



*Trabalho de Conclusão de Curso*

# Estudo de aplicações do controlador ADRC utilizando o laboratório virtual iDynamic

de Leony Oliveira Bernardo

orientado por

Prof. Dr. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo

Prof. Dr. Allan de Medeiros Martins

Universidade Federal de Alagoas

Instituto de Computação

Maceió, Alagoas

23 de Julho de 2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
Instituto de Computação

## ESTUDO DE APLICAÇÕES DO CONTROLADOR ADRC UTILIZANDO O LABORATÓRIO VIRTUAL IDYNAMIC

Trabalho de Conclusão de Curso submetido  
ao Instituto de Computação da Universidade  
Federal de Alagoas como requisito parcial  
para a obtenção do grau de Engenheiro de  
Computação.

Leony Oliveira Bernardo

*Orientador: Prof. Dr. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo*  
*Coorientador: Prof. Dr. Allan de Medeiros Martins*

**Banca Avaliadora:**

Mário Sérgio Freitas Ferreira Cavalcante Prof. Me., UFRN  
Glauber Rodrigues Leite Prof., UMJ

Maceió, Alagoas  
23 de Julho de 2021

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 - 1767

B523e Bernardo, Leony Oliveira.

Estudo de aplicações do controlador ADRC utilizando o laboratório virtual iDymanic / Leony Oliveira Bernardo. – 2021.  
74 f. : il.

Orientador: Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo.

Orientador: Allan de Medeiros Martins.

Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia de Computação) - Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Computação. Maceió, 2021.

Bibliografia: f. 71-74.

1. *Linear Active Disturbance Rejection Control*. 2. Sistemas de controle. 3. iDynamic. I. Título.

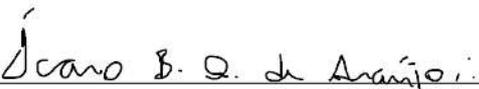
CDU: 004.41

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
Instituto de Computação

## ESTUDO DE APLICAÇÕES DO CONTROLADOR ADRC UTILIZANDO O LABORATÓRIO VIRTUAL IDYNAMIC

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Instituto de Computação da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro de Computação.

Aprovado em 23 de Julho de 2021:

  
Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo,  
Prof. Dr., Orientador

  
Allan de Medeiros Martins,  
Prof. Dr., Coorientador

  
Mário Sérgio Freitas Ferreira Cavalcante,  
Prof. Me., UFRN

  
Glauber Rodrigues Leite,  
Prof., UMJ

# Dedicatória

A todos os que acreditaram.

*Leony Oliveira*

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente à Santíssima Trindade, pois tudo até aqui foi permissão de Deus. Agradeço aos meus pais, Cícero Bernardo e Reni Oliveira, e a meu irmão, Luan Oliveira, por todo o apoio e proporcionar um ótimo lar no qual eu pude me desenvolver tanto humanamente quanto na busca de ser melhor profissionalmente. Agradeço também à minha avó, Marili Pereira, *in memoriam*, por ter feito parte também deste processo de crescimento, enquanto ainda em vida.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Ícaro Bezerra, e ao meu co-orientador, Prof. Allan Martins, por me proporcionarem a experiência de contar com ambos no desenvolvimento deste trabalho, além de poder partilhar diversos conhecimentos que serão levados durante toda minha carreira. Também gostaria de agradecer ao corpo docente do Instituto de Computação, em especial, aos professores Thiago Cordeiro, Heitor Savino, Davi Bibiano, João Raphael, Tiago Vieira, Erick Barboza e Rafael de Amorim, por toda a convivência, apoio e troca de experiências durante minha graduação, tanto em sala de aula como fora.

Agradeço também ao corpo administrativo do Instituto de Computação, em especial na pessoa da servidora Ana Luisa, que também proporcionou iniciativas importantes no desenvolvimento da minha formação, com a Semana de Computação e a Liga Acadêmica de Computação, das quais pude participar ativamente durante a graduação.

Deixo também agradecimentos aos companheiros do laboratório de pesquisas, Arthur Vangasse, Carlos Henrique, Tarcísio Lima, Sofia Lopes, Andressa Martins, Glauber Leite, Lívia Soares e Marcos Lima, com os quais pude partilhar o andamento deste trabalho e obter novos conhecimentos a partir de seus trabalhos. Agradeço a todos os colegas de classe com os quais pude conviver nos últimos anos, que vieram a se tornar grandes amigos com quem pude trocar diversas experiências e conhecimentos, Ícaro Gabriel, Wagner Williams, Allan Bezerra, Joicy Soares, Diego de Oliveira, Alfredo Lima, Edvonaldo Horácio, Gabriel Paulino e Lilian Marques.

Agradeço em especial à Vitória Miranda, a quem eu considero como uma irmã e que me forneceu apoio em diversos aspectos, tanto na graduação como fora, e aos meus afilhados do curso, Lucas Massa, Mateus Patriota, Nicolas Tavares, Jeferson Fernando, Lucas Buarque, Pedro Henrique, Enderson Marques, Gabriel Oliveira, Antony Gabriel, Jeyson Santos, Breno Falcão, Cleiber Junnior e Otto Tenório, com os quais tive a oportunidade de partilhar algumas de minhas experiências acadêmicas e também obter novos conheci-

mentos.

Agradeço também aos grupos dos quais pude fazer parte durante a graduação, que me proporcionaram diversos momentos e conhecimentos necessários para chegar até aqui, entre eles o Diretório Acadêmico de Computação, no qual pude fazer parte de gestão com Bruno Severo, Natália Assis, Ester de Lima, Pedro Tenório, Everton Borges, David Alexandre, William Kléber, Paulo Victor e Larissa Santana, a Liga Acadêmica de Computação e o projeto de extensão musIC. Por fim, agradeço a todos os amigos com os quais tive a oportunidade de trocar experiências tanto acadêmicas, quanto de convivência durante minha passagem pelo Instituto de Computação.

17 de Julho de 2021, Maceió - AL

*Leony Oliveira*

*"Se a vida ficar sem controle, a vida deixará de existir."*

*Thanos, Vingadores: Guerra Infinita*

# Resumo

Este trabalho apresenta o desenvolvimento detalhado das equações matemáticas da versão linear da técnica de controle *Active Disturbance Rejection Control* (ADRC), juntamente com sua implementação computacional. É apresentado o desenvolvimento das equações do controlador em suas versões de primeira e segunda ordem, generalizando as mesmas para o controlador em sua  $n$ -ésima ordem. A partir da implementação computacional feita, são considerados três sistemas para validação do mesmo: um sistema de controle de posição de um bloco de massa, um sistema de controle de nível de líquido e um sistema de controle de temperatura. Todas as simulações foram executadas no laboratório virtual de sistemas de controle *iDynamic*. Os resultados das simulações mostram que o ADRC apresenta uma boa suavidade para mudanças de referência no sistema, e menor desgaste e esforço de controle quando bem configurado, além de se adaptar bem às mudanças nas grandezas físicas na planta e apresentar robustez em relação às perturbações.

**Palavras-chave:** *Linear Active Disturbance Rejection Control; Sistemas de Controle; iDynamic.*

# Abstract

*This work presents the detailed development of the mathematical equations of the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) technique in its linear version, followed by an computational implementation of the controller. The development of the controller equations in their first and second order versions is presented, generalizing them to the controller in its N-th order. As from the computational implementation, three systems are considered for its validation: a mass block position control system, a liquid level control system and a temperature control system. All simulations were performed in the virtual laboratory of control systems iDynamic. The simulation results show that ADRC presents good smoothness for system reference changes, less wear and control effort when well configured, in addition, also its good adaptability to changes in plant physical quantities.*

***Keywords:*** *Linear Active Disturbance Rejection Control; Control Systems; iDynamic.*

# Lista de Figuras

3.1	Página inicial do iDynamic . . . . .	39
3.2	Execução de uma simulação no iDynamic . . . . .	39
3.3	Painel de controle da simulação do iDynamic . . . . .	39
3.4	Sistema massa-mola-amortecedor no iDynamic . . . . .	41
3.5	Diagrama de blocos do sistema massa-mola-amortecedor . . . . .	42
3.6	Sistema de Tanque no iDynamic . . . . .	43
3.7	Sistema Termoelétrico no iDynamic . . . . .	45
4.1	Diagrama de blocos do controlador ADRC . . . . .	47
4.2	Interface Gráfica de parametrização do controlador . . . . .	48
4.3	Resposta do sistema de controle da posição de um bloco a uma entrada degrau unitário . . . . .	51
4.4	Resposta do sistema de controle da posição de um bloco a uma entrada rampa unitária . . . . .	51
4.5	Sinal de referência aplicado à simulação de controle de posição de um bloco	52
4.6	Perturbação externa aplicada à simulação de controle de posição de um bloco	52
4.7	Resposta do sistema de controle de nível a uma entrada degrau unitário . .	54
4.8	Resposta do sistema de controle de nível a uma entrada rampa unitária . .	54
4.9	Sinal de referência aplicado à simulação de controle de nível de líquido . .	55
4.10	Perturbação externa aplicada à simulação de controle de nível de líquido .	55
4.11	Resposta do sistema de controle de temperatura a uma entrada degrau unitário . . . . .	57
4.12	Resposta do sistema de controle de temperatura a uma entrada rampa unitária . . . . .	57
4.13	Sinal de referência aplicado à simulação de controle de temperatura . . . .	58
4.14	Perturbação externa aplicada à simulação de controle de temperatura . . .	58
5.1	Sinais de saída no sistema de controle da posição de um bloco . . . . .	63
5.2	Sinais de saída do sistema de controle de posição nos instantes de perturbação	63
5.3	Sinais de controle no sistema de controle da posição de um bloco . . . . .	64
5.4	Sinais de saída no sistema de controle de nível de líquido . . . . .	66
5.5	Sinais de saída do sistema de controle de nível nos instantes de perturbação	66

5.6	Sinais de controle no sistema de controle de nível de líquido . . . . .	67
5.7	Sinais de saída no sistema de controle de temperatura . . . . .	68
5.8	Sinais de saída do sistema de controle de temperatura nos instantes de perturbação . . . . .	69
5.9	Sinais de controle no sistema de controle de temperatura . . . . .	69

# Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros do sistema de controle da posição de um bloco . . . . .	49
4.2	Parâmetros do sistema de controle de nível de líquido . . . . .	53
4.3	Parâmetros do sistema de controle de temperatura . . . . .	56
5.1	Ganhos do PID no sistema de controle da posição de um bloco . . . . .	62
5.2	Parâmetros do ADRC no sistema de controle da posição de um bloco . . .	62
5.3	Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle da posição de um bloco . . . . .	64
5.4	Ganhos do PID no sistema de controle de nível de líquido . . . . .	65
5.5	Parâmetros do ADRC no sistema de controle de nível de líquido . . . . .	65
5.6	Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle de nível .	67
5.7	Ganhos do PID no sistema de controle de temperatura . . . . .	68
5.8	Parâmetros do ADRC no sistema de controle de nível de temperatura . . .	68
5.9	Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle de tem- peratura . . . . .	70

# Lista de Símbolos

- $s$  Variável da Transformada de Laplace.
- $G(s)$  Função de transferência no plano- $s$ .
- $Y(s)$  Sinal de saída de um sistema no plano- $s$ .
- $U(s)$  Sinal de controle de um sistema no plano- $s$ .
- $K$  Ganho do sistema.
- $\tau$  Constante de tempo de um sistema.
- $y(t)$  Sinal de saída de um sistema no tempo
- $\dot{y}(t)$  Velocidade do sinal de saída de um sistema no tempo.
- $\ddot{y}(t)$  Aceleração do sinal de saída de um sistema no tempo.
- $u(t)$  Sinal de controle de um sistema no tempo.
- $d(t)$  Perturbação externa ao sistema no tempo.
- $\Delta b$  Incertezas no modelo da planta
- $x_i(t)$   $i$ -ésimo estado da planta.
- $\dot{x}_i(t)$  derivada do  $i$ -ésimo estado da planta
- $\hat{x}_i(t)$   $i$ -ésimo estado estimado da planta.
- $\dot{\hat{x}}_i(t)$  Velocidade do  $i$ -ésimo estado estimado da planta.
- $\hat{y}(t)$  Estimativa da saída da planta.
- $\dot{\hat{y}}(t)$  Estimativa da velocidade do sinal de saída da planta.
- $f(t)$  Perturbação generalizada do sistema.
- $\dot{f}(t)$  Velocidade da perturbação generalizada do sistema.

$\hat{f}(t)$  Estimativa da perturbação generalizada do sistema.  
 $b_0$  Ganho divisivo do ADRC.  
 $l_i$  i-ésimo ganho do observador de estados.  
 $A$  Matriz de dinâmica do sistema.  
 $B$  Matriz de entrada do sistema.  
 $C$  Matriz de saída do sistema.  
 $L$  Matriz de ganhos do observador de estados.  
 $\hat{X}(t)$  Vetor dos estados estimados.  
 $\dot{\hat{X}}(t)$  Vetor velocidade dos estados estimados.  
 $u_0(t)$  Lei de controle a ser projetada.  
 $r(t)$  Sinal de referência (*set point*) no tempo.  
 $\dot{r}(t)$  Velocidade do sinal de referência no tempo.  
 $R(s)$  Sinal de referência no plano-s.  
 $K_j$  j-ésimo ganho da lei de controle do ADRC  
 $s_{CL}$  Localização dos polos do sistema em malha fechada.  
 $s_{ESO}$  Localização dos polos do observador de estados.  
 $\xi$  Coeficiente de amortecimento do sistema.  
 $v_i(t)$  i-ésimo estado do rastreador diferencial.  
 $\dot{v}_i(t)$  Velocidade do i-ésimo estado do rastreador diferencial.  
 $R$  máxima velocidade da n-ésima derivada do rastreador diferencial.  
 $a_i$  i-ésima constante multiplicadora do i-ésimo estado  $v(t)$ .  
 $A_{TD}$  Matriz de dinâmica do rastreador diferencial.  
 $B_{TD}$  Matriz de entrada do rastreador diferencial.  
 $V_{TD}(t)$  Vetor de estados do rastreador diferencial.  
 $\dot{V}_{TD}(t)$  Vetor de velocidade dos estados do rastreador diferencial.

$y^{(i)}$   $i$ -ésima derivada do sinal de saída da planta.

$K_p$  Ganho proporcional.

$K_i$  Ganho integral.

$K_d$  Ganho derivativo.

$M_C$  Matriz de controlabilidade

$M_O$  Matriz de observabilidade

$F(t)$  Força aplicada ao elemento mecânico.

$M$  Massa do objeto.

$k$  Constante elástica da mola.

$b$  Coeficiente de amortecimento.

$x(t)$  Posição do elemento mecânico.

$v(t)$  ou  $\dot{x}(t)$  Velocidade do elemento mecânico.

$a(t)$  ou  $\ddot{x}(t)$  Aceleração do elemento mecânico.

$q(t)$  Vazão volumétrica.

$v$  Velocidade do fluxo de líquido.

$S$  Área da seção reta.

$\dot{V}(t)$  Taxa de variação volumétrica no tempo.

$g$  Gravidade.

$h(t)$  Altura da coluna de líquido.

$\dot{h}(t)$  Taxa de variação da altura da coluna de líquido no tempo.

$T(t)$  Temperatura.

$\dot{T}(t)$  Taxa de variação da temperatura no tempo.

$c(t)$  Fluxo de calor.

$R_t$  Resistência térmica.

$C_t$  Capacitância térmica.

- $h$  Valor do passo ou tempo de amostragem.
- $Kg$  Quilograma (unidade de medida de massa).
- $N$  Newton (unidade de medida de força).
- $m$  Metro (unidade de medida de distância).
- $m^2$  Metro quadrado (unidade de medida de área).
- $m/s^2$  Metro por segundo ao quadrado (unidade de medida de aceleração).
- $U$  Tensão elétrica.
- $^{\circ}C$  Grau Celsius (unidade de medida de temperatura).
- $W$  Watt (unidade de medida de potência).
- $J$  Joule (unidade de medida de trabalho).
- $V$  Volt (unidade de medida de tensão).
- $e(t)$  Sinal de erro.
- $\sum$  Somatório.
- $N$  Quantidade de amostras.
- $\epsilon$  Índice de Goodhart.
- $\epsilon_i$   $i$ -ésimo fator do índice de Goodhart.
- $\beta$  Constante de ponderação do esforço de controle do RBEMCE e RBMSEMCE.

