Perguntas para o sólido 1:
 - Você consegue encaixar a vista lateral e a frontal do sólido 1?
 - Quando você olha uma pirâmide de cima que vista você tem? Poderia desenhar a vista de cima de uma pirâmide hexagonal?
 - Essa vista da pirâmide se assemelha a alguma do sólido 1?
 - Como você uniria a vista de cima com a lateral?
 - Que sólido você conseguiu descobrir?

- Perguntas para o sólido 2:

- Você consegue encaixar a vista frontal com a lateral?
- A vista frontal te lembra alguma coisa?
- Você já tentou desenhar a vista de cima de uma casa com o formato parecido com o da vista frontal? Desenhe a vista obtida!
- Esse desenho te dar alguma pista do sólido 2?

Essas perguntas são apenas uma sugestão ao professor, podendo ser alteradas de acordo com a necessidade do aluno.

3.1.3 Polígonos

3.1.3.1 Conteúdo

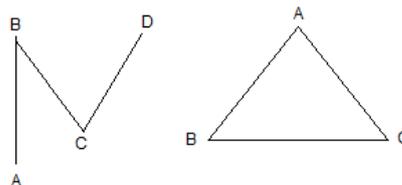
Linhas poligonais

Como de costume, em Geometria Euclidiana denominaremos pontos por letras maiúsculas do alfabeto latino, A, B, C, etc. Assim, o segmento de extremidades B, e C, será apresentado como BC.

Dessa forma, antes de conhecer o que é polígono, e suas classificações, faz-se necessário compreender o que são linhas poligonais. Portanto, tem-se que:

Quando uma linha é formada pelos segmentos AB, BC, CD, nos quais esses segmentos de reta são consecutivos e não colineares, ela é chamada de **linha poligonal**. Segue abaixo alguns exemplos:

Figura 37: Linhas poligonais.



Fonte: Autoria própria.

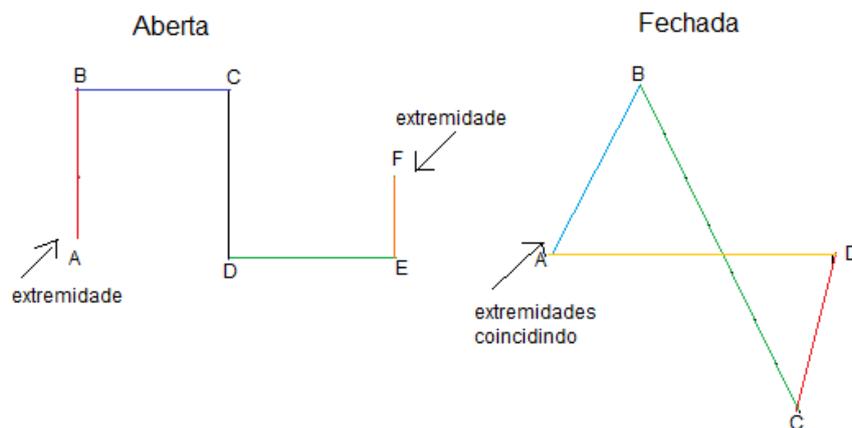
As linhas poligonais podem ser classificadas em abertas ou fechadas, e em simples ou não simples.

Abertas: É toda linha poligonal cuja as extremidades não se coincidem;

Fechadas: É toda linha poligonal cuja extremidade do primeiro segmento coincide com a extremidade do último segmento.

Segue abaixo um exemplo de linha poligonal aberta e outro de linha poligonal fechada.

Figura 38: Linha poligonal aberta e fechada.



Fonte: Autoria própria.

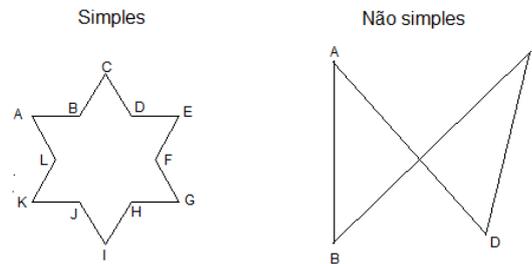
As classificações de simples e não simples são apenas para linhas poligonais fechadas:

Simples: São linhas poligonais fechadas, nas quais seus segmentos se interceptam apenas em suas extremidades;

Não simples: São linhas poligonais fechadas, nas quais seus segmentos se interceptam não apenas em suas extremidades.

Segue abaixo exemplos:

Figura 39: Linha poligonal simples e não simples.



Fonte: Autoria própria.

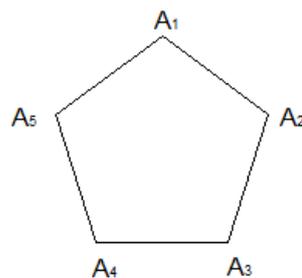
Polígonos

Toda linha poligonal fechada simples é chamada de polígono, porém faz-se necessário formalizar esse conceito, pontuando o que é necessário uma figura plana ter para ser considerada um.

Considere uma sequência de pontos de n pontos A_1, A_2, \dots, A_n , sendo $n \geq 3$, diferentes dois a dois, sendo quaisquer três pontos consecutivos não colineares. Sendo considerados consecutivos os pontos A_1, A_2 , e A_{n-1}, A_n , assim como também A_n, A_1 . Polígono é a reunião desses pontos que atendam às seguintes condições:

- Os segmentos consecutivos se interceptam apenas em suas extremidades;
- Dois segmentos quaisquer com a mesma extremidade não pertence a mesma reta.

Figura 40: Exemplo de polígono.



Fonte: Autoria própria.

Elementos de um polígono

Adotaremos as seguintes nomenclaturas:

Vértice: Ponto de encontro de dois lados consecutivos. Exemplo: $A_1, A_2, A_3 \dots$

Lado: Segmentos de reta que formam a linha poligonal. Exemplo: $A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$

Ângulo: Dois lados consecutivos determinam um ângulo interno. Exemplo: $\hat{A}_1, \hat{A}_2 \dots$

Classificação dos polígonos

Em um polígono o número de lados é igual ao número de ângulos, dessa forma, os polígonos recebem nomes de acordo com essa quantidade. No quadro abaixo alguns nomes serão representados:

Quadro 7: Classificação dos polígonos.

Número de lados e número de ângulos	Nome do polígono
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
20	Icoságono

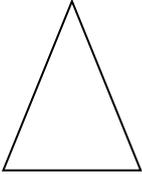
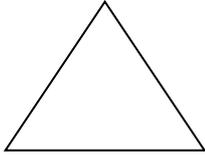
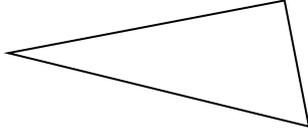
Fonte: Autoria própria.

Triângulos

Como foi visto anteriormente, o triângulo possui, 3 vértices, 3 lados e 3 ângulos internos. Eles podem ser classificados tanto quanto a medida de seus lados, quanto a medida de seus ângulos.

Classificação quanto aos lados

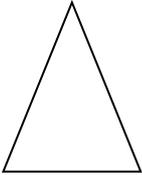
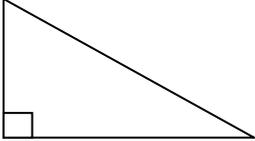
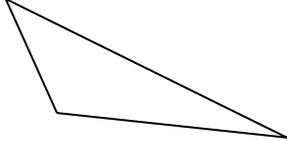
Quadro 8: Classificação dos triângulos quanto aos lados.

Triângulo Isósceles	Triângulo eqüilátero	Triângulo escaleno
		
Triângulo que tem pelo menos dois lados com a mesma medida	Triângulo que tem os três lados com a mesma medida	Triângulo que tem os três lados com medidas diferentes

Fonte: Autoria própria.

Classificação quanto aos ângulos

Quadro 9: Classificação dos triângulos quanto aos ângulos.

Triângulo acutângulo	Triângulo retângulo	Triângulo obtusângulo
		
Triângulo que tem três ângulos agudos	Triângulo que tem um ângulo reto e dois agudos	Triângulo que tem um ângulo obtuso e dois agudos

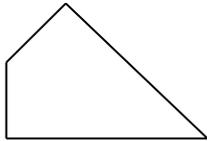
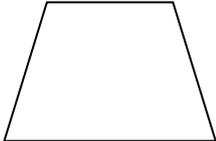
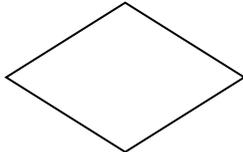
Fonte: Autoria própria.

Os triângulos também possuem uma característica importante, a soma do valor de seus ângulos é sempre 180° .

Quadriláteros

Os quadriláteros, como já foi visto, são polígonos que possuem quatro lados. Eles são classificados quanto ao paralelismo de seus lados, apresentando três possíveis realidades:

Quadro 10: Classificação dos quadriláteros quanto ao paralelismo de seus lados.

Nenhum par de lados paralelos	Somente um par de lados paralelos	Dois pares de lados paralelos
		
Não recebe nenhum um nome especial	Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos recebem o nome de trapézio .	Quadriláteros que tem dois pares de lados paralelos recebem o nome de paralelogramo .

Fonte: Autoria própria.

Dentre os paralelogramos existem tem que recebem destaque:

Retângulo: é um paralelogramo que possui quatro ângulos internos retos;

Losango: é um paralelogramo que possui quatro lados congruentes;

Quadrado: é um paralelogramo que possui quatro ângulos internos retos e quatro lados congruentes.

Portanto, observa-se que o quadrado é ao mesmo tempo um losango e ao mesmo tempo um retângulo.

3.1.3.2 A BNCC e os polígonos

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, na unidade temática geometria, o aluno tem como objeto de conhecimento o seguinte conteúdo:

Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.

Partindo disso, ela abrange três habilidades a serem desenvolvidas neste assunto:

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros;

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos;

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

Portanto, segue abaixo a estratégia de ensino que será utilizada, buscando desenvolver as habilidades apresentadas acima.

3.1.3.3 Estratégia de ensino

A proposta de ensino para este conteúdo é fazer a construção gradual do conhecimento do aluno, no qual o professor servirá apenas de intermediário entre o estudante e assunto a ser assimilado.

Para uma melhor compreensão de como será feita essa construção, faz-se necessário a divisão de três blocos de oficinas:

Bloco 1: Oficinas de conhecimentos gerais de polígonos

O objetivo principal deste bloco é desenvolver a habilidade:

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Portanto, serão apresentadas três oficinas:

Oficina 1: Reconhecendo polígonos

Nesta, o objetivo é que através de um bloco de atividades o aluno construa por si só o conceito de polígono, e assim saiba **reconhecer** quando uma figura é ou não um polígono.

Oficina 2: Nomeando polígonos

Como o aluno terá descoberto o que é um polígono, então o professor familiarizará os alunos com os nomes dos polígonos, através de atividades que os levem ao objetivo desejado, alcançando assim a habilidade de **nomear** polígonos e ao fim para levá-los a se divertir com os polígonos, utilizar o tangram para formação de novas figuras geométricas.

Oficina 3: Comparando e reconhecendo polígonos regulares

Neste momento o aluno já saberá reconhecer polígonos e nomeá-los, portanto, a proposta desta última oficina é levá-los a **comparar** as figuras buscando encontrar características em comum que os levem a descobrir quais são os polígonos regulares entre as figuras apresentas.

A respeito de representação dos polígonos como faces de poliedros, esta observação será trabalhada nas oficinas de poliedros.

Bloco 2: Oficinas de triângulos

Neste bloco o principal objetivo é desenvolver a seguinte habilidade:

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

Para este fim, faremos o uso de duas oficinas:

Oficina 1: Rigidez de um triângulo

Nesta, o objetivo é mostrar de forma experimental uma das principais características dos triângulos que é a sua rigidez.

Oficina 2: Classificando triângulos

O principal objetivo é levá-los a classificar os triângulos, tanto quanto a medida dos lados, quanto a dos ângulos

Oficina 3: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Essa oficina tem como proposta levar os alunos a descobrirem que a soma dos ângulos internos é 180° através de dobraduras

Bloco 3: Oficinas de quadriláteros

Neste o objetivo principal é desenvolver a habilidade:

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

Portanto, serão apresentadas seis oficinas:

Oficina 1: Retomando conceitos

Essa oficina tem como objetivo levar os alunos a relembrem o que são quadriláteros, observando sua forma.

Oficina 2: Conhecendo o trapézio e suas características

Através de construção os alunos conhecerão os trapézios, quais são suas principais características e suas classificações.

Oficina 3: Conhecendo o paralelogramo e suas características

Nessa oficina o aluno observará como um paralelogramo é formado, quais os elementos que o compõe.

Oficina 4: Diferenças entre trapézio e paralelogramo

Para sistematizar os conhecimentos adquiridos nas oficinas anteriores, essa vem com a proposta de o aluno organizar os conceitos de trapézio e paralelogramo, observando quais elementos nortearão se uma figura é um ou o outro.

Oficina 5: Conhecendo os paralelogramos “especiais”, e a intersecção de classes entre eles

Visto que os alunos já conhecem conceitos gerais de paralelogramos, nessa oficina eles conhecerão alguns desses que possuem características especiais, que são: quadrado, retângulo e losango. Em seguida, observarão elementos em comum entre estes que é o que se nomeia como intersecção.

Oficina 6: Visualizando a intersecção de classe entre os paralelogramos e trapézios

Tendo observado pontos em comum entre os paralelogramos especiais, essa oficina vem como uma forma de sistematizar essa intersecção, bem como levar o aluno a observar se existe intersecção entre os trapézios.

3.1.3.4 Oficinas de polígonos

3.1.3.4.1 Bloco 1: Oficinas de conhecimentos gerais de polígonos

Proposta de Oficina 1: Reconhecendo Polígonos

Será apresentado abaixo uma lista de atividades elaboradas de maneira que o aluno construa o seu conhecimento sobre o que é polígono, partindo de conceitos que ele conhece, como o de “linha”. Pode-se definir essa estratégia de ensino como “escada do conhecimento”, por meio da qual a cada degrau o aluno atinge um novo nível para poder chegar ao “topo da escada” que representa o conhecimento adquirido. As questões são autoexplicativas e foram escritas de modo a facilitar a assimilação do discente; existirão também questões em que será apresentada uma proposta de “melhor explicação” quanto ao que está sendo pedido.

Para facilitar a organização, a atividade foi dividida em quatro momentos, tendo, cada um dos momentos, um conjunto de exercícios com um objetivo específico.

1º Momento

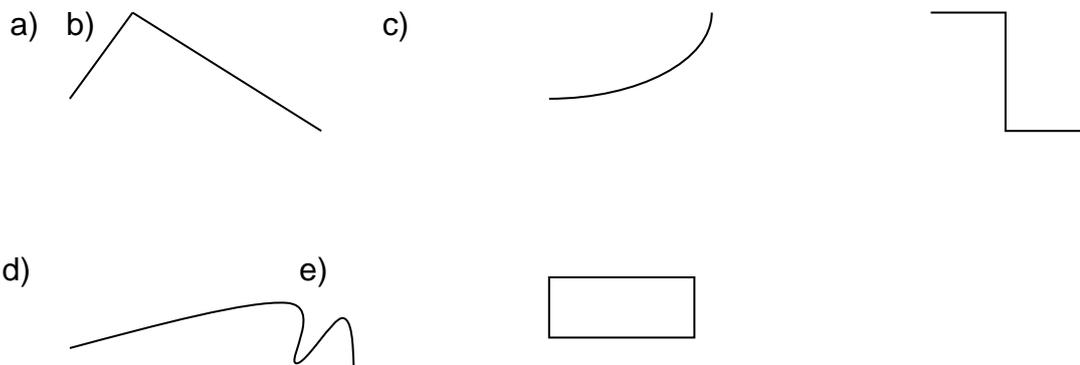
Material: Atividade abaixo (impressa ou escrita no quadro), lápis e borracha

Tempo estimado: 5 minutos

Objetivo desse primeiro conjunto de exercícios: Busca-se fazer uma ligação entre elementos que o aluno conhece e segmentos de reta. A estratégia de iniciar falando de desenho parte do ponto que todos já desenharam alguma vez na sua vida, e esses desenhos são formados por linhas (traços), relacionando dessa forma na terceira questão, as linhas com os segmentos de reta, facilitando assim a assimilação dos mesmos.

Segue abaixo a atividade a ser aplicada:

1. Na construção de desenhos, observa-se muitas linhas. Você já desenhou? Desenhou linhas? _____
2. Desenhe abaixo exemplos de linhas que você já viu?
3. Existem linhas que não apresentam curvas, essas chamamos de segmentos de reta. Marque um X nas linhas abaixo que são formadas apenas por segmentos de retas?



Orientações ao professor para o primeiro conjunto de exercícios: Nesse primeiro momento o professor poderá dar exemplos de traços encontrados no dia a dia deles, e propor que encontrem na sala essas “linhas” que foram vistas na atividade, como forma de familiarizar ainda mais o aluno com o conteúdo, lembrando de mostrar também de forma prática a diferença entre “linhas com curvas” e segmentos de reta, podendo fazer o uso de uma lã para mostrar isso.

2º Momento

Material: Atividade abaixo (impressa ou escrita no quadro), lápis, borracha e régua.

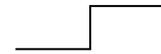
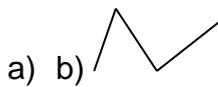
Tempo estimado: 20 minutos

Objetivo do segundo conjunto de exercícios: Levar os alunos a aprenderem o que é uma linha poligonal, de maneira que através das questões quatro e cinco

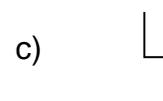
compreendam os elementos que a compõe, que são segmentos de retas consecutivos e não colineares, unindo-os na questão seis para formar o conceito de linha poligonal e, por fim, na atividade sete avaliar se o discente alcançou a aprendizagem proposta nesse conjunto.

Segue abaixo a atividade a ser aplicada:

4. Marque um X nos segmentos de reta abaixo que são consecutivos, ou seja, que segue um após o outro numa sequência.



5. Marque um X nos segmentos não colineares (são aqueles segmentos que não seguem na mesma reta).



6. Quando uma linha é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de linha poligonal. Portanto quais itens das questões 4 e 5 são linhas poligonais?
-

7. Desenhe linhas poligonais no espaço abaixo.

Orientações ao professor para o segundo conjunto de exercícios: Esse conjunto de exercícios introduz conceitos desconhecidos pelos alunos, então para facilitar a compreensão e aprendizagem dos discentes, o professor deverá explicar o que é uma sequência fazendo uso de elementos que existem na sala, como por exemplo: a ordem das cadeiras presentes na classe. Outro ponto a ser observado é

que o conceito de colinearidade é novo, então surgirão muitas dúvidas quanto ao mesmo. Dessa forma, o docente deverá, primeiramente, explicá-los que uma reta é composta por infinitos pontos na mesma direção e que por estarem organizados dessa forma são chamados de colineares, explicando-os também que quando existe uma mudança na direção são chamados de não colineares. Para exemplificar isso, o professor poderá mostrar as linhas formadas entre uma cerâmica e a outra. Na questão seis os dois conceitos serão unidos e o docente deverá reforçar da diferença que existe entre segmentos em sequência e segmentos colineares, lembrando-os que a primeira tem a ver com ordem e a segunda com direção.

3º Momento

Materiais: Atividade abaixo (impressa ou escrita no quadro), lápis e borracha

Tempo estimado: 10 minutos

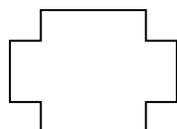
Objetivo do terceiro conjunto de exercícios: Levar os alunos a identificarem se uma linha poligonal é aberta ou fechada e também reforçar através da contagem que essas podem ser compostas por vários segmentos de reta.

Segue abaixo a atividade proposta:

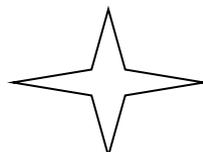
8. Uma linha poligonal pode ser aberta ou fechada. Quais linhas poligonais da questão 3, são abertas e quais são fechadas?

9. Quantos segmentos de reta possuem as linhas poligonais abaixo?

a) _____



b) _____



10. Para uma linha poligonal ser fechada ela precisa de no mínimo quantos segmentos de reta?

Orientações ao professor quanto ao terceiro conjunto de exercícios: Esse conjunto serve como forma de preparo para os alunos quanto ao conceito de polígono que será visto posteriormente. Portanto, na questão 8 o professor mostrará que existem dois tipos de linhas poligonais: abertas e fechadas. Já na questão 9, o docente deverá dar um enfoque nas fechadas, fazendo perguntas como: “essas linhas poligonais são abertas ou fechadas?” e reforçar ainda mais que as mesmas são formadas por segmentos de reta. Para finalizar, a questão 10 vem como forma de unir os conceitos vistos e levá-los a perceber que são necessários no mínimo 3 segmentos de reta para que ela venha a ser fechada.

4º Momento

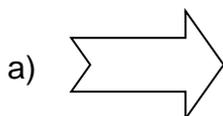
Materiais: Atividade abaixo (impressa ou escrita no quadro), lápis e borracha

Tempo estimado: 50 minutos

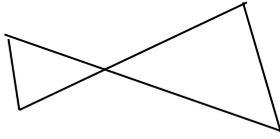
Objetivo do quarto conjunto de exercícios: Levar os alunos a aprenderem o que é um polígono e as características que uma linha poligonal precisa ter para ser considerada um.

Segue abaixo a atividade proposta:

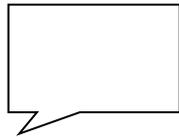
11. Cada segmento de reta possui dois extremos. Vamos adotar a seguinte regra: Cada segmento de reta só pode ser interceptado em seus extremos e essa interceptação deve ser feita por um outro extremo de outro segmento, ou seja, não pode haver cruzamentos. Portanto, qual das figuras abaixo, quebra essa regra?



b)

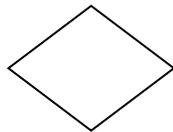


c)



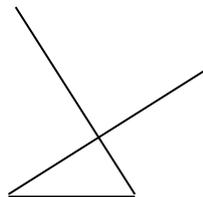
12. Você já ouviu falar em polígonos? _____ Se sim, você sabe o que é? _____ Para descobriremos, vamos brincar! Para iniciar, analise as figuras abaixo, você precisa treinar, e vamos ver como se sairá nas perguntas abaixo:

a)

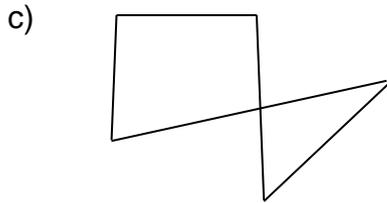


É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____

b)



É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____



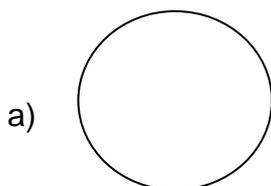
É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____

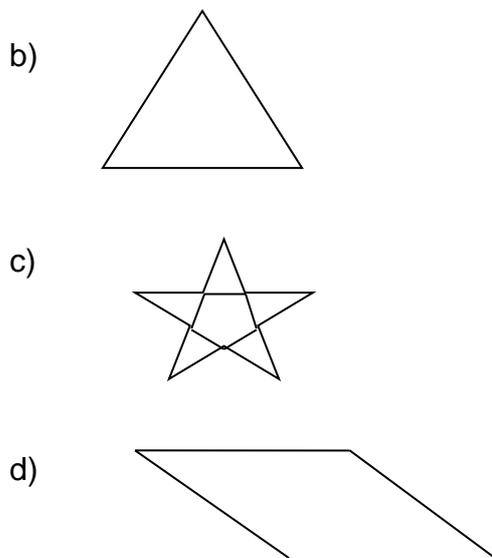
Foi difícil responder? _____ Se sim, o que você teve dificuldade?

E se eu te disser que polígono é uma linha poligonal fechada, onde cada segmento de reta se cruza apenas com um outro segmento e esse cruzamento é nos extremos. Qual das figuras acima é um polígono? Por que você chegou nessa conclusão?

13. Questão raio x:

Quais desses itens são polígonos e quais não são e porque você chegou a essa conclusão?





Orientações ao professor para o quarto conjunto de exercícios: Neste bloco começa a ser introduzido o conceito de polígono de maneira inversa, sendo feito da seguinte forma: primeiro compreende o conceito para depois descobrir o nome do que foi aprendido. Essa estratégia foi escolhida, pois ela faz com que o aluno construa seu conhecimento primeiro para depois “dar nomes”. Observe na questão onze que a proposta é que aluno compreenda “a regra”, sendo esta uma forma de fazer com que ele entenda de maneira implícita o que uma linha poligonal precisa ter para ser chamada de polígono, porém não se usa na questão o termo polígono. Por esse motivo, fala-se que a aprendizagem ocorre de maneira inversa (usa-se este termo, pois em grande parte dos casos o aluno conhece o nome do conceito para depois aprender o conceito). No exercício doze o conceito de polígono começa a ser introduzido, mas não de forma direta, é feita uma recapitulação do que o discente já aprendeu focando-se nos elementos necessários para formar um polígono, que são: ser uma linha poligonal fechada, e que cada segmento de reta só pode cruzar outro segmento em seu extremo, então apresenta-se três itens nos quais os alunos deverão observar se as figuras que estão apresentadas nestes são linhas poligonais fechadas e onde é feito o cruzamento dos segmentos de reta dessas figuras. Observe que de forma indireta o aluno já está analisando se aquela figura é ou não um polígono. Ao final da questão o professor revela para o aluno o que é um polígono e pede que ele observe quais das figuras que ele analisou atende aos

requisitos para ser considerada um, fazendo dessa maneira uma forma de perceber se o aluno compreendeu ou não.

A questão treze é chamada de “raio x”, que é um exercício final para observar se de fato o discente conseguiu construir o seu conhecimento do que vem a ser um polígono.

A intitulada “regra” da questão dez pode ser um pouco complexa inicialmente para o aluno entender, então uma sugestão para facilitar a compreensão é que o professor pode fazer o uso de pedaços de lã, onde cada pedaço representa segmentos de reta, e a intersecção ser representada por nós de um pedaço com o outro.

O professor apresenta os pedaços e mostra os extremos, explicando que a regra é que eles formem figuras, nas quais cada segmento só pode ser tocado em seus extremos por outro extremo, e dessa maneira eles entenderão, na prática, o que está sendo pedido.

3.1.3.4.1.1 Proposta de Oficina 2: Nomeando polígonos

Como o próprio nome já diz, o objetivo da oficina abaixo é levar os alunos a conhecerem os nomes dos polígonos e perceberem que seu nome tem a ver com a sua quantidade de lados. Essa oficina será dividida em dois momentos, que serão aplicados em duas aulas (sendo cada aula de 50min.).

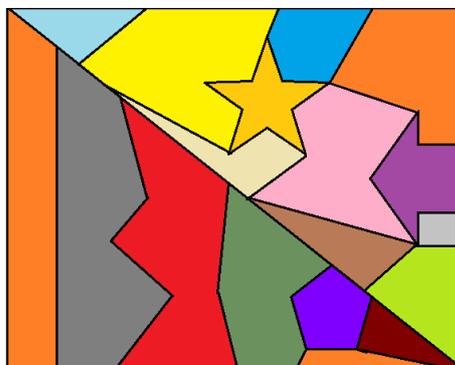
1º Momento

Materiais: Folha impressa com a imagem que será utilizada na atividade, tesoura, cola, cartolina, lápis, borracha e régua

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a se familiarizarem com os polígonos, levando-os a identificarem seus nomes de acordo com a sua quantidade de lados.

Essa proposta foi baseada em Casadei (2018a), no site Nova escola. A atividade propõe que os alunos recortem os polígonos da figura abaixo:

Figura 41: Mural de polígonos.

Fonte: Autoria própria²⁸.

Após recortarem, montem em suas cartolinas um quadro, como o seguinte:

Figura 42: Modelo de quadro.

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de vértices	Quantidades de polígonos da figura	Figuras Recortadas
Triângulo				
Quadrado				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octógono				
Eneágono				
Decágono				

Fonte: Autoria própria.

Após os alunos terem montado, o professor deverá conduzi-los a preenchê-la de maneira correta. Dessa maneira, os alunos estarão relacionando o polígono ao seu número de lados e vértices.

Orientações ao professor para o primeiro momento: Uma orientação é que o professor instrua os alunos a separar os polígonos de mesma quantidade de lados em conjunto, pois na construção da tabela, na última coluna, eles terão que colar cada conjunto de figuras em seu espaço correspondente. Portanto, a tabela deverá

²⁸ A figura se encontra no apêndice C para impressão.

ser feita num tamanho proporcional ao espaço que precisarão. Dúvidas como: “quantos lados possui um eneágono?” ou “E um decágono?” poderão surgir, por isso docente deverá sempre está servindo de auxílio nessa aprendizagem.

2º Momento

Materiais: Tesoura, cola, cartolina, lápis e borracha.

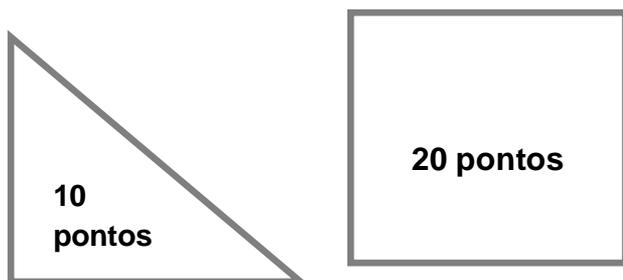
Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levá-los a combinar os polígonos para formarem novos polígonos e em seguida contar os lados para nomeá-los, lembrando que nesta o aluno começará a perceber que ele pode construir novos polígonos a partir de outros dos que ele já conhece.

Essa proposta foi baseada em Casadei (2018b), no site Nova escola, pelo plano de aula intitulado como “combinando polígonos para formar novos polígonos”. Portanto, segue abaixo a atividade:

Vamos formar novos polígonos?

Cada triângulo vale dez pontos e cada quadrado vinte pontos²⁹.



- Forme em sua cartolina um polígono que vale oitenta pontos, usando seis triângulos e um quadrado. Qual o nome do polígono encontrado?
- Usando as mesmas figuras que utilizou para construção no item a, construa um polígono de oito lados.

²⁹ As figuras dos triângulos e quadrados para impressão seguem no apêndice C.

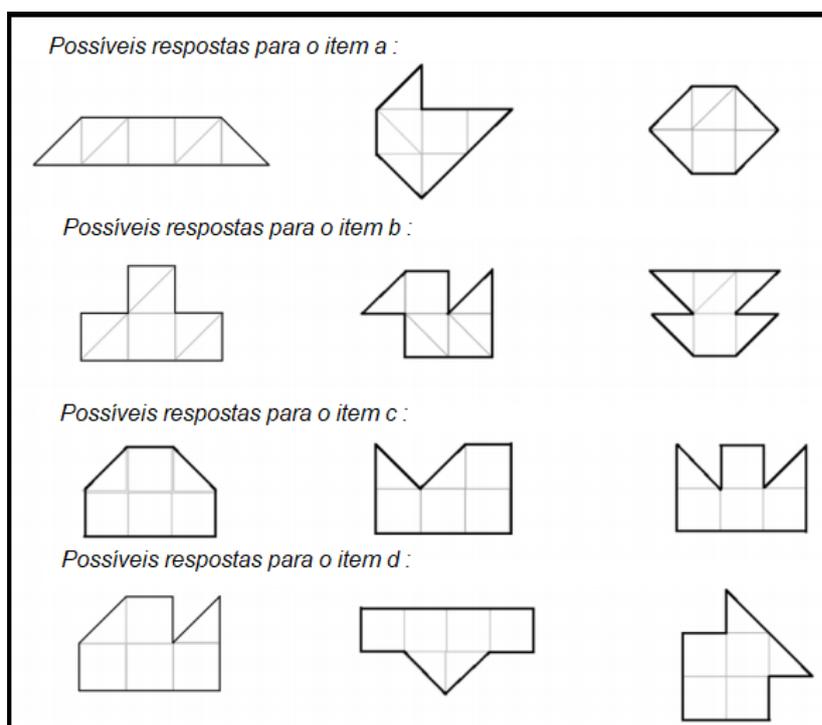
c) Forme em sua cartolina um polígono que vale cem pontos, usando dois triângulos e quatro quadrados.

d) Usando as figuras para construção no item c, construa polígonos de sete vértices e nomeie os polígonos encontrados.

Observação: As construções devem se dar na sua cartolina, na qual contornará a figura formada com os triângulos e quadrados

Orientações ao professor para o segundo momento:As figuras montadas pelos alunos poderão ser as seguintes:

Figura 43: Possíveis soluções.



Fonte: Imagem construída através de alterações realizadas no printscreen da página Plano de aula – Combinando polígonos para formar novos polígonos.

