



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**UM MAPEAMENTO SOBRE O USO DE DOBRADURAS E MATERIAIS
MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

CLAUDIO RANGEL FALCÃO DE OLIVEIRA

**Maceió - AL
2022**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

CLAUDIO RANGEL FALCÃO DE OLIVEIRA

R.A: 14210923

**UM MAPEAMENTO SOBRE O USO DE DOBRADURAS E MATERIAIS
MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES NO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado para a obtenção do
título de graduação em Licenciatura
Plena em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Amauri Barros

**Maceió – AL
2022**

Catlogação na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

O48m

Oliveira, Claudio Rangel Falcão de.

Um mapeamento sobre o uso de dobraduras e materiais manipuláveis para o ensino de frações do 6º ano do ensino fundamental / Claudio Rangel Falcão de Oliveira. - 2022.

59 f. : il.

Orientador: Amauri Barros.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2022.

Bibliografia: f. 51-59.

1. Origami. 2. Frações - Estudo e ensino. 3. Ensino fundamental. 4. Material manipulável. I. Título.

CDU: 511.13

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 APRESENTAÇÃO | 6 |
| 2 O ENSINO DE FRAÇÕES | 9 |
| 2.1 Aspectos históricos dos números fracionários | 10 |
| 2.2 O ensino de frações nos currículos educacionais brasileiros | 15 |
| 2.3 Os significados de frações nos livros didáticos do 6º ano | 20 |
| 2.4 Os obstáculos didático-pedagógicos no ensino de frações | 24 |
| 3 O ENSINO DE MATEMÁTICA COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS | 32 |
| 3.1 O tangram como ferramenta de ensino de Matemática | 33 |
| 3.2 O origami como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática | 35 |
| 4 METODOLOGIA | 39 |
| 4.1. Caracterização do objeto e delineamento da pesquisa | 39 |
| 5 MAPEAMENTO SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE 2010 A 2020 | 40 |
| 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 49 |
| 7 REFERÊNCIAS | 51 |

RESUMO

Historicamente, muito se discute sobre os métodos de ensino de Matemática, buscando sempre encontrar uma metodologia que seja eficiente no processo ensino-aprendizagem. Nesse sentido, este trabalho incentiva a revisão e reflexão das práticas pedagógicas nas aulas de Matemática, a partir de um mapeamento realizado com trabalhos publicados entre os anos de 2010 a 2020 sob a perspectiva do ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, dando ênfase ao uso de dobraduras. Para tanto, esse trabalho constitui de uma pesquisa bibliográfica em que foram selecionadas publicações disponíveis no meio virtual, que tratassem de ensino de frações envolvendo dobraduras. Essa pesquisa possibilitou que fosse destacada a importância do uso de dobraduras no ensino de frações, de modo que elas sejam vistas como instrumentos capazes de possibilitar aos estudantes uma visão mais lúdica dos significados de frações. Além disso, os trabalhos selecionados e que puderam ser analisados destacaram a necessidade de modificar a forma em que o ensino de frações vem sendo realizado no 6º ano do Ensino Fundamental, uma vez que o ensino exclusivamente expositivo vem perdendo força com o avanço da tecnologia.

Palavras-chave: Ensino de Frações. Ensino Fundamental. Dobraduras. Materiais Manipuláveis.

ABSTRACT

Historically, there is much discussion about the methods of teaching Mathematics, always seeking to find a methodology that is efficient in the teaching-learning process. In this sense, this work encourages the review and reflection of pedagogical practices in Mathematics classrooms, based on a mapping carried out with works published between the years of 2010 and 2020 from the perspective of the teaching of sentences in the 6th year of Fundamental Teaching, giving emphasis to the use of folds. Therefore, this work constitutes a bibliographical research in which selected publications are available in non-virtual formats, which deal with the teaching of sentences involving bending. This possible research highlighted the importance of the use of folds not only of sentences, so that they are seen as instruments capable of enabling students to have a more playful view of the meanings of sentences. Além disso, these selected works that could be analyzed will highlight the need to modify the way in which the teaching of sentences has been carried out in the 6th year of Fundamental Teaching, once that the exclusively expository teaching has been losing force with the advancement of technology.

Keywords: Teaching Fractions. Elementary School. Folds. Manipulating Materials.

1 APRESENTAÇÃO

Iniciei minha carreira como estudante com 5 anos de idade, meu pai era funcionário de uma empresa chamada Usina Santo Antônio que fabricava açúcar e álcool. Então a escola em que estudei o fundamental I era conhecida, como é até hoje, de Jardim Infantil Esmerildes Tenório, onde nessa escola só poderiam se matricular alunos em que o pai fosse funcionário da empresa.

Quando ingressei no Ensino Fundamental II, foi onde percebi que me identificava muito com a matemática. Iniciei meu Ensino Médio no ano de 2000 e terminei em 2002 no Colégio Ângulo localizado em Maceió. Meu interesse por matemática era intenso que chegava a disputar questões de matemática com meus colegas para ver quem terminava primeiro.

Depois de alguns anos em 2014, através do ENEM, conseguir ingressar na Universidade Federal de Alagoas (UFAL), no curso de Matemática, Licenciatura no período noturno. Minha trajetória acadêmica na Ufal foi bem extensa, de 2014 até 2022. Fui um aluno que ingressei no curso com bastante dificuldade e lacunas, pois passei um intervalo temporal sem estudar.

Em 2016, passei quase um ano desempregado e já casado com um filho, resolvi colocar um anúncio de aula de reforço de matemática na minha casa. Daí, só apareceu alunos do 6º ano para ensinar e esses alunos apresentavam dificuldades em frações, que foi o que me motivou a trabalhar esse tema.

Conforme as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), o conhecimento numérico é indispensável no processo de formação dos estudantes enquanto cidadãos. Tal essencialidade se justifica pelo vasto repertório de aplicações da Matemática em nosso cotidiano, em particular, o uso de frações, tendo em vista a utilização de termos como “metade”, “um terço”, “um décimo”, entre outros em atos como o de compras e vendas.

Nesse sentido, retomamos o que colocam Abrantes, Oliveira e Serrazina (1999) sobre a realidade ser uma base concreta para a construção da maioria das capacidades humanas, uma vez que a importância do conhecimento numérico advém desde os primórdios da existência humana, entre eles o conhecimento dos Números Racionais, ou Números Fracionários, que se referem às quantidades resultantes de uma divisão, cuja resposta não pode ser escrita como um inteiro, utilizando-se de uma fração ou número decimal (VASCONCELOS, 2015).

A partir disso, destacamos que a compreensão do conceito de fração é fundamental e altamente relevante no currículo escolar, uma vez que ela se relaciona com outros conteúdos matemáticos. Bertoni (2009) escreve que o desenvolvimento da compreensão dos números fracionários contribui para o sucesso dos alunos ao longo da escolarização da Educação Básica, como também o seu não desenvolvimento influencia altamente no fracasso escolar dos estudantes.

Diante dessa importância, ao longo dos anos os documentos oficiais do currículo de Matemática brasileiro na Educação Básica incluíram o estudo de frações em sua composição, sugerindo como as práticas docentes deveriam ser executadas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCNs, (BRASIL, 1997; 1998) incluem os conteúdos de frações para o Ensino Fundamental no âmbito dos Números Racionais, orientando que seja possibilitado para os alunos a construção de diversas representações desses conjuntos, entre eles a forma fracionária.

Na BNCC (BRASIL, 2018), encontraremos o conteúdo de frações na unidade temática “Números”. Assim como nos PCNs, a BNCC propõe que o trabalho com frações seja iniciado no 4º ano do Ensino Fundamental, visando a consolidação nas etapas escolares seguintes. Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) enfatiza que o ensino de frações consiste em aquisição essencial para o estudante, seja pela sua importância em situações da vida cotidiana, seja pela sua importância como modelo matemático.

Apesar da ênfase dada ao estudo dos números fracionários nos documentos escolares, não se pode deixar de afirmar que o conceito de frações é complexo, consistindo em um grande desafio para a Educação Matemática. Isso decorre do fato

de que a aprendizagem desses números envolve dificuldades de naturezas diversas, que podem ter influência nos processos de ensino e aprendizagem ao longo dos anos.

Mediante essas dificuldades, autores como Kerslake (1986), Kieran (1995), Nunes *et.al* (2003), Silva, Canova e Campos (2016) destacam a necessidade de se trabalhar as frações a partir de diferentes perspectivas. Nunes *et.al* (2003), por exemplo, sugerem uma classificação teórica, que relaciona o conceito de frações a número, parte-todo, quociente e operador multiplicativo. Nesse trabalho, os autores inferem que é preciso o docente abordar esses significados, proporcionando ao estudante a oportunidade de uma melhor apropriação dos conceitos e propriedades.

Deste modo, entendemos que para atuar como mediador do processo de aprendizagem, o docente precisa possibilitar condições para que o aluno desenvolva uma compreensão conceitual. Passos *et al.* (2006) colocam que os termos formação e desenvolvimento possuem definições muito próximas, que remetem a processos de crescimento pessoal que acontecem em diferentes etapas e espaços.

Assim sendo, depreende-se desses aspectos iniciais que o presente trabalho de conclusão de curso tem por objetivo geral investigar as possibilidades do uso de dobraduras para a construção dos conceitos dos Números Fracionários no 6º ano do Ensino Fundamental. Para tal, pretendemos explorar o estudo da arte relativa ao ensino de Frações no Ensino Fundamental, a partir de um mapeamento realizado com trabalhos publicados no período de 2010 a 2020, analisar os documentos oficiais do currículo brasileiro de Matemática quanto às orientações para o ensino de frações no Ensino Fundamental, caracterizar as dobraduras e suas implicações para o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental e apresentar uma reflexão acerca da proposta didática para o ensino de Frações utilizando dobraduras.

Além disso, como norte para a nossa pesquisa, visamos responder ao seguinte questionamento: **“O que as pesquisas no intervalo temporal de 2010 a 2020 apontam sobre o trabalho de frações no 6º ano do ensino fundamental a partir do uso de dobraduras?”**.

Para a justificativa de realização dessa pesquisa, retomamos o que Ávila (2010, p. 28), escreve sobre:

“A Matemática deve ser ensinada nas escolas porque é parte substancial de todo o patrimônio cognitivo da Humanidade. Se o currículo escolar deve levar a uma boa formação humanística, então o ensino da Matemática é indispensável para que essa formação seja completa. O ensino da Matemática se justifica ainda pelos elementos enriquecedores do pensamento matemática na formação intelectual do aluno, seja pela exatidão do pensamento demonstrativo que ela exhibe, seja pelo exercício criativo da intuição, da imaginação e dos raciocínios por indução e analogia. O estudo da Matemática é também importante para dotar o aluno do instrumental necessário no estudo de outras ciências e capacitá-lo no trato das atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade.”

Deste modo, conseguimos perceber a importância do estudo da Matemática na formação do indivíduo, de modo que caiba ao docente buscar estratégias que permitam a construção de significados e conceitos matemáticos de forma significativa. Nesse sentido, o uso de dobraduras se torna um caminho eficiente para a promoção de uma aprendizagem significativa de conceitos e propriedades dos Números Fracionários, uma vez que desperta o aluno para a resolução de problemas mais interessantes, permitindo que eles possam apropriar-se do material concreto para construir o seu aprendizado.

Sustentados nisso, esse TCC visa contemplar as diferentes formas em que as frações se manifestam em sala de aula, utilizando-se, principalmente, do contexto lúdico, visando um maior envolvimento dos estudantes nas aulas de Matemática com o conteúdo de Frações, indicando a necessidade dos docentes planejarem corretamente os instrumentos a serem utilizados em sala de aula.