# Lista de Abreviaturas

**IC** Instituto de Computação.

**ADRC** *Active Disturbance Rejection Control.*

**a.C.** Anos antes de Cristo

**PID** Proporcional-Integral-Derivativo

**EDO** Equação Diferencial Ordinária.

**CSV** *Comma-separated Values.*

**SMC** *Sliding Mode Controller.*

**LQR** *Linear Quadratic Regulator.*

**IAE** *Integrated Absolute Error.*

**ISE** *Integrated Square Error.*

**ITAE** *Integrated Timed Absolute Error.*

**RBEMCE** *Reference Based in Error with Minimum Control Effort.*

**RBMSEMCE** *Reference Based in Mean Square Error with Minimum Control Effort.*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>19</b>
1.1	Objetivos . . . . .	21
1.1.1	Objetivo geral . . . . .	21
1.1.2	Objetivos específicos . . . . .	21
1.2	Organização do texto . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>22</b>
2.1	ADRC Linear de 1ª Ordem . . . . .	23
2.2	ADRC Linear de 2ª Ordem . . . . .	27
2.3	ADRC Linear de N-ésima Ordem . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Estudos de Caso</b>	<b>38</b>
3.1	Sistema Mecânico Translacional . . . . .	40
3.2	Sistema Fluídico . . . . .	42
3.3	Sistema Termoelétrico . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>46</b>
4.1	Implementação . . . . .	46
4.2	Simulações . . . . .	49
4.2.1	Controle da Posição de um Bloco . . . . .	49
4.2.2	Controle de Nível de Líquido . . . . .	52
4.2.3	Controle de Temperatura . . . . .	56
4.3	Avaliação de Desempenho . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>62</b>
5.1	Controle da Posição de um Bloco . . . . .	62
5.2	Controle de Nível de Líquido . . . . .	65
5.3	Controle de Temperatura . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>71</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>72</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Sistemas de controle por realimentação têm sido necessários para o desenvolvimento da sociedade desde tempos antigos, sendo datados desde o período dos anos 300 a.C. quando os gregos deram início ao que hoje viria a ser a Engenharia de Controle e Automação, a partir de invenções como o relógio de água de Ktesibios e a lâmpada à óleo de Philon, como pode ser visto em Nise (1995) e Dorf and Bishop (2017).

Na sociedade moderna, os primeiros trabalhos significativos da área começam a surgir no século XVII com dispositivos como a válvula de pressão de vapor de Denis Papin, o regulador de temperatura de Cornelis Drebbel, mostrado em Dorf and Bishop (2017), culminando no primeiro sistema de controle automático no século XVII, um regulador centrífugo para o controle da velocidade de uma máquina de vapor, desenvolvido por James Watt, como mostrado em Ogata (2011).

Desde então, sistemas de controle automático surgiram em vários ramos, seja no controle de navios, aeronaves, robôs, e diversos setores da indústria que envolvam controle de temperatura, pressão, vazão, nível, entre outros. Com isso, várias técnicas de controle surgiram, com o objetivo de trazer melhor desempenho à estes sistemas, como por exemplo, as técnicas de controle preditivo que, segundo Camacho and Bordons (2004) possuem o objetivo de prever estados do sistema em instantes futuros e otimizar uma função de custo com base no modelo explícito da planta, controle adaptativo que, segundo Åström (1987), visam modificar o comportamento de um sistema a partir de distúrbios no mesmo ou alterações em sua dinâmica, controle robusto, que visa lidar com distúrbios, ruídos e incertezas no modelo da planta sem prejuízo no desempenho, como citado em Dorf and Bishop (2017), e controle inteligente, que se baseiam em técnicas de inteligência computacional para o controle de processos, como visto em Jr. and Yoneyama (2000).

Dentre todas as técnicas, a mais destacada entre elas, e também mais aceita na indústria atual, é o controle proporcional-integral-derivativo, o PID que, segundo Nise (1995), surgiu a partir da teoria desenvolvida por Nicholas Minorsky para a condução automática de navios. Esta técnica se destaca devido à sua simplicidade, visto que é composto de uma soma ponderada de três termos referentes ao erro de referência, sua soma e sua variação

no tempo, além de apresentar bons desempenhos na prática.

Em Han (2009), é proposta uma técnica de controle alternativa ao PID. O controlador proposto é embasado em quatro principais deficiências, observadas pelo autor, no uso do controlador PID:

- O uso de um sinal do tipo degrau como referência, apontado como não apropriado para muitos sistemas dinâmicos por levar a um salto brusco na saída do mesmo.
- A não-utilização do termo derivativo no controle, por ser um termo sensível à influência de ruídos.
- A soma ponderada pelos ganhos, apesar de sua simplicidade, poder não ser a lei de controle mais apropriada.
- A introdução de problemas como saturação e margem de estabilidade reduzida, devido ao atraso de fase causado pelo termo integrativo, necessário para contornar o problema do erro em regime permanente.

A partir disso, são propostos algumas soluções individuais para cada um desses problemas que, utilizadas em conjunto, culminam na técnica que o mesmo propõe. Citado pela primeira vez em Han (1998), o Controle por Rejeição de Perturbação Ativa (originalmente, *Active Disturbance Rejection Control* - ADRC) possui por objetivo promover uma técnica de controle livre de algumas limitações como linearidade, invariabilidade no tempo e dependência de um modelo representativo da planta que se deseja controlar, por meio de estimação e rejeição de um termo nomeado como "perturbação generalizada", que engloba distúrbios externos e incertezas no modelo da planta.

Desde então, a técnica vêm sendo utilizada como objeto de estudo, tanto em sua versão linear, quanto em sua versão não-linear, em trabalhos de diversos ramos, como por exemplo, no acionamento de máquinas de tração de elevadores visto em Nardi (2016), no rastreamento de trajetória de veículos terrestres autônomos apresentado em Xia et al. (2016), no controle de turbinas de vento mostrado em Xiao et al. (2016), no controle de pêndulo invertido feito por Bin-wen et al. (2017), no controle de dispositivos artificiais de bombeamento de sangue mostrado em Wu and Zheng (2015), controle de trajetória de drones visto em Li et al. (2016), no controle de posição em sistemas mecânicos feito em Zhang et al. (2016), no controle de manipuladores robóticos apresentado em Ye et al. (2017), no controle de nível em sistemas de tanques acoplados visto em Abukhadra and Iqbal (2018), em inversores fotovoltaicos como mostrado em Han et al. (2018), entre outros.

Porém, ainda é visto uma necessidade de melhor explorar mais a fundo a matemática na qual o ADRC é fundamentado. Tendo isso em vista, e baseado em Herbst (2013), um dos propósitos deste trabalho é apresentar de forma simples e didática a implementação

do controlador ADRC e mostrar a sua aplicação em alguns estudos de caso, apresentando também o laboratório virtual de sistemas de controle iDynamic, proposto por Martins (2012).

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo geral

Realizar um estudo sobre a fundamentação da técnica de Controle por Rejeição de Perturbação Ativa em sua versão linear, explorando as leis matemáticas que o regem, e fornecer um material didático para auxiliar na implementação computacional do controlador.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Estudar a composição e a fundamentação matemática da técnica Controle por Rejeição de Perturbação Ativa de primeira e segunda ordem.
- Generalizar uma fórmula para um controlador de  $n$ -ésima ordem.
- Estudar o modelo matemático de sistemas físicos mecânicos translacionais, fluidicos e térmicos.
- Realizar a implementação computacional da técnica de controle e executar simulações no laboratório virtual iDynamic.
- Avaliar o desempenho do controlador.

## 1.2 Organização do texto

Para facilitar a leitura, este trabalho apresenta se encontra dividido em capítulos, abordando as etapas de desenvolvimento do trabalho. Neste capítulo introdutório são apresentados aspectos gerais sobre a área de estudo, assim como o propósito deste estudo. No Capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos sobre o *Active Disturbance Rejection Control*. O Capítulo 3 apresenta uma descrição do laboratório virtual iDynamic e dos sistemas utilizados nos estudos de caso. No Capítulo 4 é apresentada a metodologia utilizada, assim como alguns aspectos descritivos da implementação computacional do ADRC e dos estudos de caso, e as métricas utilizadas para a avaliação do desempenho do controlador. Em seguida, no Capítulo 5, são apresentados os resultados e uma discussão sobre eles. Por fim, no Capítulo 6 estão presentes as conclusões sobre o trabalho e uma breve discussão sobre possibilidades de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

Neste capítulo, será apresentado o controle proporcional-integral-derivativo e a fundamentação matemática da versão linear da técnica de Controle por Rejeição de Perturbação Ativa utilizando sistemas de primeira e segunda ordem, finalizando com uma generalização para sistemas de  $n$ -ésima ordem.

O controle proporcional-integral-derivativo é uma técnica de controle por realimentação baseada no sinal de erro de referência, dado por:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.1)$$

Na qual,  $r(t)$  representa o sinal de referência e  $y(t)$  a saída da planta.

Esta técnica é composta por três termos, como descrito em Åström and Hägglund (2012): um termo proporcional ao erro, um termo proporcional à integral do erro, utilizado para garantir que a resposta do sistema não apresente erro de regime permanente, e um termo proporcional à taxa de variação do erro, utilizado para fornecer uma predição do comportamento do erro. A equação da lei de controle do PID, que pode ser vista em Franklin et al. (2013), é dada pela soma ponderada dos três termos:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.2)$$

Na qual  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  são os ganhos que ponderam os termos proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

Como visto no Capítulo 1, em Han (2009) são apontados quatro déficits, relacionados ao PID, que serviram de base para a proposta do ADRC.

O princípio fundamental da técnica é a estimação e rejeição tanto de perturbações externas ao sistema, como a própria dinâmica do sistema e incertezas em sua modelagem. A esse conjunto é dado o nome de "perturbação generalizada". A técnica de controle por rejeição de perturbação ativa é composta a partir da combinação de três componentes, sendo eles o rastreador diferencial, o observador de estados estendido e a lei de controle propriamente dita.

- **Rastreador diferencial:**

O rastreador diferencial tem como principal função tratar o sinal de entrada do controlador, utilizando uma forma de diferenciação diferente da comumente usada, de forma a evitar saltos abruptos na entrada do sistema, além de limitar a variação do sinal de entrada.

- **Observador de Estados Estendido:**

O observador de estados estendido tem como função estimar os estados do sistema e, a partir do uso de um estado estendido, estimar os valores de perturbação generalizada, cujo objetivo do controlador é rejeitar. É um componente fundamental da técnica, visto que, para uma boa rejeição de perturbações será necessária uma boa aproximação dos estados do sistema.

- **Lei de Controle:**

A lei de controle recebe os sinais do rastreador diferencial e do observador de estados estendido e, sua função é rejeitar a perturbação generalizada estimada, além de prover uma equação para a dinâmica do sistema em malha fechada.

A partir disto, utilizando como base os trabalhos de Nardi (2016) e Herbst (2013), nas próximas seções serão detalhadas as equações matemáticas que regem o comportamento de cada um desses três componentes para as diferentes ordens do controlador propostas.

## 2.1 ADRC Linear de 1ª Ordem

Seja considerada, inicialmente, uma função de transferência para um sistema de primeira ordem genérico, conforme a Equação 2.3.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (2.3)$$

$$Y(s)(\tau s + 1) = KU(s) \quad (2.4)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace à Equação 2.4 para obter sua respectiva equação diferencial no tempo, obtém-se:

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) \quad (2.5)$$

Considerando uma perturbação externa ao sistema  $d(t)$ , utilizada de forma aditiva à  $u(t)$  por questões ilustrativas apenas, sem perda de generalidade. A Equação 2.5 pode ser expressa como:

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) + d(t) \quad (2.6)$$

Reorganizando a Equação 2.6 em função do termo da derivada de maior ordem, obtêm-se:

$$\dot{y}(t) = \frac{K}{\tau}u(t) - \frac{1}{\tau}y(t) + \frac{1}{\tau}d(t) \quad (2.7)$$

Seja  $b = \frac{K}{\tau}$  uma constante referente ao modelo da planta. Substituindo na Equação 2.7 é possível obter:

$$\dot{y}(t) = bu(t) - \frac{1}{\tau}y(t) + \frac{1}{\tau}d(t) \quad (2.8)$$

Fazendo  $b = b_0 + \Delta b$ , com  $\Delta b$  representando incertezas no modelo da planta, a Equação 2.8 se torna:

$$\dot{y}(t) = b_0u(t) + (\Delta bu(t) - \frac{1}{\tau}y(t) + \frac{1}{\tau}d(t)) \quad (2.9)$$

Com isto, é possível representar o termo de perturbação generalizada que o ADRC terá por finalidade estimar e rejeitar, como é visto na Equação 2.10:

$$f(t) = \Delta bu(t) - \frac{1}{\tau}y(t) + \frac{1}{\tau}d(t) \quad (2.10)$$

Substituindo o termo na Equação 2.9, obtém-se:

$$\dot{y}(t) = b_0u(t) + f(t) \quad (2.11)$$

É possível representar a Equação 2.11 utilizando espaço de estados. Será utilizada uma abordagem estendida, com um estado adicional representando a perturbação generalizada  $f(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + b_0u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \dot{f}(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Representando o Sistema de Equações 2.12 na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{f}(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Tendo a representação do sistema em espaço de estados, é possível então fazer o projeto

do observador de estados, que será fundamental para a estimação das perturbações no sistema. No Sistema de Equações 2.14 é possível ver a fórmula do observador de estados.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}(t) &= A\hat{X}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{X}(t) + Du(t)\end{aligned}\quad (2.14)$$

Na qual A e B são as matrizes do sistema, L uma matriz responsável pelo fator de correção de estimativa e  $\hat{X}(t)$  o vetor dos estados estimados, representado na Equação 2.15.

$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}\quad (2.15)$$

E, a partir do observador de estados, serão providas as estimativas descritas no Sistema de Equações 2.16:

$$\begin{aligned}\hat{x}_1(t) &= \hat{y}(t) \\ \hat{x}_2(t) &= \hat{f}(t)\end{aligned}\quad (2.16)$$

Utilizando as matrizes do sistema de primeira ordem genérico, é possível obter o observador de estados descrito no Sistema de Equações 2.17:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.17)$$

A partir do Sistema de Equações 2.16, é possível reorganizar o Sistema 2.17, obtendo o Sistema 2.18 como resultado.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} y(t) \\ \hat{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.18)$$

Uma vez com o observador de estados esquematizado, é necessário projetar uma lei de controle para o sistema em malha fechada. Como o objetivo do controlador é rejeitar a perturbação generalizada, a lei de controle possuirá dois termos: o primeiro representando o comportamento desejado para o sistema em malha fechada, e o segundo termo será utilizado de forma a rejeitar a perturbação generalizada. Como o observador fornece  $\hat{x}_2(t) = \hat{f}(t)$ , é possível projetar uma lei de controle utilizando esse fator para realizar a rejeição do fator de perturbação generalizada, como visto na Equação 2.19:

$$u(t) = \frac{u_0(t) - \hat{x}_2(t)}{b_0} \quad (2.19)$$

Que, com uma boa estimação de  $\hat{x}_2(t)$  para  $f(t)$ , torna possível a total rejeição da perturbação generalizada, fazendo com que o sistema se comporte a partir da lei de controle  $u_0(t)$  a ser projetada, como é visto na Equação 2.22:

$$\dot{y}(t) = b_0 u(t) + f(t) \quad (2.20)$$

$$\dot{y}(t) = b_0 \frac{u_0(t) - \hat{x}_2(t)}{b_0} + f(t) \quad (2.21)$$

$$\dot{y}(t) = u_0(t) \quad (2.22)$$

É possível ver que, a planta agora se torna um integrador puro. Pode ser utilizada, por exemplo, um lei de controle proporcional ao erro para o sistema em malha fechada, utilizando a referência de entrada  $r(t)$  e o estado  $\hat{x}_1(t)$  do observador:

$$u_0(t) = K_1(r(t) - \hat{x}_1(t)) \quad (2.23)$$

Uma boa estimação de  $\hat{x}_1(t)$  para  $y(t)$ , convergirá a lei de controle para a Equação 2.24:

$$u_0(t) = K_1(r(t) - y(t)) \quad (2.24)$$

Substituindo a Equação 2.24 na Equação 2.22, é possível obter o sistema da Equação 2.26.

$$\dot{y}(t) = K_1(r(t) - y(t)) \quad (2.25)$$

$$\dot{y}(t) + K_1 y(t) = K_1 r(t) \quad (2.26)$$

Aplicando a transformada de Laplace em 2.26, é obtido o sistema representado na Equação 2.28.

$$Y(s)(s + K_1) = K_1 R(s) \quad (2.27)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1}{s + K_1} \quad (2.28)$$

É possível ver a partir da Equação 2.28 que, para determinar o ganho do controlador, basta escolher um local para posicionar um polo de malha fechada  $s_{CL}$ , que fornecerá o

polinômio característico representado na Equação 2.29:

$$(s - s_{CL}) \quad (2.29)$$

E, a partir disso, é possível encontrar o valor do ganho  $K_1$  da lei de controle, representado na Equação 2.31.

$$s - s_{CL} = s + K_1 \quad (2.30)$$

$$K_1 = -s_{CL} \quad (2.31)$$

Com isto, resta definir a dinâmica do observador de estados estendido. Tem-se que sua polinômio característico será dado pela Equação 2.32.

$$\det(sI - (A - LC)) = s^2 + l_1s + l_2 \quad (2.32)$$

Posicionando os dois polos do observador de estados no mesmo local do plano-s, é obtida o polinômio característico da Equação 2.33:

$$(s - s_{ESO})^2 = s^2 - 2s_{ESO} + s_{ESO}^2 \quad (2.33)$$

Igualando Equações 2.32 e 2.33, são encontrados os valores para os ganhos do observador descritos no Sistema de Equações 2.35.

$$s^2 + l_1s + l_2 = s^2 - 2s_{ESO} + s_{ESO}^2 \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= -2s_{ESO} \\ l_2 &= s_{ESO}^2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

É importante ressaltar que o observador precisa possuir uma dinâmica mais rápida que o sistema para garantir que a dinâmica dos polos do sistema em malha fechada possuam dominância sobre a dinâmica dos polos do observador.