Dúvidas surgirão no decorrer da atividade e algumas destas poderão ser:

- Formam o polígono e tem dificuldade na contagem de lados contando, por exemplo, dois lados onde existe um só;
- Não perceber a relação entre o número de vértices e o de lados;

Nos seguintes casos, o professor deverá pedir que prestem mais atenção e solicitar que contem o número de vértices e lados de um polígono para que percebam a relação existente.

3.1.3.4.1.2 Proposta de Oficina 3: Comparando e Reconhecendo polígonos regulares

Materiais: Folha com os polígonos Compasso, transferidor, régua e tesoura

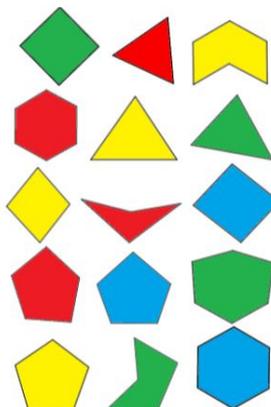
Tempo estimado: 1 hora e 40 minutos

Objetivo: Aguçar a percepção dos alunos, de maneira que os levem a fazer comparações entre os polígonos e então reconheçam os polígonos regulares.

O desenvolvimento dessa observação dos alunos é muito importante na construção do conhecimento dos mesmos, visto que existe uma grande diferença entre compreender um conteúdo transmitido pelo professor e construir o seu conhecimento, pois na primeira ele apenas assimila uma informação passada e em grande parte das vezes esquece o que aprendeu, já na segunda é bem difícil o aluno esquecer, pois foi ele mesmo que construiu

A atividade a seguir foi baseada na proposta dada por Casadei (2018c), no site Nova Escola³⁰, pelo plano de aula intitulado “reconhecendo os polígonos regulares”. Ela consiste em dividir a turma em grupos de até três alunos e entregá-los uma folha com os seguintes polígonos:

³⁰ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/400/reconhecendo-os-poligonos-regulares#atividade>. Acesso em 15 abr. 2020.

Figura 44: Polígonos.

Fonte: Print Screen da página Plano de aula – Reconhecendo polígonos regulares no site Nova escola³¹.

O docente deverá pedir que os alunos recortem da folha os polígonos e os agrupem de acordo com o maior número de características (lados, vértices e ângulos) em comum, usando os instrumentos de medida, objetivando, assim, que o discente perceba que existe um grupo de polígonos que possui lados e ângulos iguais. O professor como mediador entre o aluno e o conhecimento deverá estimulá-los no início com perguntas que os familiarizem com as figuras, tais questionamentos podem ser os seguintes:

- Você já consegue nomear os polígonos?
- Você já fez uso dos instrumentos de medida?
- Você observou alguma característica em comum entre eles?

Observe que cada pergunta direciona o discente a um objetivo específico; na primeira, ele é conduzido a contar a quantidade de lados; na segunda a medir os lados, ângulos e, dessa maneira, começar a observar semelhanças.

O agrupamento final obtido pelos alunos com as orientações do professor que serão vistas abaixo, deverá ser colado numa cartolina e exposto para os demais colegas de classe, explicando o motivo de ter escolhido.

³¹ Disponível em: <https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/JBZzCnZnzZdR9h9KPNZHN29fB3eVGVrmnUWy263cJYjgRZBsXw833rs4ymG2/ativaula-mat6-15geo03>. Acesso em 15 abr. 2020.

Orientações ao professor para condução dessa oficina: Os erros terão grande importância na construção da aprendizagem do discente, pois eles fazem parte do processo. Logo, abaixo veremos possíveis associações que os alunos farão e qual o papel do professor diante delas:

1. Agrupamento por cores

No primeiro momento, muitos alunos usarão as cores como forma de agrupamento, e nesse momento cabe ao professor questioná-los:

- Quais características em comum esses polígonos teriam se não possuíssem cor?
- Será que se usássemos as medidas dos lados e ângulos, não seria melhor?

2. Agrupamento por número de lados

Outra forma de agrupar seriam pelos lados, separando os grupos da seguinte maneira: Grupo de triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

Porém, esse tipo de organização não abrange as demais características, como: medidas dos ângulos e medida dos lados. Então nesse momento o professor como mediador pode lançar questionamentos, tais quais:

- Eu vi que você separou os polígonos pela quantidade de lados, mas você mediu os lados? E os ângulos?
- Consegue observar alguma característica que aparece regularmente em todos ou alguns dos polígonos analisados?

O professor deverá lembrar ao aluno que o agrupamento é pelas características gerais e que pode ser que alguns dos polígonos não façam parte do agrupamento por não se enquadrar nos devidos padrões encontrados. Essa observação do professor retirará do aluno a ideia de que todos tem que possuir as semelhanças em comum, mas que está buscando o maior número de características num determinado grupo.

3. Agrupamento por medida de lados

Como possivelmente o aluno já terá feito conjuntos por cores, por número de lados, então ele começará a fazer uso dos instrumentos de medida, e em grande parte dos casos ele começará a perceber que existem polígonos que tem lados iguais e polígonos com lados diferentes. Logo, o mesmo fará o agrupamento separando os tais conjuntos. Nesse momento o professor fará tais questionamentos:

- Estamos buscando o maior número possível de características em comum, certo? Onde existe mais semelhanças, no grupo de polígonos de lados iguais ou de lados diferentes?
- As diferenças são muitas, não seria melhor trabalhar com aspectos mais específicos como a semelhança de lados?

4. Agrupamento por medida de lados e ângulos

Como o aluno já estará com o grupo de polígonos de lados iguais, restará medir os ângulos, para então observar que existem um grupo de polígonos de lados e ângulos iguais. Mas para isso o professor instigará os alunos a continuar a observação dentro do grupo que encontrou, como tais perguntas:

- Você tem um grupo de polígonos de lados iguais, mas você já mediu os ângulos?
- Percebeu algo ao medir os ângulos?
- Agora que já mediu ângulos, existe mais alguma característica em comum entre alguns desses polígonos?

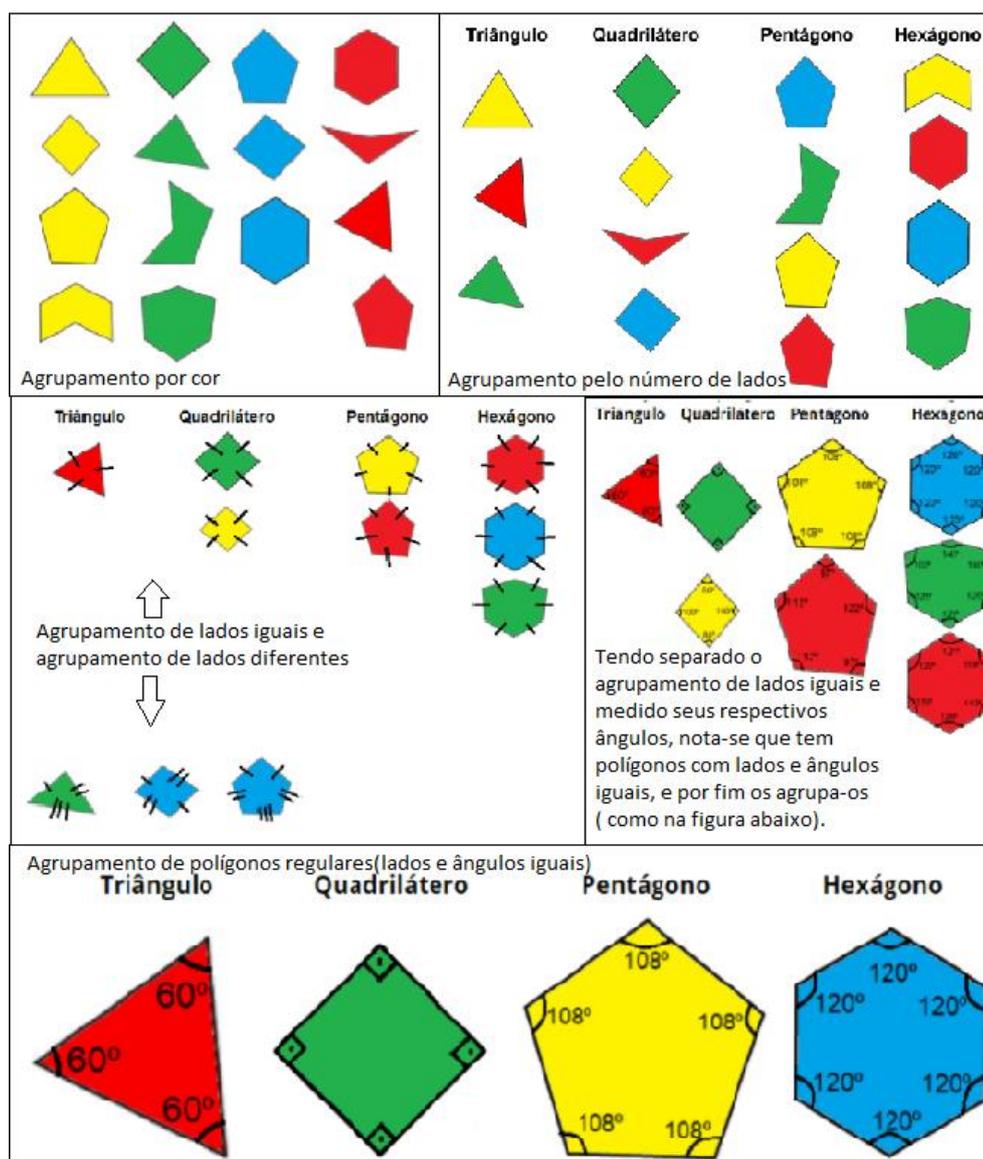
E então dessa maneira concluirão que existem polígonos com lados e ângulos iguais. Nesse momento o professor conceituará o que são polígonos regulares, explicando que são polígonos de características regulares, sendo estas lados e ângulos iguais.

É importante lembrar que os processos até encontrar o grupo de polígonos regulares podem não acontecer necessariamente nesta ordem, como por exemplo: pode ser que os alunos não façam o agrupamento por cores, e sim pelo número de lados. A ideia da proposta da oficina é que o professor oriente-os de forma que eles consigam chegar ao agrupamento final, mas a ordem pelo qual isso ocorrerá é variável, podendo ocorrer de o aluno criar um agrupamento que não foi apresentado

neste trabalho. O docente deve utilizar a mesma estratégia de retomar o que foi pedido da atividade com questionamentos a ponto de fazê-los pensar se o caminho que estão utilizando para realizar a tarefa é o correto.

A seguir será apresentada uma imagem que representa o processo da construção da aprendizagem através dos agrupamentos que vimos acima.

Figura 45: Representação dos agrupamentos.



Fonte: Colagem de fotos feita a partir dos printscreens de várias imagens encontradas na página Plano de aula – Reconhecendo polígonos regulares no site Nova escola³².

³² Disponível em: Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/400/reconhecendo-os-poligonos-regulares#atividade>. Acesso em 15 de abr. 2020.

3.1.3.4.2 Bloco 2: Oficinas de triângulos

3.1.3.4.2.1 Proposta de Oficina 1: Rigidez de um triângulo

Nesta proposta, o objetivo é levar os alunos a perceberem a importância do triângulo por ter sua estrutura rígida e para alcançar isso a oficina será separada em dois momentos, que poderão ser feitos em uma aula de 50 minutos.

1º Momento

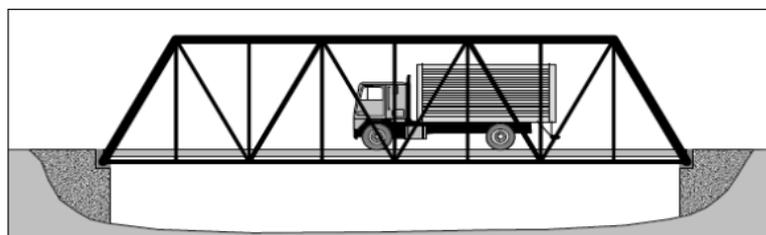
Material: Folha com um papel impresso com a imagem que será utilizada, lápis e borracha.

Tempo estimado: 10 minutos

Objetivo: Levar os alunos a refletirem o porquê de se usar triângulos na construção da ponte.

Inicialmente, o docente entregará os alunos uma folha com a seguinte imagem:

Figura 46: Ponte.



Fonte: Print Screen do documento “construindo uma ponte treliçada de palitos de picolé”³³.

O objetivo é introduzir o conteúdo de triângulo, partindo de objetos que eles já conhecem. O professor fará perguntas tais como:

- Qual o tipo de polígono que você observa nessa ponte?
- Porque você acha que esse polígono foi escolhido? Não poderia ser outro?

³³ Disponível em: <http://www.ufjf.br/lrm/files/2009/06/concurso-de-estruturas-apostila.pdf>. Acesso em 21 de abr. 2020.

Orientações ao professor para o 1º momento: O professor deverá observar as respostas dos alunos e deixá-los refletirem um tempo para então ir para o segundo momento.

2º Momento

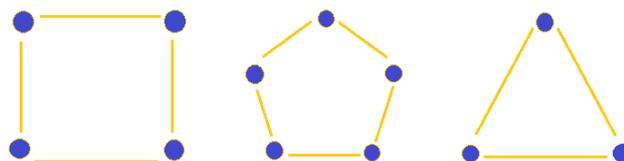
Material: Palito de churrasco, massa de modelar (ou bolinhas de isopor de 25mm);

Tempo estimado: 40 minutos

Objetivo: Levar os alunos de maneira prática a constatarem que o triângulo é uma figura rígida.

O professor deverá levar os alunos a construírem seguintes figuras abaixo (as bolinhas azuis representam a massa de modelar/bolinhas de isopor, e os segmentos de reta os palitos de churrasco):

Figura 47: Polígonos com palitos.



Fonte: Autoria própria.

Após terem construído cada um dos polígonos, o docente deverá questioná-los da seguinte maneira:

- Tente mudar a forma do quadrilátero (empurre um dos vértices). O que observou?
- Agora faça o mesmo com o pentágono. O que observou?
- E por fim, tente modificar a forma do triângulo. O que observou?
- Qual a diferença que você percebeu entre eles ao buscar alterar sua forma?
- Qual explicação você dar pôr o triângulo não alterar sua forma?

- Que tal, tornar o quadrilátero e o pentágono em uma figura rígida como o triângulo? O que você deverá fazer? Construa esse novo quadrilátero e o novo pentágono?
- Agora vamos voltar para o caso da ponte: Porque o triângulo foi escolhido para construir a ponte?

Dessa maneira, o aluno concluirá que o triângulo é uma figura rígida.

Orientações ao professor para o segundo momento: Na atividade, o professor deverá envolver todos os alunos de maneira a participem compartilhando suas opiniões acerca da experiência. Para facilitar a condução da oficina, o docente poderá dividir a classe em grupos de quatro ou cinco pessoas e fazer as perguntas para cada um individualmente e ao final levá-los a expor o que observou.

3.1.3.4.2.2 Proposta de Oficina 2: Classificando triângulos

Essa oficina foi baseada na proposta de Casadei (2018d), no site Nova escola, e tem como objetivo levar os alunos a classificarem os triângulos tanto quanto a medida dos lados, quanto a medida dos ângulos.

Ao chegar nessa oficina o aluno já terá compreendido a característica do triângulo quanto à sua rigidez.

1º momento

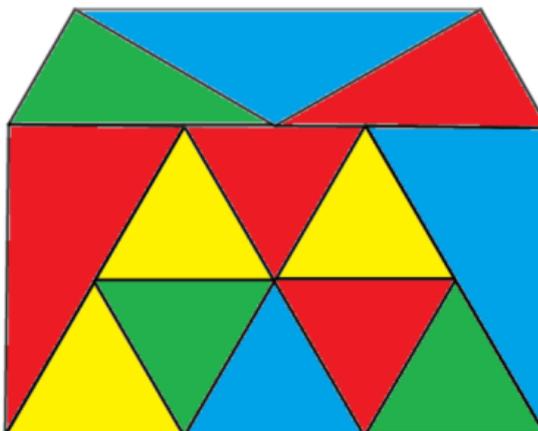
Materiais: Imagem da figura 34 impressa em uma folha, 3 folhas sulfites, réguas, tesouras e colas.

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a perceberem que existem 3 tipos de triângulos que são classificados de acordo com os seus lados

A oficina se inicia com o professor dividindo a sala em grupos e entregando a cada grupo três folhas sulfites limpas, além de uma outra folha com a seguinte imagem:

Figura 48: Triângulos.³⁴



Fonte: Print Screenda página “Plano de aula – Triângulos”, do site Nova.

O professor lançará a atividade de solicitar que os alunos separem os triângulos de acordo com o tamanho dos lados, mas, para isto, não podem falar quanto mede cada lado, em outras palavras, o docente estará direcionando-os a pensarem em como classificá-los de outra maneira, conduzindo-os a agruparem em triângulos de lados diferentes e de lados iguais. Cada grupo deverá ter ao menos três réguas.

O próximo passo é solicitar que os discentes recortem os triângulos da figura, para ajudar na visualização. Nesse momento, o professor também deverá entregar três folhas sulfites, além de propor que eles separem os três tipos de triângulos encontrados e cole em cada folha os agrupamentos de cada tipo.

Orientação ao professor para esse primeiro momento: O professor não deverá “dar a resposta” ao aluno pois a proposta é que eles aprendam ao final da oficina com suas próprias falhas. Nesse sentido, a condução que o docente deverá dar nesse momento é sempre lembrá-los que a régua é apenas um auxílio para saber se a figura tem lados diferentes ou iguais, mas não usar a medida exata da figura como critério de separação, pois, por exemplo: Os triângulos escalenos presentes na imagem são diferentes entre si, não possuem medidas exatas em comum, o que todos têm igual é o fato de terem lados diferentes.

³⁴ Disponível em anexo.

2º momento

Material: Imagem da figura 48 impressa em uma folha, 3 folhas sulfites, transferidor, tesoura e cola

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a perceberem que existem 3 tipos de triângulos que são classificados de acordo com os seus ângulos

Tendo concluído o passo anterior, o professor entregará novamente a imagem que foi dada no início da aula e agora solicitará que eles separem os triângulos de acordo com a medida dos ângulos. Os educandos deverão anotar a medida de cada ângulo nos triângulos para ajudá-los na separação. Para isso, cada grupo deverá ter pelo menos três transferidores.

Assim como anteriormente, eles deverão separar os triângulos em três tipos, sendo cada tipo recortado e colado nas três folhas que o professor entregará; o Objetivo é que os alunos encontrem uma lógica para separação dos triângulos.

Orientações ao professor para o segundo momento: Assim como no momento anterior, o professor deixará o aluno fazer as suas próprias separações, para que ao final aprenda com suas falhas e acertos. A instrução que o docente poderá dar é lembrá-los de fazer o uso do transferidor para medir os ângulos e caso ocorram dúvidas quanto à utilização deste instrumento de medida, explicá-los, dando exemplo de como se usa.

3º momento

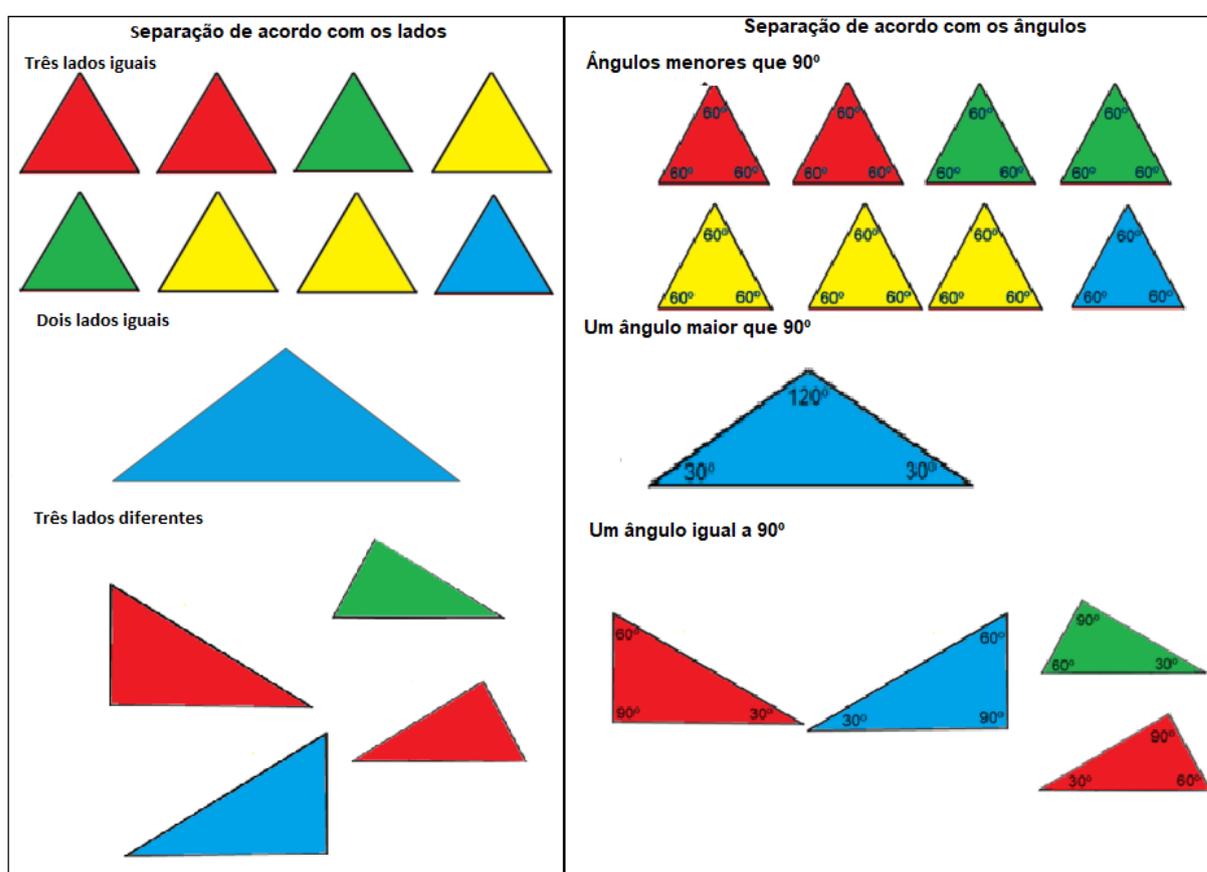
Material: Os materiais ficarão a escolha dos alunos, pois esse momento cada um apresentará sua atividade, por isso, verão que materiais pretendem usar para essa exposição.

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a analisarem as suas soluções e sistematizar as ideias.

Esse é o momento de o professor analisar as soluções encontradas pelos alunos. O docente deverá deixar que cada grupo exponha seus resultados. Como poderá existir diversos grupos que tenham feito soluções diferentes, o professor deverá unir os resultados encontrados pelos grupos para chegarem a um consenso, sem haver a necessidade de dizer ao aluno que está errado, e sim estimulá-los a chegar a uma resposta comum. Então o professor apresentará a solução do exercício:

Figura 49: Organização dos triângulos.



Fonte: Colagem de printscreens da página "Plano de aula – Triângulos", no site Nova escola.

Tendo analisado as soluções e os alunos compreendido o porquê da solução, o docente nomeará os tipos de triângulos, explicando que eles são nomeados da seguinte maneira:

-De acordo com os lados

- Três lados iguais: Equilátero;

- Dois lados iguais: Isósceles;
- Três lados diferentes: Escaleno.

- De acordo com os ângulos

- Ângulos internos menores que 90° (agudos): Acutângulo;
- Um ângulo interno maior que 90° (obtusos): Obtusângulo;
- Um ângulo interno igual a 90° (reto): Retângulo.

Como será uma nomenclatura nova para os estudantes, talvez tenham um pouco de dificuldade de lembrar os nomes, por isso faz-se necessário uma atividade para que eles possam fixá-los melhor. Essa atividade virá neste bloco como proposta de oficina 4, na qual o discente fará uso dos conhecimentos adquiridos através das oficinas anteriores para respondê-la.

Orientações ao professor para o terceiro momento: Algumas soluções encontradas pelos alunos poderão ser:

- Separar os triângulos em lados pequenos, médios e grandes

Nesse caso, o professor poderá explicá-los que o tamanho é relativo, e um bom exemplo seria explicar que: Um cachorro comparado a um rato é grande, porém comparado a um leão é pequeno.

- Separar os triângulos em ângulos iguais e diferentes

Nesse segundo caso, o primeiro ponto que o professor poderá apontar é que foram distribuídas três folhas para a separação dos triângulos de acordo com os ângulos, logo, deveria existir algo a mais do que apenas ângulos iguais e diferentes. E em seguida levá-los a perceber que a separação apresentada pelo professor é mais completa.

3.1.3.4.2.3 Proposta de Oficina 3: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Ela foi baseada na proposta de Leroy (2010, p.36-37) e leva os alunos de forma prática a aprender essa característica tão importante.

Materiais: Folha sulfite, régua e lápis

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Essa oficina tem como proposta apresentar uma nova característica dos triângulos, que é a de compreenderem através de dobraduras que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

A realização da atividade será dividida em um passo a passo:

1º passo: Solicite que os discentes construam um triângulo qualquer em uma folha sulfite, desenhe seus ângulos e nomeie os vértices de A, B e C. Lembrando que se um desses ângulos for obtuso, peça que os alunos nomeiem o vértice desse ângulo de A;

2º passo: Peça que eles tracem a altura do triângulo em relação ao vértice A, e nomeie o ponto de intersecção entre a altura e a reta oposta ao vértice A, chamando-o de O;

3º passo: Leve-os a dobrar o triângulo, fazendo com que essa dobradura coincida o ponto A com o O;

4º passo: Solicite novamente que dobrem o triângulo, levando dessa vez o ponto B a coincidir com o ponto O;

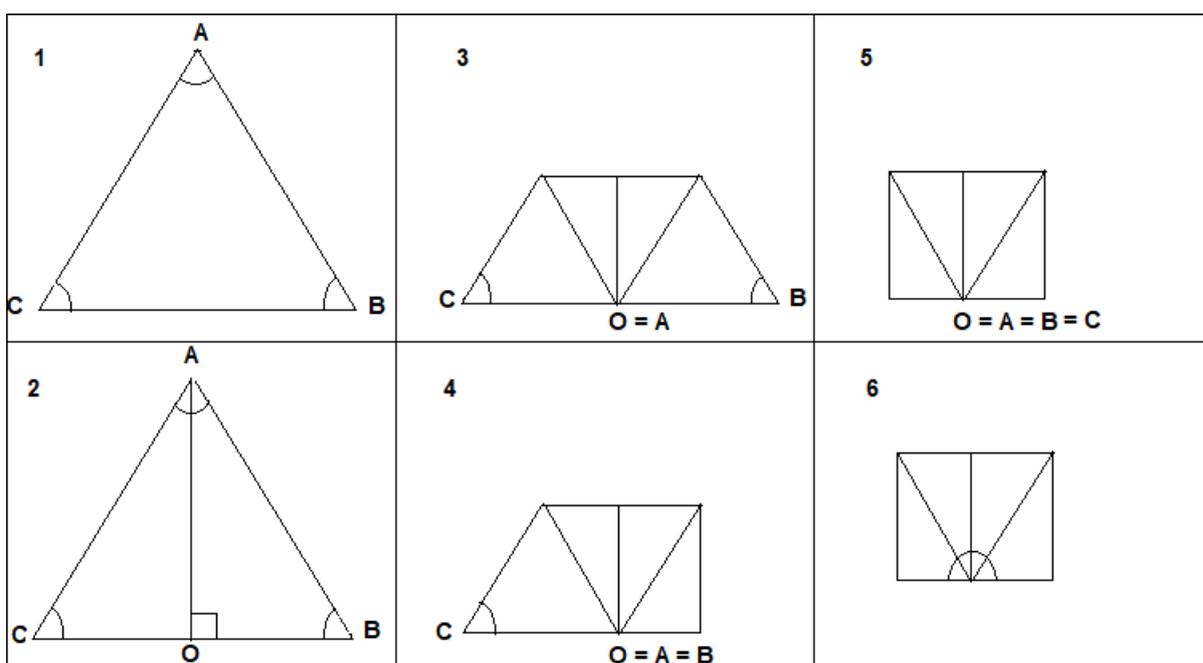
5º passo: Por fim, peça que dobrem o triângulo, levando o ponto C a coincidir com o ponto O.

6º passo: Faça perguntas que os levem a concluir por si mesmos que a soma dos ângulos é 180° . Essas perguntas podem ser as seguintes

- Você notou que os ângulos do triângulo ficaram juntos?
- Essa forma encontrada pela junção deles, faz você lembrar de algum tipo de ângulo?
- Qual a forma de um ângulo raso?

Fazendo perguntas assim, será possível levá-los a perceber que a junção dos ângulos forma um ângulo raso, e então concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Segue abaixo uma figura que ilustra o passo a passo que vimos acima:

Figura 50: Soma dos ângulos internos através de dobraduras.



Fonte: Autoria própria.

Orientações ao professor para a condução dessa oficina: Essa oficina vem com uma proposta de mostrar de forma concreta que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Poderão surgir dificuldades na construção da altura do triângulo e o docente terá papel fundamental em auxiliá-los. Outra dificuldade que poderá surgir é dos docentes lembrarem que um ângulo raso mede 180° . Caso isso ocorra, o professor irá solicitar que os alunos meçam os ângulos dos triângulos com o transferidor e os some, e, após constatarem que a soma foi 180° , lembrá-los que esse ângulo chama-se raso.

3.1.3.4.2.4 Proposta de Oficina 4: Aplicando conhecimentos adquiridos

Material: Folha impressa com a atividade, lápis e borracha.

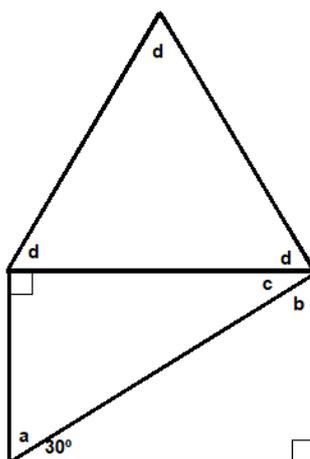
Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a aplicarem os conhecimentos adquiridos quanto à classificação dos triângulos de acordo com os lados e ângulos, e usar a informação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° para descobrir novos ângulos apresentados na figura.

Segue abaixo a proposta de oficina fazendo uso da atividade abaixo:

Observe a figura e responda os itens abaixo:

Figura 51: Figura geométrica.



Fonte: Autoria própria.

- Classifique os triângulos encontrados na figura, quanto aos lados e aos ângulos.
- Determine a medida dos ângulos \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} e \hat{d} .

Orientações ao professor para a condução dessa oficina: Será apresentado abaixo o objetivo de cada item da atividade e em seguida sugestões de como o docente proceder diante de cada um destes.

No item *a* o objetivo é fazer com que o aluno aplique o conhecimento adquirido a respeito da nomenclatura dos tipos de triângulo quanto à medida dos

lados e dos ângulos. Portanto, neste caso, o docente poderá fazer questionamentos para auxiliá-los caso apresentem dificuldades:

- Quais são os tipos de triângulos que vimos anteriormente?
- Quais características cada um apresentava?

Neste item *b* o objetivo é que o aluno aplique o conhecimento da soma dos ângulos internos para descobrir novos ângulos. Nessa questão pode ser que muitos alunos tenham dificuldade e o professor poderá fazer questionamentos que os estimulem a pensar:

- A soma dos ângulos internos de um triângulo é quanto?
- Você sabe que no triângulo retângulo da figura tem um ângulo de 30° e 90° , se a soma dos ângulos é 180° , quanto é o ângulo \hat{b} ?
- Qual a medida dos quatro ângulos do retângulo?
- Sabendo que as medidas dos ângulos do retângulo é 90° , quanto vale \hat{a} e \hat{c} ?
- O triângulo equilátero que você encontrou no item a, tem os lados iguais. Ele é acutângulo? Se sim, qual a medida de seus ângulos?

Dessa maneira, o aluno, além de obter o conhecimento sobre as características do triângulo, poderá aplicá-lo e o professor avaliará as possíveis dificuldades que esse discente terá.