Ademais, é válido ressaltar que a proposta didática apresentada nesse trabalho não se trata, em nenhum momento, de uma receita, mas de uma possível estratégia pedagógica que, assim como qualquer instrumento pedagógico, poderá sofrer adaptações afim de abranger o contexto da sala de aula a ser utilizada.

2 O ENSINO DE FRAÇÕES

2.1 Aspectos históricos dos números fracionários

Em seus estudos, Boyer (1993) descobriu que na Idade da Pedra os homens não usavam as frações, mas que com o advento do desenvolvimento das civilizações, surgiu-se a necessidade do conceito de fração, bem como as notações que usualmente conhecemos, principalmente durante a Idade do Bronze.

Um dos berços da Matemática Antiga, o Egito foi um dos campos de pesquisas sobre a Matemática que mais apresentaram resultados. Correia (2015), ao destacar os aspectos históricos das frações, escreve que diferentemente dos chineses, que registravam em materiais perecíveis, os egípcios buscavam registrar em papiros, sendo o Papiro de Rhind, que data de 1950 a.C. e foi publicado em 1927 por A. Henry Rhind, uma das fontes mais ricas de demonstração do uso de frações na antiguidade.

Além disso, Castro e Oliveira (2009) detalham que o surgimento dos números fracionários se deu às Margens do Rio Nilo, 3000 a.C., durante a dinastia do Faraó Sesóstris. De acordo com as pesquisas dos autores, nessa época o Egito estava passando por um momento de transição, na qual crescia a agricultura e o Faraó decidiu dividir as terras que estavam às margens do Rio Nilo em lotes iguais entre os agricultores. Para que fossem feitas as devidas demarcações para cada agricultor, Faraó decidiu chamar os seus geômetras, na época conhecidos como estiradores de cordas.

A partir daí, todos os anos foram feitas as divisões dessas terras, tendo em vista que no período entre os meses de junho a setembro as terras inundavam e, conseqüentemente, as demarcações sumiam, fazendo com o que os agricultores tivessem que voltar para demarcarem novamente.

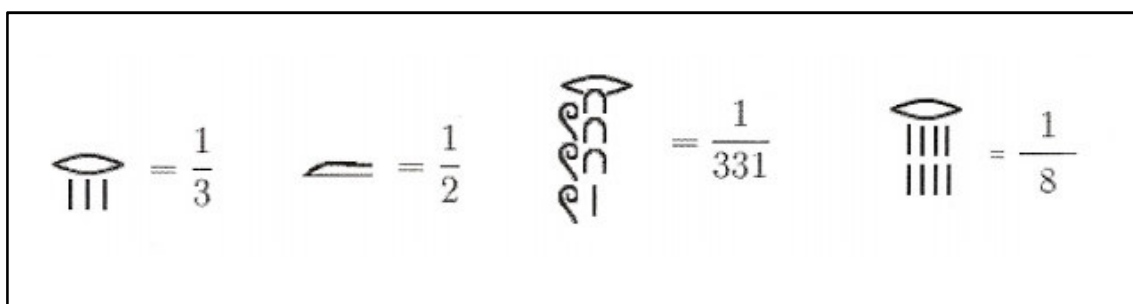
Castro e Oliveira (2009) detalham que durante a demarcação, os estiradores de cordas esticavam as cordas e observavam quantas vezes essa unidade estava contida no lote. Entretanto, havia um problema recorrente: A medida dessa quantidade não resultava em números inteiros, havia a necessidade de um novo conceito de números. Surgiam aí, os números fracionários (CASTRO; OLIVEIRA, 2009).

Eves (2004) coloca que para evitar as dificuldades na compreensão dos números fracionários, os egípcios representavam as frações como sendo a soma de frações unitárias, exceto a fração $\frac{2}{3}$. Roque (2013) explica que essa redução era possível em decorrência da existência de tábuas que davam a representação de frações cujo numerador é 2, isto é, frações do tipo $\frac{2}{n}$, em que se fazia necessário devido ao processo de multiplicação egípcia. Um dos exemplos para a forma em que o povo do antigo Egito escrevia as frações, está representado na equação abaixo.

$$\frac{2}{98} = \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$$

Para a representação dessas frações unitárias, os egípcios utilizavam-se da notação hieroglífica egípcia, na qual colocavam um símbolo parecido com uma elipse acima do numerador, como podemos ver na figura abaixo.

Figura 1 – Notação hieroglífica egípcia de frações



Fonte: Castro e Oliveira, 2009.

Correia (2015) afirma que o uso de frações como as da imagem anterior, isto é, as unitárias, durou por muitos séculos. Segundo a autora um dos exemplos é que o matemático italiano Leonardo Fibonacci em sua obra mais famosa, o Livro do ábaco,

não só usava como também fornecia as tabelas para que os leitores pudessem fazer as conversões de frações comuns para frações unitárias.

Além disso, encontramos em Ibrah (1985) a afirmação de que o desenho dos números hieroglíficos, como os da figura 1, era excessivamente minucioso, de modo que permitisse uma transcrição simples e rápida dos números. Por conta disso, desde a época do Antigo Império, os escribas visaram simplificar ao máximo a grafia e os algarismos para que se chegasse a uma notação mais abreviada, conhecida como numeração hierática (IFRAH, 1985). Nesse novo sistema, as frações egípcias eram representadas através de sinais hieróglifos, como os que estão na figura 2.

Figura 2 – Sistema hierático

| | | | | | | | |
|---|------|----|---|-----|--|-------|--|
| 1 | I | 10 | Λ | 100 | | 1 000 | |
| 2 | II | 20 | ⋈ | 200 | | 2 000 | |
| 3 | III | 30 | ⋈ | 300 | | 3 000 | |
| 4 | IIII | 40 | | 400 | | 4 000 | |
| 5 | 𐌵 | 50 | 𐌵 | 500 | | 5 000 | |
| 6 | 𐌶 | 60 | 𐌶 | 600 | | 6 000 | |
| 7 | 𐌷 | 70 | 𐌷 | 700 | | 7 000 | |
| 8 | 𐌸 | 80 | 𐌸 | 800 | | 8 000 | |
| 9 | 𐌹 | 90 | 𐌹 | 900 | | 9 000 | |

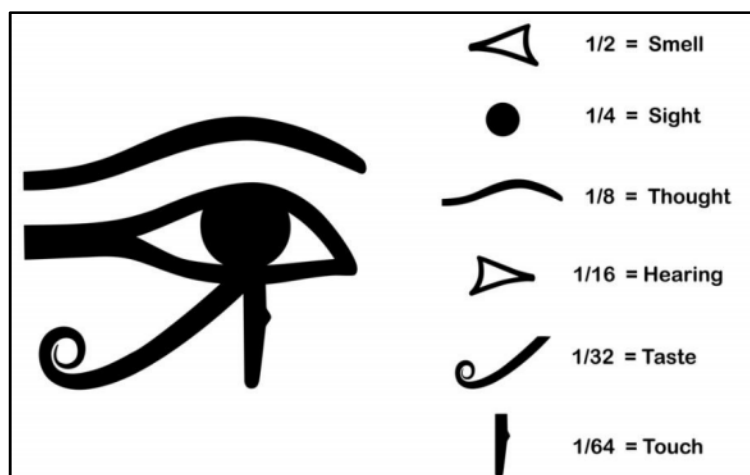
Fonte: IFRAH, 1985.

Segundo Celestino (2017), esses sinais permitiram a criação de expressões mais compactas para os numerais, todavia exigia um esforço maior da memória dos escribas

responsáveis pelos registros, uma vez que a quantidade de símbolos era consideravelmente maior do que na notação anterior.

Além desses registros fracionários no povo egípcio, encontramos em Morais (2018) um estudo que demonstra que os números fracionários também eram utilizados para medidas de capacidade. Amparada pela metodologia egípcia, a autora afirma que o olho “místico”, ou seja, “olho de Hóros” foi reduzido em fragmentos pelo malvado Deus Seti e por conta disso, o povo do Antigo Egito se valeu de diferentes partes deles para se expressar, como podemos observar na figura 3.

Figura 3 – Olho de Hóros e suas representações fracionárias



Fonte: Morais, 2018.

Por outro lado, a partir da numeração de posição com base sessenta, os babilônios foram os primeiros a atribuir às frações uma notação racional, como a que conhecemos e utilizamos atualmente. Segundo Roque (2013), nessas frações o denominador é igual a uma potência do número sessenta, de onde exprimia-se, mais ou menos como se exprime as frações de horas em minutos e segundos.

Apesar disso, os babilônios não chegaram ao uso da vírgula como forma de diferenciar os inteiros das frações. De acordo com Roque (2013), a expressão “33;45”

podia significar 33h45min como também poderia significar 0h33min45s, sendo uma notação “flutuante” que se adequava a cada contexto.

Acerca do uso das frações na China Antiga, Morais (2018) destaca que os registros que remetem ao século II a.C., mais especificadamente no documento “Nove Capítulos sobre os Procedimentos Matemáticos”, que foi reorganizado no século III por Liu Hui, denominava um numerador (*zi*, filhos) e um denominador (*mui*, a mãe) e fen de “as partes”.

Além dessa civilização, Morais (2018) estuda também a civilização árabe, onde são encontrados os registros de frações no Corão, em versículos que são dedicados à divisão de heranças, que é resultante de um processo de tradução dos conhecimentos de outras civilizações, que também influenciava na forma em que o estudo de frações era realizado na Idade Média, uma vez que os números fracionários eram encontrados nas traduções de livros como “O livro dos Números” de Abraham-ibn-Ezra, cuja definição de fração é apresentada de forma filosófica.

Outros destaques para o estudo de frações se dão quando Diofante de Alexandria abordava as frações sem nomeá-la, no século XIV e também quando Thomas Bradwardine percebe as vantagens dos cálculos físicos a partir das frações. Apesar disso, Silva (1997) escreve que esses estudos pararam a partir do século XV, quando os estudiosos perceberam que as frações atendem a necessidades da vida cotidiana do comércio, sem maiores necessidades de complexidade.

Logo, diante do que foi apresentado nessa seção, podemos compreender como o estudo de frações foi sendo desenvolvido de acordo com os valores culturais e sociais das civilizações, sendo conservado e utilizado até hoje os registros fracionários encontrados na Babilônia. Atualmente, inclusive as orientações de como tratar o ensino de frações sugere que o docente considere a história dos números racionais, como será discutido a seguir.

2.2 O ensino de frações nos currículos educacionais brasileiros

Ao longo dos anos, os principais documentos norteadores do ensino na Educação Básica sofrem formulações, afim possibilitar um melhor delineamento do processo de formação dos indivíduos. Uns bens conhecidos foram os Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCNs, publicados em 1997 e 1998. O principal objetivo dos PCNs foi contribuir com as estratégias docentes dos professores em seu âmbito escolar e, embora não existisse um projeto de lei, passou a funcionar como um referencial nacional comum.

Ribeiro e Carvalho (2017) escrevem que os PCNs surgiram com o objetivo de garantir a todos os estudantes brasileiros um melhor desenvolvimento do trabalho educacional em sala de aula, independente das diferenças culturais, sociais e econômicas. Para tal, as autoras ressaltam que na elaboração desse documento deu-se preferência ao trabalho com as diferentes áreas do conhecimento, tendo em vista a importância instrumental de cada uma.

Em particular, no que diz respeito ao ensino de Matemática, os PCNs visaram contribuir com as discussões nacionais sobre o ensino nessa área, apresentando uma proposta de trabalho docente para o professor, isto é, servindo como uma orientação da prática do professor de Matemática, de modo a sugerir como o trabalho deve estar organizado para que os alunos venham a ter acesso aos conhecimentos matemáticos considerados fundamentais, que favorecem a sua inserção na sociedade enquanto cidadão (BRASIL, 1997).

Em sua estrutura, os conteúdos matemáticos foram selecionados e organizados em blocos, sendo eles: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação, sendo ministrados nos quatro ciclos de aprendizagem. A partir do segundo ciclo (que compreende os 4^{os} e 5^{os} anos) é que vemos o conteúdo de frações serem inseridos no bloco Números e Operações.

