

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LAILA MONTEIRO ALVES MELO

**AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO COM
ARMADURAS DE AÇO E DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS**

Maceió

2019

LAILA MONTEIRO ALVES MELO

**AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO COM
ARMADURAS DE AÇO E DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques.

Maceió

2019

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

M528a Melo, Laila Monteiro Alves.
Avaliação de deslocamentos em vigas de concreto com armaduras de aço e de polímeros reforçados por fibras / Laila Monteiro Alves Melo. - 2019.
168 f. : il. color.

Orientador: Severino Pereira Cavalcanti Marques .
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2019.

Bibliografia: f. 97-101.
Apêndices: f. 102-168.

1. Engenharia de estruturas. 2. Aço – Corrosão. 3. Concreto armado. 4. Falhas estruturais. 5. Polímeros. 6. Vigas de concreto. I. Título.

CDU: 624.012.45:620.19



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGECC

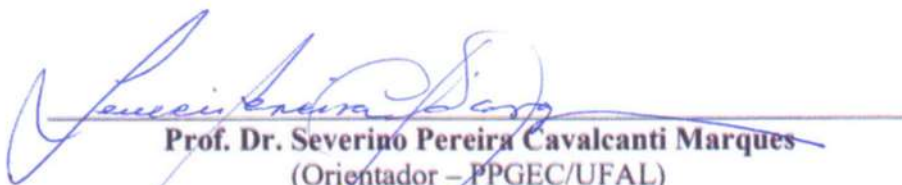


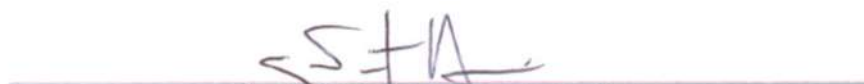
AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO COM ARMADURAS DE AÇO E DE POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS

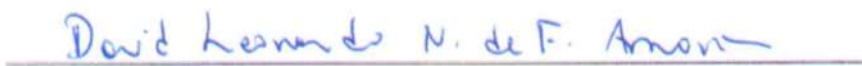
LAILA MONTEIRO ALVES MELO

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 01 do mês de novembro do ano de 2019.

Banca Examinadora:


Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques
(Orientador – PPGECC/UFAL)


Prof. Dr. Wayne Santos de Assis
(Avaliador Interno- PPGECC/UFAL)


Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim
(Avaliador Externo – UFS)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais, Josiete e Ailton (in memoriam), por toda confiança, amor e carinho dedicados a mim, por sempre investirem na minha educação e, principalmente, pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida. A meu irmão, Arthur, pela amizade e constante incentivo. Agradeço também à toda minha família por sempre estar presente, torcendo e acreditando em mim.

Agradeço imensamente a meu orientador Severino, por toda paciência, confiança, disponibilidade e profissionalismo empenhados no desenvolvimento do presente trabalho. Agradeço também por todo conhecimento transmitido de forma tão generosa e inspiradora ao longo dos últimos anos, na graduação e no mestrado.

Agradeço a todos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) pelos conhecimentos compartilhados e postura ética com todos alunos. Agradeço também a todos os colaboradores do PPGEC.

Agradeço à Universidade Federal de Alagoas (UFAL) pela estrutura disponibilizada. E ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas (FAPEAL) pelo apoio financeiro.

RESUMO

Embora muitas vezes não traga prejuízo direto à segurança das estruturas, os estados limites de serviço – como flechas excessivas, fissuras visíveis e vibrações exageradas – podem causar sensação de desconforto e insegurança aos usuários e devem ser previstos e, na medida do possível, minimizados, nos projetos estruturais. A corrosão de armaduras de aço em ambientes agressivos pode causar danos consideráveis em estruturas de concreto armado. Dessa forma, armaduras de polímeros reforçados por fibras (PRF) surgiram como uma alternativa ao aço para elementos estruturais expostos a esses tipos de ambientes. As propriedades mecânicas das barras de PRF podem produzir grandes aberturas de fissuras e deflexões. Como resultado, o dimensionamento de elementos de concreto armados com esse material é geralmente controlado pelos estados limites de serviço. A análise dos deslocamentos pode ser feita com diferentes níveis de sofisticação, desde a análise não linear até o emprego de fórmulas simplificadas que procuram representar uma rigidez equivalente do elemento estrutural fissurado, como é o caso de fórmulas prescritas por normas relacionadas com projetos de estruturas de concreto armado para o cálculo de deslocamentos. Neste trabalho são investigados procedimentos práticos propostos em normas e trabalhos publicados para a investigação de flechas em vigas de concreto armado com aço e polímeros reforçados por fibras. Os deslocamentos calculados utilizando tais procedimentos são comparados a valores obtidos experimentalmente encontrados na literatura. Os resultados obtidos indicam que os modelos estudados apresentam resultados mais satisfatórios em elementos com altas taxas de armação. A avaliação dos deslocamentos foi feita através de um código computacional desenvolvido na plataforma Matlab®.

Palavras-chave: Concreto Armado, Vigas, Deslocamentos, Armaduras de Aço, Armaduras de PRF.

ABSTRACT

Although, in general, the serviceability limit states – such as excessive deflections, visible cracks and excessive vibration – do not bring direct loss to the safety of the structures they can cause discomfort and mistrust to the users and must be projected and, when it is possible, minimized in structural projects. Corrosion of steel reinforcement in aggressive environments can cause considerable damage in reinforced concrete structures. Fiber reinforced polymer (FRP) bars have emerged as an alternative to steel for elements subjected to those environments. The mechanical properties of FRP bars can yield to large crack widths and deflections. As a result, the design of concrete elements reinforced with FRP materials is often governed by the serviceability limit states. The analysis of deflections can be done in different levels of sophistication, from non-linear analysis to the use of simplified equations that seek to represent an equivalent stiffness of the cracked beam, such as the equations that are prescribed in codes related to design of reinforced concrete structures for the calculation of displacements. This work investigates practical procedures proposed in norms and published works for the investigation of displacements in concrete beams reinforced with steel and fiber reinforced polymer. The displacements calculated using such procedures are compared to values obtained experimentally, found in the literature. The partial results obtained indicate that the studied models present more satisfactory results in elements with high reinforcement ratio. The evaluation of the displacements was done through a code developed on the Matlab® platform.

Keywords: Reinforced Concrete, Beams, Displacements, Steel Bars, FRP Bars.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação específica para concreto de resistência normal.....	28
Figura 2 - Diagramas tensão-deformação específica para concretos de várias resistências.....	30
Figura 3 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado do concreto comprimido.	30
Figura 4 - Tipos de módulos de elasticidade do concreto no diagrama tensão-deformação específica.	32
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado do concreto tracionado.	37
Figura 6 - Diagrama tensão-deformação específica típico de aços com e sem patamar de escoamento.	39
Figura 7 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado de aços com patamar de escoamento.	40
Figura 8 - Barras de PRF de carbono e vidro.	43
Figura 9 - Diagrama tensão-deformação específica típico de armaduras de PRFV e PRFC. ..	44
Figura 10 - Diagramas de deformação e tensão normal de uma seção flexionada nos estádios I, II e III.	48
Figura 11 - Diagrama momento-curvatura de uma viga com incorporação do efeito <i>tension stiffening</i>	51
Figura 12 - Variação da rigidez à flexão em uma viga em função do momento fletor.	52
Figura 13 - Representação de uma viga biapoiada em serviço.....	55
Figura 14 - Valores médios de $f_i, calc/f_i, exp$ nas vigas analisadas.....	64
Figura 15 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.....	66
Figura 16 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.....	67
Figura 17 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.....	68
Figura 18 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.....	69
Figura 19 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.....	71
Figura 20 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.....	71
Figura 21 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Sharif (2012).....	73

Figura 22 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp para as vigas ensaiadas por Sharif (2012)...	73
Figura 23 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ashour (1998).....	76
Figura 24 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp para as vigas ensaiadas por Ashour (1998).	77
Figura 25 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	79
Figura 26 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	80
Figura 27 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	82
Figura 28 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	83
Figura 29 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.....	85
Figura 30 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.....	86
Figura 31 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.....	88
Figura 32 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.....	88
Figura 33 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	90
Figura 34 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.....	91
Figura 35 - Comparação entre $f_i, calc$ e f_i, exp em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.	93
Figura 36 - Relação entre ρ e $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.....	93
Figura 37 - Diagrama retangular equivalente em uma seção de uma viga.....	103
Figura 38 - Representação da equação de compatibilidade em vigas de concreto armado com aço.....	104
Figura 39 - Variação do fator de redução da resistência em função da deformação específica de cálculo em vigas armadas com aço.....	106

Figura 40 - Fator de redução da resistência em função da taxa de armadura em vigas armadas com PRF.	111
Figura 41 - Representação das condições de apoio e carregamento das vigas estudadas.	141

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores típicos de coeficiente de dilatação térmica do concreto e de armaduras de aço e PRF.....	45
Tabela 2 - Valores típicos de algumas propriedades mecânicas de armaduras de aço e PRF..	46
Tabela 3 - Valores do fator de redução ambiental de acordo com o tipo de fibra.....	47
Tabela 4 - Valores do coeficiente γ do modelo proposto por Bischoff e Gross (2011) de acordo com o tipo de carregamento e apoio da viga.	59
Tabela 5 - Expressões para cálculo do deslocamento máximo de acordo com o proposto por Razaqpur, Svecova e Cheung (2010), em função das condições de apoio e carregamento.	61
Tabela 6 - Quantidade de vigas analisadas de acordo com o tipo de armação.....	64
Tabela 7 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	68
Tabela 8 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.	70
Tabela 9 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.....	72
Tabela 10 - Dados das vigas ensaiadas por Sharif (2012).....	72
Tabela 11 - Valores de $f_i, calc/f_i, exp$ para as vigas ensaiadas por Sharif (2012).	75
Tabela 12 - Dados das vigas ensaiadas por Ashour (1998).....	76
Tabela 13 - Valores de $f_i, calc/f_i, exp$ para as vigas ensaiadas por Ashour (1998).	78
Tabela 14 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	81
Tabela 15 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	84
Tabela 16 - Dados das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005).....	85
Tabela 17 - Valores de $f_i, calc/f_i, exp$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.....	87
Tabela 18 - Valores de $f_i, calc/f_i, exp$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.	89
Tabela 19 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.	92
Tabela 20 - Valores médios e extremos de $f_i, calc/f_i, exp$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.	94

Tabela 21 - Valores de cálculo e coeficientes de segurança adotados pelas normas estudadas, em vigas armadas com aço.	104
Tabela 22 - Parâmetros para o cálculo de seções de concreto armadas com aço.	108
Tabela 23 - Valores de cálculo e coeficientes de segurança adotados pelas normas estudadas, em vigas armadas com PRF.....	110
Tabela 24 - Parâmetros para o cálculo de seções de concreto armadas com PRF.	112
Tabela 25 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com aço.....	142
Tabela 26 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFV e aço.....	147
Tabela 27 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFC e aço.	150
Tabela 28 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFV.	152
Tabela 29 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com aço.....	156
Tabela 30 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFV e aço.	161
Tabela 31 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFC e aço.	164
Tabela 32 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFV.	166

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
CEE	Comissão de Estudo Especial
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CNR-DT	<i>Consiglio Nazionale delle Ricerche</i>
CSA	<i>Canadian Standards Association</i>
ELS-DEF	Estado Limite de Deformação
ELS-F	Estado Limite de Fissuração
ELS-W	Estado Limite de Abertura de Fissuras
ELU	Estado Limite Último
FAPEAL	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas
<i>fib</i>	<i>Fédération Internationale du Béton</i>
FRP	<i>Fiber-Reinforced Polymer</i>
LN	Linha Neutra
NBR	Norma Brasileira
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PRF	Polímeros Reforçados por Fibras
PRFA	Polímeros Reforçados por Fibras de Aramida
PRFB	Polímeros Reforçados por Fibras de Basalto
PRFC	Polímeros Reforçados por Fibras de Carbono
PRFV	Polímeros Reforçados por Fibras de Vidro
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

LISTA DE SÍMBOLOS

Romanos

a	Distância da carga aplicada ao apoio em vigas biapoiadas com aplicação de duas cargas concentradas
A	Área de armadura tracionada
A'	Área de armadura comprimida
A_f	Área de armadura tracionada de PRF
A'_f	Área de armadura comprimida de PRF
A_s	Área de armadura tracionada de aço
A'_s	Área de armadura comprimida de aço
b_w	Largura de uma seção transversal
C_E	Fator de redução ambiental que influencia a resistência da armadura de PRF (ACI 440, 2015)
d	Altura útil de uma seção transversal
d'	Distância do centro de gravidade da armadura de compressão à face mais próxima
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_{ci}	Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto (NBR 6118, 2014)
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do concreto (Eurocode 2, 2004)
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto (NBR 6118, 2014)
E_f	Módulo de elasticidade da armadura de PRF
E_s	Módulo de elasticidade da armadura de aço
f_c	Resistência à compressão do concreto
f'_c	Resistência à compressão característica do concreto (ACI 318, 2014; CSA A23.3, 2007)
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto (NBR 6118, 2014; CSA A23.3, 2007; Eurocode 2, 2004)
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto (Eurocode 2, 2004)
f_{ct}	Resistência do concreto à tração direta
f_{ctm}	Resistência média à tração do concreto (Eurocode 2, 2004)

$f_{ctm,fl}$	Resistência média à tração do concreto na flexão (Eurocode 2, 2004)
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto (NBR 6118, 2014)
$f_{ct,f}$	Resistência do concreto à tração na flexão
$f_{ct,sp}$	Resistência do concreto à tração indireta
f_{ctk}	Resistência característica à tração do concreto
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior à tração do concreto (NBR 6118, 2014; Eurocode, 2004)
$f_{ctk,sup}$	Resistência característica superior à tração do concreto (NBR 6118, 2014; Eurocode, 2004)
f_f	Tensão na armadura de PRF
f_{fu}^*	Resistência à tração da armadura de PRF garantida pelo fabricante
f_{fu}	Resistência de cálculo à tração da armadura de PRF
f_i	Flecha imediata
$f_{i,calc}$	Flecha imediata calculada
$f_{i,exp}$	Flecha imediata experimental
f_r	Resistência à tração do concreto na flexão (ACI 318, 2014; CSA A23.3, 2007)
f_y	Resistência ao escoamento da armadura de aço (ACI 318, 2014; CSA A23.3, 2007)
f_{st}	Resistência à tração da armadura de aço
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento da armadura de aço (NBR 6118, 2014; CSA A23.3, 2007; Eurocode 2, 2004)
f_{ycd}	Resistência de cálculo à compressão da armadura de aço
f_{yk}	Resistência característica à tração da armadura de aço (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
F_{cd}	Força de compressão equivalente em uma seção devido ao concreto comprimido
F_{fd}	Força de tração equivalente em uma seção devido à armadura de PRF
F_{sd}	Força de tração equivalente em uma seção devido à armadura de aço
h	Altura de uma seção transversal
I	Momento de inércia de uma seção transversal
I_c	Momento de inércia de uma seção bruta de concreto
I_{eq}	Momento de inércia equivalente de uma seção transversal
I_l	Momento de inércia não fissurado de uma seção transformada, estágio I

I_{II}	Momento de inércia fissurado de uma seção transformada, estágio <i>II</i>
L	Comprimento do vão de uma viga
L_r	Distância do apoio de uma viga ao ponto onde $M = M_r$
m	Coefficiente do modelo de Branson (1965) para estimar o momento de inércia equivalente em uma viga
m	Momento fletor devido a uma carga unitária aplicada
M	Momento fletor aplicado em uma seção
$M_{máx}$	Momento máximo aplicado em uma seção
M_r	Momento de fissuração de um elemento estrutural
M_s	Momento solicitante de uma seção
M_{serv}	Momento de serviço aplicado em uma seção
M_u	Momento resistente de uma seção
n	Coefficiente da expressão que representa a curva tensão-deformação do concreto comprimido (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
n	Relação entre módulo de elasticidade da armadura e do concreto
P	Carga concentrada aplicada em uma viga
P_r	Carga de fissuração de uma seção
P_u	Carga resistente de uma seção
q	Carga distribuída aplicada em uma viga
x	Posição da linha neutra em uma seção
x_I	Posição da linha neutra em uma seção transformada no Estádio <i>I</i>
x_{II}	Posição da linha neutra em uma seção transformada no Estádio <i>II</i>
x_{III}	Posição da linha neutra em uma seção transformada no Estádio <i>III</i>
y	Altura do bloco de tensão equivalente em uma seção
y_t	Distância do centro de gravidade de uma seção à fibra mais tracionada

Gregos

α	Fator dependente da geometria de uma seção transversal que influencia a resistência à tração na flexão do concreto (NBR 6118, 2014)
α_1	Fator dependente da resistência do concreto que influencia a largura do bloco de tensão equivalente (CSA A23.3, 2007)
α_c	Fator dependente da resistência do concreto que influencia a largura do bloco de tensão equivalente (NBR 6118, 2014)
α_E	Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade (NBR 6118, 2014)
α_i	Parâmetro em função da resistência à compressão característica do concreto que influencia o módulo de elasticidade (NBR 6118, 2014)
β	Constante para levar em conta a redução da contribuição do concreto entre fissuras com o tempo e a fissuração devido à retração (BISCHOFF, 2005)
β	Fator <i>tension stiffening</i>
β	Coefficiente que leva em consideração a influência da duração do carregamento ou de carga repetida na deformação média (Eurocode 2, 2004)
β_1	Fator dependente da resistência do concreto que influencia a altura do bloco de tensão equivalente (ACI 318, 2014; CSA A23.3, 2007)
β_1	Coefficiente adimensional que leva em consideração as condições de aderência da armadura de PRF (CNR-DT 203, 2006)
β_2	Coefficiente adimensional que leva em consideração a duração da carga aplicada em uma viga armada com PRF (CNR-DT 203, 2006)
γ	Coefficiente dependente do carregamento e apoios em uma viga (BISCHOFF; GROSS, 2011)
γ_c	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
γ_{conc}	Peso específico do concreto
γ_f	Coefficiente de ponderação da resistência da armadura de PRF (Eurocode 2, 2004; CNR-DT 203, 2006)
γ_s	Coefficiente de ponderação da resistência do aço (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
$\Delta\psi$	Variação da curvatura em uma seção
$\Delta\psi_{m\acute{a}x}$	Variação máxima da curvatura em uma seção
δ	Deslocamento máximo
ε_c	Deformação específica de encurtamento do concreto comprimido

ε_{c2}	Deformação específica de encurtamento do concreto comprimido no início do patamar plástico (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
ε_{cd}	Deformação específica de cálculo de encurtamento do concreto comprimido
ε_{ct}	Deformação específica de alongamento do concreto tracionado
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto comprimido na ruptura
ε_f	Deformação específica de alongamento da armadura de PRF tracionada
ε_{fd}	Deformação específica de cálculo de alongamento da armadura de PRF tracionada
ε_{fu}^*	Deformação específica da armadura de PRF na ruptura garantida pelo fabricante
ε_{fu}	Deformação de cálculo específica da armadura de PRF na ruptura
ε_s	Deformação específica de alongamento da armadura de aço
ε_{sd}	Deformação específica de cálculo de alongamento da armadura de aço tracionada
ε_y	Deformação específica de escoamento da armadura de aço
ε_{yd}	Deformação de cálculo específica de escoamento da armadura de aço
ε_{yu}	Deformação específica de escoamento da armadura de aço na ruptura
ζ	Coeficiente adimensional utilizado pra calcular o valor do coeficiente γ (BISCHOFF; GROSS, 2011)
ζ	Coeficiente adimensional utilizado pra interpolar entre curvatura não fissurada e fissurada em uma viga (CNR-DT 203, 2006; Eurocode, 2004)
η	Fator dependente da resistência do concreto que influencia a largura do bloco de tensão equivalente (Eurocode 2, 2004)
η_a	Fator de redução ambiental que influencia a resistência da armadura de PRF (CNR-DT 203, 2006)
λ	Fator dependente da resistência do concreto que influencia a altura do bloco de tensão equivalente (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)
λ	Fator dependente do peso específico do concreto que influencia a resistência à tração na flexão do concreto (ACI 318, 2014; CSA A23.3, 2007)
v	Função que representa a linha elástica de uma viga
ρ	Taxa de armadura de tração
ρ'	Taxa de armadura de compressão
ρ_b	Taxa de armadura balanceada de aço
ρ_f	Taxa de armadura de PRF de tração
ρ'_f	Taxa de armadura PRF de compressão

ρ_{fb}	Taxa de armadura balanceada de PRF
ρ_s	Taxa de armadura de aço
σ_c	Tensão de compressão no concreto
σ_{cd}	Tensão de cálculo de compressão no concreto
σ_{ct}	Tensão de tração no concreto
σ_f	Tensão de tração na armadura de PRF
σ_s	Tensão de tração na armadura de aço
σ_{sd}	Tensão de cálculo de tração na armadura de aço
ϕ	Fator de redução da resistência (ACI 318, 2014; ACI 440, 2015)
ϕ_c	Coeficiente de ponderação da resistência do concreto (CSA A23.3, 2007)
ϕ_f	Coeficiente de ponderação da resistência da armadura de PRF (CSA S806, 2012)
ϕ_s	Coeficiente de ponderação da resistência da armadura de aço (CSA A23.3, 2007)
φ	Inclinação da reta secante à curva tensão-deformação específica do concreto comprimido quando a tensão de compressão é igual a $0,4f_c$
φ	Inclinação da reta tensão-deformação específica do aço tracionado
φ_0	Inclinação da reta tangente inicial à curva tensão-deformação específica do concreto comprimido
ψ	Curvatura em uma seção
ψ_{eq}	Curvatura equivalente em uma viga em serviço
ψ_I	Curvatura em uma seção não fissurada
ψ_{II}	Curvatura em uma seção fissurada

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	22
1.1. Comentários iniciais	22
1.2. Objetivos e justificativa	24
1.3. Procedimentos metodológicos	25
1.4. Estruturação do trabalho	26
2. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS CONSTITUINTES.....	27
2.1. Concreto.....	27
2.1.1. Comportamento do concreto comprimido	27
2.1.2. Comportamento do concreto tracionado.....	34
2.1.3. Comportamento ao longo do tempo: retração e fluência.....	37
2.2. Armaduras de aço	38
2.3. Armaduras de PRF.....	41
2.3.1. Constituição das armaduras de PRF	41
2.3.2. Comportamento termomecânico.....	44
3. FATORES QUE INFLUENCIAM OS DESLOCAMENTOS EM VIGAS	48
3.1. Fissuração: estádios de comportamento	48
3.2. Contribuição do concreto entre fissuras.....	50
3.3. Retração e fluência	53
4. AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS IMEDIATOS EM VIGAS.....	54
4.1. Momento de inércia efetivo	55
4.1.1. Método proposto por Branson (1965)	55
4.1.2. Método proposto por Bischoff (2005)	57
4.1.3. Método proposto por Bischoff e Gross (2011).....	58
4.2. Modelo trilinear	60
4.3. Modelo bilinear.....	62

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	63
5.1. Considerações gerais e comportamento dos modelos teóricos.....	63
5.2. Vigas armadas com aço	66
5.2.1. Vigas ensaiadas por Sharif (2012).....	72
5.2.2. Vigas ensaiadas por Ashour (1998).....	75
5.3. Vigas armadas com PRF e aço	79
5.3.1. PRF de vidro	79
5.3.2. PRF de carbono.....	82
5.3.3. Vigas ensaiadas por Ou et al. (2005).....	84
5.4. Vigas armadas com PRF.....	90
5.4.1. PRF de vidro	90
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	95
6.1. Conclusões.....	95
6.2. Sugestões de trabalhos futuros.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE A	102
A.1. Vigas armadas com aço	104
A.2. Vigas armadas com PRF.....	109
APÊNDICE B.....	113
B.1. Pré-processamento	114
B.1.1. Vigas armadas com aço	114
B.1.2. Vigas armadas com PRF e aço	116
B.1.3. Vigas armadas com PRF.....	118
B.2. Cálculo de deslocamento imediato.....	120
B.2.1. Vigas armadas com aço	120
B.2.2. Vigas armadas com PRF e aço	127
B.2.3. Vigas armadas com PRF.....	133

APÊNDICE C	140
C.1. Vigas armadas com aço.....	142
C.2. Vigas armadas com PRF e aço.....	147
C.2.1. PRF de vidro	147
C.2.2. PRF de carbono.....	150
C.3. Vigas armadas com PRF.....	152
C.3.1. PRF de vidro	152
APÊNDICE D	155
D.1. Vigas armadas com aço	156
D.2. Vigas armadas com PRF e aço.....	161
D.2.1. PRF de vidro.....	161
D.2.2. PRF de carbono	164
D.3. Vigas armadas com PRF.....	166
D.3.1. PRF de vidro.....	166

1. INTRODUÇÃO

1.1. Comentários iniciais

O aperfeiçoamento das técnicas de análise estrutural e o desenvolvimento das tecnologias dos materiais utilizados na construção civil têm permitido um grande avanço dos processos construtivos e dos projetos estruturais. Com isso, as edificações passaram a ter estruturas mais esbeltas e verticalizadas. Com esse avanço, surgiram também problemas associados a uma maior fissuração das peças, os quais têm como consequência uma redução da rigidez das seções transversais e aumento dos deslocamentos.

Dentre os requisitos mínimos que uma estrutura de concreto deve ter podem-se destacar: capacidade de resistência, durabilidade e bom desempenho em serviço. A NBR 6118 (2014) no seu item 6.1 afirma: “As estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o período correspondente à sua vida útil.” Durante a elaboração dos projetos estruturais todas as verificações relacionadas com flechas excessivas, fissuras visíveis e vibrações exageradas devem ser efetuadas. Em geral, a questão do controle de fissuração e de deslocamentos tem sido cada vez mais importante no desenvolvimento de projetos. Não basta projetar uma estrutura visando apenas garantir a segurança contra o colapso, uma vez que o atendimento aos limites correspondentes às condições de serviço tem também importância crucial. De acordo com o item 10.4 da NBR 6118 (2014), os estados limites de serviço são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas. Entre eles, destacam-se os estados limites de formação e abertura de fissuras, ELS-F e ELS-W, respectivamente, e de deslocamentos excessivos, ELS-DEF.

Na verificação de deslocamentos devem ser levados em conta as características geométricas das seções, os efeitos da fissuração e a fluência do concreto, ou seja, a deformação diferida que acontece ao longo do tempo. Na realidade, os fenômenos relacionados com o comportamento das peças em condições de serviço apresentam complexidade. A formação de fissuras e as deformações dependem, a princípio, de propriedades não lineares e inelásticas do concreto, as quais, por sua vez, não são facilmente previstas.

A deformação final de uma estrutura depende da extensão da fissuração inicial e esta depende dos procedimentos de construção (como escoramento), da retração, das temperaturas nas primeiras semanas após a concretagem, do processo de cura do concreto, etc. Muitos desses

fatores estão, na maioria dos casos, fora do controle do projetista. Em seu item 17.3.2, a NBR 6118 (2014) prevê as dificuldades acima referidas através da afirmação: “A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo e das propriedades dos materiais – principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração – no momento de sua efetiva solicitação. Em face da grande variabilidade desses parâmetros, existe uma grande variabilidade das deformações reais, não se podendo, portanto, esperar grande exatidão nas previsões de deslocamentos por processos analíticos.” À complexidade inerente a avaliação dos efeitos da fissuração sobre deslocamentos, adicionam-se as influências dos fenômenos de retração e fluência, os quais são tratados conjuntamente. Isto ocorre, dentre outros motivos, porque ambos são caracterizados pela perda de água adsorvida da pasta de cimento, são influenciadas basicamente pelos mesmos fatores (materiais constituintes e dosagem do concreto; condições ambientais de umidade e temperatura; geometria do elemento; idade do concreto quando começa o processo de secagem; e quantidade de armadura de compressão e de tração) e têm como consequência o aumento das deformações e deslocamentos. No entanto, enquanto o fenômeno da retração não depende da aplicação de nenhuma carga, a fluência se caracteriza pelo acréscimo de deformação ao longo do tempo de um elemento submetido à tensão constante (NEVILLE, 1997). No caso particular dos elementos fletidos, a maior ou menor influência da retração também depende da assimetria, tanto no posicionamento quanto nas áreas de aço das armaduras de tração e de compressão. Como a armadura de tração normalmente é maior que a armadura de compressão, o encurtamento devido à retração na região tracionada é menor do que na região comprimida, fazendo com que surja uma curvatura adicional àquela devida à flexão.

O processo de corrosão do aço causa deterioração da armadura e consequente degradação do concreto. Em estruturas submetidas a ambientes agressivos, como os marinhos, combinações de umidade, temperatura e cloretos reduzem a alcalinidade do concreto e podem resultar na corrosão do aço de armadura. O que pode ocasionar perda de funcionalidade da estrutura.

Em ambientes agressivos, as armaduras de polímeros reforçadas por fibras (PRF) são uma alternativa às armaduras de aço no reforço de estruturas de concreto. Como os compósitos de polímeros reforçados por fibras são materiais não-magnéticos e não-corrosivos, os problemas de interferência eletromagnética e corrosão do aço podem ser evitados utilizando armaduras poliméricas. Além disso, esses materiais, em geral apresentam alta resistência à tração, o que os torna adequados para uso em elementos estruturais de concreto armado. As características desse material devem ser consideradas ao determinar se o reforço de PRF é

adequado ou necessário em uma determinada estrutura. As seções de concreto armadas com aço são comumente projetadas para que a ruína ocorra após a deformação excessiva da armadura, pois isso fornece ductilidade e um aviso prévio de falha do elemento. Como armaduras de PRF em geral apresentam um comportamento frágil à ruptura, é necessário reconsiderar essa premissa (ACI 440, 2015).

Como as armaduras de PRF se rompem de forma abrupta, isto é, sem apresentar grandes deformações, em elementos fletidos reforçados com esse material é mais desejável que a ruína ocorra por esmagamento do concreto. Para compensar a falta de ductilidade, o elemento deve possuir uma maior reserva de resistência. A margem de segurança sugerida pela norma ACI 440 (2015) é maior do que a usada no projeto tradicional de concreto armado com aço.

1.2. Objetivos e justificativa

Este trabalho tem como objetivo geral o desenvolvimento de um estudo teórico sobre avaliação de deslocamentos imediatos em vigas de concreto armado com aço e polímeros reforçados por fibras. Especificamente, o projeto tem os seguintes objetivos:

- a) Investigar os efeitos da fissuração sobre a redução da rigidez das seções transversais;
- b) Elaborar um código computacional para avaliação de deslocamentos de vigas de concreto armado.

Os procedimentos disponíveis para avaliação dos deslocamentos em elementos de concreto armado, em geral, apresentam discrepâncias em relação aos resultados experimentais. Isto se justifica pelo uso de hipóteses simplificadoras as quais não levam em consideração vários fatores que influem diretamente nas magnitudes dos deslocamentos (ARAÚJO, 2004; BARRIS, 2010; BISCHOFF, 2005; GHALI et al., 2002; GILBERT, 1999; GILBERT, 2011; KARA; DUNDAR, 2009). O método utilizado por NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2012) para a verificação de flechas imediatas em elementos reforçados com aço, por exemplo, é uma adaptação do modelo proposto por Branson (1965) para vigas biapoiadas sob a ação de cargas uniformemente distribuídas. Considerando estas particularidades, justifica-se a necessidade de se comparar os resultados obtidos através do método proposto por Branson com valores obtidos em ensaios realizados em vigas com outros tipos de carregamentos e apoios. É interessante também comparar resultados de modelos incorporados em normas e códigos de projetos com aqueles provenientes de outros modelos de cálculo propostos mais recentemente, como é o caso da equação proposta por Bischoff (2005).

Em vigas armadas com aço, os métodos simplificados analisados são o método de inércia efetivo proposto por Branson (1965), adotado por NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e

CSA A23.3 (2012); o método sugerido por Bischoff (2005), após reavaliação da expressão mencionada anteriormente; e o modelo bilinear que consiste na interpolação entre duas condições extremas: a condição não-fissurada e a totalmente fissurada, adotado por Eurocode 2 (2004).

Como dito anteriormente, devido às características termomecânicas das armaduras de PRF, em geral, vigas armadas com esse material estão sujeitas a deflexões maiores que as vigas armadas com aço. Desse modo, vários métodos de cálculo, assim como ajustes das expressões existentes, foram propostos por diversos autores. No presente trabalho são avaliados métodos que visam representar um momento de inércia efetivo nas vigas, propostos por Bischoff (2005) e Bischoff e Gross (2011) – adotado por ACI 440 (2015); a expressão proposta por Razaqpur, Svecova e Cheung (2010), que consiste na integração da relação momento-curvatura idealizada trilinear – adotada por CSA S806 (2012); e o modelo bilinear adotado por Eurocode 2 (2004), assim como sua adaptação sugerida por CNR-DT 203 (2006). Embora o Eurocode (2004) não aborde o dimensionamento de estruturas armadas com PRF, o relatório técnico *fib bulletin 40* (2007) sugere modificações à esta norma quando o material em questão é adotado como reforço em elementos de concreto. No Brasil, o tema tem sido estudado na Comissão de Estudo Especial de Materiais Não Convencionais para Reforço de Estruturas de Concreto-ABNT/CEE-193 (BATTAGIN, 2019; MORAES, 2013).

1.3. Procedimentos metodológicos

A elaboração do trabalho teve início com uma ampla pesquisa sobre modelos disponíveis na literatura para avaliação de deslocamentos imediatos em vigas de concreto armado com aço e PRF. Os modelos estudados foram implementados em um código computacional desenvolvido através da plataforma MATLAB® e seus resultados confrontados com valores experimentais encontrados na literatura visando o conhecimento do desempenho dos mesmos. Casos de vigas de concreto, ensaiadas por diversos autores, com diferentes dimensões, taxas de armadura, propriedades mecânicas das armaduras e resistência à compressão do concreto foram analisadas. Todas as vigas estudadas são biapoçadas com duas cargas concentradas simetricamente aplicadas e possuem seção transversal retangular. Foram analisadas vigas com quatro tipos de armação: a) aço; b) polímeros reforçados com fibras de vidro (PRFV) – com barras de aço na zona comprimida; c) polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC) – com barras de aço na zona comprimida; e d) polímeros reforçados com fibras de vidro – com barras de PRFV na região comprimida. Foi também investigada a necessidade de incorporação de ajustes de parâmetros nos modelos estudados.

1.4. Estruturação do trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos e quatro apêndices, detalhados a seguir:

O capítulo 2 refere-se à revisão bibliográfica de propriedades mecânicas dos materiais constituintes das vigas estudadas: concreto, armaduras de aço e armaduras de polímeros reforçados por fibras.

O capítulo 3 trata de fatores que influenciam os deslocamentos em vigas de concreto armado. São abordados: estádios de comportamento, contribuição do concreto entre fissuras, retração e fluência do concreto.

O capítulo 4 apresenta modelos simplificados sugeridos por diversos autores para estimar a variação do momento de inércia em vigas de concreto armado quando em condições de serviço.

No capítulo 5 são expostos os resultados obtidos através dos códigos computacionais desenvolvidos. Diversos gráficos e tabelas são apresentados com o intuito de avaliar flechas imediatas em vigas armadas com aço e PRF calculadas utilizando métodos analíticos simplificados quando confrontadas com valores experimentais.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais da dissertação, bem como sugestões para trabalhos futuros.

O apêndice A trata de forma resumida do dimensionamento de vigas de concreto armado com aço e PRF quando submetidas à flexão. São apresentados os procedimentos de cálculo adotados pelas normas e códigos estudados neste trabalho, além de abordar os diferentes critérios de dimensionamento para os dois tipos de armadura considerados.

O apêndice B traz os códigos computacionais desenvolvidos utilizando a plataforma MATLAB® para o cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com aço e PRF.

O apêndice C apresenta tabelas com dimensões, áreas de armadura e resistência à compressão do concreto das vigas estudadas, além dos carregamentos de serviço adotados e suas flechas correspondentes. Ainda no apêndice C, são apresentadas tabelas com os resultados obtidos através dos códigos desenvolvidos.

Por fim, o apêndice D traz tabelas com a análise dos dados obtidos para todos os tipos de armadura estudados.

2. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS CONSTITUINTES

Na verificação de deslocamentos devem ser levadas em consideração as características geométricas das seções, propriedades de seus materiais constituintes, efeitos da fissuração e fluência do concreto, combinações de ações a serem empregadas e flechas-limites, que estão ligadas ao tipo de elemento estrutural e à sua destinação. Nesse capítulo são estudadas as propriedades mecânicas dos materiais constituintes das vigas avaliadas: concreto e armaduras de aço e de polímeros reforçados por fibras.

2.1. Concreto

O concreto apresenta boa resistência e razoável utilidade quando submetido à compressão e baixa resistência e fragilidade quando solicitado à tração. Dessa forma, a utilização do concreto simples se mostra muito limitada. Assim, fez-se necessário associar o concreto a um material com alta resistência à tração, resultando no concreto armado. O concreto absorve, predominantemente, as tensões de compressão e as armaduras absorvem as tensões de tração – e às vezes de compressão também, como, por exemplo, em pilares e vigas duplamente armadas.

O conceito de concreto armado envolve também a aderência entre os materiais. É imprescindível que haja solidariedade entre o concreto e a armadura, para que ambos trabalhem de forma conjunta. Pode-se definir o concreto armado como *“a união do concreto simples e de um material resistente à tração (envolvido pelo concreto) de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes”*.

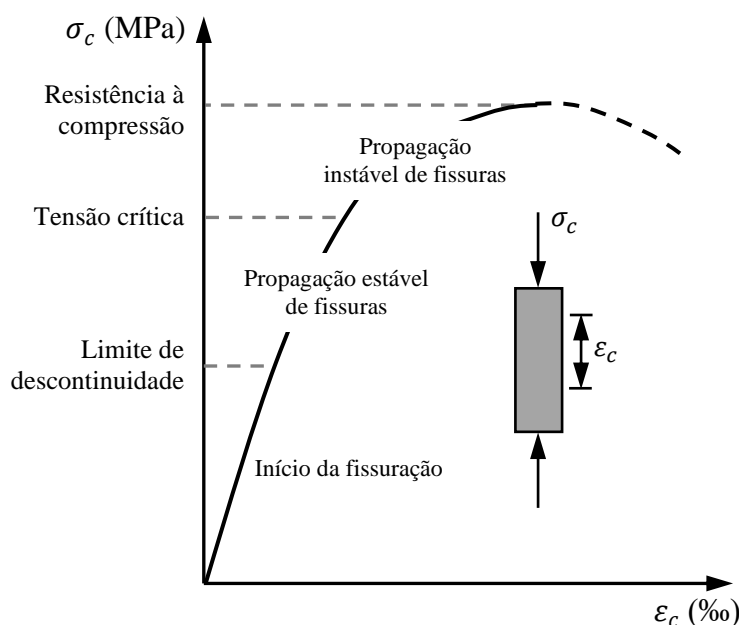
A principal característica mecânica do concreto é sua resistência à compressão, a qual é determinada através de ensaios com corpos de prova submetidos à compressão axial. Esses ensaios também permitem a obtenção de outras propriedades, como, por exemplo, o módulo de elasticidade. Para controle de resistências à tração indireta e à flexão são adotados outros procedimentos e corpos de prova de geometrias próprias. Em geral, os ensaios são realizados na idade padrão de 28 dias, convencionando-se que esta é a idade em que a estrutura deverá receber as cargas referentes à sua vida útil.

2.1.1. Comportamento do concreto comprimido

Embora o concreto simples seja composto basicamente por pasta de cimento e agregados miúdos e graúdos – materiais considerados elásticos e frágeis –, ensaios de compressão longitudinal em corpos de prova cilíndricos de concreto com resistência normal,

em geral, resultam em uma curva tensão-deformação não-linear e aparentemente dútil. Esse fenômeno pode ser explicado pelo desenvolvimento gradual de microfissuras no concreto de acordo com a variação no nível de carga aplicada. Esse processo apresenta quatro fases, como mostra a Figura 1 (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação específica para concreto de resistência normal.



Fonte: Adaptado de Wight e MacGregor (2012).

onde σ_c é a tensão de compressão no concreto; e ε_c , deformação específica de encurtamento do concreto comprimido.

A primeira fase corresponde à fissuração devido à retração no concreto. Nesse nível, as fissuras estão limitadas as já existentes no concreto antes do carregamento. É uma fase em que o diagrama tensão-deformação apresenta um comportamento quase linear.

A segunda fase corresponde a um baixo nível de tensão, até entre 30% e 50% da resistência à compressão do concreto, segundo Mehta e Monteiro (2014). Ocorre um crescimento na quantidade de microfissuras na interface pasta-agregado graúdo e surgem microfissuras na pasta. As fissuras formadas são consideradas estáveis, isto é, irão se propagar apenas se a carga for aumentada. No entanto, uma vez que a fissura tenha se formado, qualquer carga adicional que seria transferida através da interface pasta-agregado graúdo fissurada é redistribuída para interfaces íntegras e para a pasta. Esta redistribuição de carga provoca uma flexão na curva tensão-deformação para tensões acima de, aproximadamente, 40% da resistência à compressão, para cargas de curta duração (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

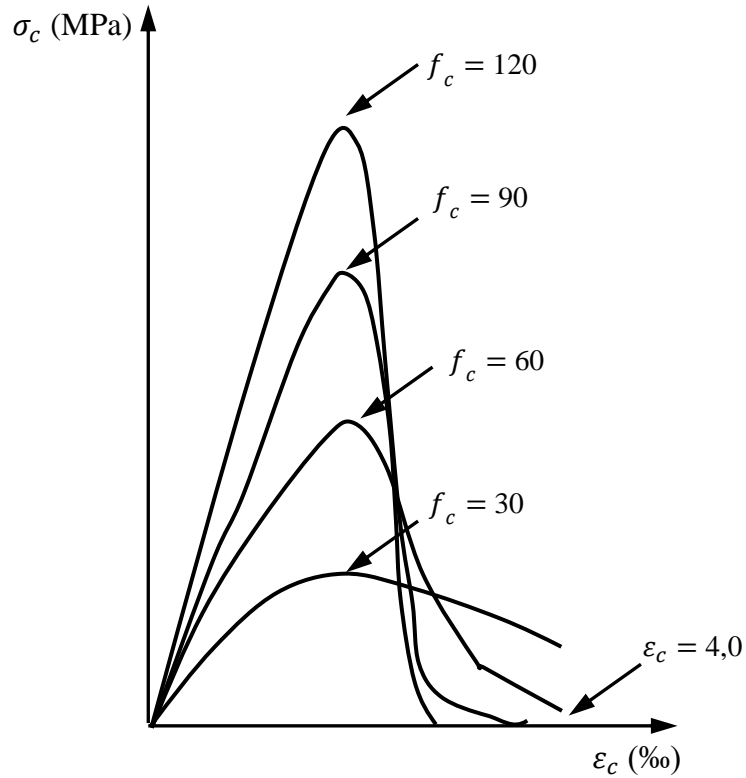
A terceira fase caracteriza-se pela formação de microfissuras intergranulares. É uma fase crítica, onde o diagrama tensão-deformação indica uma queda significativa da rigidez do material, porém sem perda da capacidade resistente. Durante esta etapa, há uma propagação estável das fissuras. O início desse estágio de carregamento é chamado de limite de descontinuidade (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

Finalmente, na quarta fase, com tensões entre 75% e 95% da carga última, há um crescimento acelerado das fissuras, e um padrão contínuo de microfissuras começa a se formar. De modo que há menos regiões íntegras para transportar a carga e o concreto apresenta uma queda da sua capacidade resistente devido à instabilidade da estrutura da pasta promovida pela fissuração contínua até a ruptura. O início desse estágio é chamado de tensão crítica (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

Em concretos de alta resistência a pasta se torna mais resistente que os grãos do agregado graúdo, de modo que não ocorre mais o processo de microfissuração progressiva. A ruptura se dá de modo explosivo, com fraturamento dos grãos de agregado graúdo. O concreto passa a ser um material nitidamente frágil. Nos concretos de alta resistência o fenômeno de ruptura do agregado graúdo já se dá até com os grãos de areia. O material passa então a ter um comportamento extremamente frágil (FUSCO, 2008).

Como mostra a Figura 2, adaptada de Wight e MacGregor (2012), as curvas tensão-deformação em concretos de alta resistência tendem a ter um ramo de carga mais linear e um ramo descendente íngreme.

Figura 2 - Diagramas tensão-deformação específica para concretos de várias resistências.

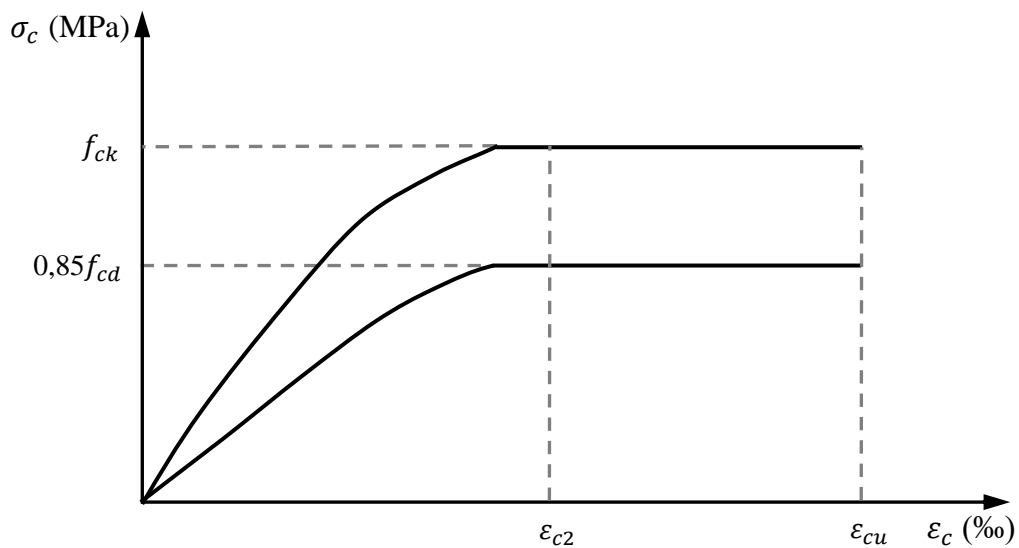


Fonte: Adaptado de Wight e MacGregor (2012).

sendo f_c a resistência à compressão do concreto.

No dimensionamento de estruturas de concreto armado pode ser adotado um diagrama tensão-deformação idealizado, como mostra a Figura 3, a seguir.

Figura 3 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado do concreto comprimido.



Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014).

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; f_{cd} , a resistência de cálculo à compressão do concreto; ε_{c2} , a deformação específica de encurtamento do concreto comprimido no início do patamar plástico; e ε_{cu} , a deformação específica de encurtamento do concreto comprimido na ruptura.