3.1.3.4.3 Bloco 3: Oficinas de quadriláteros

3.1.3.4.3.1 Proposta de oficina 1: Retomando conceitos

Essa proposta será dividida em dois momentos, os quais contabilizarão o tempo de uma aula de 50 minutos e serão distribuídos como segue abaixo:

1º Momento

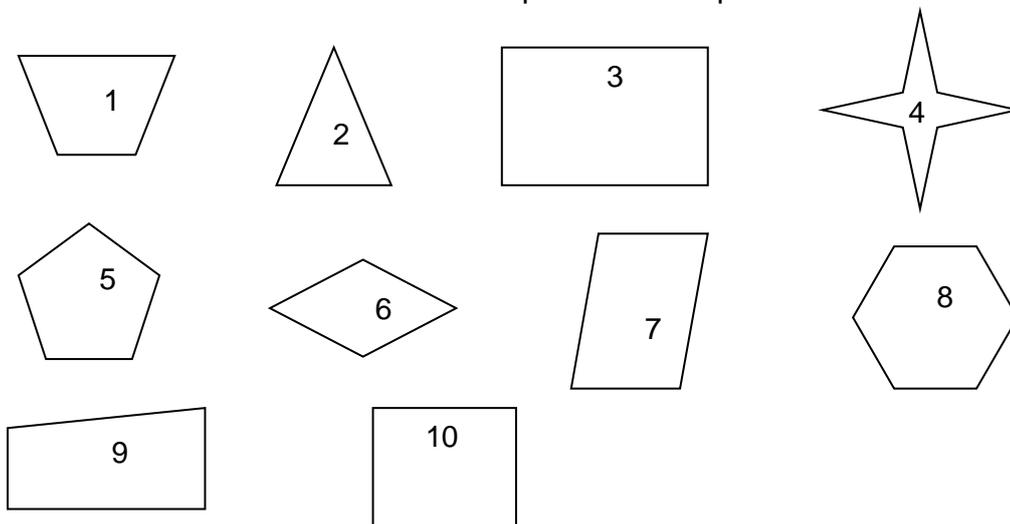
Tempo estimado: 15 minutos

Materiais: Folha impressa com as figuras abaixo, tesoura, cola, lápis e borracha

Objetivo: Fazer com que os alunos identifiquem os quadriláteros como um todo, buscando retomar o conteúdo.

Para esse momento a atividade aplicada é a seguinte:

1. Recorte e cole no seu caderno os quadriláteros que você encontrar abaixo.



2. Quais figuras você identificou na questão 1? Porque você escolheu essas figuras?

Orientações ao professor para o 1º momento: O professor poderá incentivá-los com perguntas como:

- Você já viu um quadrilátero?
- Aqui na sala você observa algum objeto em forma quadricular?
- Qual objeto da sala você identificou com quadrilátero?
- O que uma figura precisa ter para ser considerada um quadrilátero?

2º Momento

Tempo estimado: 35 minutos

Materiais: Folha impressa com a atividade³⁵ abaixo(ou o professor pode escrever ao quadro a atividade, porém o tempo estimado irá aumentar), lápis e borracha.

³⁵ Disponível no apêndice D para impressão.

Objetivo: Levar os alunos a identificar retas paralelas nas figuras e par de ângulos iguais. Esse conjunto de atividades servirá para retomar conceitos vistos que servirão de base para o conteúdo a seguir. As perguntas foram escritas de maneira clara e objetiva para facilitar a compreensão dos aprendizes.

Para esse momento a atividade aplicada segue abaixo:

1. Responda os itens abaixo.

a) As retas da figura abaixo se cruzam? A distância entre uma reta e a outra é sempre a mesma em todos os pontos?

b)

Figura 52: Retas.



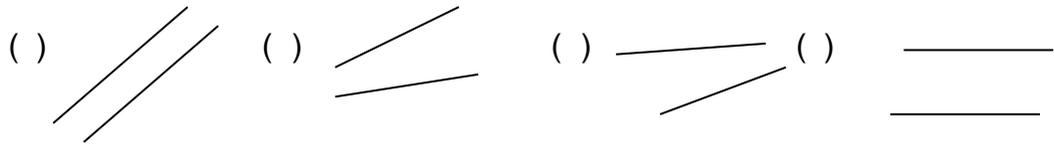
Fonte: Autoria própria.

c) A reta é formada por um conjunto infinito de pontos colineares. Estenda as retas do item “a” e responda se elas se cruzam. Desenhe isso no espaço abaixo.



d) Duas retas são chamadas paralelas se elas nunca se cruzarem, pois, a distância entre elas é sempre a mesma em qualquer ponto da reta. Marque um x nos pares de retas abaixo que é paralelo.

Dica: Estenda as retas (pois elas são infinitas) e observe se em algum ponto elas irão se cruzar, observando também se a distância entre elas é sempre a mesma.



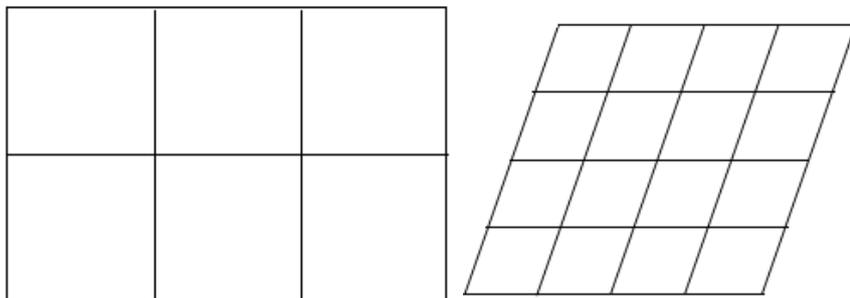
Porque você escolheu esses pares de reta?

- e) Identifique na questão 1 as figuras que possuem pares de retas paralelas e desenhe no espaço abaixo os pares.



2. Responda os itens abaixo.

- a) Pinte da mesma cor os ângulos com a mesma medida.



- b) Você observou algo nesses ângulos? Percebeu algum padrão?

Orientações ao professor para o 2º momento: O acompanhamento do professor é de extrema importância. Na questão 3, o professor deverá levar os alunos a

observarem que em retas paralelas a distância entre elas sempre será a mesma, régua servirão de auxílio para os alunos. Outro ponto a ser observado nessa questão é a necessidade de reforçar a ideia da “extensão da reta”, levando-os a perceber que a reta é um conjunto infinito de pontos colineares, e o professor poderá dar um exemplo na lousa de como estender uma reta, de maneira que facilite o aprendizado do aluno. Na questão 4, o docente deve levar os alunos a usarem o transferidor para medir os ângulos e observarem os ângulos congruentes

3.1.3.4.3.2 Proposta de Oficina 2: Conhecendo o trapézio e suas características

Essa oficina será dividida em dois momentos para facilitar a aprendizagem dos discentes. Para aplicá-la serão necessárias duas aulas, levando em consideração que uma aula possui 50 minutos.

1º Momento

Materiais: Folha impressa com a atividade abaixo, régua, esquadro, transferidor, lápis e borracha

Tempo estimado: 30 minutos

Objetivo: Levar os alunos a compreenderem o que é e como é formado um trapézio.

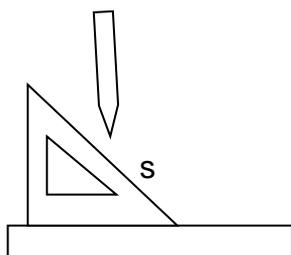
Segue abaixo a atividade proposta para esse 1º momento:

1. Para esta atividade será utilizada régua e esquadro:

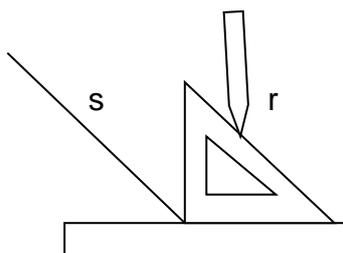
- Trace uma reta s e marque sobre ela os pontos A e B;

- Fazendo o uso da régua e do esquadro trace uma reta r , paralela à reta s , e marque sobre ela os pontos C e D, de maneira que a distância entre C e D seja diferente da distância entre A e B.

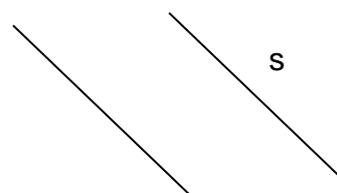
Dica: Para traçar a reta paralela, observe o passo a passo.



Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a régua e trace a reta r .
 trace a reta s .



Mantendo a régua fixa, deslize o esquadro e trace a reta r .



Retas paralelas

- Construa um polígono com os vértices A, B, C e D.

Responda os itens abaixo:

- Quantos pares de retas paralelas possuem o polígono que você desenhou?
- Usando o transferidor, meça a medida dos ângulos. Possui algo em comum?
- O polígono que você desenhou chama-se trapézio. O que uma figura precisa ter para ser um trapézio, de acordo com o que você construiu até agora?

Orientações ao professor para esse 1º momento: Na construção das retas paralelas, o docente deverá auxiliar os alunos. A resolução da questão 8 é um apanhado das construções desse conjunto de exercícios. Para direcioná-los, questionamentos são necessários, segue exemplos de alguns:

- O que você precisou construir para montar um trapézio?
- Ele possui quantos lados? E ângulos?
- Quantos pares de retas paralelas existem?

O professor deverá observar as dificuldades dos discentes e a partir delas, levantar perguntas que os façam refletir.

2º Momento

Materiais: Folha impressa³⁶ com os triângulos da figura 39, folha impressa com as perguntas, cartolina, cola, tesoura, transferidor, régua, lápis e borracha

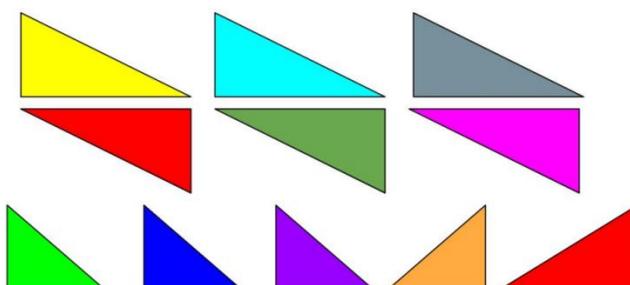
Tempo estimado: 1 hora e 10 minutos

Objetivo: Fazer com que os alunos conheçam os tipos de trapézio existentes, reconhecendo as características de cada um deles.

Esta proposta foi baseada em Casadei (2018e), do site Nova escola. A proposta é que o professor solicite a seguinte:

1. Recorte os triângulos abaixo e construa trapézios através dessa junção, em seguida cole na cartolina os trapézios que construiu

Figura 53: Triângulos disposto para montagem.



Fonte: Print screen da figura do plano de aula – Desenvolvendo os conceitos sobre trapézio³⁷.

Após essa construção o docente entregará uma folha as seguintes perguntas:

- a) Observe os triângulos que seus colegas construíram, eles são iguais ao que você construiu?
- b) Quantos triângulos no mínimo são necessários para construir um trapézio?
- c) O que uma figura precisa possuir para ser considerada um trapézio?
- d) Quantos pares de lados paralelos cada figura possui?
- e) Os trapézios são divididos em três tipos:
 - Trapézios com todos os lados diferentes são chamados de escalenos;

³⁶ Disponível para impressão em anexo.

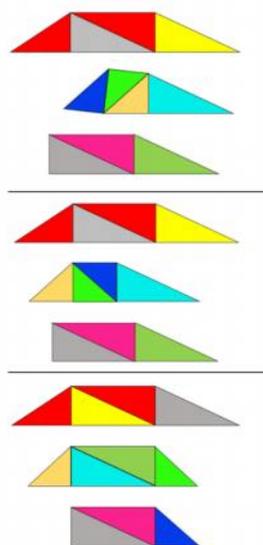
³⁷ Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1141/desenvolvendo-os-conceitos-sobre-trapezios>. Acesso em 30 abr. 2020.

- Trapézios em que os dois lados que não são paralelos têm a mesma medida são chamados de isósceles;
- Trapézios que tem dois ângulos retos, são chamados de retângulos.

Classifique os trapézios que você construiu em escaleno, isósceles ou retângulo.

Orientações ao professor para o 2º momento: A estratégia de ensino é solicitar que os alunos construam trapézios com os triângulos existentes, fazendo com que, dessa maneira, os alunos ponham em prática os conhecimentos adquiridos no momento anterior. Feita essa construção, serão realizadas perguntas que os levem a observar melhor os critérios que utilizaram para construir, bem como também os levarão a perceber que existem diversos tipos de trapézio, e que cada um deles recebe um nome de acordo com sua especialidade. Algumas possíveis soluções encontradas pelos alunos nessa questão são:

Figura 54: Possíveis construções dos alunos.



Fonte: Print screen da figura do plano de aula – Desenvolvendo os conceitos sobre trapézio.

O professor deverá observar que nos três primeiros casos de combinações a segunda não é um trapézio e sim um pentágono, e reforçar ainda mais que para

uma figura ser considerada um trapézio ela deve possuir um par de retas paralelas e nessa construção não se obtém isto. Poderão surgir demais erros, cabendo ao docente retomar os conceitos. Ademais, através dos demais casos, levá-los no item “e” a reconhecer qual nome recebe cada um dos trapézios

3.1.3.4.3.3 Proposta de Oficina 3: Conhecendo o paralelogramo e suas características

Materiais: Folha impressa com a atividade³⁸, lápis e borracha.

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a conhecerem os critérios que um polígono deve atender para ser considerado um paralelogramo.

A atividade a ser aplicada foi construída para que o aluno venha compreender o que é um paralelogramo de forma gradual, portanto, segue abaixo os exercícios:

1. Observe a figura abaixo e responda os itens a seguir:



- a) Você já viu essa figura em algum lugar? Se sim, onde?
- b) Quantos lados e ângulos essa figura possui?
- c) Existem lados com mesma medida? Se sim, quais?
- d) Existem pares de lados paralelos? Se sim, quantos e quais?
- e) Os ângulos opostos possuem algo em comum?
- f) Ao somar os ângulos do mesmo lado, o que você observa?

³⁸ Disponível no apêndice D.

2. A figura que você viu na questão 1 chama-se paralelogramo. Anote abaixo características que você observou nela.

Quantidade de lados = _____

Quantidade de ângulos = _____

Pares de lados paralelos = _____

Os lados paralelos possuem a mesma medida? _____

Ângulos Opostos = _____

Soma dos ângulos do mesmo lado = _____

Portanto uma figura para ser um paralelogramo precisa ter essas características que você anotou acima!

3. Se você pudesse desenhar outra figura que possui dois pares de lados paralelos, no qual cada par possua medidas iguais, como você desenharia? Desenhe três figuras diferentes com essas características.

Orientações ao professor para essa proposta de oficina: A questão 1 busca familiarizar o aluno com a figura; leva-o a observar de forma mais atenta os elementos que a mesma possui, inicialmente com uma observação de características gerais como quantidade de lados e ângulos, e, mais à frente, as características específicas quanto ao comportamento dos elementos. As perguntas foram escritas de forma clara e objetiva para facilitarem a compreensão dos discentes. Poderão surgir dúvidas quanto ao paralelismo de lados e o conceito de ângulos opostos. Neste caso, o docente poderá retomar os conceitos vistos no segundo momento da primeira oficina de quadriláteros. A questão 2 vem como uma forma de sintetizar o que foi visto na 1, de maneira que fique mais organizado mentalmente para o aluno o que ele aprendeu. Já a 3 surge como uma forma de levar o aluno a praticar o conteúdo que ele compreendeu, levando-o a construir outros tipos de paralelogramo com as características q foram anotadas por ele na questão 2. Essa atividade requer do professor um papel de “condução”, levando o

aluno, através de questionamentos, a construir o polígono desejado. Perguntas como:

- Quantos pares de retas paralelas são necessários para construir um paralelogramo?
- Você já traçou esses pares? Que tal mudar a posição dos pares de retas paralelas? Você não precisa desenhar na mesma posição da figura da questão um!”
- Você já tentou alterar o tamanho dos pares?

Dessa maneira, o professor estará levantando para o aluno alternativas de construção. A proposta nesse momento não é falar para os mesmos os tipos de paralelogramos existentes, mas sim dizer que existem várias formas de se desenhar um. O detalhamento de cada tipo virá nas próximas oficinas.

3.1.3.4.3.4 Proposta de Oficina 4: Diferenças entre trapézio e paralelogramo

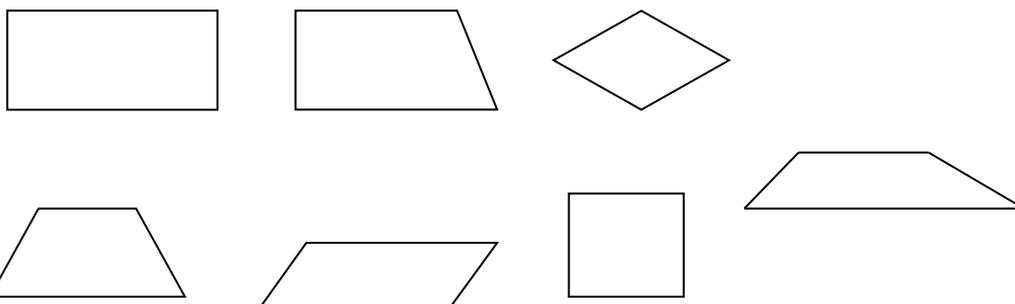
Materiais: Folha impressa com a atividade³⁹, lápis e borracha.

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a perceberem as principais diferenças entre trapézios e paralelogramos e sintetizar essa diferença de forma que fique claro para eles que características cada um possui em específico.

Segue abaixo o exercício proposto:

1. Marque um x nos paralelogramos e circule os trapézios.



³⁹ Disponível para impressão no apêndice D.

2. Vamos sintetizar as ideias? Anote abaixo as características gerais do trapézio e do paralelogramo.

-Trapézio

Quantidade de lados: _____

Quantidade de ângulos: _____

Quantidade de pares de retas paralelas: _____

A medida dos lados paralelos é a mesma? _____

- Paralelogramo

Quantidade de lados: _____

Quantidade de ângulos: _____

Quantidade de pares de retas paralelas: _____

A medida dos lados paralelos é a mesma? _____

Quais as principais diferenças entre eles?

Orientações ao professor para essa proposta de oficina: Para que o aluno responda à questão 1 o professor deverá estimulá-lo com perguntas que os façam lembrar das características, tais como:

- As figuras possuem lados paralelos?
- Quantos pares de lados paralelos possuem cada figura?
- Os pares de lados possuem medidas iguais?
- O que uma figura precisa ter para ser considerada um trapézio? E um paralelogramo?

Já na questão 2 é o momento de o professor auxiliá-los na sintetização.

3.1.3.4.3.5 Proposta de Oficina 5: Conhecendo os tipos de paralelogramos, e a intersecção de classes entre eles

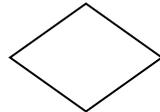
Materiais: Lápis, borracha, folha impressa com uma malha quadriculada⁴⁰, e outra impressa com o exercício abaixo⁴¹.

Objetivo: Levar os alunos a conhecerem os diversos tipos de paralelogramos e suas características, assim como também direcioná-los a reconhecerem a intersecção de conceitos entre eles.

Segue abaixo os exercícios que irão compor essa oficina:

1. Como foi visto, existem vários tipos de paralelogramos, esses possuem características especiais e vamos conhecê-los! Em seguida responda os itens abaixo:

Quadro 11: Paralelogramos.

Retângulo	Losango	Quadrado
		
Sua característica especial é que possui os quatro ângulos internos medindo 90°	Sua característica especial é que possui os quatro lados com a mesma medida	Sua característica é que possui os quatro lados de mesma medida e os quatro ângulos internos medindo 90°

Fonte: Autoria própria.

- a) Quantos lados possuem?
- b) Todos possuem pares de lados paralelos? Se sim, quantos pares cada um possui?
- c) As retas do par paralelo têm a mesma medida?
- d) Os ângulos opostos são iguais?
- e) Mesmo tendo formatos diferentes, porque todos são paralelogramos?
- f) O que losango tem em comum com o quadrado?

⁴⁰ Disponível para impressão em anexo.

⁴¹ Disponível para impressão no apêndice D.

- g) Se um losango é um tipo de paralelogramo que possui todos os lados iguais, e o quadrado também possui essa característica, é correto afirmar que o quadrado é um losango? Justifique sua resposta.
- h) O que uma figura precisa para ser um quadrado? Todo losango é um quadrado?
- i) O que o retângulo e o quadrado possuem em comum?
- j) “O correto seria: “Todo retângulo é um quadrado” ou “Todo quadrado é um retângulo”? Porque você escolheu essa opção?

2. Desenhe em uma folha quadriculada as figuras pedidas:

- a) Um losango que não seja um quadrado;
- b) Um losango que seja um quadrado;
- c) Um retângulo que não seja quadrado;
- d) Um retângulo que seja quadrado.

Orientações ao professor para essa oficina: Através da questão 1 o professor apresentará os tipos de paralelogramo existentes e levará os alunos a se familiarizarem com os mesmos, fazendo perguntas sobre lados e ângulos, porém a partir do item “f” o objetivo será levar os alunos a observarem que “todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado”, bem como que “todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado”. Para alcançar esse objetivo, as perguntas serão direcionadas a levá-los a observar as semelhanças e diferenças entre eles. Abaixo serão apresentados os itens com perguntas com esse objetivo e como o professor proceder diante das mesmas:

Item f -O que o losango tem em comum com o quadrado?

Neste item o professor os levará a ler o conceito de losango e o de quadrado e direcioná-los a observar a semelhança existente.

Item g - Se um losango é um tipo de paralelogramo que possui todos os lados iguais, e o quadrado também possui essa característica, é correto afirmar que o quadrado é um losango? Justifique sua resposta.

O professor poderá levá-los a pensar da seguinte maneira:

- O que um polígono precisa ter para ser um losango?”
- O quadrado é um polígono”?
- O quadrado tem as características precisas para ser considerado um losango?”

Item h - O que uma figura precisa para ser um quadrado? Todo losango é um quadrado?

As perguntas que o professor poderá fazer para conduzi-los são:

- Você já anotou o que uma figura precisa ter para ser um quadrado?
- Qual a diferença entre o losango e o quadrado?
- Os ângulos de todos os losangos medem 90° ?
- Existe algum losango com ângulos medindo 90° ?
- Um losango com ângulos medindo 90° poderia ser considerado um quadrado?
- Todo losango tem todas as características precisas para ser considerado um quadrado?

Item i - O que o retângulo e o quadrado possuem em comum?

Perguntas que os ajudariam a conduzi-los são:

- Olhando o quadro dos conceitos, qual a semelhança entre esses dois polígonos?

Item j - O correto seria: “Todo retângulo é um quadrado” ou “O quadrado é um retângulo”? Porque você escolheu essa opção?

Questionamentos que o docente poderá fazer são:

- Você já analisou as duas frases individualmente?
- O que um polígono precisa ter para ser considerado um retângulo?
- O quadrado atende a característica q o retângulo pede?
- (...) então um quadrado é um retângulo?
- O que um polígono precisa para ser considerado um quadrado?

-Todo retângulo atende a essas características?

A questão 2 serve para reforçar o conteúdo visto na questão 1. No item “a” é pedido que se desenhe um losango que não seja um quadrado, reforçando o que foi aprendido de que nem todo losango é um quadrado, e no item “b” um que seja um quadrado. Para a resolução destas as perguntas que o professor poderá fazer são:

- O que um losango precisa ter para ser um quadrado?
- O que difere os dois?

Nos itens “c” e “d” é pedido que se desenhe um retângulo que não é um quadrado e um que é. Além disso, pergunta que pode ser feita para o aluno, assim como as duas acima, é sobre o que difere esses dois polígonos.

3.1.3.4.3.6 Proposta de Oficina 6: Visualizando a intersecção de classe entre os paralelogramos e trapézios

Materiais: Papel com a figura e nomes dos quadriláteros⁴², tesoura e cola.

Tempo estimado: 30 minutos

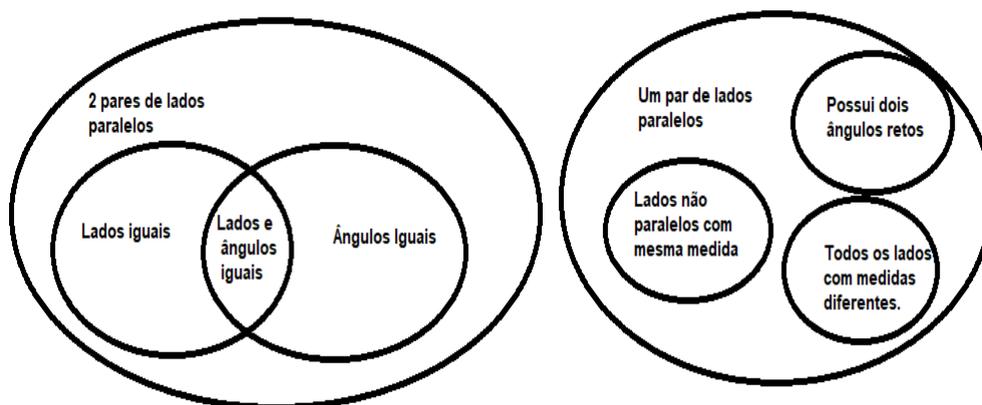
Objetivo: Levar os alunos a sintetizarem através da visualização a intersecção entre as classes dos paralelogramos e a dos trapézios

Essa atividade foi baseada na proposta de Amâncio (2013, p. 42) e Da Silva e Mioli (2013, p.18), a qual ocorrerá da seguinte maneira:

O professor entregará aos alunos uma folha impressa com a imagem abaixo:

⁴² Disponível para impressão no apêndice D.

Figura 55: Conjuntos.



Fonte: Autoria própria.

E em seguida deve ser entregue outra folha contendo os nomes dos quadriláteros:

- Quadrado;
- Trapézio isósceles;
- Paralelogramo;
- Trapézio;
- Losango;
- Trapézio escaleno;
- Retângulo;
- Trapézio retângulo.

A atividade deverá funcionar da seguinte maneira: Os alunos deverão associar as características contidas no conjunto encontrado na imagem aos quadriláteros correspondentes. Ao fazer a associação, recortarão e colarão o nome do quadrilátero no seu devido espaço.

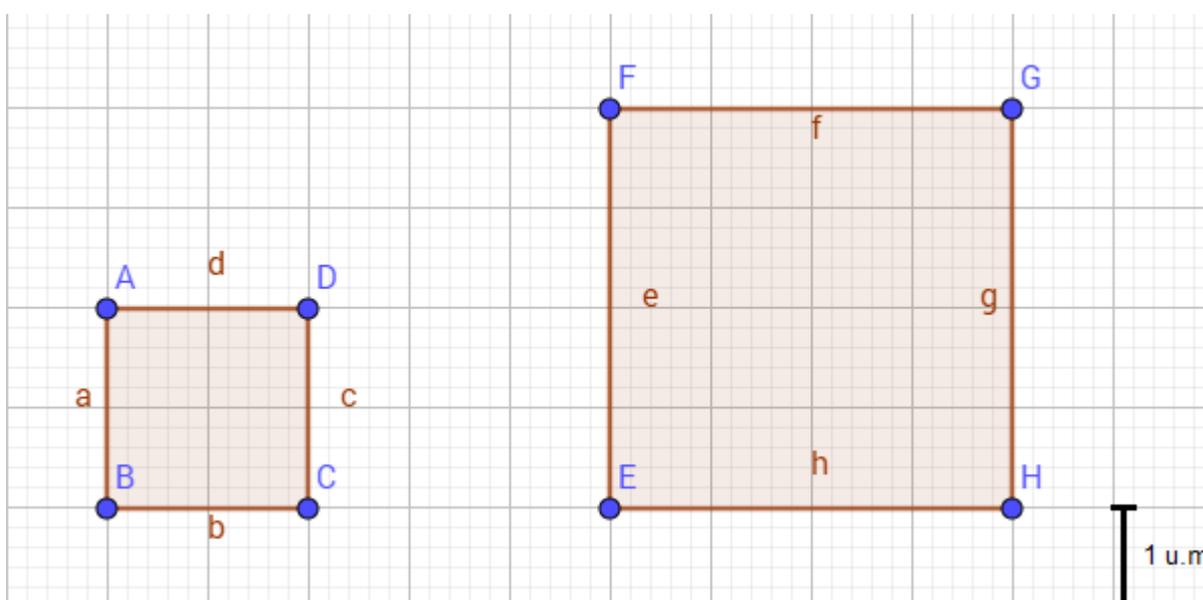
Orientações ao professor nessa oficina: Nessa oficina é pedido que se preencha os conjuntos com seus respectivos nomes. Para não haver equívocos dos alunos, aconselha-se que o professor solicite que preencham os conjuntos de fora para dentro, como, por exemplo: na parte do círculo que tem “dois pares de lados paralelos”, o docente deverá orientar, de forma implícita, que ele preencha com o “paralelogramo”, pois é o termo mais geral, para então ir aprofundando nos tipos existentes: retângulo, quadrado e losango.

3.1.4 Construções de figuras semelhantes: Ampliação e redução em malhas quadriculadas

3.1.4.1 Conteúdo

Construir figuras semelhantes significa que elas têm uma igualdade entre razão de seus lados correspondentes constante. Observe a figura abaixo:

Figura 56: Quadrados.



Fonte: Figura feita no software Geogebra.

Esses dois quadrados respeitam uma proporção constante, como mostra-se abaixo:

$$\frac{a}{e} = \frac{b}{h} = \frac{c}{g} = \frac{d}{f} = \frac{2}{4}$$

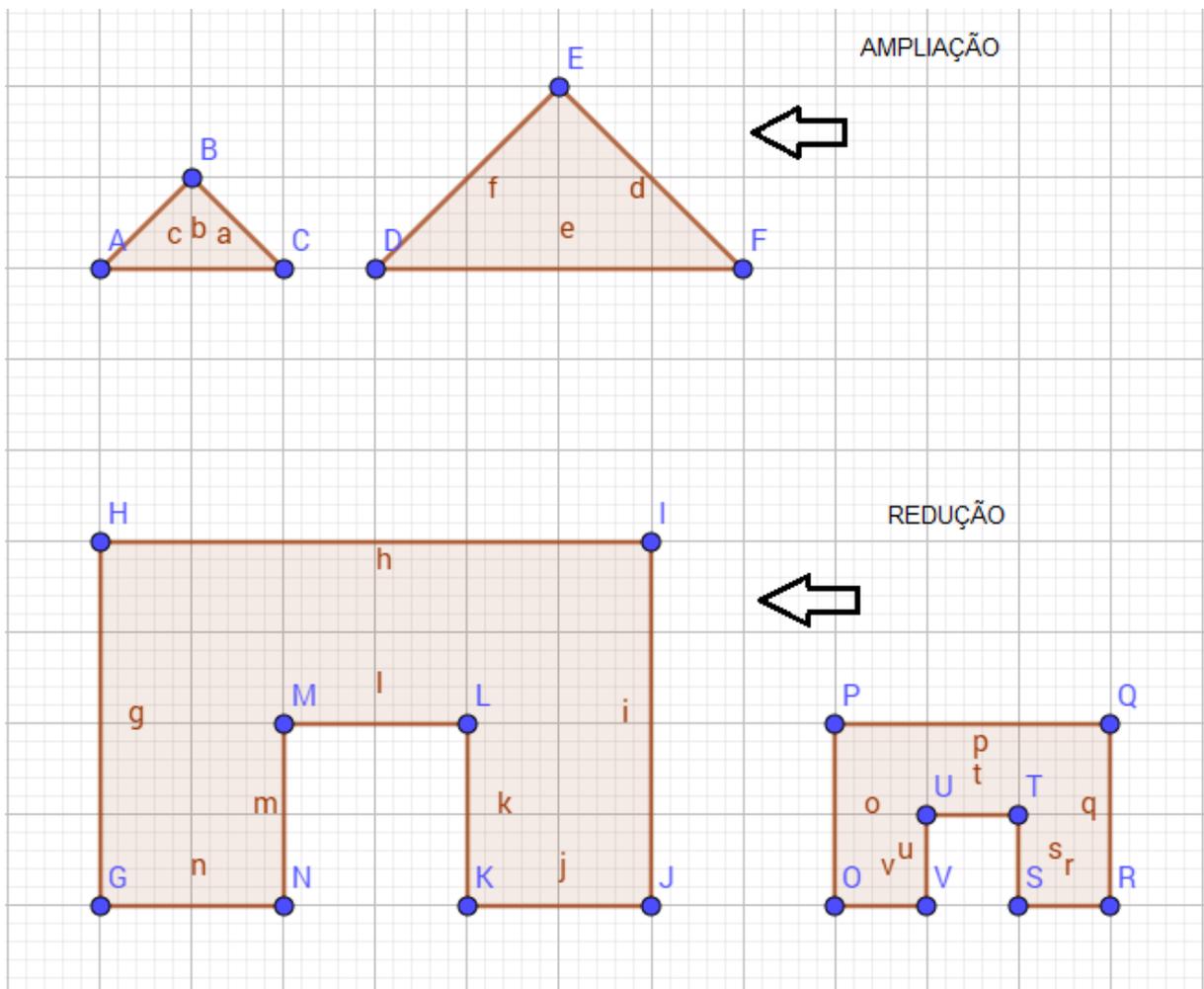
Ou seja, ter figuras semelhantes significa dizer que uma é ampliação ou redução da outra. Mas para compreender melhor o que é ampliação e o que é redução segue os conceitos abaixo:

- Ampliação é o processo de aumentar objetos, figuras, ou qualquer outro elemento, porém nesse aumento as características são mantidas;

- Redução é o processo de diminuir objetos, figuras, ou qualquer outro elemento, porém nessa diminuição as características são mantidas.