Ribeiro e Carvalho (2017) com base em uma análise dos PCNs (BRASIL, 1997; 1998) comentam que é esperado a partir das noções construídas nesse segundo ciclo, que os alunos possam construir as noções básicas de frações, de modo que seja considerado que “[...] as capacidades cognitivas dos alunos sofrem avanços

significativos” (BRASIL,1997, p. 55) e que, por isso, essas noções devem ser ampliadas.

Os autores ora citados ainda destacam ainda que o trabalho nesse bloco de Números e Operações, deve ser expandido a ideia de número até que se chegue à identificação dos números racionais em suas diferentes representações (fracionária e decimal). Sobre isso, os PCNs (BRASIL, 1997) sugerem que sejam propostos problemas aos alunos e que, mais do que isso, esses problemas sejam classificados como situações-problema, que, de acordo com Dante (1991), devem contextualizar situações próximas do cotidiano dos estudantes.

Como consequência dessa abordagem, podemos inferir que os estudantes conseguirão perceber a aplicabilidade dos números racionais no próprio cotidiano, levando em consideração os seus diferentes significados (quociente, razão e parte-todo).

Com relação ao ensino das operações, os PCNs (BRASIL, 1997) sugerem que as adições e subtrações sejam exploradas a partir de situações de transformação, combinação e comparação; e a multiplicação e divisão devem ser exploradas em situações de razão, comparação e configuração retangular, fazendo com que o aluno amplie o conceito dessas operações para os números racionais na forma decimal.

Em resumo, os PCNs (BRASIL, 1997, p. 58) orientaram para que o trabalho docente para o ensino dos números fracionários atente para o:

“[...] reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário; comparação e ordenação de números racionais na forma decimal; localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal; reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária; identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas; exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão; observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária; análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problemas, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.”

Essa afirmação complementa a forma em que os números racionais são apresentados no que hoje é o principal documento norteador da Educação Básica no

Brasil, a Base Nacional Comum Curricular, oficializada em 2018 sobre o preceito de auxiliar os professores quanto ao ensino das disciplinas na Educação Básica, que compreende do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, e da 1ª a 3ª série do Ensino Médio. Neste documento, o principal objetivo é sugerir quais competências e habilidades devem ser desenvolvidas em sala de aula para auxiliar os estudantes no seu processo de formação enquanto cidadão (BRASIL, 2018).

Ribeiro e Carvalho (2017) explicam que nesse documento o Ensino Fundamental está organizado em quatro áreas do conhecimento, na qual as competências e habilidades citadas anteriormente estão alocadas de acordo com as orientações para o estímulo ao desenvolvimento de cada uma. Para tal, devemos entender que as competências dizem respeito aos conhecimentos que devem ser mobilizados em cada etapa de ensino da Educação Básica, isto é, ser competente na área de Matemática diz respeito a mobilizar conhecimentos para resolver determinadas problemáticas.

Com base nisso, a área de Matemática está dividida em cinco unidades temáticas, sendo eles a Aritmética, a Álgebra, a Geometria e a Estatística e Probabilidade. São nessas unidades temáticas que as aprendizagens devem ser garantidas aos estudantes nos mais diversos contextos escolares, recebendo o nome de habilidades, de modo que essas aprendizagens, isto é, as habilidades estejam relacionadas aos objetos de conhecimentos (conteúdo, conceitos e processos).

Assim como nos PCNs (BRASIL, 1997), a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que as ideias preliminares de fração sejam introduzidas no 4º ano do Ensino Fundamental, na qual é exigida do aluno a habilidade de reconhecimento das frações unitárias cujo denominadores são 2, 3, 4, 5, 10 e 100 enquanto medidas menores que o número 1, com o auxílio da reta numérica.

Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que o educando consiga reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal estudadas desde o 2º ano do Ensino Fundamental podem ser estendidas para os números racionais em sua representação decimal. A partir daí, o documento orienta que o objeto de conhecimento dos números racionais seja ampliado, afim de alcançar os níveis de complexidade exigidos durante o período de formação do indivíduo.

Em particular, no 6º ano do Ensino Fundamental, as potencialidades a serem mobilizadas pelos estudantes dizem respeito ao estímulo de compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes, isto é, uma ampliação do que já deve ser trabalhado desde o 4º ano do Ensino Fundamental.

Sustentados na BNCC (BRASIL, 2018), observamos que essas potencialidades dos alunos devem ser estimuladas a partir de um trabalho pedagógico pautado numa variedade de recursos pedagógicos, que vão desde a aplicação da metodologia da Resolução de Problemas até o uso de materiais manipuláveis como o material dourado, importante instrumento utilizado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A BNCC, inclusive, em nenhum momento impõe qual o tipo de material pedagógico o professor pode se valer em sala de aula, mas propõe que de acordo com as orientações das habilidades a serem estimuladas, o docente possa exercer a sua autonomia enquanto professor e utilize de recursos pedagógicos que garantam o estímulo ao desenvolvimento dessas habilidades na ministração do conteúdo de números fracionários. No quadro abaixo, vemos todas as habilidades que devem ser estimuladas em sala de aula em cada etapa do Ensino Fundamental e que se relacionam com o conteúdo de Frações.

Quadro 1 – Habilidades a serem estimuladas em cada etapa do Ensino Fundamental referente ao conteúdo de Frações

| Etapa | Habilidades |
|--------|--|
| 2º ano | EF02MA08: Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais. |
| 3º ano | EF03MA09: Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2,3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes. |
| 4º ano | EF04MA09: Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/10$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica. EF04MA10: Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro |

| | |
|--------|--|
| 5º ano | <p>EF05MA02: Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.</p> <p>EF05MA03: Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.</p> <p>EF05MA04: Identificar frações equivalentes.</p> <p>EF05MA05: Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.</p> <p>EF05MA06: Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p> |
| 6º ano | <p>EF06MA07: Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>EF06MA08: Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.</p> <p>EF06MA09: Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.</p> <p>EF06MA10: Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.</p> <p>EF06MA11: Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. Não falam da geometria</p> |
| 7º ano | <p>EF07MA08: Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.</p> <p>EF07MA09: Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.</p> <p>EF07MA10: Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.</p> <p>EF07MA11: Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.</p> <p>EF07MA12: Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.</p> |
| 8º ano | <p>EF08MA05: Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.</p> |

Um desses recursos pedagógicos bastantes utilizados é o próprio livro didático, tema da discussão no tópico a seguir.

2.3 Os significados de frações nos livros didáticos do 6º ano

Ao longo da formação dos indivíduos na Educação Básica, o conteúdo de frações deve ser apresentado com todos os seus significados, que compõem as suas definições e aplicações, como sugere a BNCC (BRASIL, 2018). Esses significados sempre trazem consigo a ideia de dividir algo e “tomar a parte de algo”, como sugere o desenvolvimento dos estudos de frações realizados por autores como Lima (2013), Kieren (1976), Beheret.al(1992) e Nunes *et. al* (2003), estes últimos, inclusive, servem como referência para a análise dos livros didáticos apresentada nessa seção. Para tal, nos baseamos no que escrevem Nunes *et.al* (2003), sobre os números fracionários apresentarem os significados de número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo.

Segundo Nunes *et.al* (2003), o significado das frações enquanto número está relacionado à localização de um determinado número na reta numérica, na qual adotamos a representação $\frac{a}{b}$ com b diferente de 0. Um exemplo prático dessa aplicação é pedir para que o estudante represente a fração $\frac{1}{2}$ na reta numérica, de modo que o estudante perceba a relação que existe entre esse número e o número 0,5.

Além disso, o significado parte-todo diz respeito a partir uma determinada quantidade em quantidades menores e iguais, que podem ser representadas por n_1, n_2, \dots, n_k . Diante disso, Nunes *et.al* (2003) consideram que a abordagem dos números fracionários a partir desse significado diz respeito a estimular que os alunos compreendam que identificar uma eventual quantidade foi extraída dessa quantidade total.

Por exemplo, se um retângulo foi dividido em 3 partes iguais, das quais 2 foram pintadas como vemos na figura 4, o estudante deve aprender a representação como uma dupla contagem, na qual em cima do traço ele deve escrever 2, total de parte pintadas, e na parte debaixo o número 3, o total de partes repartidas.

Figura 4 – Exemplificação da abordagem fracionária como parte-todo



Fonte: Silva, Canova e Campos, 2016.

Outro significado de frações abordado por Nunes *et.al* (2003) é a ideia de quociente, que diz respeito a entender a fração como sendo uma operação de divisão, com ênfase para o seu resultado. Carvalho, Vizolli e Pereira (2020) exemplificam que na construção desse significado, é ideal que o estudante seja estimulado a pensar numa situação em que quatro crianças devem dividir uma barra de chocolate igualmente. A partir disso, ao considerarmos a fração como um quociente, identificamos as duas variáveis, a primeira delas corresponde ao numerador e outra ao denominador, obtendo a divisão 1 dividido por 4, ou ainda, em sua forma fracionária, $\frac{1}{4}$.

Tratar desse significado fracionário é preparar o estudante para que ele possa identificar o uso dos conteúdos probabilísticos no seu cotidiano, isto é, permitir que o estudante possa construir as noções iniciais de Probabilidade, que dizem respeito ao cálculo da probabilidade de um evento ocorrer, que é medida pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Em seu sentido de operador multiplicativa a fração pode ser vista como um valor escalar que vai ser aplicado a uma determinada quantidade. Como por exemplo 2 elementos em um conjunto com 10 elementos no total, pode ser representado como $\frac{1}{5}$, onde $\frac{1}{5}$ é o multiplicador de 10. Aqui, os alunos devem ser inseridos na ideia dos termos como metade e terça parte, conforme orientações da BNCC (BRASIL, 2018).

Com base nesses significados, analisamos alguns dos livros didáticos aprovados no Plano Nacional do Livro Didático, o PNLD, em 2020, afim de se fazer reflexões sobre a forma em que esses significados estão inseridos no livro didático e como podem auxiliar o docente no desenvolvimento do seu trabalho em sala de aula.

No livro didático escrito por Sampaio (2018), denominado Trilhas da Matemática, observamos que o significado de fração apresentado pelo autor é o da fração enquanto operador multiplicativo. Para tal, o autor faz uso da temática indígena como forma de motivar os estudantes para o aprendizado desse significado de frações, cumprindo com o que sugere a BNCC (BRASIL, 2018) em ministrar os conteúdos a considerar diferentes culturas e diferentes contextos.

Nesse contexto, Sampaio (2018) fornece um dado que se refere à quantidade de indígenas que vivem em terras reconhecidas de modo oficial, aplicando o significado de frações no informe. A partir disso, Sampaio (2018) desenvolve situações que abrangem a aplicação dos diferentes significados dos números fracionários, dentre as quais conseguimos identificar 9 delas, sendo elas: 3 referindo-se ao significado da fração comoparte-todo, 1 dos números racionais como número, 1 como quociente e uma última como operador multiplicativo.

No livro de Giovanni Júnior e Castrucci (2018), o principal significado dos números fracionários abordados pelo livro é o de parte-todo, de modo a desenvolvero assunto dos números fracionário a partir de um mosaico, como vemos na figura 5.

Figura 5 – Mosaicos para representar o significado parte-todo da fração



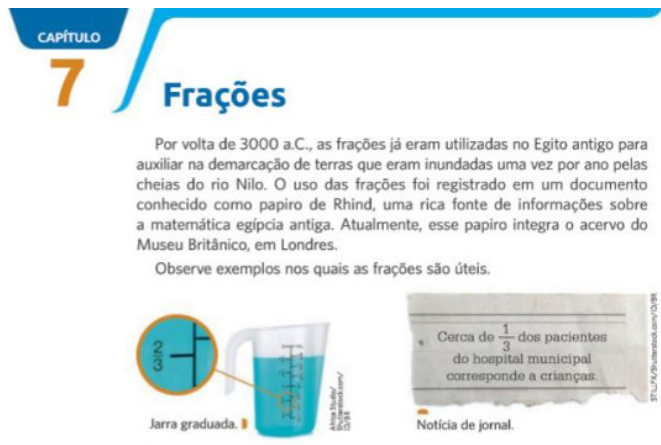
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci, 2018.