## 2.2 ADRC Linear de 2ª Ordem

Analogamente ao estudo do ADRC Linear de 1ª ordem, será utilizada uma função de transferência para um sistema de segunda ordem genérico, conforme a Equação 2.36.

$$G(s) = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\tau\xi s + 1} \quad (2.36)$$

$$Y(s)(\tau^2 s^2 + 2\tau\xi s + 1) = KU(s) \quad (2.37)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace na Equação 2.37, é possível obter a equação diferencial que descreve o comportamento do sistema:

$$\tau^2 \ddot{y}(t) + 2\tau\xi \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) \quad (2.38)$$

Novamente adicionando uma perturbação que atua de forma aditiva à saída do sistema, sem perda de generalidade, a Equação 2.38 pode ser expressa como:

$$\tau^2 \ddot{y}(t) + 2\tau\xi \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) + d(t) \quad (2.39)$$

Reorganizando a Equação 2.39 em função do termo da derivada de maior ordem, obtém-se:

$$\ddot{y}(t) = \frac{K}{\tau^2}u(t) - \frac{2\xi}{\tau}\dot{y}(t) - \frac{1}{\tau^2}y(t) + \frac{1}{\tau^2}d(t) \quad (2.40)$$

Seja  $b = \frac{K}{\tau^2}$  uma constante, referente ao modelo da planta. Substituindo na Equação 2.40, é obtido:

$$\ddot{y}(t) = bu(t) - \frac{2\xi}{\tau}\dot{y}(t) - \frac{1}{\tau^2}y(t) + \frac{1}{\tau^2}d(t) \quad (2.41)$$

Fazendo  $b = b_0 + \Delta b$ , com  $\Delta b$  representando possíveis incertezas na modelagem do sistema, a Equação 2.41 fica na forma:

$$\ddot{y}(t) = b_0u(t) + (\Delta bu(t) - \frac{2\xi}{\tau}\dot{y}(t) - \frac{1}{\tau^2}y(t) + \frac{1}{\tau^2}d(t)) \quad (2.42)$$

Na Equação 2.42 é representado o termo de perturbação generalizada, cujo objetivo do controlador será estimá-lo e rejeitá-lo.

$$f(t) = \Delta bu(t) - \frac{2\xi}{\tau}\dot{y}(t) - \frac{1}{\tau^2}y(t) + \frac{1}{\tau^2}d(t) \quad (2.43)$$

Substituindo o termo da Equação 2.43 na Equação 2.42, obtém-se:

$$\ddot{y}(t) = b_0u(t) + f(t) \quad (2.44)$$

Mais uma vez representando com espaço de estados estendido, é possível obter os estados representados no Sistema de Equações 2.45:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= x_3(t) + b_0 u(t) \\
\dot{x}_3(t) &= \dot{f}(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Utilizando a representação matricial para o Sistema de Equações 2.45, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{f}(t) \\
y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Novamente, será utilizada essa representação para o projeto do observador de estados estendido do Sistema de Equações 2.14, com o vetor  $\hat{X}(t)$  para os estados estimados representado na Equação 2.47:

$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

Estes estados provêm as seguintes estimativas:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_1(t) &= \hat{y}(t) \\
\hat{x}_2(t) &= \dot{\hat{y}}(t) \\
\hat{x}_3(t) &= \dot{\hat{f}}(t)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

A partir das matrizes do sistema, é possível obter o seguinte observador de estados estendido para o sistema de segunda ordem:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} (y(t) - \hat{y}(t)) \\
\hat{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Simplificando os termos, conforme o Sistema de Equações 2.48, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 \\ -l_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} y(t) \quad (2.50)$$

$$\hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix}$$

Com o observador de estados esquematizado, se faz necessário projetar a lei de controle para o sistema em malha fechada. Mais uma vez, o controlador possuirá dois fatores; um para representar o comportamento desejado para o sistema em malha fechada, e outro para fazer a rejeição da perturbação generalizada. O observador fornece  $\hat{x}_3(t) = \hat{f}(t)$ , então, uma possível lei de controle para o sistema em malha fechada é dada por:

$$u(t) = \frac{u_0(t) - \hat{x}_3(t)}{b_0} \quad (2.51)$$

Com uma boa estimativa de  $\hat{x}_3$  para  $f(t)$ , será possível a rejeição total da perturbação generalizada, fazendo com que o sistema possua um comportamento em malha fechada que depende apenas da lei de controle  $u_0(t)$  que será projetada, como é possível ver na Equação 2.54.

$$\ddot{y}(t) = b_0 u(t) + f(t) \quad (2.52)$$

$$\ddot{y}(t) = b_0 \frac{u_0(t) - \hat{x}_3(t)}{b_0} + f(t) \quad (2.53)$$

$$\ddot{y}(t) = u_0(t) \quad (2.54)$$

A planta, então, se torna um integrador duplo. Pode-se utilizar uma lei de controle proporcional-derivativa ao erro, utilizando a referência de entrada  $r(t)$ , sua derivada  $\dot{r}(t)$  e os estados  $\hat{x}_1(t)$  e  $\hat{x}_2$ , vindos do observador.

Para fazer o cálculo da derivada  $\dot{r}(t)$  do sinal de referência, Guo et al. (2002) propõe o uso de um rastreador diferencial. Primeiramente, seja considerado um diferenciador clássico, no domínio do tempo, como visto na Equação 2.55.

$$\dot{r}(t) = \frac{1}{\tau} [r(t) - r(t - \tau)] \quad (2.55)$$

Com  $\tau$  sendo o período de amostragem.

É possível observar que esta forma de diferenciação é susceptível a ruídos uma vez que, para uma grande variação entre duas amostras consecutivas e um período de amostragem curto, o resultado da equação tenderá a um valor enorme. É proposto então, o seguinte

rastreador diferencial, representado utilizando espaço de estados:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1(t) &= v_2(t) \\ \dot{v}_2(t) &= -R(Ra_1(v_1(t) - r(t)) + a_2v_2(t))\end{aligned}\quad (2.56)$$

Onde  $R$  é uma constante positiva que limitará a aceleração máxima do sinal  $r(t)$ , e  $a_1$  e  $a_2$  são parâmetros a serem determinados, de forma que a matriz da Equação 2.57 seja Hurwitz, ou seja, todos os seus autovalores devem ter parte real estritamente negativa, conforme descrito em Guo and Zhao (2011).

$$A_{TD} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -R^2a_1 & -Ra_2 \end{bmatrix}\quad (2.57)$$

O Rastreador Diferencial é descrito pela Equação 2.58:

$$\dot{V}_{TD}(t) = A_{TD}V_{TD}(t) + B_{TD}r(t)\quad (2.58)$$

Onde  $A_{TD}$  é a matriz supracitada, a matriz  $B_{TD}$  é dada pela Equação 2.59, e  $V_{TD}(t)$ , o vetor de estados descrito na Equação 2.60.

$$B_{TD} = \begin{bmatrix} 0 \\ R^2a_1 \end{bmatrix}\quad (2.59)$$

$$V_{TD}(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}\quad (2.60)$$

Com isso, o estado  $v_1$  fará o rastreamento de  $r(t)$ , enquanto o estado  $v_2(t)$  fará o rastreamento de  $\dot{r}(t)$ . Aplicando estes sinais na lei de controle desejada, obtém-se a Equação 2.61.

$$u_0(t) = K_1(v_1(t) - \hat{x}_1(t)) + K_2(v_2(t) - \hat{x}_2(t))\quad (2.61)$$

E, com uma boa estimativa dos estados do sistema e uma boa aproximação do rastreador diferencial, a Equação 2.61 convergirá para:

$$u_0(t) = K_1(r(t) - y(t)) + K_2(\dot{r}(t) - \dot{y}(t))\quad (2.62)$$

Substituindo a Equação 2.62 na Equação 2.54, obtém-se a Equação 2.63:

$$\ddot{y}(t) = K_1(r(t) - y(t)) + K_2(\dot{r}(t) - \dot{y}(t))\quad (2.63)$$

$$\ddot{y}(t) + K_2\dot{y}(t) + K_1y(t) = K_2\dot{r}(t) + K_1r(t)\quad (2.64)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação 2.64, obtém-se a Equação 2.65:

$$Y(s)(s^2 + K_2s + K_1) = R(s)(K_2s + K_1) \quad (2.65)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_2s + K_1}{s^2 + K_2s + K_1} \quad (2.66)$$

Na Equação 2.66 é possível ver que, para determinar os ganhos do controlador, será necessário posicionar dois polos de malha fechada. É possível alocar um polo duplo,  $s_{CL}$ , que fornecerá o polinômio característico descrito na Equação 2.67:

$$(s - s_{CL})^2 = s^2 - 2s_{CL}s + s_{CL}^2 \quad (2.67)$$

Com isso, é possível calcular os valores dos ganhos  $K_1$  e  $K_2$ , igualando-se a Equação 2.67 com o polinômio característico da Equação 2.66:

$$s^2 + K_2s + K_1 = s^2 - 2s_{CL}s + s_{CL}^2 \quad (2.68)$$

Tendo como resultado os ganhos do controlador descritos no Sistema de Equações 2.69:

$$\begin{aligned} K_1 &= s_{CL}^2 \\ K_2 &= -2s_{CL} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Por fim, é necessário definir a dinâmica do observador de estados estendido. Seu polinômio característico é descrito pela Equação 2.70:

$$\det(sI - (A - LC)) = s^3 + l_1s^2 + l_2s + l_3 \quad (2.70)$$

Novamente, posicionando os polos no mesmo local,  $s_{ESO}$ , obtêm-se o polinômio característico da Equação 2.71:

$$(s - s_{ESO})^3 = s^3 - 3s_{ESO}s^2 + 3s_{ESO}^2s - s_{ESO}^3 \quad (2.71)$$

Igualando as Equações 2.70 e 2.71, é possível encontrar os valores dos ganhos do observador, descritos no Sistema de Equações 2.73.

$$s^3 + l_1s^2 + l_2s + l_3 = s^3 - 3s_{ESO}s^2 + 3s_{ESO}^2s - s_{ESO}^3 \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= -3s_{ESO} \\ l_2 &= 3s_{ESO}^2 \\ l_3 &= -s_{ESO}^3 \end{aligned} \quad (2.73)$$

É importante ressaltar novamente a necessidade do observador possuir uma dinâmica

mais rápida que a dos polos do sistema em malha fechada, posicionando os polos do observador com uma parte real maior que o valor da parte real dos polos do sistema em malha fechada.

## 2.3 ADRC Linear de N-ésima Ordem

A partir da fundamentação matemática para o ADRC de primeira e segunda ordem, é possível fazer uma generalização para qualquer ordem de sistema. Considerando um sistema qualquer de ordem  $n$  e utilizando as Equações 2.11 e 2.44 como base, é possível representá-lo conforme a Equação 2.74:

$$y^{(n)} = b_0 u(t) + f(t) \quad (2.74)$$

Onde a perturbação generalizada  $f(t)$  representa a soma das derivadas de menor ordem do sistema ( $y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y^{(2)}(t), y^{(1)}(t), y(t)$ ), das perturbações externas ao sistema ( $d(t)$ ) e dos possíveis incertezas do modelo ( $\Delta b u(t)$ ).

Levando a equação acima para a representação em espaço de estados, é possível obter as equações de estado representadas no Sistema de Equações 2.75:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) &= b_0 u(t) + x_{n+1}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) &= \dot{f}(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Utilizando a representação matricial a partir das equações de estado, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{f}(t) \quad (2.76)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix}$$

A partir das matrizes do sistema e da equação 2.14, é possível esquematizar o observador de estados estendido para o sistema de ordem n. Seu vetor de estado  $\hat{X}(t)$  será dado pela Equação 2.77:

$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1}(t) \\ \hat{x}_n(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

E deve prover as seguintes estimativas:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) &= \hat{y}(t) \\ \hat{x}_2(t) &= \hat{y}^{(1)}(t) \\ &\vdots \\ \hat{x}_{n-1}(t) &= \hat{y}^{(n-2)}(t) \\ \hat{x}_n(t) &= \hat{y}^{(n-1)}(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) &= \hat{f}(t) \end{aligned} \quad (2.78)$$

E o observador de estados para o sistema é representado pelo Sistema de Equações 2.79:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1}(t) \\ \hat{x}_n(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -l_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ -l_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -l_{n+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1}(t) \\ \hat{x}_n(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_{n-1} \\ l_n \\ l_{n+1} \end{bmatrix} y(t) \quad (2.79)$$

$$\hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1}(t) \\ \hat{x}_n(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix}$$

A lei de controle, analogamente às Equações 2.19 e 2.51, possuirá dois termos: a lei de controle propriamente dita, a ser projetada; e o termo para o cancelamento da perturbação generalizada, como pode ser visto na Equação 2.80:

$$u(t) = \frac{u_0(t) - \hat{x}_{n+1}(t)}{b_0} \quad (2.80)$$

Com uma boa estimativa de  $\hat{x}_{n+1}(t)$  para  $f(t)$  é possível obter um cancelamento total da perturbação generalizada, deixando a equação dependente apenas da lei de controle  $u_0(t)$  a ser projetada, como pode ser observado na Equação 2.83.

$$y^{(n)} = b_0 u(t) + f(t) \quad (2.81)$$

$$y^{(n)} = b_0 \frac{u_0(t) - \hat{x}_{n+1}(t)}{b_0} + f(t) \quad (2.82)$$

$$y^{(n)}(t) = u_0(t) \quad (2.83)$$

Como nas Equações 2.22 e 2.54, a planta resultante se torna um integrador de ordem  $n$ . A lei de controle  $u_0(t)$  será projetada tomando como base a diferença entre cada derivada do sinal de entrada, desde o sinal puro até a sua derivada  $n - 1$ , e o respectivo estado do observador que estima a derivada do sinal de saída do sistema, utilizando novamente um rastreador diferencial para obter as derivadas do sinal. Para um sistema de ordem  $N$ , o rastreador proposto segue a forma proposta no Sistema de Equações 2.84:

$$\begin{aligned}
\dot{v}_1(t) &= v_2(t) \\
\dot{v}_2(t) &= v_3(t) \\
&\vdots \\
\dot{v}_{n-1}(t) &= v_n(t)
\end{aligned} \tag{2.84}$$

$$\dot{v}_n(t) = -R(R(\dots(R(Ra_1(v_1(t) - r(t)) + a_2v_2(t)) + \dots) + a_{n-1}v_{n-1}(t)) + a_nv_n(t))$$

Que, representado na forma matricial conforme a equação 2.58 se torna:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{v}_{n-1}(t) \\ \dot{v}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -R^n a_1 & -R^{n-1} a_2 & -R^{n-2} a_3 & \cdots & -R^2 a_{n-1} & -R a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_{n-1}(t) \\ v_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ R^n a_1 \end{bmatrix} r(t) \tag{2.85}$$

Reforçando que R deve ser uma constante positiva e os ganhos  $a_1, \dots, a_n$  devem ser projetados de forma que a matriz A do rastreador seja Hurwitz.

O fator  $u_0(t)$  da lei de controle, como nas equações 2.23 e 2.61 será dado pela Equação 2.86:

$$u_0(t) = K_1(v_1(t) - \hat{x}_1(t)) + K_2(v_2(t) - \hat{x}_2(t)) + \cdots + K_{n-1}(v_n(t) - \hat{x}_n(t)) \tag{2.86}$$

Que, com uma boa estimativa do observador de estados e uma boa aproximação das derivadas por parte do rastreador diferencial, convergirá para a Equação 2.87:

$$u_0(t) = K_1(r(t) - y(t)) + K_2(r^{(1)}(t) - y^{(1)}(t)) + \cdots + K_{n-1}(r^{(n-1)}(t) - y^{(n-1)}(t)) \tag{2.87}$$

E, aplicando a expressão na equação do sistema em malha fechada, obtém-se a sua dinâmica no tempo, conforme a Equação 2.89:

$$y^{(n)}(t) = K_1(r(t) - y(t)) + K_2(r^{(1)}(t) - y^{(1)}(t)) + \cdots + K_{n-1}(r^{(n-1)}(t) - y^{(n-1)}(t)) \tag{2.88}$$

$$y^{(n)}(t) + K_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + K_2y^{(1)}(t) + K_1y(t) = K_{n-1}r^{(n-1)}(t) + \dots + K_2r^{(1)}(t) + K_1r(t) \quad (2.89)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação 2.89, é possível obter a função de transferência descrita na Equação 2.91:

$$Y(s)(s^n + K_{n-1}s^{n-1} + \dots + K_2s + K_1) = R(s)(K_{n-1}s^{n-1} + \dots + K_2s + K_1) \quad (2.90)$$

$$G(s) = \frac{K_{n-1}s^{n-1} + \dots + K_2s + K_1}{s^n + K_{n-1}s^{n-1} + \dots + K_2s + K_1} \quad (2.91)$$

E, posicionando os polos no mesmo local do plano-s, é possível obter o polinômio característico desejado em malha fechada na forma:

$$(s - s_{CL})^n \quad (2.92)$$

Do qual é possível obter os valores dos ganhos  $K_i$  do controlador igualando o denominador da Equação 2.91 e a Equação 2.92.