No Eurocode 2 (2004) a resistência à compressão de cálculo do concreto não é multiplicada por 0,85. As expressões que representam as curvas tensão-deformação do concreto comprimido adotadas pela NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004) mostradas na Figura 3 são fornecidas a seguir:

a) NBR 6118 (2014):

$$\sigma_c = \begin{cases} 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ 0,85f_{cd} & \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.1)$$

b) Eurocode 2 (2004):

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ f_{cd} & \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.2)$$

onde o coeficiente n pode definido por:

$$n = \begin{cases} 2 & f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 & f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.3)$$

O valor a ser adotado para a deformação específica de encurtamento no início do patamar plástico, de acordo com a NBR 6118 (2014) e o Eurocode 2 (2004), é definido a seguir:

$$\varepsilon_{c2} = \begin{cases} 2,0\text{‰} & f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} & f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.4)$$

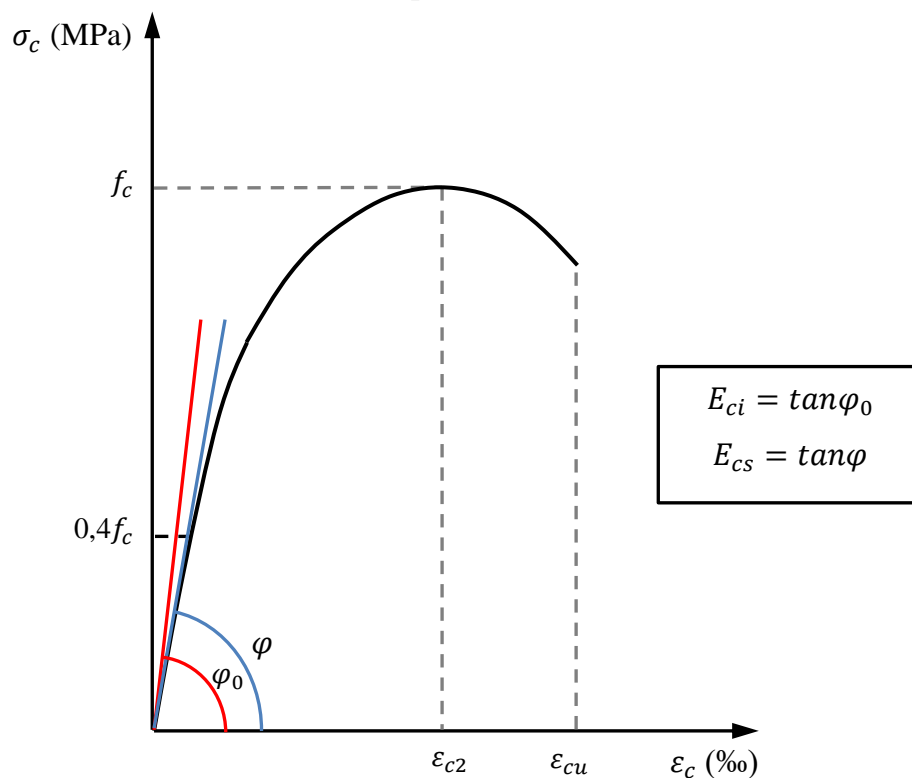
E a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura pode ser expressa da seguinte forma:

$$\varepsilon_{cu} = \begin{cases} 3,5\text{‰} & f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.5)$$

As normas ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2007) adotam ε_{cu} igual a 3,0‰ e 3,5‰, respectivamente.

Através do diagrama tensão-deformação do concreto submetido à compressão também é possível determinar o módulo de elasticidade longitudinal do mesmo, que é um dos parâmetros mais utilizados no cálculo de estruturas, como mostra a Figura 4. De acordo com Mehta e Monteiro (2014), o módulo de elasticidade é afetado pelos seguintes fatores: parâmetros de ensaio – como, por exemplo, umidade do corpo de prova e condições de carregamento –, porosidade da matriz cimentícia – que influencia diretamente no módulo de elasticidade da mesma –, porosidade e composição da interface da zona de transição, módulo de elasticidade e fração volumétrica do agregado, relação água-cimento – que tem influência direta na resistência à compressão do concreto –, entre outros.

Figura 4 - Tipos de módulos de elasticidade do concreto no diagrama tensão-deformação específica.



Fonte: Adaptado de Eurocode 2 (2004).

sendo φ_0 a inclinação da reta tangente inicial à curva tensão-deformação do concreto comprimido; φ a inclinação da reta secante à curva tensão-deformação específica do concreto comprimido quando a tensão de compressão é igual a $0,4f_c$; E_{ci} o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto; e E_{cs} o módulo de elasticidade secante do concreto.

Segundo a NBR 6118 (2014), em análises elásticas de projetos, principalmente para a determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço de estruturas de concreto, deve ser utilizado o módulo de elasticidade secante.

De acordo com Carvalho e Filho (2013), quando o nível de tensão para o módulo secante não é especificado, infere-se que ele seja relativo a uma tensão entre 40% e 50% da resistência à compressão.

Quando não forem feitos ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade por meio das equações apresentadas a seguir, em função da resistência à compressão do concreto em MPa:

a) NBR 6118 (2014):

Módulo de elasticidade inicial:

$$E_{ci} = \begin{cases} \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.6)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto e α_E , um parâmetro em função da natureza do agregado graúdo:

$$\alpha_E = \begin{cases} 1,2 & \text{basalto/diabásio} \\ 1,0 & \text{granito/gnaiss} \\ 0,9 & \text{calcário} \\ 0,7 & \text{arenito} \end{cases}$$

Módulo de elasticidade secante:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (2.7)$$

sendo α_i um parâmetro em função da resistência à compressão característica do concreto:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (2.8)$$

b) ACI 318 (2014):

$$E_c = \begin{cases} 4700 \sqrt{f'_c} & f'_c \leq 40 \text{ MPa} \\ (3320 \sqrt{f'_c} + 6895) \cdot \left(\frac{\gamma_{conc}}{2320} \right)^{1,5} & f'_c > 40 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.9)$$

onde f'_c é a resistência característica à compressão do concreto; e γ_{conc} é o peso específico do concreto, em kgf/m^3 .

c) **CSA A23.3 (2007):**

$$E_c = \begin{cases} 4500\sqrt{f'_c} & f'_c \leq 40\text{MPa} \\ (3300\sqrt{f'_c} + 6900) \cdot \left(\frac{\gamma_{conc}}{2300}\right)^{1,5} & f'_c > 40\text{MPa} \end{cases} \quad (2.10)$$

d) **Eurocode (2004):**

$$E_{cm} = 22 \cdot 10^3 \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (2.11)$$

onde f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto; e $f_{cm} = f_{ck} + 8$, em MPa.

De acordo com a natureza do agregado graúdo, o módulo de elasticidade deve ser aumentado ou reduzido da seguinte forma:

$$\text{Agregado} \begin{cases} \text{basalto} + 20\% \\ \text{quartzo} \\ \text{calcário} - 10\% \\ \text{arenito} - 30\% \end{cases}$$

2.1.2. Comportamento do concreto tracionado

Como já foi mencionado anteriormente, o concreto é um material que não resiste bem à tração, de modo que nos procedimentos de dimensionamento, em geral, sua contribuição na resistência da peça não é considerada. Um dos motivos mais relevantes para seu baixo valor é que o concreto apresenta, mesmo em estágios anteriores ao do carregamento, uma microestrutura com elevado número de pequenas fissuras. Estas têm pouca importância quando o concreto está submetido à compressão porque esse tipo de solicitação faz com que as faces fissuras se aproximem, permitindo a transferência de esforços, o que não ocorre quando a peça está tracionada.

De acordo com McCormac e Brown (2016), a resistência à tração (f_{ct}) está relacionada ao tamanho e extensão das fissuras no concreto. Seu valor é aproximadamente entre 8% e 15% do valor da resistência à compressão. Essa propriedade é de difícil medição experimentalmente quanto a cargas axiais devido à dificuldade de prender as extremidades do corpo de prova e ao mesmo tempo evitar concentração de tensões nessas regiões. Como resultado dessa limitação, foram desenvolvidos dois tipos de ensaios indiretos para medir a resistência à tração de uma

peça: ensaio de compressão diametral – ou tração indireta – e ensaio de flexo-tração, que fornecem valores referentes à resistência à tração indireta ($f_{ct,sp}$) e resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$), respectivamente.

Na ausência de dados provenientes de ensaios, a resistência à tração direta e à flexão podem ser avaliadas por meio das equações apresentadas a seguir, para valores em MPa.

a) NBR 6118 (2014):

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (2.12)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad (2.13)$$

$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0,3f_{ck}^{2/3} & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.14)$$

onde $f_{ctk,inf}$ é a resistência característica inferior à tração do concreto; e $f_{ctk,sup}$, a resistência característica superior à tração do concreto.

Para determinação do momento fletor de fissuração no estado-limite de deformação deve ser usado o valor médio da resistência à tração, $f_{ct,m}$.

Em seu item 17.3.1., a NBR 6118 (2014) correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta adotando o fator α .

$$f_{ct,f} = \alpha f_{ct} \quad (2.15)$$

sendo

- $\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T ;
- $\alpha = 1,3$ para seções I ou T invertido;
- $\alpha = 1,5$ para seções retangulares.

b) ACI 318 (2014):

$$f_r = 0,62\lambda\sqrt{f'_c} \quad (2.16)$$

onde f_r é a resistência à tração do concreto na flexão e λ é um parâmetro que depende do peso específico do concreto; para concretos de peso específico normal pode ser adotado $\lambda = 1$.

c) CSA A23.3 (2007):

$$f_r = 0,60\lambda\sqrt{f'_c} \quad (2.17)$$

d) Eurocode 2 (2004):

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ctm} \quad (2.18)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ctm} \quad (2.19)$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}} & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.20)$$

onde $f_{cm} = f_{ck} + 8$, em MPa.

Para determinação do momento de fissuração no estado-limite de deformação deve ser usado o valor médio da resistência à tração, f_{ctm} .

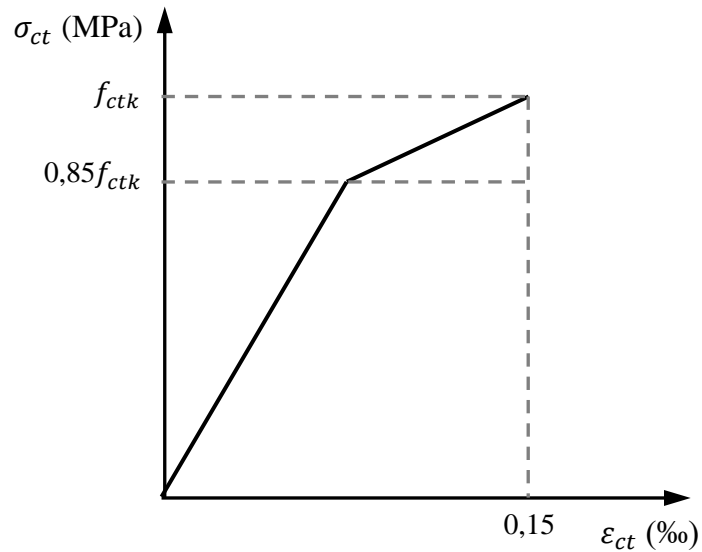
Em seu item 3.1.8., o Eurocode 2 (2004) correlaciona a resistência à tração na flexão média a resistência à tração direta média e a altura da seção h , em mm:

$$f_{ctm,fl} = \max\left\{\left(1,6 - \frac{h}{1000}\right)f_{ctm}; f_{ctm}\right\} \quad (2.21)$$

O valor do momento de fissuração é diretamente proporcional à resistência à tração na flexão do concreto. É importante adotar um valor apropriado de $f_{ct,f}$ para prever se a seção irá fissurar; e, caso positivo, avaliar seu efeito nos deslocamentos. Os valores de f_{ct} determinados através de ensaios de laboratório para uma determinada mistura de concreto podem diferir do valor médio $f_{ct,m}$ em mais ou menos 30%. O valor de f_{ct} em um elemento varia de seção para seção e, dessa forma, as fissuras não se formam em um mesmo nível de carga. Além disso, em uma estrutura, o valor de f_{ct} é geralmente menor que o valor medido através de ensaios com corpos de prova; a diferença entre os dois valores é maior em espécimes de maiores dimensões. Isso pode ser atribuído ao micro fissuramento e à retração próxima à face, resultante da perda de água em concretos recém moldados (GHALI; FRAVE; ELDBADRY, 2002).

Para o concreto não fissurado, submetido a tensões de tração, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear mostrado na Figura 5, proposto no item 8.2.10.2 da NBR 6118 (2014).

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado do concreto tracionado.



Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014).

onde σ_{ct} é a tensão de tração no concreto; ε_{ct} , a deformação específica de alongamento do concreto tracionado; e f_{ctk} , a resistência característica à tração do concreto.

2.1.3. Comportamento ao longo do tempo: retração e fluência

As deformações no concreto, que constantemente levam à fissuração, ocorrem como consequência da resposta do material a carregamentos externos e às condições ambientais. Estas deformações podem ser classificadas basicamente como: retração por secagem, deformação imediata – ou instantânea – e deformação lenta – ou fluência. Em geral, é interessante estudar os fenômenos de retração e fluência do concreto em conjunto, pois ambos possuem origens e curvas de deformação no tempo similares, além de usualmente serem influenciados pelos mesmos fatores. Em suma, tanto a retração quanto a fluência estão relacionadas com a movimentação da água absorvida pela pasta de cimento. No primeiro caso esta movimentação é causada pela diferença relativa de umidade entre o concreto e o ambiente. Já a fluência do concreto se deve à migração de água devido à aplicação de uma carga externa e pode ser dividida em dois tipos: fluência básica e fluência por secagem. A fluência básica é caracterizada pelo aumento de deformação ao longo do tempo com tensão constante sob condições de umidade relativa de 100%. A fluência por secagem é uma fluência adicional que ocorre quando a peça está sob carga e sob secagem. Dessa forma, a fluência total é a soma da fluência básica e da fluência por secagem. Em geral, a fluência é tida como a diferença entre a deformação ao

longo do tempo devido à aplicação de uma carga e a soma da deformação instantânea e da deformação devido à retração (MEHTA; MONTEIRO, 2006).

Sob condições comuns, é provável que cerca de 90% da retração ocorra no primeiro ano após a concretagem do elemento. A quantidade de água perdida varia com a distância do local analisado ao exterior da peça. Além disso, quanto maior a área da superfície de um elemento em relação ao seu volume, maior a retração; isto é, elementos com pequenas seções transversais se retraem de forma mais uniforme do que aqueles com grandes dimensões (McCORMAC; BROWN, 2016).

Se a carga for deixada aplicada por um longo período de tempo, o elemento continuará a deformar-se por vários anos, e a deformação final geralmente será de duas a três vezes maior que a deformação inicial. Isso significa que as deflexões ao longo do tempo também podem ser duas ou três vezes maiores que as deflexões iniciais. Estima-se que 75% da fluência total ocorre durante o primeiro ano após a moldagem do elemento.

A evolução da deformação devida à fluência é amplamente dependente da magnitude da tensão aplicada, sendo quase diretamente proporcional à tensão, desde que esta não seja maior que cerca de $0,5f_c$. Acima desse nível, os efeitos da fluência sobre a estrutura aumentam rapidamente. Cargas de longa duração não apenas causam fluência, mas também podem afetar adversamente a resistência do concreto. O fenômeno de decréscimo gradual na tensão aplicada ao concreto ao longo do tempo é chamado relaxação. Para cargas mantidas em amostras carregadas concêntricamente por um ano ou mais, pode haver uma redução da resistência à compressão do concreto de 15% a 25% (MEHTA; MONTEIRO, 2006; McCORMAC; BROWN, 2016).

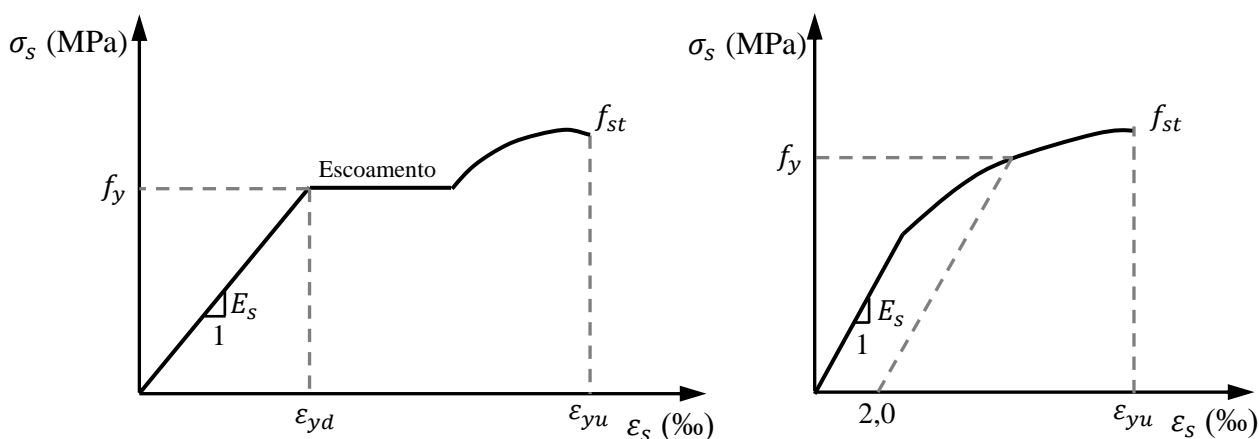
2.2. Armaduras de aço

O material utilizado como reforço de vigas de concreto armado influencia diretamente na magnitude dos deslocamentos nesses elementos. Desse modo, é de extrema importância o estudo das propriedades mecânicas das armaduras utilizadas.

O aço é o material mais utilizado como reforço em estruturas de concreto armado; ele pode ser classificado na forma de barras e fios. As barras são obtidas por laminação a quente e os fios por laminação a frio ou trefilação. A forma do diagrama tensão-deformação dos aços, obtido em um ensaio de tração simples, é influenciada pelo processo de fabricação. As barras, obtidas exclusivamente por laminação a quente, apresentam um patamar de escoamento, como indicado na Figura 6. Os fios, obtidos por trefilação, não apresentam um patamar de escoamento

definido, como mostra a Figura 6. Nesses casos, a tensão de escoamento é o valor convencional que corresponde a uma deformação específica permanente de 2,0‰.

Figura 6 - Diagrama tensão-deformação específica típico de aços com e sem patamar de escoamento.

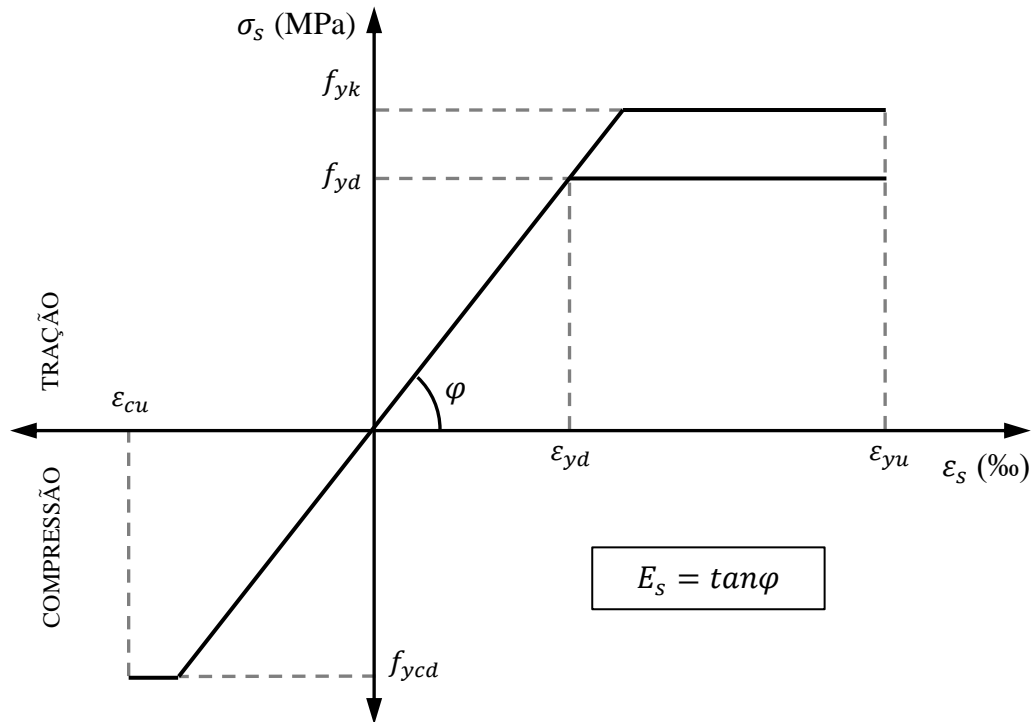


Fonte: Autora (2019).

onde σ_s é a tensão de tração na armadura de aço; f_y , a resistência ao escoamento da armadura de aço; f_{st} , a resistência à tração da armadura de aço; ϵ_s , a deformação específica de alongamento da armadura de aço; ϵ_{yd} , a deformação de cálculo específica de escoamento da armadura de aço; ϵ_{yu} , a deformação específica de escoamento da armadura de aço na ruptura; e E_s , o módulo de elasticidade da armadura de aço.

O diagrama tensão-deformação, mostrado na Figura 7, representa um material elastoplástico perfeito. De acordo com a NBR 6118 (2014), as deformações últimas das armaduras de aço são limitadas a 10,0‰ para a tração (alongamento) e 3,5‰ para a compressão (encurtamento). Esse encurtamento é fixado em função dos valores máximos adotados para o material concreto.

Figura 7 - Diagrama tensão-deformação específica idealizado de aços com patamar de escoamento.



Fonte: Adaptado de NBR 6118 (2014).

onde f_{yk} é a resistência característica à tração da armadura de aço; f_{yd} , a resistência de cálculo ao escoamento da armadura de aço; e f_{ycd} , a resistência de cálculo à compressão da armadura de aço.

As propriedades mecânicas mais importantes do aço utilizado como armadura de elementos de concreto são: resistência ao escoamento, limite de resistência e alongamento de ruptura. A resistência ao escoamento é a máxima tensão que a armadura deve suportar no regime elástico. A partir dela o aço se deforma de modo permanente. O limite de resistência corresponde à tensão máxima suportada pelo material e com a qual ele se rompe. O alongamento na ruptura se refere à variação de comprimento do corpo de prova correspondente à ruptura.

Nos aços com patamar de escoamento definido, a deformação de cálculo específica correspondente ao início do patamar é obtida através da Equação (2.22), abaixo. Nos aços sem patamar de escoamento definido, através da Equação (2.23):

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} + 2,0\text{‰} \quad (2.23)$$

De acordo com a NBR 6118 (2014), o módulo de elasticidade longitudinal dos aços para concreto armado pode ser admitido igual a 210 GPa. Os códigos ACI 318 (2014), CSA A23.3 (2007) e Eurocode 2 (2004) sugerem que seja adotado 200 GPa.

2.3. Armaduras de PRF

O uso de armaduras de Polímeros Reforçados por Fibras (PRF) – ou, em inglês, *Fiber-Reinforced Polymer (FRP)* – em peças de concreto é um segmento em crescimento na aplicação de compósitos poliméricos. Neste tópico são apresentadas, de forma resumida, as principais características das fibras e matrizes mais utilizadas na fabricação de armaduras de PRF, além de valores típicos de suas principais propriedades termomecânicas.

2.3.1. Constituição das armaduras de PRF

Um compósito é um material constituído, em escala macroscópica, por duas ou mais fases, denominadas reforço e matriz. As fases do compósito possuem diferentes papéis que dependem do tipo e da aplicação do material. No caso de armaduras de polímeros reforçados por fibras, o reforço, usualmente na forma de fibras contínuas, é a espinha dorsal do material e determina sua rigidez e resistência mecânica. Por sua vez, a matriz polimérica fornece proteção e suporte às fibras, além de transferir as tensões locais de uma fibra para a outra.

No mercado, já se encontra disponível uma grande variedade de fibras para uso como reforço de compósitos, cada uma com suas vantagens e desvantagens. Os principais tipos de fibras utilizadas em armaduras são: vidro, carbono, aramida (Kevlar®) e basalto. Algumas das principais características desses materiais são:

- **Fibras de vidro:** São as fibras utilizadas com mais frequência devido ao seu baixo custo e alta resistência à tração. As fibras de vidro têm como principal componente a sílica. Os tipos *E* e *S* são os mais utilizados na fabricação de armaduras de PRF. As fibras do tipo *E* apresentam alta capacidade de isolamento elétrico, baixa suscetibilidade à umidade e altas propriedades mecânicas. As do tipo *S* possuem maior resistência à tração e módulo de elasticidade, mas seu maior custo as torna menos utilizada em comparação com as do tipo *E*. Armaduras fabricadas com fibras de vidro exibem boas propriedades de isolamento térmico e elétrico. Apresentam como principais desvantagens módulo de elasticidade relativamente reduzido em relação a armaduras com outros tipos de PRF e de aço, suscetibilidade à ruptura por fluência e reduzida resistência à umidade e a ambientes alcalinos (BANK, 2006; DANIEL; ISHAI, 2006; NANNI; DE LUCA; ZADEH, 2014).

- **Fibras de carbono:** São as mais utilizadas na engenharia civil. Em geral, são constituídas de poliácridonitrila. Essas fibras possuem alta resistência e alto módulo de elasticidade. Além disso, possuem elevada resistência à fadiga, alta resistência a ataque alcalino ou ácido, baixo coeficiente de expansão térmica na direção longitudinal à seção transversal, resistência ao impacto baixa e alta condutividade elétrica. Geralmente, esse tipo de fibra é cerca de 10 vezes mais cara que a fibra de vidro (BANK, 2006; DANIEL; ISHAI, 2006; NANNI; DE LUCA; ZADEH, 2014).

- **Fibras de aramida:** São fibras orgânicas da família das poliamidas aromáticas, desenvolvidas para aplicações industriais exigentes e tecnologicamente avançadas. São caracterizadas por possuírem elevada resistência mecânica, alta estabilidade dimensional, módulo de elasticidade alto e baixa densidade, em relação às fibras de vidro, carbono e basalto, podendo apresentar resistência mecânica até cinco vezes superior ao aço. As fibras de aramida são bons isolantes tanto de eletricidade quanto de calor, sendo também resistentes a solventes orgânicos, combustíveis e lubrificantes. Elas são sensíveis à luz ultravioleta, alta temperatura e alta umidade. Kevlar® é o tipo mais comum de fibra de aramida. O alto custo limita o uso desse material para fabricação de armaduras de PRF (BANK, 2006; DANIEL; ISHAI, 2006; NANNI; DE LUCA; ZADEH, 2014).

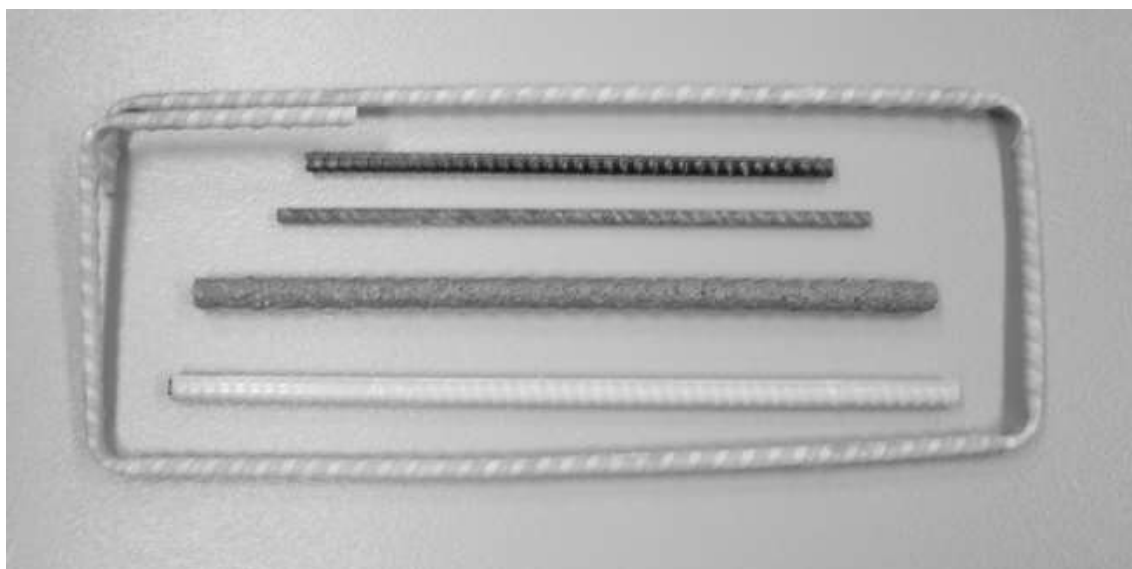
- **Fibras de basalto:** São constituídas por um material inorgânico proveniente de rochas vulcânicas de mesmo nome, sendo uma das rochas mais abundantes na crosta terrestre. A utilização desse tipo de fibra como reforço em compósitos é relativamente nova, principalmente quando comparada às fibras de vidro e carbono. Os códigos que tratam de estruturas de concreto com armaduras de PRF estudados neste trabalho não contemplam as fibras de basalto. Porém, elas têm sido cada vez mais estudadas uma vez que apresentam propriedades físicas e mecânicas similares às das fibras de vidro. Além disso, são consideradas mais ecologicamente corretas, pois requerem menos energia para serem produzidas. As fibras de basalto são ligeiramente mais resistentes que as fibras de vidro do tipo *E*, mais seguras para o meio ambiente, não-tóxicas, não-corrosivas e não-magnéticas, e possuem alta estabilidade térmica e características isolantes. Além disso, esse tipo de fibra apresenta a possibilidade de modificar suas propriedades mecânicas através da alteração de sua composição química, resultando em uma fibra com módulo de elasticidade maior que a de vidro tipo *E* (BANK, 2006; NANNI; DE LUCA; ZADEH, 2014).

Quatro tipos de matrizes são mais utilizados em compósitos em geral: poliméricas, metálicas, cerâmicas e de carbono, sendo matrizes poliméricas as mais comuns. Resinas poliméricas podem ser classificadas genericamente como termoplásticas ou termofixas. As

resinas termoplásticas constituem a maior parte dos polímeros existentes. Elas são materiais que podem tornar-se, repetidamente, num produto plástico quando aquecido e num produto rígido quando resfriado. Estas não sofrem qualquer transformação química durante o processo e tem como principais vantagens a facilidade de armazenamento e reciclagem, uma vez que não formam uma estrutura irreversível. Em contrapartida, elas têm um processamento mais difícil, o que corresponde a um acréscimo de custo, e apresentam maior dificuldade de impregnação e adesão às fibras, quando comparadas às resinas termofixas. Já as resinas termofixas, devido à sua estrutura intermolecular estreitamente encadeada em todas as direções, são estáveis a variações de temperatura e não podem ser fundidas. As principais vantagens que estas resinas apresentam são a facilidade de impregnação das fibras e boa propriedade de adesão. Por isso, geralmente as resinas termofixas são as escolhidas para formar as matrizes em materiais compósitos poliméricos. Entre as resinas termofixas, as mais utilizadas são: poliéster, vinil éster, epóxi e fenólicas (BANK, 2006; DANIEL; ISHAI, 2006; NANNI; DE LUCA e ZADEH, 2014).

Atualmente as armaduras poliméricas reforçadas com fibras usadas comercialmente são produzidas utilizando-se resinas vinil éster e epóxi reforçadas com fibras de vidro, carbono, aramida ou basalto. Essas armaduras são reforçadas longitudinalmente com volume de fibras entre 50% e 65% e possuem superfícies rugosas para facilitar a aderência ao concreto. Na Figura 8 são apresentadas barras de PRF típicas.

Figura 8 - Barras de PRF de carbono e vidro.

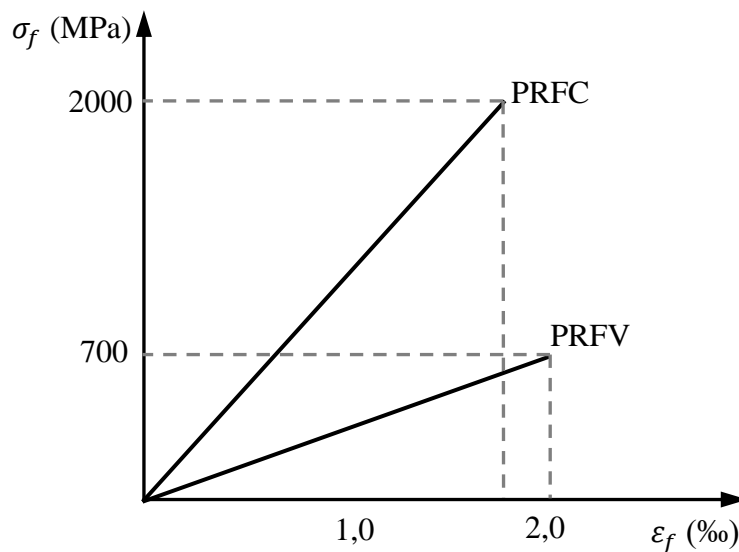


Fonte: Bank (2006).

2.3.2. Comportamento termomecânico

Armaduras de PRF são tipicamente elásticas e frágeis, de modo que o diagrama tensão-deformação é elástico linear até a ruptura, como pode ser observado na Figura 9. A resistência à tração decresce com o aumento do diâmetro, porém o valor do módulo de elasticidade não sofre grandes alterações. Como a resina, em geral, possui resistência muito menor que as fibras, o volume de fibras afeta diretamente nas propriedades mecânicas da armadura, da mesma forma que o processo de fabricação e controle de qualidade adotados.

Figura 9 - Diagrama tensão-deformação específica típico de armaduras de PRFV e PRFC.



Fonte: Adaptado de Nanni, de Luca e Zadeh (2014).

onde σ_f é a tensão de tração na armadura de PRF e ϵ_f , a deformação específica de alongamento da armadura de PRF tracionada.

Os coeficientes de dilatação térmica de armaduras de PRF variam de acordo a direção, tipo de fibra, de resina e do volume de fibras. O coeficiente na direção longitudinal é governado pelas propriedades das fibras, enquanto na direção transversal é dominado pela resina. A Tabela 1 apresenta valores típicos dos coeficientes de dilatação térmica longitudinal e transversal de armaduras poliméricas reforçadas por fibras de vidro, carbono e aramida, assim como do aço e do concreto. Armaduras de PRF de carbono e aramida se contraem na direção longitudinal quando a temperatura aumenta e se dilatam quando a temperatura diminui. Polímeros reforçados por fibras possuem coeficientes de dilatação térmica na direção transversal muito maior que na direção longitudinal e que o coeficiente de dilatação do concreto; esta diferença pode causar fissuras no interior dos elementos estruturais com a variação da temperatura, e, em

último caso, falha no cobrimento do concreto. Resultados experimentais mostram que uma razão entre cobrimento e diâmetro da armadura maior que 1,6 é suficiente para evitar fissuras no concreto sob temperaturas de 80°C e que não há redução significativa na aderência entre a armadura e o concreto para temperaturas até 60°C (ACI 440, 2015).

Tabela 1 - Valores típicos de coeficiente de dilatação térmica do concreto e de armaduras de aço e PRF.

Coeficiente de dilatação térmica	Concreto	Aço	PRFV	PRFC	PRFA
Na direção longitudinal ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	7,2 a 10,8	11,7	6 a 10	-9 a 0	-6 a -2
Na direção transversal ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	7,2 a 10,8	11,7	21 a 23	74 a 104	60 a 80

Fonte: Adaptado de ACI 440 (2015).

Nesta última tabela, as siglas têm os seguintes significados: PRFV - Polímeros Reforçados por Fibras de Vidro; PRFC - Polímeros Reforçados por Fibras de Carbono; PRFA - Polímeros Reforçados por Fibras de Aramida.

O comportamento das armaduras de PRF tracionadas é caracterizado pela relação tensão-deformação linear elástica até a ruptura, isto é, diferentemente do aço, esse tipo de material não apresenta patamar de escoamento. Na Figura 9 estão representadas as relações tensão-deformação típicas de armaduras de PRFV e PRFC.

Se comparadas com as armaduras de aço, as de PRF oferecem, em geral, maior resistência à tração de ruptura, menor deformação de ruptura e menor módulo de elasticidade. A resistência à tração de uma armadura de PRF varia com o seu diâmetro, enquanto o módulo de elasticidade permanece constante. A Tabela 2, a seguir, adaptada de ACI 440 (2015), apresenta valores típicos de algumas propriedades mecânicas de armaduras de PRF e, a título de comparação, de aço.

A resistência à tração e a rigidez de uma armadura de PRF dependem de vários fatores. Como a matriz polimérica possui resistência muito menor que as fibras, a proporção de volume de fibra em relação ao volume total afeta de forma significativa as propriedades das armaduras de PRF. A cura, o processo de fabricação e o controle de qualidade também afetam as propriedades mecânicas desses materiais. Dessa forma, no dimensionamento de elementos de concreto com armaduras de PRF é interessante que valores das propriedades mecânicas sejam

obtidos através de catálogos de fabricantes e, se possível, quantifica-las em testes experimentais.

Tabela 2 - Valores típicos de algumas propriedades mecânicas de armaduras de aço e PRF.

Propriedade	Aço	PRFV	PRFC	PRFA
Resistência ao escoamento na tração (MPa)	276 a 517	-	-	-
Resistência de ruptura à tração (MPa)	483 a 1600	483 a 690	600 a 3690	1720 a 2540
Módulo de elasticidade (GPa)	200	35 a 51	120 a 580	41 a 125
Deformação de escoamento (%)	0,14 a 0,25	-	-	-
Deformação de ruptura (%)	6 a 12	1,2 a 3,1	0,5 a 1,7	1,9 a 4,4

Fonte: Adaptado de ACI 440 (2015).

De acordo com ACI 440 (2015), as propriedades mecânicas fornecidas pelos fabricantes não levam em consideração os efeitos da exposição ao meio ambiente, por longo prazo, que em vários casos pode reduzir a resistência à tração de armaduras de PRF. As propriedades dos materiais usadas nas equações de projeto devem ser reduzidas com base no tipo e nível de exposição ambiental.

A resistência e a deformação de cálculo são determinadas multiplicando-se a resistência e a deformação fornecidas pelo fabricante por um fator de redução ambiental, que depende do tipo de fibra e o local de uso do elemento, como mostra a Tabela 3. Vale salientar que não é necessário reduzir o módulo de elasticidade da armadura.

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (2.24)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (2.25)$$

onde f_{fu}^* é a resistência à tração garantida pelo fabricante; f_{fu} é a resistência à tração de cálculo; ε_{fu}^* é a deformação de ruptura garantida pelo fabricante; ε_{fu} é a deformação específica de cálculo; e C_E é o fator de redução ambiental.

De acordo com Bank (2006), o uso do fator de redução ambiental se faz necessário, pois, embora as armaduras de PRF não sejam suscetíveis à corrosão convencional, como a que afeta os materiais metálicos, essas podem deteriorar-se em uma variedade de ambientes, tanto alcalinos quanto ácidos. Fibras de vidro são especialmente vulneráveis à corrosão em soluções neutras e alcalinas, devido à lixiviação da fibra. Fibras de aramida não lixiviam como as de vidro, mas são conhecidas por absorverem umidade e dilatarem, levando à perda de propriedades mecânicas e físicas. As fibras de carbono são as mais quimicamente inertes e são geralmente recomendadas quando exposição extrema a ambientes aquosos químicos é prevista.

Além disso, a matriz polimérica está sujeita à deterioração em vários ambientes químicos. A superfície externa das armaduras é a parte mais vulnerável. Uma vez que ela tenha sido rompida, a difusão de soluções químicas para o interior da armadura pode ocorrer mais rapidamente. Em alguns casos, uma envoltória helicoidal ou uma camada deformada podem ajudar a proteger a superfície externa.

Tabela 3 - Valores do fator de redução ambiental de acordo com o tipo de fibra.

Condições de Exposição	Tipo de Fibra	Fator de Redução Ambiental
Concreto não exposto ao solo e a condições meteorológicas	Carbono	1,0
	Vidro	0,8
	Aramida	0,9
Concreto exposto ao solo e a condições meteorológicas	Carbono	0,9
	Vidro	0,7
	Aramida	0,8

Fonte: Adaptado de ACI 440 (2015).

A norma CNR-DT 203 (2006) também adota o fator de redução ambiental com valores iguais aos apresentados pela Tabela 3, porém com a denominação η_a .

De acordo com Nanni, de Luca e Zadeh (2014), diferentemente de elementos fletidos de concreto com armaduras de aço, a contribuição das armaduras de PRF na compressão não aumenta a resistência da seção nem reduz os efeitos de fluência no concreto, pois elas apresentam resistência à compressão significativamente menor que a resistência à tração. Por esse motivo, o ACI 440 (2014) não recomenda o uso de armação de PRF na zona comprimida de elementos submetidos à flexão, mas permite seu uso para fins construtivos.

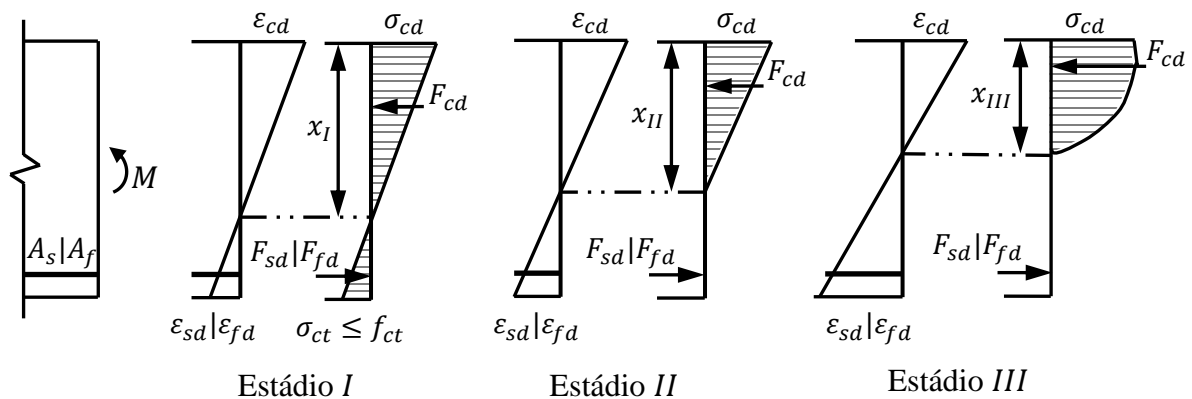
3. FATORES QUE INFLUENCIAM OS DESLOCAMENTOS EM VIGAS

Segundo a NBR 6118 (2014), a verificação do estado limite de deformação excessiva dos elementos estruturais lineares de concreto armado deve ser feita através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, isto é, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo. Neste capítulo são abordados alguns fatores que têm influência em flechas imediatas: estádios de comportamento, contribuição do concreto entre fissuras, retração e fluência do concreto.

3.1. Fissuração: estádios de comportamento

Admitindo-se uma seção submetida a um momento fletor crescente de zero até a sua ruptura, seu comportamento pode ser subdividido em três níveis de deformação, denominados estádios de fissuração. Os estádios *I* e *II* correspondem às situações de serviço e o estágio *III*, à ruína da peça. A Figura 10 apresenta os diagramas de deformação e tensão normal para uma seção retangular de concreto armado submetida à flexão simples nos três mencionados estádios.

Figura 10 - Diagramas de deformação e tensão normal de uma seção flexionada nos estádios *I*, *II* e *III*.



Fonte: Autora (2019).

sendo ε_{cd} a deformação específica de cálculo de encurtamento do concreto; σ_{cd} a tensão de cálculo de compressão no concreto; σ_{ct} a tensão de tração no concreto; f_{ct} a resistência do concreto à tração direta; F_{cd} a força de compressão equivalente; $A_s|A_f$ a área de armadura; $\varepsilon_{sd}|\varepsilon_{fd}$ a deformação específica de cálculo de alongamento da armadura; $F_{sd}|F_{fd}$ a força de tração equivalente; e x_I , x_{II} e x_{III} a altura da linha neutra nos estádios *I*, *II* e *III*, respectivamente.

No estágio *I*, a tensão de tração no concreto é inferior à sua tensão de ruptura, não havendo, assim, fissuras no elemento estrutural. Nesse caso, admite-se que o concreto e a armadura se comportam de forma elástica e linear – o diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear e as tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações.

Nos estados-limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio *I* e parcialmente no estágio *II*. De acordo com Pinheiro (2007), o que separa o estágio *I* do estágio *II* é o momento de fissuração. Os códigos e normas NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2007) sugerem que o cálculo do momento de fissuração em vigas de concreto armado seja feito utilizando a seguinte equação aproximada:

$$M_r = \frac{f_{ct,f} I_c}{y_t} \quad (3.1)$$

onde $f_{ct,f}$ é a resistência do concreto à tração na flexão; y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada; e I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, isto é, sem considerar a presença da armadura. Ghali, Frave e Elbadry (2002) sugerem que no cálculo do momento de fissuração seja adotado o momento de inércia da seção transformada.

Leonhardt (1971) recomenda que seja adotada a seção homogeneizada para elementos submetidos à flexão com taxas de armadura maiores que 0,5%, e no caso de peças com taxas menores que essa, pode-se considerar apenas a seção bruta de concreto. Segundo o autor, a armadura de compressão pode ser desprezada para taxas menores que 0,4%, sendo importante para o deslocamento no tempo no caso de taxas maiores.

A altura da linha neutra e o momento de inércia da seção retangular não fissurada e homogeneizada podem ser calculados através das seguintes equações:

$$x_I = \frac{b_w \frac{h^2}{2} + (n-1)(Ad + A'd')}{b_w h + (n-1)(A + A')} \quad (3.2)$$

$$I_I = \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \left(x_I - \frac{h}{2} \right)^2 + (n-1)A(x_I - d)^2 + (n-1)A'(x_I - d')^2 \quad (3.3)$$

onde b_w é a largura da alma da seção; h , a altura; d , a altura útil; d' , a distância do centro de gravidade da armadura de compressão à face mais próxima; A , a área de armadura de tração; A' , a área de armadura de compressão; e n é igual à relação entre o módulo de elasticidade da armadura e do concreto.

No Estádio *II*, as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da *LN* terão valores maiores que o da resistência à tração característica do concreto. Logo, apenas a armadura resiste aos esforços de tração e o concreto apresenta fissuras visíveis. Nessa situação, ainda é possível admitir que o diagrama de tensão de compressão no concreto continua linear.

Aplicando-se um momento maior que o momento de fissuração, o cálculo do momento de inércia no estágio *II* é feito a partir da posição da linha neutra, obtida igualando a zero o momento estático da seção homogeneizada. A posição da *LN* na seção fissurada é obtida encontrando-se as raízes da Equação (3.4), enquanto que o momento de inércia da seção fissurada pode ser obtido através da Equação (3.5), abaixo mostradas:

$$\frac{b_w}{2}x_{II}^2 + [nA + (n-1)A']x_{II} + [-nAd - (n-1)A'd'] = 0 \quad (3.4)$$

$$I_{II} = \frac{b_w x_{II}^3}{12} + \frac{b_w x_{II}^2}{2} + nA(x_{II} - d)^2 + (n-1)A'(x_{II} - d')^2 \quad (3.5)$$

onde b_w é a largura da alma da seção; h , a altura; d , a altura útil; d' , a distância do centro de gravidade da armadura de compressão à face mais próxima; A , a área de armadura de tração; A' , a área de armadura de compressão; e n é igual à relação entre o módulo de elasticidade da armadura e do concreto.

O estágio *II* é utilizado na verificação das peças em serviço, como, por exemplo, os estados limites de abertura de fissuras e de deformações excessivas. Com o aumento do carregamento, as fissuras e a *LN* se aproximam da borda comprimida e a tensão na armadura cresce. O estágio *II* termina com o início da plastificação do concreto comprimido.

No estágio *III*, onde é feito o dimensionamento dos elementos de concreto armado, a zona comprimida encontra-se plastificada e o concreto está próximo à ruína. Admite-se que o diagrama de tensões seja da forma parabólico-retangular.