A escolha da abordagem a partir do significado dos números fracionários como parte-todo predominam nesse material, de modo que das 27 situações trazidas pelo

livro entre exemplos e atividades, 15 delas referem-se a esse significado, seguida de 5 situações que mostram o número fracionário como medida, 4 como quociente e 3 como operador multiplicativo, não apresentando nenhuma situação na qual sejam identificados o significado das frações como um número.

Entre os significados, inclusive, observamos que embora seja tratada sempre com ênfase para as medidas, somente no livro de Chavante (2018) é que observamos a abordagem para os números fracionários como medidas. Para tal, o autor recorre à história da Matemática, com uma abordagem inicial do surgimento dos números fracionários nas demarcações de terras feitas no Rio Nilo, já abordadas nesse trabalho. Nesse mesmo capítulo, o autor mostra a aplicação dos números racionais em uma jarra com graduações fracionárias e o uso de um jornal para representar uma situação real, na qual encontramos os números fracionários, como vemos na figura 6.

Figura 6 – Abordagem dos números fracionários em Chavante



Fonte: Chavante, 2018.

Skovsmose (2001) explica que o uso dessas situações contextualizadas do cotidiano dos estudantes como encontramos em Chavante (2018) permite que esses alunos sejam estimulados para o desenvolvimento da sua competência crítica, de modo a contribuir para a sua formação como cidadão que auxilia na resolução de problemáticas do seu dia a dia.

Além disso, ao se fazer a análise no livro de Chavante (2018), encontramos que das 23 situações envolvendo os números fracionários apresentadas pelo livro, 14 delas referem-se ao significado da fração como parte-todo, 5 como medida, 3 como operador multiplicativo e 1 como situação, novamente sendo minimizado o sentido de fração como número.

A partir dessa análise prévia, pudemos confirmar com o que coloca Carvalho (2017), sobre o que acontece nos livros didáticos atuais ao abordarem as frações. Segundo o autor, os livros atuais não levam em consideração a diversidade de significados de fração ao iniciar o estudo do conceito dos números fracionários, de modo em que pudemos constatar a preferência em abordar o significado parte-todo. Autores como Nunes e Bryant (1997), Garcia Silva (2007) e Pinheiro (2014) alertam para a necessidade de trabalhar a fração com os seus diferentes significados, visando ampliar uma compreensão para além do significado parte-todo.

Uma das abordagens mais ausentes, inclusive, diz respeito a abordagem da fração como número, o que é recomendado pela BNCC (BRASIL, 2018) e se torna preocupante, tendo em vista que o livro didático é um dos recursos metodológicos mais utilizados em sala de aula e de uma importância ímpar para o trabalho docente que, muitas vezes, utilizam exclusivamente do livro didático como base para o seu planejamento profissional.

Deste modo, faz-se necessário ampliar ainda mais a abordagem do conceito dos números fracionários, sobretudo em ministrar em sala de aula os diferentes significados desses números, contribuindo para uma melhor compreensão do conceito de fração.

2.4 Os obstáculos didático-pedagógicos no ensino de frações

As dificuldades que os estudantes apresentam no ensino de Matemática, que contribui para a aversão que eles sentem dessa disciplina tem sido fonte de diversos estudos na área da Educação Matemática. Com um pensamento que atravessa gerações, o de que a Matemática é “um bicho de setecabeças”, vários entraves surgem no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, que como discutem Santos e

Fonseca (2019), só é vista com bons olhos quando os conteúdos os conteúdos são considerados "fáceis", desenvolvendo uma maior aptidão do estudante com aqueles conteúdos.

Não muito distante, o conteúdo de frações é visto como um conteúdo assustador, que coloca os estudantes numa postura de "vítima", tendo em vista que eles enxergam na ministração desse conteúdo, uma realidade considerada perturbadora (SANTOS; FONSECA, 2019). Esse distanciamento compromete o desenvolvimento do estudante no aprendizado de frações, refletindo em outros conteúdos em que a fração é recorrente como unidades de medidas, equações e a própria reta numérica.

Segundo Monteiro e Groenwald (2014), o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações por si só é complexo para os estudantes, a começar pelo fato de que os alunos buscam transferir as propriedades do conjunto dos números naturais para os números racionais, o que distancia o seu raciocínio da observação das particularidades de cada conjunto numérico. Acerca disso, Nunes e Bryant (1997, p. 191) destacam que:

"Com as frações, as aparências enganam. Às vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa delas e ainda não a têm. Elas usam os termos corretos, falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas, mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem superar dificuldades relativas às frações sem que ninguém perceba."

Dessa forma, para que ocorra um melhor desenvolvimento no processo de ensino e aprendizagem das frações, o docente precisa observar os obstáculos a serem superados pelos estudantes, principalmente o que se refere ao conteúdo de frações, visto que identificar os conhecimentos prévios dos estudantes possibilita um melhor direcionamento da prática pedagógica para o professor.

Sanchez (2004) escreve que as dificuldades no ensino de Matemática se manifestam em diferentes aspectos. No quadro 1 a seguir, observamos quais os tipos de dificuldades e quais os aspectos que essas dificuldades apresentam.

Quadro 2 – Categorização dos aspectos das dificuldades dos estudantes em Matemática

| Tipo de dificuldade | Aspectos |
|---|--|
| Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática | Dificuldades na construção e desenvolvimento de noções básicas da Matemática, bem como de princípios numéricos, numeração, prática das operações básicas, seja na aprendizagem mecânica ou no aprendizado significativo |
| Dificuldades na resolução de problemas | Se manifestam principalmente na compreensão, interpretação e resolução do problema |
| Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática | Dificuldades que dão lugar ao fenômeno da ansiedade matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os alunos experimentam diante do contato com a matemática |
| Problemas linguísticos | Dificuldade nos registros e na memória |
| Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente | Se manifesta na organização do aprendizado, principalmente se o ensino não está bem sequenciado ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz |

Fonte: SANCHEZ, 2004.

Essas dificuldades identificam as barreiras de aprendizagem do próprio estudante no conteúdo de frações, de modo que caiba ao professor amenizar ao máximo os pensamentos distorcidos dos estudantes. Partindo desse pressuposto, retomamos o que discutem Santos e Fonseca (2019): O estudante só terá um desempenho satisfatório se suas condições psicológicas, desde o pensamento à

linguagem, estiverem estáveis, pois nesse desenvolvimento gradativo há o envolvimento cognitivo.

Uma outra preocupação que pode ser vista como um obstáculo para o professor de Matemática no ensino das frações, diz respeito à didática utilizada pelo professor em sala de aula, considerando que para a obtenção de um maior engajamento dos estudantes faz-se necessário o uso de diferentes estratégias didáticas (MOREIRA, 2012). Isso pois, caso seja utilizado somente uma única estratégia metodológica, o estudante desenvolve uma resistência e que resulta na insatisfação no aprendizado de Matemática.

Esse aspecto, pôde ser confirmado por Papert (1988, p. 76) que:

“Entre as causas, encontramos os “traumas” relacionados às experiências envolvendo as aulas de Matemática. Ou seja, a forma como se ensina Matemática influencia quem aprende, contribuindo para a formação, no aluno, do sentimento de aversão à Matemática e, em extensão, influencia no insucesso apresentado e encontrado nos diversos níveis escolares. Contudo, a prática metodológica voltada à compreensão em vez de à memorização, a aplicabilidade e não repetição, em conexão com a realidade e não dissociada da mesma, faz com que o ensino da Matemática possa ser percebido pelos alunos como agradável, factível e interessante.”

Desta forma, as dificuldades na aprendizagem de fração em sala de aula surgem de diversos fatores que demonstram que não cabe somente ao aluno ter disposição para aprender, mas também o professor mediar a forma de ensino que possibilite uma melhor compreensão do conteúdo de frações. Segundo Walle (2009, p. 329), o melhor caminho para ensinar o conceito de frações em sala de aula são as tarefas de compartilhamento, acrescentando que “[...] porém a ideia de partes fracionárias é tão fundamental para um forte desenvolvimento dos conceitos de fração que deve ser mais explorada com tarefas adicionais”, que abordem contextualização do mundo contemporâneo, como já orientavam os PCNs (BRASIL, 1997, p. 68):

“[...] na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações. A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorra a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais.”

Embora os PCNs (BRASIL, 1997) já oriente quanto ao fato de que termos como “metade” sejam utilizados de forma espontânea pelos estudantes, Monteiro e Groenwald(2014) reforçam que em nenhum momento há a garantia de que outras expressões em que são utilizadas o termo “meio” o aluno consiga enxergar o significado desse termo, a cita como exemplo “meio-dia”, não há a garantia de que, o estudante esteja pensamento, necessariamente na metade de um dia, comparando-o com um dia completo. Para Llinares e Sanchez (1988), a pouca destreza no aprendizado do significado de frações faz com o que o estudante questione o nível do seu próprio aprendizado.

Ao questionar o nível do próprio aprendizado, os estudantes se colocam em um espaço que se sentem limitados, o que deve ser observado pelo próprio professor. Correa e Spinillo (2004) escrevem que quando o docente não se preocupa com a forma em que os estudantes entendem os conceitos lógicos matemáticos, os estudantes podem desenvolver limitações, como por exemplo: Restringir a Matemática somente à execução de algoritmos, ignorando o poder de formatação da Matemática em nosso cotidiano contextualizado (SKOVSMOSE, 2001); desconsiderar as particularidades entre as operações matemáticas; visualizar que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolve invariantes operatórios, sistemas de representação e situações que atribuem significados aos conceitos.

Essas dificuldades constituem-se de um vasto repertório de pontos iniciais para o desenvolvimento de pesquisas na área da Educação Matemática. Valera (2003), por exemplo, ao analisar o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental evidencia que os alunos apresentam dificuldades ao localizar uma fração na reta numérica, principalmente se esta fração estiver representada na forma decimal. Um dos motivos que levam o aluno a desenvolver esta dificuldade está no fato dele sempre querer localizar os números decimais entre os números 1 e 2.

Essa dificuldade é consequência da ausência de uma abordagem dos considerados números mistos, em que se representam os números decimais considerando, também, a sua parte inteira e a sua parte fracionária, como discutem Campos e Rodrigues (2007) e sugerem, ainda, uma distribuição no currículo de

formamais equilibrada, não restringindo a abordagem dos conceitos de fração, frações equivalentes, números mistos, frações impróprias, simplificação de frações, comparação de frações, transformação de frações em decimais e operações com frações somente ao final do Ensino Fundamental 1.

Severo (2008) relata que alguns alunos apresentam uma dificuldade básica que é a identificação do numerados e denominador de uma fração, isto é, observa-se a ausência do desenvolvimento do conhecimento conceitual do estudante. Segundo os PCNs (BRASIL, 1998, p. 101), uma possível justificativa para essa dificuldade “deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais”, o que Severo (2008) acrescenta ainda que a falta de compreensão conceitual das frações se estende pelas diferentes formas de representação utilizadas no conteúdo de frações.

Desta forma, podemos entender que o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de frações ainda se constitui um desafio, tendo em vista que os professores precisam lidar com os problemas que se manifestam no desenvolvimento desses conteúdos. Acerca disso, retomamos o que escrevem Campos e Rodrigues (2007, p. 70):

“[...] a prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos.”