Por fim, é definida a dinâmica do observador de estados. A partir das matrizes, pode-se determinar sua equação característica, segundo a Equação 2.93:

$$\det(sI - (A - LC)) = s^{n+1} + l_1s^n + l_2s^{n-1} + \dots + l_ns + l_{n+1} \quad (2.93)$$

A mesma lógica do controlador para o posicionamento dos polos é utilizada para os polos do observador, ressaltando a importância de posicioná-los em um valor maior que o valor da parte real dos polos do sistema em malha fechada.

$$(s - s_{ESO})^{n+1} \quad (2.94)$$

E, igualando as Equações 2.93 e 2.94 é possível então, encontrar os valores de ganho do observador, finalizando o projeto do controlador.

# Capítulo 3

## Estudos de Caso

Neste capítulo serão apresentados os estudos de caso utilizados para fazer os testes com o controlador ADRC. Será apresentado o laboratório virtual iDynamic e os sistemas simulados contidos na mesma, especificando sua fundamentação matemática e sua dinâmica.

Desenvolvido pelo Laboratório de Automação, Controle e Instrumentação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, o iDynamic<sup>1</sup>, inicialmente proposto em Martins (2012) como uma aplicação mobile, atualmente é uma plataforma *Web* desenvolvida na linguagem de programação *JavaScript* na forma de um laboratório virtual para estudantes da área de Sistemas de Controle. Nele, é possível simular a dinâmica de sistemas físicos, modificar os parâmetros de cada sistema, aplicar diferentes sinais de entrada e distúrbios externos no sistema e visualizar o comportamento do mesmo através de gráficos, além de ser possível visualizar também uma representação do sistema em forma de eixos, blocos ou em três dimensões. Os cálculos das equações diferenciais ordinárias de cada sistema são feitos utilizando o método de integração de Runge-Kutta de ordem 4. Este método se baseia no cálculo de uma média ponderada entre múltiplas estimativas da inclinação para se chegar a uma inclinação melhorada, e seu cálculo, como pode ser visto em Chapra and Canale (2008), é dado da seguinte maneira:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6}h \quad (3.1)$$

Os valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$  são dados por:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1\right) \\ k_3 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2\right) \\ k_4 &= f(x_i + h, y_i + hk_3) \end{aligned} \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>Disponível em [https://dev-mind.blog/apps/control\\_systems/iDynamic/index.html](https://dev-mind.blog/apps/control_systems/iDynamic/index.html)

É utilizado um período de amostragem de  $h = 5 \times 10^{-2}$  para os cálculos das funções dos sistemas, para aproximar as simulações à um sistema contínuo.

Nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 é possível ver a página inicial do iDynamic, uma simulação de um sistema sendo executado no mesmo e o painel de controle de simulações.

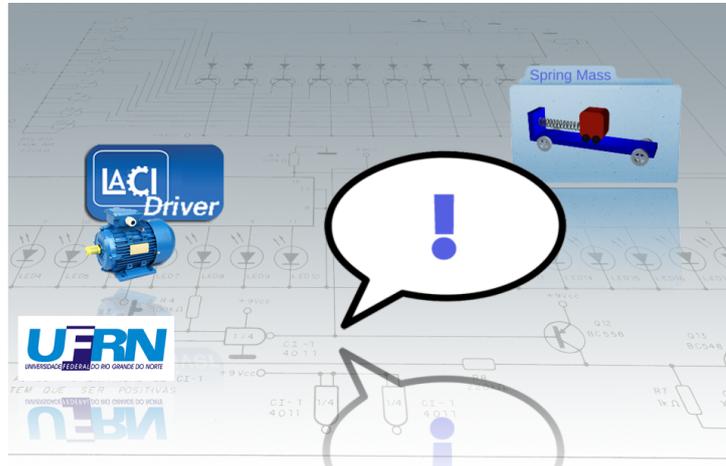


Figura 3.1: Página inicial do iDynamic

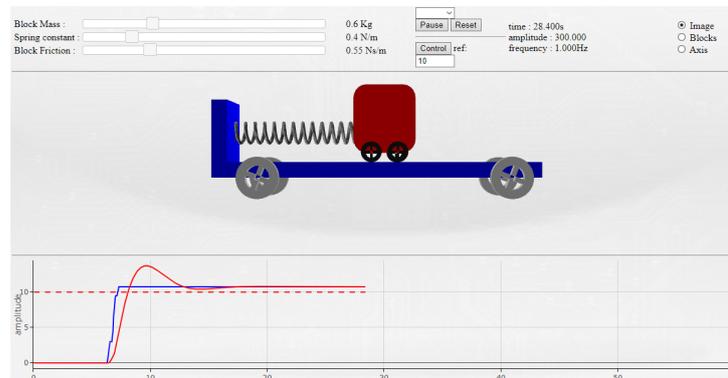


Figura 3.2: Execução de uma simulação no iDynamic

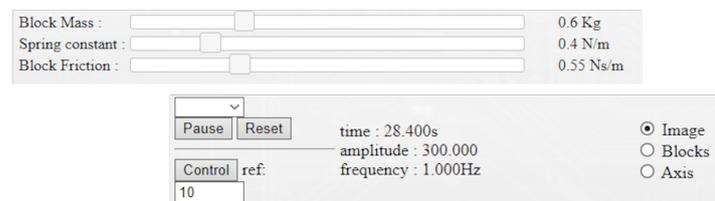


Figura 3.3: Painel de controle da simulação do iDynamic

Para fazer o controle do sistema, é fornecido um módulo implementado em linguagem *Python*, que implementa um servidor *WebSocket* que é executado localmente na máquina, e é capaz de se comunicar com o iDynamic, que atua como um cliente respondendo

os comandos vindos do servidor. Neste módulo são implementadas duas classes: uma responsável por implementar o *WebSocket* e outra para o usuário implementar a lógica de controle do sistema, onde o mesmo possui acesso aos sinais de entrada, saída e erro do sistema, além de poder acessar os valores do sinal de controle enviados à aplicação. É possível também, ao usuário, definir o tempo de amostragem a ser utilizado e a ordem do controlador (que o dará acesso a valores anteriores relativos à simulação).

Na aplicação são disponibilizados diversos tipos de sistemas. Entre eles, sistemas mecânicos translacionais e rotacionais, um sistema eletromecânico, um sistema termoeletrico, um sistema fluídico e um sistema biológico. Para os casos de estudo deste trabalho serão utilizados um sistema mecânico translacional, um sistema fluídico, um sistema termoeletrico.

### 3.1 Sistema Mecânico Translacional

Os sistemas mecânicos translacionais cujo comportamento pode ser descrito utilizando as leis da mecânica de Newton. Este tem por objetivo descrever o comportamento posicional de uma massa normalmente conectada a outros componentes mecânicos como molas, amortecedores e outras massas.

#### Massa

A massa de um objeto trata-se de uma propriedade do mesmo que relaciona uma força que age sobre ele com a sua aceleração. Esta relação é feita de forma proporcional. Halliday et al. (2008) A massa possui um comportamento de armazenamento de energia, que pode ser descrito pela segunda lei de Newton. Nise (1995) Sua equação de movimento é dada por:

$$F(t) = Ma(t) \quad (3.3)$$

ou

$$F(t) = M\ddot{x}(t) \quad (3.4)$$

Onde  $M$  representa o valor da massa do objeto.

#### Mola

A mola é um componente elástico que, possui uma força variável restauradora conforme é deformada, em outras palavras, a força exercida pela mesma tende a fazer com que ela retorne ao seu estado relaxado. Halliday et al. (2008) Assim como a massa, a mola é um componente físico que armazena energia. Nise (1995) Normalmente, para se fazer

experimentos, uma extremidade da mola permanece fixa, enquanto a outra extremidade é presa em algum objeto. Seu comportamento é descrito pela lei de Hooke, que descreve sua equação de movimento como:

$$F(t) = kx(t) \quad (3.5)$$

Onde  $k$  é sua constante elástica e  $x(t)$  o deslocamento de sua extremidade livre.

### Amortecedor

O amortecedor viscoso é um componente mecânico que promove uma força de atrito viscosa e, ao contrário da massa e da mola, é um componente que dissipa energia. A força exercida pelo mesmo é proporcional à velocidade do objeto ao qual está associado. Ogata (2011) Seu comportamento é descrito pela seguinte equação de movimento:

$$F(t) = bv(t) \quad (3.6)$$

ou

$$F(t) = b\dot{x}(t) \quad (3.7)$$

Onde  $b$  é o seu coeficiente de amortecimento e, assim como na mola,  $x(t)$  é o deslocamento do objeto ao qual o amortecedor está associado.

### Modelagem dos Sistemas

O sistema mecânico translacional do iDynamic a ser usado para os testes com o controlador é um sistema massa-mola-amortecedor, que se encontra representado graficamente na Figura 3.4.

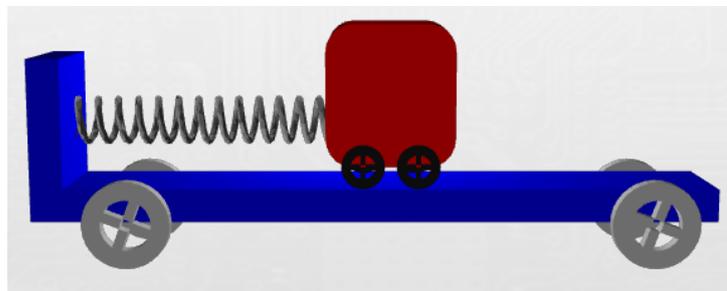


Figura 3.4: Sistema massa-mola-amortecedor no iDynamic

Em sua modelagem, a posição do carrinho maior será considerada como a entrada do sistema e a posição da massa sobre ele será a variável a ser controlada. Um diagrama de blocos do sistema é descrito na Figura 3.5.

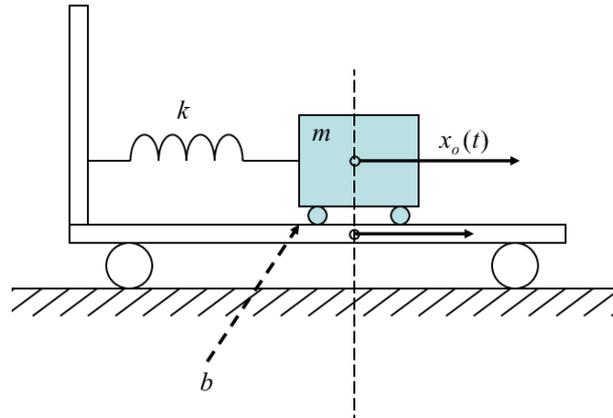


Figura 3.5: Diagrama de blocos do sistema massa-mola-amortecedor

Duas forças atuarão sobre a massa: a força elástica da mola e a força de atrito entre a massa e o carrinho, que se comporta como uma força de amortecimento. Sejam  $x_i(t)$  e  $x_o(t)$  as posições do carrinho e da massa, respectivamente, e  $k$ ,  $b$  e  $m$  a constante elástica da mola, a constante de amortecimento da força de atrito e a valor da massa, respectivamente. Utilizando as equações 3.5 e 3.7, é possível representar o somatório de forças atuando na massa por:

$$f(t) = k(x_i(t) - x_o(t)) + b(\dot{x}_i(t) - \dot{x}_o(t)) \quad (3.8)$$

Aplicando a Equação 3.8 na Equação 3.4 e reorganizando os termos, obtêm-se a equação de movimento que representa o sistema:

$$M\ddot{x}_o(t) + b\dot{x}_o(t) + kx_o(t) = b\dot{x}_i(t) + kx_i(t) \quad (3.9)$$

## 3.2 Sistema Fluídico

O tanque é um sistema fluídico de controle de nível, cujo comportamento pode ser descrito utilizando a equação de continuidade de fluidos, que descreve o comportamento de fluidos ideais ao longo de condutos. Halliday et al. (2010) A equação de continuidade, para um sistema em equilíbrio, pode ser descrita conforme a Equação 3.10:

$$A_i v_i(t) = A_o v_o(t) \quad (3.10)$$

Na qual  $q$  é a vazão do líquido no conduto,  $A_i$  e  $v_i$  são a área da seção reta e a velocidade do fluido na entrada do conduto e  $A_o$  e  $v_o$  a área da seção reta e velocidade do fluido na saída do conduto.

A partir desse conceito, é possível descrever o comportamento da variação de volume

em um tanque, utilizando a diferença entre o vazão de entrada e a vazão de saída no mesmo, tendo assim:

$$\dot{V}(t) = q_i(t) - q_o(t) \quad (3.11)$$

### Modelagem do Sistema

O sistema de controle de nível a ser utilizado, disponível no iDynamic, está representado na Figura 3.6.

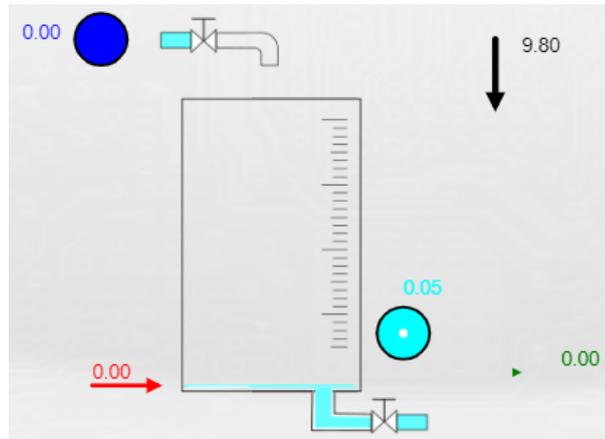


Figura 3.6: Sistema de Tanque no iDynamic

Utilizando a equação de Bernoulli para pequenos orifícios, a vazão de saída do tanque será dada por:

$$v_o(t) = \sqrt{2gh(t)} \quad (3.12)$$

A partir das Equações 3.11 e 3.12 e, sabendo que a área do tanque é constante, é possível descrever a equação diferencial que descreve matematicamente o comportamento do nível de líquido no tanque:

$$S_t \dot{h}(t) = q_i(t) - S_o \sqrt{2gh(t)} \quad (3.13)$$

$$\dot{h}(t) = \frac{q_i(t) - S_o \sqrt{2gh(t)}}{S_t} \quad (3.14)$$

Na qual  $q_i(t)$  será a vazão de entrada de líquido no tanque a ser controlada,  $S_o$  a área do orifício de saída do líquido,  $g$  a gravidade e  $S_t$  a área da base tanque.

### 3.3 Sistema Termoelétrico

Os sistemas térmicos são sistemas que envolvem transferência de calor entre objetos. Ao tratar de sistemas térmicos, utilizam-se duas variáveis para fazer sua análise: a temperatura e o calor.

A temperatura é uma das sete grandezas fundamentais que mede o nível de agitação das moléculas em um corpo. Já o calor é o termo utilizado para definir uma mudança na energia térmica de um sistema. Essa mudança de energia térmica é responsável também por causar uma mudança de temperatura no sistema. Halliday et al. (2010)

O comportamento de sistemas térmicos pode se estudados a partir de conceitos de resistência e capacitância térmica. Ogata (2011)

#### Resistência Térmica

A resistência térmica é uma propriedade que relaciona, de forma proporcional, a temperatura de um corpo com o fluxo de calor que passa por ele. Ogata (2011) Essa propriedade será representada por  $R_T$  e pode ser descrita matematicamente pela Equação 3.15:

$$T(t) = R_T c(t) \quad (3.15)$$

Na qual  $T(t)$  representa a temperatura do corpo e  $c(t)$  o fluxo de calor passando pelo mesmo.

#### Capacitância Térmica

A capacidade térmica é a propriedade do objeto que relaciona o fluxo de calor, recebido ou cedido por ele, com a variação da sua temperatura. Halliday et al. (2010) Essa propriedade será representada por  $C_T$  e pode ser descrita matematicamente por:

$$c(t) = C_T \dot{T}(t) \quad (3.16)$$

#### Modelagem do Sistema

O sistema de controle de temperatura do iDynamic se encontra representado na Figura 3.7.