3.2. Contribuição do concreto entre fissuras

O concreto submetido à tração é usualmente ignorado no dimensionamento de estruturas, assumindo-se que as solicitações de tração são resistidas inteiramente pela armadura. No entanto, o concreto entre fissuras continua a resistir a tensões devido à transferência de esforços entre concreto e armadura através da aderência entre esses materiais. Em inglês, a contribuição do concreto entre fissuras para a rigidez da peça é chamada de *tension stiffening*. Esse fenômeno tem efeito na rigidez, deslocamentos e abertura de fissuras de elementos carregados em condições de serviço. A avaliação das deformações em vigas desprezando-se

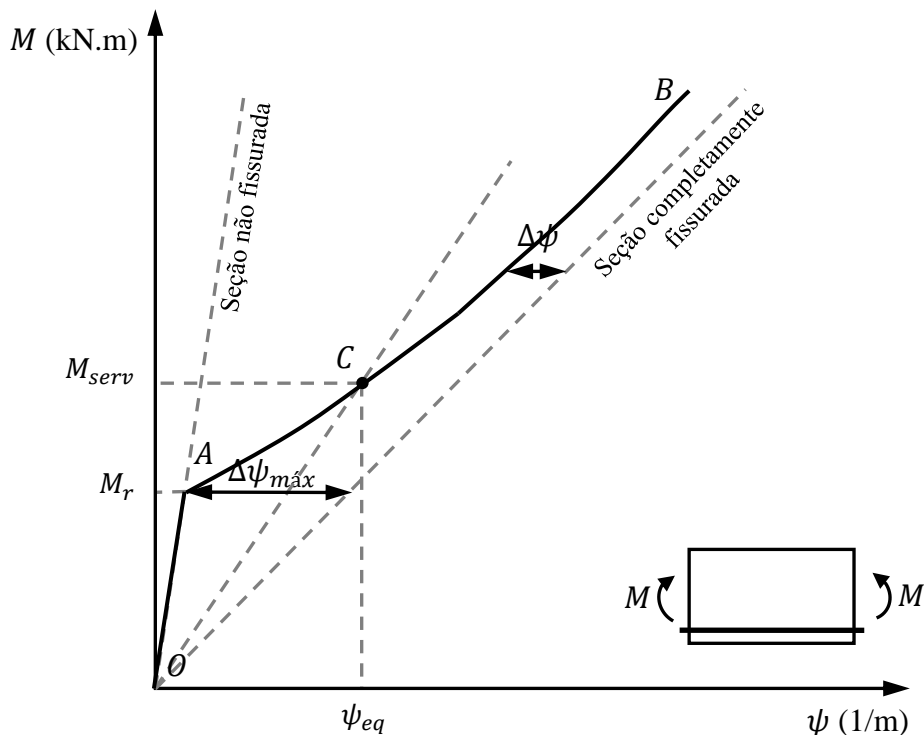
esse efeito, isto é, no estágio *II* puro sem a consideração da resistência do concreto à tração, usualmente superestima o valor do deslocamento calculado. A Figura 11 ilustra como o concreto fissurado afeta o diagrama momento-curvatura.

A flecha em uma viga submetida à flexão pode ser calculada integrando-se a curvatura ao longo de seu vão. Em uma viga que se comporta de forma elástica a curvatura ψ pode ser obtida através da relação entre o momento fletor M e a rigidez à flexão da seção $E_c I$, como mostra a Equação (3.6):

$$\psi = \frac{M}{E_c I} \quad (3.6)$$

A região menos rígida de um elemento fissurado é obviamente em zonas onde existem fissuras. O concreto localizado entre fissuras, íntegro, é capaz de resistir a alguma tensão e, assim, contribuir para a rigidez da peça. Dessa forma, a rigidez de um elemento fissurado varia de um valor mínimo onde há uma fissura até um valor máximo na distância média entre duas fissuras. Para cálculo de deslocamentos, um valor médio da rigidez à flexão do elemento é adotado (GHALI; FRAVE; ELDBADRY, 2002).

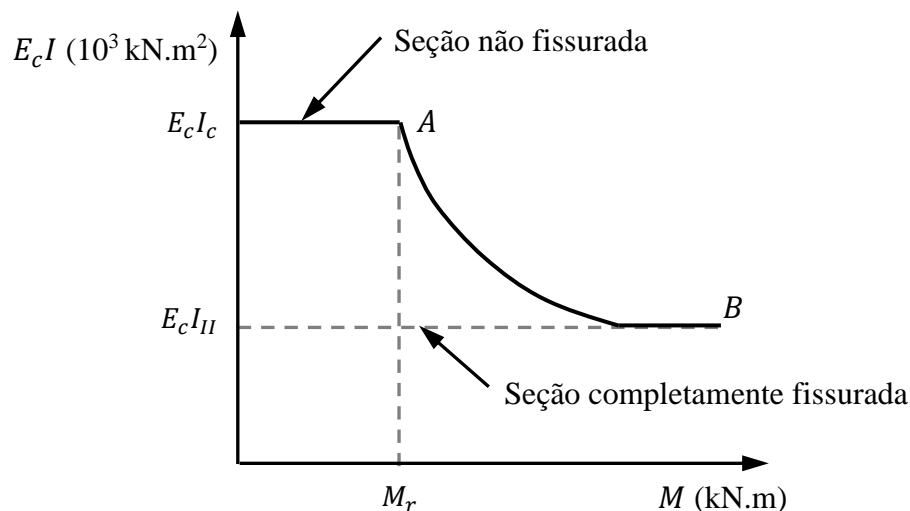
Figura 11 - Diagrama momento-curvatura de uma viga com incorporação do efeito *tension stiffening*.



Fonte: Adaptado de Bischoff (2005) e Wight e MacGregor (2012).

Dessa forma, em elementos de concreto armado submetidos à flexão, três valores de $E_c I$ devem ser considerados. Eles podem ser ilustrados pelo diagrama momento-curvatura ao longo do vão, como mostra a Figura 11. O momento de inércia não fissurado e a rigidez à flexão correspondente podem ser representados pela linha $O - A$. A rigidez à flexão na seção fissurada é menor que a da seção íntegra e permite reproduzir com maior fidelidade as curvaturas em níveis de carregamento próximos ao escoamento, quando a viga é armada com aço, como mostra a linha $O - B$. O ponto C corresponde ao carregamento de serviço e o valor médio de $E_c I$ para esse trecho que inclui seções fissuradas e não fissuradas estão entre esses dois extremos. Uma representação da variação de $E_c I$ com o momento aplicado é mostrada na Figura 12, obtida a partir da Figura 11 (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

Figura 12 - Variação da rigidez à flexão em uma viga em função do momento fletor.



Fonte: Adaptado de Wight e MacGregor (2012).

De acordo com Bischoff (2005), o efeito *tension stiffening* é caracterizado por uma mudança na curvatura do elemento fissurado e não pode ser maior que a máxima mudança de curvatura quando ocorre a primeira fissura, indicada na Figura 11. O fator *tension stiffening* equivale à relação entre esses dois parâmetros, isto é, $\beta = \frac{\Delta\psi}{\Delta\psi_{máx}} \leq 1$. Dessa forma, o limite superior do diagrama corresponde à resposta do elemento com *tension stiffening* constante, e o limite inferior é caracterizado pela resposta de elemento fissurado sem *tension stiffening*.

De acordo com Araújo (2004), vigas com pequenas taxas de aço são bastante dependentes do fenômeno *tension stiffening*, ao contrário das vigas com taxas de armadura elevadas, onde seu efeito tem uma menor influência na rigidez após a fissuração.

3.3. Retração e fluência

Elementos de concreto armado geralmente estão sob restrição nas regiões de apoio, mas também têm deformações contidas devido à presença da armadura. Assim, devido à existência destas restrições, a retração do concreto usualmente introduz tensões naqueles elementos. Caso a armadura não seja posicionada de forma simétrica na seção transversal, uma mudança na curvatura do elemento ocorre ao longo do tempo devido à retração. O concreto ao se retrair, comprime a armadura, que por sua vez reage tracionando o concreto. A força de tração resultante, que atua excentricamente em relação ao centroide da seção transversal, cresce gradualmente produzindo deformações e, conseqüentemente, uma mudança na curvatura da seção. A magnitude da força de reação imposta pela armadura depende da quantidade e posição da armadura, como também do tamanho da região de concreto íntegro (sem fissuras) da seção transversal. De acordo com Gilbert (2011), embora as tensões oriundas da retração não sejam diretamente relacionadas com as cargas externas aplicadas ao elemento, a referida curvatura não é independente dos efeitos produzidos por estas últimas. A curvatura induzida por retração em uma seção transversal previamente fissurada é consideravelmente maior do que em uma seção transversal não fissurada (GILBERT, 2011; MEHTA; MONTEIRO, 2006).

De acordo com Gilbert (2011), a relação entre o momento fletor aplicado e a curvatura instantânea em uma seção é significativamente afetada se ocorrer retração antes do carregamento. O momento necessário para causar a primeira fissuração será menor que M_r devido à tensão inicial de tração no concreto. Como o momento de fissuração pode ser substancialmente reduzido, é provável que a retração antes do carregamento afete a magnitude do efeito *tension stiffening* quando $M > M_r$.

O desenvolvimento gradual da fluência na zona comprimida de uma seção transversal de concreto armado causa um aumento da curvatura e um conseqüente aumento de deflexão no elemento. Em uma seção não fissurada e reforçada apenas à tração, a fluência é contida na zona de tração pela armadura. Em uma seção fissurada reforçada apenas à tração, a curvatura inicial é relativamente grande e pode-se considerar que o concreto fissurado abaixo da linha neutra não está submetido à tensão e, portanto, não está sob o efeito da fluência.

4. AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS IMEDIATOS EM VIGAS

Quando uma viga de concreto é carregada acontecem deflexões imediatas ou instantâneas. Caso o carregamento continue atuando de forma permanente, deflexões adicionais ocorrerão ao longo do tempo devido ao fenômeno da fluência do concreto.

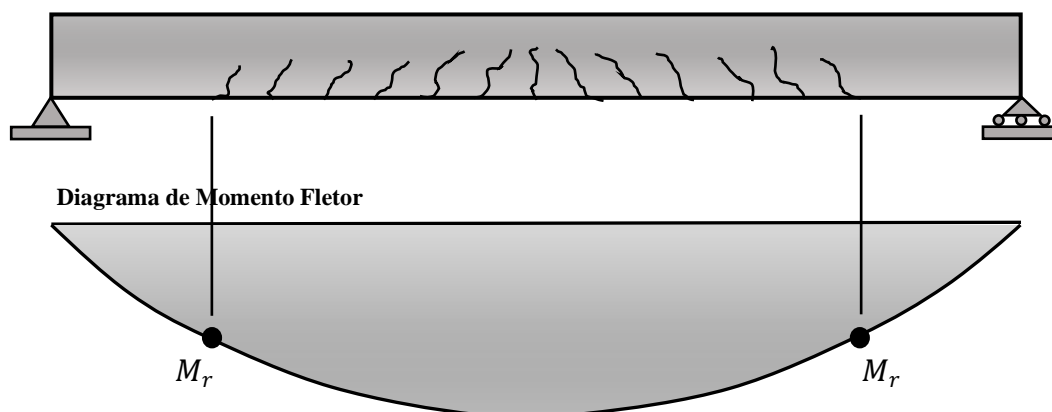
O cálculo das deflexões ou flechas instantâneas em vigas de concreto armado, assumindo-se que as deflexões ocorram apenas por flexão, pode ser efetuado encontrando-se a equação da linha elástica através da solução da seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{E_c I} \quad (4.1)$$

onde, v é uma função que representa a linha elástica da viga; $M(x)$, uma função que representa o comportamento do momento fletor ao longo do vão da viga; E_c , o módulo de elasticidade do material; e I , o momento de inércia centroidal da seção transversal. A solução dessa equação requer integrações sucessivas e avaliação das condições de contorno e continuidade da viga.

Como dito anteriormente, a rigidez à flexão varia entre dois extremos ao longo de uma viga: ela varia entre um valor correspondente à seção transversal não fissurada, definida pela condição $M < M_r$ e um valor referente à seção transversal fissurada para a qual $M \geq M_r$ (ver Figura 13). A avaliação das deflexões de uma viga considerando os valores da rigidez à flexão local ao longo de seu comprimento consiste em uma tarefa muito complexa, o que justifica o desenvolvimento e proposta de vários métodos simplificados. Geralmente, os procedimentos simplificados consideram que o módulo de elasticidade do concreto é constante ao longo da viga e que o momento de inércia pode ser previsto através da interpolação entre as duas condições extremas de rigidez à flexão acima mencionadas (GHALI; FRAVE; ELDBADRY, 2002; WIGHT; MacGREGOR, 2012).

Figura 13 - Representação de uma viga biapoiada em serviço.



Fonte: Adaptado de McCormac e Brown (2016).

4.1. Momento de inércia efetivo

O conceito de momento de inércia efetivo serve de base para os métodos simplificados mais utilizados no cálculo de flechas em vigas de concreto armado. Ele é utilizado para representar a variação do momento de inércia e do fenômeno *tension stiffening* ao longo de uma viga fissurada (WIGHT; MacGREGOR, 2012). Em seguida, vários métodos para avaliação de deflexão em vigas de concreto armado baseados no conceito de momento de inércia efetivo são descritos.

4.1.1. Método proposto por Branson (1965)

Dentre os métodos simplificados, o de Branson (1965), apud Barris (2010), Bischoff (2005) e Bischoff e Gross (2011), é o mais conhecido e utilizado. Em 1963, Dan E. Branson publicou o estudo mais conhecido até hoje sobre deflexão de vigas de concreto armado. Este estudo tinha como objetivo mostrar o desempenho de um momento de inércia equivalente na avaliação das deflexões de vigas fissuradas.

O modelo sugerido por Branson se originou de ensaios em vigas de concreto armado com aço, biapoiadas, com seções retangulares e em T , submetidas a cargas uniformemente distribuídas e de curta duração. Nesse modelo, o autor propõe que seja admitido um único momento de inércia para todo elemento de concreto, representando os trechos fissurados e não fissurados. Dessa forma, ele procura simular o efeito da fissuração das referidas vigas no cálculo de deslocamentos imediatos.

O momento de inércia equivalente proposto por Branson é definido pela seguinte expressão:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^m \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^m \right] \cdot I_{II} \leq I_c \quad (4.2)$$

onde I_c e I_{II} representam os momentos de inércia da seção bruta de concreto e da seção fissurada no estágio II , respectivamente. Recomenda-se que o momento de fissuração da seção transversal, M_r , seja reduzido à metade no caso de utilização de armaduras lisas (NBR 6118, 2014). Na Equação (4.2), $M_{m\acute{a}x}$ é o momento fletor na seção mais solicitada do vão considerado e m é um índice de valor igual a 4 para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo seu comprimento. O expoente m foi determinado empiricamente ao se aplicar o modelo a vigas de seção retangular e em T sujeitas a cargas uniformes.

As normas e códigos NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2007) adotam o método de Branson (1965) para o cálculo do momento de inércia equivalente de vigas de concreto armado.

Para uma viga simplesmente apoiada, Branson assumiu que tanto a variação do momento de inércia ao longo da viga quanto o fenômeno *tension stiffening* são considerados quando $m = 3$ (WIGHT; MacGREGOR, 2012).

De acordo com Bischoff (2005), a equação de Branson fornece uma estimativa razoável da flecha para vigas com taxas de aço típicas. As vigas experimentalmente estudadas por Branson, em sua maioria, possuíam seção transversal retangular, eram biapoiadas e tinham taxas de aço de 1,65% e uma relação I_c/I_{II} de aproximadamente 2,2. Os momentos aplicados eram aproximadamente 2,5 vezes maiores que os momentos de fissuração. Algumas vigas T com relação I_c/I_{II} igual a 3 e algumas vigas contínuas também foram incluídas na análise. Todas as vigas foram carregadas uniformemente.

Ainda segundo Bischoff (2005), posteriormente, mais experimentos foram realizados com vigas com relação I_c/I_{II} entre 1,5 e 4,0, o que corresponde a taxas de aço entre 2,2% e 0,6% em vigas retangulares com concreto de 35 MPa. A precisão da equação proposta por Branson depende em grande parte da relação entre o momento de fissuração e o de serviço ($M_r/M_{m\acute{a}x}$) e da relação entre momento de inércia para seção transversal não fissurada e fissurada (I_c/I_{II}).

De acordo com Gilbert (1999), a equação de Branson (1965) fornece valores adequados para a rigidez equivalente de elementos submetidos à flexão simples com taxas de aço

superiores a 0,6% e quando $M_{m\acute{a}x}$ é consideravelmente maior que M_r . Nessas situações, o valor de I_{eq} é próximo de I_{II} e o fenômeno *tension stiffening* não é significativo.

Ainda de acordo com Gilbert (1999), no caso de vigas – e da maioria das lajes – com baixa taxa de aço ($\rho < 0,6\%$) e com valor de $M_{m\acute{a}x}$ bem próximo de M_r , ou até menor, o valor de I_{eq} é semelhante ao valor do momento de inércia da seção não fissurada, nesses elementos, sendo muito sensível às variações do momento de fissuração e, conseqüentemente, às variações de f_{ct} . Se o momento de fissuração estimado for muito alto, o valor de I_{eq} pode superestimar o valor da rigidez consideravelmente.

4.1.2. Método proposto por Bischoff (2005)

Bischoff (2005) reavaliou a expressão proposta por Branson (1965) para a previsão de flechas em vigas de concreto armado com aço e PRF. A partir desse estudo foi sugerida a Equação (4.3), baseada no gráfico momento-curvatura, e que, de acordo com Gilbert (2011), oferece valores mais realistas que a expressão de Branson.

$$I_{eq} = \frac{I_{II}}{1 - \beta \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c}\right) \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}}\right)^2} \leq 0,6I_c \quad (4.3)$$

Gilbert (2011) afirma que o limite $0,6I_c$ se deve ao fato de I_{eq} ser muito sensível ao valor calculado de M_r . De acordo com Bischoff (2005), β é uma constante utilizada para levar em conta a redução do fenômeno *tension stiffening* ao longo do tempo e a fissuração devida à retração. A retração que acontece nas primeiras semanas após a moldagem da viga causa tensões no concreto e uma redução do momento de fissuração. Se a retração não ocorrer antes da aplicação do carregamento, a deformação imediata pode ser calculada com $\beta = 1,0$. No entanto, na prática, retrações significantes ocorrem antes da aplicação do carregamento e β é menor que 1,0. Quando se está calculando a fração imediata ou elástica da flecha, $\beta = 0,7$ é recomendado para pequenas idades e $\beta = 0,5$ é recomendado para idades maiores que 6 meses. Para o cálculo da flecha ao longo do tempo, quando se está estimando a flecha final, $\beta = 0,5$ deve ser usado.

4.1.3. Método proposto por Bischoff e Gross (2011)

Alguns questionamentos são feitos sobre a precisão do cálculo de flechas usando um valor médio constante para o momento de inércia equivalente. Alguns autores defendem que seja adotada uma abordagem baseada na integração da curvatura em uma seção, argumentando que o primeiro método não é apropriado para certos tipos de carregamentos e condições de apoio.

A integração da curvatura ao longo do vão usando o momento de inércia correspondente a cada seção fornece uma solução teoricamente correta para o cálculo de flechas, mas requer muito mais esforço computacional do que o uso de uma equação de deflexão elástica com um momento de inércia equivalente. No entanto, uma expressão apropriada para o momento de inércia ainda precisa ser definida, independentemente de qual abordagem é usada, ou seja, se é assumido um valor único considerado efetivo ao longo de todo o elemento ou um valor correspondente a uma seção específica necessário para estabelecer a curvatura em cada ponto ao longo do vão.

Bischoff e Gross (2011) reavaliaram o modelo proposto por Bischoff (2005) quando armaduras de PRF são utilizadas. Essa adaptação foi adotada pelo ACI 440 (2015). Nesse estudo, o momento de inércia da seção bruta de concreto é utilizado nas regiões não fissuradas enquanto o momento de inércia equivalente dado a seguir é utilizado como base para definir a curvatura em cada seção nas regiões fissuradas:

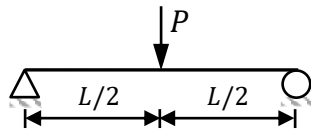
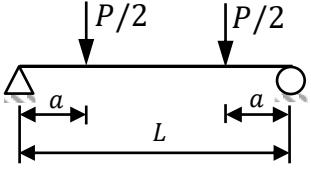
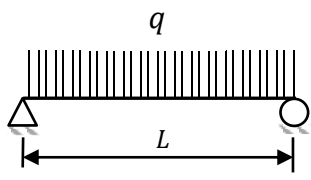
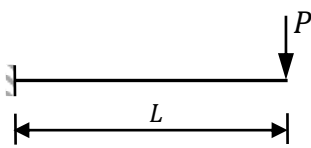
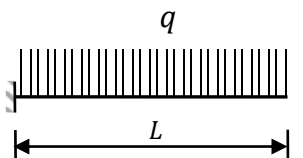
$$I_{eq} = \frac{I_{II}}{1 - \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c}\right) \left(\frac{M_r}{M_{máx}}\right)^2} \leq I_c \quad (4.4)$$

A curvatura é então integrada para se obter soluções na forma de um momento de inércia equivalente similar ao comumente adotado, porém com um fator adicional γ chamado de fator de integração, como mostra a seguinte expressão:

$$I_{eq} = \frac{I_{II}}{1 - \gamma \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c}\right) \left(\frac{M_r}{M_{máx}}\right)^2} \leq I_c \quad (4.5)$$

O referido coeficiente depende do tipo de carregamento, condições de apoio e da relação entre momento de fissuração e momento máximo aplicado e é utilizado para levar em conta a variação da rigidez ao longo do elemento, como mostra a Tabela 4.

Tabela 4 - Valores do coeficiente γ do modelo proposto por Bischoff e Gross (2011) de acordo com o tipo de carregamento e apoio da viga.

Viga	Coeficiente γ
	$\gamma = 3 - 2(M_r/M_{m\acute{a}x})$
	$\gamma = \frac{3(a/L) - 4\zeta(a/L)^3}{3(a/L) - 4(a/L)^3}$ $\zeta = 4(M_r/M_{m\acute{a}x}) - 3$
	$\gamma = \frac{1,6\zeta^3 - 0,6\zeta^4}{(M_r/M_{m\acute{a}x})^2} + 2,41 \ln(2 - \zeta)$ $\approx 1,72 - 0,72(M_r/M_{m\acute{a}x})$ $\zeta = 1 - \sqrt{1 - M_r/M_{m\acute{a}x}}$
	$\gamma = 3 - 2(M_r/M_{m\acute{a}x})$
	$\gamma = 1 - 2\ln(M_r/M_{m\acute{a}x})$

Fonte: Adaptada de Bischoff e Gross (2011).

4.2. Modelo trilinear

Este método de cálculo de deflexões é formulado através da relação momento-curvatura e tem como base o princípio dos trabalhos virtuais. No modelo trilinear assume-se que a relação momento-curvatura pode ser idealizada.

De acordo com o princípio dos trabalhos virtuais, quando o diagrama momento-curvatura é conhecido, o deslocamento em estruturas, sob qualquer tipo de condição de vinculação e carregamento, pode ser calculado através da seguinte equação:

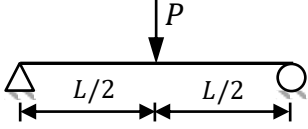
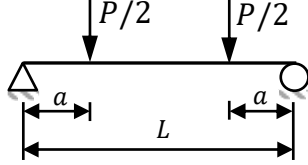
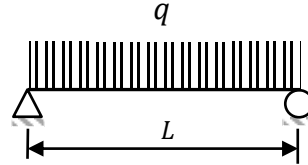
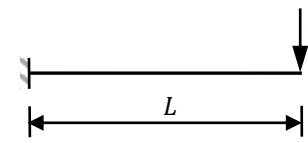
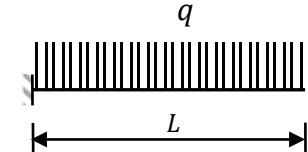
$$\delta = \int_0^L m \frac{M}{E_c I} dx \quad (4.6)$$

onde, L é o comprimento do vão; $M/E_c I$ é a curvatura da seção; e m o momento fletor devido a uma carga unitária aplicada no ponto em que o deslocamento está sendo calculado.

Razaqpur, Svecova e Cheung (2010), apud Barris (2010), Bischoff e Gross (2011), Confrere et al. (2016), Getzlaf (2012) e Mota, Alminar e Svecova (2006), propuseram um modelo de cálculo onde assume-se que o fenômeno *tension stiffening* é desprezível em regiões fissuradas de elementos de concreto armados com PRF. A flecha é calculada através da integração da curvatura utilizando o momento de inércia da seção bruta de concreto quando $M \leq M_r$ e o momento de inércia correspondente à seção fissurada quando $M > M_r$. Isso leva a uma expressão do deslocamento máximo imediato para cada condição de apoio e carregamento, como mostra a Tabela 5. L_r é a distância do apoio ao ponto onde a viga apresenta a primeira fissura. Esse método foi adotado pelo CSA S806 (2012).

Os autores sugerem que esse método de cálculo é adequado para elementos reforçados com PRF porque o diagrama momento-curvatura pode ser aproximado por duas regiões lineares: a primeira antes do surgimento de fissuras no concreto e a segunda após a ocorrência das mesmas. Portanto, não há necessidade de calcular a curvatura em diferentes seções ao longo do vão da viga como para o caso de concreto reforçado com aço.

Tabela 5 - Expressões para cálculo do deslocamento máximo de acordo com o proposto por Razaqpur, Svecova e Cheung (2010), em função das condições de apoio e carregamento.

Condições de apoio e carregamento da viga	Deslocamento máximo imediato
	$f_i = \frac{PL^3}{48E_c I_{II}} \left[1 - 8 \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c} \right) \left(\frac{L_r}{L} \right)^3 \right]$
	$f_i = \frac{PL^3}{48E_c I_{II}} \left[3 \left(\frac{a}{L} \right) - 4 \left(\frac{a}{L} \right)^3 - 8 \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c} \right) \left(\frac{L_r}{L} \right)^3 \right]$
	$f_i = \frac{5qL^4}{384E_c I_{II}} \left[1 - \frac{192}{5} \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c} \right) \left[\frac{1}{3} \left(\frac{L_r}{L} \right)^3 - \frac{1}{4} \left(\frac{L_r}{L} \right)^4 \right] \right]$
	$f_i = \frac{PL^3}{3E_c I_{II}} \left[1 - \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c} \right) \left(\frac{L_r}{L} \right)^3 \right]$
	$f_i = \frac{qL^4}{8E_c I_{II}} \left[1 - \left(1 - \frac{I_{II}}{I_c} \right) \left(\frac{L_r}{L} \right)^4 \right]$

Fonte: Adaptada de CSA S806 (2012).

4.3. Modelo bilinear

O modelo bilinear é um método de cálculo que consiste na interpolação entre duas condições extremas: a condição não fissurada e a totalmente fissurada. Um coeficiente adimensional ζ é usado para a interpolação, o qual representa a extensão da fissuração no elemento. No início da fissuração, $\zeta = 0$ e seu valor aproxima-se da unidade com o aumento do momento aplicado. Esse procedimento de interpolação fornece um valor médio da curvatura em diversas seções de um elemento. Os esforços internos são assumidos como conhecidos e com magnitude de serviço (GHALI, FRAVE e ELDBADRY, 2002).

Pelo modelo bilinear, a curvatura média da viga pode ser expressa da seguinte forma:

$$\psi_{eq} = (1 - \zeta)\psi_I + \zeta\psi_{II} \quad (4.7)$$

onde ψ_I , ψ_{II} são os valores de um parâmetro geométrico calculados para condição não fissurada e totalmente fissurada, respectivamente. Tal parâmetro pode representar, por exemplo, deformação, curvatura, ou rotação; e ζ é um coeficiente de distribuição com valor nulo para seções não fissuradas.

O coeficiente ζ é usado para considerar a rigidez adicional que o concreto tracionado proporciona ao estado de fissuração total. De acordo com o Eurocode 2 (2004), para elementos fletidos de concreto armados com aço, o valor de ζ pode ser expresso por:

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^2 \quad (4.8)$$

onde β é um coeficiente que leva em conta a influência da duração do carregamento ou de carga repetida na deformação média; $\beta = 1,0$ para uma única carga de curta duração; $\beta = 0,5$ para cargas mantidas por longos períodos de tempo ou vários ciclos de carregamento.

Para elementos armados com PRF, o CNR-DT 203 (2006) propõe que seja utilizada a seguinte equação:

$$\zeta = 1 - \beta_1\beta_2 \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^2 \quad (4.9)$$

onde β_1 é um coeficiente adimensional que leva em conta as condições de aderência da armadura de PRF, sendo em geral adotado igual a 0,5. β_2 é um coeficiente adimensional que leva em conta a duração da carga aplicada, assumindo um valor unitário para cargas de curta duração.

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo são comparados os valores de flechas obtidos experimentalmente com os calculados analiticamente a partir dos modelos simplificados apresentados no capítulo anterior. Os dados experimentais foram obtidos através de trabalhos de outros autores, disponíveis na literatura. Informações complementares são apresentadas nos Apêndices C e D.

5.1. Considerações gerais e comportamento dos modelos teóricos

Todas as vigas estudadas são biapoiadas com duas cargas concentradas aplicadas simetricamente e apresentam seção transversal retangular, como mostra a Figura 41, no apêndice C.

Foram analisadas vigas com quatro tipos de armação: a) aço; b) PRFV (com barras de aço na zona comprimida); c) PRFC (com barras de aço na zona comprimida); e d) PRFV (com barras de PRFV na região comprimida).

Em vigas armadas com aço, os carregamentos de serviço foram considerados iguais a 70% dos carregamentos resistentes das seções, calculados de acordo com ACI 318 (2014). Em vigas armadas com PRF, os carregamentos de serviço foram considerados iguais a 30% dos resistidos pelas seções, calculados de acordo com ACI 440 (2015). De acordo com Bischoff (2005), a avaliação de deslocamentos em vigas armadas com PRF adotando-se carregamento de serviço na faixa de 70% do carregamento ultimo está em um nível de carga muito maior do que seria normalmente esperado e pode levar a conclusões errôneas, pois o comportamento do elemento estaria muito mais próximo do comportamento completamente fissurado nesse nível mais alto de carga.

Vigas que – de acordo com ACI 318 (2014) e ACI 440 (2015), para seções armadas com aço e PRF, respectivamente – não fissuram quando submetidas aos carregamentos de serviço considerados foram descartadas. Também foram ignoradas vigas para as quais as flechas calculadas apresentaram valores muito divergentes dos observados experimentalmente, considerando-se possíveis falhas na obtenção dos valores das flechas experimentais. Os elementos analisados foram divididos em três grupos de acordo com a resistência à compressão do concreto. O primeiro grupo corresponde a resistências entre 20 MPa e 50 MPa, o segundo, entre 50 MPa e 90 MPa e o terceiro corresponde a resistências à compressão maiores que 90 MPa. Em todos os grupos as vigas foram organizadas em ordem crescente de taxa de armadura de tração. No apêndice D são apresentadas tabelas referentes à análise das vigas.

A Tabela 6 mostra a quantidade de vigas analisadas no presente trabalho.

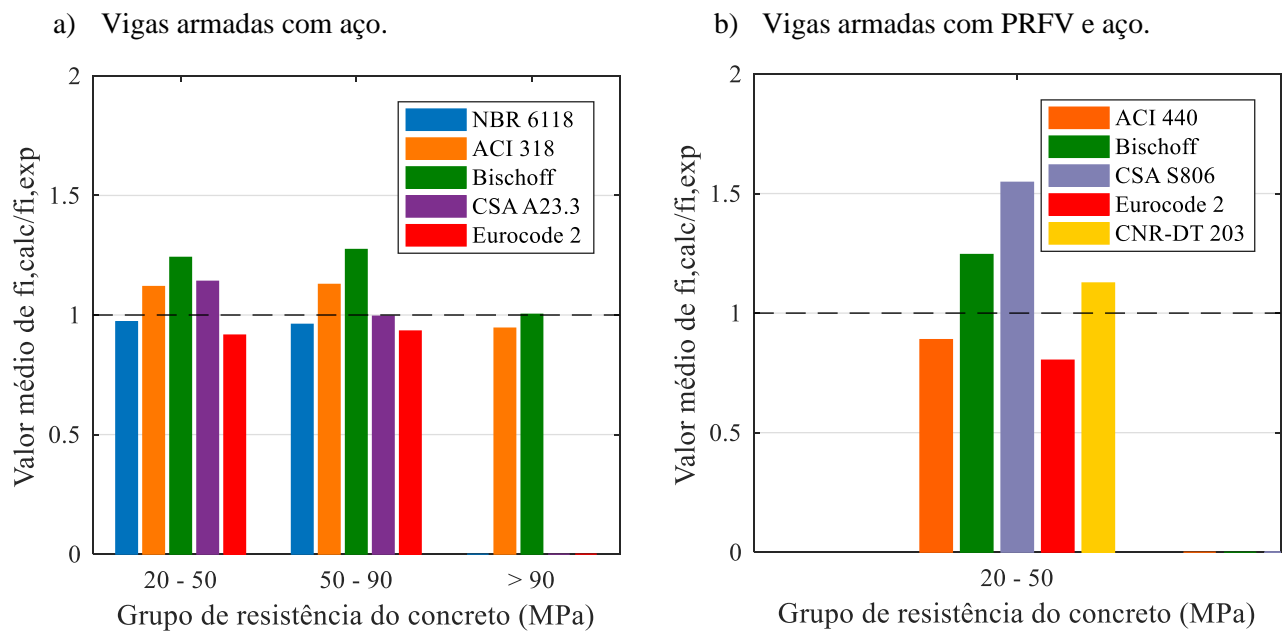
Tabela 6 - Quantidade de vigas analisadas de acordo com o tipo de armação.

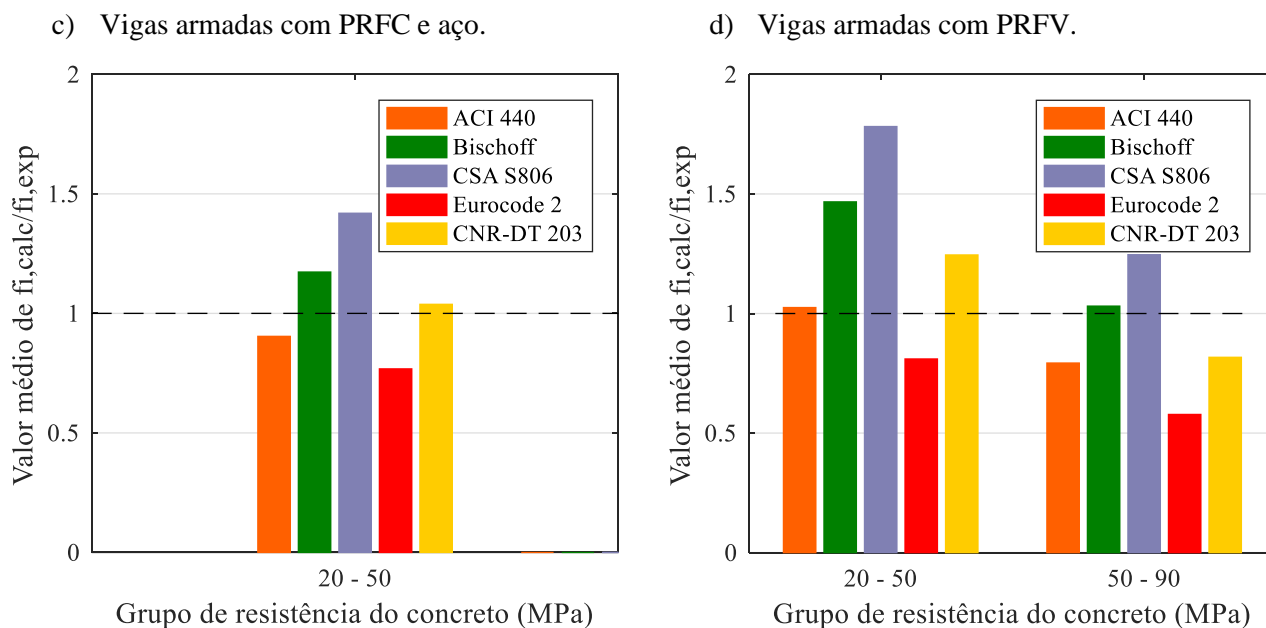
Tipo de armação	Grupo de resistência à compressão do concreto		
	20 MPa - 50 MPa	50 MPa - 90 MPa	> 90 MPa
Aço	18	66	16
PRFV e aço	51	-	-
PRFC e aço	19	-	-
PRFV	22	15	-

Fonte: Autora (2019).

Na Figura 14, são exibidos os valores médios da relação entre a flecha máxima calculada e a experimental de acordo com os métodos de cálculo estudados e com o tipo de armação.

Figura 14 - Valores médios de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ nas vigas analisadas.





Fonte: Autora (2019).

Para vigas armadas com aço, NBR 6118 (2004) e Eurocode 2 (2004) adotam expressões similares no cálculo de propriedades mecânicas do concreto com base em sua resistência à compressão. De modo que é interessante observar que ambas apresentam, em média, valores similares da relação entre as flechas calculadas e experimentais, mesmo adotando diferentes métodos para a estimativa da rigidez equivalente. O mesmo acontece entre ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2007), porém estes adotam um procedimento similar para estimativa da rigidez equivalente.

Para as vigas armadas com PRF, observa-se que os métodos de cálculo estudados apresentam comportamentos semelhantes, independentemente do tipo de fibra – vidro ou carbono – ou do tipo de armadura presente na região comprimida – aço ou PRFV. Além disso, visto que CNR-DT 203 (2007) foi desenvolvido como uma adaptação de Eurocode 2 (2004) para elementos armados com PRF, nota-se que o primeiro modelo de cálculo tende a se ajustar aos valores calculados através do segundo modelo para valores, em geral, a favor da segurança.

No cálculo de flechas com base no método proposto por Bischoff (2005) foram adotados valores referentes ao módulo de elasticidade e resistência à tração do concreto estimados a partir das prescrições do ACI 318 (2014). Dessa forma, nota-se que o modelo de Bischoff (2005) tende a se ajustar aos valores obtidos através de ACI 318 (2014) e ACI 440 (2015) a favor da segurança.

Ao longo desse capítulo, os resultados obtidos são analisados de forma mais detalhada conforme o tipo de armação e grupo de resistência do concreto.

5.2. Vigas armadas com aço

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 20 MPa e 50 MPa.

Na Figura 15 é feita uma comparação entre os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ de acordo com os modelos estudados para cada viga, dispostas em ordem crescente de taxa de armação.

Figura 15 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

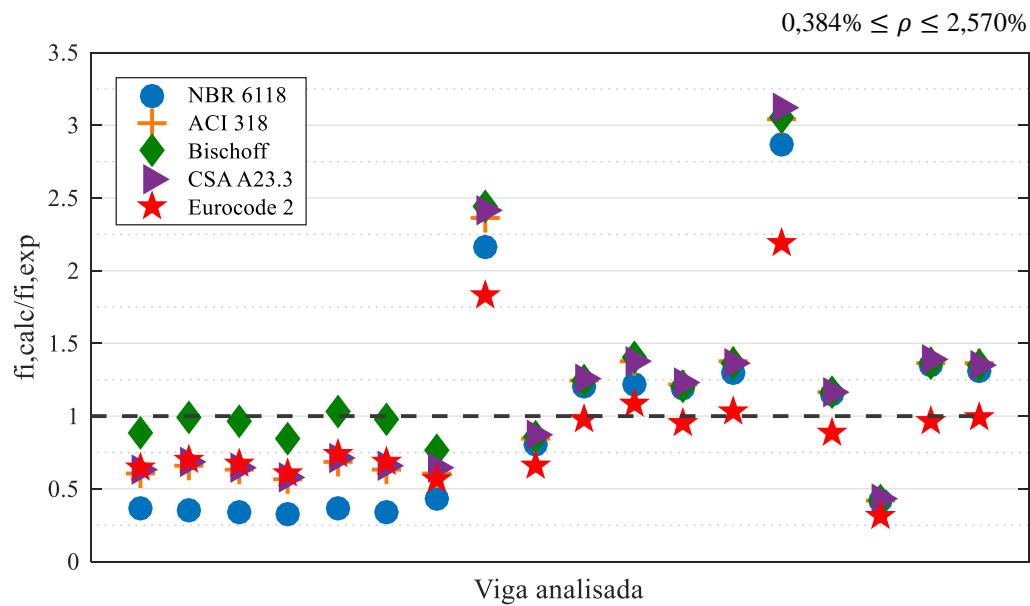
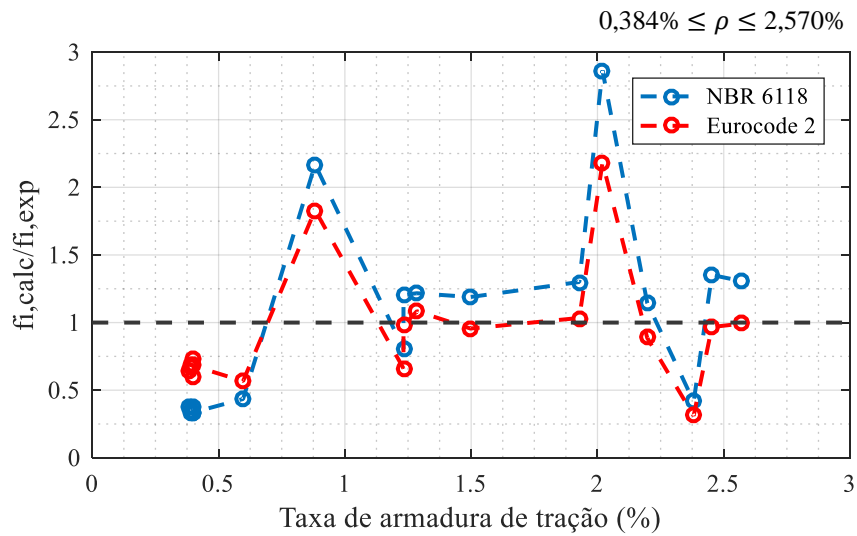
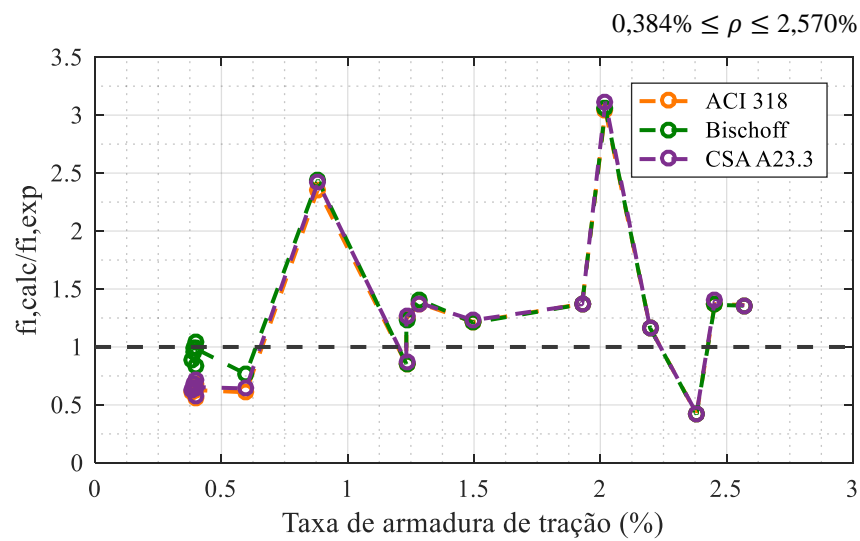


Figura 16 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

a) Comparação entre NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004).



b) Comparação entre ACI 318 (2014), Bischoff (2005) e CSA A23.3 (2007).



Fonte: Autora (2019).

A Tabela 7 apresenta os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para os diversos métodos de cálculo considerados.

Tabela 7 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	NBR 6118 (2014)	ACI 318 (2014)	Bischoff (2005)	CSA A23.3 (2007)	Eurocode 2 (2004)
Média	0,972	1,119	1,241	1,141	0,916
Desvio Padrão	0,708	0,677	0,614	0,689	0,449
Valor Máximo	2,864	3,039	3,057	3,115	2,184
Valor Mínimo	0,331	0,421	0,419	0,427	0,311

Fonte: Autora (2019).

Através da Figura 15, Figura 16 e Tabela 7, verifica-se que para taxas de armação inferiores a 0,6% os métodos estudados apresentam valores muito menores que os experimentais, com exceção daquele proposto por Bischoff (2005). Para taxas de armação maiores que 0,6% os métodos apresentaram, em geral, valores mais próximos dos experimentais.

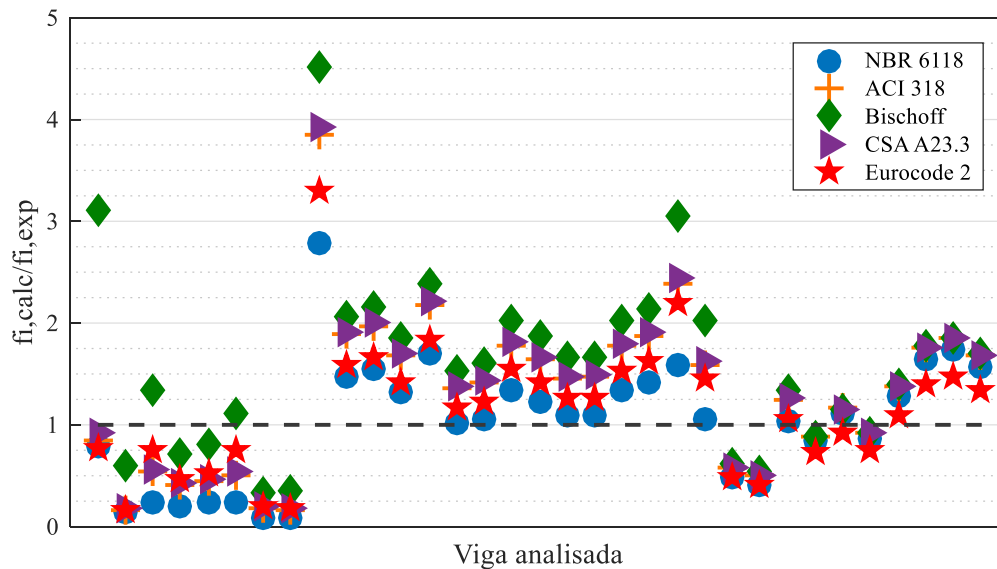
As vigas analisadas apresentam valores de d/L entre 0,06 e 0,11 e de a/L entre 0,33 e 0,42.

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 50 MPa e 90 MPa.

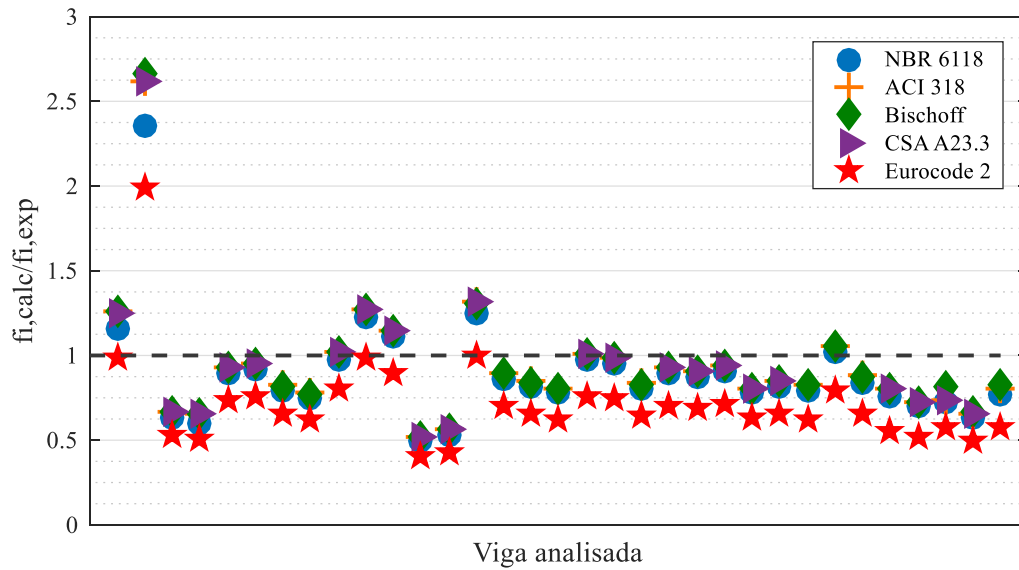
A Figura 17 permite se comparar os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ através dos modelos estudados, considerando ordem crescente de taxa de armação das vigas.