Logo, o trabalho em sala de aula para o ensino de frações apresenta complicadores que nem sempre os professores de Matemática estão preparados para resolver-los e aborda-los de forma adequada, isto pois não dispõe de conhecimentos didático-metodológicos suficientes para a promoção de uma abordagem mais significativa do conteúdo de fração.

Santos (2005), em um estudo com professores do Ensino Fundamental 1 constatou que esses professores recorrem às estratégias que estão enraizadas no seu tempo enquanto estudante, o que marca uma série de incompreensões e limitações no ensino-aprendizagem de Matemática e refletem nas dificuldades enfrentadas pelos

estudantes na compreensão de frações. Com base nisso, o autor defende que é necessário o investimento na formação de professores com um enfoque a minimizar os obstáculos enfrentados pelos estudantes e professores no ensino das frações.

Um dos outros obstáculos encontrados pelos professores é justamente a linguagem usada no tratamento desse conteúdo, tendo em vista que termos como “terços”, “quartos” e “quintos” não é algo natural para as crianças que estão no processo de transição do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II. Para Pavanello (2007) esse obstáculo pode passar despercebido pois o professor diante de sua experiência de vida e profissional possui um vocabulário mais extenso, não percebendo as limitações na linguagem com o estudante.

Battisti (2007, p. 75), ao tratar da linguagem como sendo uma ferramenta básica na aprendizagem de Matemática afirma que:

“[...] a linguagem matemática pode representar um nível superior de generalidade e sistematização, como também pode ser totalmente vazia. Nesse sentido, os termos matemáticos usados na comunicação em sala de aula precisam ter significados e sentidos para que os educandos elaborem, a partir daquilo que sabem, os conceitos científicos”.

Essa afirmação de Battisti (2007) dialoga com os princípios apresentados por Moreira (2012) sobre a promoção de uma aprendizagem significativa, principalmente pela necessidade de elaborar os conceitos científicos a partir daquilo que os estudantes já sabem. Em particular, o aluno já traz consigo uma percepção sobre a operação de dividir em seu sentido de repartir e/ou separar, podendo, a partir daí, ser construída uma ponte para a construção do conceito de fração.

Para tal, Moreira (2012) que a linguagem é fundamental nesse processo, tendo em vista que a mesma deve adequar-se à realidade do estudante, aproximando-o do conteúdo que está sendo estudado, além do fato de que deve-se recorrer aos recursos didáticos apropriados para que o aluno não seja apresentado exclusivamente ao conteúdo a partir de um método puramente algébrico, o que relaciona-se com a

necessidade de se ter materiais pedagógicos manipuláveis, no qual o estudante poderá visualizar o conteúdo de frações em situações do seu cotidiano.

30 ENSINO DE MATEMÁTICA COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Nesse capítulo, trataremos das reflexões em torno de pesquisas envolvendo o ensino de Matemática a partir de materiais manipuláveis, entre eles o tangram. Em resumo, o objetivo deste capítulo do trabalho é apontar algumas possibilidades na aplicação de material manipulável na sala de aula, tomando por base autores que tratem deste tema.

Nas pesquisas realizadas, pode-se constatar que o uso de objetos sólidos têm sido tema de bastante discussão entre os pesquisadores da área de Educação Matemática, como mostram Pavanello (1993) e Lorenzato (1995). Para esses autores, a rápida transformação desse mundo globalizado, em que as informações tem sido disseminadas de modo veloz exige que o docente modifique a sua prática e torne os conteúdos mais sólidos, visíveis, minimizando o ensino pautado nas abstrações.

Pavanello (1993), inclusive, escreve que o professor deve estar sempre buscando novas possibilidades para a sua prática pedagógica, de modo atribuir ao ensino de Matemática mais dinamismo, investigação, motivação, visualização, que, conseqüentemente, permitirão uma melhor observação e descoberta de particularidades e estratégias de resolver-se problemas.

Nesse sentido, Oshima e Pavanello (2011, p. 02) já cientes do novo ritmo ditado pelo mundo social, escrevem que “um dos procedimentos que pode auxiliar o professor a conferir sentido aos conhecimentos matemáticos trabalhados na escola e tornar suas aulas mais interessantes é o uso de materiais manipuláveis”.

Mas o que seriam os materiais manipuláveis? E quais as suas implicações para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática? Nos fundamentaremos nas ideias de Reis (1971) apresentadas por Matos e Serrazina (1996, p. 193) que define materiais manipuláveis como sendo “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Pode ser objetos reais que tem aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia”.

Por outro lado, Lorenzato (2006, p.18) ao discutir sobre a importância desses materiais manipuláveis, os concebe como sendo parte de material didático, importantes para o trabalho em sala de aula, definindo-os como sendo “qualquer instrumento útil ao

processo de ensino – aprendizagem”. Para Lorenzato (2006) existem vários tipos de materiais didáticos e os materiais manipuláveis constituem-se de “um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático” (LORENZATO 2006, p.21).

Passos (1996) ao tratar da função de materiais manipuláveis, corrobora com as ideias de Lorenzato (2006) sobre eles fazerem parte de um grupo de materiais didáticos que envolvem uma diversidade de elementos utilizados de forma complementar a organização do ensino e da aprendizagem. Contudo, mesmo a importância desses materiais sendo tratada de forma complementar, Passos (1996) destaca que eles devem servir como mediadores para facilitar a relação entre a tríplice professor/aluno/conhecimento, no momento de sua construção. A partir destes, o professor poderá atribuir significados e novos significados matemáticos.

Lorenzato (1996), inclusive, discute como o professor pode construir materiais manipuláveis de baixo custo, sendo um fator essencial e de bastante interesse na relação professor-aluno que eles sejam construídos em sala de aula e os estudantes possam observar o processo de criação desses materiais, já atribuindo os devidos significados. Atualmente, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que sejam utilizados materiais manipuláveis em sala de aula afim de estimular o desenvolvimento das habilidades que estão presentes no documento, como veremos a seguir.

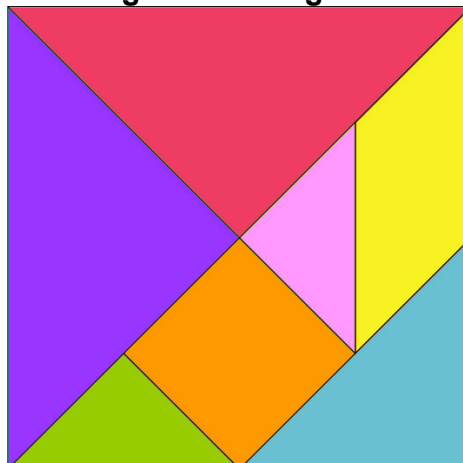
3.1 O tangram como ferramenta de ensino de Matemática

O tangram é um conhecido quebra-cabeça que pode ser utilizado como recurso didático para o desenvolvimento das aulas de Matemática, tornando-as mais atrativas e atenciosas para os estudantes, dando-lhes oportunidades de uma aprendizagem mais significativa. As aplicabilidades do tangram no ensino de Matemática são muitas, devendo o docente adequar o uso desse instrumento aos objetivos que deverão ser alcançados, como citam os PCNs (BRASIL, 1997).

Formado por sete peças, sendo elas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo, como vemos na figura 7, o Tangram surgiu na China aproximadamente no século **XVIIyg II** e, com ele pode-se representar várias figuras sem a sobreposição

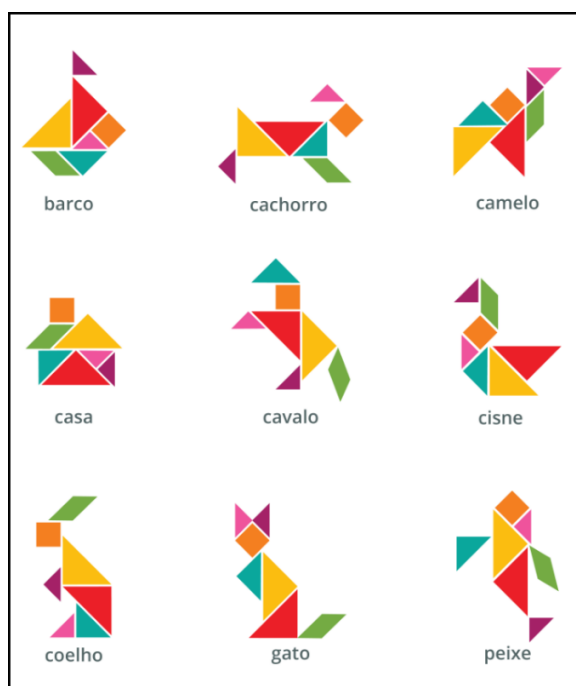
das figuras geométricas. Motta (2015) coloca que é possível montar mais de 1700 figuras com as sete peças do tangram, algumas exemplificadas na figura 8.

Figura 7 – Tangram



Fonte: Os cinco de Avó, 2018.

Figura 8 – Figuras formadas com as peças do Tangram



Fonte: Os cinco de avó, 2018.

As vantagens do uso do Tangram como recurso manipulável em sala de aula são inúmeras, uma vez que ele é um instrumento capaz de desenvolver competências cognitivas como remontar, discutir, analisar, comentar, corrigir, praticar, entre outras. O

objetivo aqui é, que quanto mais o aluno manuseie esse instrumento, mais ele possa desenvolver a sua capacidade de criar e pensar matematicamente.

Esse destaque para o lúdico do Tangram dialoga com o que escreve Lorenzato (2008, p. 20 e 21):

“A construção do material didático, muitas vezes, é uma oportunidade de aprendizagem. Em sala de aula, é preciso oferecer inúmeras e adequadas oportunidades para que as crianças experimentem, observem, criem, reflitam e verbalizem. As atividades devem ser escolhidas considerando não somente o interesse das crianças, mas também suas necessidades e o estágio de desenvolvimento cognitivo em que se encontram. O professor deve observar atentamente seus alunos, ora com a intenção de verificar se é preciso intervir, no sentido de orientar, ora com a intenção de avaliar seus progressos. As intervenções nunca devem significar uma censura ou crítica às más respostas, mas ser construtivas, [...]. Um outro procedimento muito rico pedagogicamente é a realização coletiva das atividades, pois, além de oferecer a socialização das crianças, o conflito sociocognitivo propicia ao professor uma fonte preciosa de informações a respeito do que as crianças conhecem, como e o que estão aprendendo, como pensam e como estão evoluindo.”

Entretanto, vale frisar que o sucesso ou o fracasso de materiais como o Tangram depende da forma em que eles são utilizados em sala de aula. Para tal, essas atividades devem ser planejadas com bastante antecedência e o professor deve estar presente sempre que possível para que os estudantes não fujam dos objetivos propostos (RIBEIRO, 2005).

No que cabe ao ensino de Matemática, o Tangram a partir da sua decomposição e composição de figuras permite que o estudante tenha um contato mais profundo com a geometria, desenvolvendo as habilidades de visualização, percepção de propriedades e até mesmo o estabelecimento de relações – essenciais para a exploração da Geometria em sala de aula (BRASIL, 2018).

Além dele, o origami é um outro instrumento bastante útil para o desenvolvimento do aprendizado de Matemática, como poderemos ver logo a seguir.

3.2 O origami como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática

O origami é uma palavra que possui origem no Japão e que significa a arte de dobrar papel. Estudiosos como Sheng (2018) afirmam que esse nome permanece

desde a sua origem devido ao fato de ter uma pronúncia fácil. Segundo o autor, a arte de usar origami foi desenvolvida em torno do século VIII, quando era visto como uma arte de imitação, visão que não durou por muito tempo pois os defensores do origami mostraram que não é possível captar a essência de um objeto sem antes conhecê-lo, isto é, não é uma imitação, mas sim uma inspiração para a reprodução de determinados objetos nas dobraduras.