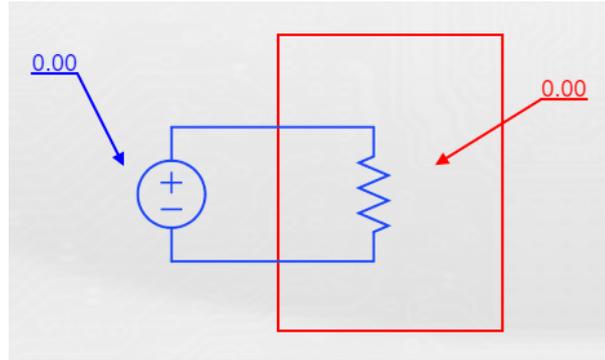


Figura 3.7: Sistema Termoelétrico no iDynamic

Nesse sistema, acontecerá uma troca de calor entre a fonte e a placa à qual a fonte está ligada. A resistência da fonte dissipará calor que, por sua vez, será armazenado pela capacitância da placa. A equação que descreve a dinâmica do sistema, Baseada na equação 3.15, será dada por:

$$(T_i(t) - T_o(t)) = R_T c(t) \quad (3.17)$$

Por sua vez, a partir da Equação 3.16 é possível obter:

$$c(t) = C_T \dot{T}_o(t) \quad (3.18)$$

Igualando as Equações 3.17 e 3.18, obtém-se a equação diferencial que caracteriza o sistema:

$$T_i(t) = R_T C_T \dot{T}_o(t) + T_o(t) \quad (3.19)$$

Onde  $T_i(t)$  é a temperatura fornecida pela fonte (que será calculada por meio de um fator de conversão tensão/temperatura) e  $T_o(t)$  é a temperatura da placa.

# Capítulo 4

## Metodologia

Neste capítulo serão discutidos detalhes da implementação do controlador ADRC na linguagem *Python* para as simulações do controle dos sistemas na plataforma virtual iDynamic, juntamente com os roteiros de teste e parâmetros utilizados nas simulações, finalizando com a apresentação dos critérios de desempenho utilizados para a avaliação do controlador.

### 4.1 Implementação

Para realizar a implementação do controlador ADRC Linear, foi utilizada uma biblioteca em Python, denominada *ControlLib*, fornecida pelo Laboratório de Automação, Controle e Instrumentação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.<sup>1</sup> A implementação desenvolvida consiste de um *script* no qual é executado o ADRC para qualquer ordem  $n$ , e podem ser determinados: sua ordem, o local dos polos do sistema em malha fechada ( $s_{CL}$ ), o local dos polos do observador de estados estendido ( $s_{ESO}$ ), o parâmetro  $b_0$  e o valor de máxima velocidade da derivada do  $n$ -ésimo estado do rastreador diferencial ( $R$ ). Também foram adicionados na simulação uma perturbação externa  $d(t)$  à entrada da planta e um ruído uniforme  $n(t)$  com amplitude igual variando entre  $\pm 5\%$  em relação à amplitude do sinal de referência. A implementação e conexão entre cada um dos componentes do ADRC é feita com base nas Equações 2.79, 2.85 e 2.86, e no diagrama da Figura 4.1.

---

<sup>1</sup>Disponível em <https://github.com/allanninguem/websocketcontrol>

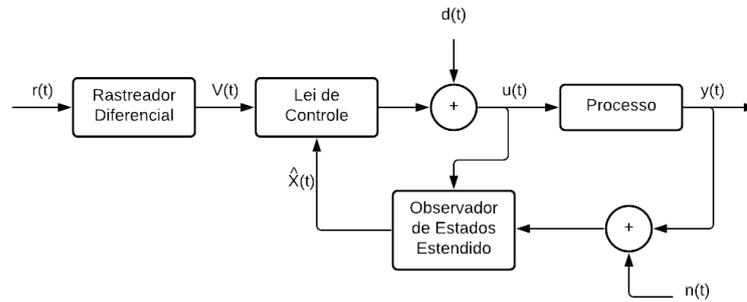


Figura 4.1: Diagrama de blocos do controlador ADRC

As matrizes das Equações 2.79 e 2.85 são construídas de forma iterativa, conforme a ordem definida para o controlador. Utilizando como base os trabalhos de Xia et al. (2016) e Gao et al. (2016), as constantes  $a_1, \dots, a_n$  do rastreador diferencial, apresentadas na Equação 2.85 foram escolhidas utilizando uma abordagem de coeficientes binomiais, conforme pode ser visto na Equação 4.1:

$$a_i = \binom{n}{i-1} = \frac{n!}{(i-1)!(n-i+1)!} \quad (4.1)$$

com  $i = 1, \dots, n$  e  $n$  sendo a ordem escolhida para o ADRC.

Para fazer o cálculo dos estados nas equações diferenciais ordinárias (EDO), contidas no rastreador diferencial e no observador de estados estendido, foi utilizado o método de integração de Runge-Kutta de ordem 4, conforme a Equação 3.1 e o Sistema de Equações 3.2, com um período de amostragem de 0.1 segundo. Foi escolhido este valor devido à comunicação do *websocket* na biblioteca *ControlLib* com o *iDynamic*, visto que, nos testes feitos com valores menores que este, a comunicação entre eles não fornecia garantia de ocorrência dentro da faixa determinada pela taxa de amostragem.

Porém, constatou-se que um passo de 0.1s fazia com que o observador de estados estendido não conseguisse obter uma boa estimativa do sistema num tempo hábil, prejudicando o desempenho em sua resposta transitória. Como o valor do passo não poderia ser diminuído devido à comunicação do *websocket*, foi adotada uma técnica de interpolação para calcular mais pontos entre duas amostras, tanto da saída do sistema, para o cálculo dos estados, quanto do sinal de referência, para o cálculo do rastreador diferencial.

Foi escolhida a técnica de Interpolação Linear por Diferenças Divididas de Newton, por ser um método simples e de fácil implementação, além de ser uma das fórmulas mais populares e úteis. A ideia deste método, como visto em Chapra and Canale (2008), se dá no fato que a ligação mais simples entre dois pontos é uma reta e, utilizando semelhança de triângulos em um plano cartesiano, é possível obter a Equação 4.2, com  $f$  sendo a função da qual se deseja obter os valores intermediários,  $x_0$  e  $x_1$  os valores conhecidos das amostras e  $x$  o valor intermediário para o qual a função será calculada.

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) \quad (4.2)$$

Entre cada amostra do sinal de saída, foram calculados vinte pontos intermediários. Esta quantidade de pontos foi estimada de forma empírica com base no desempenho do controlador que, com um número maior de pontos intermediários, não apresentou melhoria significativa.

Além disso, com base no rastreador diferencial do ADRC de segunda ordem, foi desenvolvida uma aproximação do mesmo para um sistema de primeira ordem, de forma a suavizar o salto entre as mudanças do valor de referência. O comportamento do rastreador diferencial de primeira ordem pode ser visto na Equação 4.3.

$$\dot{v}_1(t) = -R(v_1(t) - r(t)) \quad (4.3)$$

Após o cálculo de todos os estados  $v_i(t)$  e  $x_i(t)$ , a lei de controle  $u_0(t)$  é calculada conforme a Equação 2.86 e, juntamente com o estado  $x_{n+1}(t)$ , aplicada ao sistema conforme a Equação 2.80

Ao final de cada simulação, foram armazenados os dados de tempo e os sinais de referência  $r(t)$ , controle  $u(t)$  e saída do sistema  $y(t)$  em um arquivo no formato *comma-separated values* (CSV), posteriormente utilizado para a geração dos gráficos dos resultados da simulação (com o auxílio da biblioteca *Matplotlib*) e o cálculo dos índices de desempenho do controlador.

Para facilitar a parametrização do controlador, foi desenvolvida uma interface gráfica simples, utilizando a biblioteca *Kivy* na linguagem *Python*. A interface contém cinco campos numéricos, para definir a ordem e os 4 parâmetros do ADRC ( $b_0$ ,  $s_{CL}$ ,  $s_{ESO}$  e  $R$ ), além de possuir um campo no qual é possível fazer a alteração no valor de referência (*set point*), e botões que controlam a mudança da referência, o início e o término da simulação. A tela da interface pode ser vista na Figura 4.2.

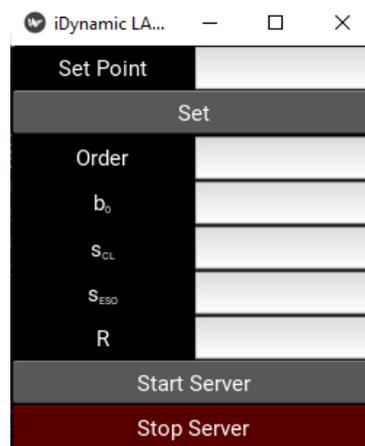


Figura 4.2: Interface Gráfica de parametrização do controlador

Toda a implementação desenvolvida neste trabalho, juntamente com instruções para a instalação das bibliotecas utilizadas, pode ser encontrada na plataforma de compartilhamento de código, *GitHub*.<sup>2</sup>

## 4.2 Simulações

Neste trabalho, foram realizadas três simulações no laboratório virtual, referentes aos sistemas descritos e modelados matematicamente nos casos de estudo do Capítulo 3. As grandezas físicas utilizadas e os roteiros das simulações se encontram detalhados nas seguintes subseções.

### 4.2.1 Controle da Posição de um Bloco

Sistemas de controle de posição com uso de elementos mecânicos translacionais são amplamente usados em estudos na área de Engenharia de Controle e Automação, sendo objetos de estudo para diversos trabalhos envolvendo diferentes tipos de controladores, como o PID visto em Ray (2016), o controlador adaptativo apresentado em Coman (2014), o controlador *fuzzy* em Sassim and Oliveira (2005), o LQR visto em Okubanjo et al. (2018), o SMC em Šabanović et al. (2016), entre outros. Além disso, o estudo de absorção de forças de impacto, com o uso de molas e amortecedores é bastante necessário para prover uma maior confiabilidade e segurança aos sistemas mecânicos.

Para a primeira simulação, envolvendo o sistema mecânico translacional mostrado no Capítulo 3, foram utilizados os valores das grandezas físicas fornecidas previamente no iDynamic, demonstradas na Tabela 4.1.

	Grandeza	Valor
$M$	Massa do Bloco	$0.6Kg$
$b$	Constante de Atrito	$0.55Ns/m$
$k$	Constante da Mola	$0.4N/m$

Tabela 4.1: Parâmetros do sistema de controle da posição de um bloco

A partir da Equação 3.9, é possível ver que o sistema possui comportamento linear, visto que os termos que envolvem as variáveis do sistema são compostos apenas por somas e multiplicações por constantes. Convertendo a Equação 3.9 para a representação em espaço de estados, e utilizando os parâmetros descritos na Tabela 4.1, obtém-se:

<sup>2</sup>Disponível em <https://github.com/leonyoliveira/Controllers-for-iDynamic>

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -9.167 \times 10^{-1} & 6.667 \times 10^{-1} \\ -1.000 \times 10^0 & 1.110 \times 10^{-16} \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 9.167 \times 10^{-1} & -6.667 \times 10^{-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

E, com as matrizes do Sistema de Equações 4.4, é possível obter as matrizes de controlabilidade e observabilidade para este sistema, descritas no Sistema de Equações 4.5.

$$\begin{aligned}
 M_C &= \begin{bmatrix} 1.000 \times 10^0 & -9.167 \times 10^{-1} \\ 0.000 \times 10^0 & -1.000 \times 10^0 \end{bmatrix} \\
 M_O &= \begin{bmatrix} 9.167 \times 10^{-1} & -6.667 \times 10^{-1} \\ -1.736 \times 10^{-1} & 6.111 \times 10^{-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

É possível verificar que o posto das duas matrizes é igual à ordem do sistema, e segundo Nise (1995), a partir destas condições pode-se concluir que o sistema é controlável e observável.

As Figuras 4.3 e 4.4 mostram a resposta do sistema em malha fechada com uma realimentação unitária para entradas do tipo degrau unitário e rampa unitária, respectivamente. A partir dessas respostas, é possível afirmar que o sistema é do tipo 0, visto que o mesmo possui um erro de regime permanente constante para a entrada do tipo degrau e erro tendendo ao infinito para a entrada do tipo rampa. Também é visível que o mesmo apresenta um comportamento aproximado de um sistema de segunda ordem subamortecido, devido ao sobressinal que o mesmo apresenta em sua resposta transitória para a entrada do tipo degrau.

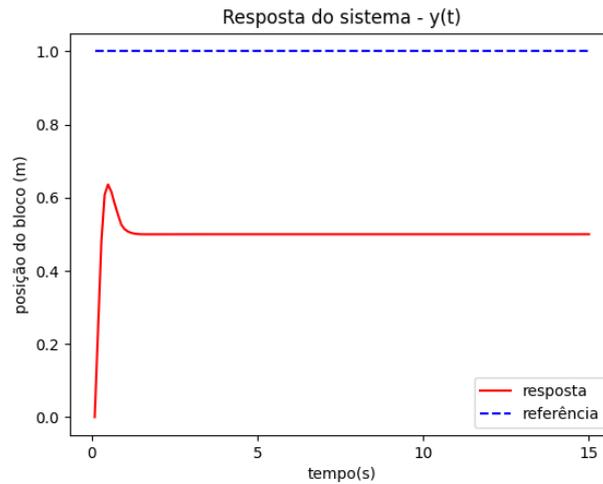


Figura 4.3: Resposta do sistema de controle da posição de um bloco a uma entrada degrau unitário

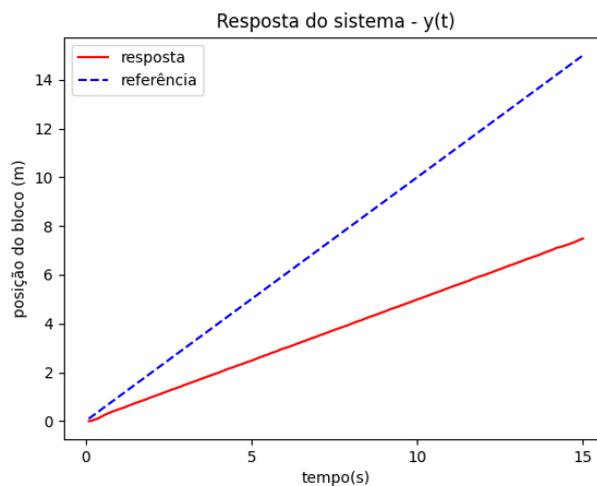


Figura 4.4: Resposta do sistema de controle da posição de um bloco a uma entrada rampa unitária

Com isto, uma simulação com duração de 90 segundos foi elaborada para os testes do controlador, conforme o seguinte roteiro:

1. Aplicação de um sinal de referência para a posição de 10 metros no eixo horizontal, no instante  $t = 0$ ;
2. Aplicação de uma perturbação, com amplitude de 5 metros no sentido positivo do eixo, iniciando no instante  $t = 15$  e finalizando no instante  $t = 16$ ;
3. Mudança no valor da referência para uma posição de 6 metros, no instante  $t = 30$ ;

4. Mudança no valor da referência para uma posição de 13 metros, no instante  $t = 50$ ;
5. Aplicação de uma perturbação, com amplitude de 7 metros no sentido negativo do eixo, iniciando no instante  $t = 70$  e finalizando no instante  $t = 71$ .

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram graficamente os sinais de referência  $r(t)$  e de perturbação externa  $d(t)$  aplicados à simulação.

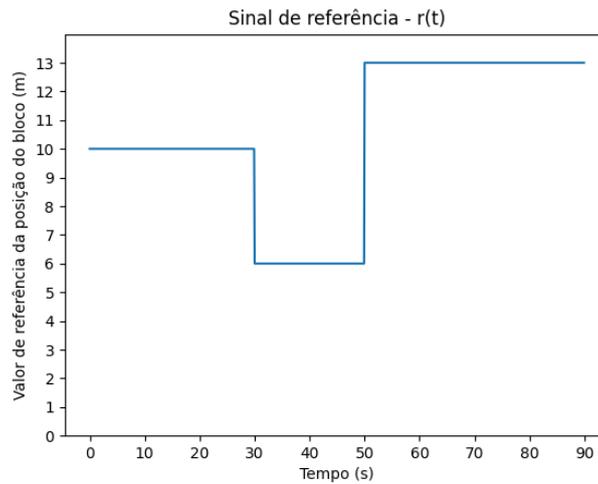


Figura 4.5: Sinal de referência aplicado à simulação de controle de posição de um bloco

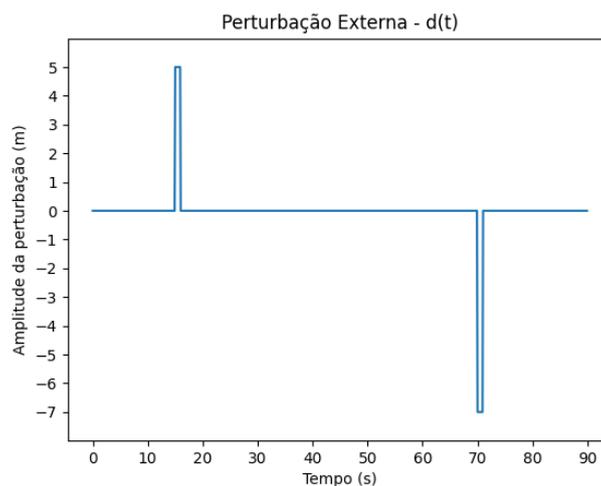


Figura 4.6: Perturbação externa aplicada à simulação de controle de posição de um bloco

## 4.2.2 Controle de Nível de Líquido

Sistemas de controle de nível são bastante usados para o estudo de sistemas de controle, e podem ser encontrados em diversos livros de Engenharia de Controle e Automação.