Figura 17 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

a) Taxas de armadura de tração entre 0,244% e 1,615%.



b) Taxas de armadura de tração entre 1,928% e 4,844%.



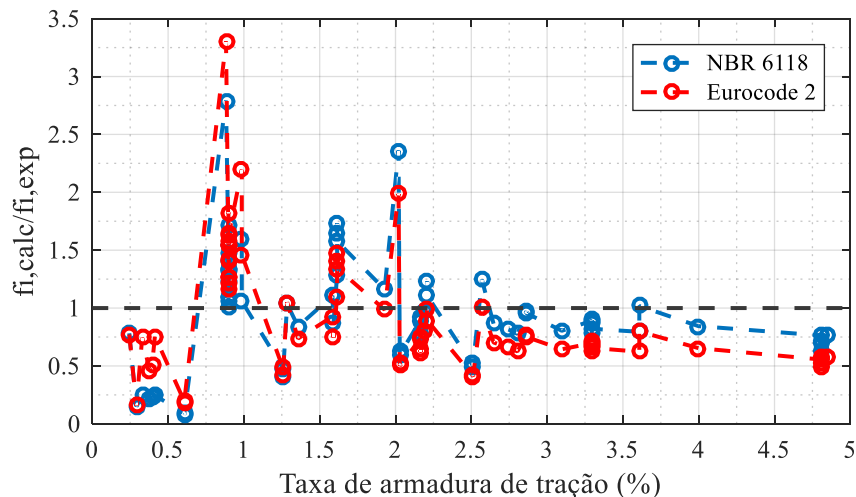
Fonte: Autora (2019).

Visando proporcionar uma visão mais completa sobre o desempenho dos modelos, a Figura 18, a seguir, ilustra como variam os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armadura presente nas vigas estudadas.

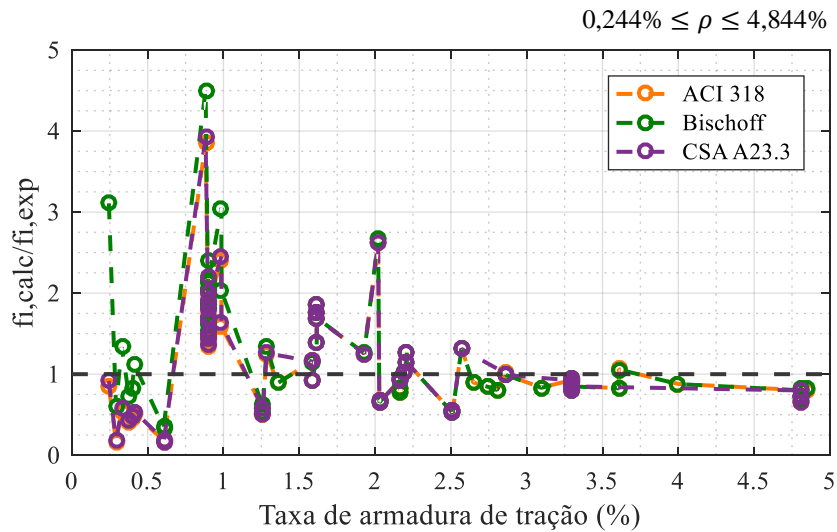
Figura 18 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

a) Comparação entre NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004).

$$0,244\% \leq \rho \leq 4,844\%$$



b) Comparação entre ACI 318 (2014), Bischoff (2005) e CSA A23.3 (2007).



Fonte: Autora (2019).

A Tabela 8 apresenta os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ encontrados pelos diferentes métodos empregados no estudo, conforme o método de cálculo.

Tabela 8 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	NBR 6118 (2014)	ACI 318 (2014)	Bischoff (2005)	CSA A23.3 (2007)	Eurocode 2 (2004)
Média	0,961	1,128	1,274	1,194	0,933
Desvio Padrão	0,489	0,632	0,743	0,688	0,535
Valor Máximo	2,791	3,858	4,507	3,923	3,302
Valor Mínimo	0,077	0,162	0,342	0,172	0,157

Fonte: Autora (2019).

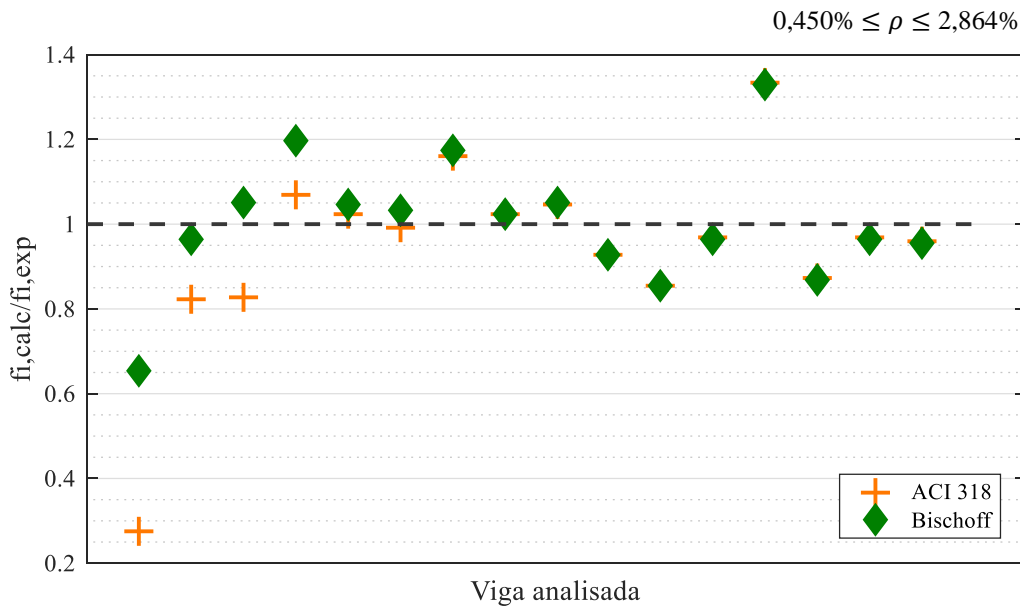
Analisando-se a Figura 17, Figura 18 e Tabela 8, é possível se constatar que, da mesma forma que ocorreu no caso estudado anteriormente, para taxas de armação menores que 0,6% os métodos estudados apresentam valores, em média, inferiores aos experimentais. Este fato também pode ser observado para vigas com taxas de armação maiores que 2,0%. Como pode ser verificado, ocorre uma alta oscilação dos dados quando as taxas de aço são menores que 2,0%.

Vale ressaltar que as vigas analisadas apresentam valores de d/L entre 0,06 e 0,15 e de a/L entre 0,26 e 0,42.

Grupo de resistência à compressão do concreto maior do que 90 MPa.

Na Figura 19 os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ correspondentes aos modelos de Bischoff e do ACI 318 são exibidos considerando a ordem crescente da taxa de armadura das vigas analisadas, nas quais o concreto apresenta resistência à compressão superior a 90 MPa. Para complementação, a Figura 20 ilustra os resultados de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armadura das vigas estudadas.

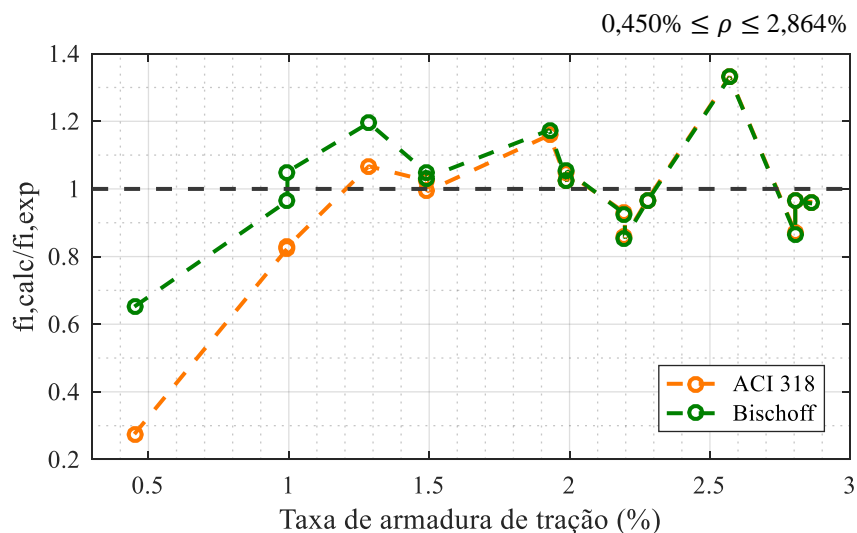
Figura 19 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.



Fonte: Autora (2019).

Figura 20 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.

a) Comparação entre NBR 318 (2014) e Bischoff (2005).



Fonte: Autora (2019).

Os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ estão mostrados na Tabela 9 para os dois métodos de cálculo empregado.

Tabela 9 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com aço e f_c maior que 90 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	ACI 318 (2014)	Bischoff (2005)
Média	0,945	1,003
Desvio Padrão	0,220	0,154
Máximo	1,332	1,330
Mínimo	0,275	0,652

Fonte: Autora (2019).

Através da Figura 19, Figura 20 e Tabela 9, verifica-se que, em média, tanto ACI 318 (2014) quanto Bischoff (2005) apresentam resultados muito próximos dos experimentais, com exceção de vigas com baixas taxas de aço. Para taxas de armadura até, aproximadamente, 2,0%, Bischoff (2005) tende a fornecer valores mais conservadores. Para taxas de armadura maiores que 2,0% os dois métodos fornecem valores praticamente iguais.

As vigas estudadas apresentam valores de d/L entre 0,06 e 0,11 e de a/L entre 0,35 e 0,42.

5.2.1. Vigas ensaiadas por Sharif (2012)

Sharif (2012) ensaiou seis vigas armadas com barras de aço, apresentando concreto com resistência à compressão entre 27,2 MPa e 32,8 MPa, taxa de armadura de tração variando entre 0,60% e 2,45% e taxa de armadura de compressão entre 0,60% e 1,57%, como mostra Tabela 10.

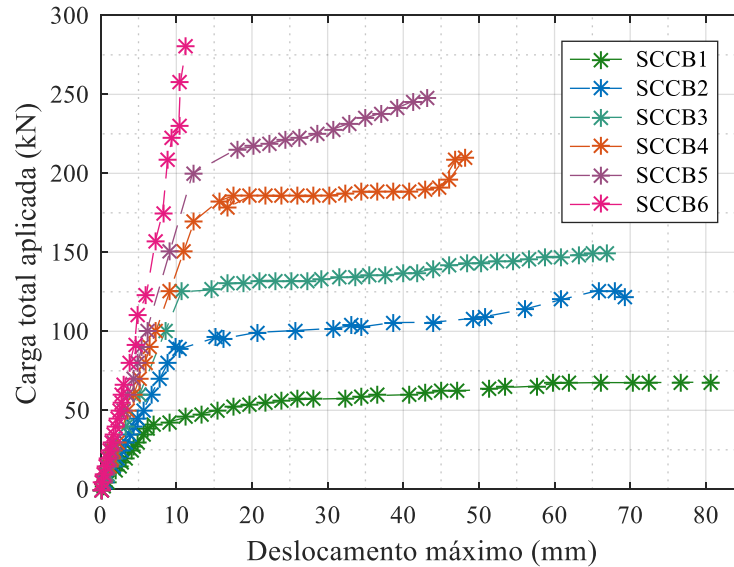
Tabela 10 - Dados das vigas ensaiadas por Sharif (2012).

Viga	f_c (MPa)	b_w (mm)	h (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	L (mm)	a (mm)
SCCB1	31,6	200	300	0,60	0,60	2700	1050
SCCB2	32,8	200	300	1,23	0,60	2700	1050
SCCB3	28,8	200	300	2,38	1,10	2700	1050
SCCB4	27,4	200	300	1,23	1,22	2700	1050
SCCB5	29,5	200	300	1,50	1,57	2700	1050
SCCB6	27,2	200	300	2,45	0,61	2700	1050

Fonte: Autora (2019).

A seguir, na Figura 21, são mostradas as curvas representativas da variação das flechas máximas obtidas nos testes experimentais em função do carregamento total aplicado nas vigas analisadas.

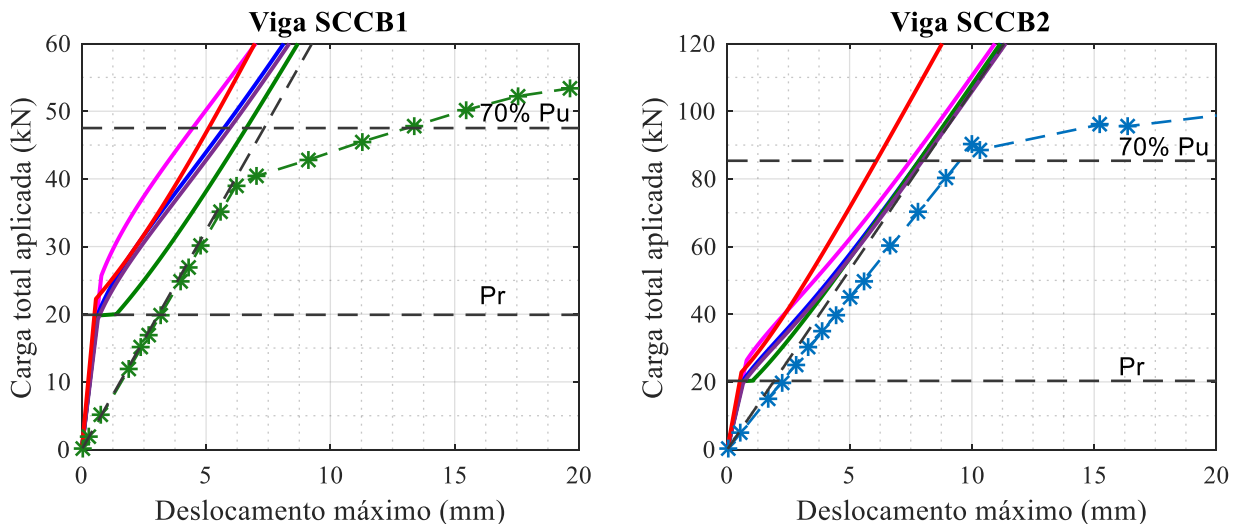
Figura 21 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Sharif (2012).

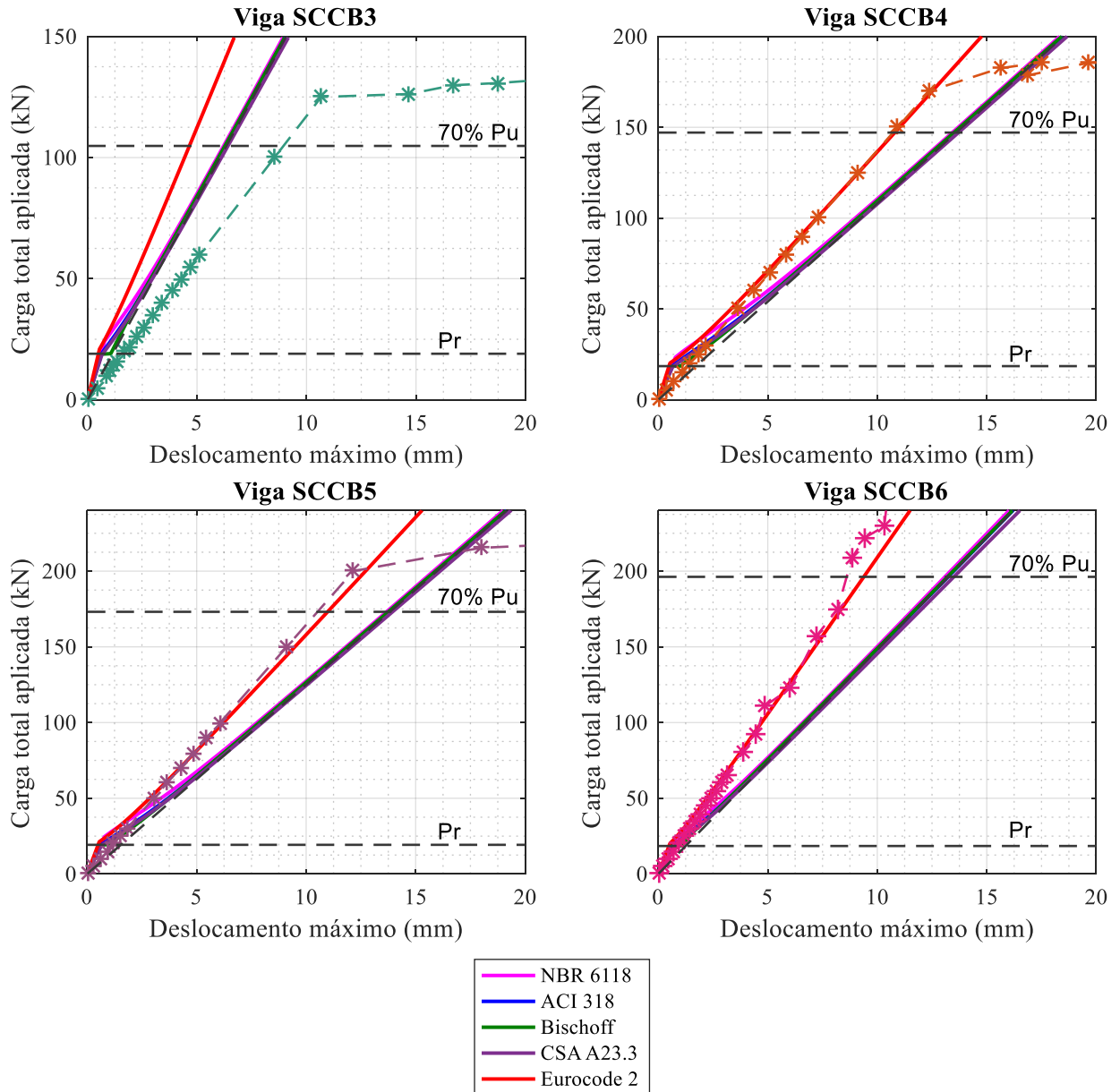


Fonte: Autora (2019).

Para efeito de comparação, as curvas que representam a variação da flecha máxima das citadas vigas com o carregamento crescente, fornecidas pelos modelos teóricos, estão ilustradas na Figura 22 juntamente com as correspondentes curvas experimentais obtidas por Sharif (2012). Nesta última figura, os símbolos P_u e P_r representam a carga resistente e a carga de fissuração da seção, respectivamente.

Figura 22 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Sharif (2012).





Fonte: Autora (2019).

Na Tabela 11 são apresentadas as relações $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ e M_r/M_{serv} encontradas através dos procedimentos estudados. Vale ressaltar que nas análises teóricas o momento fletor máximo de serviço foi considerado como equivalente a 70% do momento fletor resistido pela seção de cada viga.

Tabela 11 - Valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Sharif (2012).

Viga	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)		Bischoff (2005)	CSA A23.3 (2007)		Eurocode 2 (2004)	
	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$
SCCB1	0,435	0,635	0,609	0,492	0,767	0,642	0,476	0,567	0,550
SCCB2	0,805	0,338	0,851	0,261	0,854	0,867	0,252	0,661	0,293
SCCB3	0,415	0,180	0,421	0,142	0,419	0,427	0,137	0,311	0,156
Média	0,552		0,627		0,680	0,646		0,513	
Desvio Padrão	0,220		0,216		0,230	0,220		0,181	
SCCB4	1,205	0,306	1,243	0,243	1,240	1,261	0,235	0,977	0,265
SCCB5	1,189	0,271	1,216	0,212	1,210	1,231	0,205	0,956	0,235
SCCB6	1,352	0,179	1,370	0,142	1,364	1,397	0,138	0,967	0,155
Média	1,249		1,276		1,271	1,296		0,967	
Desvio Padrão	0,090		0,082		0,082	0,088		0,011	

Fonte: Autora (2019).

Analisando-se a Figura 22 e Tabela 11, nota-se que não foi possível simular o comportamento das vigas SCCB1, SCCB2 e SCCB3 fissuradas de forma eficaz devido à diferença entre a inclinação dos ramos iniciais. O que influenciou a inclinação das retas referentes aos modelos de cálculo estudados, ocasionando resultados analíticos muito discrepantes dos experimentais. Esse comportamento parece ter sido melhor reproduzido nas vigas SCCB4, SCCB5 e SCCB6 de modo que os resultados provenientes de Eurocode 2 (2004) se ajustaram bem aos dados experimentais e os outros métodos de cálculo apresentaram resultados a favor da segurança.

Verifica-se também a influência do nível de carregamento sobre a adequação dos valores teóricos em relação aos dados experimentais. No nível de carregamento considerado, Eurocode 2 (2004) fornece resultados similares aos experimentais, porém em níveis de carregamento próximos da carga de fissuração outros métodos de cálculo podem apresentar um desempenho mais eficiente.

5.2.2. Vigas ensaiadas por Ashour (1998)

Ashour (1998) ensaiou nove vigas armadas com barras de aço com resistência à compressão igual a 48,61 MPa, 78,50 MPa e 102,40 MPa. Nessa seção são analisadas as vigas

com resistência até 78,50 MPa, cujos dados estão apresentados na Tabela 12. Os elementos possuíam taxa de armação de tração entre 1,29% e 2,57% e armaduras de compressão apenas nas regiões próximas aos apoios, de modo que no centro das vigas, onde as flechas foram avaliadas, a taxa de armação de compressão é nula.

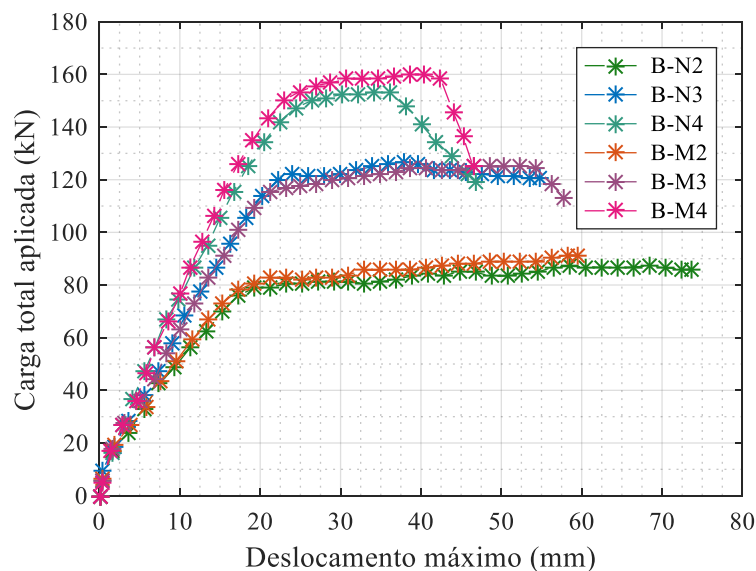
Tabela 12 - Dados das vigas ensaiadas por Ashour (1998).

Viga	f_c (MPa)	b_w (mm)	h (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	L (mm)	a (mm)
B-N2	48,6	200	250	1,29	0,00	3080	1290
B-N3	48,6	200	250	1,93	0,00	3080	1290
B-N4	48,6	200	250	2,57	0,00	3080	1290
B-M2	78,5	200	250	1,29	0,00	3080	1290
B-M3	78,5	200	250	1,93	0,00	3080	1290
B-M4	78,5	200	250	2,57	0,00	3080	1290

Fonte: Autora (2019).

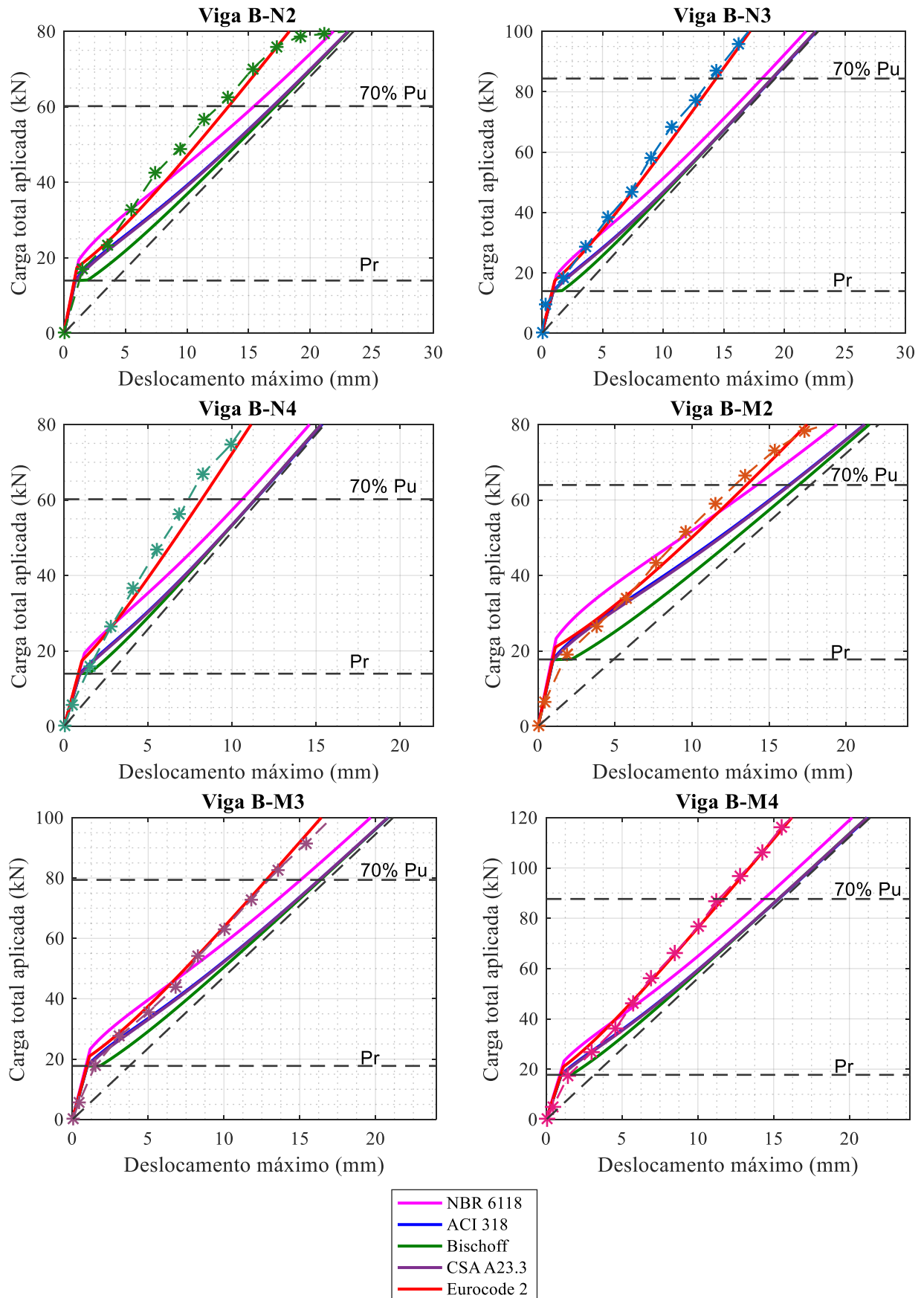
Na Figura 23, abaixo, estão apresentadas as curvas de variação da flecha máxima das vigas obtidas experimentalmente por Ashour (1998) em função do carregamento aplicado, enquanto que na Figura 14 tais curvas são confrontadas com aquelas obtidas pelos modelos teóricos, realçando os valores correspondentes à carga de fissuração e aquela adotada como limite em condições de serviço.

Figura 23 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ashour (1998).



Fonte: Autora (2019).

Figura 24 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ashour (1998).



Fonte: Autora (2019).

Na Tabela 13 são apresentadas as relações $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ e M_r/M_{serv} para cada método de calculado estudado. O momento de serviço considerado é equivalente a 70% do momento resistido pela seção de cada viga.

Tabela 13 - Valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ashour (1998).

Viga	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)		Bischoff (2005)	CSA A23.3 (2007)		Eurocode 2 (2004)	
	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$
B-N2	1,217	0,364	1,376	0,263	1,406	1,379	0,254	1,084	0,328
B-N3	1,300	0,254	1,372	0,183	1,369	1,369	0,177	1,034	0,229
B-N4	1,307	0,200	1,362	0,144	1,356	1,357	0,140	0,992	0,180
Média	1,275		1,370		1,377	1,369		1,037	
Desvio Padrão	0,050		0,007		0,026	0,011		0,046	
B-M2	1,036	0,423	1,250	0,323	1,334	1,259	0,312	1,050	0,381
B-M3	1,162	0,290	1,255	0,221	1,261	1,254	0,214	0,986	0,261
B-M4	1,244	0,224	1,316	0,170	1,311	1,312	0,165	1,002	0,201
Média	1,147		1,273		1,302	1,275		1,013	
Desvio Padrão	0,105		0,037		0,037	0,032		0,033	

Fonte: Autora (2019).

A partir da Figura 24 e Tabela 13, verifica-se que as vigas apresentaram comportamento similar, tanto em geometria como em valores numéricos, independentemente da resistência à compressão do concreto. Em geral, os resultados obtidos a partir do modelo de cálculo adotado por Eurocode 2 (2004) foram os que melhor se ajustaram aos dados experimentais. Os outros métodos de cálculo estudados, na maioria dos casos, superestimaram os valores das flechas. Do mesmo modo que para as vigas ensaiadas por Sharif (2012), nota-se a influência do nível de carregamento em relação à fidelidade dos valores teóricos com respeito aos dados experimentais. No nível de carregamento considerado, o Eurocode 2 (2004) fornece resultados em boa concordância com os experimentais, porém, em níveis de carregamento próximos da carga de fissuração, os outros métodos de cálculo também demonstraram um adequado desempenho. Nesses casos, Bischoff (2005) tende a apresentar valores mais conservadores.

5.3. Vigas armadas com PRF e aço

Nesse item são estudadas vigas armadas com PRFV e PRFC e com a presença de aço na região onde o concreto está comprimido.

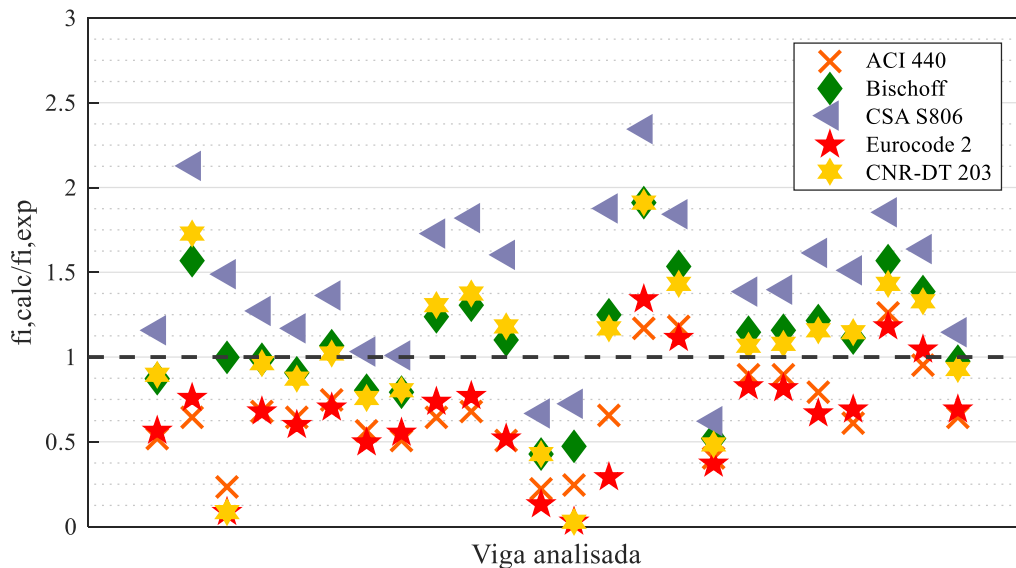
5.3.1. PRF de vidro

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 20 MPa e 50 MPa.

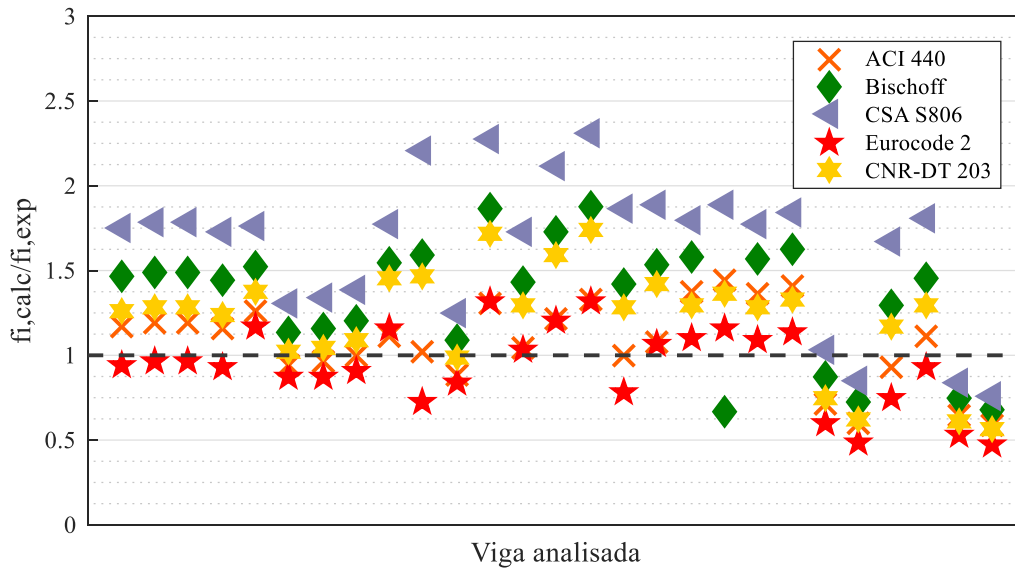
A Figura 25 permite se comparar os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ através dos modelos estudados, considerando ordem crescente de taxa de armadura.

Figura 25 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

a) Taxas de armadura de tração entre 0,380% e 0,957%.



b) Taxas de armadura de tração entre 1,036% e 2,754%.



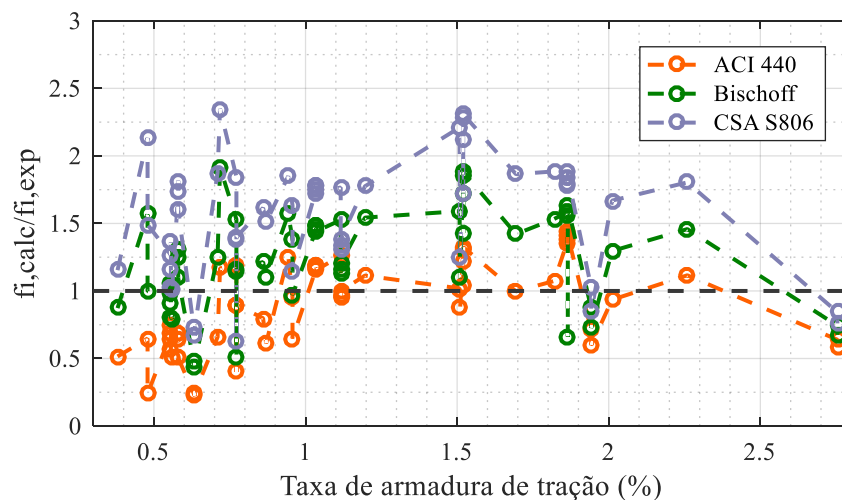
Fonte: Autora (2019).

Visando proporcionar uma visão mais completa sobre o desempenho dos modelos, a Na Figura 26 ilustra como variam os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armação presente nas vigas estudadas.

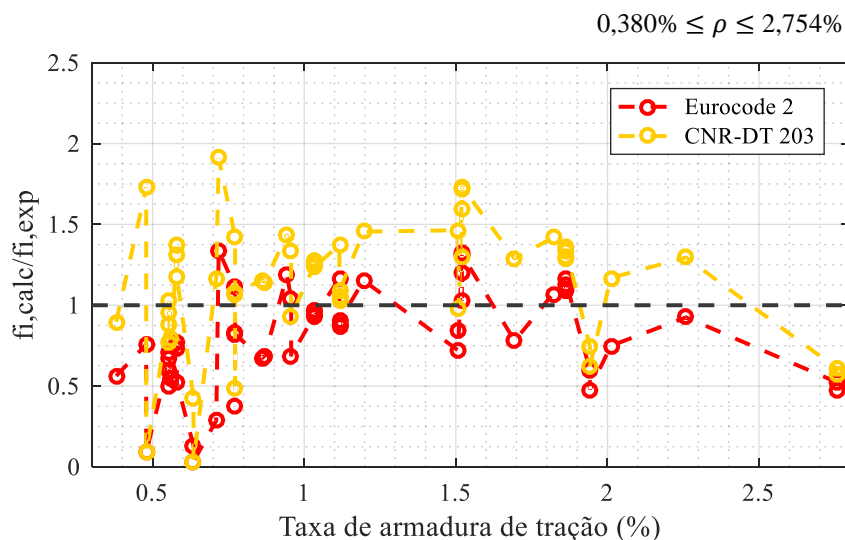
Figura 26 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

a) Comparação entre ACI 440 (2015), Bischoff (2005) e CSA S806 (2012).

$$0,380\% \leq \rho \leq 2,754\%$$



b) Comparação entre Eurocode 2 (2004) e CNR-DT 203 (2007).



Fonte: Autora (2019).

Os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ estão mostrados na Tabela 14 para os dois métodos de cálculo empregado.

Tabela 14 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	ACI 440 (2015)	Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)	CNR-DT 203 (2007)
Média	0,889	1,245	1,547	0,803	1,126
Desvio Padrão	0,326	0,368	0,442	0,314	0,389
Máximo	1,441	1,913	2,348	1,338	1,909
Mínimo	0,222	0,432	0,622	0,034	0,034

Fonte: Autora (2019).

Através da Figura 25, Figura 26 e Tabela 14, verifica-se que CSA S806 (2012) apresenta valores mais conservadores em relação a ACI 440 (2015) e Bischoff (2005). Além disso, em geral, o modelo proposto por Bischoff (2005) fornece valores num ponto médio entre os apresentados por ACI 440 (2015) e CSA S806 (2012). Verifica-se também que, para taxas de armadura menores que 1,5%, há uma maior oscilação nos resultados obtidos e ACI 440 (2015), na maioria dos casos, apresenta valores menores que os experimentais.

Com relação a Eurocode (2004) e CNR-DT 203 (2007), afere-se que o segundo método tende a ajustar os valores fornecidos pelo primeiro de forma satisfatória.

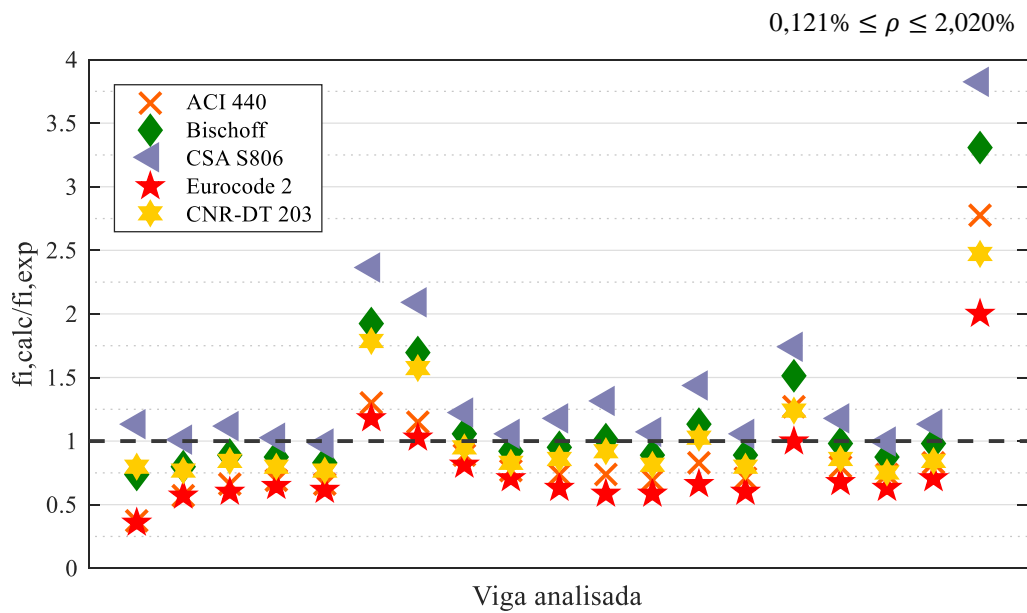
Vale ressaltar que as vigas estudadas apresentam valores de d/L entre 0,07 e 0,13 e de a/L entre 0,32 e 0,40.

5.3.2. PRF de carbono

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 20 MPa e 50 MPa.

A Figura 27 permite se comparar os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ através dos modelos estudados, considerando ordem crescente de taxa de armação.

Figura 27 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

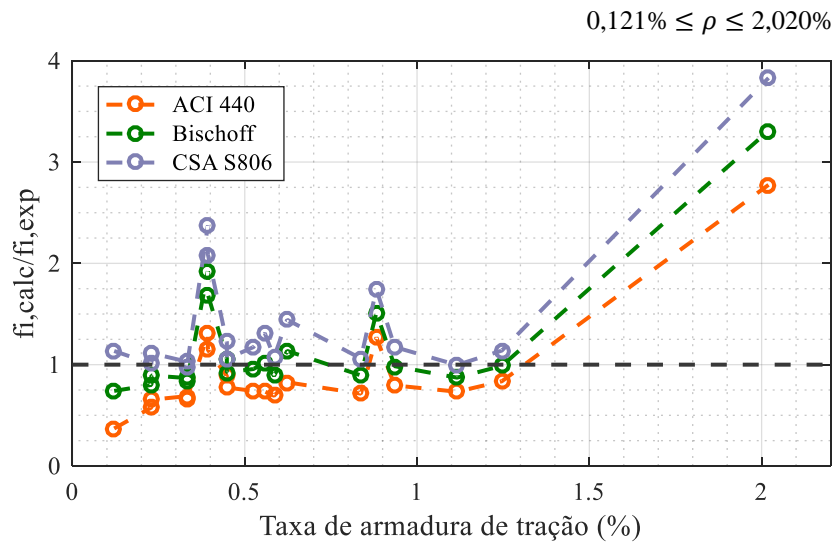


Fonte: Autora (2019).

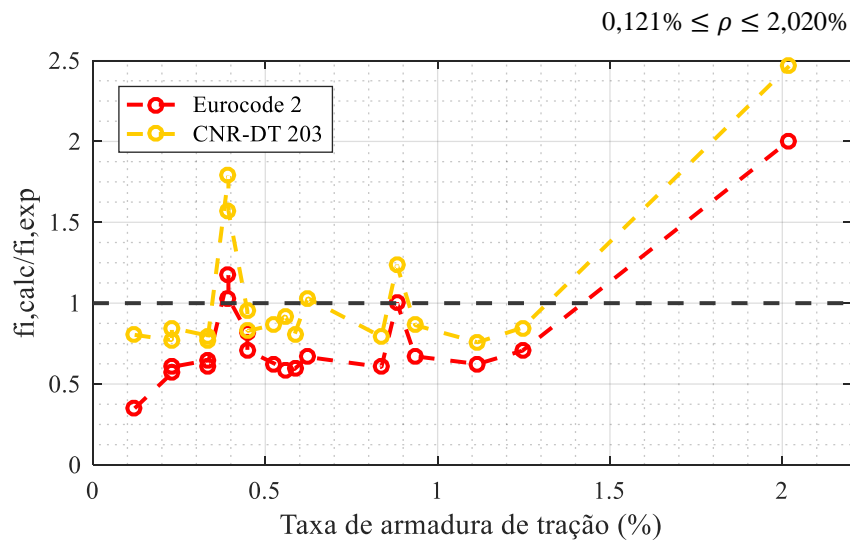
Visando proporcionar uma visão mais completa sobre o desempenho dos modelos, a Na Figura 28 ilustra como variam os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armação presente nas vigas estudadas.

Figura 28 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

a) Comparação entre ACI 440 (2015), Bischoff (2005) e CSA S806 (2012).



b) Comparação entre Eurocode 2 (2004) e CNR-DT 203 (2007).



Fonte: Autora (2019).

A Tabela 15 apresenta os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ encontrados pelos diferentes métodos empregados no estudo.

Tabela 15 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFC e aço e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	ACI 440 (2015)	Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)	CNR-DT 203 (2007)
Média	0,904	1,173	1,419	0,768	1,038
Desvio Padrão	0,506	0,605	0,698	0,354	0,446
Máximo	2,775	3,309	3,830	2,004	2,466
Mínimo	0,370	0,741	0,983	0,350	0,758

Fonte: Autora (2019).

Através da Figura 27, Figura 28 e Tabela 15, é possível se constatar que, assim como no caso anterior para vigas armadas com PRFV, CSA S806 (2012) apresenta valores bem mais conservadores em relação a ACI 440 (2015) e Bischoff (2005). Porém, no cenário atual, os resultados oscilam menos com a variação da taxa de armadura.

Nota-se também que, para vigas armadas com PRFC, CNR-DT 203 (2007) tende a ajustar as flechas calculadas através de Eurocode (2004), porém estas ainda apresentam, em média, valores contra a segurança.

As vigas analisadas apresentam valores de d/L entre 0,07 e 0,11 e de a/L entre 0,32 e 0,37.

5.3.3. Vigas ensaiadas por Ou et al. (2005)

Ou et al. (2005) ensaiou 28 vigas, dentre as quais, 13 eram armadas com PRFV e 7 eram armadas com PRFC. Todas possuíam barras de aço na zona comprimida. Foram selecionadas 4 vigas armadas com PRFV e 4 armadas com PRFC, apresentando concreto com resistência à compressão entre 21,3 MPa e 27,2 MPa e taxas de armadura variáveis, como mostra a Tabela 16. São também apresentadas as dimensões das vigas e módulo de elasticidade das barras de PRF.

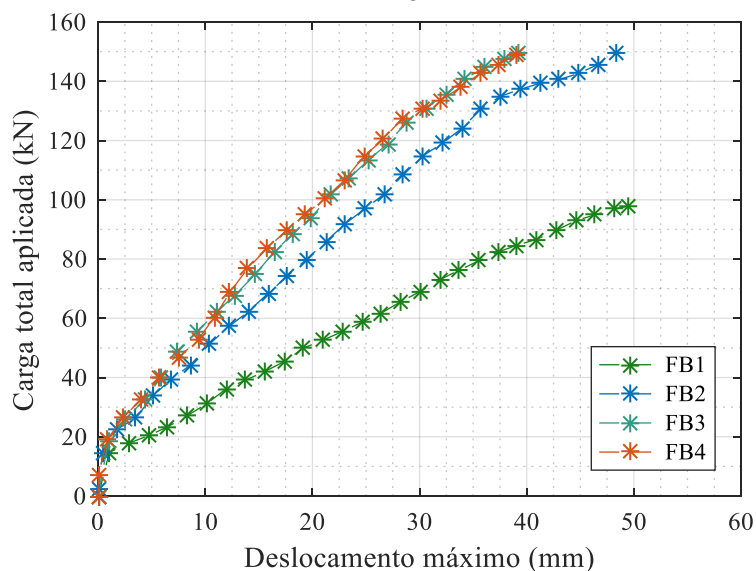
Tabela 16 - Dados das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005).

Viga		f_c (MPa)	E_f (MPa)	b_w (mm)	h (mm)	ρ (%)	ρ' (%)	L (mm)	a (mm)
PRFV	FB1	27,2	49000	150	300	0,56	0,14	2400	800
	FB2	27,2	49000	150	300	0,77	0,14	2400	800
	FB3	21,3	49000	150	300	0,94	0,14	2400	800
	FB4	21,3	49000	150	300	1,12	0,14	2400	800
PRFC	FB14	21,3	128000	150	300	0,12	0,14	2400	800
	FB15	21,3	128000	150	300	0,23	0,14	2400	800
	FB16	25,1	128000	150	300	0,33	0,14	2400	800
	FB17	22,3	128000	150	300	0,45	0,14	2400	800

Fonte: Autora (2019).