Observe que nos dois processos as características são mantidas, ou seja, a razão entre seus lados correspondentes é igual. Para isso, a malha quadriculada é uma excelente ferramenta, pois a mesma permite uma melhor visualização de como estão ocorrendo esses processos. Veja abaixo um exemplo de ampliação e outro de redução

Figura 57: Ampliação e redução de figuras.



Fonte: Figura feita no software Geogebra.

Observe que as figuras respeitam a seguinte razão:

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{g}{o} = \frac{h}{p} = \frac{i}{q} = \frac{j}{r} = \frac{k}{s} = \frac{l}{t} = \frac{m}{u} = \frac{n}{v} = \frac{4}{2}$$

A essa razão, dar-se o nome escala, sendo dito da seguinte maneira:

- A primeira imagem foi ampliada na escala de 1 para 2;
- A segunda imagem foi reduzida na escala de 4 para 2.

A escala de 4 para 2, é sinônima na escala 2 para 1, pois ambas são múltiplas, em outras palavras, quer dizer que foi reduzida à metade.

3.1.4.2 A BNCC e construção de figuras semelhantes

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, na unidade temática geometria, o aluno tem como objeto de conhecimento o seguinte conteúdo: “Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas”. Partindo disso, ela abrange uma habilidade a ser desenvolvida neste assunto:

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

Portanto, segue abaixo a estratégia de ensino que será utilizada, buscando desenvolver as habilidades apresentadas acima.

3.1.4.3 Estratégia de ensino

Como visto pela habilidade (EF06MA21), temos três maneiras de se abordar a construção de figuras semelhantes: malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. Assim, nessa proposta de oficina será feito o uso das malhas quadriculadas por sua facilidade de manuseio e visualização de escalas de forma mais clara. A proposta de oficina que será dividida em cinco momentos, cada um com papel fundamental na construção do conhecimento do aluno, estes são:

1º momento: Conceituação;

2º momento: Ampliando o quadrado;

3º momento: Analisando a redução;

4º momento: Escalas;

5º momento: Construindo suas ampliações e reduções.

É importante observar que a oficina foi dividida dessa maneira para que o aluno construa seu conhecimento de forma gradual, sem pular etapas. O primeiro momento será de conceituação para que aluno se familiarize com as nomenclaturas e para que saibam associar a nomenclatura ao seu significado e terem uma noção de uso de escalas. No segundo, o aluno terá a oportunidade de construir a ampliação de um quadrado observando a ordem pelo qual os quadrados anteriores foram construídos, objetivando, assim, que ele perceba que existe um padrão. No terceiro momento, o docente os levará a observar a redução de uma figura para que percebam que a figura reduzida não é semelhante a original. Já no quarto, o professor deverá levá-los a conhecer mais a fundo o que são as escalas. Por fim, no quinto momento, os alunos terão a oportunidade de aplicar tudo que aprenderam ampliando e reduzindo figuras na malha quadriculada.

3.1.4.4 Oficina de ampliação e redução de figuras

3.1.4.4.1 Proposta de Oficina: ampliando e reduzindo figuras na malha quadriculada

1º Momento

Material: Notebook com o *software* Geogebra, Datashow para apresentar as imagens que serão vistas abaixo, folha impressa com as perguntas abaixo⁴³, lápis e borracha.

Tempo estimado: 15 minutos

Objetivo: Levar os alunos a conhecerem o conceito de ampliação e redução de figuras.

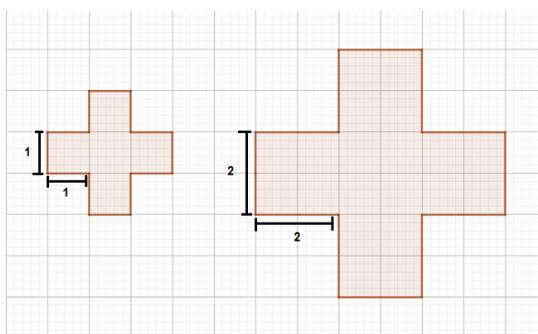
⁴³ Disponível para impressão no apêndice E.

Segue abaixo a proposta para esse primeiro momento:

O professor inicia a oficina explicando ao aluno o conceito de ampliação e de redução da seguinte maneira: Ampliação é o processo de aumentar objetos, figuras, ou qualquer outro elemento, porém nesse aumento as características são mantidas. Já a redução é o processo inverso, no qual se ocorre a diminuição. O docente agora apresentará alguns exemplos fazendo o uso do geogebra, sendo transmitido pelo Datashow, no qual ele deverá ampliar e reduzir as figuras veremos a seguir:

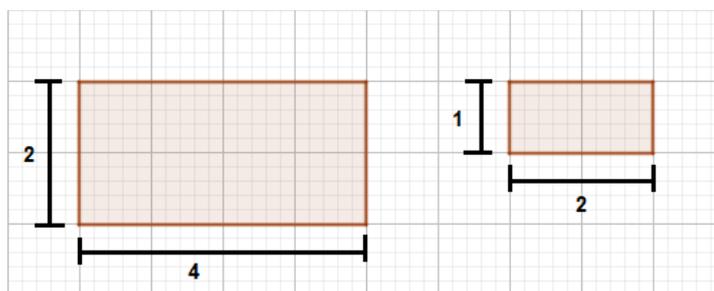
O docente apresentará a seguinte figura e mostrará no geogebra o seu processo de ampliação da mesma, lembrando-os sempre que a figura foi dobrada de tamanho, ou seja, todos os seus lados dobraram, o que é denominado como escala 1 para 2.

Figura 58: Ampliação da figura.



Fonte: Figuras feitas no software Geogebra.

É importante que o professor mostre como a ampliação foi feita no programa, para que os alunos vejam de forma concreta como isso ocorreu. Após esse momento, o docente deverá mostrá-los o processo inverso, que é o que chamamos de redução, e apresentar a seguinte imagem para os discentes:

Figura 59: Redução da figura.

Fonte: Figuras feitas no software Geogebra.

Além disso, o professor também deve demonstrar, por meio do geogebra, como ocorreu essa redução, ressaltando que a figura foi reduzida pela metade do seu tamanho original, e que isso é denominada isso como redução de 2 para 1.

Após essa conceituação e exemplificação, o docente levará o aluno a responder perguntas simples que o fará perceber se o discente compreendeu de fato o que é ampliação e redução de figuras no sentido conceitual e os conduzirá a se habituar com os termos “ampliação e redução”, que muitos nessa idade não ainda conhecem.

Perguntas:

No processo ampliação, pode-se dizer que a figura:

- () aumenta de tamanho
- () mantêm o tamanho
- () diminui o tamanho

No processo de redução, pode-se dizer que a figura:

- () mantêm o tamanho
- () diminui de tamanho
- () aumenta de tamanho

Quando um polígono é reduzido, pode-se dizer que:

- () a medida dos lados se mantêm

- () a medida dos ângulos se mantêm
- () a medida dos lados e dos ângulos se alteram

Orientações ao professor para o primeiro momento: No momento que o docente for fazer uso do geogebra, é importante reforçar a ideia de que se a figura foi dobrada ou reduzida à metade, isso também ocorre com seus lados, mostrando lado por lado esse ocorrido.

2º Momento

Material: Folha impressa com a atividade abaixo⁴⁴, lápis e borracha.

Tempo estimado: 35 minutos

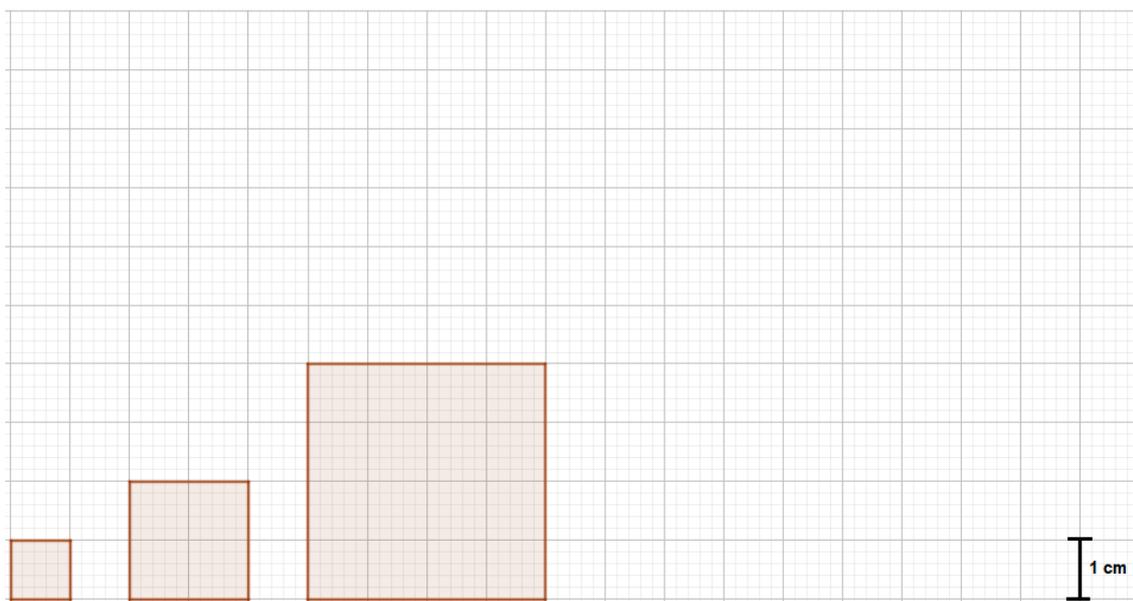
Objetivo: Levar os alunos a descobrirem o padrão que foi utilizado para construção dos quadrados e partir disto fazer a construção do quarto quadrado.

Segue abaixo a proposta para esse segundo momento:

O professor começará a levar aos alunos a construírem a suas próprias ampliações e reduções. A primeira atividade nessa proposta é a seguinte:

- Observe os quadrados a seguir e responda os itens abaixo:

⁴⁴ Disponível para impressão no apêndice E.

Figura 60: Quadrados no geogebra.

Fonte: Figuras feitas no software Geogebra.

- Seguindo a sequência, desenhe na malha quadriculada o 4º quadrado.
- Os três quadrados iniciais serviram de alguma maneira para a construção do último?
- Se fosse para desenhar um quinto quadrado qual seria a medida dos seus lados?
- A medida dos ângulos é alterada?

Orientações ao professor para o segundo momento: Ao finalizar essa questão o professor deverá explorar que a figura foi ampliada, mas não perdeu sua forma, ou seja, os ângulos permanecem com a mesma medida, e os lados são proporcionais. O professor deverá levar aos alunos perguntas que os estimulem a pensar e a observar o seu quadrado desenhado foi feito corretamente, um exemplo dessas perguntas é:

- Qual padrão de construção que você observou nos quadrados?

3º Momento

Material: Folha impressa com a atividade abaixo⁴⁵, lápis e borracha.

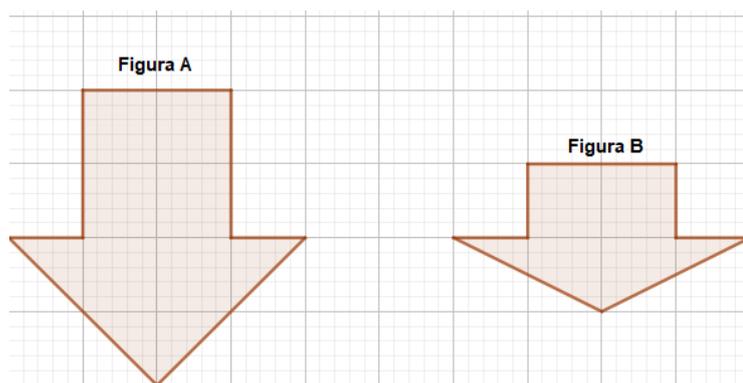
Tempo estimado: 30 minutos

Objetivo: Levar os alunos a concluir, através da análise da redução da figura apresentada, que o aumento/diminuição de uma figura sem manter a forma, não é ampliação, nem redução.

Segue abaixo a proposta para esse segundo momento:

O professor deverá levar os alunos a observarem a figura e responderem à pergunta.

Figura 61: Desenhos no Geogebra.



Fonte: Figuras feitas no software Geogebra.

Porque a figura B não pode ser considerada a redução da figura A?

Orientações ao professor para o terceiro momento: É importante que o docente deixe os alunos analisarem a figura por pelo menos 10 minutos sem fazer questionamentos ou direcionamentos, para que observem todos os elementos que compõem a figura. Após esse tempo, o professor poderá lançar questionamentos como:

- A figura B é semelhante a A?

Muitos alunos poderão comentar que a figura A está mais “achatada”, então o professor poderá lançar outros questionamentos:

⁴⁵ Disponível para impressão no apêndice E.

- Você observou o que ocorreu com os lados da figura B?
- Todos os lados diminuirão na mesma proporção?
- Qual lado não respeitou a proporção?

Faz-se necessário que o professor explique aos alunos que tanto na ampliação quanto na redução os lados homólogos devem ter tamanhos proporcionais, dando exemplos práticos:

“Se uma figura possui lado 2cm e a ampliação será na escala 1 para 2, ou seja, as medidas dos lados serão dobradas (pois a cada 1cm, será ampliado para 2cm), o lado homólogo ao de 2cm terá 4cm. Se essa mesma figura foi ampliada na escala 1 para 3, os lados serão triplicados, pois a cada 1cm serão produzidos 3cm. No caso da redução na escala 2 para 1, ocorrerá o contrário, a cada 2cm será transformado em 1cm”.

4º Momento

Material: Folha impressa com a atividade abaixo, lápis e borracha.

Tempo estimado: 20 minutos

Objetivo: Levar os alunos a analisarem melhor o que ocorre com os lados das figuras em situações de ampliação e redução em escalas definidas.

Segue abaixo a proposta para esse quarto momento:

O docente deverá levar os alunos a responderem situações práticas para avaliar se compreenderam de fato o que são lados proporcionais. Uma sugestão dessa situação prática é entregar a eles uma folha A4 com um retângulo de medidas 15x12cm e solicitar que eles anotem em seu caderno qual seria medida dos lados do retângulo em duas situações:

- Redução do retângulo na escala 3 para 1.
- Ampliação na escala 1 para 3.

Orientações ao professor para o quarto momento: Muitos alunos poderão ter dificuldade com a nomenclatura “escala” e o docente deverá explicá-los de forma prática que:

“Se uma figura possui 5x10cm e ela vai ser ampliada na escala de 1 para 2, isso quer dizer que seus lados serão dobrados, se for de 1 para 4 seriam quadruplicados”

Para essa explicação, poderá voltar no exemplo no primeiro momento no geogebra.

5º Momento

Material: Folha impressa com a atividade abaixo, lápis e borracha.

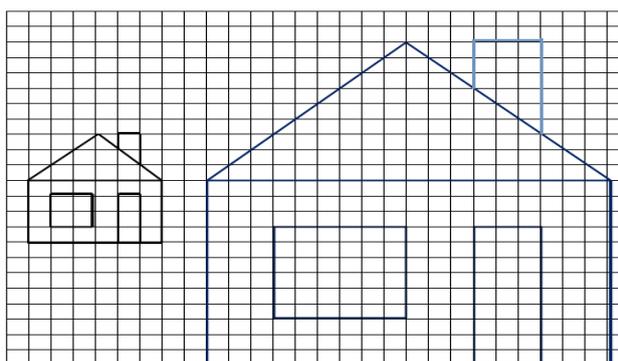
Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a praticarem na malha quadriculada ampliações e reduções de figuras em escalas definidas.

Segue abaixo a proposta para esse quinto momento:

1. Amplie a casinha na escala de 1 para 3.

Figura 62: Ampliação da casa 1:3.



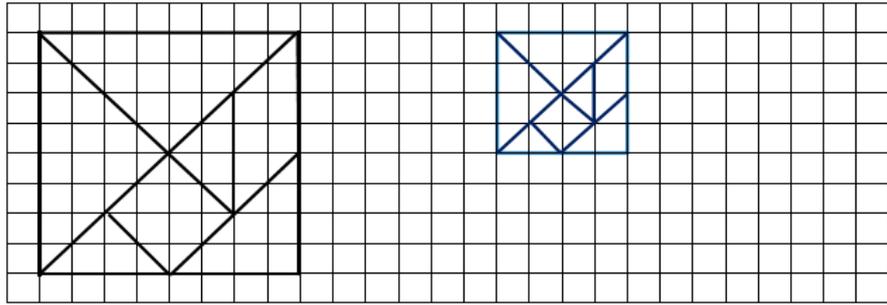
Fonte: Autoria própria⁴⁶.

A atividade 2 foi baseada na proposta de Longen(2019, p.71-72):

2. Reduza o tangram na escala 2 para1.

⁴⁶ As figuras da atividade 1 e 2 estão com a resolução (desenho na cor azul ao lado), elas encontram-se disponíveis no apêndice E, em resolução para serem impressas.

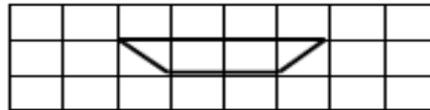
Figura 63: Redução do tangram na escala 2:1.



Fonte: Autoria própria.

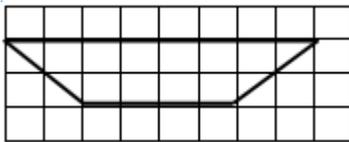
3. Analise quais das alternativas abaixo são ampliações da figura a seguir:

Figura 64: Trapézio na malha quadriculada.

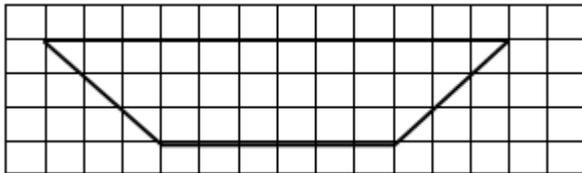


Fonte: Autoria própria.

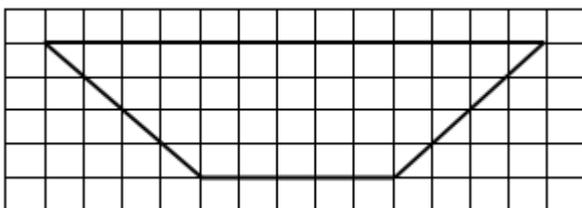
a)



b)



c)



Das figuras que você identificou como ampliação, quais escalas foram utilizadas?

Orientação ao professor para o quinto momento: Tanto na questão um como na dois, o docente deverá orientá-los a iniciar a construção de fora para dentro, facilitando assim a construção. O maior desafio de todos os momentos que foram vistos até agora seria os alunos compreenderem a ideia de proporcionalidade, então, para ajudá-los ainda mais, o docente deverá fazer perguntas que os estimulem a relembrar os conhecimentos aprendidos nos momentos anteriores e aplicá-los nesse momento, tais perguntas se aplicam as questões um e dois:

Questão 1

- Se eu tenho um bloquinho e transformo em três, eu dupliquei ou tripliquei os blocos?
- De acordo com o que você já viu, o que significa escala de um para três?
- Que tal contar os quadradinhos dos lados da casinha?
- O que significar triplicar?

Questão 2

- Você já ouviu falar no tangram? Que polígonos você observa nele?
- Se eu tenho dois bloquinhos e reduzo para apenas 1, eu reduzi a um terço ou pela metade?
- De acordo com o que você já viu, o que significa escala de dois para um?
- Que tal contar os quadradinhos de dos lados do quadrado maior do tangram?

Na questão três o maior desafio do lado é descobrir a escala que foi utilizada nas figuras que o aluno identificou como ampliação. Como o professor é o mediador entre o aluno e o conhecimento a ser adquirido, o mesmo poderá fazer essa ponte com tais questionamentos estimuladores:

- Vimos que na escala 1 para 2 dobra, já na 1 para 3 triplica o tamanho da figura, ou seja, todos os lados aumentam na mesma proporção. Você já observou isso nas figuras?
- Começou olhando os lados?
- Algum dobrou de tamanho? E triplicar?

Essa maneira é um direcionamento para o que o docente oriente o aluno, porém poderão surgir dúvidas pelas quais o professor adaptará os questionamentos de acordo com elas.

3.1.5 Retas paralelas e perpendiculares

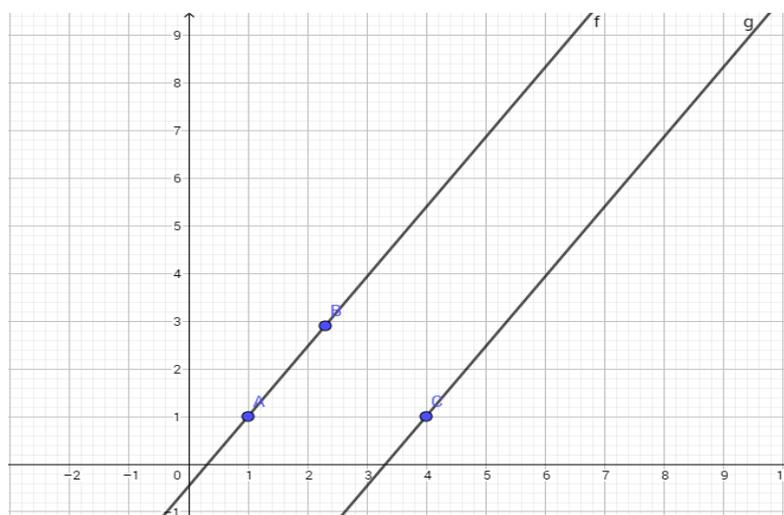
3.1.5.1 Conteúdo

De acordo com a geometria plana, o conceito de reta é que ela é um conjunto infinito de pontos colineares subsequentes. Um conjunto de retas apresentam posições relativas entre si, como apresentado abaixo.

- Retas Paralelas: Retas que nunca se cruzam, ou seja, não se intersectam em nenhum ponto;
- Retas Perpendiculares: Duas retas são perpendiculares se somente se elas formarem entre si um ângulo reto.

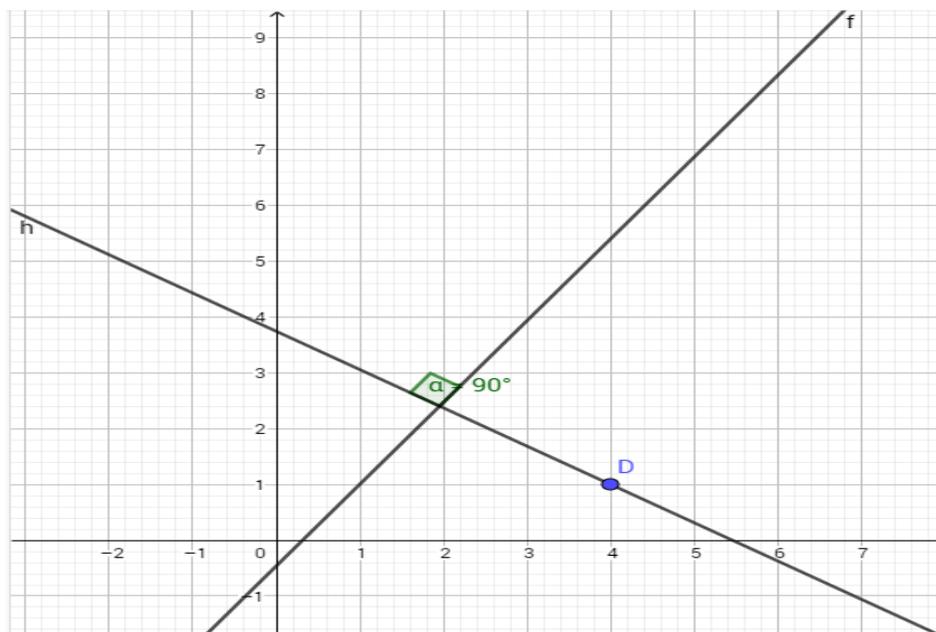
Segue abaixo as imagens dos dois tipos de posições relativas das retas:

Figura 65: Retas f e g paralelas entre si.



Fonte: Figura feita no software Geogebra.

Figura 66: Retas f e h feitas perpendiculares entre si.



Fonte: Imagem feita no software Geogebra.

3.1.5.2 A BNCC e as retas: Paralelas e perpendiculares

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, na unidade temática geometria, o aluno tem como objeto de conhecimento o seguinte conteúdo: “Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de régua, esquadros e softwares”. Partindo disso, ela abrange duas habilidades a serem desenvolvidas neste assunto:

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Portanto, segue abaixo a estratégia de ensino que será utilizada, buscando desenvolver as habilidades apresentadas acima.

3.1.5.3 Estratégia de ensino

Para que os alunos atinjam as habilidades apresentadas pela BNCC, serão apresentadas duas oficinas:

Oficina 1: Entendendo e construindo retas paralelas e perpendiculares

Nessa oficina a proposta é que aluno desenvolva a habilidade (EF06MA22). Para tanto, será dividida em três momentos, tendo sido os dois primeiros baseados na proposta do plano de aula do site Nova Escola por Soares (2018).

- 1º momento: Paralelas e Perpendiculares através de dobraduras;
- 2º momento: Robô das paralelas e perpendiculares;
- 3º momento: Construção de retas paralelas e perpendiculares através de régua e esquadro.

Oficina 2: Criando seu algoritmo no plano

Na segunda oficina a proposta é que o aluno desenvolva a habilidade (EF06MA23). Para alcançar tal objetivo, será dividida em dois momentos:

- 1º momento: Usando o software Geogebra;
- 2º momento: Crie seu algoritmo.

3.1.5.4 Oficinas de retas paralelas e perpendiculares

3.1.5.4.1 Proposta de Oficina 1: Entendendo e construindo retas paralelas e perpendiculares

Como foi visto no tópico anterior, essa oficina será dividida em três momentos:

1º Momento:

Material: Papel A4, lápis, transferidor e régua

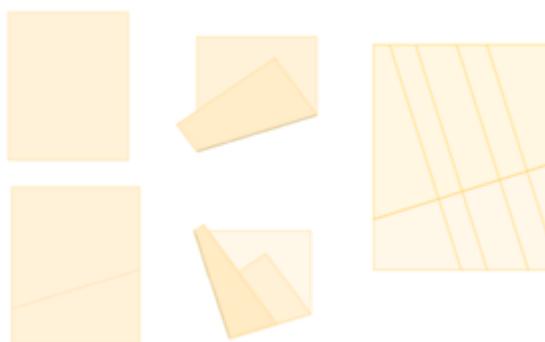
Tempo estimado: 40 minutos

Objetivo: Levar os alunos a compreenderem o conceito de retas paralelas e perpendiculares através das dobraduras

Esse momento funcionará da seguinte maneira:

Solicite que os alunos peguem a folha e façam uma dobra (pode ser feita de qualquer maneira), e em seguida dobre novamente sobre a linha da primeira, repetindo isso quatro vezes. O processo será ilustrado na figura abaixo:

Figura 67: Dobras.



Fonte: Print Screen do Plano de aula – Paralelismo e Perpendicularismo.

O docente deverá levá-los a observar que ao abrir a folhãas linhas obtidas existem retas paralelas e retas perpendiculares. O processo de como o professor deve proceder para alcançar este fim será visto logo abaixo:

Orientações ao professor para o primeiro momento: O manuseio dessa atividade respeitará um processo, pois sempre que a dobra é feita sobre a outra (dobra inicial), temos uma reta perpendicular à original. Isso ocorre porque dobrar sobre a reta inicial é equivalente a dobrar perpendicularmente a esta. Com a repetição desse processo, serão obtidas várias retas paralelas entre si, sendo todas perpendiculares a primeira. Logo, o objetivo é inicial é levar os alunos a perceberem que todas as retas são perpendiculares a primeira. Para isto o professor os estimulará com questionamentos tais como:

- Eu tinha uma reta inicial que surgiu com a primeira sobra e outra que surgiu com a segunda? Qual a relação entre elas?
- Com a intersecção dessas duas retas são formados quantos ângulos?
- Qual a medida desses ângulos? Use o transferidor para medir.

Após constatarem que os quatro ângulos formados são ângulos de 90° , o professor deverá interromper a atividade e conceituar ângulo reto e explicar aos alunos que quando duas retas se interceptam formando quatro ângulos e estes são retos, chamamos essas retas de perpendiculares.

Depois desse momento, a atividade é retomada, focando nas relações entre as retas formadas, objetivando conceituar o que são retas paralelas. Logo, o professor fará perguntas como:

- O que você observa nessas quatro retas?
- Se essas retas fossem aumentadas elas iriam se tocar?
- Observe uma das retas e responda: Existe algum ponto em comum dessa reta com as outras?

Nesse momento, os alunos poderão dizer que existe o ponto em comum com a reta inicial, e fica a cargo do professor levantar um novo questionamento:

- Você está correto! Mas se ignorarmos a reta inicial, existe algum outro ponto que elas se tocam?"

No momento que eles conseguirem perceber que não existe nenhum outro ponto pelo qual as retas se tocam, o professor fará a segunda pausa e conceituará as retas como sendo paralelas, pois não possuem nenhum ponto em comum.

2º Momento

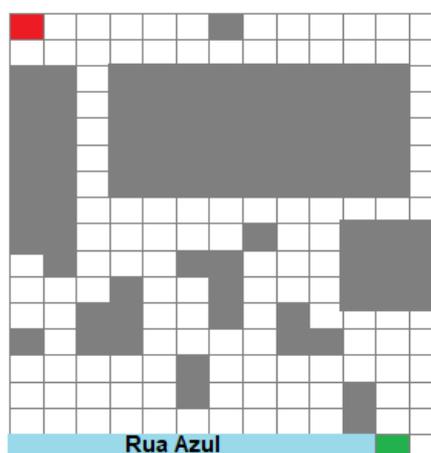
Material: Labirinto impresso, folha para anotações, lápis e borracha

Tempo estimado: 1 hora e 40 minutos (duas aulas de 50 minutos)

Objetivo: Levar os alunos a praticarem os conceitos de paralelismo e perpendicularismo através do Jogo “Robô das paralelas e perpendiculares” e avaliar a aprendizagem do aluno quanto ao mesmo.

Neste jogo os alunos receberão o seguinte labirinto:

Figura 68: Jogo Labirinto.



Fonte: Autoria Própria.

O jogo funcionará da seguinte maneira: O professor irá separar os alunos em duplas e contará uma história para contextualizar a atividade, explicando aos alunos que:

“Existe um robô que mora na casa verde na rua azul que se perdeu e está na casa vermelha. Ele não sabe como voltar e precisa da sua ajuda! O robô anda de acordo com os seus comandos, se você pedir que ande sete quadradinhos ele vai querer saber se é perpendicularmente ou paralelamente a rua azul, se deve ir para direita ou esquerda, para cima ou para baixo. Portanto, ele só atende a comandos como: 4,paralela,direita”.

Nesse momento o professor poderá dar exemplos de comandos para que os alunos possam compreender como funciona o jogo e em seguida solicitar que todos os comandos que forem dados ao robô sejam escritos em um papel, a qual será chamada de folha de instruções.

Após cada dupla finalizar seus comandos, eles deverão trocar sua folha de instruções com outra dupla e cada uma deverá percorrer o caminho seguindo as orientações escritas no papel, a fim de verificar se os comandos dados farão de fato o robô conseguir chegar a sua casa.

Orientações ao professor para o segundo momento: Ao final, as duplas que não conseguiram chegar a casa verde seguindo as orientações dadas na folha de

instrução explicarão para classe qual dificuldade encontrada, entre elas poderemos ter: dificuldade em interpretar as informações, nomenclatura utilizada de forma incorreta, falha na contagem das casas, entre outras. O papel do professor diante desses impasses é levar os alunos a refletirem possíveis soluções, e essa reflexão poderá ser feita a partir de perguntas como:

- O que poderia ser mudado para que você consiga resolver essa questão?

É importante lembrar que no decorrer da atividade o professor deve observar se eles compreenderam o que são retas paralelas e perpendiculares, afinal, o propósito desse jogo é avaliar essa aprendizagem, pois muitos alunos poderão ter dificuldade em dizer o sentido pelo qual o robô vai caminhar no tabuleiro, porém saberem se estão andando paralelamente ou perpendicularmente a rua azul.