Como princípio básico do origami, se tem o fato de que não se pode, em hipótese alguma, utilizar cola e tesoura, o que dá à dobradura o formato adequado. Além disso, evitar o uso desses instrumentos permitem o estímulo à criatividade de quem está dobrando o papel. Sheng (2018) afirma, ainda, que em seus aspectos psicológicos, a fabricação do origami permite que o indivíduo se torne mais paciente, bem como que aperfeiçoe a própria coordenação motora.

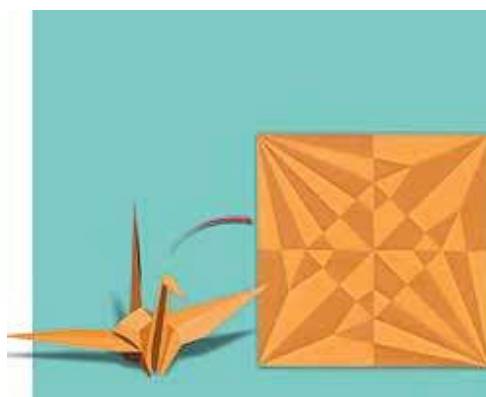
Embora tenha surgido como uma atividade artística, o origami logo passou a ser visto como uma atração acadêmica para pesquisadores. Em entrevistas, Thomas Hull, do Merrimack College, de North Andover, nos Estados Unidos, afirma que os pesquisadores foram atraídos pelo origami porque o origami “instigou os talentos matemáticos e científicos”. A partir disso, o origami foi visto como uma ferramenta capaz de descrever movimentos e processos da natureza e na ciência, como por exemplo o batimento das asas de uma ave ou a deformação da capota de automóveis em acidentes.

Na Matemática, o origami recebeu destaque nas pesquisas envolvendo a topologia e geometria combinatória, isto é, desvinculando essas áreas do conhecimento das imagens esticadas ou deformadas de seu estado original. Uma das mais recentes publicações envolvendo a Matemática e o origami são os Teoremas de Kawasaki, que afirma que a soma dos ângulos alternados formados por dobraduras em volta de um único vértice em um Origami desdobrado será sempre 180° , o que vale para cada vértice do papel desdobrado de uma figura plana, que nos dá as seguintes equações:

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} = 180^\circ \quad e \quad a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} = 180^\circ$$

Observe que nessas equações, sempre teremos um número de ângulos par, independentemente dos vértices. Uma outra descoberta importante da relação entre a Matemática e o origami é o fato de que nos padrões de dobradura de figuras planas, pode-se colorir por inteiro o desdobrado somente com duas cores sem as cores se repita no mesmo lado, como vemos na figura 9.

Figura 9 – Descoberta importante entre origami e as cores



Fonte: Sheng (2018).

No que se refere ao ensino de Matemática a partir do origami, pode-se constatar nas pesquisas realizadas que ele possui um potencial enorme na área da Geometria, como relatam Novak e Passos (2019). Segundo as autoras, o origami permite que o aluno utilize uma folha de papel e seja capaz de construir objetos relacionados com a ciência estudada, como por exemplo caixas, cubos, paralelepípedos e triângulos, visualizando a formalidade da matemática, os conceitos, teoremas e axiomas de modo mais concreto.

Novak e Passos (2019) alertam, também, para o fato de que a utilização do origami na prática pedagógica contribui para que o professor de Matemática alie a teoria com a praticidade e desenvolva as habilidades dos estudantes como as habilidades motoras e de raciocínio matemático, o que é confirmado a partir das pesquisas de Rancan e Giraffa (2012).

Vieira (2012) relata que o origami promove a motivação do estudante para a Matemática, a partir do uso de instrumentos pouco convencionais para a sala de aula, isto é, diferentes, possibilitando, ainda uma abordagem interdisciplinar que permite, também, o desenvolvimento cognitivo e artístico dos estudantes, colaborando, ainda, com a formação do cidadão e rompendo com os métodos tradicionais para o ensino dos conteúdos matemáticos, um dos fatores da aversão pela disciplina.

Para tanto, deve-se haver um planejamento da prática pedagógica para que o trabalho não só com o origami, mas também com o Tangram e outras dobraduras contribua, de fato, para a formação dos estudantes na Educação Básica, em particular, no ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, o que é analisado nos próximos capítulos a partir do mapeamento bibliográfico realizado.

4 METODOLOGIA

4.1. Caracterização do objeto e delineamento da pesquisa

Com o propósito de atingir os objetivos do presente trabalho, buscamos desenvolvê-lo sob a perspectiva da pesquisa bibliográfica, que como escreve Gil (2002) é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Além do que coloca Gil (2002), retomamos o que escrevem Prodanov e Freitas (2013, p. 54):

“[...] elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa.”

Diante dessa caracterização, os procedimentos utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa se basearam na busca em artigos e livros disponíveis na internet nas plataformas Scielo e Google Acadêmico, cuja abordagem do texto seja o do ensino de Frações no Ensino Fundamental e o uso de dobraduras para o ensino de Frações.

Nessa coleta de dados, seguimos o princípio escrito por Prodanov e Freitas (2013, p. 54): “Na pesquisa bibliográfica, é importante que o pesquisador verifique a veracidade dos dados obtidos, observando as possíveis incoerências ou contradições que as obras possam apresentar”.

Deste modo, através dos dados coletados, da leitura, da análise e reflexões sobre esse material, dissertaremos sobre o diálogo que existe entre as temáticas do ensino de Matemática a partir do uso de dobraduras e o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, visando alcançar os objetivos dessa pesquisa já apresentados.

5 MAPEAMENTO SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE 2010 A 2020

Nesse capítulo, trataremos das reflexões em torno do uso de dobraduras para o ensino de Frações no 6º ano do Ensino Fundamental. Durante a pesquisa foram encontradas 22 trabalhos referentes a temática abordada, mas destas, ao ser feita uma análise mais detalhada do que estava sendo proposto por esse trabalho, apenas 13 foram analisadas, uma vez que os outros 9 trabalhos referiam-se ao ensino de frações para outras turmas do Ensino Fundamental, remetendo-se ao 6º ano como sendo uma etapa base para a construção desses conceitos.

Sendo assim, baseamos esse trabalho nos 13 trabalhos encontrados a partir do mapeamento proposto, conforme já descrito na metodologia e a partir delas, conseguimos estabelecer os aspectos essenciais para a análise relatada neste capítulo, como: as potencialidades do uso de dobraduras para o ensino de Matemática, o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, a importância de materiais manipuláveis para o ensino de frações e as potencialidades (competências e habilidades) a serem estimuladas no ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental.

Como princípio da nossa análise, partimos do que escreve Duval (2008), sobre o fato de a fração ser uma forma simbólica dos números irracionais e que, por isso, merece uma atenção especial, tendo em vista que esse conjunto é um conjunto repleto de particularidades, seja em sua formação, como também em suas especificidades para realizar as devidas operações.

Em suas orientações, a BNCC (BRASIL, 2018), corrobora com essa descrição de Duval (2008), destacando que é na etapa do Ensino Fundamental II, que se inicia no 6º ano, que os estudantes devem ser estimulados a atribuir significados às formalidades matemáticas, com base em situações do seu dia a dia. Deste modo, se relacionarmos a descrição de Duval (2008) e as orientações da BNCC (BRASIL, 2018), perceberemos a importância de estabelecer um diálogo direto entre o ensino de frações e os números racionais em sala de aula.

Baseado nisso, ao realizar-se uma pesquisa com trabalhos que tratassem de sugestões de práticas consolidadas e o uso de dobraduras para o ensino de frações no

6º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, ao definir palavras-chave que estivessem relacionadas a esses aspectos não se obteve um retorno significativo de pesquisas. Assim, foi feito um levantamento de trabalhos utilizando apenas os termos “frações” e “fração” nas plataformas Google Acadêmico e Scielo, no período de 2010 a 2020, considerando os trabalhos que apresentassem relação com o problema de pesquisa levantado neste trabalho.

Entre os trabalhos encontrados e selecionados, destacamos, primeiramente, o estudo de Gomes e Paim (2013) as autoras partem do princípio de que não existe um caminho, estratégia ou prática pedagógica que seja garantida como o melhor e o único a ser aplicado em sala de aula, o que serve para todas as disciplinas. Entretanto, as autoras ao retomarem as recomendações dos PCNs (BRASIL, 1997), escrevem ser essencial que o docente conheça o vasto repertório de possibilidades para trabalhar em sala de aula e construir sua prática, de modo a tornar o ensino da própria Matemática mais significativo.

A partir disso, Gomes e Paim (2013) propõe que maior potencialidade a ser desenvolvida com atividades diferenciadas no ensino de frações é despertar os estudantes para se sentirem mais motivados no ensino de frações, principalmente no 6º ano do Ensino Fundamental, série em que os estudantes apresentam resistência em modificar a forma que aprendiam anteriormente, o que os leva a resultados preocupantes no processo de ensino-aprendizagem, principalmente o desenvolvimento da maturidade dos termos matemáticos.

Gomes e Paim (2013) colocam que as maiores dificuldades dos estudantes no ensino de frações é resolver os exercícios propostos em sala, o que se justifica pela não percepção da relação entre os números inteiros e as suas infinitas representações destes números em forma de fração. Com isso, há a necessidade de avançar a partir de novas metodologias de ensino que minimizem os resultados negativos dessas dificuldades, principalmente ferramentas de fácil acesso na escola e que proporcionem um aprendizado com uma melhor compreensão dos conteúdos de frações.

Nessa perspectiva, as autoras descrevem que o uso do material concreto em sala de aula possibilita um auxílio para que os estudantes consigam classificar as

frações como sendo próprias, aparentes e impróprias, com base na divisão de um material concreto como sendo o denominador e as partes a serem pintadas como sendo o numerador (GOMES; PAIM, 2013).

Em seus estudos, Gomes e Paim (2013) colocam que a partir de materiais concretos no ensino de frações os alunos conseguem diferenciar os tipos de frações, além de construir a própria ideia de frações equivalentes, mesmo com numeradores e denominadores diferente, o que facilita a compreensão e resolução de situações que envolvem as frações.

Além disso, a partir da pesquisa de Gomes e Paim (2013) uma das principais potencialidades a serem estimuladas com o uso de material didático no ensino de frações é que o estudante se coloca numa posição mais ativa no seu processo de ensino-aprendizagem, agindo diretamente na construção do seu conhecimento, o que estimula não só o desenvolvimento suas capacidades de raciocínio, conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2018), mas também torna a resolução de problemas envolvendo frações mais dinâmico e auxilia na construção do pensamento crítico, que como escreve Skovsmose (2001), é fundamental para que o estudante se sentia como agente transformador da sua própria realidade, empoderando-o.

Eberhardt e Scibor (2014) apresentam uma pesquisa em que sugerem materiais manipuláveis em sala de aula para auxiliar os estudantes na compreensão do conteúdo de frações. Essas metodologias variam entre o uso de dobradura, o material cuisenaire e o uso de frascos com líquidos. Em seu trabalho as autoras conseguiram concluir ser fundamental que os professores planejem e organizem bem a sua prática pedagógica para ministrar esse conteúdo tão “assustador” para os alunos, de modo que essas novas práticas permitam ao educando uma visão mais prática e concreta do que está sendo trabalhado.