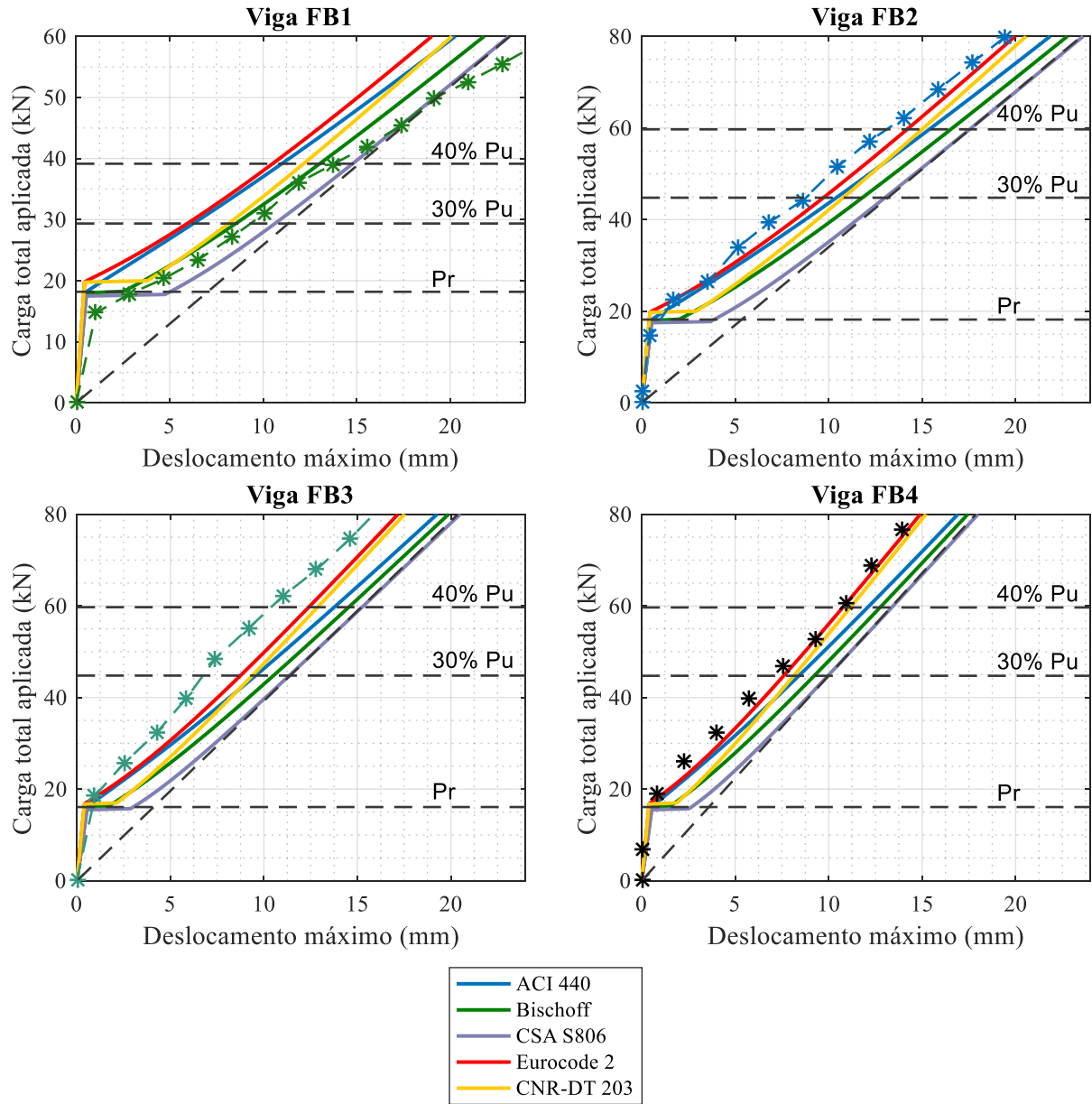
Na Figura 29, a seguir, estão apresentadas as curvas de variação da flecha máxima das vigas armadas com PRFV obtidas experimentalmente por Ou et al. (2005) em função do carregamento aplicado, enquanto que na Figura 30, tais curvas são confrontadas com aquelas obtidas pelos modelos teóricos, realçando os valores correspondentes à carga de fissuração e aquela adotada como limite em condições de serviço.

Figura 29 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.



Fonte: Autora (2019).

Figura 30 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.



Fonte: Autora (2019).

Na Tabela 17 são apresentadas as relações $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ e M_r/M_{serv} para cada método de calculado estudado nas vigas armadas com PRFV e aço. O momento de serviço considerado é equivalente a 30% do momento resistido pela seção de cada viga.

Tabela 17 - Valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFV e aço.

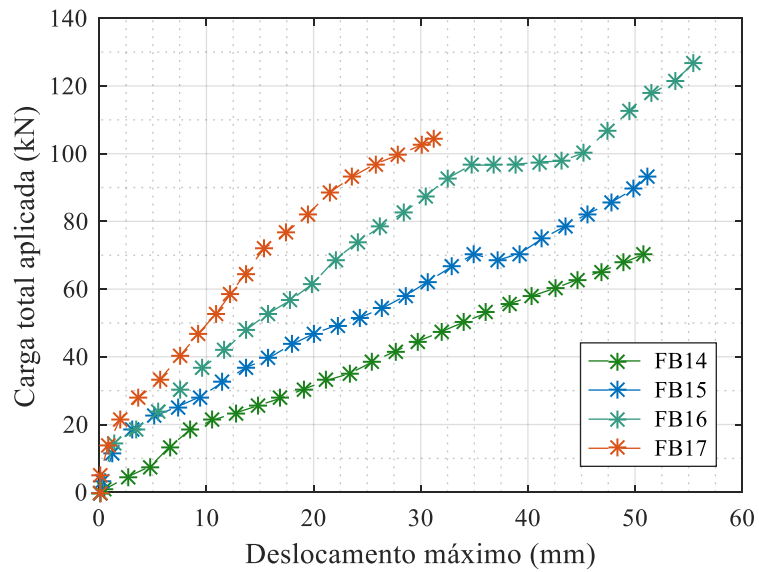
Viga	ACI 440 (2015)		Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)		Eurocode 2 (2004)		CNR-DT 203 (2007)
	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
FB1	0,642	0,654	0,911	1,164	0,633	0,602	0,714	0,876
FB2	1,186	0,577	1,531	1,845	0,558	1,111	0,629	1,426
FB3	1,256	0,552	1,567	1,850	0,534	1,185	0,578	1,436
FB4	1,260	0,521	1,525	1,766	0,504	1,167	0,545	1,373
Média	1,086		1,384	1,656		1,016		1,278
Desvio Padrão	0,298		0,316	0,330		0,278		0,269

Fonte: Autora (2019).

A partir da Figura 30 e Tabela 17, verifica-se que, da mesma forma que em vigas armadas com aço, no caso estudado, as taxas de armadura de tração têm grande influência na eficácia do cômputo de flechas imediatas através dos modelos avaliados.

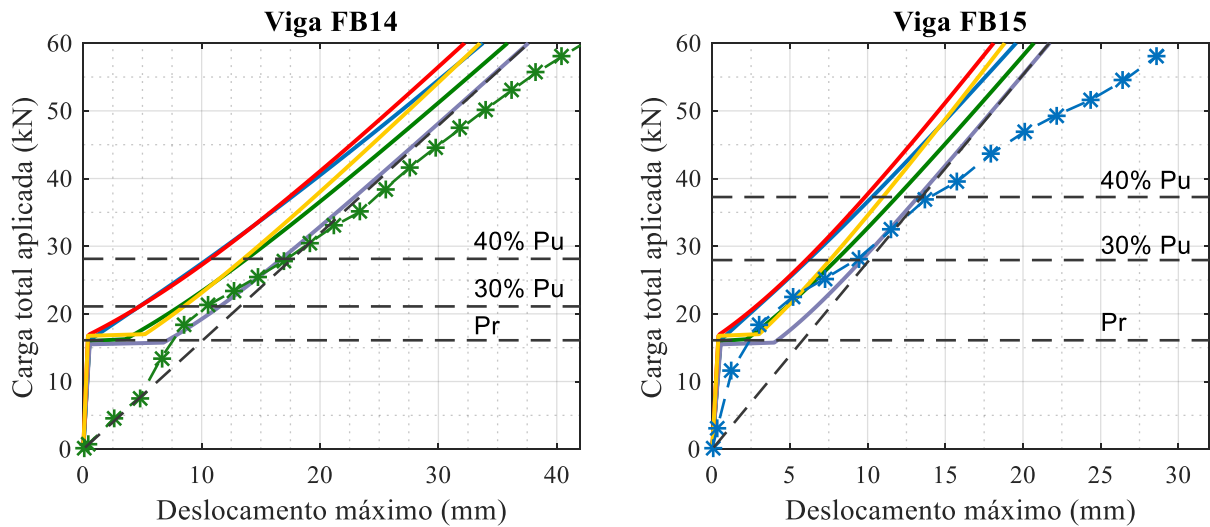
Na Figura 31, a seguir, estão apresentadas as curvas de variação da flecha máxima das vigas armadas com PRFC obtidas experimentalmente por Ou et al. (2005) em função do carregamento aplicado, enquanto que na Figura 32, tais curvas são confrontadas com aquelas obtidas pelos modelos teóricos, realçando os valores correspondentes à carga de fissuração e aquela adotada como limite em condições de serviço.

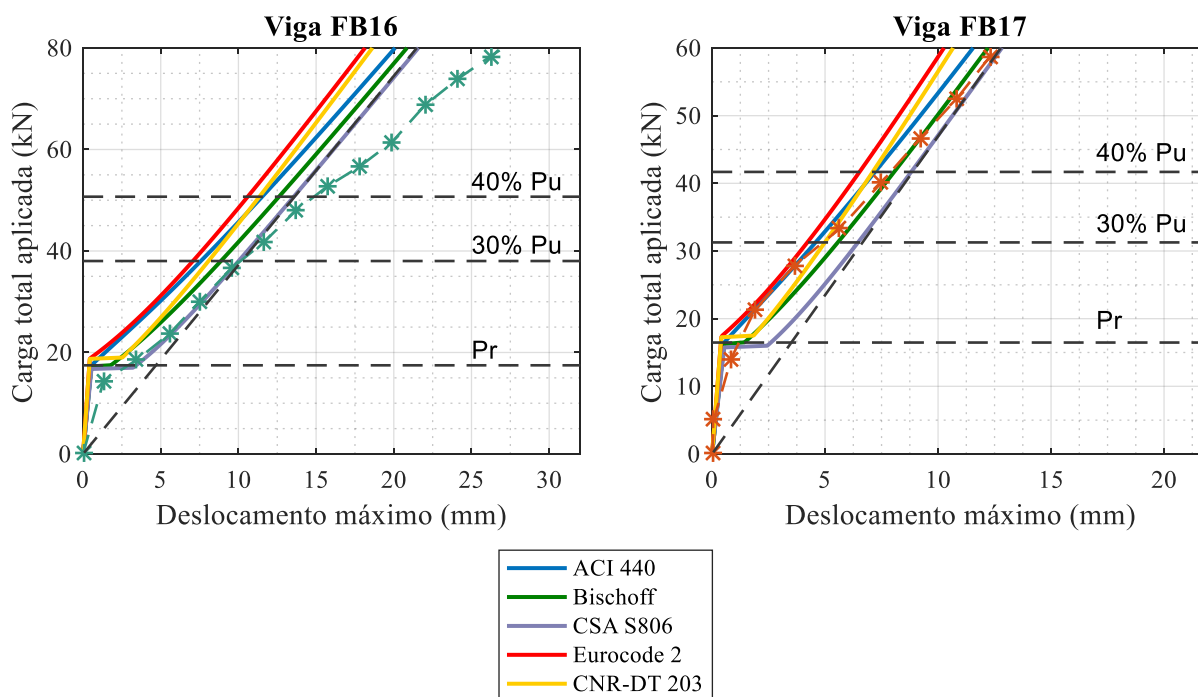
Figura 31 - Flechas experimentais das vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.



Fonte: Autora (2019).

Figura 32 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.





Fonte: Autora (2019).

Na Tabela 18 são apresentadas as relações $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ e M_r/M_{serv} para cada método de calculado estudado nas vigas armadas com PRFC e aço. O momento de serviço considerado é equivalente a 30% do momento resistido pela seção de cada viga.

Tabela 18 - Valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para as vigas ensaiadas por Ou et al. (2005) armadas com PRFC e aço.

Viga	ACI 440 (2015)		Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)		Eurocode 2 (2004)		CNR-DT 203 (2007)
	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{serv}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
FB14	0,370	0,828	0,741	1,135	0,802	0,350	0,868	0,804
FB15	0,577	0,642	0,800	1,008	0,622	0,567	0,673	0,771
FB16	0,689	0,556	0,868	1,030	0,538	0,646	0,599	0,800
FB17	0,888	0,506	1,064	1,222	0,490	0,816	0,534	0,952
Média	0,631		0,868	1,099		0,595		0,832
Desvio Padrão	0,216		0,140	0,099		0,193		0,082

Fonte: Autora (2019).

A partir da Figura 32 e Tabela 18, verifica-se que, nas vigas analisadas, as taxas de armadura de tração também têm forte influência na eficácia do cálculo das flechas utilizando-se os modelos simplificados estudados neste trabalho.

5.4. Vigas armadas com PRF

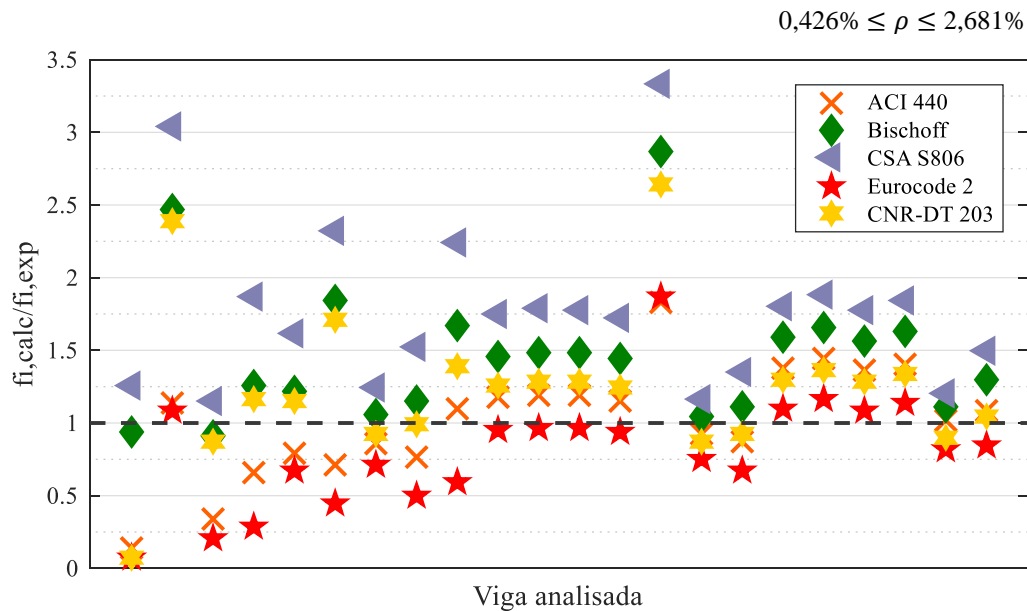
Nesse item são estudadas vigas armadas com PRFV e com a presença de armaduras de PRFV na região onde o concreto está comprimido.

5.4.1. PRF de vidro

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 20 MPa e 50 MPa.

A Figura 33 permite se comparar os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ através dos modelos estudados, considerando ordem crescente de taxa de armação.

Figura 33 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.



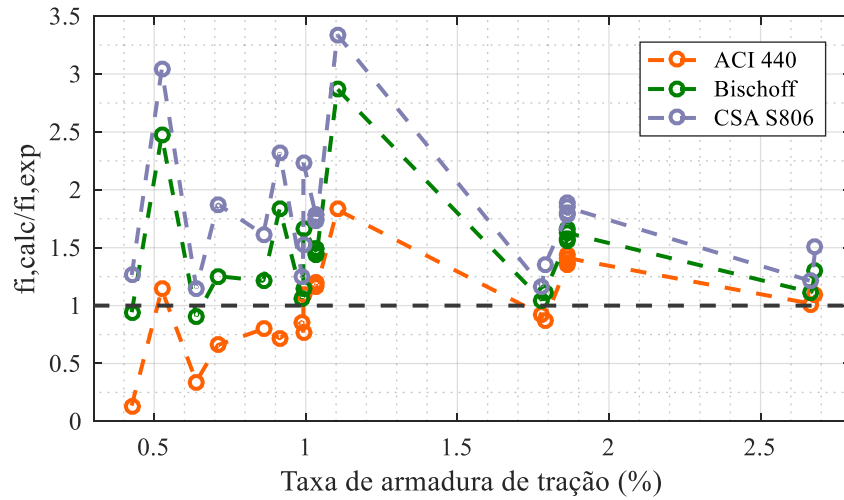
Fonte: Autora (2019).

Visando proporcionar uma visão mais completa sobre o desempenho dos modelos, a Figura 34, a seguir, ilustra como variam os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armação presente nas vigas estudadas.

Figura 34 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

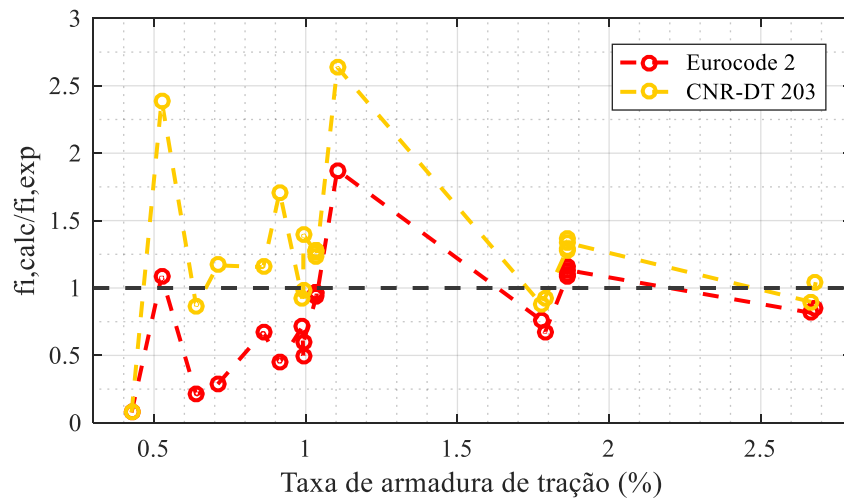
a) Comparação entre ACI 440 (2015), Bischoff (2005) e CSA S806 (2012).

$$0,426\% \leq \rho \leq 2,681\%$$



b) Comparação entre Eurocode 2 (2004) e CNR-DT 203 (2007).

$$0,426\% \leq \rho \leq 2,681\%$$



Fonte: Autora (2019).

A Tabela 19 apresenta os valores máximo e mínimo, médio e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ para os diversos métodos de cálculo considerados.

Tabela 19 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 20 MPa e 50 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	ACI 440 (2015)	Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)	CNR-DT 203 (2007)
Média	1,025	1,467	1,782	0,810	1,245
Desvio Padrão	0,377	0,470	0,558	0,389	0,518
Máximo	1,828	2,871	3,340	1,875	2,638
Mínimo	0,136	0,910	1,151	0,077	0,077

Fonte: Autora (2019).

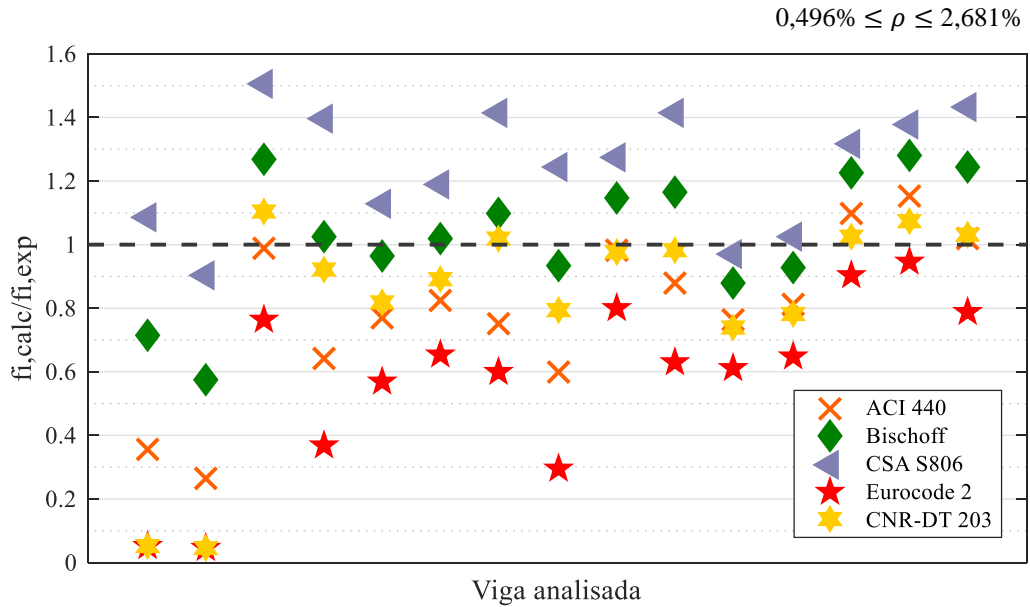
Com base na Figura 33, Figura 34 e Tabela 19, verifica-se que, de mesmo modo que ocorreu com de vigas armadas com PRFV e aço na zona comprimida, em média, CSA S806 (2012) apresenta valores mais conservadores em relação a ACI 440 (2015) e Bischoff (2005). Ademais, em geral, o modelo proposto por Bischoff (2005) fornece valores num ponto médio entre os fornecidos por ACI 440 (2015) e CSA S806 (2012). Verifica-se também que para taxas de armadura inferiores a 1,5% há uma maior oscilação nos resultados obtidos. Como pode ser verificado, CNR-DT 203 (2007) tende a ajustar as flechas calculadas através de Eurocode (2004) de forma satisfatória.

As vigas estudadas apresentam valores de d/L entre 0,07 e 0,13 e de a/L entre 0,32 e 0,43.

Grupo de resistência à compressão do concreto entre 50 MPa e 90 MPa.

A Figura 35 permite se comparar os valores obtidos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ através dos modelos estudados, considerando ordem crescente de taxa de armação.

Figura 35 - Comparação entre $f_{i,calc}$ e $f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

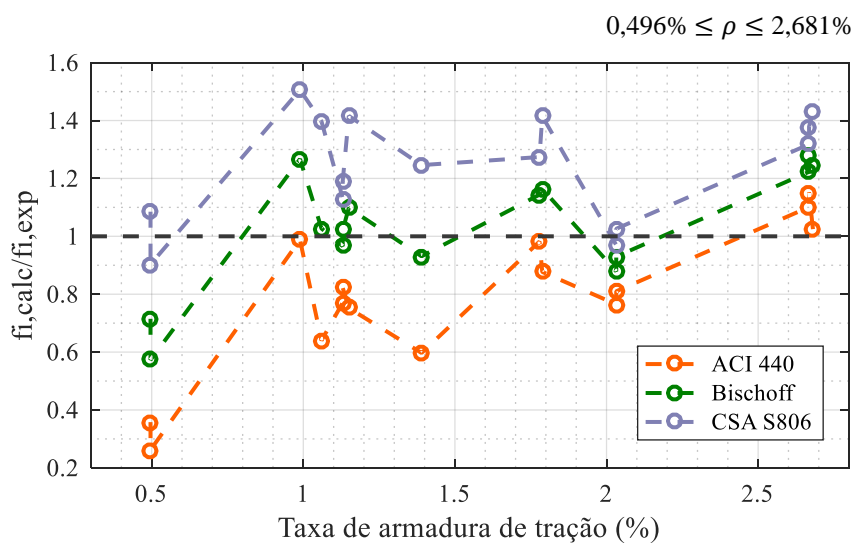


Fonte: Autora (2019).

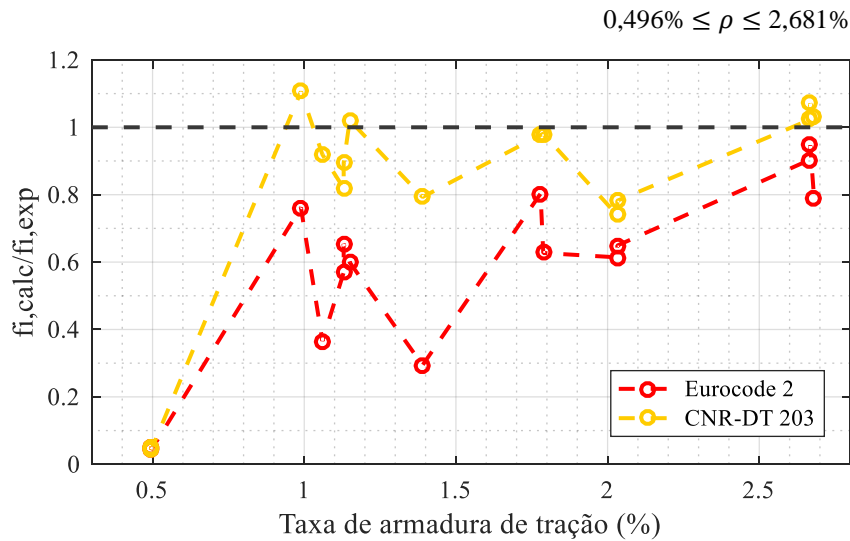
Visando proporcionar uma visão mais completa sobre o desempenho dos modelos, a Figura 36, a seguir, ilustra como variam os valores de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em função da taxa de armadura presente nas vigas estudadas.

Figura 36 - Relação entre ρ e $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

a) Comparação entre ACI 440 (2015), Bischoff (2005) e CSA S806 (2012).



b) Comparação entre Eurocode 2 (2004) e CNR-DT 203 (2007).



Fonte: Autora (2019).

A Tabela 20 apresenta o valor máximo e mínimo, média e desvio padrão de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ conforme o método de cálculo.

Tabela 20 - Valores médios e extremos de $f_{i,calc}/f_{i,exp}$ em vigas armadas com PRFV e f_c entre 50 MPa e 90 MPa.

$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	ACI 440 (2015)	Bischoff (2005)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)	CNR-DT 203 (2007)
Média	0,793	1,031	1,246	0,578	0,817
Desvio Padrão	0,253	0,206	0,187	0,277	0,331
Máximo	1,151	1,280	1,506	0,946	1,106
Mínimo	0,262	0,573	0,903	0,043	0,043

Fonte: Autora (2019).

Através da Figura 35, Figura 36 e Tabela 20, é possível se constatar que o método proposto por Bischoff (2005) apresenta valores mais próximos dos experimentais e CSA S806 (2012) valores mais conservadores. Além disso, Bischoff (2005) fornece valores num ponto médio entre os apresentados por ACI 440 (2015) e CSA S806 (2012). Verifica-se ainda que, CNR-DT 203 (2007) tende a ajustar as flechas calculadas através de Eurocode (2004) de modo razoável.

Vale ressaltar que as vigas analisadas apresentam valores de d/L entre 0,06 e 0,13 e de a/L é 0,33.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1. Conclusões

Neste trabalho, flechas máximas de vigas de concreto armadas com barras de aço e polímeros reforçados por fibras calculadas analiticamente a partir de modelos simplificados propostos para projetos foram comparadas a flechas medidas experimentalmente por diversos autores. Todas as vigas estudadas são biapoiadas com duas cargas concentradas aplicadas simetricamente e apresentam seção transversal retangular. Foram analisadas vigas com quatro tipos de armação: a) aço; b) PRFV (com presença de aço na região onde o concreto está comprimido); c) PRFC (com presença de aço na região onde o concreto está comprimido); e d) PRFV (com presença de PRFV na região onde o concreto está comprimido).

Através das análises realizadas, podem-se fazer as seguintes considerações:

- i. Os modelos estudados apresentam resultados mais satisfatórios em elementos com altas taxas de armação. Em geral, em vigas com taxas de armação menores ou próximas de 0,6%, os métodos simplificados tendem a subestimar o valor das flechas imediatas; Especificamente, para as vigas com armaduras de aço, nota-se que:
- ii. Embora a NBR 6118 (2004) e o Eurocode 2 (2004) adotem diferentes procedimentos de cálculo de flechas, seus resultados são aproximados. É interessante salientar que ambos recomendam o uso de expressões similares no cálculo de propriedades mecânicas do concreto com base em sua resistência à compressão;
- iii. Uma observação similar à apresentada em (ii) pode ser feita em relação ao ACI 318 (2014) e CSA A23.3 (2007), destacando-se, porém, que tais códigos adotam o mesmo método de cálculo na estimativa da rigidez equivalente;
- iv. O modelo proposto por Bischoff (2005) reproduz com maior eficiência os resultados experimentais em comparação com o ACI 318 (2014);
No caso das vigas armadas com polímeros reforçados por fibras, observa-se que:
- v. O procedimento de cálculo adotado por CSA S806 (2012) fornece valores mais conservadores em relação ao ACI 440 (2015) e Bischoff (2005). Pode-se presumir que isto ocorra devido ao fato que o primeiro método despreza o efeito *tension stiffening* na avaliação de deslocamentos;
- vi. O método proposto por Bischoff (2005), em geral, apresenta valores intermediários entre os fornecidos por ACI 440 (2015) e CSA S806 (2012);
- vii. O modelo de cálculo adotado pelo ACI 440 (2015), na maioria dos casos, apresenta valores menores que os experimentais;

viii. O método adotado pelo CNR-DT 203 (2007) descreve com maior fidelidade os dados experimentais em comparação com o Eurocode 2 (2004), com exceção dos casos em que armadura de PRFC é adotada.

6.2. Sugestões de trabalhos futuros

Para dar continuidade ao que foi estudado no presente trabalho, são apresentadas as seguintes propostas:

- i. Analisar o desempenho dos modelos simplificados na avaliação de flechas imediatas de vigas com outros tipos de apoio e carregamento e de lajes armadas com aço e PRF;
- ii. Desenvolver um estudo sobre o efeito da fluência em flechas de vigas e lajes de concreto armado com aço e PRF, comparando valores obtidos por modelos simplificados indicados para projeto com dados experimentais;
- iii. Realizar um tratamento estatísticos dos dados gerados, de modo a possibilitar uma análise mais eficaz dos mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADVISORY COMMITTEE ON TECHNICAL RECOMMENDATIONS FOR CONSTRUCTION. **CNR-DT 203/2006**: Guide for the design and construction of concrete structures reinforced with fiber-reinforced polymer bars. Rome, 2007.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318M-14**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Michigan, 2014.

_____. **ACI 440.1R-15**: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars. Michigan, 2015.

ARAÚJO, J. M. **Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 5, p. 1-10, 2004.

ASHOUR, A. F. Flexural and shear capacities of concrete beams reinforced with GFRP bars. **Construction and Building Materials**, v. 20(10), p. 1005–1015, 2006.

ASHOUR, S. A. Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams. **Engineering Structures**, v. 22(9), p. 1145–1158, 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto Armado: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BANK, L. C. **Composites for Construction**: Structural Design with FRP Materials. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

BARRIS, C. **Serviceability Behaviour of Fibre Reinforced Polymer Reinforced Concrete Beams**. 2010. Thesis – Universitat de Girona, Girona, 2010.

BATTAGIN, I. L. S. Normalização Técnica ABNT/CB-018. Comitê Brasileiro de Cimento, Concreto e Agregados, 2019. Disponível em: <<https://cbic.org.br/gant-apresenta-normas-em-discussao-de-cimento-concreto-e-agregados>>. Acesso em: 02/10/2019.

BERNARDO, L. F. A.; LOPES, S. M. R. Neutral Axis Depth versus Flexural Ductility in High-Strength Concrete Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 130(3), p. 452–459, 2004.

BISCHOFF, P. H. Reevaluation of deflection prediction for concrete beams reinforced with steel and fiber-reinforce polymer bars. **Journal of Structural Engineering**, v. 131(5), p. 752–767, 2005.

BISCHOFF, P. H.; GROSS, S. P. Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature. **Journal of Composites for Construction**, v. 15(3), p. 263-273, 2011.

BRITISH STANDARD. **Eurocode 2: Design of concrete structures—Part 1-1: General rules and rules for buildings**, EN 1992-1-1:2004. Brussels, 2004.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CAN/CSA A23.3-04: Design of Concrete Structures**. Mississauga, 2007.

_____. **CAN/CSA S806-12: Design and Construction of Building Structures with Fiber Reinforced Polymers**. Mississauga, 2012.

CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 3. ed. São Carlos: EdUFScar, 2013.

CONFRERE, A. et al. Experimental behaviour and deflection of low-strength concrete beams reinforced with FRP bars. **Structural Concrete**, v. 17(5), p. 858–874, 2016.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering Mechanics of Composite Materials**. 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2006.

EL-NEMR A. et al. Instantaneous deflection of slender concrete beams reinforced with GFRP bars. Proceedings, **Annual Conference - Canadian Society for Civil Engineering**, v. 2, p. 1685–1694, 2011.

ELRAKIB, T. M. Performance evaluation of HSC beams with low flexural reinforcement. **HBRC Journal**, v. 9(1), p. 49–59, 2013.

FUSCO, P. B. **Tecnologia do Concreto Estrutural: Tópicos Aplicados**. São Paulo: Pini, 2008.

GETZLAF, D. D. **An Investigation into the Flexural Behaviour of GFRP Reinforced Concrete Beams**. 2012. Thesis – University of Toronto, Toronto, 2012.

GHALI, A.; FRAVE, R.; ELDBADRY, M. **Concrete Structures: Stresses and Deformation**. 3rd ed. London: Spon Press, 2002.

GILBERT, R. I. Deflection Calculation for Reinforced Concrete Structures: Why We Sometimes Get It Wrong. **ACI Structural Journal**, v. 96(6), p. 1027-1033, 1999.

_____. The Serviceability Limit States in Reinforced Concrete Design. **Procedia Engineering**, v. 14, p. 385-395, 2011.

GOLDSTON, M. W. **Behaviour of concrete beams reinforced with GFRP bars under static & impact loading**. 2016. Thesis – University of Wollongong, Wollongong, 2016.

GRIBNIAK, V. **Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures**. 2009. Thesis – Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, 2009.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **fib bulletin 40: FRP Reinforcement in RC Structures**. Lausanne, 2007.

JU, M. et al. A Modified Model for Deflection Calculation of Reinforced Concrete Beam with Deformed GFRP Rebar. **International Journal of Polymer Science**, p. 1–10, 2016.

KARAYANNIS, C. G.; KOSMIDOU, P.-M K.; CHALIORIS, C. E. Reinforced Concrete Beams with Carbon-Fiber-Reinforced Polymer Bars—Experimental Study. **Fibers**, v. 6(4), p. 1-20, 2018.

KASSEM, C.; FARGHALY, A. S.; BENMOKRANE, B. Evaluation of Flexural Behavior and Serviceability Performance of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. **Journal of Composites for Construction**, v. 15(5), p. 682-695, 2011.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização**. v. 4. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1971.

MAGHSOUDI, A. A.; AKBARZADEH BENGAR, H. Flexural ductility of HSC members. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 24(2), p. 195–212, 2006.

McCORMAC, J. C.; BROWN, R. H. **Design of Reinforced Concrete**. 10th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, properties and materials**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2006.

MIÀS, C. et al. Experimental study of immediate and time-dependent deflections of GFRP reinforced concrete beams. **Composite Structures**, v. 96, p. 279–285, 2013.

MORAES, J. T. L. Alternativa ao aço. **Notícias da Construção**, p. 44–45, 2013.

MOTA, C.; ALMINAR, S.; SVECOVA, D. Critical review of deflection formulas for FRP-RC members. **Journal of Composites for Construction**, v. 10(3), p. 183–194, 2006.

MOUSA, M. I. Flexural behaviour and ductility of high strength concrete (HSC) beams with tension lap splice. **Alexandria Engineering Journal**, v. 54(3), p. 551–563, 2015.

MOUSAVI, S. R.; ESFAHANI, M. R. Effective Moment of Inertia Prediction of FRP-Reinforced Concrete Beams Based on Experimental Results. **Journal of Composites for Construction**, v. 16(5), p. 490–498, 2012.

NANNI, A.; LUCA, A. de; ZADEH, H. J. **Reinforced Concrete with FRP Bars: Mechanics and Design**. Boca Raton: CRC Press, 2014.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do concreto**. São Paulo: Pini, 1997.

OU, J. et al. Load-Deflection Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. **Advances in Structural Engineering**, v. 7(5), p. 427–436, 2005.

RASHID, M. A.; MANSUR, M. A. Reinforced high-strength concrete beams in flexure. **ACI Structural Journal**, v. 102(3), p. 462–471, 2005.

SHARIFI, Y. Structural performance of Self-Consolidating Concrete used in reinforced concrete beams. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 16(4), p. 618–626, 2012.

SHIN, S.; SEO, D.; HAN, B. Performance of concrete beams reinforced with GFRP bars. **Journal of Asian Architecture and Building Engineering**, v. 8(1), p. 197–204, 2009.

SILVA, R. C. B. **Comportamento de Vigas de Concreto Armadas com Barras de CFRP e GFRP para Infraestrutura de Transportes**. 2014. Dissertação – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2014.

TOUTANJI, H.; DENG, Y. Deflection and crack-width prediction of concrete beams reinforced with glass FRP rods. **Construction and Building Materials**, v. 17(1), p. 69–74, 2003.

WIGHT, J. K.; MacGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. 6th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2012.

YANG, I.-H.; JOH, C.; KIM, K.-C. A Comparative Experimental Study on the Flexural Behavior of High-Strength Fiber-Reinforced Concrete and High-Strength Concrete Beams. **Advances in Materials Science and Engineering**, p. 1–13, 2018.

APÊNDICE A

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS

A resistência à flexão de um elemento de concreto armado pode ser definida como sua capacidade em absorver momentos fletores. Quando a resistência à flexão de uma viga é atingida, em ao menos uma seção do elemento, o concreto e/ou a armadura alcançaram suas deformações-limite, isto é, o elemento chegou a seu estado limite último.

De acordo com Bank (2006), em muitos casos, os limites de serviço podem controlar o dimensionamento de vigas de concreto armadas com PRF. As seções de concreto armado com aço são comumente projetadas para que a ruína ocorra após a deformação excessiva da armadura, pois isso fornece utilidade e um aviso prévio de falha do elemento. Como as armaduras de PRF em geral apresentam um comportamento frágil à ruptura, essa premissa deve ser reconsiderada.

Para avaliar a capacidade de flexão de uma viga, são admitidas as seguintes hipóteses:

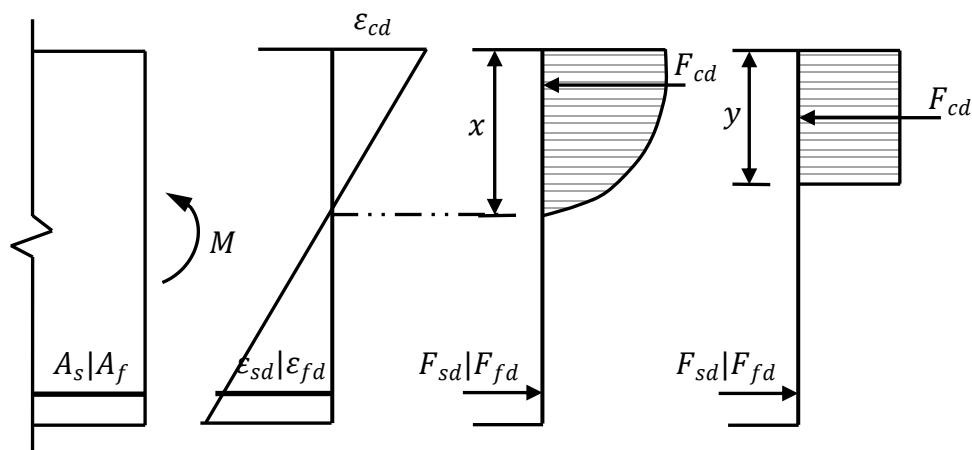
- As seções transversais ao eixo do elemento indeformado, que inicialmente eram planas e normais a esse eixo, permanecem nessa condição após as deformações do elemento. Esta suposição resulta em uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais. Dessa forma, a deformação em uma fibra qualquer de uma seção é diretamente proporcional à sua distância à linha neutra;
- Existe uma aderência perfeita entre o concreto e a armadura. Com isso, as armaduras estarão sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve. Logo, a deformação em um ponto qualquer da seção transversal será calculada de acordo com a hipótese anterior, independentemente deste ponto corresponder à armadura ou ao concreto;
- A resistência à tração do concreto é totalmente desprezada. A contribuição do concreto tracionado só é relevante nas condições de serviço da estrutura. No estado limite último, para o qual se faz o dimensionamento, ela é muito pequena para a resistência.

Considerando as suposições acima, é possível determinar a capacidade à flexão de um elemento utilizando qualquer tipo de reforço, desde que a aderência entre a armadura e o concreto seja adequada.

A distribuição das tensões de compressão e a localização da linha neutra variam em cada viga, pois estas dependem da magnitude e histórico de carregamentos prévios, retração e fluência do concreto, tamanho e espaçamento entre fissuras, velocidade de carregamento, etc. De acordo com McCormac e Brown (2016), experimentos em vigas de concreto armado confirmam que as deformações podem ser admitidas como proporcionais à distância em relação

à linha neutra, inclusive para cargas últimas. Entretanto, para tensões de compressão até valores próximos de $0,5f_c$ o concreto comprimido apresenta lei constitutiva praticamente linear. Na prática, pode-se assumir qualquer forma – retangular, parabólica, trapezoidal, etc. – para o diagrama de tensões, desde que as equações resultantes sejam compatíveis com testes experimentais. Em geral, é adotado o diagrama retangular equivalente, mostrado na Figura 37.

Figura 37 - Diagrama retangular equivalente em uma seção de uma viga.



Fonte: Autora (2019).

onde ε_{cd} é a deformação específica de cálculo de encurtamento do concreto; F_{cd} , a força de compressão equivalente; $A_s|A_f$, a área de armadura; $\varepsilon_{sd}|\varepsilon_{fd}$, a deformação específica de cálculo de alongamento da armadura; $F_{sd}|F_{fd}$, a força de tração equivalente; x é a altura da linha neutra; e y , a altura do retângulo equivalente de tensões.

Observa-se que as forças de tração e compressão formam um binário e o momento fletor resistente da seção pode ser definido por:

$$M_u = F_{sd} \left(d - \frac{y}{2} \right) \quad (\text{A.1})$$

Assume-se como critério básico de projeto que a capacidade resistente da seção seja maior ou igual que a solicitação aplicada, isto é, $M_u \geq M_s$, onde M_u é o momento resistente de cálculo da seção e M_s é o momento de cálculo solicitante.

A seguir, são apresentados de forma sucinta os procedimentos para dimensionamento de seções de vigas de concreto armado – com aço e PRF – quando submetidas à flexão.

A.1. Vigas armadas com aço

As normas e códigos que tratam de elementos de concreto armado com aço estudados nesse trabalho são as seguintes: NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014), CSA A23.3 (2007) e Eurocode 2 (2004). Na Tabela 21, a seguir, são apresentados os valores de cálculo e os coeficientes de segurança adotados, além do limite superior da resistência à compressão do concreto.

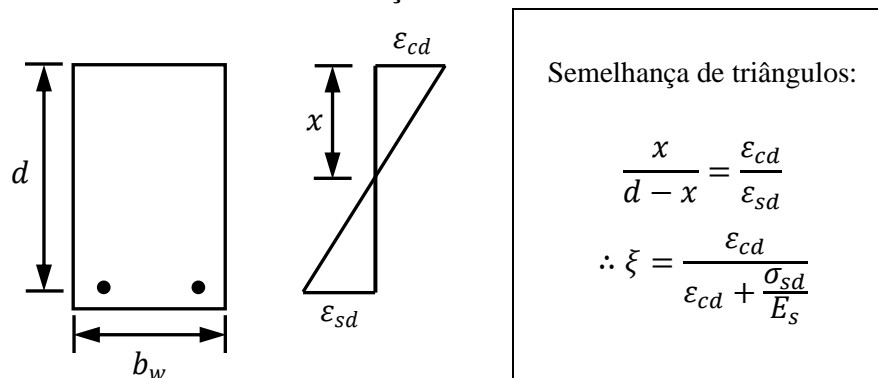
Tabela 21 - Valores de cálculo e coeficientes de segurança adotados pelas normas estudadas, em vigas armadas com aço.

Parâmetro de Cálculo	NBR 6118 (2014)	ACI 318 (2014)	CSA A23.3 (2007)	Eurocode 2 (2004)
Resistência à compressão do concreto	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\gamma_c = 1,4$	f'_c	$f_{cd} = \phi_c f_{ck}$ $\phi_c = 0,65$	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\gamma_c = 1,5$
Tensão de escoamento da armadura de aço	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1,15$	f_y	$f_{yd} = \phi_s f_y$ $\phi_s = 0,85$	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1,5$
Limite superior da resistência à compressão do concreto	90 MPa	Não menciona	80 MPa	90 MPa

Fonte: Autora (2019).

Assumindo que o aço já atingiu seu patamar de escoamento, tem-se $\varepsilon_{sd} \geq \varepsilon_{yd}$, resultando na tensão de escoamento na armadura, isto é, $\sigma_{sd} = f_{yd}$. Caso contrário, obtém-se o valor de ε_{sd} a partir do diagrama de tensão-deformação do aço e calcula-se σ_{sd} , como mostra a Figura 38.

Figura 38 - Representação da equação de compatibilidade em vigas de concreto armado com aço.



Fonte: Autora (2019).

Na Tabela 22 são apresentados os parâmetros mais importantes no dimensionamento de vigas de concreto armado com aço: largura e altura do bloco de tensão equivalente, taxa de armadura balanceada, posição da linha neutra e momento resistente da seção. A posição da linha neutra pode ser obtida realizando o equilíbrio entre as forças de tração e compressão no bloco equivalente de tensão e assumindo que o aço já atingiu seu patamar de escoamento. Segundo McCormac e Brown (2016), o estado balanceado ocorre quando a deformação na armadura atinge o patamar de escoamento. Usando a expressão que define a posição da linha neutra, apresentada na Tabela 22, e aquela que expressa a compatibilidade de deformações, mostrada na Figura 38, obtém-se a equação correspondente à taxa de aço balanceada.

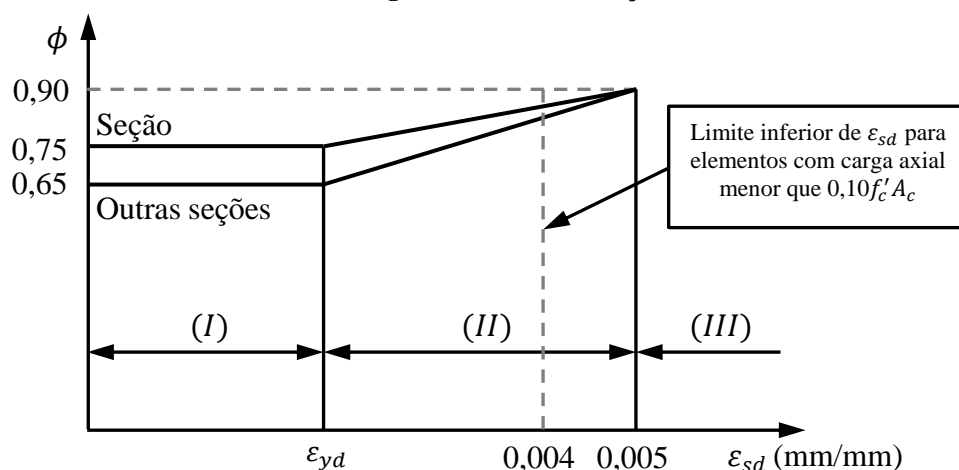
Como dito anteriormente, uma seção transversal submetida à flexão atinge seu estado limite último quando o concreto e/ou a armadura atingem suas respectivas deformações de cálculo máximas. De acordo com a NBR 6118 (2014), uma seção transversal, armada apenas à tração, submetida a ações normais, possui diversas possibilidades de colapso, representadas por seis domínios de deformação, apresentados na Figura 17.1 desta norma.