Além disso, são sistemas muito encontrados em diversos cenários na indústria, e vêm sendo utilizados em diversos trabalhos para testes de controladores, como o controlador *on/off* visto em Anyanwu et al. (2012), o PID apresentado em Blachuta et al. (2017), o controlador adaptativo visto em Shamily et al. (2015), o controlador fuzzy de Krivić et al. (2012), o SMC visto em Chen et al. (2007), entre outros.

Para esta simulação foram utilizados os valores de grandezas físicas detalhados na Tabela 4.2.

	Grandeza	Valor
$S_t$	Área do Reservatório	$5m^2$
$S_o$	Área do Orifício de Saída	$0.05m^2$
$g$	Gravidade	$9.8m/s^2$

Tabela 4.2: Parâmetros do sistema de controle de nível de líquido

Estes valores são fornecidos de forma padrão no *iDynamic*, com exceção do valor de  $A$ , escolhido como o máximo valor possível na plataforma, para observar como o controlador se comportava em um sistema com resposta mais lenta. Este sistema também possui uma saturação em seu sinal de entrada, podendo ser aceitos valores entre 0 e 1, que representam a abertura da válvula de entrada de líquido, onde o valor zero é utilizado para o total fechamento da válvula, e o valor um para a total abertura da válvula.

A Equação 3.14 mostra um comportamento não-linear para este sistema, visto que a variável que se deseja controlar se encontra composta com uma função raiz quadrada. Substituindo os parâmetros fornecidos na Tabela 4.2 na Equação 3.14, obtém-se:

$$\dot{h}(t) = 0.2q_i(t) - 0.044\sqrt{h(t)} \quad (4.6)$$

A partir da Equação 4.6, é possível identificar que o sistema possui uma única variável de estado,  $x_1 = h(t)$ . Segundo Nise (1995), para que um sistema seja controlável, é necessário que todos os estados do sistema possam ser transferidos de um estado inicial desejado para um estado final desejado a partir de uma entrada, e para que um sistema seja observável é necessário que todos os estados possam ser medidos a partir de um tempo finito  $t_0$  com o uso do sinal de entrada e da resposta do sistema. Como este sistema possui um único estado, que é atingido pela variável de controle e pode ser observado por meio do sinal de saída, o sistema é controlável e observável.

A partir das simulações do sistema em malha fechada com realimentação unitária, mostradas nas Figuras 4.7 e 4.8, é possível identificar um sistema com um comportamento de tipo 0, visto que o mesmo apresenta um erro de regime permanente constante para uma entrada do tipo degrau unitário e seu erro tende ao infinito para uma rampa unitária; e possui comportamento aproximado ao de um sistema primeira ordem, pelo formato do gráfico de sua resposta ao degrau.

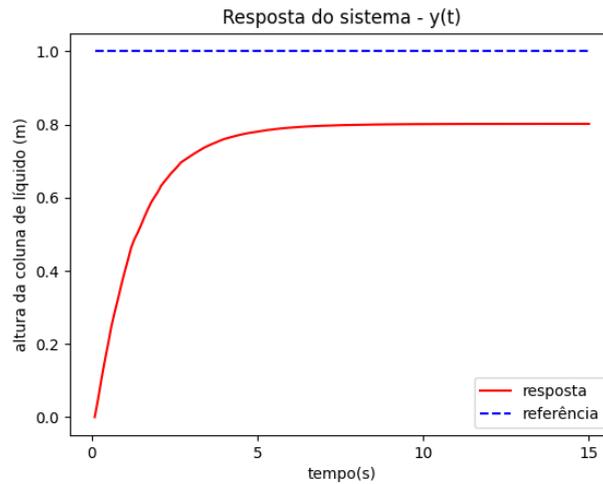


Figura 4.7: Resposta do sistema de controle de nível a uma entrada degrau unitário

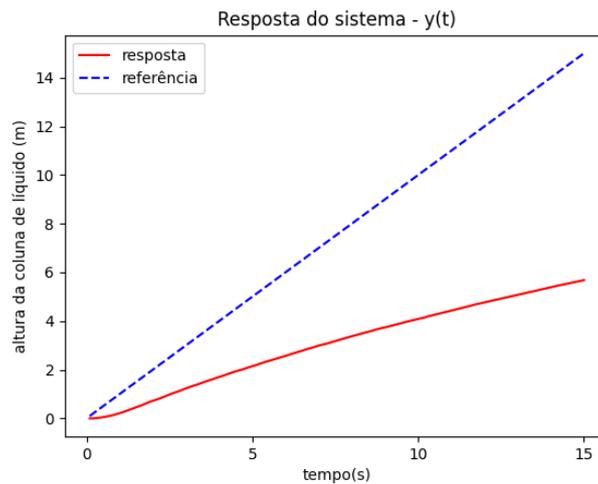


Figura 4.8: Resposta do sistema de controle de nível a uma entrada rampa unitária

A partir disso, foi realizada uma simulação com duração de 90 segundos para os testes do controlador, conforme o seguinte roteiro:

1. Aplicação de um sinal de referência para uma altura do nível de líquido de 3 metros, no instante  $t = 0$ ;
2. Aplicação de uma perturbação, diminuindo o fluxo de entrada de líquido, no instante  $t = 30$ ;
3. Mudança no valor da referência para uma altura do nível de líquido de 1.8 metros, no instante  $t = 50$ ;

- Aumento no valor do orifício de saída para  $a = 0.1m^2$ , aproximadamente, no instante  $t = 70$ .<sup>3</sup>

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram graficamente os sinais de referência  $r(t)$  e de perturbação externa  $d(t)$  aplicados à simulação.

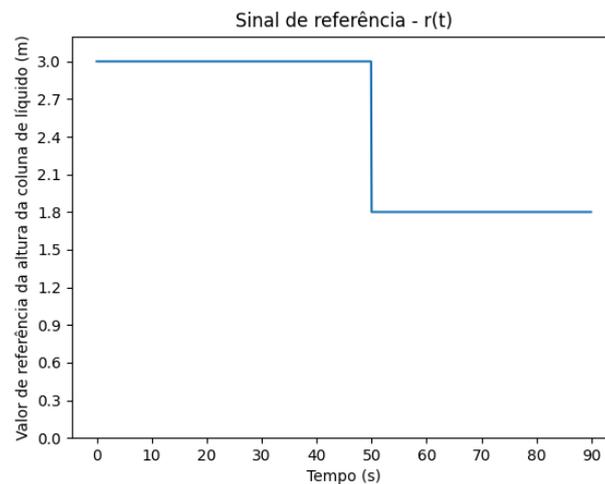


Figura 4.9: Sinal de referência aplicado à simulação de controle de nível de líquido

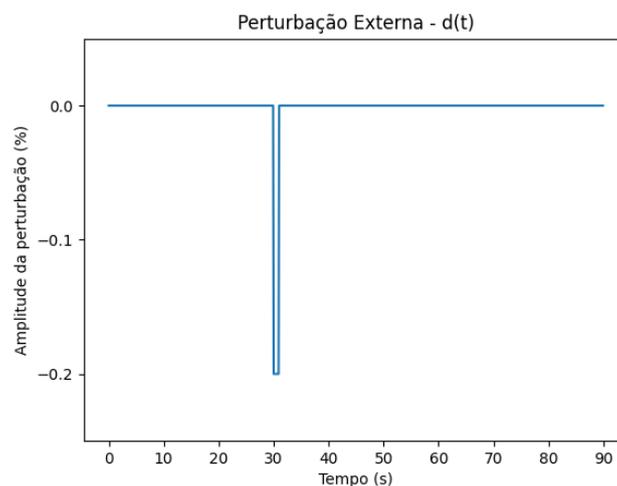


Figura 4.10: Perturbação externa aplicada à simulação de controle de nível de líquido

É importante ressaltar que, para esta simulação, foi adicionada uma saturação no sinal de controle entre 0 e 1, visto que o mesmo representa a abertura da válvula de líquido, onde o valor zero representa a válvula completamente fechada e o valor um representa a mesma completamente aberta.

<sup>3</sup>Não foi possível realizar a mudança de parâmetros de forma automática, podendo a mesma ter ocorrido instantes antes ou depois do momento desejado, visto que foi realizada de forma manual.

### 4.2.3 Controle de Temperatura

Sistemas de controle de temperatura são utilizados em diversos ramos na indústria, como em plantas de geração de energia, em processos químicos, manufatureiras, entre outros como citado em Moran et al. (2003), sendo assim a eficiência no controle de tais sistemas um importante objeto de estudo na área de Engenharia de Controle e Automação.

Para esta simulação envolvendo o sistema de controle de temperatura, foi utilizada a parametrização inicial fornecida pelo *iDynamic*, como pode ser visto na Tabela 4.3.

	Grandeza	Valor
$R_T$	Resistência Térmica	$0.9^\circ C/W$
$C_T$	Capacitância Térmica	$1.1J/^\circ C$
$U/T$	Fator de conversão Tensão-Temperatura	$3.5V/^\circ C$

Tabela 4.3: Parâmetros do sistema de controle de temperatura

A Equação 3.19 mostra que o sistema possui um comportamento linear e, substituindo os valores dos parâmetros apresentados na Tabela 4.3, é possível obter:

$$\dot{T}_o(t) = 1.01T_i(t) - 1.01T_o(t) \quad (4.7)$$

A partir da Equação 4.7, é possível identificar que o sistema possui uma única variável de estado,  $x_1 = T_o(t)$ . Este estado é atingido pela variável de controle e pode ser observado por meio do sinal de saída, portanto, pela definição fornecida em Nise (1995), o sistema é controlável e observável.

A partir das simulações do sistema em malha fechada com realimentação unitária, representadas nas Figuras 4.11 e 4.12, é possível concluir que o sistema é do tipo 0, devido aos erros de regime permanente observados para as entradas degrau unitário e rampa unitária, e que o mesmo se comporta aproximadamente como um sistema de primeira ordem, devido ao formato do gráfico da resposta ao degrau.

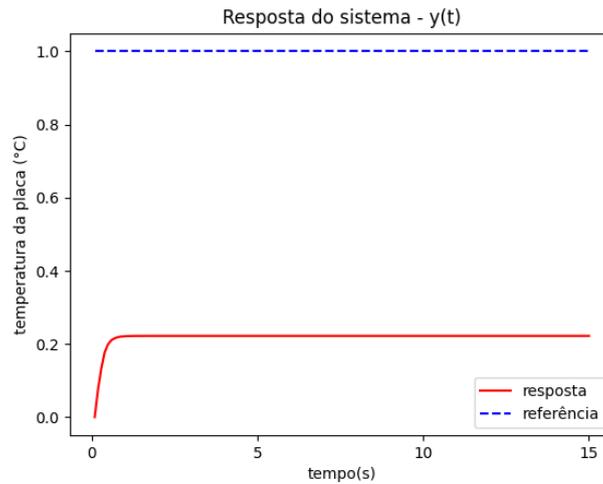


Figura 4.11: Resposta do sistema de controle de temperatura a uma entrada degrau unitário

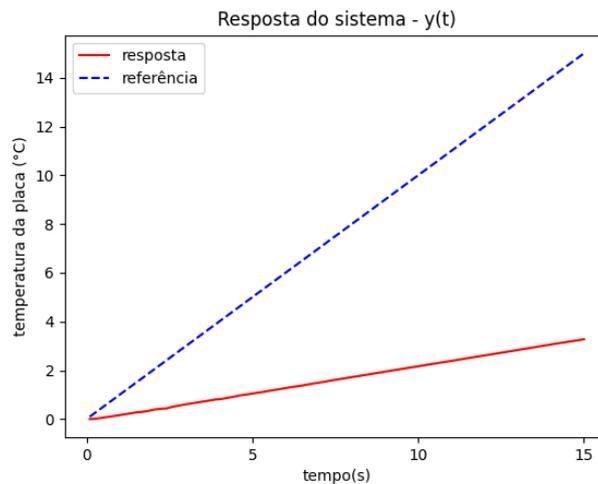


Figura 4.12: Resposta do sistema de controle de temperatura a uma entrada rampa unitária

A partir disso, para fazer os testes com o controlador, uma simulação com duração de 90 segundos, foi elaborada conforme o seguinte roteiro:

1. Aplicação de um sinal de referência para uma temperatura de  $100^{\circ}\text{C}$ , no instante  $t = 0$ ;
2. Aplicação de uma perturbação com amplitude de -18 volts, iniciando no instante  $t = 25$  e finalizando no instante  $t = 26$ ;
3. Mudança no valor da referência para uma temperatura de  $180^{\circ}\text{C}$ , no instante  $t = 35$ ;

4. Aplicação de uma perturbação com amplitude de 25 volts, iniciando no instante  $t = 50$  e finalizando no instante  $t = 51$ ;
5. Mudança no valor da referência para uma temperatura de  $70^{\circ}\text{C}$ , no instante  $t = 70$ ;

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram graficamente os sinais de referência  $r(t)$  e de perturbação externa  $d(t)$  aplicados à simulação.

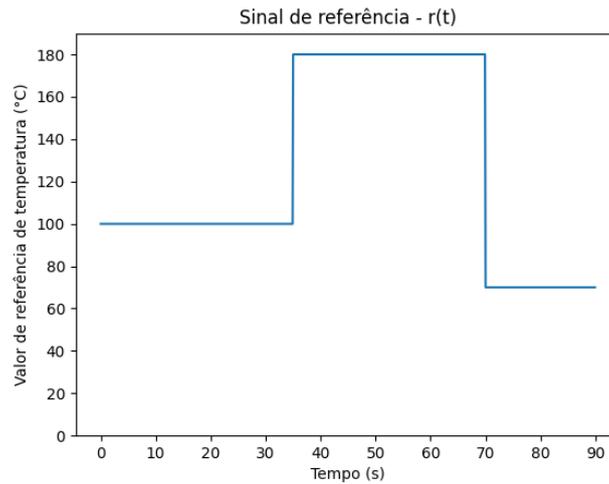


Figura 4.13: Sinal de referência aplicado à simulação de controle de temperatura

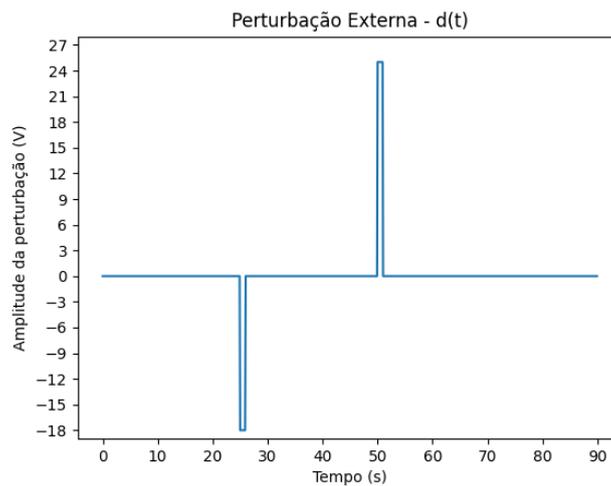


Figura 4.14: Perturbação externa aplicada à simulação de controle de temperatura

### 4.3 Avaliação de Desempenho

Para fazer a avaliação de desempenho do controlador foram utilizadas seis métricas, são elas a Integral do Erro Absoluto, a Integral do Erro Quadrático, a Integral do Erro

Absoluto no Tempo, o Índice de Goodhart, o Erro Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle e o Erro Médio Quadrático Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle.

- **Integral do Erro Absoluto (IAE)**

A Integral do Erro Absoluto é uma métrica que calcula a média do erro absoluto do sistema durante a simulação. É uma métrica de fácil implementação, visto que seu cálculo é feito de forma simples, porém, não apresenta características mais específicas sobre o comportamento daquele sistema. Seu cálculo, como visto em Dorf and Bishop (2017), é dado por:

$$IAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e(i)| \quad (4.8)$$

- **Integral do Erro Quadrático (ISE):**

A Integral do Erro Quadrático, assim como a Integral do Erro Absoluto, calcula a média do sinal de erro em uma simulação, porém, levando em conta o quadrado deste sinal. Esse cálculo tem a característica de fornecer um peso maior a erros maiores que 1, enquanto erros menores possuem menos relevância. Seu cálculo, como visto em Dorf and Bishop (2017), é feito de forma simples, dado por:

$$ISE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^2(i) \quad (4.9)$$

- **Integral do Erro Absoluto no Tempo (ITAE):**

A Integral do Erro Absoluto no Tempo possui um cálculo similar à Integral do Erro Absoluto, porém tendo a média ponderada pelo instante da simulação referente àquele valor de erro analisado no devido instante. Com essa métrica, é possível observar melhor a performance do sistema no regime permanente do mesmo. O cálculo deste índice, como visto em Dorf and Bishop (2017), é dado por:

$$ITAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i |e(i)| \quad (4.10)$$

É importante ressaltar que, para cada mudança de referência feita nas simulações, o valor  $t_i$  retorna a zero, e a contagem de tempo é reiniciada.