A partir do mesmo objetivo que Gomes e Paim de analisar como os alunos conseguem sanar as dificuldades encontradas na aprendizagem de frações a partir de materiais manipuláveis, Nascimento, Nascimento e Oliveira (2016), se baseiam em Reis (2006) para afirmar que o ensino da Matemática deve ir além do procedimental dos métodos, cálculos e exercícios matemáticos, ressaltando que a Matemática deve ter por

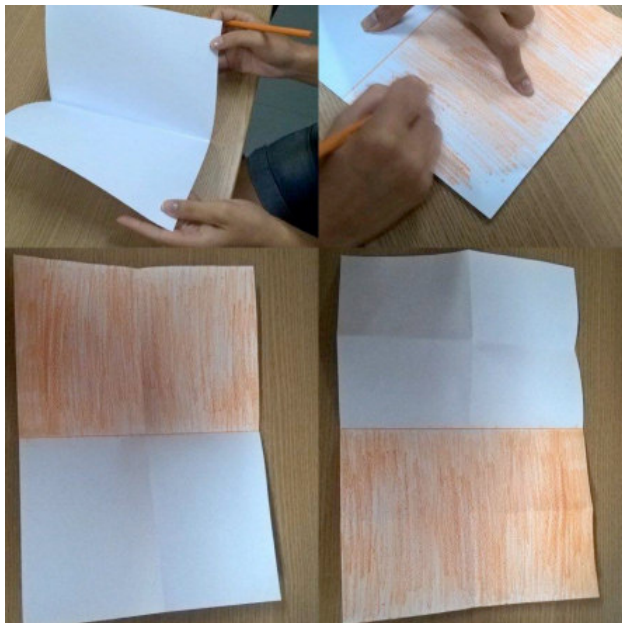
objetivo estimular o desenvolvimento das capacidades do aluno de pensar, elaborar, desenvolver, resolver e entender a Matemática que está sendo ensinada.

Nesse sentido, reforçamos o que coloca Lorenzato (2006) sobre o fato das dobraduras possibilitar ao estudante o desenvolvimento, também, do seu sistema locomotor, sejam essas dobraduras tangram ou até mesmo o origami, já discutidos neste trabalho.

Assim sendo, Nascimento, Nascimento e Oliveira (2016) desenvolveram uma pesquisa na qual puderam analisar como os alunos conseguem atribuir significados às regras e representações que compõem o conteúdo de frações, a partir de uma sequência didática, na qual foi solicitado que os estudantes, usando uma folha de papel, fizessem dobraduras solicitadas ao longo das aulas.

No desenvolvimento de suas pesquisas, as autoras conseguiram perceber que o trabalho com dobraduras faz com que o estudante consiga um contato mais prático e concreto do ensino de frações, confirmando o que já foi estudado por Gram e Paim (2013), principalmente na construção do conceito de frações equivalentes. Além disso, as autoras destacam que os materiais simples, uma folha de papel chamex e lápis de cor, foi capaz de proporcionar um aprendizado significativo para o estudante, que passou a visualizar as frações e a trabalhar com mais facilidades em sala de aula.

Figura 10 – Desenvolvimento de dobraduras para o ensino de frações



Fonte: Nascimento, Nascimento e Oliveira, 2016.

Deste modo, a partir do estudo de Nascimento, Nascimento e Oliveira (2016) observamos que o uso de dobraduras insere o estudante num ambiente mais lúdica de abordar as frações em sala de aula, principalmente como forma de sanar as dificuldades que os alunos apresentam na compreensão das diferentes representações de um mesmo número, como descreveram Gomes e Paim (2013). Em síntese, a partir desses dois trabalhos observamos o desenvolvimento de possibilidades que aperfeiçoam a relação que os estudantes têm com a abordagem conceitual das frações, como a equivalência de frações.

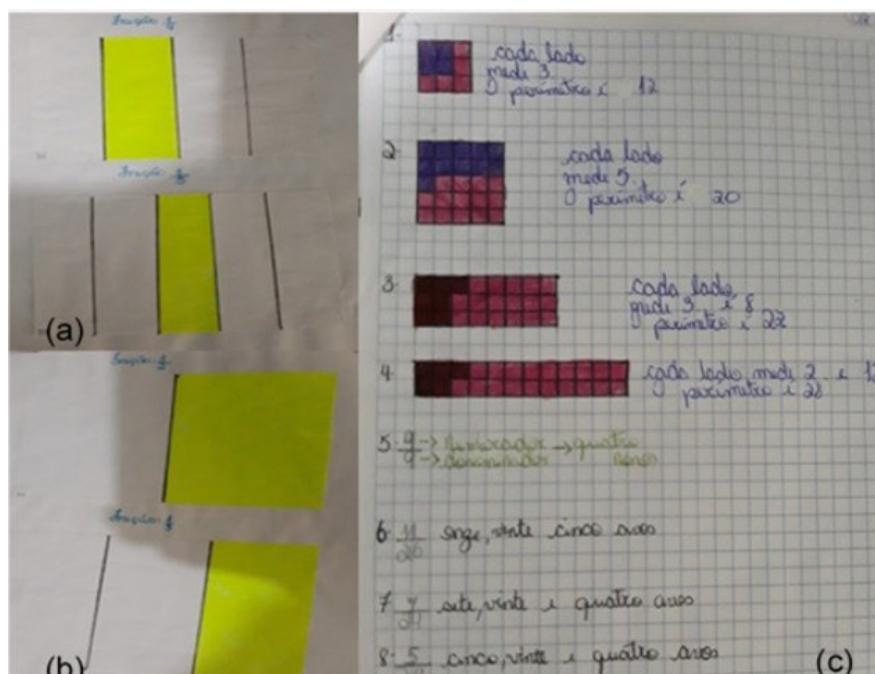
Já nos estudos de Dobzinski, Neves e Matumoto (2017), destaca-se o uso do Tangram para o desenvolvimento das potencialidades dos estudantes, primeiro pelo fato de se tratar de um material manipulável que permite ao aluno o desenvolvimento, também, das suas funções motoras. Além disso, os autores colocam que é um excelente material didático para trabalhar o conceito de equivalência de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, uma vez que há a possibilidade do aluno perceber como a formação do tangram pode variar, mas não varia as figuras que o compõe.

Fleischmann (2019) descreve um repertório de atividades com dobraduras a serem aplicados em sala de aula que possibilitarão um melhor desenvolvimento e aprendizado do conceito de frações desde o 6º ano do Ensino Fundamental. Na

primeira delas, voltada para o 6º ano, a autora descreve que as dobraduras podem ser usadas um viés diagnóstico, no qual se objetiva identificar os conteúdos prévios dos alunos em torno de frações, o que está na figura.

Nesse sentido, os alunos do 6º ano podem fazer sucessivas dobras ao meio em uma tira de papel, com o propósito de representar uma reta numérica e as dobras devem enfatizar as distâncias iguais entre os números naturais, o que é fundamental para que o estudante consiga perceber a construção da reta numérica como sendo uma infinidade de números (BRASIL, 2018). Após isso, os estudantes são estimulados a perceberem a ideia de frações na reta numérica, a partir da divisão dessas distâncias em duas, três, quatro ou mais partes iguais, pintando uma parte delas, formando uma fração. Ao final, deve-se estimular os estudantes a transpor a parte prática realizada com as dobraduras para o papel, representando as frações, como vemos na imagem abaixo.

Figura 11 – O ensino de frações no 6º ano



Fonte: Fleischmann, 2019.

Nessas atividades, percebemos como a ludicidade auxilia os estudantes na construção do formalismo matemático, corroborando como que escrevem Nunes (2003). Além disso, as atividades sugeridas por Fleischmann (2019) permitem que os estudantes sejam estimulados a desenvolverem a maturidade em termos de representação dos números fracionários, principalmente quanto a escrita desses números, como fica visível na figura 12.

Rancan (2011) explica que o uso de materiais como as dobraduras faz com o que seja estimulado no próprio aluno o seu senso exploratório, interferindo diretamente em seu aprendizado e, baseado nisso, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que os professores de matemática sempre que possível façam uso desses materiais como estratégia pedagógica, uma vez que esses materiais permitem ao discente um ensino baseado em descobertas.

Além desses benefícios, cabe lembrar que as dobraduras é um recurso simples, barato, que pode ajudar na compreensão de diversos assuntos, como frações, conforme coloca Manso (2008), que complementa ainda afirmando que as dobraduras constituem-se de um ótimo recurso para desenvolver a criatividade do estudante, uma vez que “[...] revelainúmeras possibilidades para o crescimento e desenvolvimento dos talentos e potenciaishumanos. A dobragem dá asas à imaginação” (MANSO, 2008, p.53).

Além disso tudo, outras potencialidades podem ser estimuladas, como as habilidades motoras e a estrutura cognitiva de cada estudante, conforme coloca Amaral (2013) ao tratar do fato de que o origami tem uma fundamental importância para a formação da estruturacognitiva do aluno pois permite:

“[...] a exploração dos conceitos de frações, auxilia no desenvolvimento psicomotor e no senso de localização espacial, estimula a criatividade, desenvolve a percepção, promove o refinamento do senso estético das crianças, jovens eadultos, através das noções de proporção e harmonia; cultiva a paciência, adeterminação e a perseverança, tão importantes academicamente como nanossa vida.”(AMARAL, 2013, p. 64).

Pires (2012) trata do uso das dobraduras como sendo um dos instrumentos para desenvolver a compreensão dos significados de frações, como já foi abordado neste trabalho. Ancoradas nos PCNs (BRASIL, 1997), as conclusões feitas nesse estudo

mostraram que as dobraduras permitem o estímulo ao entendimento desses significados de uma forma mais lúdica, permitindo que os alunos explorem, ainda, outros conceitos relacionados à fração.

Araújo e Rezende (2014) apresentam, parcialmente, em um relato de experiência com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental uma sequência de atividades para o ensino de frações, buscando relacionar as frações com o uso de tecnologia, a partir do *software* Jclíc e do uso de dobraduras feitas com lápis e papel. Nesse trabalho, as autoras mencionam que os alunos conseguiram visualizar de diferentes formas os significados de frações, mesmo que tivessem, de certa forma, menosprezado o uso de dobraduras, uma vez que o aparato tecnológico se mostrou mais motivador em sala de aula.

Parnoff, Alves, Fantinel e Alves(2016) apresentam relatos de suas experiências por meio de sequências didáticas para o ensino da adição em frações utilizando dobraduras a partir de discos fracionários, que auxiliaram na resolução das atividades propostas em sala de aula, destacando que essa estratégia pedagógica ressaltou dificuldades dos alunos que não seriam possíveis de serem identificadas nas aulas exclusivamente expositivas.

Além disso, Parnoff, Alves, Fantinel e Alves (2016) ressaltam que o uso do material por si só não é eficaz, ele não excluiu a intervenção do professor como mediador por meio de questionamentos e reflexões contribuindo para o raciocínio dos educandos.

Zabel e Munhoz (2013) fazem uso do Tangram, dobraduras e receitas culinárias para desenvolver os significados de frações no 6º ano do Ensino Fundamental. Segundo os autores, a partir dessa composição de diferentes instrumentos de ensino, os estudantes conseguiram perceber de modo mais significativo as aplicações de frações e suas diferentes representações.

Desta forma, pode-se considerar que são poucas as pesquisas que se dedicaram ao estudo de frações e o uso de dobraduras no 6º ano do Ensino Fundamental a partir do período pesquisado. Das que foram encontradas, observamos que há abordagens que são interessantes, mas que nem sempre conseguem explorar

de forma mais aprofundada os conceitos fracionários que as dobraduras podem possibilitar.

Entendemos que as estratégias de ensino são muito importantes nesse processo, mas não se pode perder de vista o objetivo principal que é o aprendizado dos conceitos geométricos pelos estudantes, conforme alertam Walle(2009), Pires (2012) e Magina e Malaspina (2013).

Assim sendo, embora as dobraduras auxiliem no desenvolvimento de várias potencialidades dos estudantes em uma sala de aula, além de trazer várias vantagens ao se tornar uma ferramenta didática em sala de aula, não apenas para a matemática, mas podendo ser utilizada de forma interdisciplinar, desde que some com o âmbito educacional, observamos que sua aplicação deve ser muito bem planejada, para que, de fato, seja proporcionado aos estudantes um ensino significativo a partir da ludicidade.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deste modo, a partir do que foi apresentado e refletido neste trabalho podemos concluir que buscar formas alternativas às práticas expositivas de ensino é um papel do professor, que deverá transcender a imagem da pessoa detentora de todo o conhecimento e agir como sendo um mediador desse processo de informações, isto é, equilibrando corretamente as informações que os alunos possuem e argumentam em sala de aula.