No domínio 2 o estado limite último é caracterizado pela deformação excessiva da armadura e a seção está submetida à tração e compressão, sem que o concreto alcance sua deformação de ruptura. No domínio 3, o estado limite último é caracterizado pela deformação de ruptura do concreto. Em ambos, a seção resistente da viga é composta por concreto comprimido e armadura tracionada. A ruptura do concreto ocorre simultaneamente ao escoamento do aço, o que torna esta situação a ideal – do ponto de vista econômico e de segurança –, pois os dois materiais atingem sua capacidade resistente máxima e a ruína ocorre após grandes deformações, isto é, com aviso prévio.

Segundo McCormac e Brown (2016), o fator de redução da resistência adotado pelo ACI 318 (2014) é utilizado para levar em consideração as incertezas inerentes à resistência do material, imprecisões nas equações de projeto, aproximações na análise, possíveis variações nas dimensões das seções de concreto e posicionamento da armadura, importância dos membros nas estruturas das quais fazem parte, entre outros. A norma ACI 318 (2014) prescreve, em seu item 21.2.1, os valores do fator de redução da resistência para a maioria das situações. De acordo com McCormac e Brown (2016), para vigas e lajes dimensionadas tanto para ruptura após deformação excessiva da armadura quanto por esmagamento do concreto quando $\varepsilon_{sd} \geq 0,005$, o valor de ϕ para a flexão é 0,9. Caso ε_{sd} seja inferior à 0,005, ainda é possível dimensionar a seção de acordo com a situação mostrada na Figura 39, semelhante à Figura R21.2.2(b), nos comentários de ACI 318 (2014).

Quando ε_{sd} varia entre ε_{yd} e 0,005, afirma-se, então, que a viga está em uma região de transição entre ruínas provocadas por esmagamento do concreto e deformação excessiva do aço. Nesse intervalo, os valores de ϕ variam entre 0,65 e 0,90, como mostra a Figura 39. O cálculo de elementos fletidos nessa zona de transição é geralmente antieconômico, e é provavelmente melhor, se a situação permitir, aumentar as alturas das vigas e/ou diminuir as porcentagens de aço até que ε_{sd} seja maior ou igual a 0,005. Se isso for feito, não apenas valores de ϕ serão iguais a 0,9, mas também porcentagens de aço não serão tão grandes a ponto de causar aglomeração de armadura. A malha terá seções de concreto levemente maiores, e conseqüentemente deslocamentos menores. Além disso, a aderência da armadura de aço ao concreto será maior quando em comparação com casos em que maiores porcentagens de aço são usadas.

Figura 39 - Variação do fator de redução da resistência em função da deformação específica de cálculo em vigas armadas com aço.



Fonte: Adaptado de McCormac e Brown (2016).

onde, (I) corresponde à ruína por esmagamento do concreto; (II), à zona de transição; e (III), à ruína por deformação excessiva da armadura.

A equação geral resultante no intervalo $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{sd} < 0,005$, para elementos não-circulares, é:

$$\phi = 0,65 + (\varepsilon_{sd} - \varepsilon_{yd}) \frac{0,25}{(0,005 - \varepsilon_{yd})} \quad (\text{A.2})$$

Quando as armaduras são confeccionadas com aços de resistência de escoamento igual a 420 MPa ou maior, o ACI 318 (2014), no item 3.5.3.2, afirma que a resistência de escoamento deve ser a tensão correspondente à deformação de 0,35%. Na seção 9.4, ACI 318 (2014)

estabelece um limite superior para a resistência ao escoamento de 550 MPa para cálculos de projeto para concreto armado. Caso fosse permitido o uso de aços com resistências maiores, deveriam ser fornecidas outras limitações de projeto, já que a deformação em aços com 550 MPa de resistência é quase igual à deformação final de concreto na compressão.

Tabela 22 - Parâmetros para o cálculo de seções de concreto armadas com aço.

Parâmetro	NBR 6118 (2014)	ACI 318 (2014)	CSA A23.3 (2007)	Eurocode 2 (2004)
Largura do bloco de tensão	$\alpha_c = \begin{cases} \alpha_c f_{cd} & f_{ck} \leq 50MPa \\ 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck} - 50}{200}\right) & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$	$0,85 f'_c$	$\alpha_1 = 0,85 - 0,0015 f'_c \geq 0,67$	$\eta = \begin{cases} \eta f_{cd} & f_{ck} \leq 50MPa \\ 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$
Altura do bloco de tensão	$\lambda = \begin{cases} y = \lambda x & f_{ck} \leq 50MPa \\ 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$	$\beta_1 = \begin{cases} y = \beta_1 x & f'_c \leq 30MPa \\ 0,85 - \frac{f'_c - 30}{125} \geq 0,65 & f'_c > 30MPa \end{cases}$	$\beta_1 = 0,97 - 0,0025 f'_c \geq 0,67$	$\lambda = \begin{cases} y = \lambda x & f_{ck} \leq 50MPa \\ 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$
Taxa de armadura balanceada	-	$\rho_b = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_y}{E_s}} \right)$	$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \right)$	$\rho_b = \eta \lambda \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \right)$
Posição da LN	$x = \frac{A_s f_{yd}}{\alpha_c f_{cd} \lambda b_w}$	$x = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c \beta_1 b_w}$	$x = \frac{A_s f_{yd}}{\alpha_1 f_{cd} \beta_1 b_w}$	$x = \frac{A_s f_{yd}}{\eta f_{cd} \lambda b_w}$
Momento resistente	$M_u = A_s f_{yd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right)$	$M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$	$M_u = A_s f_{yd} \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$	$M_u = A_s f_{yd} \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right)$

Fonte: Autora (2019).

A.2. Vigas armadas com PRF

Elementos fletidos armados com aço são usualmente dimensionados para que o estado limite último seja atingido após deformação excessiva da armadura. Isso garante uma certa ductilidade à peça e conseqüentemente um aviso da falha iminente. Como as armaduras de PRF em geral apresentam um comportamento frágil, é necessário reconsiderar essa premissa. Caso a armadura de PRF se rompa, a falha do elemento será abrupta; no entanto, haverá um certo aviso de falha iminente devido a extensas fissuras e grandes deflexões devido à deformação elástica significativa que o reforço de PRF apresenta antes da ruptura. Em qualquer caso, o elemento não exibiria ductilidade como é comumente observado para vigas de concreto armado com aço, nas quais as armaduras exibem deformação plástica antes do esmagamento do concreto (ACI 440, 2015; BANK, 2006; NANNI; DE LUCA; ZADEH, 2014).

Em vigas armadas com PRF é mais desejável que a ruína ocorra por esmagamento do concreto. Para compensar a falta de ductilidade, o elemento deve possuir uma maior reserva de resistência. Em geral, a margem de segurança sugerida é maior do que a usada no projeto tradicional de concreto reforçado com aço.

O dimensionamento de vigas armadas com polímeros reforçados por fibras para o estado limite de serviço considera duas condições primárias: deslocamentos e fissuração. Como esse tipo de armadura tipicamente possui módulo de elasticidade menor que armaduras aço, os limites de serviço podem frequentemente controlar o dimensionamento de seções de elementos reforçados com esse material. As flechas admissíveis em estruturas de concreto armado com PRF geralmente são iguais às permitidas em estruturas armadas com aço. No entanto, a abertura de fissuras permitida não é a mesma, devido à resistência superior à corrosão das armaduras poliméricas.

No Brasil, ainda não existe uma norma que trate sobre o dimensionamento de elementos armados com PRF. Este trabalho é baseado no que prescreve o ACI 440 (2015), CSA S806 (2012) e Eurocode 2 (2004). Embora o Eurocode (2004) não aborde o dimensionamento de estruturas armadas com PRF, o relatório técnico *fib bulletin 40* (2007) sugere modificações à esta norma quando o material em questão é adotado como reforço em elementos de concreto. Na Tabela 23, a seguir, são apresentados os valores de cálculo e os coeficientes de segurança adotados, além do limite superior da resistência à compressão do concreto.

Tabela 23 - Valores de cálculo e coeficientes de segurança adotados pelas normas estudadas, em vigas armadas com PRF.

Parâmetro de Cálculo	ACI 440 (2015)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)	CNR-DT 203 (2006)
Resistência à compressão do concreto	f'_c	$f_{cd} = \phi_c f_{ck}$ $\phi_c = 0,65$	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\gamma_c = 1,5$	-
Tensão de ruptura da armadura de PRF	$f_{fu} = C_E f_{fu}^*$	$f_{fu} = \phi_f f_{fu}^*$ $\phi_f = 0,75$	$f_{fu} = \frac{f_{fu}^*}{\gamma_f}$ $\gamma_f = 1,25$	$f_{fu} = \eta_a \frac{f_{fu}^*}{\gamma_f}$ $\gamma_f = 1,5$ (ELU) $\gamma_f = 1,0$ (ELS)
Limite superior da resistência à compressão do concreto	Não menciona	80 MPa	90 MPa	-

Fonte: Autora (2019).

Assim como em vigas reforçadas com aço, o momento resistente da seção pode ser determinado utilizando equações de compatibilidade e equilíbrio das forças internas. A capacidade de flexão desse elemento dependerá do modo de ruptura admitido e isso pode ser determinado a partir da taxa de armadura balanceada.

De acordo com Bank (2006), é importante salientar que a estabilidade da seção no estado balanceado em uma viga armada com PRF não é análoga ao de uma viga armada com aço. No segundo caso, o estado balanceado ocorre quando a deformação na armadura atinge o patamar de escoamento, não quando falha, o que significa que a seção pode continuar a resistir a cargas além desse ponto, uma vez que o aço não romperá, haverá uma redistribuição de esforços, e uma falha gradual ou uma deflexão excessiva ocorrerá. No caso de uma viga armada com PRF, quando a armadura rompe, não pode ocorrer redistribuição de esforços na seção e provavelmente ocorrerá um colapso catastrófico.

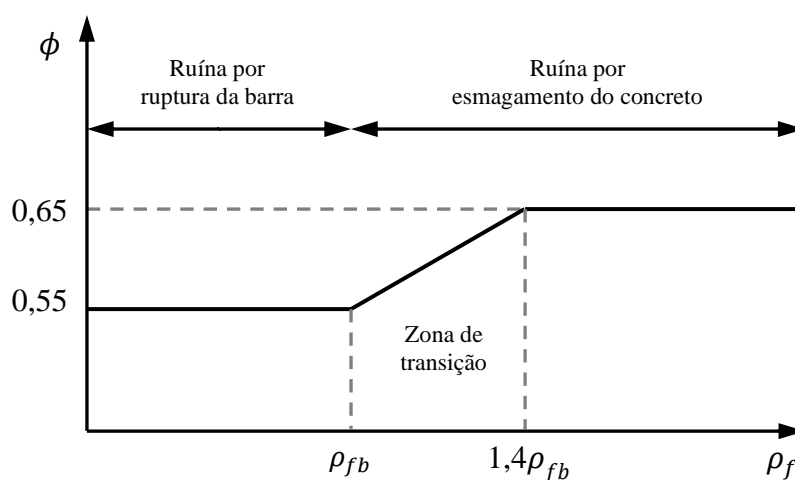
Caso a taxa de armadura seja menor que a taxa balanceada ($\rho_f < \rho_{fb}$), a seção será dimensionada para entrar em colapso devido à ruptura da armadura. No entanto, se $\rho_f > \rho_{fb}$, a ruína ocorrerá por esmagamento do concreto e o diagrama de tensões é substituído por um retangular equivalente, como o mostrado na Figura 37.

Na Tabela 24 são apresentados os parâmetros mais importantes no dimensionamento de vigas de concreto armado com PRF: largura e altura do bloco de tensão equivalente, tensão na armadura de PRF, taxa de armadura balanceada, posição da linha neutra e momento resistente

da seção. Igualando-se a equação da altura do bloco equivalente de tensão à equação de compatibilidade, mostrada na Figura 38, obtém-se a expressão para a tensão na armadura.

De acordo com ACI 440 (2015), em seu item 7.2.3., devido ao comportamento frágil das estruturas armadas com PRF, devem ser adotados valores mais conservadores para o fator de redução da resistência, com o intuito de fornecer uma maior reserva de resistência à estrutura. Seu valor depende da taxa de armadura da seção, como mostra a Figura 40.

Figura 40 - Fator de redução da resistência em função da taxa de armadura em vigas armadas com PRF.



Fonte: Adaptado de ACI 440 (2015).

Embora, seja possível prever ruína da peça por esmagamento do concreto, pode ser que o elemento, quando construído, não falhe como previsto. Por exemplo, se a resistência do concreto for maior que a especificada, a capacidade da seção pode ser controlada pela ruptura da armadura de PRF. Por esta razão, e para estabelecer uma transição entre os dois valores de ϕ , uma seção de concreto reforçada com PRF com ruína por esmagamento do concreto é definida como uma seção na qual $\rho_f \geq 1,4\rho_{fb}$. O fator de redução de resistência para flexão pode ser calculado pela Equação (A.3).

$$\phi \begin{cases} 0,55, & \rho_f < \rho_{fb} \\ 0,3 + 0,25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}}, & \rho_{fb} < \rho < 1,4\rho_{fb} \\ 0,65, & \rho_f > 1,4\rho_{fb} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

O ACI 440 (2015) sugere que seja adotada $\rho_f = 1,5\rho_{fb}$.

Tabela 24 - Parâmetros para o cálculo de seções de concreto armadas com PRF.

Parâmetro	ACI 440 (2015)	CSA S806 (2012)	Eurocode 2 (2004)
Largura do bloco de tensão	$0,85f'_c$	$\alpha_1 f_{cd}$ $\alpha_1 = 0,85 - 0,0015f'_c \geq 0,67$	ηf_{cd} $\eta = \begin{cases} 1,0 & f_{ck} \leq 50MPa \\ 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$
Altura do bloco de tensão	$y = \beta_1 x$ $\beta_1 = \begin{cases} 0,85 & f'_c \leq 30MPa \\ 0,85 - \frac{f'_c - 30}{125} \geq 0,65 & f'_c > 30MPa \end{cases}$	$y = \beta_1 x$ $\beta_1 = 0,97 - 0,0025f'_c \geq 0,67$	$y = \lambda x$ $\lambda = \begin{cases} 0,8 & f_{ck} \leq 50MPa \\ 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & f_{ck} > 50MPa \end{cases}$
Tensão na armadura	$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85\beta_1 f'_c}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu} - 0,5E_f \varepsilon_{cu}}$ $\leq f_{fu}$	$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{\alpha_1 \beta_1 f_{cd}}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu} - 0,5E_f \varepsilon_{cu}}$ $\leq f_{fu}$	$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{\eta \lambda f_{cd}}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu} - 0,5E_f \varepsilon_{cu}}$ $\leq f_{fu}$
Taxa de armadura balanceada	$\rho_{fb} = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_{fu}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{fu}}{E_f}} \right)$	$\rho_{fb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{fu}}{E_f}} \right)$	$\rho_{fb} = \eta \lambda \frac{f_{cd}}{f_{fu}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{fu}}{E_f}} \right)$
Posição da LN	$x = \frac{A_f f_f}{0,85f'_c \beta_1 b_w}$	$x = \frac{A_f f_f}{\alpha_1 f_{cd} \beta_1 b_w}$	$x = \frac{A_f f_f}{\eta f_{cd} \lambda b_w}$
Momento resistente	$M_u = A_f f_f \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$	$M_u = A_f f_f \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$	$M_u = A_f f_f \left(d - \frac{\lambda x}{2} \right)$

Fonte: Autora (2019).

APÊNDICE B

CÓDIGOS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS

Para avaliar as flechas imediatas em vigas armadas com aço e PRF foram desenvolvidos códigos computacionais utilizando a plataforma MATLAB®.

Inicialmente, foi realizado o pré-processamento dos dados visando a obtenção do carregamento resistente de cada viga estudada e, conseqüentemente, do carregamento de serviço correspondente. Tanto em vigas armadas com aço quanto nas armadas com PRF o momento resistente foi calculado de acordo com as recomendações de ACI 318 (2014) e ACI 440 (2015), respectivamente.

Ao fim dessa etapa, foram calculadas as flechas nas vigas estudadas de acordo com métodos abordados neste trabalho. Todas as vigas eram biapoiadas com duas cargas concentradas aplicadas e possuíam seção transversal retangular.

B.1. Pré-processamento

B.1.1. Vigas armadas com aço

```

%% Vigas armadas com aço %%
D=xlsread('preproc_aco.xlsx');
for i=1:116

%% Dados de entrada %%
% Propriedades da seção
    bw(i)=D(i,1);
    h(i)=D(i,2);
    As(i)=D(i,3);
    As_(i)=D(i,4);
    d(i)=D(i,5);
    d_(i)=D(i,6);
% Propriedades do vão e cargas aplicadas
    L(i)=D(i,7);
    ap(i)=D(i,8);
% Propriedades do concreto
    fc(i)=D(i,9);
% Propriedades da armadura de aço
    fy(i)=D(i,10);

% Planilha excel com os dados de entrada

% Largura da viga (mm)
% Altura da viga (mm)
% Armadura de tração (mm2)
% Armadura de compressão (mm2)
% Altura útil (mm)
% Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)

% Vão da viga (mm)
% Distância de P/2 ao apoio (mm)

% Resistência à compressão (MPa)
% Resistência ao escoamento (MPa)

%% ACI 318 %%
% Momento resistente da seção (kN.m)
    % Fatores referentes ao bloco de tensão
    if fc(i)<=30
        beta1_ACI(i)=0.85;
    elseif fc(i)>30
        if 0.85-((fc(i)-30)/125)>=0.65
            beta1_ACI(i)=0.85-((fc(i)-30)/125);
        else
            beta1_ACI(i)=0.65;
        end
    end
end

```

```

    % Posição da LN (mm)
    LN_ACI(i)=(As(i)*fy(i))/(0.85*fc(i)*beta1_ACI(i)*bw(i));
    % Momento resistente e de serviço (kN.m)
    Mult_ACI(i)=10^-6*As(i)*fy(i)*(d(i)-(beta1_ACI(i)*LN_ACI(i)/2));
    Mserv_ACI(i)=0.7*Mult_ACI(i);
    % Carga resistente e de serviço (kN)          ### Carga total ###
    Pult_ACI(i)=10^3*2*Mult_ACI(i)/ap(i);
    Pserv_ACI(i)=0.7*Pult_ACI(i);

%% Carga experimental (kN) %%          ### Carga total ###
    Pult_exp(i)=D(i,11);
end

%% Resultados %%
Viga={'B-N2';'B-N3';'B-N4';
      'B-M2';'B-M3';'B-M4';
      'B-H2';'B-H3';'B-H4';
      'A1';'A2';'A3';'A4';'A5';
      'B1';'B2';'B3';'C1';'C2';'C3';'C4';
      'D1';'D2';'D3';'E1';'E2';'F1';'F2';
      'B501';'B502';'B503';
      'B751';'B752';'B753';
      'B1001';'B1002';'B1003';
      'S-1';'S-1R';'S-2';'S-2R';'S-3';'S-3R';'S-4';'S-4R';
      'BC1';'B1';'BC2';'B2';'BC3';'B3';'BC4';'B4';'BC5';'B5';'BC6';'BC7';
      'A1';'A2';'A3';'A4';'B1';'B2';'B3';'B4';'B5';'B6';
      'B7';'B8';'B9';'B10';'B11';'B12';'B13';'B14';
      'A211';'B211a';'B311';'B312';'B313';'B321';
      'B331';'C211';'C311';'C411';'C511';'D211';'E211';
      'SCCB1';'SCCB2';'SCCB3';'SCCB4';'SCCB5';'SCCB6';
      'V25ASub';'V25ASuper';'V50ASub';'V50ASuper';
      'H100-R1';'H100-R2';'H100-R3';'H120-R1';'H120-R2';'H120-R3';
      'VT1';'VT2';'VB1';'VB2';'VA1';'VA2';
      'B1-a';'B1-b';'B2-a';'B2-b';'B3-a';'B3-b'};

```

```

Pu_ACI=transpose(Pult_ACI); Ps_ACI=transpose(Pserv_ACI); Pu_exp=transpose(Pult_exp);
Tabela=table(Viga,Pu_exp,Pu_ACI,Ps_ACI);
writetable(Tabela,'result_preproc_aco.xlsx')

```

B.1.2. Vigas armadas com PRF e aço

```

%% Vigas armadas com PRF e aço %%
D=xlsread('preproc_prfv_t1.xlsx'); % Planilha excel com os dados de entrada
for i=1:72

%% Dados de entrada %%
bw(i)=D(i,1); % Largura da viga (mm)
h(i)=D(i,2); % Altura da viga (mm)
Af(i)=D(i,3); % Armadura de tração (mm2)
As_(i)=D(i,4); % Armadura de compressão (mm2)
d(i)=D(i,5); % Altura útil (mm)
d_(i)=D(i,6); % Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)
rho_f(i)=Af(i)/(bw(i)*d(i)); % Taxa de armadura de tração

% Propriedades do vão e cargas aplicadas
L(i)=D(i,7); % Vão da viga (mm)
ap(i)=D(i,8); % Distância de P/2 ao apoio (mm)

% Propriedades do concreto
fc(i)=D(i,9); % Resistência à compressão (MPa)

% Propriedades da armadura de PRF
ffu(i)=D(i,10); % Resistência à tração (MPa)
Ef(i)=D(i,11); % Módulo de elasticidade (MPa)

% Propriedades da armadura de aço
fy(i)=D(i,12); % Resistência ao escoamento (MPa)
Es(i)=200000; % Módulo de elasticidade (MPa)

%% ACI 440 %%
% Deformação última do concreto
ecu_ACI(i)=3/1000;

```

```

% Momento resistente da seção (kN.m)
% Fatores referentes ao bloco de tensão
if fc(i)<=30
    beta1_ACI(i)=0.85;
elseif fc(i)>30
    if 0.85-((fc(i)-30)/125)>=0.65
        beta1_ACI(i)=0.85-((fc(i)-30)/125);
    else
        beta1_ACI(i)=0.65;
    end
end
% Tensão na armadura de PRF (MPa)
ff_ACI(i)=sqrt(((Ef(i)*ecu_ACI(i))^2)/4)+((0.85*beta1_ACI(i)*fc(i)*Ef(i)*ecu_ACI(i))/rho_f(i))-
(0.5*Ef(i)*ecu_ACI(i));
if ff_ACI(i)<=ffu(i)
    ffc_ACI(i)=ff_ACI(i);
elseif ff_ACI(i)>ffu(i)
    ffc_ACI(i)=ffu(i);
end
rhofb_ACI(i)=(0.85*beta1_ACI(i)*fc(i)/ffu(i))*(ecu_ACI(i)/(ecu_ACI(i)+(ffu(i)/Ef(i))));
rho(i)=rho_f(i)/rhofb_ACI(i);
% Posição da LN (mm)
LN_ACI(i)=(Af(i)*ffc_ACI(i))/(0.85*fc(i)*beta1_ACI(i)*bw(i));
% Momento resistente e de serviço (kN.m)
Mult_ACI(i)=10^-6*Af(i)*ffc_ACI(i)*(d(i)-(beta1_ACI(i)*LN_ACI(i)/2));
Mserv_ACI(i)=0.3*Mult_ACI(i);
% Carga resistente e de serviço (kN)
Pult_ACI(i)=10^3*2*Mult_ACI(i)/ap(i);
Pserv_ACI(i)=0.3*Pult_ACI(i);

### Carga total ###

%% Carga experimental (kN) %%
Pult_exp(i)=D(i,13);

### Carga total ###

end

%% Resultados %%
Viga={'Beam 1';'Beam 2';'Beam 3';'Beam 4';'Beam 5';'Beam 6';
      'Beam 7';'Beam 8';'Beam 9';'Beam 10';'Beam 11';'Beam 12'};

```

```
'SI-3#13G1'; 'SI-2#13G2'; 'SII-3#15G1'; 'SII-6#15G1'; 'SII-2#15G2'; 'SII-5#15G2';
'SIII-5#15G3'; 'SIII-2#25G3'; 'SIV-2#15G3'; 'SIV-2#15G2'; 'SIV-5#15G2'; 'SIV-5#15G3';
'G1-6'; 'G1-8'; 'G2-6'; 'G2-8';
'N_L1_G12a'; 'N_L1_G12b'; 'N_L2_G12a'; 'N_L2_G12b';
'N_L1_G16a'; 'N_L1_G16b'; 'N_L2_G16a'; 'N_L2_G16b';
'B1'; 'B2'; 'B3'; 'B4'; 'B5';
'B6'; 'B7'; 'B8'; 'B9';
'FB1'; 'FB2'; 'FB3'; 'FB4'; 'FB5'; 'FB6';
'FB7'; 'FB8'; 'FB9'; 'FB10'; 'FB11'; 'FB12'; 'FB13';
'FB-2'; 'FB-3'; 'FB-4'; 'FB-6'; 'FB-8';
'HFB-3'; 'HFB-4'; 'HFB-6'; 'HFB-8'; 'HFB-10';
'V25VSub'; 'V25VSuper'; 'V50VSub'; 'V50VSuper' };
```

```
Pu_ACI=transpose(Pult_ACI); Ps_ACI=transpose(Pserv_ACI); Pu_exp=transpose(Pult_exp); Rho=transpose(rho);
Tabela=table(Viga,Pu_exp,Pu_ACI,Ps_ACI,Rho);
writetable(Tabela,'result_preproc_prfv_t1.xlsx')
```

B.1.3. Vigas armadas com PRF

```
%% Vigas armadas com PRF %%
D=xlsread('preproc_prfv_t2.xlsx'); % Planilha excel com os dados de entrada
for i=1:50

%% Dados de entrada %%
bw(i)=D(i,1); % Largura da viga (mm)
h(i)=D(i,2); % Altura da viga (mm)
Af(i)=D(i,3); % Armadura de tração (mm2)
Af_(i)=D(i,4); % Armadura de compressão (mm2)
d(i)=D(i,5); % Altura útil (mm)
d_(i)=D(i,6); % Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)
rho_f(i)=Af(i)/(bw(i)*d(i)); % Taxa de armadura de tração

% Propriedades do vão e cargas aplicadas
L(i)=D(i,7); % Vão da viga (mm)
ap(i)=D(i,8); % Distância de P/2 ao apoio (mm)

% Propriedades do concreto
fc(i)=D(i,9); % Resistência à compressão (MPa)
```

```

% Propriedades da armadura de PRF
ffu(i)=D(i,10); % Resistência à tração (MPa)
Ef(i)=D(i,11); % Módulo de elasticidade (MPa)

%% ACI 440 %%
% Deformação última do concreto
ecu_ACI(i)=3/1000;
% Momento resistente da seção (kN.m)
% Fatores referentes ao bloco de tensão
if fc(i)<=30
    beta1_ACI(i)=0.85;
elseif fc(i)>30
    if 0.85-((fc(i)-30)/125)>=0.65
        beta1_ACI(i)=0.85-((fc(i)-30)/125);
    else
        beta1_ACI(i)=0.65;
    end
end
% Tensão na armadura de PRF (MPa)
ff_ACI(i)=sqrt(((Ef(i)*ecu_ACI(i))^2/4)+((0.85*beta1_ACI(i)*fc(i)*Ef(i)*ecu_ACI(i))/rho_f(i)))-
(0.5*Ef(i)*ecu_ACI(i));
if ff_ACI(i)<=ffu(i)
    ffc_ACI(i)=ff_ACI(i);
elseif ff_ACI(i)>ffu(i)
    ffc_ACI(i)=ffu(i);
end
rhofb_ACI(i)=(0.85*beta1_ACI(i)*fc(i)/ffu(i))*(ecu_ACI(i)/(ecu_ACI(i)+(ffu(i)/Ef(i))));
rho(i)=rho_f(i)/rhofb_ACI(i);
% Posição da LN (mm)
LN_ACI(i)=(Af(i)*ffc_ACI(i))/(0.85*fc(i)*beta1_ACI(i)*bw(i));
% Momento resistente e de serviço (kN.m)
Mult_ACI(i)=10^-6*Af(i)*ffc_ACI(i)*(d(i)-(beta1_ACI(i)*LN_ACI(i)/2));
Mserv_ACI(i)=0.3*Mult_ACI(i);
% Carga resistente e de serviço (kN)
Pult_ACI(i)=10^3*2*Mult_ACI(i)/ap(i);
Pserv_ACI(i)=0.3*Pult_ACI(i);
### Carga total ###

```



```

%% Carga experimental (kN) %%
Pult_exp(i)=D(i,12);
end

### Carga total ###

%% Resultados %%
Viga={'BG1';'BG2';'BG3';
      'Beam 1';'Beam 2';'Beam 3';'Beam 4';'Beam 5';'Beam 6';
      'Beam 7';'Beam 8';'Beam 9';'Beam 10';'Beam 11';'Beam 12';
      'C1-212-D1';'C1-216-D1';'C1-316-D1';'C1-212-D2';'C1-216-D2';'C1-316-D2';
      'C2-212-D1';'C2-216-D1';'C2-316-D1';'C2-212-D2';'C2-216-D2';'C2-316-D2';
      'C3-316-D1';
      '40I-#2S-0.5-S';'40I-#3HM-1.0-S';'40I-#4HM-2.0-S';
      '80I-#2S-0.5-S';'80I-#3HM-1.0-S';'80I-#4HM-2.0-S';
      'FB-1';'FB-2';'FB-3';
      'N_L1_G12a';'N_L1_G12b';'N_L2_G12a';'N_L2_G12b';
      'N_L1_G16a';'N_L1_G16b';'N_L2_G16a';'N_L2_G16b';
      'Series 2 - beam GFRP 2';'Series 2 - beam GFRP 3';
      'GB1';'GB2';'GB3'};
Pu_ACI=transpose(Pult_ACI);Ps_ACI=transpose(Pserv_ACI); Pu_exp=transpose(Pult_exp);Rho=transpose(rho);
Tabela=table(Viga,Pu_exp,Pu_ACI,Ps_ACI,Rho);
writetable(Tabela,'result_preproc_prfv_t2.xlsx')

```

B.2. Cálculo de deslocamento imediato

B.2.1. Vigas armadas com aço

```

%% Vigas armadas com aço %%
clear
clc
D=xlsread('flechas_aco.xlsx'); % Planilha excel com os dados de entrada
for i=1:104

%% Dados de entrada %%
% Propriedades da seção
    bw(i)=D(i,1); % Largura da viga (mm)
    h(i)=D(i,2); % Altura da viga (mm)

```

```

As(i)=D(i,3);
As_(i)=D(i,4);
d(i)=D(i,5);
d_(i)=D(i,6);
rho_s(i)=As(i)/(bw(i)*d(i));
rho_s_(i)=As_(i)/(bw(i)*d(i));
Ic(i)=(bw(i)*h(i)^3)/12;
% Propriedades do vão e cargas aplicadas
L(i)=D(i,7);
ap(i)=D(i,8);
Pserv(i)=D(i,9);
Mserv(i)=10^-3*Pserv(i)*ap(i)/2;
kp(i)=(3-4*(ap(i)/L(i))^2)/24;
razao_dL(i)=d(i)/L(i);
razao_aL(i)=ap(i)/L(i);
% Propriedades do concreto
gamma_conc=2500;
fc(i)=D(i,10);
% Propriedades da armadura de aço
Es(i)=200000;

%% NBR 6118 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=50
    Eci_NBR(i)=5600*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>50
    Eci_NBR(i)=21.5*10^3*((fc(i)/10)+1.25)^(1/3);
end

if 0.8+(0.2*fc(i)/80)<=1
    alphi_NBR(i)=0.8+(0.2*fc(i)/80);
else
    alphi_NBR(i)=1;
end
Ec_NBR(i)=alphi_NBR(i)*Eci_NBR(i);
% Resistência à tração direta (MPa)

% Armadura de tração (mm2)
% Armadura de compressão (mm2)
% Altura útil (mm)
% Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)
% Taxa de armadura de tração
% Taxa de armadura de compressão
% Momento de inércia da seção bruta (mm4)

% Vão da viga (mm)
% Distância de P/2 ao apoio (mm)
% Carga concentrada de serviço (kN)
% Momento máximo devido à carga aplicada (kN.m)
% Coeficiente dependente do tipo de carregamento e apoios

% Peso específico (kg/m3)
% Resistência à compressão (MPa)

% Módulo de elasticidade (MPa)

```

```

if fc(i)<=50
    fct_NBR(i)=0.3*fc(i)^(2/3);
elseif fc(i)>50
    fct_NBR(i)=2.12*log(1+0.11*fc(i));
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
fctf_NBR(i)=1.5*fct_NBR(i);
% Razão Es/Ec
n_NBR(i)=Es(i)/Ec_NBR(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_NBR(i)=bw(i)/2; b2_NBR(i)=n_NBR(i)*As(i)+(n_NBR(i)-1)*As_(i); c2_NBR(i)=-d(i)*n_NBR(i)*As(i)-d_(i)*(n_NBR(i)-1)*As_(i);
x2_NBR(i)=(-b2_NBR(i)+sqrt(b2_NBR(i)^2-4*a2_NBR(i)*c2_NBR(i)))/(2*a2_NBR(i));
I2_NBR(i)=(bw(i)*x2_NBR(i)^2/2)+(bw(i)*x2_NBR(i)^3/12)+(n_NBR(i)*As(i)*(x2_NBR(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(n_NBR(i)-1)*(x2_NBR(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_NBR(i)=10^-6*fctf_NBR(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
mm_NBR(i)=Mr_NBR(i)/Mserv(i);
% Momento de inércia equivalente (mm4)
if Mserv(i)>=Mr_NBR(i)
    Ieq_NBR(i)=(Ic(i)*(Mr_NBR(i)/Mserv(i))^3)+(I2_NBR(i)*(1-(Mr_NBR(i)/Mserv(i))^3));
else
    Ieq_NBR(i)=Ic(i);
end
% Flecha imediata (mm)
if fc(i)<=90
    fi_NBR(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_NBR(i)*Ieq_NBR(i));
elseif fc(i)>90
    fi_NBR(i)=0;
end

%% ACI 318 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=40
    Ec_ACI(i)=4730*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>40

```

```

        Ec_ACI(i)=(3320*sqrt(fc(i))+6895)*(gamma_conc/2320)^1.5;
    end
    % Resistência à tração na flexão (MPa)
    fr_ACI(i)=0.62*sqrt(fc(i));
% Razão Es/Ec
    n_ACI(i)=Es(i)/Ec_ACI(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
    a2_ACI(i)=bw(i)/2; b2_ACI(i)=n_ACI(i)*As(i)+(n_ACI(i)-1)*As_(i); c2_ACI(i)=-d(i)*n_ACI(i)*As(i)-d_(i)*(n_ACI(i)-
1)*As_(i);
    x2_ACI(i)=(-b2_ACI(i)+sqrt(b2_ACI(i)^2-4*a2_ACI(i)*c2_ACI(i)))/(2*a2_ACI(i));
    I2_ACI(i)=(bw(i)*x2_ACI(i)^3/12)+(bw(i)*x2_ACI(i)^2/2)+(n_ACI(i)*As(i)*(x2_ACI(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(n_ACI(i)-
1)*(x2_ACI(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
    Mr_ACI(i)=10^-6*fr_ACI(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
    mm_ACI(i)=Mr_ACI(i)/Mserv(i);
% Momento de inércia equivalente (mm4)
    if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
        Ieq_ACI(i)=(Ic(i)*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^3)+(I2_ACI(i)*(1-(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^3));
    else
        Ieq_ACI(i)=Ic(i);
    end
% Flecha imediata (mm)
    fi_ACI(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_ACI(i));

%% Bischoff %%
    beta_BIS=0.7;
% Momento de inércia equivalente (mm4)
    if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
        if I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i)))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2))<=0.6*Ic(i)
            Ieq_BIS(i)=I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i)))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2));
        else
            Ieq_BIS(i)=0.6*Ic(i);
        end
    else
        Ieq_BIS(i)=Ic(i);
    end
% Flecha imediata (mm)

```

```

    fi_BIS(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_BIS(i));

%% CSA A23.3 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=40
    Ec_CSA(i)=4500*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>40
    Ec_CSA(i)=(3300*sqrt(fc(i))+6900)*(gamma_conc/2300)^1.5;
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
fr_CSA(i)=0.6*sqrt(fc(i));
% Razão Es/Ec
n_CSA(i)=Es(i)/Ec_CSA(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_CSA(i)=bw(i)/2; b2_CSA(i)=n_CSA(i)*As(i)+(n_CSA(i)-1)*As_(i); c2_CSA(i)=-d(i)*n_CSA(i)*As(i)-d_(i)*(n_CSA(i)-1)*As_(i);
x2_CSA(i)=(-b2_CSA(i)+sqrt(b2_CSA(i)^2-4*a2_CSA(i)*c2_CSA(i)))/(2*a2_CSA(i));
I2_CSA(i)=(bw(i)*x2_CSA(i)^2/2)+(bw(i)*x2_CSA(i)^3/12)+(n_CSA(i)*As(i)*(x2_CSA(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(n_CSA(i)-1)*(x2_CSA(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_CSA(i)=10^-6*fr_CSA(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
mm_CSA(i)=Mr_CSA(i)/Mserv(i);
% Momento de inércia equivalente (mm4)
if Mserv(i)>=Mr_CSA(i)
    Ieq_CSA(i)=(Ic(i)*(Mr_CSA(i)/Mserv(i))^3)+(I2_CSA(i)*(1-(Mr_CSA(i)/Mserv(i))^3));
else
    Ieq_CSA(i)=Ic(i);
end
% Flecha imediata (mm)
if fc(i)<=80
    fi_CSA(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_CSA(i)*Ieq_CSA(i));
elseif fc(i)>80
    fi_CSA(i)=0;
end

%% Eurocode 2 %%

```

```

% Propriedades do concreto
% Resistência média à compressão (MPa)
fcm(i)=fc(i)+8;
% Módulo de elasticidade (MPa)
Ec_EC2(i)=10^3*22*(fcm(i)/10)^0.3;
% Resistência à tração direta (MPa)
if fc(i)<=50
    fctm_EC2(i)=0.3*fc(i)^(2/3);
elseif fc(i)>50
    fctm_EC2(i)=2.12*log(1+fcm(i)/10);
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
if (1.6-(h(i)/1000))*fctm_EC2(i)>fctm_EC2(i)
    fctf_EC2(i)=(1.6-(h(i)/1000))*fctm_EC2(i);
else
    fctf_EC2(i)=fctm_EC2(i);
end
% Razão Es/Ec
n_EC2(i)=Es(i)/Ec_EC2(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_EC2(i)=bw(i)/2; b2_EC2(i)=n_EC2(i)*As(i)+(n_EC2(i)-1)*As_(i); c2_EC2(i)=-d(i)*n_EC2(i)*As(i)-d_(i)*(n_EC2(i)-1)*As_(i);
x2_EC2(i)=(-b2_EC2(i)+sqrt(b2_EC2(i)^2-4*a2_EC2(i)*c2_EC2(i)))/(2*a2_EC2(i));
I2_EC2(i)=(bw(i)*x2_EC2(i)^2/2)+(bw(i)*x2_EC2(i)^3/12)+(n_EC2(i)*As(i)*(x2_EC2(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(n_EC2(i)-1)*(x2_EC2(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_EC2(i)=10^-6*fctf_EC2(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
mm_EC2(i)=Mr_EC2(i)/Mserv(i);
% Curvatura (1/mm)
% Curvatura seção não fissurada (1/mm)
psi1_EC2(i)=10^6*Mserv(i)/(Ec_EC2(i)*Ic(i));
% Deformação da armadura (mm/mm)
epsilon2_EC2(i)=10^6*Mserv(i)/(Es(i)*As(i)*(d(i)-(x2_EC2(i)/3)));
% Curvatura seção fissurada (1/mm)
psi2_EC2(i)=epsilon2_EC2(i)/(d(i)-x2_EC2(i));
% Fator de distribuição da curvatura
if Mserv(i)>=Mr_EC2(i)

```

```

        ksi(i)=1-(Mr_EC2(i)/Mserv(i))^2;
    else
        ksi(i)=0;
    end
    % Curvatura equivalente (1/mm)
    psieq_EC2(i)=(1-ksi(i))*psil_EC2(i)+(ksi(i))*psi2_EC2(i);
% Flecha imediata (mm)
    if fc(i)<=90
        fi_EC2(i)=kp(i)*psieq_EC2(i)*L(i)^2;
    elseif fc(i)>90
        fi_EC2(i)=0;
    end

%% Flechas experimentais (mm) %%
    fi_exp(i)=D(i,11);

%% Relação entre flechas calculadas e experimentais %%
    erro_NBR(i)=fi_NBR(i)/fi_exp(i);
    erro_ACI(i)=fi_ACI(i)/fi_exp(i);
    erro_BIS(i)=fi_BIS(i)/fi_exp(i);
    erro_CSA(i)=fi_CSA(i)/fi_exp(i);
    erro_EC2(i)=fi_EC2(i)/fi_exp(i);
end

%% Resultados %%
Viga={'B-N2';'B-N3';'B-N4';
      'B-M2';'B-M3';'B-M4';
      'B-H2';'B-H3';'B-H4';
      'A1';'A2';'A3';'A4';'A5';
      'B1';'B2';'B3';'C1';'C2';'C3';'C4';
      'D1';'D2';'D3';'E1';'E2';'F1';'F2';
      'B501';'B502';'B503';
      'B751';'B752';'B753';
      'B1001';'B1002';'B1003';
      'S-1';'S-1R';'S-2';'S-2R';'S-3';'S-3R';'S-4';'S-4R';
      'BC1';'B1';'BC2';'B2';'BC3';'B3';'BC4';'B4';'BC5';'B5';'BC6';'BC7';
      'A1';'A2';'A3';'A4';'B1';'B2';'B3';'B4';'B5';'B6';

```

```

'B7'; 'B8'; 'B9'; 'B10'; 'B11'; 'B12'; 'B13'; 'B14';
'A211'; 'B211a'; 'B311'; 'B312'; 'B313'; 'B321';
'B331'; 'C211'; 'C311'; 'C411'; 'C511'; 'D211'; 'E211';
'SCCB1'; 'SCCB2'; 'SCCB3'; 'SCCB4'; 'SCCB5'; 'SCCB6';
'V25ASub'; 'V25ASuper'; 'V50ASub'; 'V50ASuper';
'H100-R1'; 'H100-R2'; 'H100-R3'; 'H120-R1'; 'H120-R2'; 'H120-R3'};
Fi_exp=transpose(fi_exp);
Resist_comp=transpose(fc); Taxa_armacao=transpose(100*rho_s); Taxa_armacao_comp=transpose(100*rho_s_);
Razao_dL=transpose(razao_dL); Razao_aL=transpose(razao_aL);
Mr_NBR_Mserv=transpose(mm_NBR); Mr_ACI_Mserv=transpose(mm_ACI); Mr_CSA_Mserv=transpose(mm_CSA);
Mr_EC2_Mserv=transpose(mm_EC2);
Fi_NBR=transpose(fi_NBR); Fi_ACI=transpose(fi_ACI); Fi_BIS=transpose(fi_BIS); Fi_CSA=transpose(fi_CSA); Fi_EC2=transpose
(fi_EC2);
Erro_NBR=transpose(erro_NBR); Erro_ACI=transpose(erro_ACI); Erro_BIS=transpose(erro_BIS); Erro_CSA=transpose(erro_CSA);
Erro_EC2=transpose(erro_EC2);
Tabela=table(Viga,Resist_comp,Taxa_armacao,Taxa_armacao_comp,Razao_dL,Razao_aL,Fi_exp,Fi_NBR,Erro_NBR,Mr_NBR_Mserv,Fi
i_ACI,Erro_ACI,Mr_ACI_Mserv,Fi_BIS,Erro_BIS,Fi_CSA,Erro_CSA,Mr_CSA_Mserv,Fi_EC2,Erro_EC2,Mr_EC2_Mserv);
writetable(Tabela,'result_flechas_aco.xlsx')

```

B.2.2. Vigas armadas com PRF e aço

```

%% Vigas armadas com PRF e aço %%
D=xlsread('flechas_prfv_t1.xlsx'); % Planilha do excel com os dados de entrada
for i=1:72

%% Dados de entrada %%
% Propriedades da seção
    bw(i)=D(i,1); % Largura da viga (mm)
    h(i)=D(i,2); % Altura da viga (mm)
    Af(i)=D(i,3); % Armadura de tração (mm2)
    As_(i)=D(i,4); % Armadura de compressão (mm2)
    d(i)=D(i,5); % Altura útil (mm)
    d_(i)=D(i,6); % Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)
    rho_f(i)=Af(i)/(bw(i)*d(i)); % Taxa de armadura de tração
    rho_s_(i)=As_(i)/(bw(i)*d(i)); % Taxa de armadura de compressão
    Ic(i)=(bw(i)*h(i)^3)/12; % Momento de inércia da seção bruta (mm4)

% Propriedades do vão e cargas aplicadas

```



```

L(i)=D(i,7); % Vão da viga (mm)
ap(i)=D(i,8); % Distância de P/2 ao apoio (mm)
Pserv(i)=D(i,9); % Carga concentrada (kN)
Mserv(i)=10^-3*Pserv(i)*ap(i)/2; % Momento máximo devido à carga aplicada (kN.m)
kp(i)=(3-4*(ap(i)/L(i))^2)/24; % Coeficiente dependente do tipo de carregamento e apoios
razao_dL(i)=d(i)/L(i);
razao_aL(i)=ap(i)/L(i);
% Propriedades do concreto
gamma_conc=2500; % Peso específico (kg/m3)
fc(i)=D(i,10); % Resistência à compressão (MPa)
% Propriedades da armadura de PRF
Ef(i)=D(i,11); % Módulo de elasticidade (MPa)
% Propriedades da armadura de aço
Es(i)=200000; % Módulo de elasticidade (MPa)

%% ACI 440 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=40
    Ec_ACI(i)=4730*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>40
    Ec_ACI(i)=(3320*sqrt(fc(i))+6895)*(gamma_conc/2320)^1.5;
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
fr_ACI(i)=0.62*sqrt(fc(i));
% Razão Ef/Ec e Es/Ec
nf_ACI(i)=Ef(i)/Ec_ACI(i);
ns_ACI(i)=Es(i)/Ec_ACI(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_ACI(i)=bw(i)/2; b2_ACI(i)=nf_ACI(i)*Af(i)+(ns_ACI(i)-1)*As_(i); c2_ACI(i)=-d(i)*nf_ACI(i)*Af(i)-
d_(i)*(ns_ACI(i)-1)*As_(i);
x2_ACI(i)=(-b2_ACI(i)+sqrt(b2_ACI(i)^2-4*a2_ACI(i)*c2_ACI(i)))/(2*a2_ACI(i));
I2_ACI(i)=(bw(i)*x2_ACI(i)^3/12)+(bw(i)*x2_ACI(i)^2/2)+(nf_ACI(i)*Af(i)*(x2_ACI(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(ns_ACI(i)-
1)*(x2_ACI(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_ACI(i)=10^-6*fr_ACI(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
mm_ACI(i)=Mr_ACI(i)/Mserv(i);