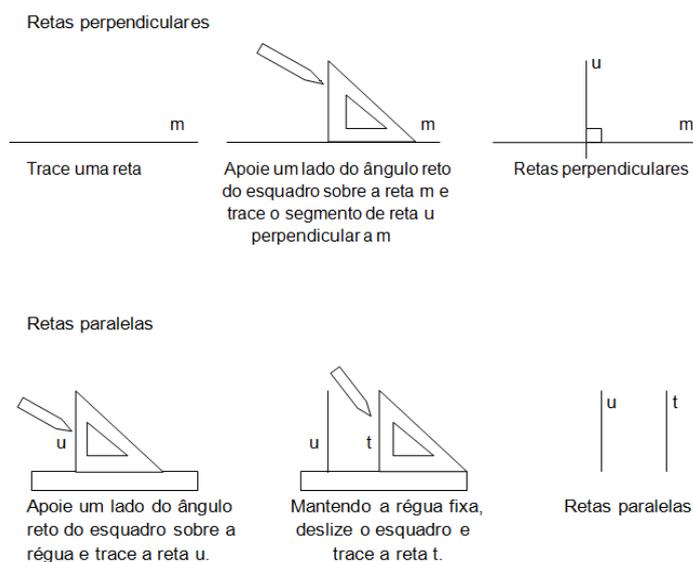
3º Momento

Material: Folha impressa com o passo a passo mostrado abaixo, lápis, borracha, régua e esquadro.

Tempo estimado: 40 minutos

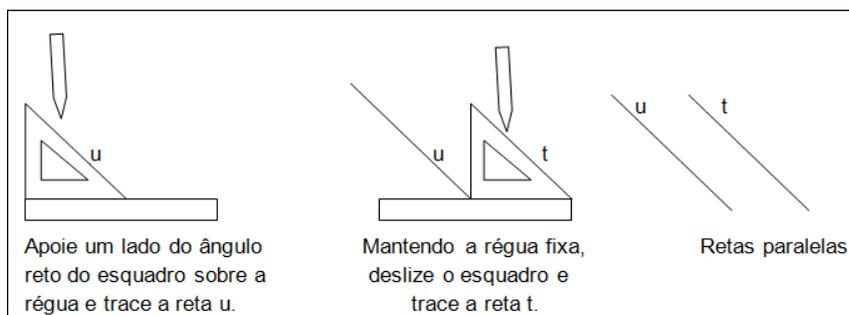
Objetivo: Levar os alunos a fazerem suas próprias construções de retas paralelas e perpendiculares através de régua e esquadro, e a partir disso construir um quadrilátero.

O procedimento utilizado para essa construção das retas paralelas e perpendiculares com régua e esquadro foi baseado em Andrini e Vasconcellos (2015, p.152). O professor iniciará a atividade entregando uma folha com o passo a passo abaixo, solicitando que os mesmos o executem.

Figura 69: Perpendiculares e Paralelas.

Fonte: Autoria própria.

Também existe outra maneira de se traçar o par de retas paralelas, veja a seguir:

Figura 70: Traçando retas paralelas.

Fonte: Autoria própria.

Após os alunos construírem em seus cadernos as retas acima, o professor deverá solicitar que os discentes construam um quadrado usando o conteúdo aprendido. Essa proposta é uma ótima maneira dos alunos executarem o que foi visto, pois nesse quadrilátero temos tanto retas paralelas quanto perpendiculares. O professor poderá fazer perguntas que os levem a analisar como um quadrado é formado, quanto a número de lados, medida dos ângulos, se tem retas paralelas e perpendiculares etc.

Orientações ao professor para o terceiro momento: O docente deverá a fazer perguntas como:

- Que tipos de reta existem no quadrado?
- Existem retas paralelas? E perpendiculares?
- Quais as principais características do quadrado?
- De que maneira a construção que você viu anteriormente pode te ajudar nessa nova construção?

As perguntas levarão os alunos a analisarem melhor esse quadrilátero, observando suas principais características, e a utilizar o procedimento visto para essa nova construção.

3.1.5.4.2 Proposta de Oficina 2: Construindo um algoritmo

Essa oficina será dividida em dois momentos:

1º Momento

Material: Computadores com o software Geogebra instalado, folha impressa com o algoritmo da atividade.

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a fazerem uso do software para verificarem se as retas por eles desenhadas no programa são paralelas, perpendiculares ou concorrentes fazendo uso do algoritmo dado.

Segue abaixo a atividade proposta:

Seguido o algoritmo abaixo, descubra se as retas são paralelas, perpendiculares ou concorrentes.

- Usando as funções  e  no Geogebra, construa a reta s que passa pelos pontos (0,-1), (2,1) e (3,2).

- Marque também os pontos (-1,1), (2,-2) e trace a reta r.

- Verifique se as retas se intersectam, caso isso não ocorra são paralelas.



- Se as retas se intersectarem, use a função  no Geogebra e verifique a medida dos ângulos formados pela intersecção das retas, se medirem 90° as retas são perpendiculares, caso contrário são concorrentes.

Orientações ao professor para o primeiro momento: A proposta dessa oficina como um todo é levar os alunos a construir algoritmos, contendo procedimentos para construções geométricas no plano cartesiano. Para isso, nesse primeiro momento, professor os levará a utilizar o software Geogebra como uma atividade introdutória que os lembrará sobre como marcar e localizar pontos no plano, sendo esse conhecimento importante para a construção do algoritmo posteriormente (no segundo momento). Portanto será necessário que os alunos conheçam um pouco de como funciona o software; logo, o professor deverá apresentar as principais funções que serão utilizadas na atividade: ponto, reta e ângulo.

2º Momento

Material: Malha quadriculada, folha A4, régua, transferidor, lápis e borracha

Tempo estimado: 50 minutos

Objetivo: Levar os alunos a criarem seus próprios algoritmos de construção de retas no plano cartesiano.

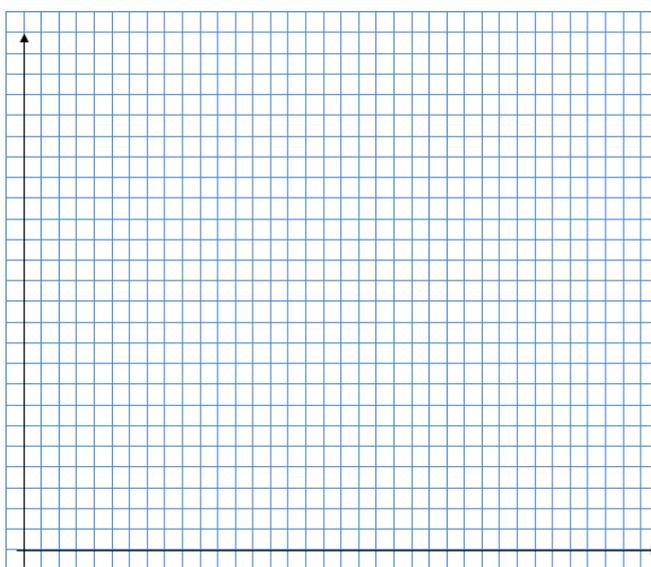
Essa proposta foi baseada em Viana (2019), no site Nova escola. O professor, primeiramente, dividirá a turma em grupos de duas a quatro pessoas e passará a seguinte atividade:

Agora é sua vez de criar seu algoritmo. Crie desenhos que sejam compostos por retas paralelas e perpendiculares! Porém para isto regras deverão ser atendidas.

- Anotar um passo a passo numa folha de como construir essas figuras. Para isso, deverá utilizar as informações do plano cartesiano (coordenadas dos pontos, entre outros) para ajudar na descrição;
- O desenho tem que conter pelo menos três retas.

Para tanto, utilize o plano cartesiano abaixo:

Figura 71: Plano cartesiano na malha quadriculada.



Fonte: Autoria própria.

Orientações ao professor para o segundo momento: No decorrer da atividade o professor poderá dar “dicas” que os ajudarão na construção desse passo a passo. Ademais, tais dicas variarão de acordo com as dificuldades que o professor observar da turma. Portanto, segue abaixo alguns exemplos:

- Uma reta é formada por no mínimo quantos pontos?
- Se uma reta é formada por dois pontos no mínimo, você já marcou esses dois pontos no plano?
- Como localizar um ponto no plano?
- Na atividade anterior como eram escritas as coordenadas de um ponto?

Ao finalizar essa atividade, o professor pedirá que os grupos troquem seus manuais de passo a passo e tentem construir as figuras do outro grupo. Os grupos

verificarão também se as retas que a outra equipe construiu são de fato paralelas e perpendiculares, para isso usarão transferidor. Os grupos que não conseguirem construir as figuras dirão qual dificuldade encontrou e o professor poderá levantar um debate na classe buscando desenvolver a solução para tal questão.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Oficinas são excelentes ferramentas de ensino, pois levam o aluno a sair de aulas tradicionais para aulas lúdicas e criativas. O que foi disposto neste trabalho são ideias e adaptações que certamente darão ao professor de ensino de matemática no sexto ano ferramentas que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da disciplina, mostrando que com materiais simples, de baixo custo e fácil acesso as aulas podem ser bastante interativas.

Esse trabalho também mostrou que mesmo o sexto ano sendo considerado por muitos docentes como uma turma “agitada”, existe uma diversidade de formas de ensinar que fazem uso dessa “agitação” como algo benéfico para o ensino, pois por exemplo: a primeira oficina de plano cartesiano apresentada neste trabalho, no tópico 3.1.1.4.1, leva os alunos a uma atividade que usa movimentação e energia. Um outro ponto que foi mostrado foi que a maneira pelo qual a atividade é apresentada ou escrita interfere no nível de interesse do aluno, mostrando que a ideia é que a atividade parta de um conteúdo que o aluno já conheça e em seguida ir “ganhando território” em algo que o mesmo ainda não conhece.

Também foi apresentado na fundamentação teórica a respeito do abandono do ensino de geometria, principalmente no sexto ano, pelo fato de muitos alunos virem com diversas dificuldades em matemática dos outros anos. Por esse motivo, os docentes fazem uma certa “peneira de conteúdos”, e nessa seleção a geometria acaba não sendo valorizada, ou em outros casos, os professores não saem do ensino tradicional de geometria, não que ele seja ruim, mas faz-se interessante conhecer novas formas e ferramentas de ensino para melhorar a aprendizagem dos alunos. Assim, este trabalho mostrou que existem muitas possibilidades de se ensinar essa área da matemática, e que para isso não é necessário algo extraordinário; pode ser simples, mas que tenha um objetivo claro, a ferramenta certa e um caminho a percorrer bem planejado, analisando dúvidas e dificuldades que podem surgir ao longo da oficina, pontuando como proceder diante de cada uma delas.

Foi exatamente nesses pontos que este trabalho focou, buscando dar um suporte ao docente nessa grande tarefa que é lecionar. Lecionar é muito mais do que simplesmente ensinar um conteúdo, é um ato de amor, pois, segundo Manus (2014), dar aula é muito bom. É querer compartilhar conhecimento, propagar a

informação. Dar aula exige esforço, dedicação, preparo. Mas existe uma imensa distância entre “dar aula” e ser professor. Porque dar aula é uma atividade, mas ser professor é muito mais do que isso. Ser professor é, muito antes de ser uma profissão, uma das formas mais genuínas do amor.

Portanto, este trabalho vem apresentar para professor que ama sua profissão, formas de mostrar esse amor, independente de dificuldades. Este trabalho pode servir como norte também àqueles que, por ventura, decepcionaram-se com a profissão, pois, como é sabido, vale a pena continuar, afinal, tudo depende da perspectiva que se observa o meio que nos rodeia.

REFERÊNCIAS

- AMÂNCIO, Rosilene Alves. **Caderno de atividades – Polígonos e Quadriláteros**. PUC Minas, 2013. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130918110708.pdf. Acesso 23 de maio de 2020.
- ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática 6** / Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2015. – (Coleção praticando matemática; v. 6). Disponível em: <http://editoradobrasil.com.br/praticandomatematica/flipbook/conheca/6ano/2/index.html#zoom=z>. Acesso em: 10 jan. 2021.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática: Bianchini**. 07 ed. São Paulo: Moderna, 2011.
- CASADEI, Marcelo Aparecido. Plano de aula – Triângulos. **Nova Escola**, 2018a. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/746/triangulos>. Acesso em 21 abr. 2020.
- CASADEI, Marcelo Aparecido. Plano de aula - Combinando polígonos para formar novos polígonos. **Nova Escola**. 2018b. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/398/combinando-poligonos-para-formar-novos-poligonos>. Acesso em: 05 out. 2020.
- CASADEI, Marcelo Aparecido. Reconhecendo os polígonos regulares. **Nova Escola**. 2018c. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/400/reconhecendo-os-poligonos-regulares#atividade>. Acesso em: 15 nov. 2019.
- CASADEI, Marcelo Aparecido. Desenvolvendo os conceitos de trapézio. **Nova Escola**. 2018d. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1141/desenvolvendo-os-conceitos-sobre-trapezios>. Acesso em 30 de abril de 2020
- CASADEI, Marcelo Aparecido. Nomeando os polígonos. **Nova Escola**. 2018e. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/399/nomeando-os-poligonos>. Acesso em: 26 mai. 2020.
- CASSONI, Cynthia. **Transição escolar das crianças do 5º para o 6º ano do ensino fundamental**. 2018. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/59/59141/tde-27032018-092424/publico/tese_cynthiacassoni_versao_corrigida.pdf. Acesso em: 26 ago. 2020.
- CHAS, Dijalmary Matos Prates. Matemática e Atividades Lúdicas: Uma Metodologia Diferenciada. 2014. **I Simpósio Educação Matemática em Debate**. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/matematica/article/view/4748/3442>. Acesso em: 04 ago. 2020.
- DA SILVA, Rosalire Terezinha; MAIOLI, Marcia. As contribuições de Van Hiele na elaboração de uma sequência de atividades para o ensino dos quadriláteros. **Os**

Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE.

Maringá, Paraná, v.1, p.18, 2013. Disponível em:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uem_mat_artigo_rosalire_terezinha_da_silva.pdf. Acesso em: 23 mai. 2020.

Estratégias didáticas para o ensino da Matemática. **Nova escola**, 2013. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2197/estrategias-didaticas-para-o-ensino-da-matematica>. Acesso em: 4 ago. 2020.

GUIMARÃES, Bruno Alysson Andrade; SANTOS, Wilson Luiz Souza. A problemática no ensino da geometria. **Revista Maiêutica – Curso de Matemática**. v. 2, n. 1, 2014. Disponível em:

https://publicacao.uniasselvi.com.br/index.php/MAD_EaD/article/view/1210/369. Acesso em: 26 ago. 2020.

KALEFF, A. M.; REI, D. M. Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos. **Revista do professor de matemática**. n. 28, 1995. Disponível em:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011919.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2020.

LEROY, Luciana. **Aprendendo geometria com origami**. 2010. 79 f. Monografia (Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico) – Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em: em:

<https://www.ime.usp.br/~iole/aprendendo%20geometria%20com%20origami.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2020.

LONGEN, Adilson. Apoema Matemática 6: Manual do professor. Ed. Do Brasil [s/d].

Disponível em: https://pnld2020.com.br/wp-content/uploads/2019/07/MPD_APOEMA-MATEMATICA.pdf. Acesso em: 9 abr. 2020.

MANUS, Ruth. Ser professor é um lance de amor. **Estadão**. 2014. Disponível em:

<https://emails.estadao.com.br/blogs/ruth-manus/ser-professor-e-um-lance-de-amor/>. Acesso em: 23 set. 2020.

OLIVEIRA, Tuanny Kamila Braga. Desmotivação: um fator negativo na prática do professor. **Revista Senso Comum**, n. 1, 2009, p.76-85. Disponível em:

<https://www.passeidireto.com/arquivo/81308689/12-texto-do-artigo-42-1-10-20110912-1>. Acesso em: 26 ago. 2020.

PEREIRA, Cristiane. Plano de aula - Investigando prismas e pirâmides. **Nova Escola**. 2018a. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/206/investigando-prismas-e-piramides>. Acesso em: 22 nov. 2019.

PEREIRA, Cristiane. Plano de aula – As vistas de prismas e pirâmides. **Nova Escola**. 2018b. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1607/as-vistas-de-prismas-e-piramides>. Acesso em: 23 jan. 2020.

PEREIRA, Cristiane. Plano de aula – Jogando com prismas e pirâmides. **Nova Escola**. 2018c. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/454/jogando-com-prismas-e-piramides>. Acesso em: 03 jul. 2020.

PEREIRA, Cristiane. Plano de aula – Com a mão na massa. **Nova Escola**. 2018d. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/747/com-a-mao-na-massa>. Acesso em: 04 jul. 2020.

Passagem segura do 5º para o 6º ano em Matemática. **Nova Escola**. 2012. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2200/passagem-segura-do-5-para-o-6-ano-em-matematica>. Acesso em: 17 ago. 2020.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão Reflectionson use of material in schoolteachingofmathematicsmanipulable: trialofactiontoponder. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://lavem.pas.ifsuldeminas.edu.br/assets/publicacoes/6.pdf>. Acesso em: 26 ago. 2020.

SANTOS, Rejane Costa dos; GUALANDI, Jorge Henrique. Laboratório de ensino de matemática: O uso de materiais manipuláveis na formação continuada dos professores. 2016. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo. Disponível: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5490_2562_ID.pdf. Acesso em: 26 ago. de 2020.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – Universidade Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf. Acesso em: 04 ago. 2020.

SADOVSKY, Patricia. Falta fundamentação didática no ensino da Matemática. **Nova Escola**. 2007, São Paulo. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/925/falta-fundamentacao-didatica-no-ensino-da-matematica>. Acesso em: 04 ago. 2020.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; PUCCI, Luis Fábio Simões; PIETROPAOLO, Ruy. **Oficina de experiências matemáticas ciclos I e II**. São Paulo, 2018. Disponível em: <https://docplayer.com.br/7409690-Oficina-de-experiencias-matematicas-ciclos-i-e-ii.html>. Acesso em: 7 jan. 2020.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. Poliedros. **Brasil Escola**, [s/d]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>. Acesso em: 14 jan. 2020.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. O que é pirâmide? **Brasil Escola**, [s/d]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-piramide.htm>. Acesso em: 14 jan. 2020.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. O que é prisma? **Brasil Escola**, [s/d]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-prisma.htm>. Acesso em: 14 jan. 2020.

SOARES, Paula Vieira. Plano de aula - Paralelas e Perpendiculares. **Nova Escola**, 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1379/paralelas-e-perpendiculares>. Acesso em: 18 mai. 2020.

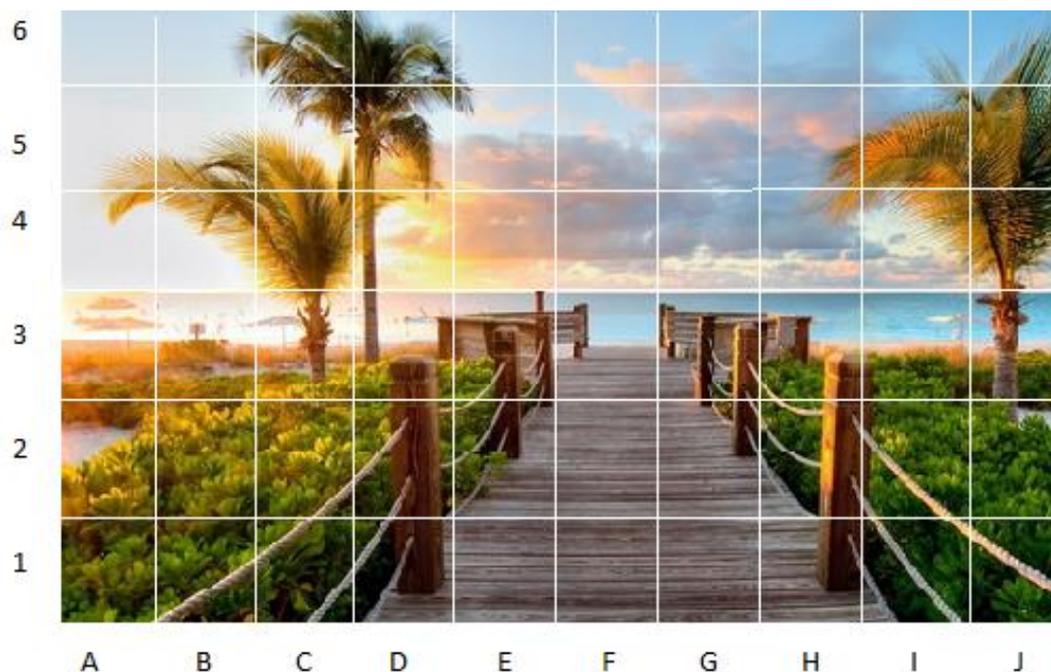
TAURISANO, Maria Carolina. Plano de aula - Construindo Planificações. **Nova Escola**, 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/991/construindo-planificacoes>. Acesso em: 20 jan. 2020.

VIANA, Lucas Henrique. Plano de aula - Procedimentos para a construção de paralelas e perpendiculares. **Nova Escola**, 2019. Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/4965/procedimentos-para-a-construcao-de-paralelas-e-perpendiculares>. Acesso em: 05 out. 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A- Atividades propostas pelas oficinas de plano cartesiano

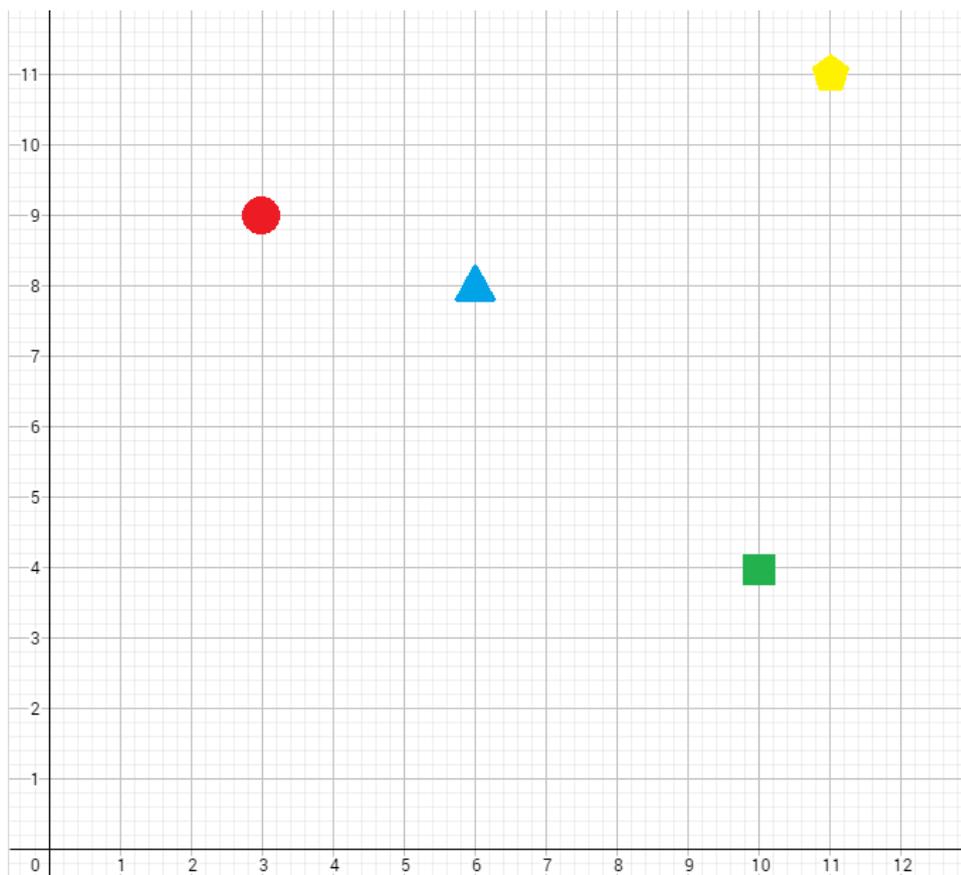
Observe na malha quadriculada que esta parte  está em H3, ou seja, coluna H, linha 3.



Indique as posições dessas outras partes:



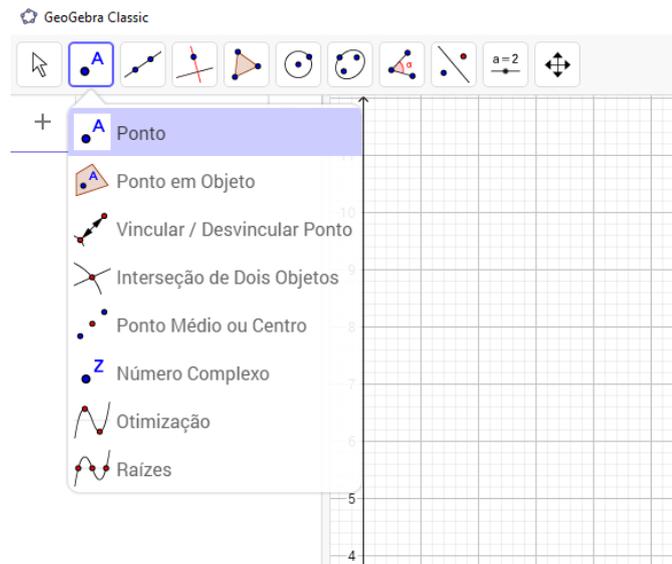
O nome da figura abaixo chama-se plano cartesiano, ele é composto por dois eixos: Eixo x (eixo das abscissas), que fica na linha horizontal e eixo y (eixo das ordenadas) que fica na linha da vertical. Sabendo que o triângulo está localizado na coordenada (6,8). Responda os itens abaixo.



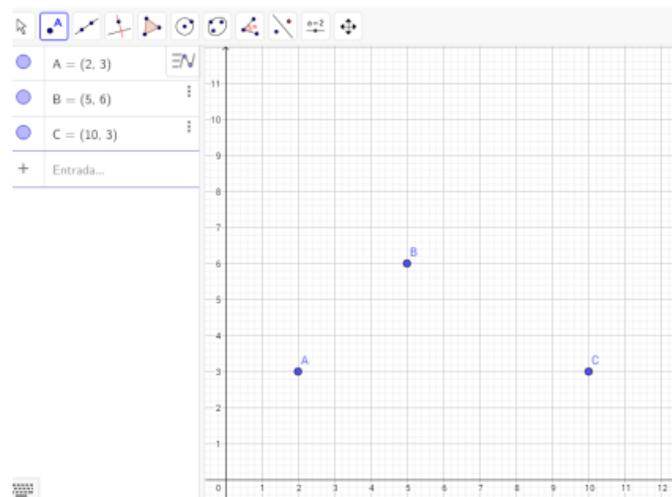
- Qual a distância do ponto representado pelo círculo até o eixo y ? E a distância desse mesmo ponto até o eixo x ?
- O quadrado está na posição $(4,10)$ ou $(10,4)$?
- Em que posição se encontra o pentágono?

Siga o passo a passo e responda os itens a seguir:

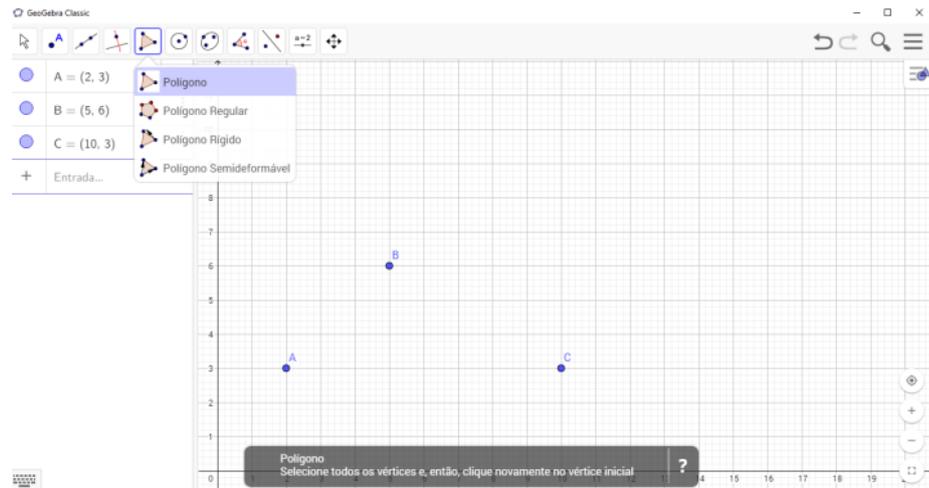
- Em sua tela, clique no Software Geogebra.
- Clique na opção Ponto, como mostra a figura abaixo:



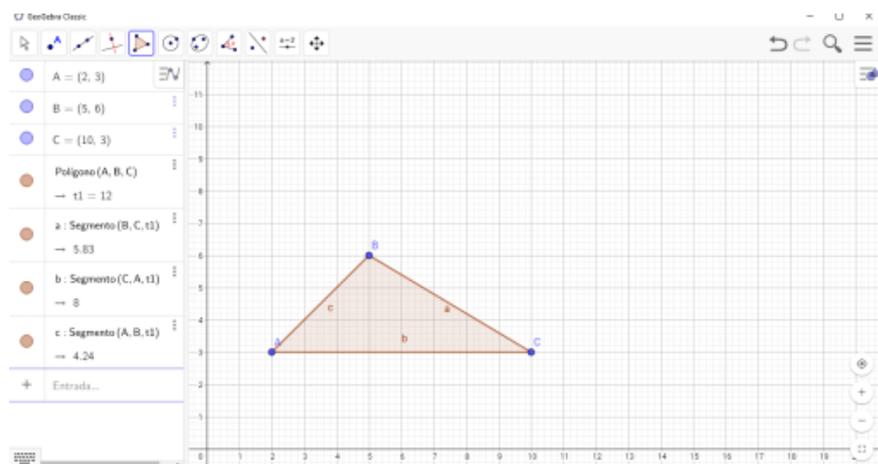
- Selecione três ou mais pontos na malha, como mostra a figura abaixo:



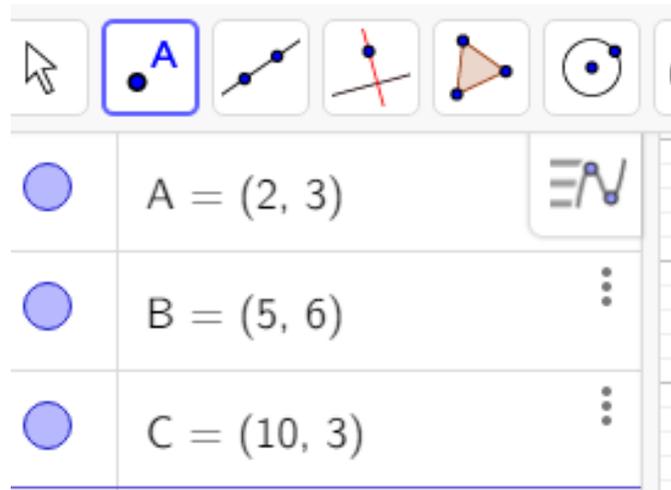
- Clique na opção polígono, como mostra a figura abaixo:



- Selecione todos os vértices e então clique no vértice inicial.



a) O que representa estes números da figura abaixo?

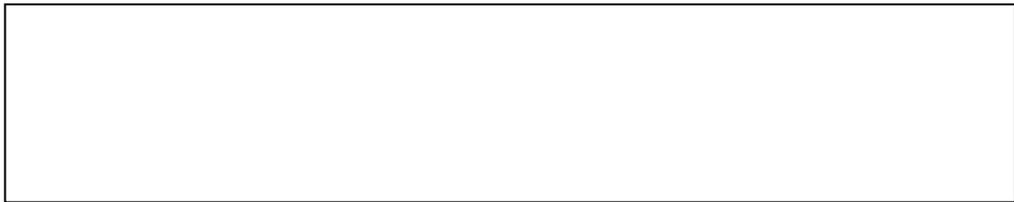


b) Qual o polígono que você construiu? Quais são as coordenadas dos vértices desse polígono?

APÊNDICE B –Conjuntos de exercícios de polígonos

1. Na construção de desenhos, observa-se muitas linhas. Você já desenhou? Desenhou linhas? _____

2. Desenhe abaixo exemplos de linhas que você já viu?



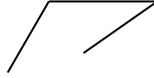
3. Existem linhas que não apresentam curvas, essas chamamos de segmentos de reta. Marque um X nas linhas abaixo que são formadas apenas por segmentos de retas?