- **Índice de Goodhart:**

Este índice, tem por objetivo ser uma medida de eficácia do sistema, e sua análise é feita de forma após a execução do mesmo. Seu cálculo, apresentado em Goodhart et al. (1974), é composto por uma soma de 3 termos, ponderados por constantes:

$$\epsilon = \alpha_1 \epsilon_1 + \alpha_2 \epsilon_2 + \alpha_3 \epsilon_3 \quad (4.11)$$

O termo  $\epsilon_1$  faz o cálculo do esforço de controle médio do sistema, na seguinte forma:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(i) \quad (4.12)$$

Onde  $N$  é o número de amostras do sinal e  $u(i)$  o valor do sinal de controle de cada amostra.

O termo  $\epsilon_2$  calcula a variância do sinal de controle em torno do seu esforço médio:

$$\epsilon_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(i) - \epsilon_1 \quad (4.13)$$

E o termo  $\epsilon_3$  fará o cálculo médio da resposta do sistema em relação ao valor de referência do mesmo, como é calculado na Integral do Erro Absoluto.

$$\epsilon_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e(i)| \quad (4.14)$$

Neste trabalho, para o cálculo deste índice nas simulações foram usados os valores  $\alpha_1 = 0.3$ ,  $\alpha_2 = 0.5$  e  $\alpha_3 = 0.2$ , escolhidos de forma a dar maior peso para os fatores que fornecem informações sobre o valor do sinal de controle e a forma com a qual o mesmo varia, obtendo assim um detalhamento maior sobre o desgaste do controlador.

- **Erro Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle (RBEMCE):**

Assim como o Índice de Goodhart, o Erro Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle é uma métrica que leva em consideração mais de um termo em seu cálculo. Para este índice, é utilizada uma soma de dois termos: a Integral do Erro Absoluto e o esforço de controle médio, ponderado por uma constante  $\beta$ , como visto em Varol and Bingul (2004):

$$RBEMCE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e(i)| + \frac{\beta}{N} \sum_{i=1}^N u(i) \quad (4.15)$$

- **Erro Médio Quadrático Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle (RBMSEMCE):**

O Erro Médio Quadrático Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle é uma métrica similar ao Erro Baseado em Referência com Mínimo Esforço de Controle, com uma modificação: no lugar da Integral do Erro Absoluto, é utilizada a Integral do Erro Quadrático. Seu cálculo, segundo Varol and Bingul (2004), é dado por:

$$RBMSEMCE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^2(i) + \frac{\beta}{N} \sum_{i=1}^N u(i) \quad (4.16)$$

Para ambas as métricas (RBEMCE e RBMSEMCE) foi utilizado o valor  $\beta = 1$ .

# Capítulo 5

## Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir das simulações feitas computacionalmente, utilizando o controlador ADRC. Além disso, serão apresentados também resultados com o controlador PID para compará-los, visto que, o PID é atualmente a técnica mais utilizada na indústria e o ADRC foi inicialmente proposto para suprir alguns déficits encontrados no PID.

Para as três simulações propostas no Capítulo 4 foram sintonizados controladores PID, ADRC de primeira e segunda ordem, de forma empírica, tomando como base os índices de desempenho propostos no capítulo supracitado. Nas seções seguintes, serão apresentados os gráficos e índices de desempenho para cada simulação, além de uma breve discussão sobre os resultados obtidos.

### 5.1 Controle da Posição de um Bloco

Para esta simulação, os valores de ganhos encontrados na sintonia do PID se encontram na Tabela 5.1, enquanto os parâmetros obtidos na sintonia do ADRC estão descritos na Tabela 5.2.

$K_p$	$K_i$	$K_d$
1	2.5	0.01

Tabela 5.1: Ganhos do PID no sistema de controle da posição de um bloco

	$b_0$	$R$	$s_{CL}$	$s_{ESO}$
Ordem 1	12	20	8	16
Ordem 2	200	15	12	25

Tabela 5.2: Parâmetros do ADRC no sistema de controle da posição de um bloco

Na Figura 5.1 podem ser vistos os sinais de resposta do sistema para cada um dos controladores, juntamente ao sinal de referência, na Figura 5.2 é possível ver a resposta

com destaque nos instantes em que o sistema recebe uma perturbação externa, e na Figura 5.3 os sinais de controle de cada controlador.

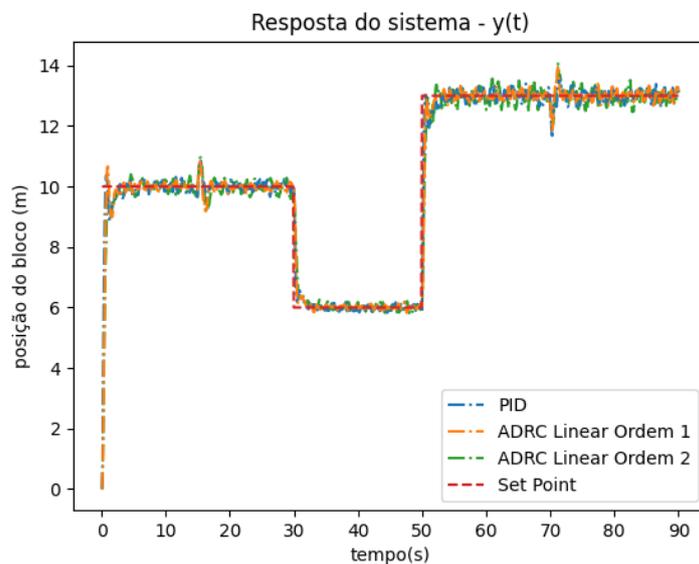


Figura 5.1: Sinais de saída no sistema de controle da posição de um bloco

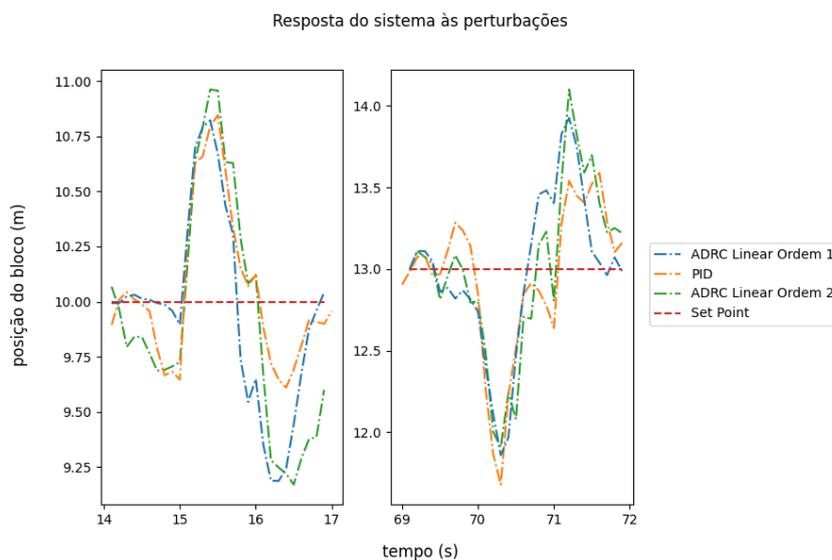


Figura 5.2: Sinais de saída do sistema de controle de posição nos instantes de perturbação

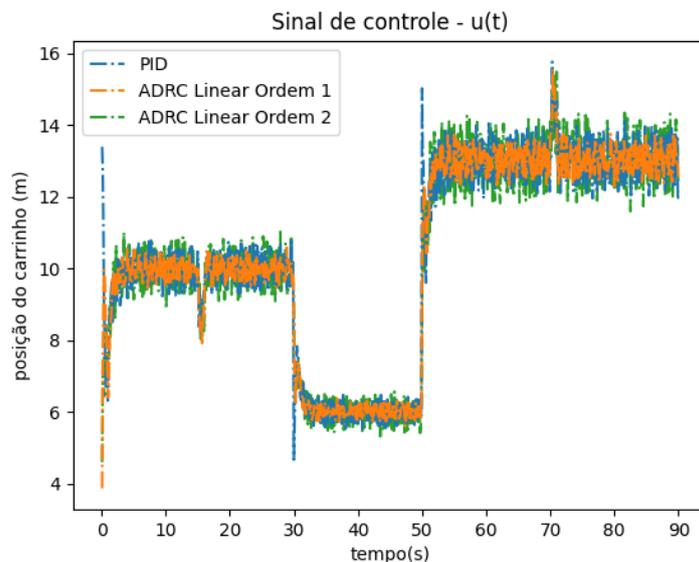


Figura 5.3: Sinais de controle no sistema de controle da posição de um bloco

A Tabela 5.3 mostra os seis índices de desempenho descritos no Capítulo 4 calculados para as respostas do sistema e sinais de controle de cada controlador.

Índice	PID	ADRC Ordem 1	ADRC Ordem 2
IAE	$2.039 \times 10^{-1}$	$2.074 \times 10^{-1}$	$2.693 \times 10^{-1}$
ISE	$4.057 \times 10^{-1}$	$5.535 \times 10^{-1}$	$6.009 \times 10^{-1}$
ITAE	$2.422 \times 10^0$	$2.176 \times 10^{-1}$	$3.041 \times 10^{-1}$
Goodhart	$6.999 \times 10^{-1}$	$6.921 \times 10^{-1}$	$6.992 \times 10^{-1}$
RBEMCE	$1.061 \times 10^1$	$1.060 \times 10^1$	$1.065 \times 10^1$
RBMSEMCE	$1.081 \times 10^1$	$1.095 \times 10^1$	$1.098 \times 10^1$

Tabela 5.3: Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle da posição de um bloco

Pode-se ver, a partir dos índices de desempenho, que utilizando um ADRC de ordem 1, foi possível obter resultados bem similares e até menores, em relação ao PID, com exceção dos índices que envolvem o erro médio quadrático (ISE e RBEMSEMCE). Vale ressaltar também que o ADRC de ordem 1 teve um esforço de controle e desgaste menor que o PID, que pode ser observado tanto pelo índice de Goodhart, quando pelo gráfico do sinal de controle. Isso se dá, pelo fato de que, com o parâmetro  $b_0$ , que é um ganho divisivo, foi possível controlar melhor a amplitude do sinal de controle do ADRC, conseguindo assim um desempenho melhor em regime permanente, tendo em contrapartida um prejuízo maior no transitório.

Outro ponto positivo demonstrado pelo ADRC foi uma suavidade maior no sinal de

controle durante a mudança de referências, não apresentando um salto abrupto como pode ser observado no PID. Em relação às perturbações, é possível ver uma boa adaptabilidade de ambos os controladores, com o ADRC tendo um prejuízo um pouco maior que o PID após a perturbação, fato que ocorre devido ao tempo que o observador de estados leva para estimar novamente o sistema.

Para o ADRC de ordem 2, não foram obtidos resultados tão favoráveis quanto o ADRC de ordem 1 em boa parte dos índices, necessitando de uma parametrização com valores mais altos para obter um desempenho razoável e, apresentando um comportamento mais oscilatório.

## 5.2 Controle de Nível de Líquido

Para esta simulação, os valores de ganhos encontrados na sintonia do PID se encontram na Tabela 5.4, enquanto os parâmetros obtidos na sintonia do ADRC estão descritos na Tabela 5.5.

$K_p$	$K_i$	$K_d$
3	0.03	0.01

Tabela 5.4: Ganhos do PID no sistema de controle de nível de líquido

	$b_0$	$R$	$s_{CL}$	$s_{ESO}$
Ordem 1	5	20	2	12
Ordem 2	25	15	3	14

Tabela 5.5: Parâmetros do ADRC no sistema de controle de nível de líquido

Na Figura 5.4 podem ser vistos os sinais de resposta do sistema para cada um dos controladores, juntamente ao sinal de referência, na Figura 5.5 é possível ver a resposta com destaque nos instantes em que o sistema recebe uma perturbação externa, e na Figura 5.6 os sinais de controle de cada controlador.

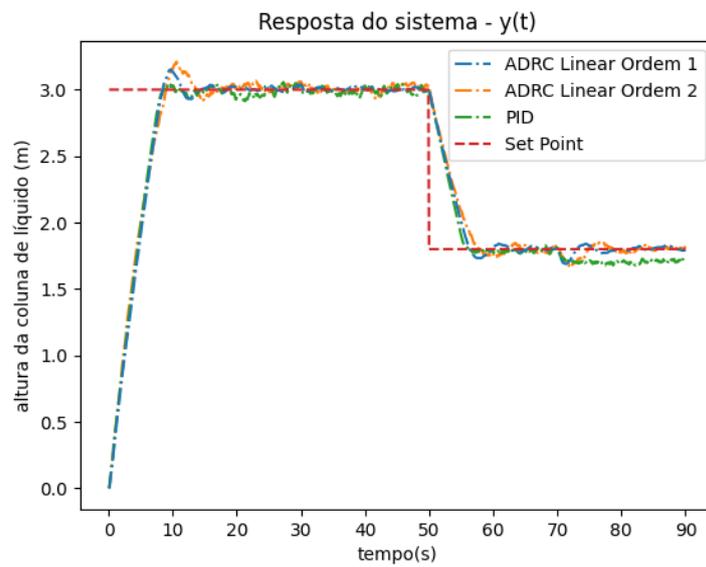


Figura 5.4: Sinais de saída no sistema de controle de nível de líquido

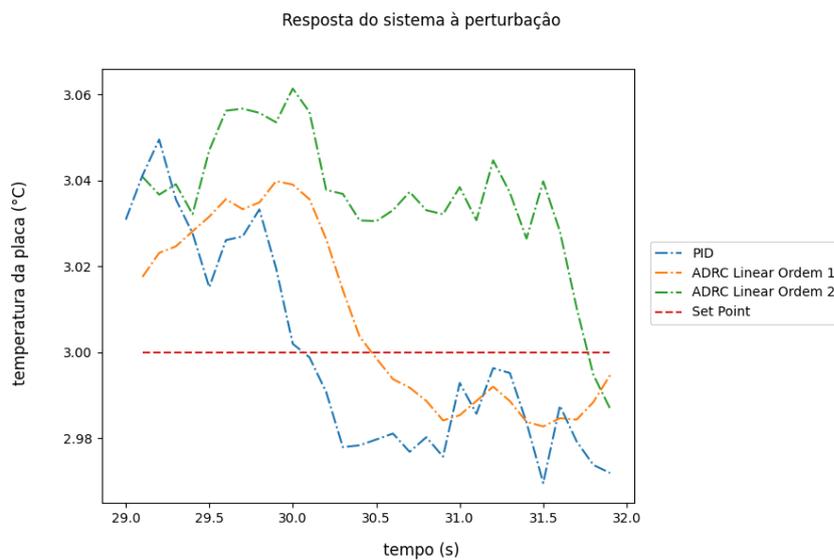


Figura 5.5: Sinais de saída do sistema de controle de nível nos instantes de perturbação

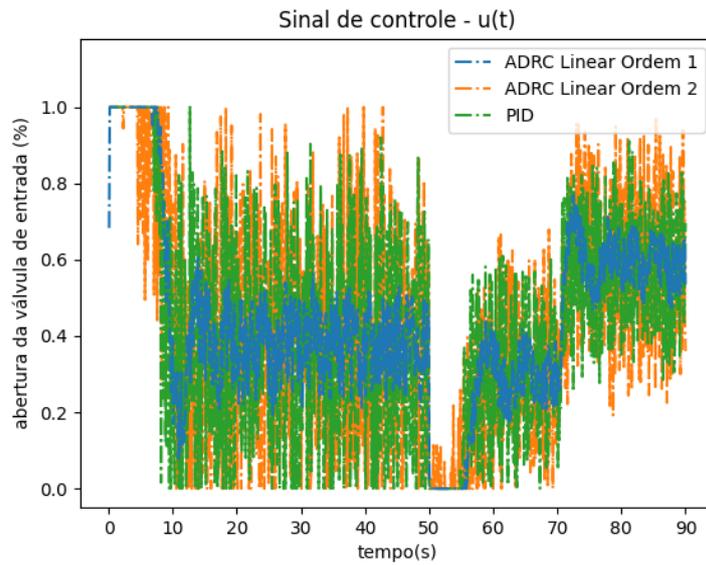


Figura 5.6: Sinais de controle no sistema de controle de nível de líquido

A Tabela 5.6 mostra os seis índices de desempenho descritos no Capítulo 4 calculados para as respostas do sistema e sinais de controle de cada controlador.