```

```

% Momento de inércia equivalente (mm4)
% Coeficiente dependente do carregamento e apoios
zeta_ACI(i)=4*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))-3;
gamma_ACI(i)=(3*(ap(i)/L(i))-4*zeta_ACI(i)*(ap(i)/L(i))^3)/(3*(ap(i)/L(i))-4*(ap(i)/L(i))^3);
% Momento de inércia equivalente (mm4)
if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
    Ieq_ACI(i)=I2_ACI(i)/(1-gamma_ACI(i)*(1-I2_ACI(i)/Ic(i))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2);
else
    Ieq_ACI(i)=Ic(i);
end
% Flecha imediata (mm)
fi_ACI(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_ACI(i));

%% Bischoff %%
beta_BIS=0.7;
% Momento de inércia equivalente (mm4)
if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
    if I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i))))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2)<=0.6*Ic(i)
        Ieq_BIS(i)=I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i))))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2);
    else
        Ieq_BIS(i)=0.6*Ic(i);
    end
else
    Ieq_BIS(i)=Ic(i);
end
% Flecha imediata (mm)
fi_BIS(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_BIS(i));

%% CSA S806 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=40
    Ec_CSA(i)=4500*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>40
    Ec_CSA(i)=(3300*sqrt(fc(i))+6900)*(gamma_conc/2300)^1.5;
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)

```

```

    fr_CSA(i)=0.6*sqrt(fc(i));
% Razão Ef/Ec e Es/Ec
    nf_CSA(i)=Ef(i)/Ec_CSA(i);
    ns_CSA(i)=Es(i)/Ec_CSA(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
    a2_CSA(i)=bw(i)/2; b2_CSA(i)=nf_CSA(i)*Af(i)+(ns_CSA(i)-1)*As_(i); c2_CSA(i)=-d(i)*nf_CSA(i)*Af(i)-
d_(i)*(ns_CSA(i)-1)*As_(i);
    x2_CSA(i)=(-b2_CSA(i)+sqrt(b2_CSA(i)^2-4*a2_CSA(i)*c2_CSA(i)))/(2*a2_CSA(i));
    I2_CSA(i)=(bw(i)*x2_CSA(i)^3/12)+(bw(i)*x2_CSA(i)^2/2)+(nf_CSA(i)*Af(i)*(x2_CSA(i)-d(i))^2)+(As_(i)*(ns_CSA(i)-
1)*(x2_CSA(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
    Mr_CSA(i)=10^-6*fr_CSA(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
    mm_CSA(i)=Mr_CSA(i)/Mserv(i);
% Distância do apoio ao ponto M=Mr (mm)
    if Mserv(i)>=Mr_CSA(i)
        Lr(i)=10^3*Mr_CSA(i)/(Pserv(i)/2);
    else
        Lr(i)=0;
    end
% Flecha imediata (mm)
    if fc(i)<=80
        if Mserv(i)>=Mr_CSA(i)
            fi_CSA(i)=10^3*((Pserv(i)*L(i)^3)/(48*Ec_CSA(i)*I2_CSA(i)))*(3*(ap(i)/L(i))-4*(ap(i)/L(i))^3-8*(1-
(I2_CSA(i)/Ic(i)))*(Lr(i)/L(i))^3);
        else
            fi_CSA(i)=10^3*((Pserv(i)*L(i)^3)/(48*Ec_CSA(i)*Ic(i)))*(3*(ap(i)/L(i))-4*(ap(i)/L(i))^3);
        end
    elseif fc(i)>80
        fi_CSA(i)=0;
    end

%% EUROCODE 2 %%
% Propriedades do concreto
% Resistência média à compressão (MPa)
    fcm(i)=fc(i)+8;
% Módulo de elasticidade (MPa)
    Ec_EC2(i)=10^3*22*(fcm(i)/10)^0.3;

```

```

% Resistência à tração direta (MPa)
if fc(i) <= 50
    fctm_EC2(i) = 0.3 * fc(i) ^ (2/3);
elseif fc(i) > 50
    fctm_EC2(i) = 2.12 * log(1 + fc(i) / 10);
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
if (1.6 - (h(i) / 1000)) * fctm_EC2(i) > fctm_EC2(i)
    fctf_EC2(i) = (1.6 - (h(i) / 1000)) * fctm_EC2(i);
else
    fctf_EC2(i) = fctm_EC2(i);
end
% Razão Ef/Ec e Es/Ec
nf_EC2(i) = Ef(i) / Ec_EC2(i);
ns_EC2(i) = Es(i) / Ec_EC2(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_EC2(i) = bw(i) / 2; b_cr_EC2(i) = nf_EC2(i) * Af(i) + (ns_EC2(i) - 1) * As_(i); c_cr_EC2(i) = -d(i) * nf_EC2(i) * Af(i) -
d_(i) * (ns_EC2(i) - 1) * As_(i);
x2_EC2(i) = (-b_cr_EC2(i) + sqrt(b_cr_EC2(i) ^ 2 - 4 * a2_EC2(i) * c_cr_EC2(i))) / (2 * a2_EC2(i));
I2_EC2(i) = (bw(i) * x2_EC2(i) ^ 3 / 12) + (bw(i) * x2_EC2(i) ^ 2 / 2) + (nf_EC2(i) * Af(i) * (x2_EC2(i) - d(i)) ^ 2) + (As_(i) * (ns_EC2(i) -
1) * (x2_EC2(i) - d_(i)) ^ 2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_EC2(i) = 10 ^ -6 * fctf_EC2(i) * Ic(i) / (h(i) / 2);
mm_EC2(i) = Mr_EC2(i) / Mserv(i);
% Curvatura (1/mm)
% Curvatura seção não fissurada (1/mm)
psi1_EC2(i) = 10 ^ 6 * Mserv(i) / (Ec_EC2(i) * Ic(i));
% Deformação da armadura (mm/mm)
epsilon2_EC2(i) = 10 ^ 6 * Mserv(i) / (Ef(i) * Af(i) * (d(i) - (x2_EC2(i) / 3)));
% Curvatura seção fissurada (1/mm)
psi2_EC2(i) = epsilon2_EC2(i) / (d(i) - x2_EC2(i));
% Fator de distribuição da curvatura
if Mserv(i) >= Mr_EC2(i)
    ksi_EC2(i) = 1 - (Mr_EC2(i) / Mserv(i)) ^ 2;
else
    ksi_EC2(i) = 0;
end

```

```

    % Curvatura equivalente (1/mm)
    psieq_EC2(i)=(1-ksi_EC2(i))*psi1_EC2(i)+ksi_EC2(i)*psi2_EC2(i);
% Flecha imediata (mm)
    if fc(i)<=90
        fi_EC2(i)=kp(i)*psieq_EC2(i)*L(i)^2;
    elseif fc(i)>90
        fi_EC2(i)=0;
    end

%% CNR-DT 203 %%
% Curvatura (1/mm)
    beta1_CNR=0.5;
    beta2_CNR=1;
    % Fator de distribuição da curvatura
    if Mserv(i)>=Mr_EC2(i)
        ksi_CNR(i)=1-beta1_CNR*beta2_CNR*(Mr_EC2(i)/Mserv(i))^2;
    else
        ksi_CNR(i)=0;
    end
    % Curvatura equivalente (1/mm)
    psieq_CNR(i)=(1-ksi_CNR(i))*psi1_EC2(i)+ksi_CNR(i)*psi2_EC2(i);
% Flecha imediata (mm)
    if fc(i)<=90
        fi_CNR(i)=kp(i)*psieq_CNR(i)*L(i)^2;
    elseif fc(i)>90
        fi_CNR(i)=0;
    end

%% Flechas experimentais (mm) %%
    fi_exp(i)=D(i,12);
%% Relação entre flechas calculadas e experimentais %%
    erro_ACI(i)=fi_ACI(i)/fi_exp(i);
    erro_BIS(i)=fi_BIS(i)/fi_exp(i);
    erro_CSA(i)=fi_CSA(i)/fi_exp(i);
    erro_EC2(i)=fi_EC2(i)/fi_exp(i);
    erro_CNR(i)=fi_CNR(i)/fi_exp(i);
end

```

```

%% Resultados %%
Viga={'Beam 1';'Beam 2';'Beam 3';'Beam 4';'Beam 5';'Beam 6';
      'Beam 7';'Beam 8';'Beam 9';'Beam 10';'Beam 11';'Beam 12';
      'SI-3#13G1';'SI-2#13G2';'SII-3#15G1';'SII-6#15G1';'SII-2#15G2';'SII-5#15G2';
      'SIII-5#15G3';'SIII-2#25G3';'SIV-2#15G3';'SIV-2#15G2';'SIV-5#15G2';'SIV-5#15G3';
      'G1-6';'G1-8';'G2-6';'G2-8';
      'N_L1_G12a';'N_L1_G12b';'N_L2_G12a';'N_L2_G12b';
      'N_L1_G16a';'N_L1_G16b';'N_L2_G16a';'N_L2_G16b';
      'B1';'B2';'B3';'B4';'B5';
      'B6';'B7';'B8';'B9';
      'FB1';'FB2';'FB3';'FB4';'FB5';'FB6';
      'FB7';'FB8';'FB9';'FB10';'FB11';'FB12';'FB13';
      'FB-2';'FB-3';'FB-4';'FB-6';'FB-8';
      'HFB-3';'HFB-4';'HFB-6';'HFB-8';'HFB-10';
      'V25VSub';'V25VSuper';'V50VSub';'V50VSuper'};
Fi_exp=transpose(fi_exp);
Resist_comp=transpose(fc);Taxa_armacao=transpose(100*rho_f);Taxa_armacao_comp=transpose(100*rho_s_);
Razao_dL=transpose(razao_dL);Razao_aL=transpose(razao_aL);
Mr_ACI_Mserv=transpose(mmm_ACI);Mr_CSA_Mserv=transpose(mmm_CSA);Mr_EC2_Mserv=transpose(mmm_EC2);
Fi_ACI=transpose(fi_ACI);Fi_BIS=transpose(fi_BIS);Fi_CSA=transpose(fi_CSA);Fi_EC2=transpose(fi_EC2);Fi_CNR=transpose
(fi_CNR);
Erro_ACI=transpose(erro_ACI); Erro_BIS=transpose(erro_BIS); Erro_CSA=transpose(erro_CSA);
Erro_EC2=transpose(erro_EC2); Erro_CNR=transpose(erro_CNR);
T_ACI=table(Viga,
Resist_comp,Taxa_armacao,Taxa_armacao_comp,Razao_dL,Razao_aL,Fi_exp,Fi_ACI,Erro_ACI,Mr_ACI_Mserv,Fi_BIS,Erro_BIS,Fi_
CSA,Erro_CSA,Mr_CSA_Mserv,Fi_EC2,Erro_EC2,Mr_EC2_Mserv,Fi_CNR,Erro_CNR);
writetable(T_ACI,'result_flechas_prfv_t1.xlsx');

```

B.2.3. Vigas armadas com PRF

```

%% Vigas armadas com PRF %%
D=xlsread('flechas_prfv_t2.xlsx'); % Planilha do excel com os dados de entrada
for i=1:45

%% Dados de entrada %%

```

```

% Propriedades da seção
bw(i)=D(i,1);
h(i)=D(i,2);
Af(i)=D(i,3);
Af_(i)=D(i,4);
d(i)=D(i,5);
d_(i)=D(i,6);
rho_f(i)=Af(i)/(bw(i)*d(i));
rho_f_(i)=Af_(i)/(bw(i)*d(i));
Ic(i)=(bw(i)*h(i)^3)/12;
% Propriedades do vão e cargas aplicadas
L(i)=D(i,7);
ap(i)=D(i,8);
Pserv(i)=D(i,9);
Mserv(i)=10^-3*Pserv(i)*ap(i)/2;
kp(i)=(3-4*(ap(i)/L(i))^2)/24;
razao_dL(i)=d(i)/L(i);
razao_aL(i)=ap(i)/L(i);
% Propriedades do concreto
gamma_conc=2500;
fc(i)=D(i,10);
% Propriedades da armadura de PRF
Ef(i)=D(i,11);

% Largura da viga (mm)
% Altura da viga (mm)
% Armadura de tração (mm2)
% Armadura de compressão (mm2)
% Altura útil (mm)
% Dist do CG da armadura de compressão à face mais próxima (mm)
% Taxa de armadura de tração
% Taxa de armadura de compressão
% Momento de inércia da seção bruta (mm4)

% Vão da viga (mm)
% Distância de P/2 ao apoio (mm)
% Carga concentrada (kN)
% Momento máximo devido à carga aplicada (kN.m)
% Coeficiente dependente do tipo de carregamento e apoios

% Peso específico (kg/m3)
% Resistência à compressão (MPa)

% Módulo de elasticidade

%% ACI 440 %%
% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i)<=40
    Ec_ACI(i)=4730*sqrt(fc(i));
elseif fc(i)>40
    Ec_ACI(i)=(3320*sqrt(fc(i))+6895)*(gamma_conc/2320)^1.5;
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
fr_ACI(i)=0.62*sqrt(fc(i));
% Razão Ef/Ec
n_ACI(i)=Ef(i)/Ec_ACI(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)

```

```

    a2_ACI(i)=bw(i)/2; b2_ACI(i)=n_ACI(i)*Af(i)+(n_ACI(i)-1)*Af_(i); c2_ACI(i)=-d(i)*n_ACI(i)*Af(i)-d_(i)*(n_ACI(i)-
1)*Af_(i);
    x2_ACI(i)=(-b2_ACI(i)+sqrt(b2_ACI(i)^2-4*a2_ACI(i)*c2_ACI(i)))/(2*a2_ACI(i));
    I2_ACI(i)=(bw(i)*x2_ACI(i)^3/12)+(bw(i)*x2_ACI(i)^2/2)+(n_ACI(i)*Af(i)*(x2_ACI(i)-d(i))^2)+(Af_(i)*(n_ACI(i)-
1)*(x2_ACI(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
    Mr_ACI(i)=10^-6*fr_ACI(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
    mm_ACI(i)=Mr_ACI(i)/Mserv(i);
% Momento de inércia equivalente (mm4)
    % Coeficiente dependente do tipo de carregamento e apoios
    zeta_ACI(i)=4*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))-3;
    gamma_ACI(i)=(3*(ap(i)/L(i))-4*zeta_ACI(i)*(ap(i)/L(i))^3)/(3*(ap(i)/L(i))-4*(ap(i)/L(i))^3);
    % Momento de inércia equivalente (mm4)
    if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
        Ieq_ACI(i)=I2_ACI(i)/(1-gamma_ACI(i)*(1-I2_ACI(i)/Ic(i))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2);
    else
        Ieq_ACI(i)=Ic(i);
    end
% Flecha imediata (mm)
    fi_ACI(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_ACI(i));

%% Bischoff %%
    beta_BIS=0.7;
% Momento de inércia equivalente (mm4)
    if Mserv(i)>=Mr_ACI(i)
        if I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i))))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2)<=0.6*Ic(i)
            Ieq_BIS(i)=I2_ACI(i)/(1-(beta_BIS*(1-(I2_ACI(i)/Ic(i))))*(Mr_ACI(i)/Mserv(i))^2);
        else
            Ieq_BIS(i)=0.6*Ic(i);
        end
    else
        Ieq_BIS(i)=Ic(i);
    end
% Flecha imediata (mm)
    fi_BIS(i)=10^6*kp(i)*Mserv(i)*L(i)^2/(Ec_ACI(i)*Ieq_BIS(i));

%% CSA S806 %%

```



```

% Propriedades do concreto
% Módulo de elasticidade (MPa)
if fc(i) <= 40
    Ec_CSA(i) = 4500 * sqrt(fc(i));
elseif fc(i) > 40
    Ec_CSA(i) = (3300 * sqrt(fc(i)) + 6900) * (gamma_conc / 2300) ^ 1.5;
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
fr_CSA(i) = 0.6 * sqrt(fc(i));
% Razão Ef/Ec
n_CSA(i) = Ef(i) / Ec_CSA(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_CSA(i) = bw(i) / 2; b2_CSA(i) = n_CSA(i) * Af(i) + (n_CSA(i) - 1) * Af_(i); c2_CSA(i) = -d(i) * n_CSA(i) * Af(i) - d_(i) * (n_CSA(i) - 1) * Af_(i);
x2_CSA(i) = (-b2_CSA(i) + sqrt(b2_CSA(i)^2 - 4 * a2_CSA(i) * c2_CSA(i))) / (2 * a2_CSA(i));
I2_CSA(i) = (bw(i) * x2_CSA(i)^3 / 12) + (bw(i) * x2_CSA(i)^2 / 2) + (n_CSA(i) * Af(i) * (x2_CSA(i) - d(i))^2) + (Af_(i) * (n_CSA(i) - 1) * (x2_CSA(i) - d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_CSA(i) = 10^-6 * fr_CSA(i) * Ic(i) / (h(i) / 2);
mm_CSA(i) = Mr_CSA(i) / Mserv(i);
% Distância do apoio ao ponto M=Mr (mm)
if Mserv(i) >= Mr_CSA(i)
    Lr(i) = 10^3 * Mr_CSA(i) / (Pserv(i) / 2);
else
    Lr(i) = 0;
end
% Flecha imediata (mm)
if fc(i) <= 80
    if Mserv(i) >= Mr_CSA(i)
        fi_CSA(i) = 10^3 * ((Pserv(i) * L(i)^3) / (48 * Ec_CSA(i) * I2_CSA(i))) * (3 * (ap(i) / L(i)) - 4 * (ap(i) / L(i))^3 - 8 * (1 - I2_CSA(i) / Ic(i))) * (Lr(i) / L(i))^3);
    else
        fi_CSA(i) = 10^3 * ((Pserv(i) * L(i)^3) / (48 * Ec_CSA(i) * Ic(i))) * (3 * (ap(i) / L(i)) - 4 * (ap(i) / L(i))^3);
    end
elseif fc(i) > 80
    fi_CSA(i) = 0;
end

```

```

%% EUROCODE 2 %%
% Propriedades do concreto
% Resistência média à compressão (MPa)
fcm(i)=fc(i)+8;
% Módulo de elasticidade (MPa)
Ec_EC2(i)=10^3*22*(fcm(i)/10)^0.3;
% Resistência à tração direta (MPa)
if fc(i)<=50
    fctm_EC2(i)=0.3*fc(i)^(2/3);
elseif fc(i)>50
    fctm_EC2(i)=2.12*log(1+(fcm(i)/10));
end
% Resistência à tração na flexão (MPa)
if (1.6-(h(i)/1000))*fctm_EC2(i)>fctm_EC2(i)
    fctf_EC2(i)=(1.6-(h(i)/1000))*fctm_EC2(i);
else
    fctf_EC2(i)=fctm_EC2(i);
end
% Razão Ef/Ec
n_EC2(i)=Ef(i)/Ec_EC2(i);
% Momento de inércia fissurado da seção transformada (mm4)
a2_EC2(i)=bw(i)/2; b2_EC2(i)=n_EC2(i)*Af(i)+(n_EC2(i)-1)*Af_(i); c2_EC2(i)=-d(i)*n_EC2(i)*Af(i)-d_(i)*(n_EC2(i)-1)*Af_(i);
x2_EC2(i)=(-b2_EC2(i)+sqrt(b2_EC2(i)^2-4*a2_EC2(i)*c2_EC2(i)))/(2*a2_EC2(i));
I2_EC2(i)=(bw(i)*x2_EC2(i)^3/12)+(bw(i)*x2_EC2(i)^2/2)+(n_EC2(i)*Af(i)*(x2_EC2(i)-d(i))^2)+(Af_(i)*(n_EC2(i)-1)*(x2_EC2(i)-d_(i))^2);
% Momento de fissuração (kN.m)
Mr_EC2(i)=10^-6*fctf_EC2(i)*Ic(i)/(h(i)/2);
mm_EC2(i)=Mr_EC2(i)/Mserv(i);
% Curvatura (1/mm)
% Curvatura seção não fissurada (1/mm)
psi1_EC2(i)=10^6*Mserv(i)/(Ec_EC2(i)*Ic(i));
% Deformação da armadura (mm/mm)
epsilon2_EC2(i)=10^6*Mserv(i)/(Ef(i)*Af(i)*(d(i)-(x2_EC2(i)/3)));
% Curvatura seção fissurada (1/mm)
psi2_EC2(i)=epsilon2_EC2(i)/(d(i)-x2_EC2(i));

```

```

% Fator de distribuição da curvatura
if Mserv(i)>=Mr_EC2(i)
    ksi_EC2(i)=1-(Mr_EC2(i)/Mserv(i))^2;
else
    ksi_EC2(i)=0;
end
% Curvatura equivalente (1/mm)
psieq_EC2(i)=(1-ksi_EC2(i))*psi1_EC2(i)+(ksi_EC2(i))*psi2_EC2(i);
% Flecha imediata (mm)
if fc(i)<=90
    fi_EC2(i)=kp(i)*psieq_EC2(i)*L(i)^2;
elseif fc(i)>90
    fi_EC2(i)=0;
end

%% CNR-DT 203 %%
% Curvatura (1/mm)
beta1_CNR=0.5;
beta2_CNR=1;
% Fator de distribuição da curvatura
if Mserv(i)>=Mr_EC2(i)
    ksi_CNR(i)=1-beta1_CNR*beta2_CNR*(Mr_EC2(i)/Mserv(i))^2;
else
    ksi_CNR(i)=0;
end
% Curvatura equivalente (1/mm)
psieq_CNR(i)=(1-ksi_CNR(i))*psi1_EC2(i)+ksi_CNR(i)*psi2_EC2(i);
% Flecha imediata (mm)
if fc(i)<=90
    fi_CNR(i)=kp(i)*psieq_CNR(i)*L(i)^2;
elseif fc(i)>90
    fi_CNR(i)=0;
end

%% Flechas experimentais (mm) %%
fi_exp(i)=D(i,12);
%% Relação entre flechas calculadas e experimentais %%
erro_ACI(i)=fi_ACI(i)/fi_exp(i);

```

```

    erro_BIS(i)=fi_BIS(i)/fi_exp(i);
    erro_CSA(i)=fi_CSA(i)/fi_exp(i);
    erro_EC2(i)=fi_EC2(i)/fi_exp(i);
    erro_CNR(i)=fi_CNR(i)/fi_exp(i);
end

%% Resultados %%
Viga={'Beam 1';'Beam 2';'Beam 3';'Beam 4';'Beam 5';'Beam 6';
      'Beam 7';'Beam 8';'Beam 9';'Beam 10';'Beam 11';'Beam 12';
      'C1-212-D1';'C1-216-D1';'C1-316-D1';'C1-212-D2';'C1-216-D2';
      'C1-316-D2';'C2-212-D1';'C2-216-D1';'C2-316-D1';'C2-212-D2';
      'C2-216-D2';'C2-316-D2';'C3-316-D1';
      '40I-#2S-0.5-S';'40I-#3HM-1.0-S';'40I-#4HM-2.0-S';
      '80I-#2S-0.5-S';'80I-#3HM-1.0-S';'80I-#4HM-2.0-S';
      'FB-1';'FB-2';'FB-3';
      'N_L1_G12a';'N_L1_G12b';'N_L2_G12a';'N_L2_G12b';
      'N_L1_G16a';'N_L1_G16b';'N_L2_G16a';'N_L2_G16b';
      'GB1';'GB2';'GB3'};

Fi_exp=transpose(fi_exp);
Resist_comp=transpose(fc);Taxa_armacao=transpose(100*rho_f);Taxa_armacao_comp=transpose(100*rho_f_);
Razao_dL=transpose(razao_dL);Razao_aL=transpose(razao_aL);
Mr_ACI_Mserv=transpose(mmm_ACI);Mr_CSA_Mserv=transpose(mmm_CSA);Mr_EC2_Mserv=transpose(mmm_EC2);
Fi_ACI=transpose(fi_ACI);Fi_BIS=transpose(fi_BIS);Fi_CSA=transpose(fi_CSA);Fi_EC2=transpose(fi_EC2);Fi_CNR=transpose
(fi_CNR);
Erro_ACI=transpose(erro_ACI);Erro_BIS=transpose(erro_BIS);Erro_CSA=transpose(erro_CSA);Erro_EC2=transpose(erro_EC2);
Erro_CNR=transpose(erro_CNR);
T_ACI=table(Viga,Resist_comp,Taxa_armacao,Taxa_armacao_comp,Razao_dL,Razao_aL,Fi_exp,Fi_ACI,Erro_ACI,Mr_ACI_Mserv,Fi
_BIS,Erro_BIS,Fi_CSA,Erro_CSA,Mr_CSA_Mserv,Fi_EC2,Erro_EC2,Mr_EC2_Mserv,Fi_CNR,Erro_CNR);
writetable(T_ACI,'result_flechas_prfv_t2.xlsx');

```

APÊNDICE C

TABELAS COM VALORES NUMÉRICOS DAS ANÁLISES

Como mencionado anteriormente, no presente trabalho os valores de flechas medidas experimentalmente foram comparados com os calculados analiticamente a partir de modelos simplificados já apresentados. Os dados experimentais foram obtidos a partir de trabalhos disponíveis na literatura.

Os cálculos foram baseados nos dados fornecidos pelos autores no que se refere às dimensões das vigas, assim como áreas de armadura utilizadas, propriedades mecânicas das armaduras e resistência à compressão do concreto. Mesmo quando fornecidos os módulos de elasticidade do concreto e os momentos de fissuração, por exemplo, no cômputo dos deslocamentos foram utilizados os valores obtidos com base nas normas e códigos abordados neste trabalho. No cálculo de flechas com base no método proposto por Bischoff (2005) foram adotados valores referentes ao módulo de elasticidade e resistência à tração do concreto estimados a partir do que prescreve ACI 318 (2014). No cálculo dos momentos resistidos pelas vigas não foram utilizados fatores de redução de resistência dos materiais.

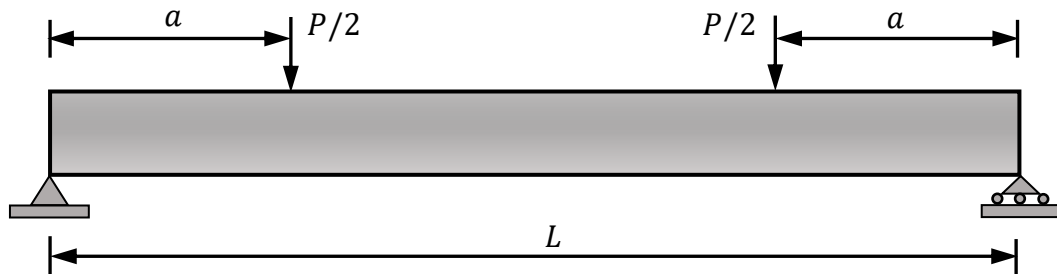
Em vigas armadas com aço, os carregamentos de serviço foram considerados iguais a 70% dos carregamentos resistentes das seções, calculados de acordo com ACI 318 (2014). Em vigas armadas com PRF, os carregamentos de serviço foram considerados iguais a 30% dos resistidos pelas seções, calculados de acordo com ACI 440 (2015). De acordo com Bischoff (2005), a avaliação de deslocamentos em vigas armadas com PRF adotando-se carregamento de serviço na faixa de 70% do carregamento último está em um nível de carga muito maior do que seria normalmente esperado e pode levar a conclusões errôneas, pois o comportamento do elemento estaria muito mais próximo do comportamento completamente fissurado nesse nível mais alto de carga.

Todas as vigas estudadas eram biapoiadas com duas cargas concentradas aplicadas e possuíam seção transversal retangular, como mostra a Figura 41. Foram analisadas vigas com quatro tipos de armação: a) aço; b) PRFV (com barras de aço na zona comprimida); c) PRFC (com barras de aço na zona comprimida); e d) PRFV (com barras de PRFV na região comprimida).

Ao todo foram estudadas 104 vigas armadas com aço; 72 armadas com PRFV (com presença de aço na região onde o concreto está comprimido); 24 armadas com PRFC

(com presença de aço na região onde o concreto está comprimido); e 45 vigas armadas com PRFV (com presença de PRFV na região onde o concreto está comprimido).

Figura 41 - Representação das condições de apoio e carregamento das vigas estudadas.



Fonte: Autora (2019).

onde P é a carga concentrada aplicada na viga; a , a distância da carga ao apoio da viga; e L , o comprimento do vão da viga.

A seguir são apresentadas tabelas com os resultados obtidos através dos códigos desenvolvidos.

C.1. Vigas armadas com aço

Tabela 25 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com aço.

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	NBR 6118			ACI 318			Bischoff		CSA A23.3			Eurocode 2		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Ashour (1998)	B-N2	10,704	13,025	1,217	0,364	14,732	1,376	0,263	15,054	1,406	14,764	1,379	0,254	11,608	1,084	0,328
	B-N3	12,474	16,222	1,300	0,254	17,116	1,372	0,183	17,081	1,369	17,079	1,369	0,177	12,892	1,034	0,229
	B-N4	13,699	17,898	1,307	0,200	18,654	1,362	0,144	18,581	1,356	18,590	1,357	0,140	13,586	0,992	0,180
	B-M2	10,731	11,118	1,036	0,423	13,410	1,250	0,323	14,321	1,334	13,515	1,259	0,312	11,267	1,050	0,381
	B-M3	13,142	15,269	1,162	0,290	16,494	1,255	0,221	16,567	1,261	16,485	1,254	0,214	12,959	0,986	0,261
	B-M4	13,940	17,346	1,244	0,224	18,340	1,316	0,170	18,281	1,311	18,293	1,312	0,165	13,964	1,002	0,201
	B-H2	11,531				12,300	1,067	0,364	13,773	1,195						
	B-H3	13,724				15,901	1,159	0,248	16,109	1,174						
	B-H4	13,437				17,893	1,332	0,190	17,865	1,330						
Bernardo e Lopes (2004)	A1	10,162	11,238	1,106	0,259	11,786	1,160	0,193	11,743	1,156	11,768	1,158	0,187	9,422	0,927	0,232
	A2	12,146	13,457	1,108	0,183	13,959	1,149	0,137	13,902	1,145	13,920	1,146	0,133	10,869	0,895	0,164
	A3	10,952	13,464	1,229	0,183	13,963	1,275	0,137	13,906	1,270	13,924	1,271	0,132	10,862	0,992	0,163
	A4	15,068	14,666	0,973	0,150	15,218	1,010	0,112	15,171	1,007	15,167	1,007	0,108	11,475	0,762	0,134
	A5	15,347	14,662	0,955	0,151	15,222	0,992	0,113	15,174	0,989	15,171	0,989	0,109	11,506	0,750	0,135
	B1	12,674	10,961	0,865	0,281	11,630	0,918	0,214	11,614	0,916	11,621	0,917	0,207	9,437	0,745	0,249
	B2	14,135	12,969	0,918	0,190	13,504	0,955	0,145	13,446	0,951	13,469	0,953	0,140	10,695	0,757	0,168
	B3	14,548	12,974	0,892	0,189	13,508	0,929	0,144	13,449	0,924	13,473	0,926	0,140	10,693	0,735	0,168
	C1	16,336	12,948	0,793	0,192	13,469	0,825	0,148	13,409	0,821				10,704	0,655	0,170
	C2	17,346	12,945	0,746	0,193	13,460	0,776	0,148	13,400	0,773				10,706	0,617	0,171

Continua

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	NBR 6118			ACI 318			Bischoff		CSA A23.3			Eurocode 2		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Bernardo e Lopes (2004)	C3	18,246	14,183	0,777	0,157	14,755	0,809	0,121	14,704	0,806				11,420	0,626	0,139
	C4	16,989	13,826	0,814	0,153	14,374	0,846	0,118	14,327	0,843				11,156	0,657	0,136
	D1	12,792	10,753	0,841	0,290	11,374	0,889	0,224	11,371	0,889				9,428	0,737	0,256
	D2	19,351	15,385	0,795	0,128	16,025	0,828	0,099	15,987	0,826				12,052	0,623	0,114
	D3	15,113	15,386	1,018	0,128	16,024	1,060	0,099	15,986	1,058				12,054	0,798	0,114
	E1	15,166				14,669	0,967	0,126	14,615	0,964						
	E2	16,892				14,706	0,871	0,124	14,653	0,867						
	F1	14,620				14,155	0,968	0,169	14,098	0,964						
F2	15,576				14,972	0,961	0,135	14,912	0,957							
Elrakib (2013)	B501	0,606	0,423	0,698	2,076	0,457	0,753	1,532	0,457	0,753	0,453	0,747	1,483	0,418	0,690	1,696
	B502	0,830	0,649	0,782	1,354	0,701	0,845	0,999	2,580	3,108	0,759	0,915	0,967	0,641	0,772	1,107
	B503	3,593	0,870	0,242	1,010	1,914	0,533	0,746	4,793	1,334	2,041	0,568	0,722	2,671	0,743	0,826
	B751	2,535	0,476	0,188	1,836	0,522	0,206	1,390	0,522	0,206	0,517	0,204	1,345	0,499	0,197	1,474
	B752	4,461	0,669	0,150	1,307	0,754	0,169	0,989	2,712	0,608	0,816	0,183	0,957	0,701	0,157	1,049
	B753	4,674	1,151	0,246	0,926	2,372	0,507	0,701	5,207	1,114	2,516	0,538	0,678	3,535	0,756	0,743
	B1001	2,855				0,536	0,188	1,389	0,536	0,188						
	B1002	3,703				0,712	0,192	1,044	0,712	0,192						
	B1003	7,611				2,093	0,275	0,737	4,963	0,652						
Gribniak (2009)	S-1	8,251	2,771	0,336	0,753	5,180	0,628	0,545	8,110	0,983	5,392	0,654	0,528	5,611	0,680	0,652
	S-1R	7,531	2,787	0,370	0,750	5,122	0,680	0,544	7,792	1,035	5,325	0,707	0,526	5,522	0,733	0,651
	S-2	7,957	2,790	0,351	0,750	5,214	0,655	0,541	7,944	0,998	5,419	0,681	0,523	5,523	0,694	0,650
	S-2R	8,023	2,689	0,335	0,759	5,028	0,627	0,548	7,720	0,962	5,230	0,652	0,530	5,411	0,674	0,658
	S-3	9,346	3,098	0,331	0,721	5,227	0,559	0,535	7,859	0,841	5,427	0,581	0,518	5,618	0,601	0,625
	S-3R	8,410	3,116	0,370	0,717	5,133	0,610	0,532	7,399	0,880	5,319	0,632	0,514	5,453	0,648	0,622

Continua

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	NBR 6118			ACI 318			Bischoff		CSA A23.3			Eurocode 2		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Gribniak (2009)	S-4	8,899	2,036	0,229	0,824	4,017	0,451	0,610	7,263	0,816	4,218	0,474	0,590	4,593	0,516	0,728
	S-4R	9,503	1,982	0,209	0,829	3,870	0,407	0,613	6,806	0,716	4,060	0,427	0,593	4,381	0,461	0,731
Maghsoudi e Bengar (2006)	BC1	6,000	0,542	0,090	0,886	1,094	0,182	0,657	2,050	0,342	1,153	0,192	0,636	1,185	0,197	0,781
	B1	5,239	0,404	0,077	0,964	0,848	0,162	0,727	1,885	0,360	0,901	0,172	0,703	0,981	0,187	0,840
	BC2	4,978	2,397	0,482	0,471	2,905	0,583	0,353	3,073	0,617	2,928	0,588	0,341	2,403	0,483	0,413
	B2	5,750	2,304	0,401	0,490	2,873	0,500	0,370	3,098	0,539	2,901	0,505	0,358	2,402	0,418	0,427
	BC3	4,902	3,088	0,630	0,319	3,279	0,669	0,238	3,272	0,668	3,278	0,669	0,231	2,602	0,531	0,279
	B3	5,330	3,200	0,600	0,332	3,469	0,651	0,250	3,475	0,652	3,467	0,651	0,242	2,677	0,502	0,289
	BC4	7,257	3,622	0,499	0,257	3,787	0,522	0,194	3,768	0,519	3,781	0,521	0,188	2,972	0,410	0,224
	B4	7,181	3,838	0,534	0,259	4,064	0,566	0,196	4,047	0,564	4,054	0,565	0,190	3,075	0,428	0,225
	BC5	6,619	4,605	0,696	0,140	4,809	0,727	0,106	4,797	0,725	4,791	0,724	0,102	3,466	0,524	0,121
	B5	6,381	4,870	0,763	0,139	5,124	0,803	0,105	5,111	0,801	5,101	0,799	0,101	3,543	0,555	0,121
	BC6	6,904	4,383	0,635	0,140	4,545	0,658	0,106	4,619	0,669	4,531	0,656	0,102	3,388	0,491	0,122
BC7	5,633	4,052	0,719	0,140	4,160	0,738	0,106	4,625	0,821	4,150	0,737	0,102	3,254	0,578	0,121	
Mousa (2015)	A1	3,261	4,810	1,475	0,492	6,149	1,886	0,365	6,738	2,066	6,220	1,907	0,353	5,145	1,578	0,468
	A2	3,110	4,810	1,546	0,492	6,149	1,977	0,365	6,738	2,166	6,220	2,000	0,353	5,145	1,654	0,468
	A3	3,641	4,810	1,321	0,492	6,149	1,689	0,365	6,738	1,850	6,220	1,708	0,353	5,145	1,413	0,468
	A4	2,817	4,810	1,707	0,492	6,149	2,183	0,365	6,738	2,392	6,220	2,208	0,353	5,145	1,826	0,468
	B1	4,287	4,345	1,014	0,525	5,800	1,353	0,393	6,593	1,538	5,889	1,374	0,381	5,013	1,169	0,494
	B2	4,094	4,345	1,061	0,525	5,800	1,417	0,393	6,593	1,610	5,889	1,438	0,381	5,013	1,224	0,494
	B3	3,251	4,345	1,337	0,525	5,800	1,784	0,393	6,593	2,028	5,889	1,812	0,381	5,013	1,542	0,494
	B4	3,530	4,345	1,231	0,525	5,800	1,643	0,393	6,593	1,868	5,889	1,668	0,381	5,013	1,420	0,494

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	NBR 6118			ACI 318			Bischoff		CSA A23.3			Eurocode 2		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Mousa (2015)	B5	3,973	4,345	1,094	0,525	5,800	1,460	0,393	6,593	1,659	5,889	1,482	0,381	5,013	1,262	0,494
	B6	3,963	4,345	1,097	0,525	5,800	1,464	0,393	6,593	1,664	5,889	1,486	0,381	5,013	1,265	0,494
	B7	3,263	4,345	1,332	0,525	5,800	1,778	0,393	6,593	2,020	5,889	1,805	0,381	5,013	1,536	0,494
	B8	3,087	4,345	1,408	0,525	5,800	1,879	0,393	6,593	2,136	5,889	1,908	0,381	5,013	1,624	0,494
	B9	5,859	7,569	1,292	0,309	8,116	1,385	0,232	8,139	1,389	8,117	1,385	0,224	6,454	1,102	0,291
	B10	4,591	7,569	1,649	0,309	8,116	1,768	0,232	8,139	1,773	8,117	1,768	0,224	6,454	1,406	0,291
	B11	4,373	7,569	1,731	0,309	8,116	1,856	0,232	8,139	1,861	8,117	1,856	0,224	6,454	1,476	0,291
	B12	4,800	7,569	1,577	0,309	8,116	1,691	0,232	8,139	1,695	8,117	1,691	0,224	6,454	1,344	0,291
	B13	2,408	3,825	1,588	0,579	5,758	2,391	0,434	7,347	3,051	5,901	2,450	0,420	5,283	2,194	0,545
	B14	3,612	3,825	1,059	0,579	5,758	1,594	0,434	7,347	2,034	5,901	1,634	0,420	5,283	1,463	0,545
Rashid e Mansur (2005)	A211	9,638	11,046	1,146	0,189	11,254	1,168	0,139	11,208	1,163	11,221	1,164	0,134	8,547	0,887	0,151
	B211a	10,832	10,615	0,980	0,225	11,072	1,022	0,171	11,015	1,017	11,046	1,020	0,165	8,728	0,806	0,181
	B311	13,668	12,169	0,890	0,157	12,672	0,927	0,119	12,632	0,924	12,628	0,924	0,115	9,533	0,697	0,126
	B312	13,922	12,169	0,874	0,157	12,672	0,910	0,119	12,632	0,907	12,628	0,907	0,115	9,533	0,685	0,126
	B313	13,400	12,169	0,908	0,157	12,672	0,946	0,119	12,632	0,943	12,628	0,942	0,115	9,533	0,711	0,126
	B321	14,388	11,805	0,821	0,159	12,261	0,852	0,121	12,222	0,849	12,224	0,850	0,117	9,442	0,656	0,127
	B331	14,731	11,499	0,781	0,157	11,878	0,806	0,119	11,843	0,804	11,846	0,804	0,115	9,295	0,631	0,126
	C211	12,982	11,211	0,864	0,199	11,663	0,898	0,153	11,608	0,894				9,121	0,703	0,159
	C311	14,705	11,828	0,804	0,174	12,285	0,835	0,135	12,237	0,832				9,462	0,644	0,139
	C411	15,304	12,916	0,844	0,138	13,465	0,880	0,106	13,432	0,878				10,013	0,654	0,110
	C511	18,039	13,814	0,766	0,118	14,417	0,799	0,091	15,009	0,832				10,455	0,580	0,094
	D211	11,443				10,647	0,930	0,206	10,601	0,926						
E211	12,281				10,529	0,857	0,216	10,490	0,854							

Conclusão

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	NBR 6118			ACI 318			Bischoff		CSA A23.3			Eurocode 2		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Sharif (2012)	SCCB1	7,049	3,066	0,435	0,635	4,289	0,609	0,492	5,409	0,767	4,529	0,642	0,476	3,995	0,567	0,550
	SCCB2	8,334	6,712	0,805	0,338	7,095	0,851	0,261	7,115	0,854	7,229	0,867	0,252	5,508	0,661	0,293
	SCCB3	19,245	7,993	0,415	0,180	8,093	0,421	0,142	8,060	0,419	8,220	0,427	0,137	5,992	0,311	0,156
	SCCB4	5,549	6,687	1,205	0,306	6,898	1,243	0,243	6,882	1,240	6,996	1,261	0,235	5,421	0,977	0,265
	SCCB5	5,875	6,985	1,189	0,271	7,145	1,216	0,212	7,108	1,210	7,234	1,231	0,205	5,614	0,956	0,235
	SCCB6	6,381	8,627	1,352	0,179	8,743	1,370	0,142	8,706	1,364	8,916	1,397	0,138	6,172	0,967	0,155
Silva (2014)	V25ASub	2,134	4,629	2,169	0,358	5,038	2,361	0,284	5,209	2,440	5,168	2,422	0,275	3,910	1,832	0,346
	V25ASuper	2,362	6,765	2,864	0,268	7,180	3,039	0,203	7,221	3,057	7,359	3,115	0,197	5,158	2,184	0,259
	V50ASub	1,056	2,948	2,791	0,518	4,074	3,858	0,384	4,759	4,507	4,143	3,923	0,372	3,487	3,302	0,509
	V50ASuper	2,648	6,250	2,360	0,314	6,939	2,620	0,232	7,069	2,669	6,946	2,623	0,225	5,259	1,986	0,309
Yang, Joh e Kim (2018)	H100-R1	14,550				11,992	0,824	0,382	14,025	0,964						
	H100-R2	15,572				15,947	1,024	0,260	16,302	1,047						
	H100-R3	17,545				17,928	1,022	0,199	17,941	1,023						
	H120-R1	12,582				10,436	0,829	0,427	13,218	1,051						
	H120-R2	15,086				14,980	0,993	0,289	15,588	1,033						
	H120-R3	16,369				17,154	1,048	0,220	17,243	1,053						

Fonte: Autora (2019).

C.2. Vigas armadas com PRF e aço

C.2.1. PRF de vidro

Tabela 26 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFV e aço.