4. Marque um X nos segmentos de reta abaixo que são consecutivos, ou seja, que segue um após o outro numa sequência.

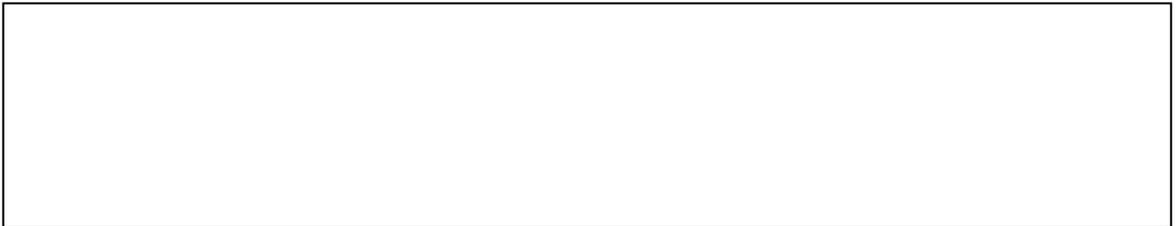


5. Marque um X nos segmentos não colineares (são aqueles segmentos que não seguem na mesma reta).



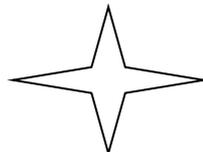
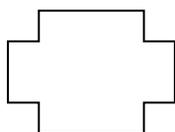
6. Quando uma linha é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de linha poligonal. Portanto quais itens das questões 4 e 5 são linhas poligonais?

7. Desenhe linhas poligonais no espaço abaixo.



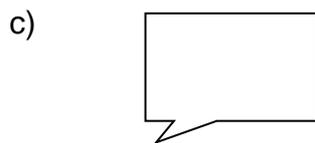
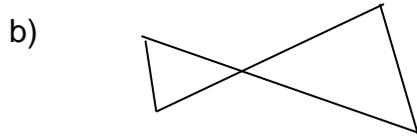
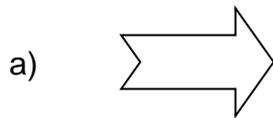
8. Uma linha poligonal pode ser aberta ou fechada. Quais linhas poligonais da questão 3, são abertas e quais são fechadas?

9. Quantos segmentos de reta possuem as linhas poligonais abaixo?

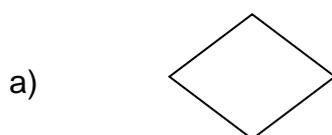


10. Para uma linha poligonal ser fechada ela precisa de no mínimo quantos segmentos de reta?

11. Cada segmento de reta, possui dois extremos. Vamos adotar a seguinte regra: Cada segmento de reta só pode ser interceptado em seus extremos e essa interceptação deve ser feita por um outro extremo de outro segmento, ou seja, não pode haver cruzamentos. Portanto, qual das figuras abaixo, quebra essa regra?

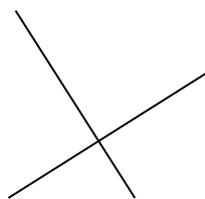


12. Você já ouviu falar em polígonos?_____ Se sim, você sabe o que é?_____ Para descobrirmos, vamos brincar! Para iniciar analise as figuras abaixo, você precisa treinar, e vamos ver como se sairá nas perguntas abaixo:



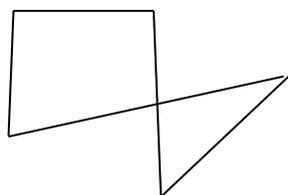
É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____

b)



É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____

c)



É uma linha poligonal? _____ Se sim, ela é fechada? _____ Os _____ segmentos de reta se cruzam? _____ Se sim, eles se cruzam nos extremos? _____ Além dos extremos, se cruzam em mais algum lugar? _____

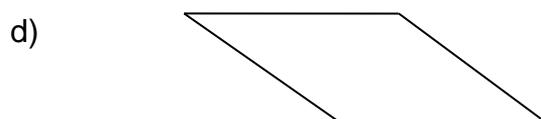
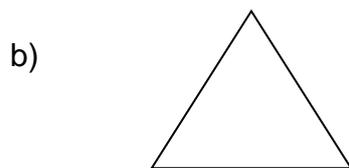
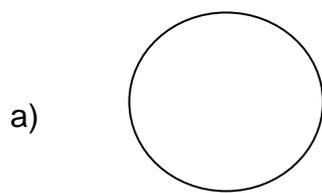
Foi difícil responder? _____ Se sim, o que você teve dificuldade? _____

E se eu te disser que polígono é uma linha poligonal fechada, onde cada segmento de reta se cruza apenas com um outro segmento e esse cruzamento é nos

extremos. Qual das figuras acima é um polígono? Por que você chegou nessa conclusão?

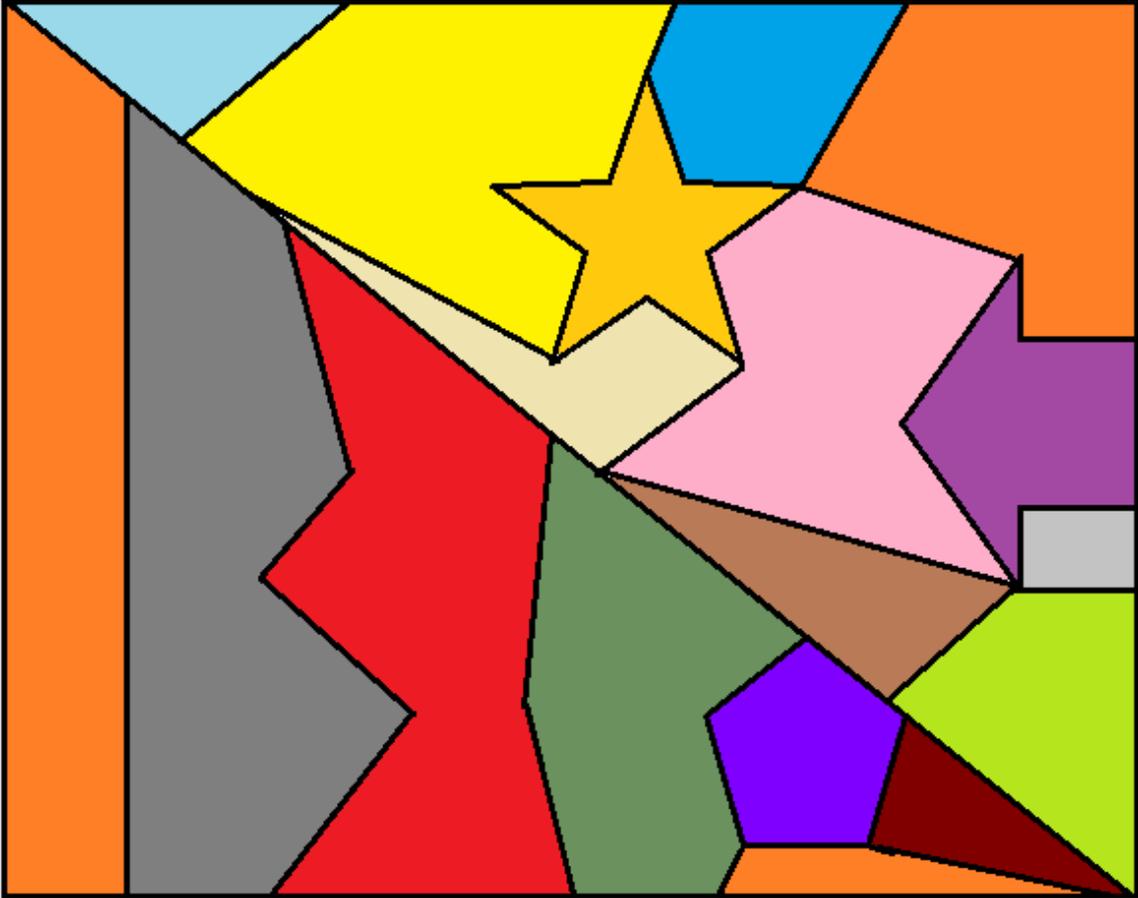
13. Questão raio x:

Quais desses itens são polígonos e quais não são e porque você chegou a essa conclusão.



APÊNDICE C – Figuras usadas em algumas oficinas de polígonos

Mural de polígonos.



Figuras geométricas.

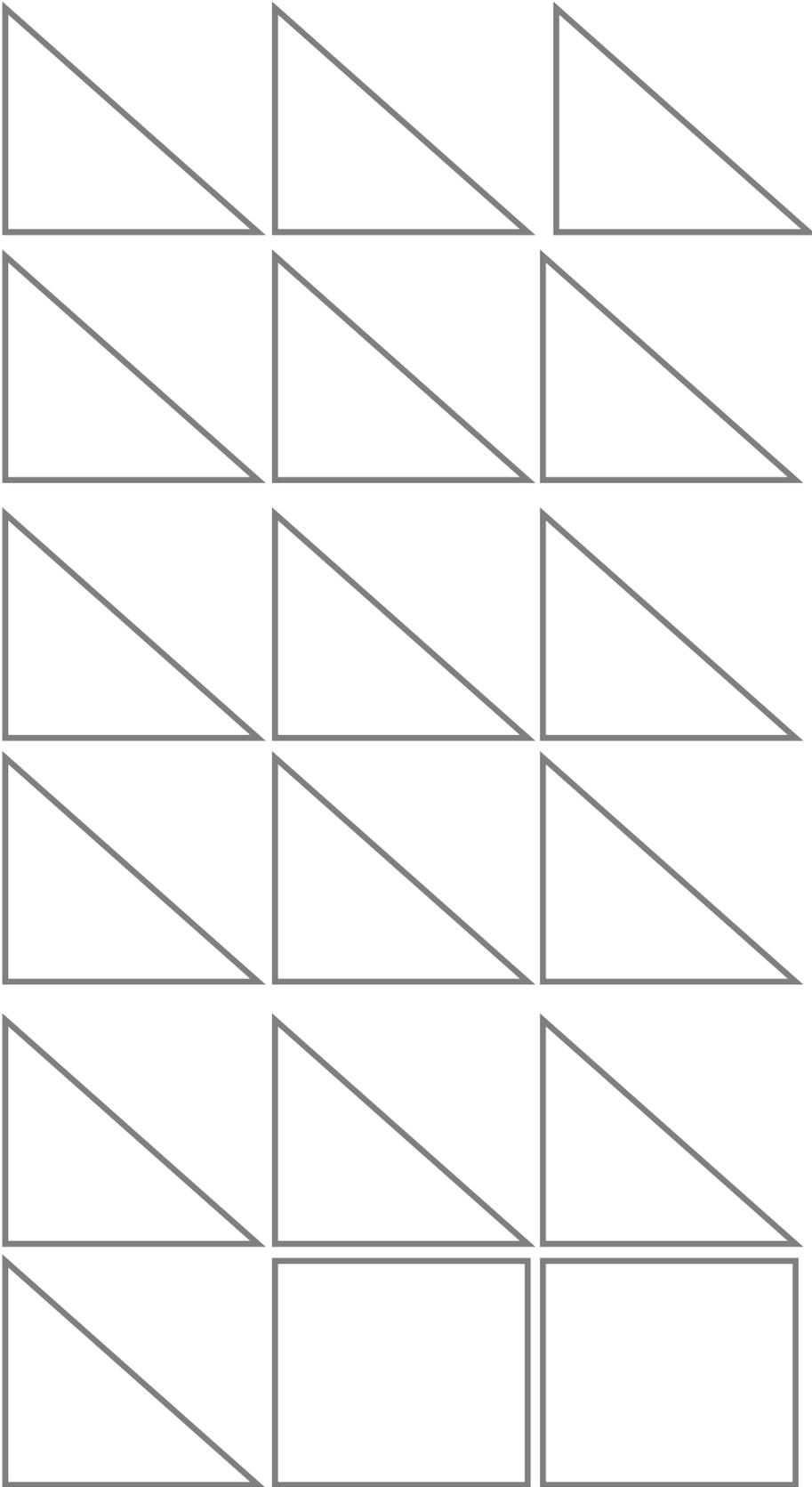
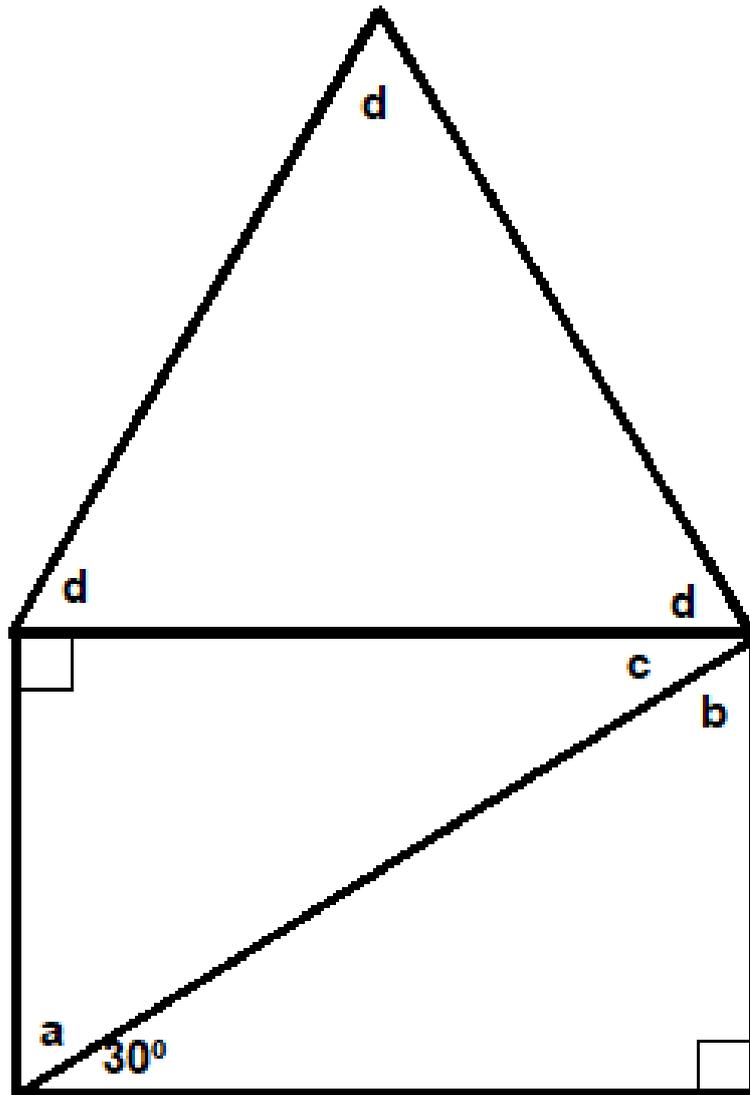


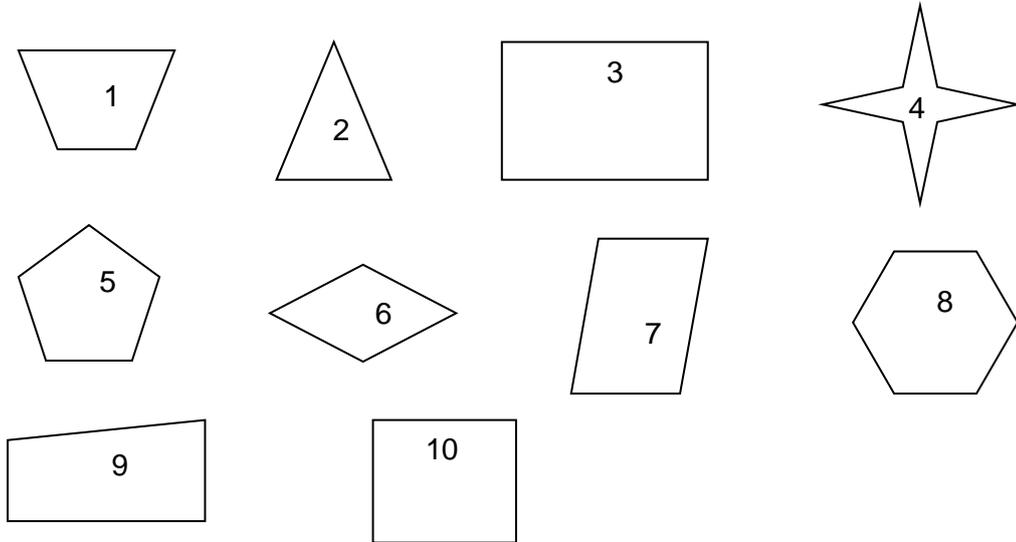


Figura geométrica.



APÊNDICE D – Exercícios de quadriláteros

1. Recorte e cole no seu caderno os quadriláteros que você encontrar abaixo.



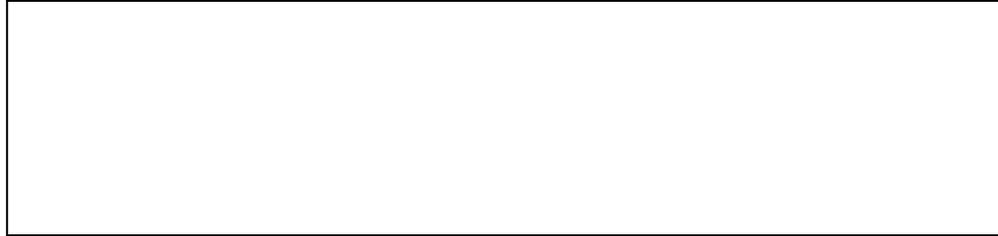
2. Quais figuras você identificou na questão 1? Porque você escolheu essas figuras?

3. Responda os itens abaixo.

- a) As retas da figura abaixo se cruzam? A distância entre uma reta e a outra é sempre a mesma em todos os pontos?

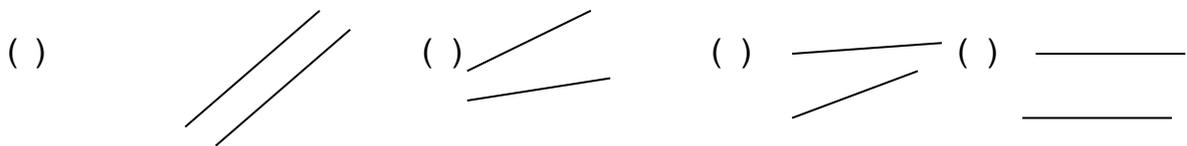


- b) A reta é formada por um conjunto infinito de pontos colineares. Estenda as retas do item “a” e responda se elas se cruzam. Desenhe isso no espaço abaixo.



c) Duas retas são chamadas paralelas se elas nunca se cruzarem, pois a distância entre elas é sempre a mesma em qualquer ponto da reta. Marque um x nos pares de retas abaixo que é paralelo.

Dica: Estenda as retas (pois elas são infinitas), e observe se em algum ponto elas irão se cruzar, e observe se a distância entre elas é sempre a mesma.



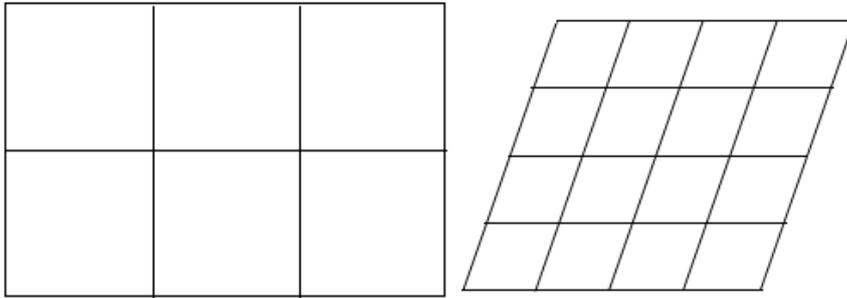
Porque você escolheu esses pares de reta?

d) Identifique na questão 1 as figuras que possuem pares de retas paralelas e desenhe no espaço abaixo os pares.



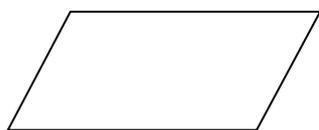
4. Responda os itens abaixo:

- a) Pinte da mesma cor os ângulos com a mesma medida.



- b) Você observou algo nesses ângulos? Percebeu algum padrão?

1. Observe a figura abaixo e responda os itens a seguir:



- Você já viu essa figura em algum lugar? Se sim, onde?
- Quantos lados e ângulos essa figura possui?
- Existem lados com mesma medida? Se sim, quais?
- Existem pares de lados paralelos? Se sim, quantos e quais?
- Os ângulos opostos possuem algo em comum?
- Ao somar os ângulos do mesmo lado, o que você observa?

2. A figura que você viu na questão 1 chama-se paralelogramo. Anote abaixo características que você observou nela.

Quantidade de lados = _____

Quantidade de ângulos = _____

Pares de lados paralelos = _____

Os lados paralelos possuem a mesma medida? _____

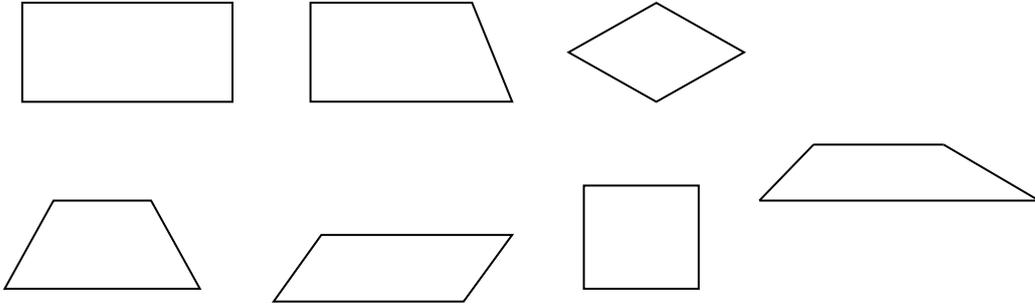
Ângulos Opostos = _____

Soma dos ângulos do mesmo lado = _____

Portanto uma figura para ser um paralelogramo precisa ter essas características que você anotou acima!

3. Se você pudesse desenhar outra figura que possui dois pares de lados paralelos, no qual cada par possui-se medidas iguais, como você desenharia? Desenhe três figuras diferentes com essas características.

1. Marque um x nos paralelogramos e circule os trapézios.



2. Vamos sintetizar as ideias? Anote abaixo as características gerais do trapézio e do paralelogramo:

-Trapézio

Quantidade de lados: _____

Quantidade de ângulos: _____

Quantidade de pares de retas paralelas: _____

A medida dos lados paralelos é a mesma? _____

- Paralelogramo

Quantidade de lados: _____

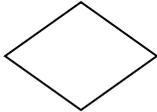
Quantidade de ângulos: _____

Quantidade de pares de retas paralelas: _____

A medida dos lados paralelos é a mesma? _____

Quais as principais diferenças entre eles?

1. Como foi visto, existem vários tipos de paralelogramos, esses possuem características especiais e vamos conhecê-los! Em seguida responda os itens abaixo:

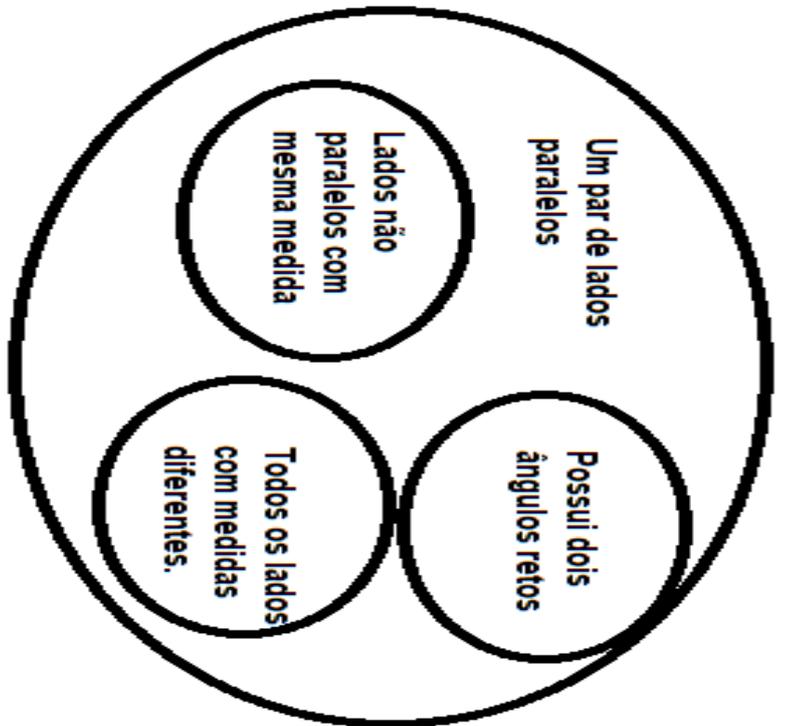
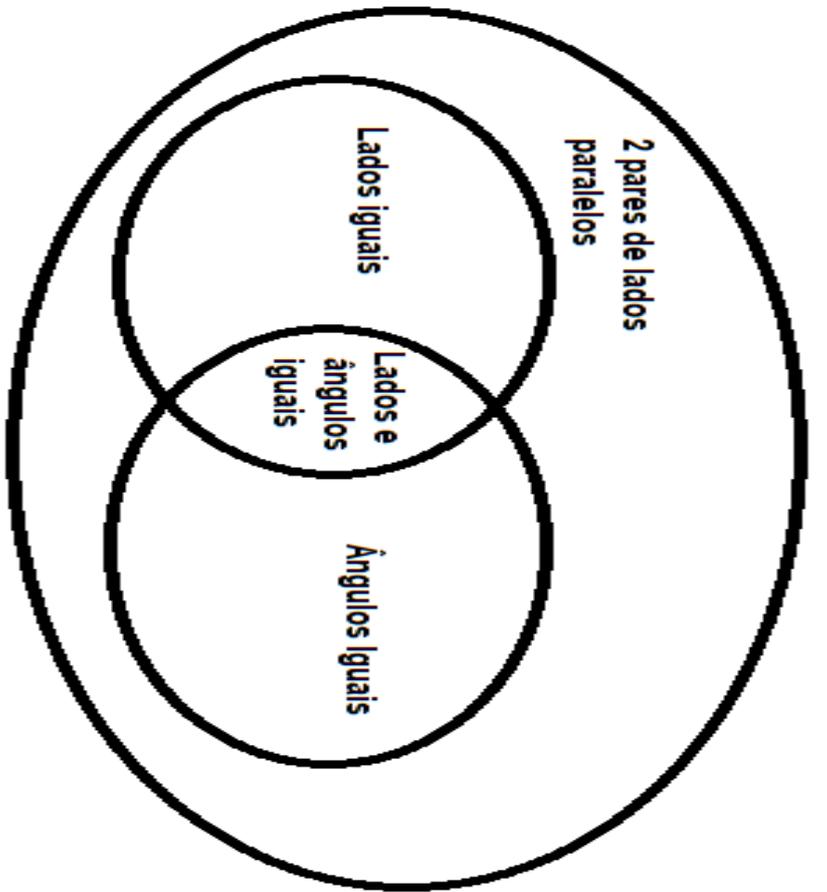
Retângulo	Losango	Quadrado
		
Sua característica especial é que possui os quatro ângulos internos medindo 90°	Sua característica especial é que possui os quatro lados com a mesma medida	Sua característica é que possui os quatro lados de mesma medida e os quatro ângulos internos medindo 90°

- Quantos lados possuem?
- Todos possuem pares de lados paralelos? Se sim, quantos pares cada um possui?
- As retas do par paralelo têm a mesma medida?
- Os ângulos opostos são iguais?
- Mesmo tendo formatos diferentes, porque todos são paralelogramos?
- O que losango tem em comum com o quadrado?
- Se um losango é um tipo de paralelogramo que possui todos os lados iguais, e o quadrado também possui essa característica, é correto afirmar que o quadrado é um losango? Justifique sua resposta.
- O que uma figura precisa para ser um quadrado? Todo losango é um quadrado?
- O que o retângulo e o quadrado possuem em comum?
- “O correto seria: “Todo retângulo é um quadrado” ou “Todo quadrado é um retângulo”? Porque você escolheu essa opção?

2. Desenhe em uma folha quadriculada as figuras pedidas:

- a) Um losango que não seja um quadrado;
- b) Um losango que seja um quadrado;
- c) Um retângulo que não seja quadrado;
- d) Um retângulo que seja quadrado;

Conjuntos



Quadriláteros

QUADRADO

TRAPÉZIO
ISÓSCELES

PARALELOGRAMO

TRAPÉZIO

LOSANGO

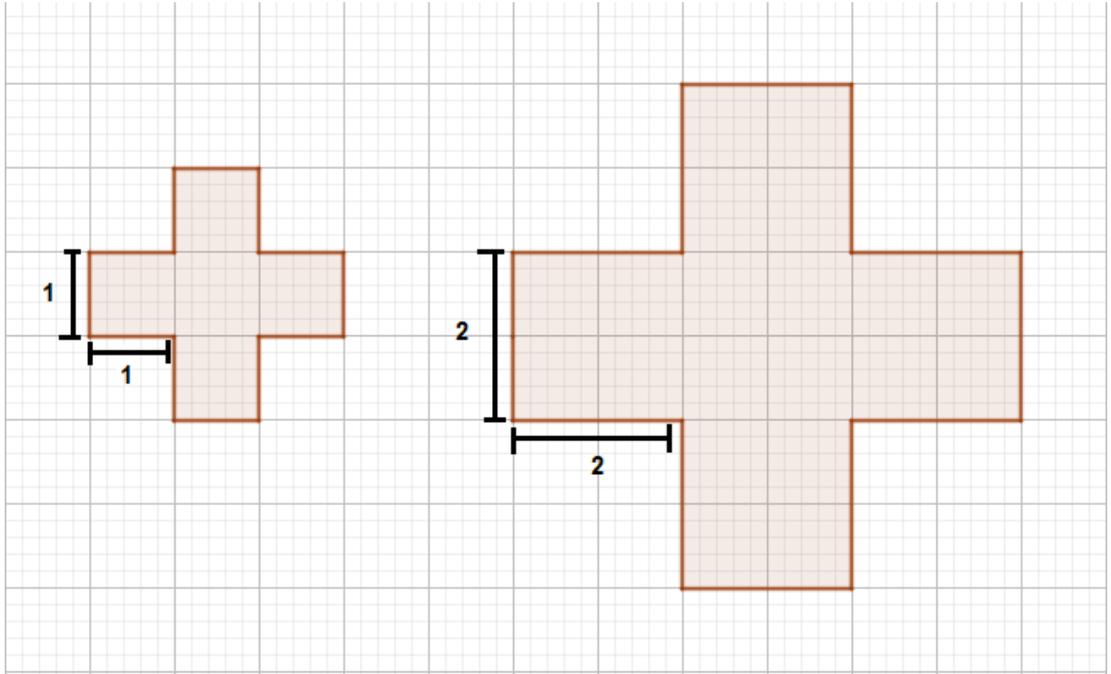
TRAPÉZIO
ESCALENO

RETÂNGULO

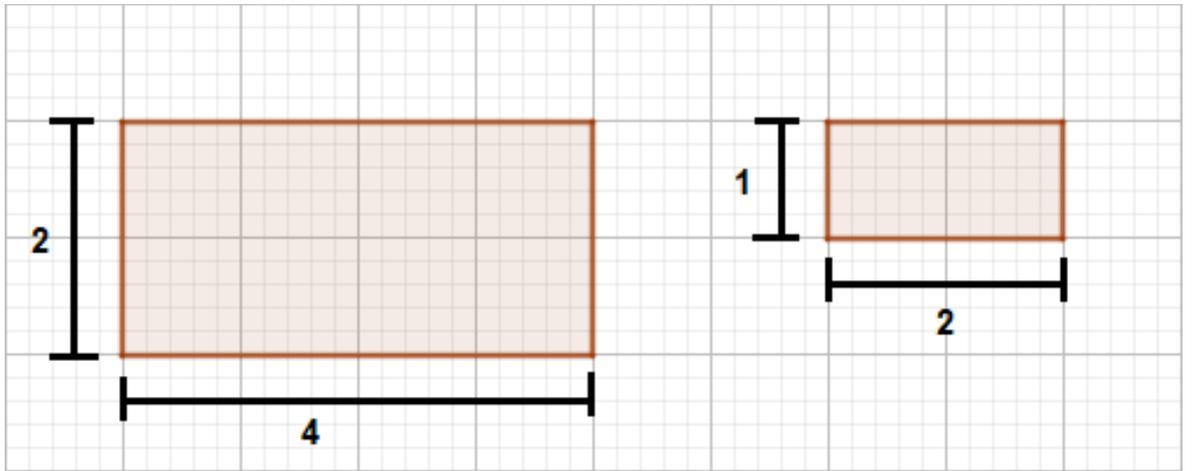
TRAPÉZIO
RETÂNGULO

APÊNDICE E – Exercícios de oficinas de ampliação e redução de figuras

Ampliação da figura



Redução da figura



No processo ampliação, pode-se dizer que a figura:

- () aumenta de tamanho
- () mantêm o tamanho
- () diminui o tamanho

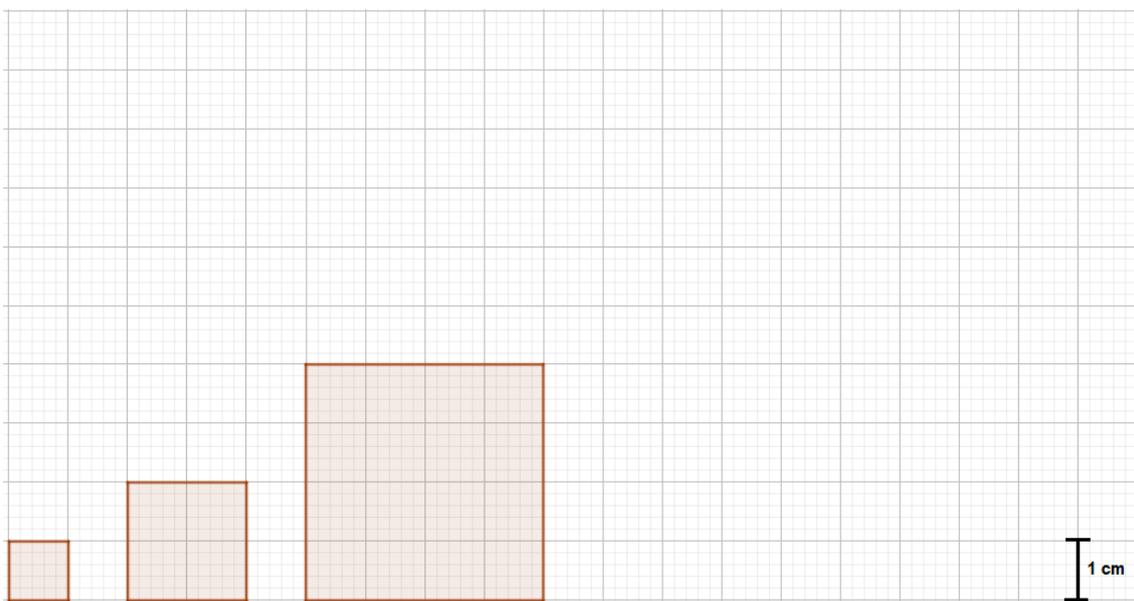
No processo de redução, pode-se dizer que a figura:

- () mantêm o tamanho
- () diminui de tamanho
- () aumenta de tamanho

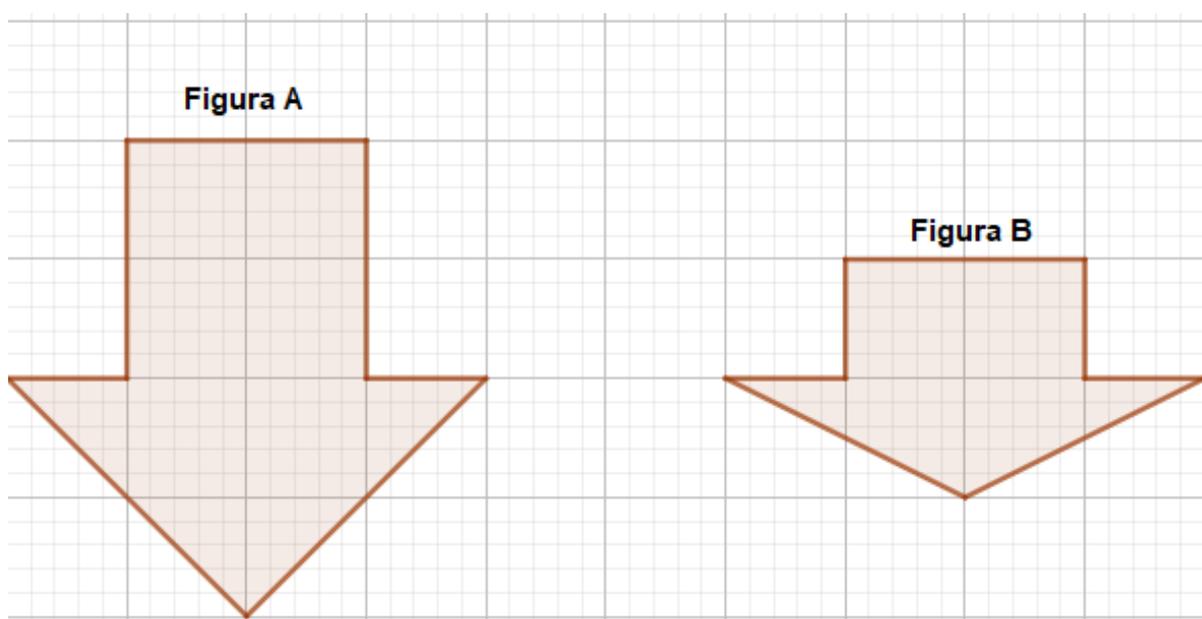
Quando um polígono é reduzido, pode-se dizer que:

- () a medida dos lados se mantêm
- () a medida dos ângulos se mantêm
- () a medida dos lados e dos ângulos se alteram

- Observe os quadrados a seguir e responda os itens abaixo:

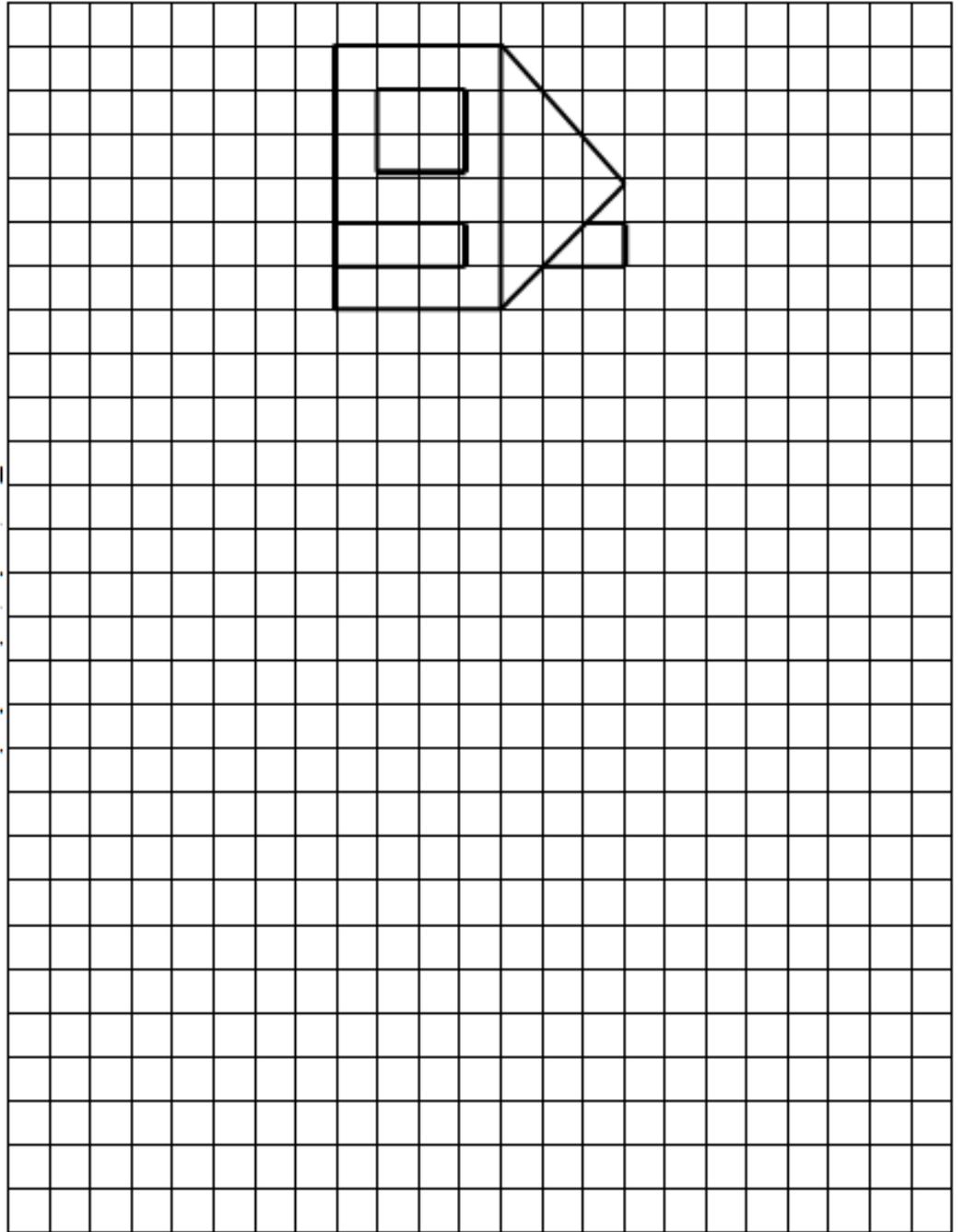


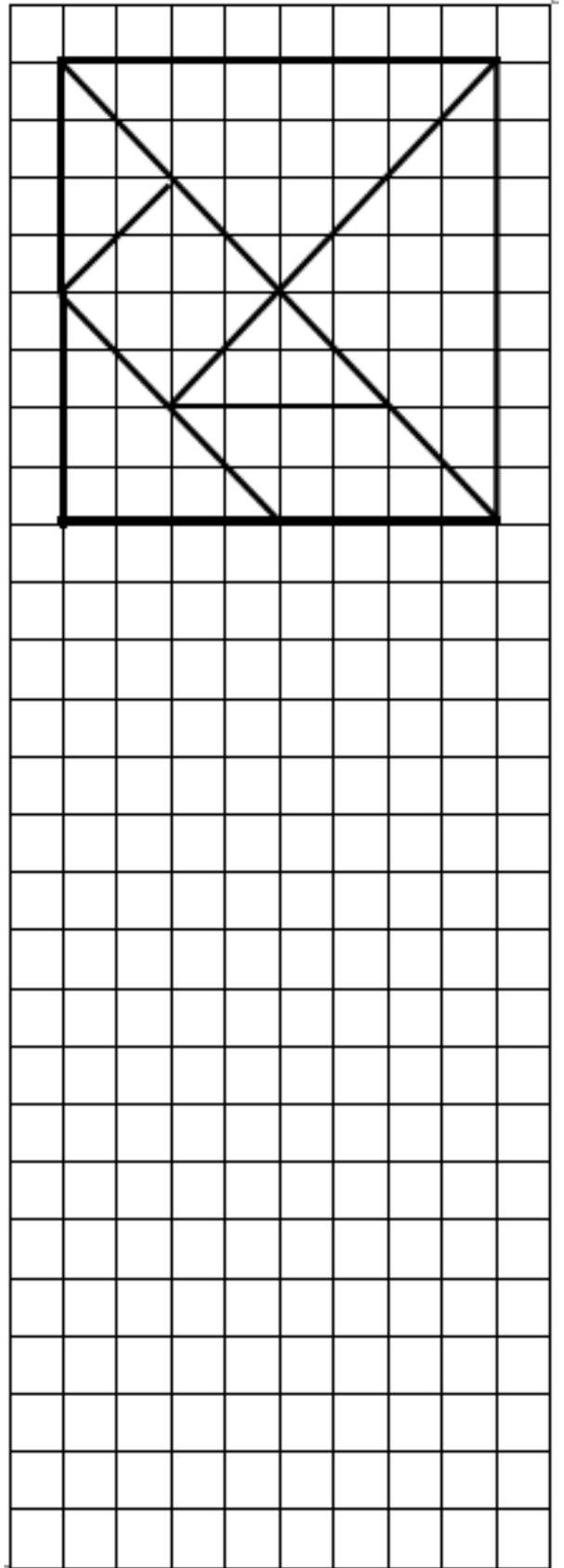
- a) Seguindo a sequência, desenhe na malha quadriculada o 4º quadrado.
- b) Os três quadrados iniciais serviram de alguma maneira para a construção do último?
- c) Se fosse para desenhar um quinto quadrado qual seria a medida dos seus lados?
- d) A medida dos ângulos é alterada?



- Porque a figura B não pode ser considerada a redução da figura A?

Ampliação da casa



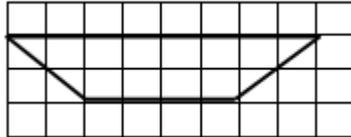


Analise quais das alternativas abaixo são ampliações da figura a seguir:

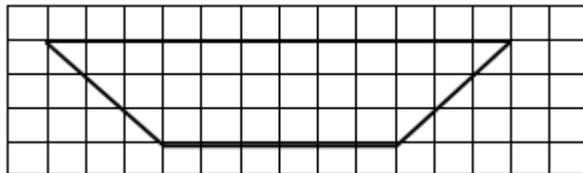
Trapézio na malha quadriculada



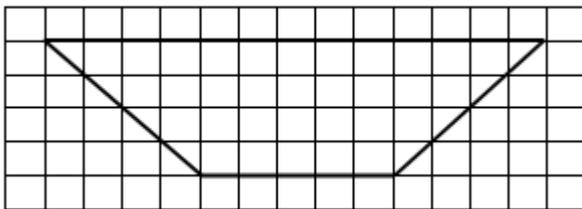
a)



b)



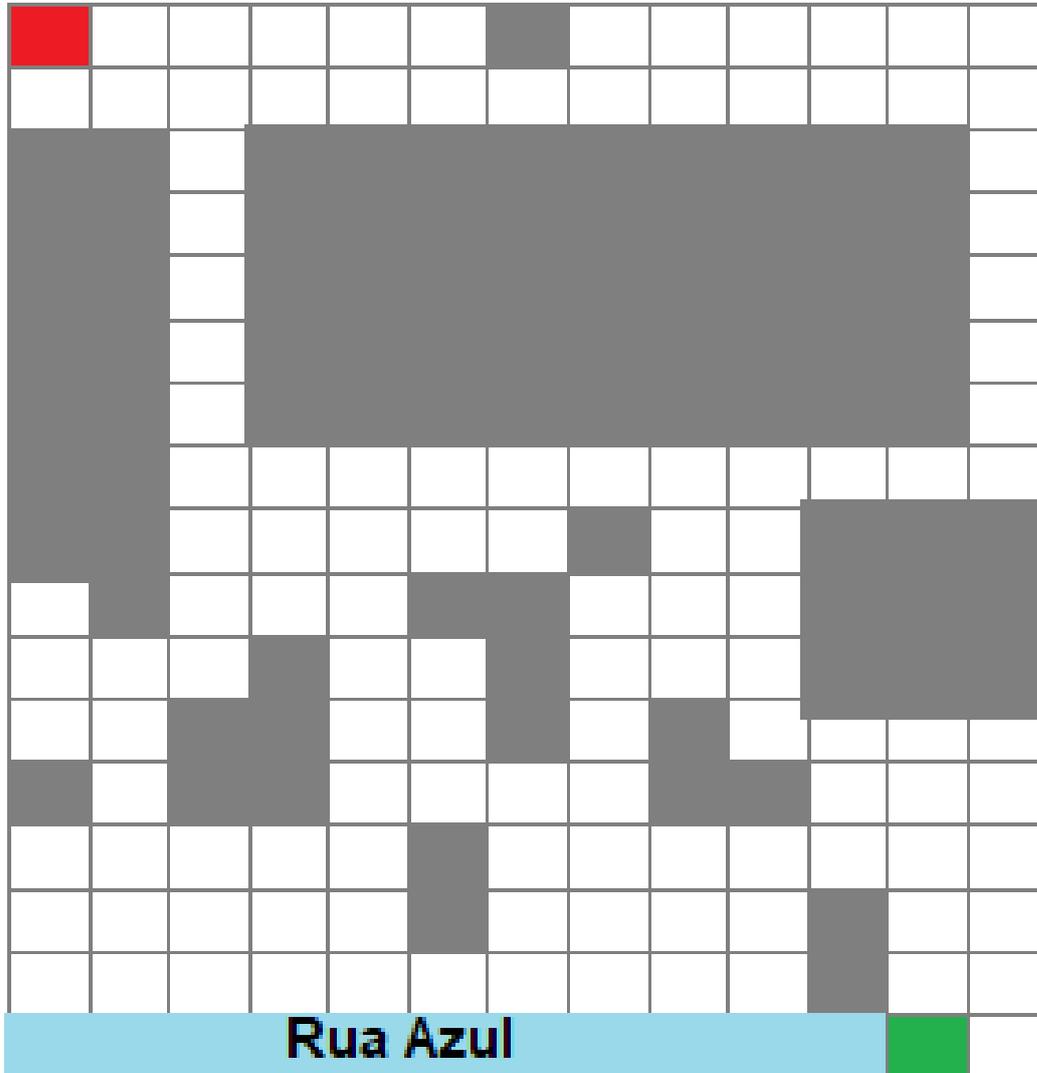
c)



Das figuras que você identificou como ampliação, quais escalas foram utilizadas?

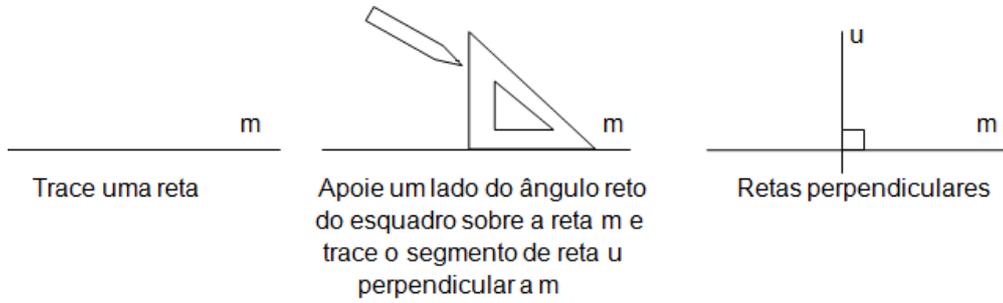
APÊNDICE F – Figuras e atividades de retas paralelas e perpendiculares

Jogo Labirinto



Perpendiculares e Paralelas

Retas perpendiculares

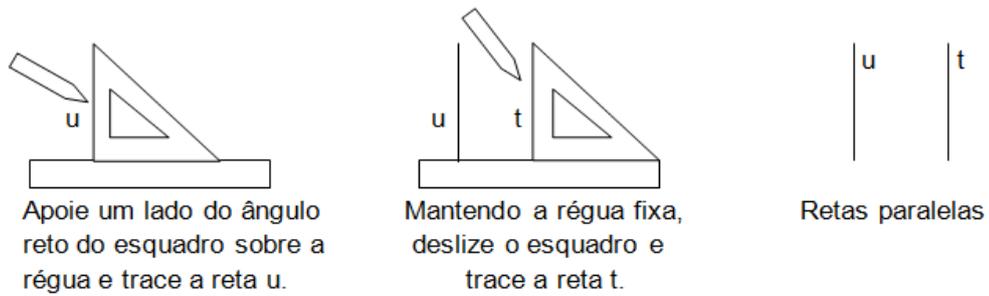


Trace uma reta

Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a reta m e trace o segmento de reta u perpendicular a m

Retas perpendiculares

Retas paralelas

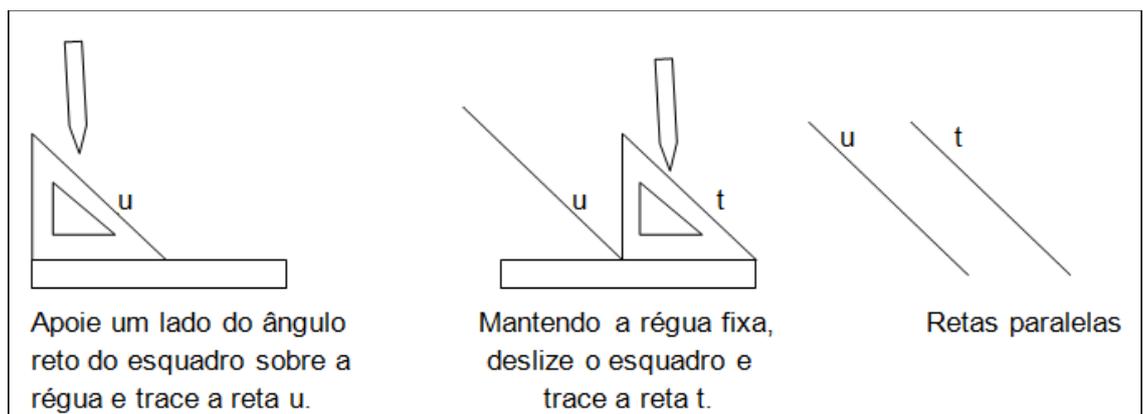


Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a régua e trace a reta u.

Mantendo a régua fixa, deslize o esquadro e trace a reta t.

Retas paralelas

Traçando retas paralelas



Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a régua e trace a reta u.

Mantendo a régua fixa, deslize o esquadro e trace a reta t.

Retas paralelas

Seguido o algoritmo abaixo, descubra se as retas são paralelas, perpendiculares ou concorrentes.

- Usando as funções  e  no Geogebra construa a reta s que passa pelos pontos $(0,-1)$, $(2,1)$ e $(3,2)$.
- Marque também os pontos $(-1,1)$, $(2,-2)$ e trace a reta r.
- Verifique se as retas se intersectam, caso isso não ocorra são paralelas.

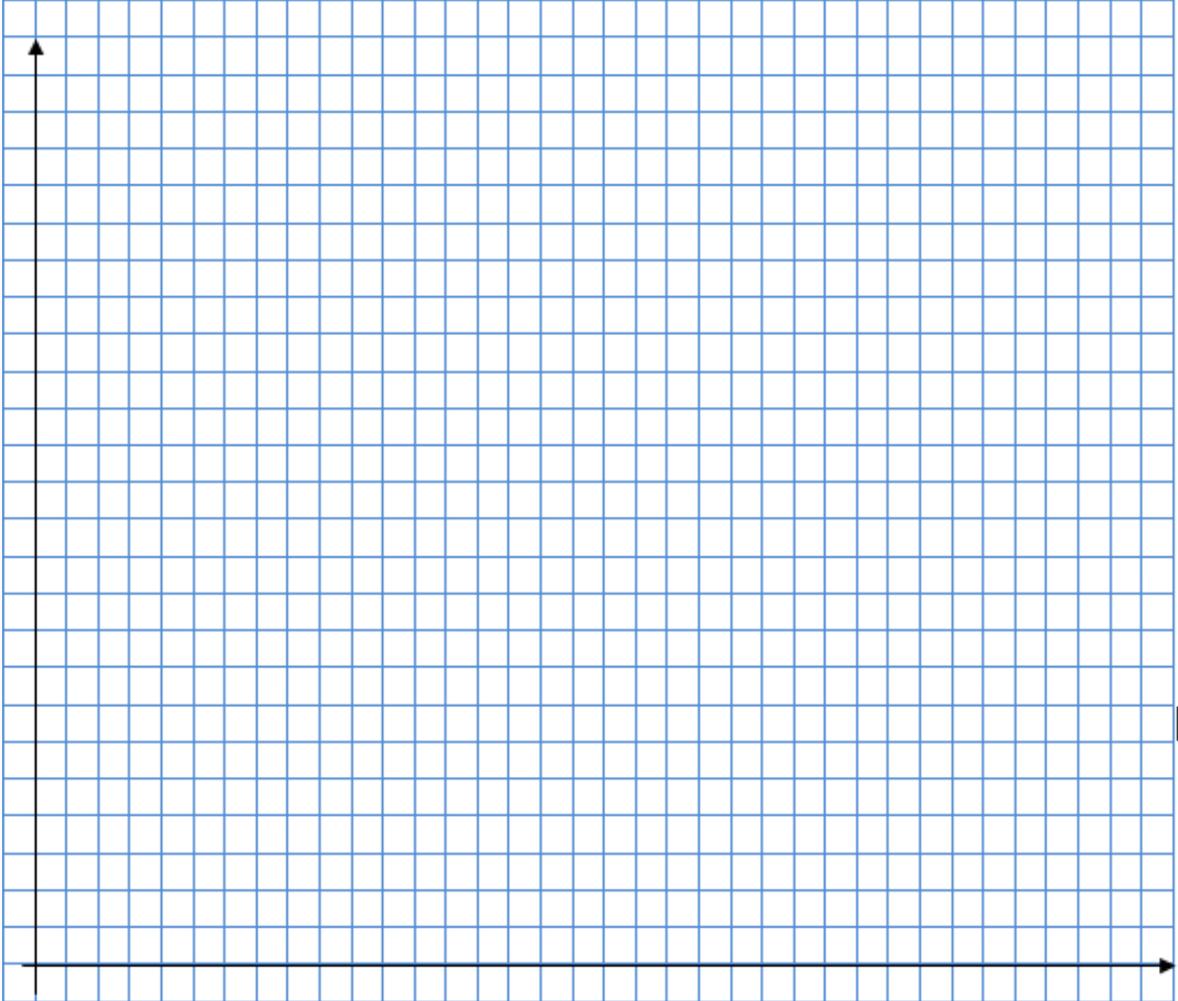
- Se as retas se intersectarem, use a função  no Geogebra e verifique a medida dos ângulos formados pela intersecção das retas, se medirem 90° as retas são perpendiculares, caso contrário são concorrentes.

Agora é sua vez de criar seu algoritmo: Crie desenhos que sejam compostos por retas paralelas e perpendiculares! Porém para isto regras deverão ser atendidas:

- Anotar um passo a passo numa folha de como construir essas figuras e para isso deverá utilizar as informações do plano cartesiano (coordenadas dos pontos, entre outros) para ajudar na descrição.
- O desenho tem que conter pelo menos três retas

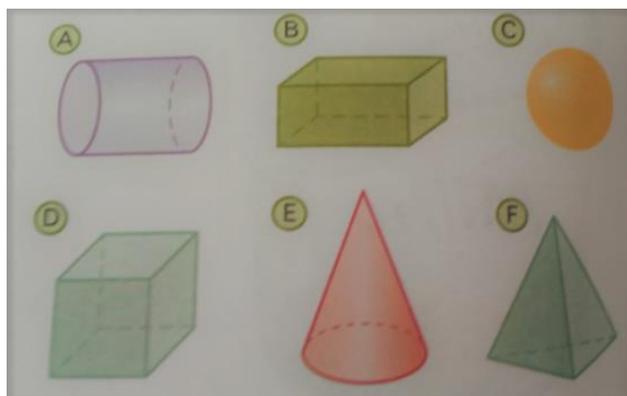
Para isso, utilize o plano cartesiano abaixo:

Plano cartesiano na malha quadriculada



ANEXOS

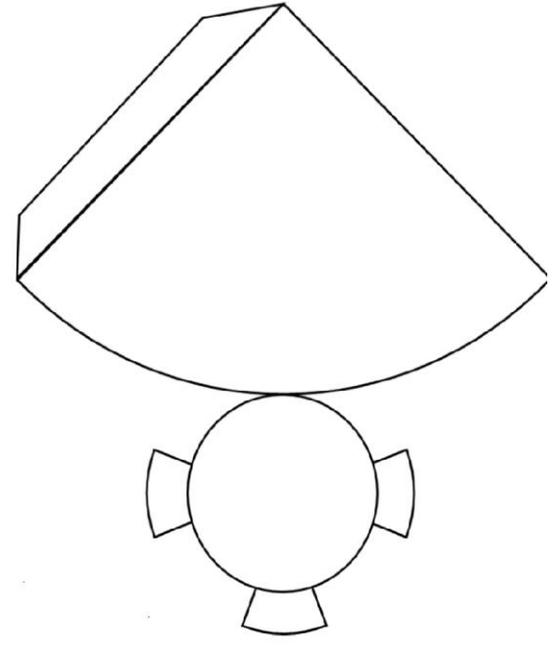
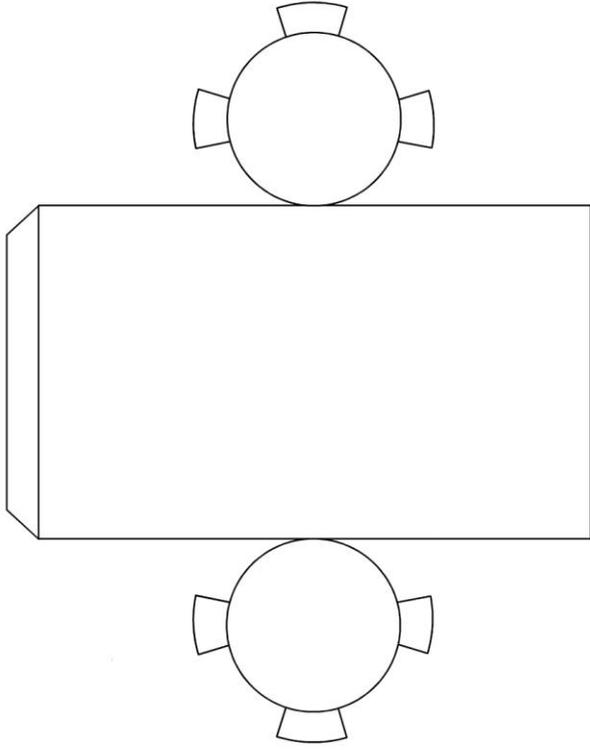
1. Observe as figuras abaixo e responda os itens a seguir:



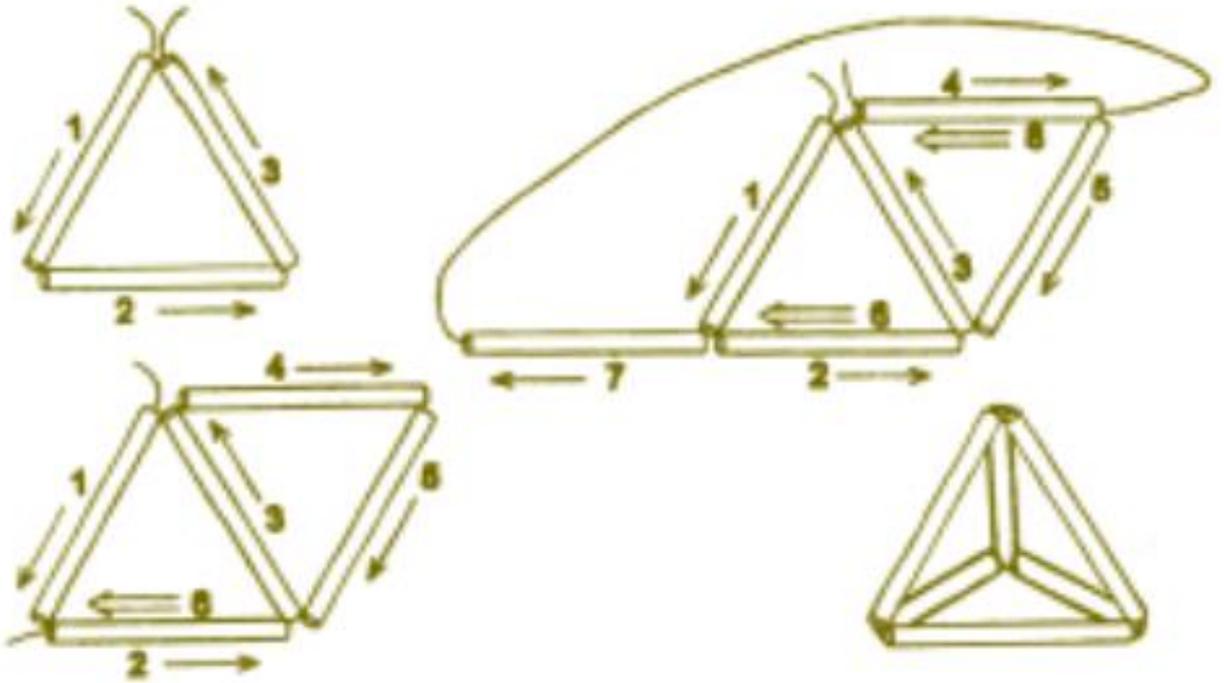
- a) Observando a figura E, na posição que ela se encontra ela rola?
- b) Em que outra posição ela pode rolar, porque?
- c) Das figuras acima, quais delas podem rolar e quais não podem? Porque?
- d) Existe algum deles que rola em qualquer posição? Se sim, qual?
- e) Os objetos B e D, são iguais? Como você chegou a essa conclusão?
- f) Os corpos redondos possuem formas arredondadas, por isso rolam com facilidade, já os poliedros não rolam. Portanto quais das figuras são corpos redondos e quais são poliedros?
2. Responda os itens abaixo:
- a) Por que as latinhas de refrigerante são empilhadas em pé e não deitadas?
- b) Porque a bola de futebol tem o formato de uma esfera e não de um quadrado?
- c) A escolha da forma do objeto tem a ver com o objetivo pelo qual ele foi projetado? Explique.
3. Segue abaixo a proposta de atividade para esse momento:

Você já desmontou o chapéu de festa? Ou até mesmo um dado? Já observou a figura plana que obtém? Essa figura chama-se **planificação**. Chegou a sua hora de montar corpos redondos a partir da sua planificação. Utilize tesoura e cola para recortar e colar as partes para formar o sólido.