Portanto, no que cabe ao ensino dos números fracionários, as frações, observamos a partir da literatura recolhida que há a preocupação desses conteúdos serem vistos com bastante resistência por parte dos estudantes, de modo que se não forem colocadas em práticas estratégias que os motivem, haverá lacunas no processo de ensino-aprendizagem desses estudantes.

É diante desta problemática e dos resultados apresentados nesta pesquisa que podemos concluir que as dobraduras podem contribuir para o aprendizado mais significativo dos conceitos de frações em sala de aula, tendo em vista que esse tipo de material, simples e de fácil acesso permite ao estudante um trabalho mais concreto e prático para além das conjecturas matemáticas que, por sua vez, poderão ser mostradas juntos dos estudantes a partir das dobraduras, como revela o trabalho de Gomes e Paim (2013).

Atitudes como a exploração, a investigação, as descobertas matemáticas com o uso de dobraduras dão a oportunidade dos alunos aprenderem conceitos matemáticos visualizando e analisando as estruturas dos elementos práticos em um processo pelo qual a aprendizagem se dá de forma mais significativa, valorizando o que os estudantes já conhecem, resultando numa prática profissional mais natural, na qual a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos não se dá de forma forçada, onde predomina a aprendizagem mecânica e a memorização.

Além disso, usar as dobraduras e outros materiais manipuláveis em sala de aula dá a oportunidade dos alunos se aproximarem mais com o próprio professor de matemática, principalmente porque o uso de material manipulável pressupõe a

construção de um ambiente mais colaborativo, no qual todos os indivíduos compartilham conhecimento, retomando uma das características principais da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2012).

Quanto a construção do conhecimento, percebe-se que as dobraduras são capazes de estimular os estudantes à habilidades que estão orientadas pela BNCC (BRASIL, 2018) e que dão-lhes subsídios para mobilizar saberes e desenvolver competências necessárias para a sua formação enquanto cidadão, tais como o raciocínio e o pensamento mais crítico, além de contribuir para que o estudante desenvolva os hábitos de investigar, questionar, refletir e inferir sobre conceitos dos números racionais, como a equivalência de frações.

As pesquisas mostraram, também, que apesar das dificuldades de se trabalhar a representação das frações a partir de folha A4 e lápis de cor, o uso das dobraduras permite que a aula se torne mais divertida e interessante para os alunos, deixando-os à vontade para aprender, o que Moreira (2012) coloca como sendo os dois pilares fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem significativa: repertório variado de material didático e disposição do aluno para aprender.

Assim sendo, é importante que se diversifique os materiais manipuláveis em sala de aula, o que Walle (2009) acredita ser um aspecto importante para a compreensão das ideias envolvidas nos conteúdos abordados em sala de aula, principalmente os conceitos que são inerentes às frações no 6º ano do Ensino Fundamental, uma vez que é nessa fase de ensino que o aluno sistematiza ainda mais o seu conhecimento e que, por isso, o docente deve considerar as especificidades das estratégias de ensino nessa faixa etária, dando atenção à relação que pode existir entre a ludicidade e a formalidade matemática.

Logo, pode-se afirmar que trabalhar com as dobraduras em sala de aula para o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental é de grande valia, tendo em vista que as potencialidades dos estudantes podem ser estimuladas para o desenvolvimento de diferentes formas, sejam elas as potencialidades matemáticas, as potencialidades motoras e as cognitivas, desde que cada professor conduza o seu trabalho pedagógico de forma planejada, organizada e mediadora.

7 REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; OLIVEIRA, I.;SERRAZINA, L.A **Matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, 1999.

AMARAL, M. I. **O Origami como meio de Aprendizagem**.Lisboa, 2013. (Relatório de estágio).

AVILA, G. **Várias Faces da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010

BATTISTI, I. K.;**A significação conceitual de medidas de superfície sob uma abordagem histórico-cultural: uma vivênciano contexto escolar**.Dissertação(Mestrado).Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2007.

BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. Rationalnumber, ratioandproportion. In: Grows, D. A. (Ed), **Handbook ofresearchonmathematicsteachingandlearning**. New York: MacMillan, p. 296-333, 1992.

BERTONI, N. A construção do número fracionário. **Boletim de Educação Matemática**, ano 21, n.31. Rio Claro: UNESP, 2009.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 10ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1993.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Ministério da Educação - Brasília, MEC/SEF, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**.Ministério da Educação. Brasília, 1998.

_____. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

_____. Ministério da Educação. **PNLD 2020: matemática –guia de livros didáticos/** Ministério da Educação –Secretaria de Educação Básica –Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 4, 2007.

CARVALHO, E.S. **Sequência Didática**: uma proposta para o ensino do conceito de fração. 2017. 103f. Dissertação (Mestrado Profissional -PROFMAT) –Universidade Federal do Tocantins. Arraias, 2017.

CARVALHO, E. S.; VIZOLLI, I.; PEREIRA, O. R. A abordagem de fração em livros didáticos de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD de 2020. **Revista Prática Docente**, v. 5, n. 3, p. 1529-1546, set/dez2020.

CASTRO, R. A.; OLIVEIRA, N. Números Fracionários: Estudo histórico, epistemológico, e da transposição didática. **Revista de Educação**, v. 12, n. 13, 2009.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. **Os significados de fração em livros didáticos das séries iniciais**. In: simpósio internacional de pesquisa em educação matemática, 2., 2008, Recife. Anais... Pernambuco: UFPE, 2008.

CELESTINO, K. G. **As frações em algumas civilizações antigas**. In: Encontro Paraense de Educação Matemática, 2017, Cascavel. Anais... Paraná: UNIOESTE,

2017.

CHAVANTE, E. R. **Convergências Matemática**: 6° Ano. 2 ed. São Paulo: Edições SM, 2018.

CORREIA, P. L. **Frações**: Uma proposta de ensino para o 9º ano utilizando o software Geogebra e dobraduras. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora: 2015.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DOBZINSKI, A.; NEVES, I. R. J.; MATUMOTO, L. T. O estudo de frações através do material didático manipulável tangram. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p. 1-10.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In.: MACHADO, S.D.A. **Aprendizagem Matemática**: registros de representação semiótica. 4ª edição. Campinas: Papirus, 2008, 160p.

EBERHARDT, D. I.; SCIBOR, S. A construção do conceito de número e frações: oficina para professores dos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão, 2014, p.1-9.

EVES, H. **Introdução a história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2004.

FLEISCHMANN, S. O. O origami e suas dobras no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Dissertação (mestrado profissional em Matemática – PROFMAT), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba – PR, 2019, 119p.

GARCIA, A. F. **O Desafio do Desenvolvimento Profissional Docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações.** Tese de Doutorado em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática: 6° Ano.** 4 ed. São Paulo: FTD, 2018

GOMES, K. A.; PAIM, L. F. Estudo de frações utilizando material concreto: integração entre a teoria e a prática com a utilização de dobraduras. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba – PR. **Anais...** Curitiba, 2013.

IFRAH, G. **Os números:** História de uma grande invenção. 10ª ed. São Paulo: Globo, 1985.

KERSLAKE, D. **Fractions:** Children's strategies and errors: A report of the strategies and errors in Secondary Mathematics Project. Windsor, UK: NFER-Nelson, 1986.

KIEREN, T. E. Number and measurement: mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number. **Columbus**: OHERIC/SMEA, p. 101-144, 1976.

LIMA, E. L. **Números e Funções**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LLINARES, S. C.; SÁNCHEZ, M. V. G. **Fracciones la relacion parte-todo**. Madrid: Síntesis, 1988.

LORENZATO, S. **O laboratório de Matemática na formação de professores**. Sérgio Lorenzato (org.), Campinas, SP. Autores Associados, 2006.

MANSO, R. L. D. **Origami**: Uma Abordagem Pedagógica para o Ensino de Geometria no 9º ano. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa, 2008.

MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. O. Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.2, p.103-135, 2014.

MORAIS, A. C. L. História da representação dos números na forma decimal. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 13, 2018.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Diagramas de V**. Instituto de Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2012.

NASCIMENTO, K. C.; NASCIMENTO, I. A.; OLIVEIRA, D. G. Ensino de frações equivalentes através de dobraduras. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo – SP, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

NOVAK, T. C. U. N.; PASSOS, A. M. **A utilização do origami no ensino da Geometria**: relatos de uma experiência, 2019. Dia a dia Educação. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>. Acesso em 20 nov. 2021.

NUNES, L. R. **Linguagem e Comunicação Alternativa**: Uma introdução. In: NUNES, L. R. (Org),favorecendo o desenvolvimento da comunicação emcrianças e jovens com necessidade educacionais especiais. Rio de Janeiro: Dunya, 2003.

NUNES, T. **The effectofsituationsonchildren’sunderstandingoffractions**. Trabalho apresentado no encontro da British Society for ResearchontheLearningofMathematics.Oxford, junho de 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução de Sandra Costa.Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças**: Repensando a Escola na Era da Informática.Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

PAVANELLO, R. M.; Linguagem, matemática e construção do conhecimento: algumas reflexões para a prática educativa. **Periódico ScientiarumHumanand Social**

Sciences. Departamento de Teoria e Prática da Educação, Centro de Ciências Humanas Letrased Artes, Universidade Estadual de Maringá, v. 29, n. 1 p. 77-82, 2007.

RANCAN, G. **Origami e Tecnologia**: Investigando Possibilidades para Ensinar Geometria no Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre, 2011.

RANCAN, G.; GIRAFFA, L. M. M. **Geometria com origami**: incentivando futuros professores. In: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 9., 2012. Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/8688>. Acesso em: 20 nov. 2021.

REIS, S. M. G. **Matemática no cotidiano infantil (A)**: Jogos e atividades com crianças de 3 a 6 anos. Campinas, SP. Editora Papirus, 2006.

RIBEIRO, M. S.; CARVALHO, L. M. T. L. O ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise das ideias propostas nos PCN e na BNCC. In: **Anais do IV Congresso Nacional de Educação – CONEDU – João Pessoa: PB, 2017.**

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da matemática**, 6º ano. 1 ed. São Paulo: Saraiva, p. 162-180, 2018.

SANCHEZ, J. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. PortoAlegre: Artmed, 2004.

SANTOS, R.; FONSECA, S. Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração. **Revista InsignareScientia - RIS**, v. 2, n. 1, p. 50-66, 20 maio 2019.

SANTOS, V. M. A relação e as dificuldades dos alunos com a matemática: um objeto de investigação. **Revista Zetetike**, Campinas – SP, v. 17, 2005.

SEVERO, D. F. **Números Racionais e Ensino Médio**: Uma busca de Significados. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)- Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009

SILVA, M. J. F. **Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário**. Dissertação (mestrado) – PUC – São Paulo: 1997.

SILVA, A. F. G.; CANOVA, R. F.; CAMPOS, T. M. M. A fração em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais. **Acta Scientia**, v.18 n.1 p.41-54 jan./abr. 2016.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: A questão da democracia. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

VALERA, A. R. **Uso social e escolar dos números racionais**: representação fracionária e decimal. Marília: 2003, 164p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília.

VASCONCELOS, I. C. P. **A Compreensão das relações numéricas na aprendizagem de frações:** Um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2015.

VIEIRA, M. F. **A arte do origami no ensino de geometria: um estudo de caso no Projovem Adolescente.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) –Centro de CiênciasTecnológicas,UniversidadeEstadual da Paraíba,Campina Grande,2012, 68 p.

WALLE, J. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula – Porto Alegre: Artmed, 2009.