Índice	PID	ADRC Ordem 1	ADRC Ordem 2
IAE	$1.984 \times 10^{-1}$	$1.891 \times 10^{-1}$	$1.990 \times 10^{-1}$
ISE	$2.792 \times 10^{-1}$	$2.912 \times 10^{-1}$	$2.785 \times 10^{-1}$
ITAE	$1.426 \times 10^0$	$8.357 \times 10^{-1}$	$1.109 \times 10^0$
Goodhart	$2.174 \times 10^{-1}$	$2.031 \times 10^{-1}$	$2.218 \times 10^{-1}$
RBEMCE	$6.390 \times 10^{-1}$	$6.384 \times 10^{-1}$	$6.437 \times 10^{-1}$
RBMSEMCE	$7.197 \times 10^{-1}$	$7.470 \times 10^{-1}$	$7.232 \times 10^{-1}$

Tabela 5.6: Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle de nível

Novamente foi possível observar índices razoavelmente similares para o ADRC de Ordem 1 e o PID, com uma diferença um pouco maior para os índices envolvendo o erro médio quadrático. É possível também observar um valor do ITAE ligeiramente menor que o PID, tanto para o ADRC de ordem 1 quanto para o de ordem 2, fato que ocorre devido ao aumento da vazão de saída no tanque. Como o PID sintonizado possui um ganho integral baixo, necessitando de um tempo maior para atingir o *set point* novamente. Já o ADRC consegue se adaptar à nova configuração com maior facilidade devido ao observador de estados, que consegue estimar novamente os estados com menos tempo de simulação. É possível comparar este fato na simulação com, por exemplo, um vazamento num sistema real. Em relação à perturbações, é possível ver um comportamento bastante similar entre o ADRC de Ordem 1 e o PID, ambos tendo uma boa rejeição.

Também é possível observar mais uma vez o menor desgaste e esforço de controle para o ADRC de ordem 1, pelo índice de Goodhart e pelo gráfico do sinal de controle, que oscila numa amplitude menor que o PID e o ADRC de ordem 2.

### 5.3 Controle de Temperatura

Para esta simulação, os valores de ganhos encontrados na sintonia do PID se encontram na Tabela 5.7, enquanto os parâmetros obtidos na sintonia do ADRC estão descritos na Tabela 5.8.

$K_p$	$K_i$	$K_d$
3	9	0.01

Tabela 5.7: Ganhos do PID no sistema de controle de temperatura

	$b_0$	$R$	$s_{CL}$	$s_{ESO}$
Ordem 1	6	20	12	25
Ordem 2	215	15	20	60

Tabela 5.8: Parâmetros do ADRC no sistema de controle de nível de temperatura

Na Figura 5.7 podem ser vistos os sinais de resposta do sistema para cada um dos controladores, juntamente ao sinal de referência, na Figura 5.8 é possível ver a resposta com destaque nos instantes em que o sistema recebe uma perturbação externa, e na Figura 5.9 os sinais de controle de cada controlador.

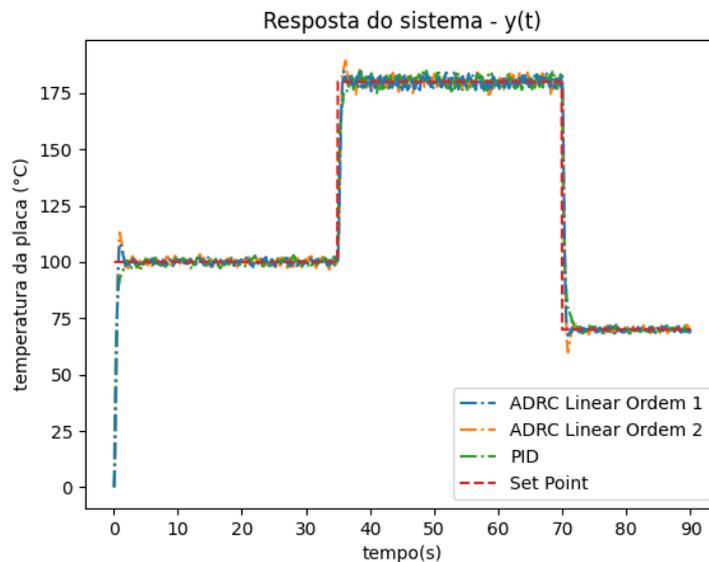


Figura 5.7: Sinais de saída no sistema de controle de temperatura

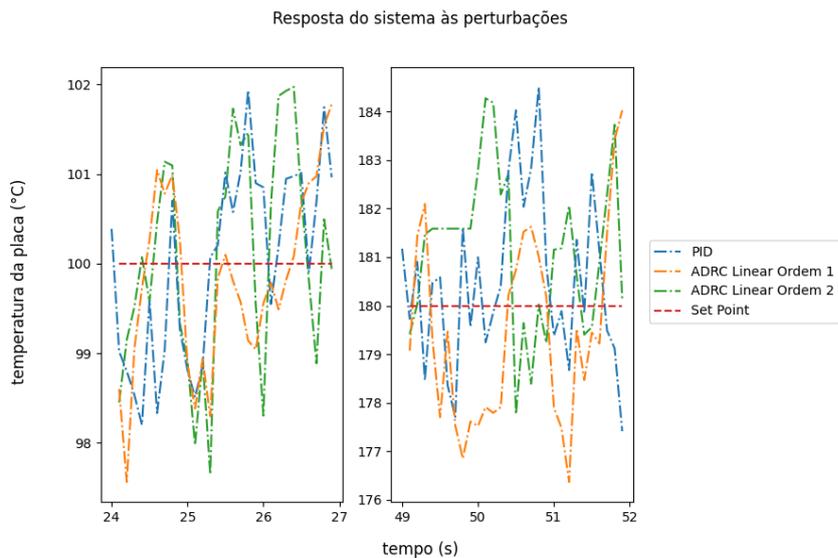


Figura 5.8: Sinais de saída do sistema de controle de temperatura nos instantes de perturbação

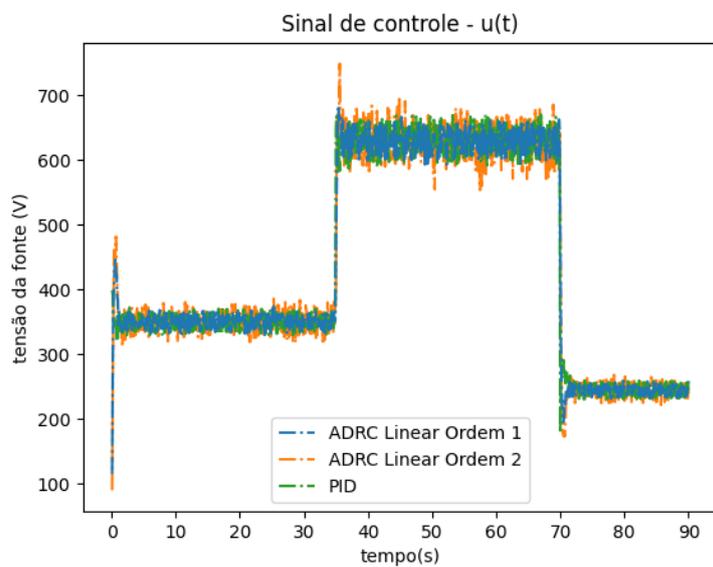


Figura 5.9: Sinais de controle no sistema de controle de temperatura

A Tabela 5.9 mostra os seis índices de desempenho descritos no Capítulo 4 calculados para as respostas do sistema e sinais de controle de cada controlador.

Índice	PID	ADRC Ordem 1	ADRC Ordem 2
IAE	$2.357 \times 10^0$	$2.296 \times 10^0$	$2.634 \times 10^0$
ISE	$6.529 \times 10^1$	$8.922 \times 10^1$	$9.540 \times 10^1$
ITAE	$4.627 \times 10^1$	$4.519 \times 10^1$	$5.302 \times 10^1$
Goodhart	$1.306 \times 10^4$	$1.306 \times 10^4$	$1.318 \times 10^4$
RBEMCE	$4.382 \times 10^2$	$4.378 \times 10^2$	$4.381 \times 10^2$
RBMSEMCE	$5.012 \times 10^2$	$5.247 \times 10^2$	$5.309 \times 10^2$

Tabela 5.9: Índices de desempenho dos controladores no sistema de controle de temperatura

Similarmente às duas primeiras simulações, é possível ver um bom desempenho do ADRC de ordem 1 comparado ao PID, chegando a ter erros menores, quando analisado em regime permanente, porém com um desempenho menor em métricas que dão peso maior a valores de erro maiores, devido à sua subida mais lenta e suavizada, e apresentando desgaste e esforço de controles menores, devido à compensação provida pelo parâmetro  $b_0$ . É possível ver que, para a resposta dos controladores, a perturbação externa teve pouco efeito, pelo observado nos gráficos, visto que não houveram variações em relação à referência além das variações provocadas pelo ruído adicionado na leitura da resposta do sistema. Não foi possível obter também uma parametrização com desempenho melhor para o ADRC de ordem 2.

É importante ressaltar que, como proposto em Han (2009), não houveram preocupações do não uso de algum dos parâmetros do controlador, como ocorre com o ganho derivativo do PID que necessita de uma atenção maior na presença de ruídos, e o ganho integral que pode levar à problemas como a margem de estabilidade reduzida em favor de corrigir o erro de regime permanente, problema que é contornado pelo ADRC por meio da estimação e rejeição das dinâmicas não desejadas no sistema.

É válido também salientar algumas dificuldades encontradas na execução do trabalho como, por exemplo, a utilização da técnica de controle em seu formato contínuo para o controle de um sistema discretizado com um tempo de amostragem possivelmente alto, porém, necessário para garantir que o mesmo fosse obedecido na comunicação com o *websocket*, que pode ter influenciado nos resultados para o ADRC de ordem 2.

# Capítulo 6

## Conclusão

Este trabalho apresentou, de forma simples e didática, a fundamentação matemática do Controle por Rejeição de Perturbação Ativa em sua versão linear de primeira e segunda ordem, em seguida generalizando-o um controlador para qualquer ordem  $n$ , também mostrando sua implementação computacional do mesmo e recursos para lidar com a implementação da técnica em sua forma contínua num ambiente discretizado.

Foi apresentado o laboratório virtual para sistemas de controle, o iDynamic, ferramenta na qual foram realizadas as simulações utilizando a técnica de controle em sistemas clássicos na literatura de Engenharia de Controle e Automação, demonstrando sua usabilidade.

Algumas principais vantagens se tornaram perceptíveis em relação ao uso do controlador: melhor controle em relação ao sinal de subidas e descidas em mudanças de *set point*, e menor desgaste e esforço de controle, obtidas a partir da parametrização do ganho divisivo  $b_0$ ; e melhor adaptação em situação de alteração de grandezas físicas do sistema além de robustez em relação à perturbações externas, ambas obtidas a partir da estimação de estados do mesmo. Notou-se também que, para sistemas mais simples, pode ser mais vantajoso o uso do controlador PID devido à sua maior simplicidade de sintonia e apresentação de resultados próximos, e em parte melhores, que o ADRC.

A conclusão deste, possibilita o estudo de alguns trabalhos futuros, como:

- Realizar um estudo comparativo utilizando sistemas mais complexo;
- Fazer um comparativo dos controladores utilizando métodos de sintonia;
- O estudo da fundamentação matemática da técnica de Controle por Rejeição de Perturbação Ativa em sua forma não-linear;
- O estudo de uma implementação do controlador na forma discreta, para um melhor desempenho do mesmo em sistemas discretizados;
- O estudo da possibilidade de uso de diferentes técnicas para realizar a estimação do sistema.

# Bibliografia

- Abukhadra, F. and Iqbal, K. (2018). Active disturbance rejection control of a coupled-tank system. *Journal of Engineering*, 66.
- Anyanwu, C., Mbajiorgu, C., and Anoliefo, E. (2012). Design and implementation of a water level controller. *Nigerian Journal of Technology*, 31:89–92.
- Åström, K. (1987). Adaptive feedback control. *Proceedings of the IEEE*, 75(2):185–217.
- Bin-wen, Z., Wen, T., and Jian, L. (2017). Comparative study of linear and nonlinear adrc for an inverted pendulum. In *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pages 704–708.
- Blachuta, M., Bieda, R., and Grygiel, R. (2017). High performance single tank level control as an example for control teaching. pages 1053–1058.
- Camacho, E. and Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*, volume 13.
- Chapra, S. C. and Canale, R. P. (2008). *Métodos Numéricos para Engenharia, 5 ed.* McGraw-Hill.
- Chen, H.-M., Chen, Z.-Y., and Su, J. (2007). Design of a sliding mode controller for a water tank liquid level control system. *Second International Conference on Innovative Computing, Informatio and Control (ICICIC 2007)*, pages 335–335.
- Coman, S. (2014). Adaptive pi controller design to control a mass-damper-spring process.
- Dorf, R. C. and Bishop, R. H. (2017). *Modern Control Systems, 13th edition.* Pearson Education, Inc.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., and Emami-Naein, A. (2013). *Sistemas de controle para engenharia, 6 ed.* Bookman.
- Gao, Q., Hou, Y., Li, K., Sun, Z., Chao, W., and Hou, R. (2016). Neural network based active disturbance rejection control of a novel electrohydraulic servo system for simultaneously balancing and positioning by isoactuation configuration. *Shock and Vibration*, 2016:1–9.

- Goodhart, S., Burnham, K., and James, D. (1974). Bilinear systems: An appealing class of "nearly linear" systems in theory and applications. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 19(4):334–348.
- Guo, B.-Z., Han, J.-Q., and Xi, F.-B. (2002). Linear tracking-differentiator and application to online estimation of the frequency of a sinusoidal signal with random noise perturbation. *International Journal of Systems Science*, 33:351–358.
- Guo, B.-Z. and Zhao, Z. (2011). On convergence of tracking differentiator and application to frequency estimation of sinusoidal signals. pages 1470 – 1475.
- Halliday, D., Resnick, R., and Walker, J. (2008). *Fundamentos de Física vol. 1: Mecânica, 8 ed.* LTC.
- Halliday, D., Resnick, R., and Walker, J. (2010). *Fundamentos de Física vol. 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica, 10 ed.* LTC.
- Han, J. (2009). From pid to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(3):900–906.
- Han, J. Q. (1998). Auto disturbance rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 13(1):19–23.
- Han, Y., He, G., Fan, X., Zhao, Q., and Shen, H. (2018). Design and analysis of improved adrc controller for multiple grid-connected photovoltaic inverters. *Modern Physics Letters B*, 32:1740103.
- Herbst, G. (2013). A simulative study on active disturbance rejection control (adrc) as a control tool for practitioners. *Electronics*, 2(3):246 – 279.
- Jr., C. L. N. and Yoneyama, T. (2000). *Inteligência artificial em Controle e Automação*. Editora Edgard Blücher e FAPESP.
- Krivić, S., Hujdur, M., Mrzic, A., and Konjicija, S. (2012). Design and implementation of fuzzy controller on embedded computer for water level control. pages 1747–1751.
- Li, J., Li, R., and Zheng, H. (2016). Quadrotor modeling and control based on linear active disturbance rejection control. pages 10651–10656.
- Martins, A. (2012). Use of smartphones as a dynamical system simulation platform in control systems education.
- Moran, M. J., Shapiro, H. N., Munson, B. R., and DeWitt, D. P. (2003). *Introduction to Thermal Systems Engineering: Thermodynamics, Fluid Mechanics, and Heat Transfer*. John Wiley & Sons, Inc.

- Nardi, M. B. (2016). Implementação do controle ADRC (Active Disturbance Rejection Control) no acionamento de motores síncronos de ímãs permanentes aplicados em máquinas de tração de elevadores. Master's thesis, Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre - RS, Brasil.
- Nise, N. S. (1995). *Engenharia de Sistemas de Controle, 6 ed.* Instrument Society of America.
- Ogata, K. (2011). *Engenharia de Controle Moderno, 5 ed.* Pearson Education do Brasil.
- Okubanjo, A., Oluwadamilola, O., Ade-Ikuesan, O., and Olaluwoye, O. (2018). Performance evaluation of pd and lqr controller for coupled mass spring damper system. 4:199–210.
- Ray, B. (2016). An inexpensive control system experiment: Modeling, simulation, and laboratory implementation of a pid controller-based system.
- Sassim, N. and Oliveira, V. (2005). Guaranteed cost fuzzy controllers for a class of uncertain nonlinear dynamic systems. *Clinics*, 24.
- Shamily, S., Praveena, and Bhuvaneshwari, N. (2015). Intelligent control and adaptive control for interacting system. In *2015 IEEE Technological Innovation in ICT for Agriculture and Rural Development (TIAR)*, pages 116–121.
- Varol, H. and Bingul, Z. (2004). A new pid tuning technique using ant algorithm. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 3, pages 2154–2159 vol.3.
- Wu, Y. and Zheng, Q. (2015). Adrc or adaptive controller – a simulation study on artificial blood pump. *Computers in biology and medicine*, 66:135–143.
- Xia, Y., Pu, F., Li, S., and Gao, Y. (2016). Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on adrc and differential flatness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(5):3091–3099.
- Xiao, Y., Hong, Y., Chen, X., and Huo, W. (2016). Switching control of wind turbine sub-controllers based on an active disturbance rejection technique. *Energies*, 9(10).
- Ye, Y., Yue, Z., and Gu, B. (2017). ADRC control of a 6-DOF parallel manipulator for telescope secondary mirror. *Journal of Instrumentation*, 12(03):T03006–T03006.
- Zhang, H., Zhao, S., and Gao, Z. (2016). An active disturbance rejection control solution for the two-mass-spring benchmark problem. pages 1566–1571.
- Åström, K. J. and Hägglund, T. (2012). *PID Controllers , Theory , Design and Tuning, 2nd ed.* LTC.

Šabanović, A., Šabanović, N., and Çağdaş Onal (2016). Sliding modes in motion control systems.