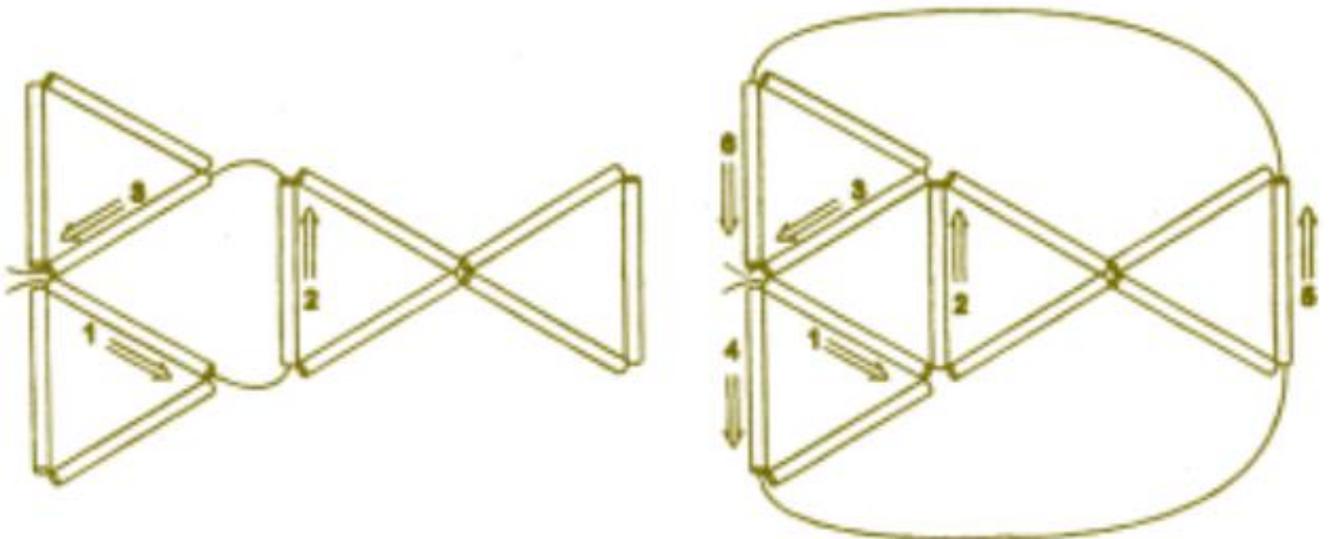
Planificações



Tetraedro regular



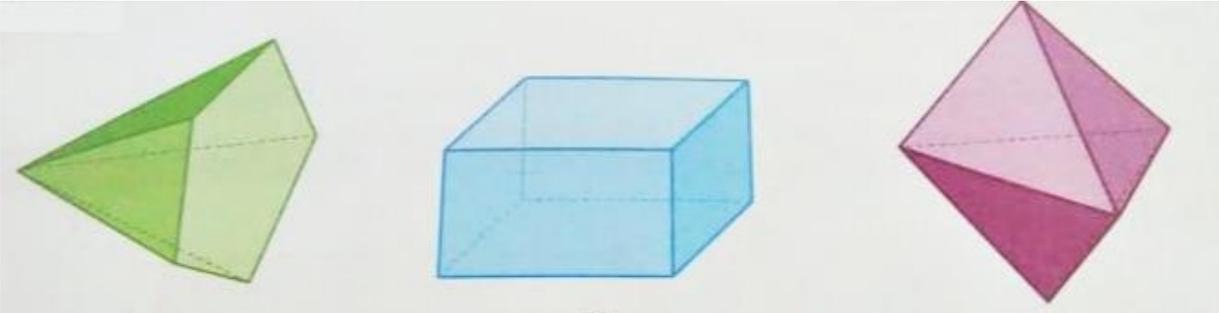
Octaedro regular



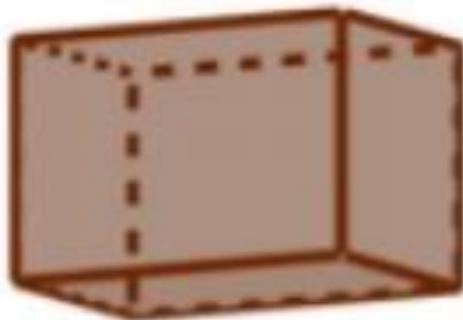
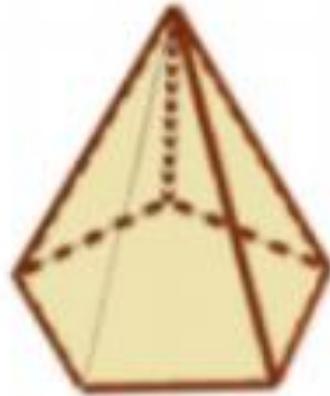
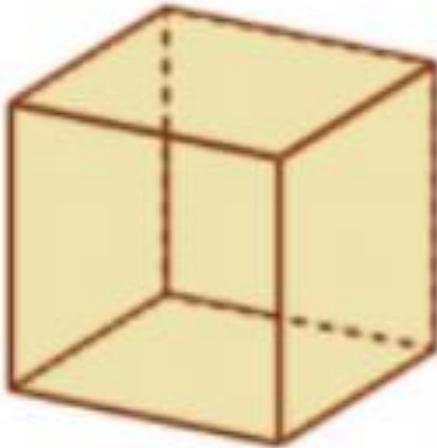
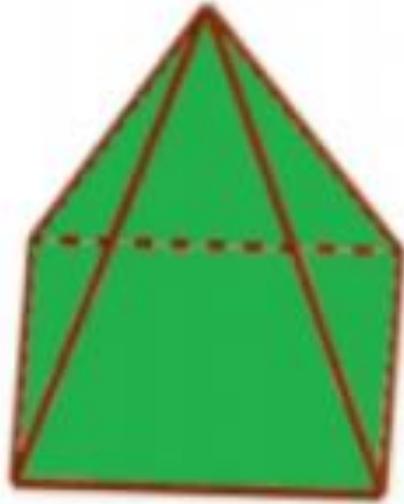
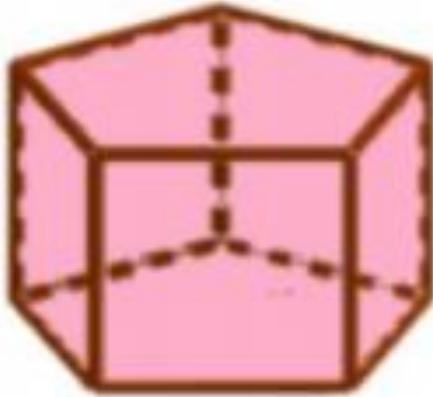
Icosaedro regular



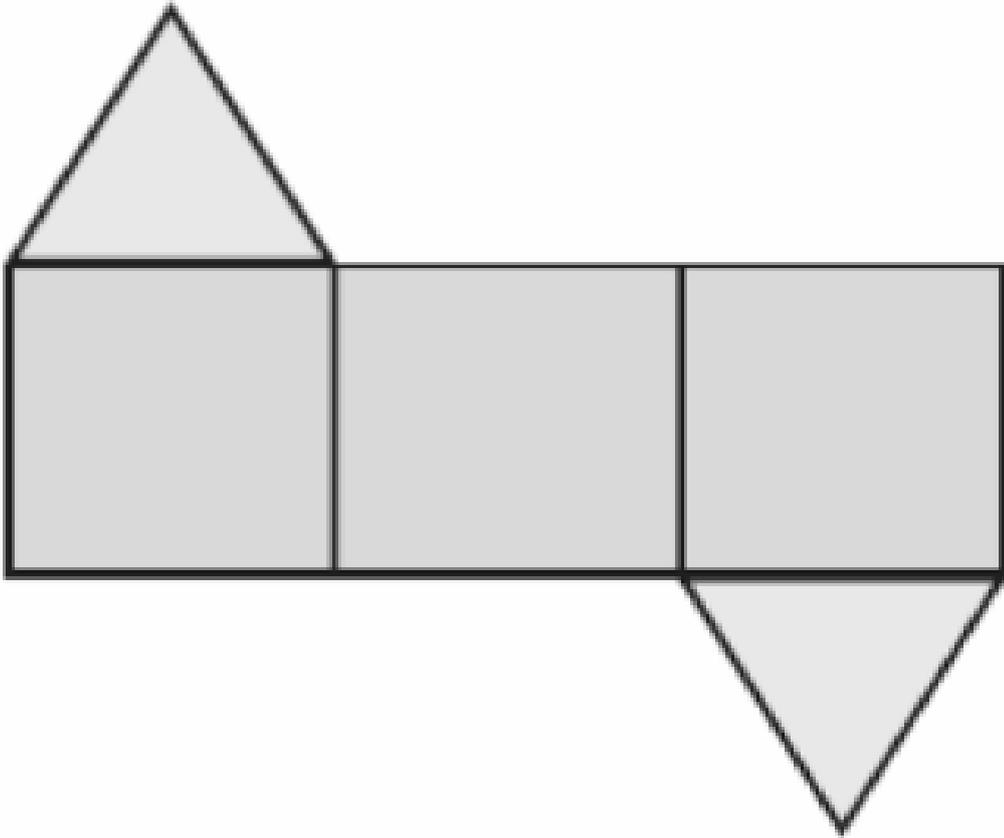
Poliedros



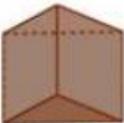
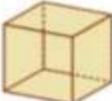
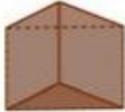
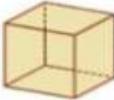
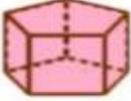
Sólidos geométricos

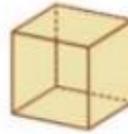
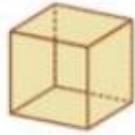


Planificação do prisma triangular

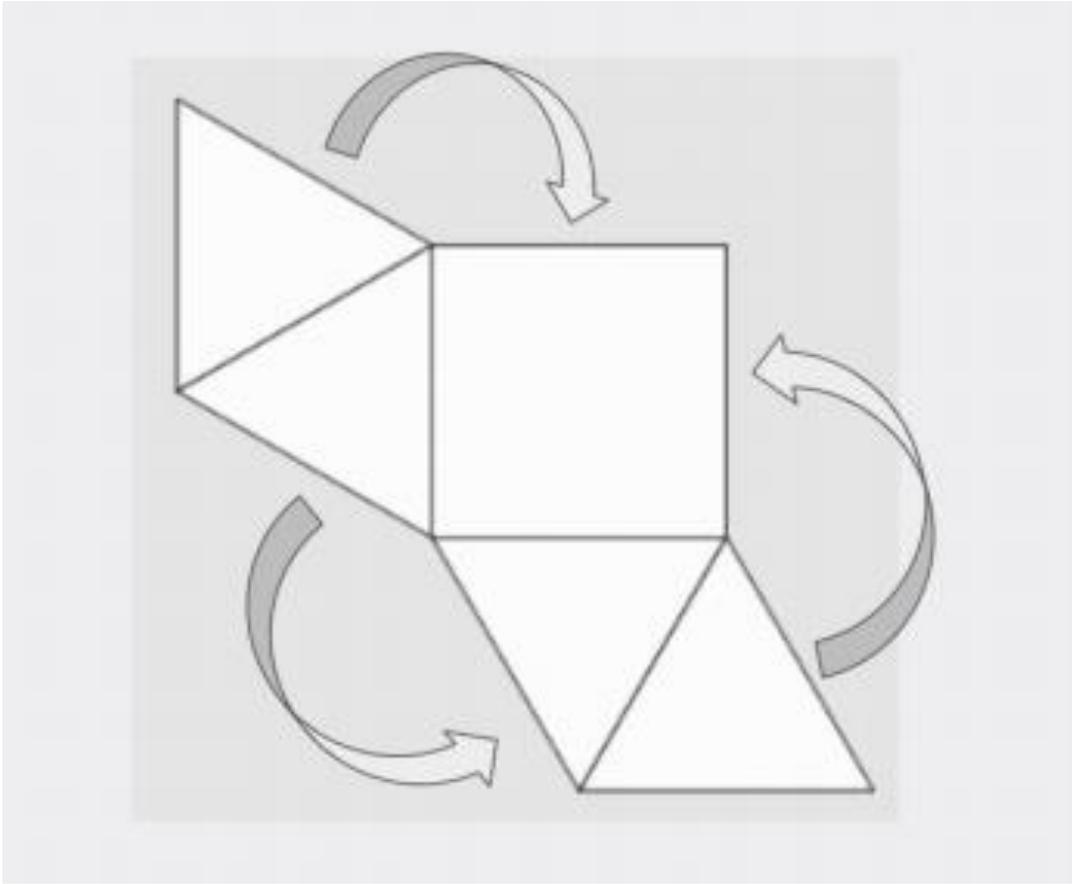


Sólidos geométricos

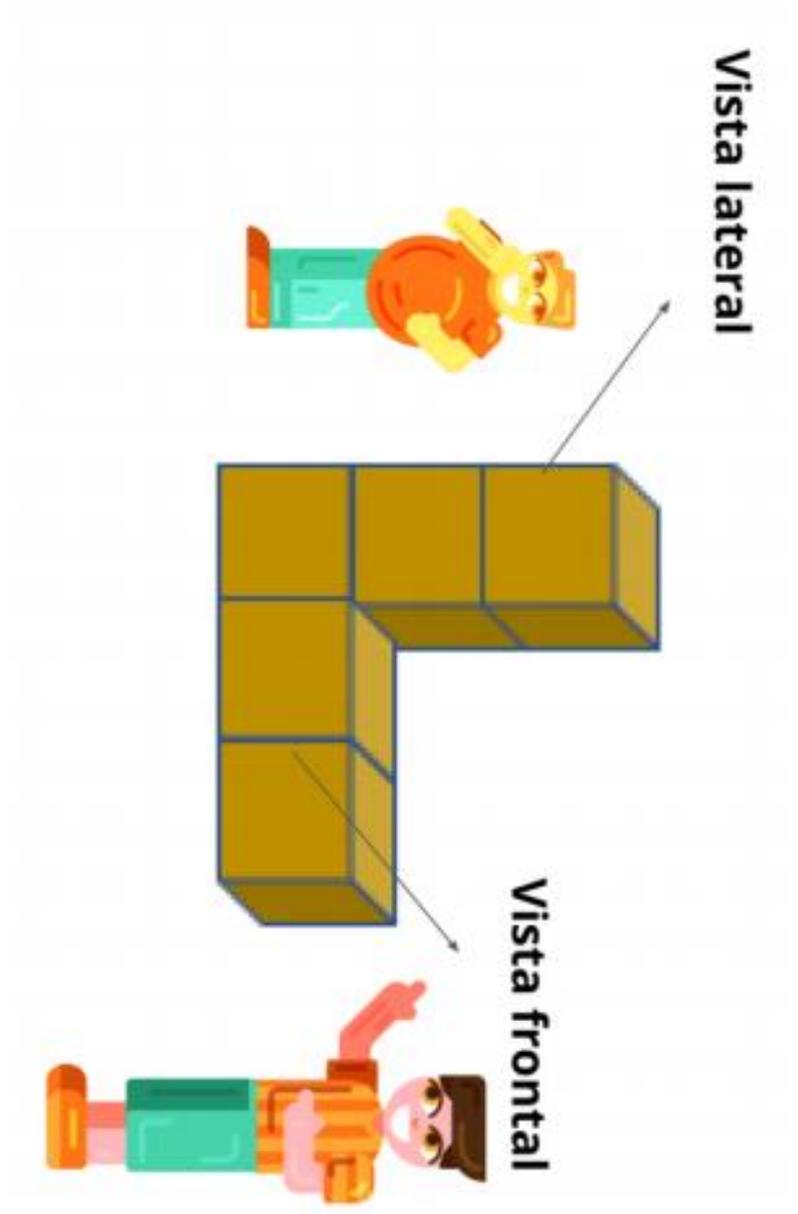
			
Minhas bases são pentagonais			Apresento apenas uma base
Apresento base triangular e possuo 9 arestas.		Todas as minhas faces são iguais	
	Minhas faces laterais são triangulares	Apresento 6 vértices e 6 faces.	
	Minhas bases são triangulares	Minhas bases são pentagonais	
Minha base é pentagonal e possuo 6 faces.	Todas as minhas faces são iguais		
		Minhas faces laterais são triangulares	Minhas faces laterais são quadriláteros
Apresento 5 vértices, 5 faces e 8 arestas.		Minhas faces laterais são triangulares	Apresento duas bases paralelas e congruentes.
			Apresento base triangular e possuo 9 arestas.
Com exceção de um, todos os meus vértices estão na base.			

			Apresento apenas uma base.
Apresento apenas uma base			Sou um poliedro de 10 vértices.
Apresento 8 vértices e minhas bases são retangulares	Todas as minhas faces são iguais		
	Apresento apenas uma base	Todas as minhas faces são iguais	Com exceção de um, todos os meus vértices estão na base.

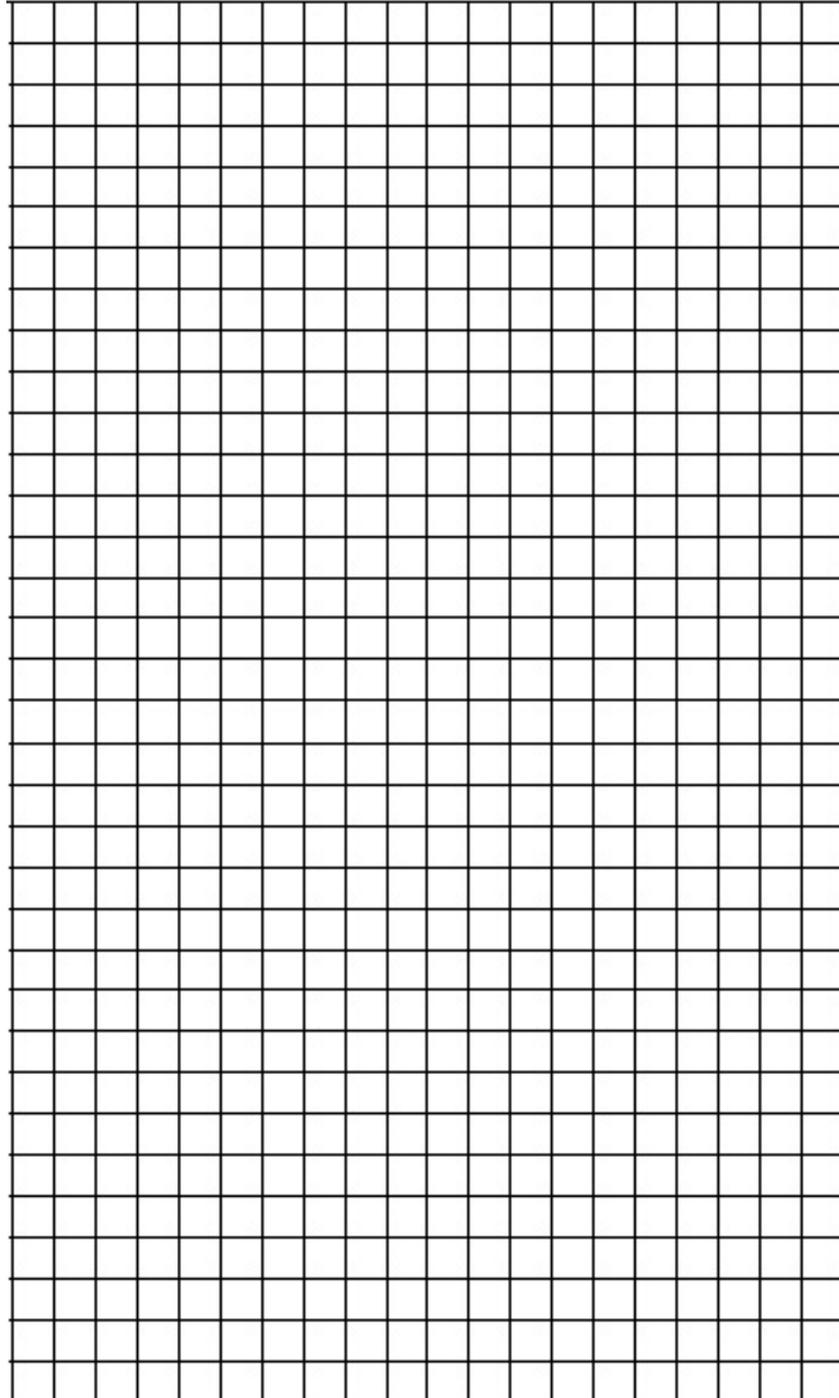
Planificação



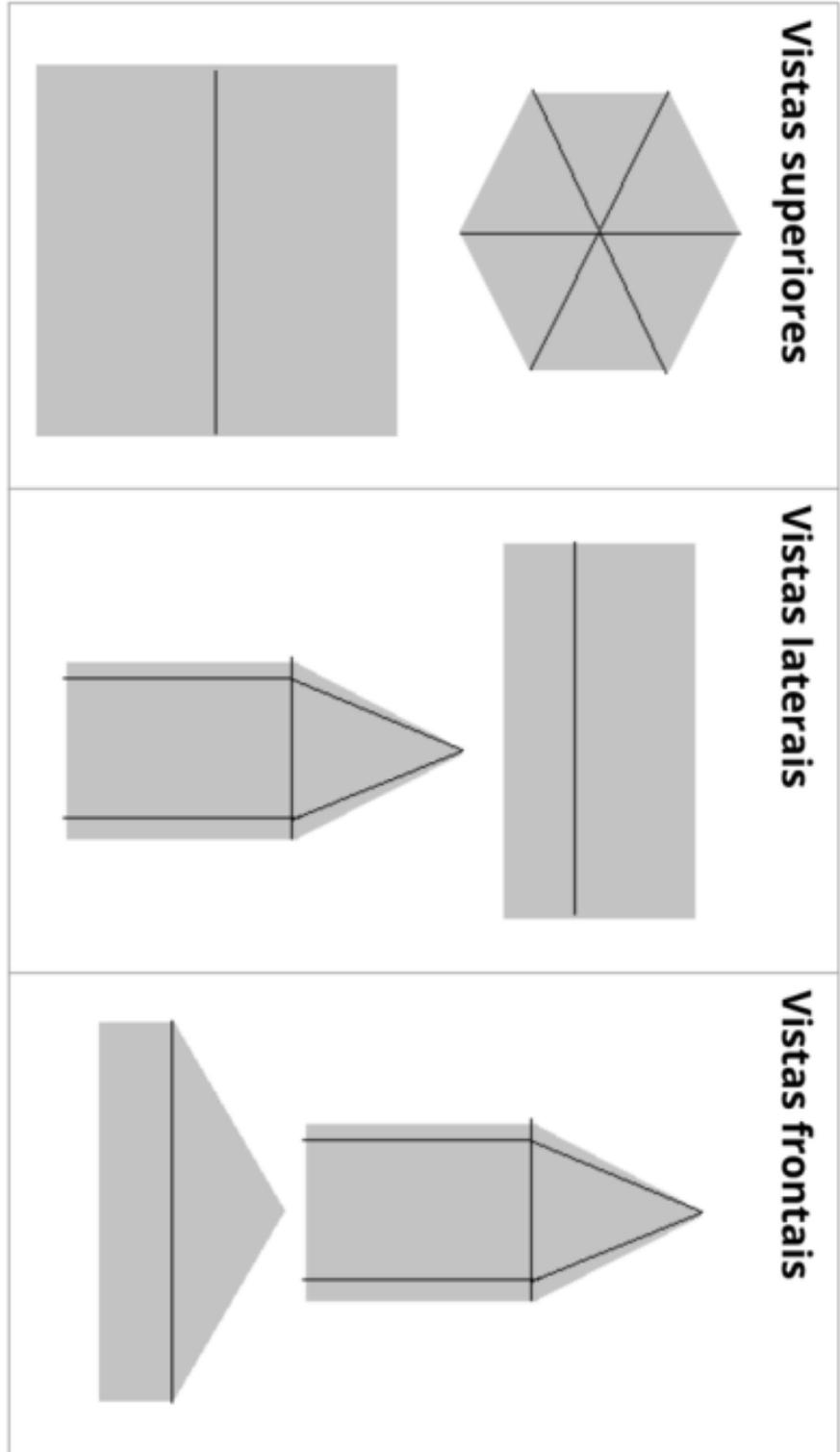
Vistas dos cubos



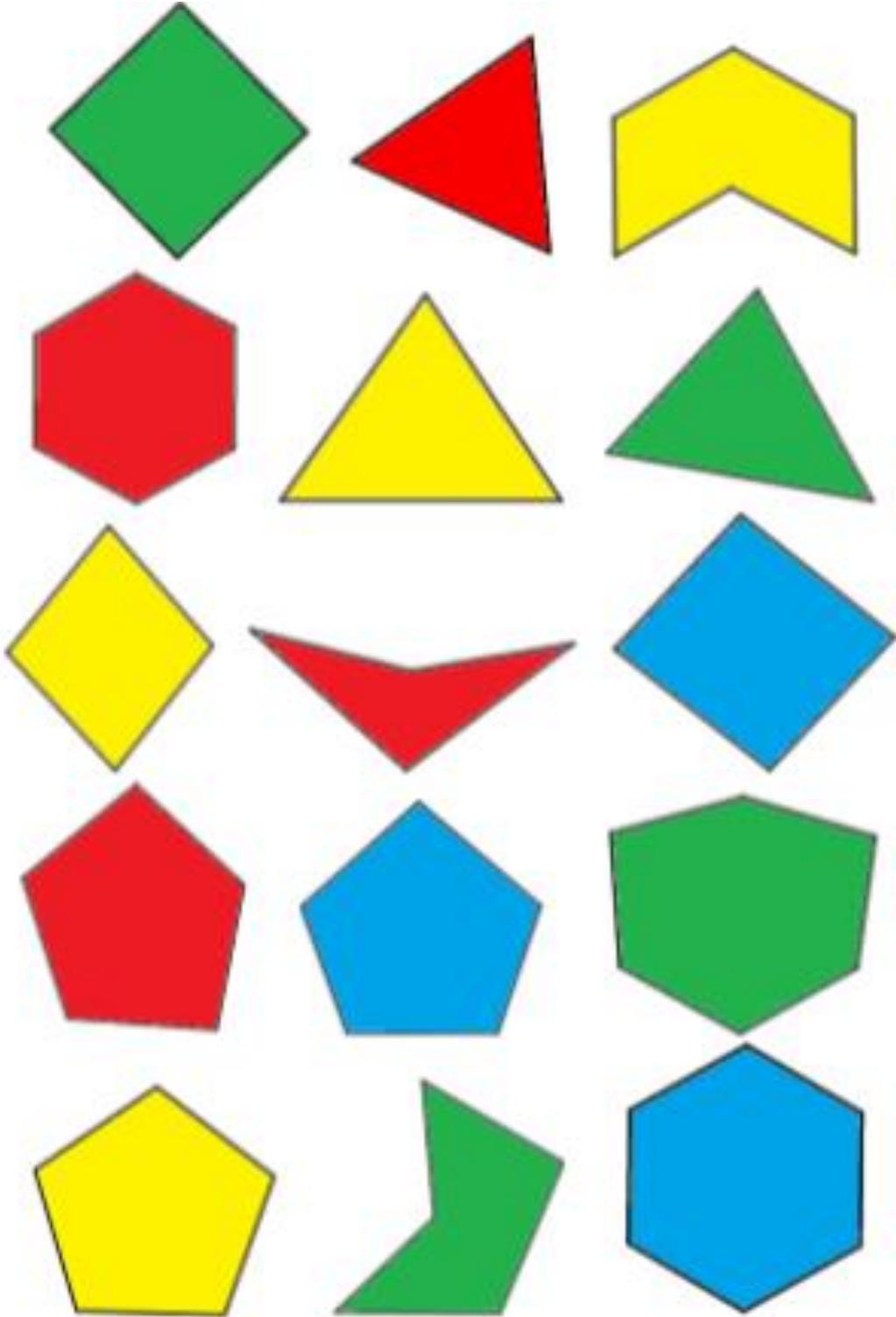
Malha quadriculada



Vistas dos dois sólidos



Figuras geométricas.



Ponte

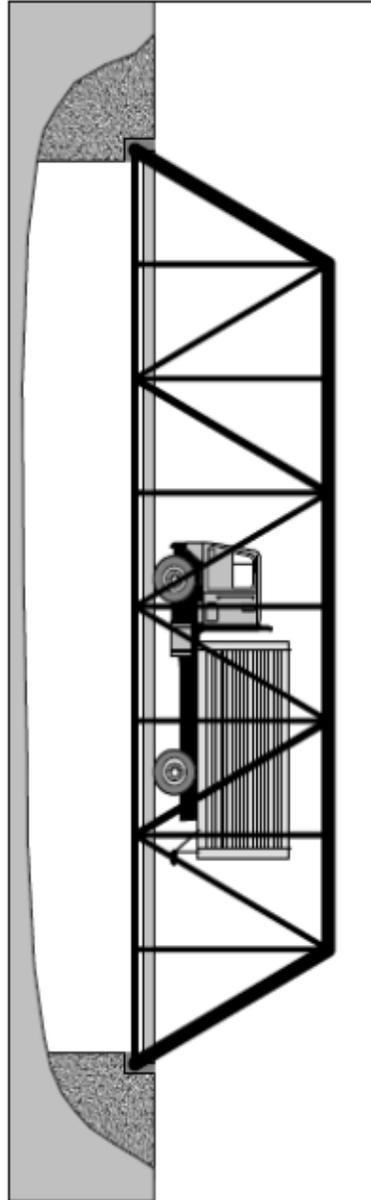
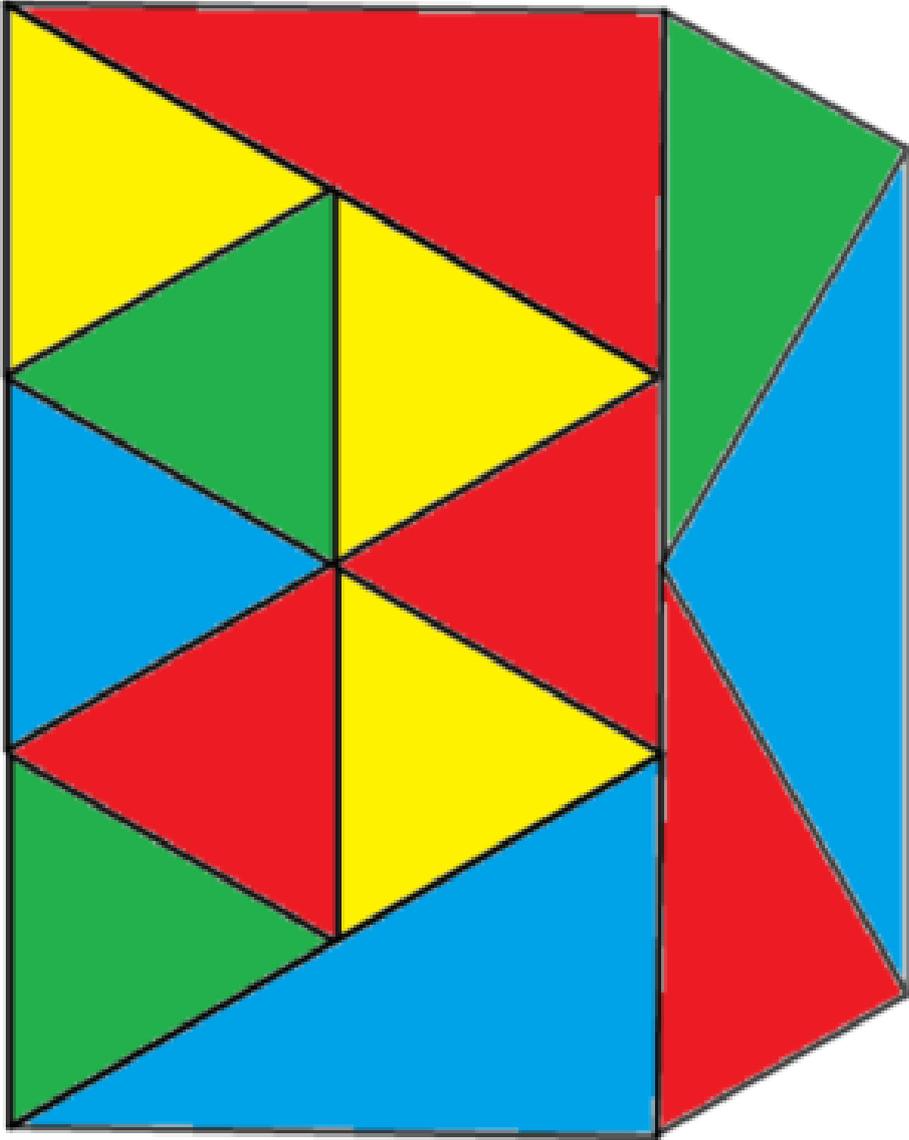


Figura formada por triângulos



Triângulos