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Ashour (2006)	Beam 1	3,937	0,542	0,138	1,031	0,542	0,138	10,122	2,571	0,997	0,442	0,112	1,256	0,442	0,112
	Beam 2	3,849	0,272	0,071	2,053	0,272	0,071	0,286	0,074	1,987	0,222	0,058	2,504	0,222	0,058
	Beam 3	5,197	3,427	0,659	0,806	6,518	1,254	9,747	1,876	0,780	1,492	0,287	0,948	6,072	1,168
	Beam 4	0,914	0,190	0,207	2,355	0,190	0,207	0,199	0,218	2,279	0,155	0,169	2,769	0,155	0,169
	Beam 5	4,773	3,810	0,798	0,698	5,792	1,214	7,710	1,615	0,675	3,209	0,672	0,790	5,514	1,155
	Beam 6	0,273	0,134	0,491	2,783	0,134	0,491	0,141	0,516	2,693	0,109	0,400	3,151	0,109	0,400
	Beam 7	9,354	5,585	0,597	0,713	8,705	0,931	11,657	1,246	0,690	2,750	0,294	0,907	7,414	0,793
	Beam 8	0,601	0,209	0,348	2,675	0,209	0,348	0,208	0,345	2,588	0,195	0,324	3,403	0,195	0,324
	Beam 9	7,131	4,567	0,640	0,727	7,322	1,027	9,958	1,397	0,703	2,607	0,366	0,892	6,551	0,919
	Beam 10	0,265	0,146	0,548	3,077	0,146	0,548	0,144	0,544	2,978	0,135	0,510	3,774	0,135	0,510
	Beam 11	5,687	4,279	0,752	0,669	6,246	1,098	8,051	1,416	0,648	3,404	0,599	0,790	5,807	1,021
	Beam 12	0,420	0,203	0,484	1,838	0,203	0,484	0,201	0,480	1,778	0,189	0,450	2,171	0,189	0,450
El-Nemr et al. (2011)	SI-3#13G1	18,665	9,484	0,508	0,681	14,815	0,794	18,894	1,012	0,659	10,274	0,550	0,710	14,914	0,799
	SI-2#13G2	16,710	8,603	0,515	0,726	14,586	0,873	19,278	1,154	0,703	9,411	0,563	0,757	15,010	0,898
	SII-3#15G1	10,554	6,469	0,613	0,764	11,690	1,108	15,915	1,508	0,739	7,268	0,689	0,778	12,085	1,145
	SII-6#15G1	7,400	7,949	1,074	0,632	11,346	1,533	13,948	1,885	0,612	7,917	1,070	0,659	10,493	1,418
	SII-2#15G2	9,337	6,055	0,649	0,788	11,602	1,243	16,161	1,731	0,763	6,876	0,736	0,802	12,236	1,310
	SII-5#15G2	5,702	7,469	1,310	0,632	10,604	1,860	13,010	2,281	0,611	7,542	1,323	0,643	9,786	1,716
	SIII-5#15G3	6,563	7,968	1,214	0,629	11,322	1,725	13,890	2,116	0,609	7,904	1,204	0,657	10,439	1,590
	SIII-2#25G3	10,551	9,297	0,881	0,510	11,541	1,094	13,208	1,252	0,494	8,898	0,843	0,533	10,361	0,982

Continua

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
El-Nemr et al. (2011)	SIV-2#15G3	10,911	5,507	0,505	0,830	11,968	1,097	17,443	1,599	0,803	5,689	0,521	0,867	12,866	1,179
	SIV-2#15G2	8,899	6,055	0,680	0,788	11,602	1,304	16,161	1,816	0,763	6,876	0,773	0,802	12,236	1,375
	SIV-5#15G2	7,265	7,570	1,042	0,606	10,379	1,429	12,526	1,724	0,587	7,481	1,030	0,617	9,404	1,294
	SIV-5#15G3	6,015	7,968	1,325	0,629	11,322	1,882	13,890	2,309	0,609	7,904	1,314	0,657	10,439	1,735
Kassem, Farghaly e Benmokrane (2011)	G1-6	6,565	6,543	0,997	0,675	9,329	1,421	12,244	1,865	0,654	5,119	0,780	0,783	8,456	1,288
	G1-8	6,141	6,854	1,116	0,606	8,951	1,458	11,076	1,804	0,586	5,678	0,925	0,702	7,953	1,295
	G2-6	5,944	6,059	1,019	0,732	9,458	1,591	13,136	2,210	0,708	4,278	0,720	0,848	8,705	1,464
	G2-8	7,161	6,697	0,935	0,654	9,281	1,296	11,954	1,669	0,633	5,366	0,749	0,758	8,373	1,169
Miàs et al. (2011)	N_L1_G12a	5,999	7,034	1,173	0,562	8,772	1,462	10,524	1,754	0,543	5,675	0,946	0,666	7,546	1,258
	N_L1_G12b	5,897	7,034	1,193	0,562	8,772	1,488	10,524	1,785	0,543	5,675	0,962	0,666	7,546	1,280
	N_L2_G12a	5,903	7,034	1,192	0,562	8,772	1,486	10,524	1,783	0,543	5,675	0,961	0,666	7,546	1,278
	N_L2_G12b	6,085	7,034	1,156	0,562	8,772	1,442	10,524	1,729	0,543	5,675	0,933	0,666	7,546	1,240
	N_L1_G16a	4,789	6,583	1,375	0,472	7,591	1,585	8,617	1,799	0,457	5,287	1,104	0,560	6,227	1,300
	N_L1_G16b	4,567	6,583	1,441	0,472	7,591	1,662	8,617	1,887	0,457	5,287	1,158	0,560	6,227	1,363
	N_L2_G16a	4,849	6,583	1,358	0,472	7,591	1,566	8,617	1,777	0,457	5,287	1,090	0,560	6,227	1,284
	N_L2_G16b	4,668	6,583	1,410	0,472	7,591	1,626	8,617	1,846	0,457	5,287	1,132	0,560	6,227	1,334
Mousavi e Esfahani (2012)	B1	13,868	3,085	0,222	0,830	5,989	0,432	9,268	0,668	0,803	1,837	0,132	0,926	5,923	0,427
	B2	6,160	4,381	0,711	0,549	5,370	0,872	6,324	1,027	0,531	3,690	0,599	0,613	4,582	0,744
	B3	6,500	4,152	0,639	0,491	4,827	0,743	5,479	0,843	0,475	3,419	0,526	0,547	3,977	0,612
	B4	16,981	4,198	0,247	0,816	8,079	0,476	12,404	0,730	0,790	0,578	0,034	1,014	0,578	0,034
	B5	10,247	6,129	0,598	0,521	7,434	0,726	8,676	0,847	0,504	4,922	0,480	0,647	6,364	0,621
	B6	9,954	5,836	0,586	0,458	6,723	0,675	7,566	0,760	0,443	4,761	0,478	0,569	5,654	0,568

Continua

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Mousavi e Esfahani (2012)	B7	10,017	1,618	0,161	0,950	6,130	0,612	11,779	1,176	0,919	0,564	0,056	1,196	0,564	0,056
	B8	9,918	6,975	0,703	0,542	8,662	0,873	10,161	1,025	0,524	5,584	0,563	0,682	7,582	0,764
	B9	10,482	6,782	0,647	0,472	7,930	0,757	8,910	0,850	0,457	5,632	0,537	0,595	6,862	0,655
Ou et al. (2005)	FB1	8,526	5,471	0,642	0,654	7,767	0,911	9,928	1,164	0,633	5,132	0,602	0,714	7,472	0,876
	FB2	4,786	5,676	1,186	0,577	7,327	1,531	8,829	1,845	0,558	5,316	1,111	0,629	6,826	1,426
	FB3	3,864	4,852	1,256	0,552	6,055	1,567	7,148	1,850	0,534	4,577	1,185	0,578	5,549	1,436
	FB4	3,795	4,780	1,260	0,521	5,789	1,525	6,703	1,766	0,504	4,429	1,167	0,545	5,210	1,373
	FB5	10,573	5,971	0,565	0,654	8,511	0,805	10,896	1,031	0,633	5,294	0,501	0,739	8,081	0,764
	FB6	6,734	6,026	0,895	0,571	7,750	1,151	9,314	1,383	0,553	5,579	0,829	0,633	7,201	1,069
	FB7	5,868	5,552	0,946	0,505	6,672	1,137	7,678	1,308	0,488	5,089	0,867	0,550	6,017	1,025
	FB8	6,840	4,670	0,683	0,670	6,720	0,982	8,669	1,267	0,648	4,613	0,674	0,701	6,568	0,960
	FB9	14,193	5,676	0,400	0,577	7,327	0,516	8,829	0,622	0,558	5,316	0,375	0,629	6,826	0,481
	FB10	6,194	6,192	1,000	0,502	7,457	1,204	8,587	1,386	0,486	5,591	0,903	0,572	6,736	1,088
	FB11	7,300	5,471	0,749	0,654	7,767	1,064	9,928	1,360	0,633	5,132	0,703	0,714	7,472	1,024
	FB12	6,905	6,201	0,898	0,574	8,011	1,160	9,653	1,398	0,556	5,659	0,820	0,647	7,428	1,076
	FB13	6,295	6,081	0,966	0,500	7,308	1,161	8,404	1,335	0,484	5,515	0,876	0,564	6,599	1,048
Shin, Seo e Han (2009)	FB-2	0,823	0,361	0,438	1,608	0,361	0,438	0,379	0,461	1,557	0,294	0,357	1,681	0,294	0,357
	FB-3	0,279	0,533	1,907	1,088	0,533	1,907	0,560	2,005	1,053	0,434	1,555	1,137	0,434	1,555
	FB-4	5,140	3,330	0,648	0,829	8,052	1,567	10,963	2,133	0,802	3,894	0,757	0,866	8,875	1,727
	FB-6	4,730	5,525	1,168	0,670	9,049	1,913	11,105	2,348	0,648	6,328	1,338	0,700	9,032	1,909
	FB-8	6,249	5,987	0,958	0,595	8,664	1,386	10,210	1,634	0,576	6,524	1,044	0,622	8,332	1,333
	HFB-3	3,875	0,455	0,118	1,238	0,455	0,118	0,452	0,117	1,199	0,410	0,106	1,356	0,410	0,106
	HFB-4	6,047	1,448	0,239	0,939	6,036	0,998	9,014	1,491	0,909	0,540	0,089	1,029	0,540	0,089

Conclusão

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Shin, Seo e Han (2009)	HFB-6	0,512	5,507	10,762	0,694	9,503	18,568	11,759	22,978	0,672	5,885	11,499	0,760	9,420	18,406
	HFB-8	9,499	6,151	0,648	0,615	9,216	0,970	10,902	1,148	0,595	6,504	0,685	0,674	8,862	0,933
	HFB-10	5,715	6,370	1,114	0,561	8,818	1,543	10,144	1,775	0,543	6,593	1,153	0,614	8,318	1,455
Silva (2014)	V25VSub	0,824	1,888	2,291	0,829	3,732	4,528	5,713	6,932	0,802	0,494	0,599	0,984	3,354	4,070
	V25VSuper	0,597	1,859	3,113	0,792	3,273	5,480	4,760	7,969	0,766	0,802	1,342	0,943	2,759	4,620
	V50VSub	0,645	0,308	0,478	1,101	0,308	0,478	0,306	0,474	1,065	0,287	0,445	1,453	0,287	0,445
	V50VSuper	0,985	2,648	2,687	0,799	4,931	5,004	7,246	7,353	0,773	0,417	0,423	1,023	0,417	0,423

Fonte: Autora (2019).

C.2.2. PRF de carbono

Tabela 27 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFC e aço.

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Kayannis, Kosmidou e Chalioris (2018)	BF5-0	0,621	0,550	0,886	1,419	0,550	0,886	0,578	0,931	1,373	0,431	0,693	1,626	0,431	0,693
	BF5-1	0,669	0,550	0,823	1,419	0,550	0,823	0,578	0,865	1,373	0,431	0,644	1,626	0,431	0,644
	BF5-2	0,554	0,550	0,993	1,419	0,550	0,993	0,578	1,044	1,373	0,431	0,777	1,626	0,431	0,777
	BF10-0	5,000	6,509	1,302	0,651	9,607	1,922	11,859	2,372	0,630	5,860	1,172	0,745	8,934	1,787
	BF10-1	5,681	6,509	1,146	0,651	9,607	1,691	11,859	2,087	0,630	5,860	1,031	0,745	8,934	1,572

														Conclusão	
Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Kassem, Farghaly e Benmokrane (2011)	C1-4	8,248	6,813	0,826	0,647	9,373	1,136	11,901	1,443	0,626	5,504	0,667	0,754	8,505	1,031
	C1-4b	10,908	7,560	0,693	0,584	9,692	0,889	11,714	1,074	0,565	6,470	0,593	0,680	8,802	0,807
	C1-6	8,816	7,005	0,795	0,555	8,681	0,985	10,353	1,174	0,537	5,912	0,671	0,644	7,617	0,864
	C1-8	8,174	6,837	0,836	0,502	8,078	0,988	9,311	1,139	0,485	5,767	0,706	0,582	6,933	0,848
	C2-4	9,307	6,837	0,735	0,654	9,477	1,018	12,205	1,311	0,633	5,461	0,587	0,760	8,565	0,920
	C2-4b	10,250	7,593	0,741	0,592	9,808	0,957	12,023	1,173	0,573	6,435	0,628	0,688	8,871	0,866
	C2-6	9,835	7,027	0,714	0,563	8,790	0,894	10,438	1,061	0,544	5,950	0,605	0,657	7,794	0,792
	C2-8	9,389	6,880	0,733	0,508	8,186	0,872	9,365	0,997	0,491	5,856	0,624	0,593	7,117	0,758
Ou et al. (2005)	FB14	8,962	3,320	0,370	0,828	6,640	0,741	10,169	1,135	0,802	3,138	0,350	0,868	7,208	0,804
	FB15	8,357	4,820	0,577	0,642	6,682	0,800	8,427	1,008	0,622	4,737	0,567	0,673	6,447	0,771
	FB16	7,854	5,410	0,689	0,556	6,817	0,868	8,093	1,030	0,538	5,072	0,646	0,599	6,286	0,800
	FB17	5,520	4,904	0,888	0,506	5,873	1,064	6,747	1,222	0,490	4,506	0,816	0,534	5,253	0,952
	FB18	9,109	5,959	0,654	0,622	8,132	0,893	10,141	1,113	0,602	5,522	0,606	0,689	7,711	0,847
	FB19	8,914	5,908	0,663	0,547	7,407	0,831	8,759	0,983	0,530	5,468	0,613	0,604	6,815	0,765
	FB20	6,825	5,284	0,774	0,498	6,304	0,924	7,221	1,058	0,482	4,834	0,708	0,537	5,648	0,828
	Silva (2014)	V25CSub	2,261	2,868	1,269	0,508	3,426	1,515	3,946	1,746	0,491	2,268	1,003	0,611	2,793
V25CSuper		0,886	2,460	2,775	0,515	2,933	3,309	3,395	3,830	0,499	1,777	2,004	0,626	2,186	2,466
V50CSub		0,938	4,117	4,389	0,506	4,981	5,310	5,698	6,074	0,490	3,274	3,490	0,655	4,260	4,541
V50CSuper		0,411	3,344	8,129	0,500	3,994	9,708	4,525	11,000	0,484	2,486	6,042	0,655	3,178	7,726

Fonte: Autora (2019).

C.3. Vigas armadas com PRF

C.3.1. PRF de vidro

Tabela 28 - Resultados obtidos no cálculo de deslocamentos imediatos em vigas armadas com PRFV.

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Ashour (2006)	Beam 1	3,937	0,542	0,138	1,031	0,542	0,138	10,122	2,571	0,997	0,442	0,112	1,256	0,442	0,112
	Beam 2	3,849	0,272	0,071	2,053	0,272	0,071	0,286	0,074	1,987	0,222	0,058	2,504	0,222	0,058
	Beam 3	5,197	3,427	0,659	0,806	6,518	1,254	9,747	1,876	0,780	1,492	0,287	0,948	6,072	1,168
	Beam 4	0,914	0,190	0,207	2,355	0,190	0,207	0,199	0,218	2,279	0,155	0,169	2,769	0,155	0,169
	Beam 5	4,773	3,810	0,798	0,698	5,792	1,214	7,710	1,615	0,675	3,209	0,672	0,790	5,514	1,155
	Beam 6	0,273	0,134	0,491	2,783	0,134	0,491	0,141	0,516	2,693	0,109	0,400	3,151	0,109	0,400
	Beam 7	9,354	5,585	0,597	0,713	8,705	0,931	11,657	1,246	0,690	2,750	0,294	0,907	7,414	0,793
	Beam 8	0,601	0,209	0,348	2,675	0,209	0,348	0,208	0,345	2,588	0,195	0,324	3,403	0,195	0,324
	Beam 9	7,131	4,567	0,640	0,727	7,322	1,027	9,958	1,397	0,703	2,607	0,366	0,892	6,551	0,919
	Beam 10	0,265	0,146	0,548	3,077	0,146	0,548	0,144	0,544	2,978	0,135	0,510	3,774	0,135	0,510
	Beam 11	5,687	4,279	0,752	0,669	6,246	1,098	8,051	1,416	0,648	3,404	0,599	0,790	5,807	1,021
	Beam 12	0,420	0,203	0,484	1,838	0,203	0,484	0,201	0,480	1,778	0,189	0,450	2,171	0,189	0,450
Barris (2010)	C1-212-D1	5,977	5,151	0,862	0,530	6,348	1,062	7,438	1,244	0,513	4,256	0,712	0,644	5,508	0,922
	C1-216-D1	5,168	4,748	0,919	0,438	5,412	1,047	6,028	1,166	0,424	3,912	0,757	0,532	4,513	0,873
	C1-316-D1	4,293	4,361	1,016	0,383	4,784	1,114	5,199	1,211	0,371	3,500	0,815	0,465	3,845	0,896
	C1-212-D2	5,236	4,026	0,769	0,697	6,037	1,153	8,005	1,529	0,674	2,598	0,496	0,845	5,168	0,987
	C1-216-D2	4,960	4,316	0,870	0,577	5,533	1,116	6,679	1,347	0,559	3,305	0,666	0,701	4,583	0,924
	C1-316-D2	3,878	4,230	1,091	0,505	5,051	1,303	5,830	1,503	0,488	3,283	0,847	0,613	4,043	1,043

Continua

Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203	
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Barris (2010)	C2-212-D1	5,895	5,826	0,988	0,565	7,469	1,267	8,879	1,506	0,547	4,493	0,762	0,723	6,522	1,106
	C2-216-D1	5,415	5,317	0,982	0,462	6,193	1,144	6,901	1,274	0,448	4,346	0,803	0,598	5,292	0,977
	C2-316-D1	4,306	4,958	1,151	0,398	5,511	1,280	5,940	1,379	0,385	4,075	0,946	0,515	4,613	1,071
	C2-212-D2	3,817	4,177	1,095	0,706	6,376	1,671	8,536	2,237	0,683	2,258	0,592	0,886	5,331	1,397
	C2-216-D2	5,710	5,010	0,877	0,602	6,647	1,164	8,079	1,415	0,582	3,579	0,627	0,767	5,603	0,981
	C2-316-D2	4,820	4,926	1,022	0,520	6,003	1,245	6,898	1,431	0,504	3,794	0,787	0,667	4,975	1,032
	C3-316-D1	4,501	4,954	1,101	0,397	5,505	1,223	5,932	1,318	0,384	4,069	0,904	0,515	4,605	1,023
Goldston (2016)	40I-#2S-0.5-S	15,666	5,603	0,358	0,822	11,195	0,715	16,995	1,085	0,795	0,833	0,053	1,091	0,833	0,053
	40I-#3HM-1.0-S	11,045	8,513	0,771	0,545	10,668	0,966	12,495	1,131	0,528	6,281	0,569	0,724	9,051	0,819
	40I-#4HM-2.0-S	10,430	7,984	0,765	0,445	9,167	0,879	10,113	0,970	0,431	6,402	0,614	0,591	7,707	0,739
	80I-#2S-0.5-S	19,973	5,239	0,262	0,848	11,439	0,573	18,036	0,903	0,821	0,855	0,043	1,092	0,855	0,043
	80I-#3HM-1.0-S	11,981	9,854	0,822	0,533	12,248	1,022	14,264	1,191	0,515	7,840	0,654	0,685	10,708	0,894
	80I-#4HM-2.0-S	9,858	7,984	0,810	0,445	9,167	0,930	10,113	1,026	0,431	6,402	0,649	0,591	7,707	0,782
Ju et al. (2016)	FB-1	2,787	0,379	0,136	0,981	2,629	0,943	3,521	1,264	0,950	0,215	0,077	1,127	0,215	0,077
	FB-2	3,738	1,288	0,344	0,828	3,401	0,910	4,303	1,151	0,801	0,778	0,208	0,951	3,235	0,866
	FB-3	1,711	1,226	0,717	0,824	3,145	1,838	3,970	2,320	0,797	0,766	0,447	0,946	2,931	1,712
Miàs et al. (2013)	N_L1_G12a	5,999	7,034	1,173	0,562	8,772	1,462	10,524	1,754	0,543	5,675	0,946	0,666	7,546	1,258
	N_L1_G12b	5,897	7,034	1,193	0,562	8,772	1,488	10,524	1,785	0,543	5,675	0,962	0,666	7,546	1,280
	N_L2_G12a	5,903	7,034	1,192	0,562	8,772	1,486	10,524	1,783	0,543	5,675	0,961	0,666	7,546	1,278
	N_L2_G12b	6,085	7,034	1,156	0,562	8,772	1,442	10,524	1,729	0,543	5,675	0,933	0,666	7,546	1,240
	N_L1_G16a	4,789	6,583	1,375	0,472	7,591	1,585	8,617	1,799	0,457	5,287	1,104	0,560	6,227	1,300
	N_L1_G16b	4,567	6,583	1,441	0,472	7,591	1,662	8,617	1,887	0,457	5,287	1,158	0,560	6,227	1,363
	N_L2_G16a	4,849	6,583	1,358	0,472	7,591	1,566	8,617	1,777	0,457	5,287	1,090	0,560	6,227	1,284
	N_L2_G16b	4,668	6,583	1,410	0,472	7,591	1,626	8,617	1,846	0,457	5,287	1,132	0,560	6,227	1,334

															Conclusão	
Autor (es)	Viga	$f_{i,exp}$ (mm)	ACI 440			Bischoff		CSA S806			Eurocode 2			CNR-DT 203		
			$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$f_{i,calc}$ (mm)	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	
Toutanji e Deng (2003)	GB1	4,169	4,748	1,139	0,756	10,290	2,468	12,666	3,038	0,732	4,533	1,087	0,860	9,978	2,393	
	GB2	2,339	6,164	2,636	0,637	10,157	4,343	11,928	5,100	0,616	6,426	2,748	0,725	9,516	4,069	
	GB3	3,295	6,023	1,828	0,613	9,459	2,871	11,005	3,340	0,593	6,179	1,875	0,697	8,693	2,638	

Fonte: Autora (2019).

APÊNDICE D

INFORMAÇÕES ADICIONAIS PARA A ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nessa etapa foram desconsideradas vigas que – de acordo com ACI 318 (2014) e ACI 440 (2015), para seções armadas com aço e PRF, respectivamente – não fissuram quando submetidas aos carregamentos de serviço considerados. Também foram ignoradas vigas para as quais as flechas calculadas apresentaram valores muito divergentes dos observados experimentalmente, considerando-se possíveis erros na obtenção dos valores das flechas experimentais. As vigas analisadas foram divididas em três grupos de acordo com a resistência à compressão do concreto. O primeiro grupo corresponde a resistências entre 20 MPa e 50 MPa, o segundo, entre 50 MPa e 90 MPa e o terceiro corresponde a resistências à compressão maiores que 90 MPa. Em todos os grupos as vigas foram organizadas em ordem crescente de taxa de armadura de tração.

As tabelas a seguir, além de apresentarem a relação entre as flechas calculadas através dos métodos simplificados estudados, apresentam também as correspondentes relações entre momento de fissuração e momento máximo provocado pelo carregamento de serviço. São indicadas também as taxas de armadura de tração e compressão, além da relação entre a altura útil e o vão das vigas e a relação entre a distância da carga aplicada ao apoio e o vão das vigas.

D.1. Vigas armadas com aço

Tabela 29 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com aço.

Grupo	ρ (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	NBR 6118		ACI 318		Bischoff	CSA A23.3		Eurocode 2	
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,384	0,949	0,094	0,333	0,370	0,717	0,610	0,532	0,880	0,632	0,514	0,648	0,622
	0,391	0,072	0,094	0,333	0,351	0,750	0,655	0,541	0,998	0,681	0,523	0,694	0,650
	0,393	0,952	0,093	0,333	0,335	0,759	0,627	0,548	0,962	0,652	0,530	0,674	0,658
	0,395	0,074	0,092	0,333	0,331	0,721	0,559	0,535	0,841	0,581	0,518	0,601	0,625
	0,398	0,966	0,092	0,333	0,370	0,750	0,680	0,544	1,035	0,707	0,526	0,733	0,651
	0,400	0,073	0,092	0,333	0,336	0,753	0,628	0,545	0,983	0,654	0,528	0,680	0,652
	0,597	0,597	0,096	0,389	0,435	0,635	0,609	0,492	0,767	0,642	0,476	0,567	0,550
	0,882	0,221	0,088	0,333	2,169	0,358	2,361	0,284	2,440	2,422	0,275	1,832	0,346
	1,232	0,604	0,094	0,389	0,805	0,338	0,851	0,261	0,854	0,867	0,252	0,661	0,293
	1,232	1,220	0,094	0,389	1,205	0,306	1,243	0,243	1,240	1,261	0,235	0,977	0,265
	1,285	0*	0,064	0,419	1,217	0,364	1,376	0,263	1,406	1,379	0,254	1,084	0,328
	1,497	1,572	0,094	0,389	1,189	0,271	1,216	0,212	1,210	1,231	0,205	0,956	0,235
	1,928	0*	0,064	0,419	1,300	0,254	1,372	0,183	1,369	1,369	0,177	1,034	0,229
	2,020	0,252	0,077	0,333	2,864	0,268	3,039	0,203	3,057	3,115	0,197	2,184	0,259
	2,197	0,297	0,105	0,353	1,146	0,189	1,168	0,139	1,163	1,164	0,134	0,887	0,151
	2,381	1,098	0,095	0,389	0,415	0,180	0,421	0,142	0,419	0,427	0,137	0,311	0,156
	2,453	0,613	0,093	0,389	1,352	0,179	1,370	0,142	1,364	1,397	0,138	0,967	0,155
2,570	0*	0,064	0,419	1,307	0,200	1,362	0,144	1,356	1,357	0,140	0,992	0,180	
Média					0,972		1,119		1,241	1,141		0,916	
Desvio Padrão					0,708		0,677		0,614	0,689		0,449	

* Viga possui armadura de compressão nas regiões próximas aos apoios

Continua

Grupo	ρ (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	NBR 6118		ACI 318		Bischoff	CSA A23.3		Eurocode 2	
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
	0,244	0,108	0,112	0,394	0,782	1,354	0,845	0,999	3,108	0,915	0,967	0,772	1,107
	0,291	0,108	0,112	0,394	0,150	1,307	0,169	0,989	0,608	0,183	0,957	0,157	1,049
	0,329	0,108	0,112	0,394	0,242	1,010	0,533	0,746	1,334	0,568	0,722	0,743	0,826
	0,378	0,935	0,094	0,333	0,209	0,829	0,407	0,613	0,716	0,427	0,593	0,461	0,731
	0,395	0,074	0,092	0,333	0,229	0,824	0,451	0,610	0,816	0,474	0,590	0,516	0,728
	0,413	0,108	0,112	0,394	0,246	0,926	0,507	0,701	1,114	0,538	0,678	0,756	0,743
	0,606	0,606	0,149	0,265	0,090	0,886	0,182	0,657	0,342	0,192	0,636	0,197	0,781
	0,606	0,000	0,149	0,265	0,077	0,964	0,162	0,727	0,360	0,172	0,703	0,187	0,840
	0,882	0,221	0,088	0,333	2,791	0,518	3,858	0,384	4,507	3,923	0,372	3,302	0,509
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,475	0,492	1,886	0,365	2,066	1,907	0,353	1,578	0,468
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,546	0,492	1,977	0,365	2,166	2,000	0,353	1,654	0,468
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,321	0,492	1,689	0,365	1,850	1,708	0,353	1,413	0,468
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,707	0,492	2,183	0,365	2,392	2,208	0,353	1,826	0,468
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,014	0,525	1,353	0,393	1,538	1,374	0,381	1,169	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,061	0,525	1,417	0,393	1,610	1,438	0,381	1,224	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,337	0,525	1,784	0,393	2,028	1,812	0,381	1,542	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,231	0,525	1,643	0,393	1,868	1,668	0,381	1,420	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,094	0,525	1,460	0,393	1,659	1,482	0,381	1,262	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,097	0,525	1,464	0,393	1,664	1,486	0,381	1,265	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,332	0,525	1,778	0,393	2,020	1,805	0,381	1,536	0,494
	0,898	0,623	0,084	0,333	1,408	0,525	1,879	0,393	2,136	1,908	0,381	1,624	0,494
	0,986	0,684	0,077	0,333	1,588	0,579	2,391	0,434	3,051	2,450	0,420	2,194	0,545
	0,986	0,684	0,077	0,333	1,059	0,579	1,594	0,434	2,034	1,634	0,420	1,463	0,545
	1,257	0,616	0,147	0,265	0,482	0,471	0,583	0,353	0,617	0,588	0,341	0,483	0,413

Continua

Grupo	ρ (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	NBR 6118		ACI 318		Bischoff	CSA A23.3		Eurocode 2	
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	1,257	0,000	0,147	0,265	0,401	0,490	0,500	0,370	0,539	0,505	0,358	0,418	0,427
	1,285	0*	0,064	0,419	1,036	0,423	1,250	0,323	1,334	1,259	0,312	1,050	0,381
	1,357	0,191	0,088	0,357	0,841	0,290	0,889	0,224	0,889	0,000	0,217	0,737	0,256
	1,584	0,198	0,085	0,357	1,106	0,259	1,160	0,193	1,156	1,158	0,187	0,927	0,232
	1,591	0,199	0,085	0,357	0,865	0,281	0,918	0,214	0,916	0,917	0,207	0,745	0,249
	1,615	0,631	0,083	0,333	1,292	0,309	1,385	0,232	1,389	1,385	0,224	1,102	0,291
	1,615	0,631	0,083	0,333	1,649	0,309	1,768	0,232	1,773	1,768	0,224	1,406	0,291
	1,615	0,631	0,083	0,333	1,731	0,309	1,856	0,232	1,861	1,856	0,224	1,476	0,291
	1,615	0,631	0,083	0,333	1,577	0,309	1,691	0,232	1,695	1,691	0,224	1,344	0,291
	1,928	0*	0,064	0,419	1,162	0,290	1,255	0,221	1,261	1,254	0,214	0,986	0,261
	2,020	0,252	0,077	0,333	2,360	0,314	2,620	0,232	2,669	2,623	0,225	1,986	0,309
	2,028	1,120	0,148	0,265	0,630	0,319	0,669	0,238	0,668	0,669	0,231	0,531	0,279
	2,028	0,000	0,148	0,265	0,600	0,332	0,651	0,250	0,652	0,651	0,242	0,502	0,289
	2,164	0,195	0,086	0,357	0,892	0,189	0,929	0,144	0,924	0,926	0,140	0,735	0,168
	2,164	0,195	0,086	0,357	0,918	0,190	0,955	0,145	0,951	0,953	0,140	0,757	0,168
	2,164	0,195	0,086	0,357	0,793	0,192	0,825	0,148	0,821	0,000	0,143	0,655	0,170
	2,164	0,195	0,086	0,357	0,746	0,193	0,776	0,148	0,773	0,000	0,143	0,617	0,171
	2,197	0,297	0,105	0,353	0,980	0,225	1,022	0,171	1,017	1,020	0,165	0,806	0,181
	2,209	0,199	0,085	0,357	1,229	0,183	1,275	0,137	1,270	1,271	0,132	0,992	0,163
	2,209	0,199	0,085	0,357	1,108	0,183	1,149	0,137	1,145	1,146	0,133	0,895	0,164
2,513	1,244	0,147	0,265	0,499	0,257	0,522	0,194	0,519	0,521	0,188	0,410	0,224	
2,513	0,000	0,147	0,265	0,534	0,259	0,566	0,196	0,564	0,565	0,190	0,428	0,225	
2,570	0*	0,064	0,419	1,244	0,224	1,316	0,170	1,311	1,312	0,165	1,002	0,201	

Continua

Grupo	ρ (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	NBR 6118		ACI 318		Bischoff	CSA A23.3		Eurocode 2	
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	2,647	0,297	0,105	0,353	0,864	0,199	0,898	0,153	0,894	0,000	0,148	0,703	0,159
	2,747	0,193	0,087	0,357	0,814	0,153	0,846	0,118	0,843	0,000	0,114	0,657	0,136
	2,804	0,197	0,085	0,357	0,777	0,157	0,809	0,121	0,806	0,000	0,117	0,626	0,139
	2,864	0,201	0,084	0,357	0,973	0,150	1,010	0,112	1,007	1,007	0,108	0,762	0,134
	2,864	0,201	0,084	0,357	0,955	0,151	0,992	0,113	0,989	0,989	0,109	0,750	0,135
	3,097	0,297	0,105	0,353	0,804	0,174	0,835	0,135	0,832	0,000	0,130	0,644	0,139
	3,295	0,297	0,105	0,353	0,890	0,157	0,927	0,119	0,924	0,924	0,115	0,697	0,126
	3,295	0,297	0,105	0,353	0,874	0,157	0,910	0,119	0,907	0,907	0,115	0,685	0,126
	3,295	0,297	0,105	0,353	0,908	0,157	0,946	0,119	0,943	0,942	0,115	0,711	0,126
	3,295	0,900	0,105	0,353	0,781	0,157	0,806	0,119	0,804	0,804	0,115	0,631	0,126
	3,295	0,594	0,105	0,353	0,821	0,159	0,852	0,121	0,849	0,850	0,117	0,656	0,127
	3,608	0,198	0,085	0,357	0,795	0,128	0,828	0,099	0,826	0,000	0,096	0,623	0,114
	3,608	0,198	0,085	0,357	1,018	0,128	1,060	0,099	1,058	0,000	0,096	0,798	0,114
	3,998	0,297	0,105	0,353	0,844	0,138	0,880	0,106	0,878	0,000	0,103	0,654	0,110
	4,811	0,000	0,151	0,265	0,763	0,139	0,803	0,105	0,801	0,799	0,101	0,555	0,121
	4,811	0,601	0,151	0,265	0,696	0,140	0,727	0,106	0,725	0,724	0,102	0,524	0,121
	4,811	2,405	0,151	0,265	0,719	0,140	0,738	0,106	0,821	0,737	0,102	0,578	0,121
4,811	1,227	0,151	0,265	0,635	0,140	0,658	0,106	0,669	0,656	0,102	0,491	0,122	
4,844	0,297	0,105	0,353	0,766	0,118	0,799	0,091	0,832	0,000	0,089	0,580	0,094	
Média					0,961		1,128		1,274	0,995		0,933	
Desvio Padrão					0,489		0,632		0,743	0,771		0,535	

* Viga possui armadura de compressão nas regiões próximas aos apoios

Grupo	ρ (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	Conclusão								
					NBR 6118		ACI 318		Bischoff	CSA A23.3		Eurocode 2	
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$
Resistência à compressão a partir de 90 MPa	0,450	0,108	0,112	0,394			0,275	0,737	0,652				
	0,995	0*	0,067	0,400			0,824	0,382	0,964				
	0,995	0*	0,067	0,400			0,829	0,427	1,051				
	1,285	0*	0,064	0,419			1,067	0,364	1,195				
	1,493	0*	0,067	0,400			1,024	0,260	1,047				
	1,493	0*	0,067	0,400			0,993	0,289	1,033				
	1,928	0*	0,064	0,419			1,159	0,248	1,174				
	1,991	0*	0,067	0,400			1,022	0,199	1,023				
	1,991	0*	0,067	0,400			1,048	0,220	1,053				
	2,197	0,297	0,105	0,353			0,930	0,206	0,926				
	2,197	0,297	0,105	0,353			0,857	0,216	0,854				
	2,277	0,205	0,082	0,357			0,968	0,169	0,964				
	2,570	0*	0,064	0,419			1,332	0,190	1,330				
	2,804	0,197	0,085	0,357			0,871	0,124	0,867				
	2,804	0,197	0,085	0,357			0,967	0,126	0,964				
2,864	0,201	0,084	0,357			0,961	0,135	0,957					
Média							0,945		1,003				
Desvio Padrão							0,220		0,154				

* Viga possui armadura de compressão nas regiões próximas aos apoios

Fonte: Autora (2019).

D.2. Vigas armadas com PRF e aço

D.2.1. PRF de vidro

Tabela 30 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFV e aço.

Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
existência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,380	0,225	0,093	0,367	0,515	0,726	0,873	1,154	0,703	0,563	0,757	0,898
	0,479	0,380	0,118	0,400	0,648	0,829	1,567	2,133	0,802	0,757	0,866	1,727
	0,479	0,380	0,118	0,400	0,239	0,939	0,998	1,491	0,909	0,089	1,029	0,089
	0,556	0,139	0,113	0,333	0,683	0,670	0,982	1,267	0,648	0,674	0,701	0,960
	0,556	0,139	0,113	0,333	0,642	0,654	0,911	1,164	0,633	0,602	0,714	0,876
	0,556	0,139	0,113	0,333	0,749	0,654	1,064	1,360	0,633	0,703	0,714	1,024
	0,556	0,139	0,113	0,333	0,565	0,654	0,805	1,031	0,633	0,501	0,739	0,764
	0,560	0,221	0,095	0,367	0,508	0,681	0,794	1,012	0,659	0,550	0,710	0,799
	0,580	0,258	0,081	0,367	0,649	0,788	1,243	1,731	0,763	0,736	0,802	1,310
	0,580	0,258	0,081	0,367	0,680	0,788	1,304	1,816	0,763	0,773	0,802	1,375
	0,580	0,258	0,081	0,367	0,505	0,830	1,097	1,599	0,803	0,521	0,867	1,179
	0,635	0,635	0,083	0,325	0,222	0,830	0,432	0,668	0,803	0,132	0,926	0,427
	0,635	0,635	0,083	0,325	0,247	0,816	0,476	0,730	0,790	0,034	1,014	0,034
	0,710	0,000	0,106	0,333	0,659	0,806	1,254	1,876	0,780	0,287	0,948	1,168
	0,718	0,380	0,118	0,400	1,168	0,670	1,913	2,348	0,648	1,338	0,700	1,909
	0,772	0,139	0,113	0,333	1,186	0,577	1,531	1,845	0,558	1,111	0,629	1,426
	0,772	0,139	0,113	0,333	0,400	0,577	0,516	0,622	0,558	0,375	0,629	0,481
	0,772	0,139	0,113	0,333	0,895	0,571	1,151	1,383	0,553	0,829	0,633	1,069
0,772	0,139	0,113	0,333	0,898	0,574	1,160	1,398	0,556	0,820	0,647	1,076	

Continua												
Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,860	0,000	0,132	0,333	0,798	0,698	1,214	1,615	0,675	0,672	0,790	1,155
	0,870	0,258	0,081	0,367	0,613	0,764	1,108	1,508	0,739	0,689	0,778	1,145
	0,943	0,139	0,113	0,333	1,256	0,552	1,567	1,850	0,534	1,185	0,578	1,436
	0,957	0,380	0,118	0,400	0,958	0,595	1,386	1,634	0,576	1,044	0,622	1,333
	0,957	0,380	0,118	0,400	0,648	0,615	0,970	1,148	0,595	0,685	0,674	0,933
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,173	0,562	1,462	1,754	0,543	0,946	0,666	1,258
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,193	0,562	1,488	1,785	0,543	0,962	0,666	1,280
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,192	0,562	1,486	1,783	0,543	0,961	0,666	1,278
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,156	0,562	1,442	1,729	0,543	0,933	0,666	1,240
	1,116	0,140	0,113	0,333	1,260	0,521	1,525	1,766	0,504	1,167	0,545	1,373
	1,116	0,140	0,113	0,333	0,946	0,505	1,137	1,308	0,488	0,867	0,550	1,025
	1,116	0,140	0,113	0,333	0,966	0,500	1,161	1,335	0,484	0,876	0,564	1,048
	1,116	0,140	0,113	0,333	1,000	0,502	1,204	1,386	0,486	0,903	0,572	1,088
	1,196	0,380	0,118	0,400	1,114	0,561	1,543	1,775	0,543	1,153	0,614	1,455
	1,508	0,446	0,082	0,318	1,019	0,732	1,591	2,210	0,708	0,720	0,848	1,464
	1,510	0,242	0,087	0,367	0,881	0,510	1,094	1,252	0,494	0,843	0,533	0,982
	1,520	0,270	0,078	0,367	1,310	0,632	1,860	2,281	0,611	1,323	0,643	1,716
	1,520	0,270	0,078	0,367	1,042	0,606	1,429	1,724	0,587	1,030	0,617	1,294
	1,520	0,270	0,078	0,367	1,214	0,629	1,725	2,116	0,609	1,204	0,657	1,590
	1,520	0,270	0,078	0,367	1,325	0,629	1,882	2,309	0,609	1,314	0,657	1,735
1,694	0,447	0,082	0,318	0,997	0,675	1,421	1,865	0,654	0,780	0,783	1,288	
1,820	0,270	0,078	0,367	1,074	0,632	1,533	1,885	0,612	1,070	0,659	1,418	

Continua

Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	1,865	0,000	0,070	0,318	1,375	0,472	1,585	1,799	0,457	1,104	0,560	1,300
	1,865	0,000	0,070	0,318	1,441	0,472	1,662	1,887	0,457	1,158	0,560	1,363
	1,865	0,000	0,070	0,318	1,358	0,472	1,566	1,777	0,457	1,090	0,560	1,284
	1,865	0,000	0,070	0,318	1,410	0,472	1,626	1,846	0,457	1,132	0,560	1,334
	1,942	0,635	0,083	0,325	0,711	0,549	0,872	1,027	0,531	0,599	0,613	0,744
	1,942	0,635	0,083	0,325	0,598	0,521	0,726	0,847	0,504	0,480	0,647	0,621
	2,011	0,446	0,082	0,318	0,935	0,654	1,296	1,669	0,633	0,749	0,758	1,169
	2,259	0,447	0,082	0,318	1,116	0,606	1,458	1,804	0,586	0,925	0,702	1,295
	2,754	0,635	0,083	0,325	0,639	0,491	0,743	0,843	0,475	0,526	0,547	0,612
	2,754	0,635	0,083	0,325	0,586	0,458	0,675	0,760	0,443	0,478	0,569	0,568
Média					0,889		1,245	1,547		0,803		1,126
Desvio Padrão					0,326		0,368	0,442		0,314		0,389

Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	Conclusão							
					ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	0,635	0,635	0,083	0,325	0,161	0,950	0,612	1,176	0,919	0,056	1,196	0,056
	1,060	0,000	0,107	0,333	0,640	0,727	1,027	1,397	0,703	0,366	0,892	0,919
	1,150	0,000	0,131	0,333	0,752	0,669	1,098	1,416	0,648	0,599	0,790	1,021
	1,390	0,000	0,081	0,333	0,597	0,713	0,931	1,246	0,690	0,294	0,907	0,793
	1,942	0,635	0,083	0,325	0,703	0,542	0,873	1,025	0,524	0,563	0,682	0,764
	2,754	0,635	0,083	0,325	0,647	0,472	0,757	0,850	0,457	0,537	0,595	0,655
Média					0,584		0,883	1,185		0,402		0,701
Desvio Padrão					0,214		0,178	0,219		0,208		0,341

Fonte: Autora (2019).

D.2.2. PRF de carbono

Tabela 31 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFC e aço.

Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	Conclusão							
					ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,121	0,137	0,114	0,333	0,370	0,828	0,741	1,135	0,802	0,350	0,868	0,804
	0,229	0,138	0,114	0,333	0,577	0,642	0,800	1,008	0,622	0,567	0,673	0,771
	0,229	0,138	0,114	0,333	0,654	0,622	0,893	1,113	0,602	0,606	0,689	0,847
	0,332	0,139	0,113	0,333	0,689	0,556	0,868	1,030	0,538	0,646	0,599	0,800
	0,332	0,139	0,113	0,333	0,663	0,547	0,831	0,983	0,530	0,613	0,604	0,765
	0,393	1,539	0,074	0,370	1,302	0,651	1,922	2,372	0,630	1,172	0,745	1,787
	0,393	1,539	0,074	0,370	1,146	0,651	1,691	2,087	0,630	1,031	0,745	1,572

												Conclusão
Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,448	0,139	0,113	0,333	0,888	0,506	1,064	1,222	0,490	0,816	0,534	0,952
	0,448	0,139	0,113	0,333	0,774	0,498	0,924	1,058	0,482	0,708	0,537	0,828
	0,525	0,414	0,088	0,318	0,741	0,592	0,957	1,173	0,573	0,628	0,688	0,866
	0,558	0,440	0,083	0,318	0,735	0,654	1,018	1,311	0,633	0,587	0,760	0,920
	0,585	0,414	0,088	0,318	0,693	0,584	0,889	1,074	0,565	0,593	0,680	0,807
	0,623	0,441	0,083	0,318	0,826	0,647	1,136	1,443	0,626	0,667	0,754	1,031
	0,837	0,440	0,083	0,318	0,714	0,563	0,894	1,061	0,544	0,605	0,657	0,792
	0,882	0,221	0,088	0,333	1,269	0,508	1,515	1,746	0,491	1,003	0,611	1,236
	0,935	0,441	0,083	0,318	0,795	0,555	0,985	1,174	0,537	0,671	0,644	0,864
	1,116	0,440	0,083	0,318	0,733	0,508	0,872	0,997	0,491	0,624	0,593	0,758
	1,246	0,441	0,083	0,318	0,836	0,502	0,988	1,139	0,485	0,706	0,582	0,848
	2,020	0,252	0,077	0,333	2,775	0,515	3,309	3,830	0,499	2,004	0,626	2,466
Média					0,904		1,173	1,419		0,768		1,038
Desvio Padrão					0,506		0,605	0,698		0,354		0,446

												Conclusão
Grupo	ρ_f (%)	ρ' (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	0,882	0,221	0,088	0,333	4,389	0,506	5,310	6,074	0,490	3,490	0,655	4,541
	2,020	0,252	0,077	0,333	8,129	0,500	9,708	11,000	0,484	6,042	0,655	7,726
Média					6,259		7,509	8,537		4,766		6,134
Desvio Padrão					2,645		3,110	3,483		1,805		2,252

Fonte: Autora (2019).

D.3. Vigas armadas com PRF

D.3.1. PRF de vidro

Tabela 32 - Informações adicionais para a análise dos resultados obtidos no cálculo de flechas imediatas em vigas armadas com PRFV.

Grupo	ρ_f (%)	ρ'_f (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	0,426	0,426	0,116	0,428	0,136	0,981	0,943	1,264	0,950	0,077	1,127	0,077
	0,525	0,525	0,096	0,429	1,139	0,756	2,468	3,038	0,732	1,087	0,860	2,393
	0,639	0,426	0,116	0,428	0,344	0,828	0,910	1,151	0,801	0,208	0,951	0,866
	0,710	0,000	0,106	0,333	0,659	0,806	1,254	1,876	0,780	0,287	0,948	1,168
	0,860	0,000	0,132	0,333	0,798	0,698	1,214	1,615	0,675	0,672	0,790	1,155
	0,914	0,457	0,108	0,428	0,717	0,824	1,838	2,320	0,797	0,447	0,946	1,712
	0,989	0*	0,091	0,333	0,862	0,530	1,062	1,244	0,513	0,712	0,644	0,922
	0,992	0*	0,079	0,333	0,769	0,697	1,153	1,529	0,674	0,496	0,845	0,987
	0,992	0*	0,079	0,333	1,095	0,706	1,671	2,237	0,683	0,592	0,886	1,397
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,173	0,562	1,462	1,754	0,543	0,946	0,666	1,258
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,193	0,562	1,488	1,785	0,543	0,962	0,666	1,280
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,192	0,562	1,486	1,783	0,543	0,961	0,666	1,278
	1,036	0,000	0,071	0,318	1,156	0,562	1,442	1,729	0,543	0,933	0,666	1,240
	1,104	0,552	0,091	0,429	1,828	0,613	2,871	3,340	0,593	1,875	0,697	2,638
	1,779	0*	0,090	0,333	0,919	0,438	1,047	1,166	0,424	0,757	0,532	0,873
	1,788	0*	0,078	0,333	0,870	0,577	1,116	1,347	0,559	0,666	0,701	0,924
	1,865	0,000	0,070	0,318	1,375	0,472	1,585	1,799	0,457	1,104	0,560	1,300
	1,865	0,000	0,070	0,318	1,441	0,472	1,662	1,887	0,457	1,158	0,560	1,363
1,865	0,000	0,070	0,318	1,358	0,472	1,566	1,777	0,457	1,090	0,560	1,284	
1,865	0,000	0,070	0,318	1,410	0,472	1,626	1,846	0,457	1,132	0,560	1,334	

Continua

Grupo	ρ_f (%)	ρ'_f (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 20 MPa e 50 MPa	2,668	0*	0,090	0,333	1,016	0,383	1,114	1,211	0,371	0,815	0,465	0,896
	2,681	0*	0,078	0,333	1,091	0,505	1,303	1,503	0,488	0,847	0,613	1,043
Média					1,025		1,467	1,782		0,810		1,245
Desvio Padrão					0,377		0,470	0,558		0,389		0,518

* Viga possui armadura de compressão nas regiões próximas aos apoios

Grupo	ρ_f (%)	ρ'_f (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	0,496	0,496	0,064	0,333	0,358	0,822	0,715	1,085	0,795	0,053	1,091	0,053
	0,496	0,496	0,064	0,333	0,262	0,848	0,573	0,903	0,821	0,043	1,092	0,043
	0,989	0*	0,091	0,333	0,988	0,565	1,267	1,506	0,547	0,762	0,723	1,106
	1,060	0,000	0,107	0,333	0,640	0,727	1,027	1,397	0,703	0,366	0,892	0,919
	1,130	1,130	0,063	0,333	0,771	0,545	0,966	1,131	0,528	0,569	0,724	0,819
	1,130	1,130	0,063	0,333	0,822	0,533	1,022	1,191	0,515	0,654	0,685	0,894
	1,150	0,000	0,131	0,333	0,752	0,669	1,098	1,416	0,648	0,599	0,790	1,021
	1,390	0,000	0,081	0,333	0,597	0,713	0,931	1,246	0,690	0,294	0,907	0,793
	1,779	0*	0,090	0,333	0,982	0,462	1,144	1,274	0,448	0,803	0,598	0,977
	1,788	0*	0,078	0,333	0,877	0,602	1,164	1,415	0,582	0,627	0,767	0,981
	2,032	2,032	0,062	0,333	0,765	0,445	0,879	0,970	0,431	0,614	0,591	0,739
	2,032	2,032	0,062	0,333	0,810	0,445	0,930	1,026	0,431	0,649	0,591	0,782

Grupo	ρ_f (%)	ρ'_f (%)	$\frac{d}{L}$	$\frac{a}{L}$	Conclusão							
					ACI 440		Bischoff	CSA S806		Eurocode 2		CNR-DT 203
					$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$\frac{f_{i,calc}}{f_{i,exp}}$
Resistência à compressão entre 50 MPa e 90 MPa	2,668	0*	0,090	0,333	1,101	0,397	1,223	1,318	0,384	0,904	0,515	1,023
	2,668	0*	0,090	0,333	1,151	0,398	1,280	1,379	0,385	0,946	0,515	1,071
	2,681	0*	0,078	0,333	1,022	0,520	1,245	1,431	0,504	0,787	0,667	1,032
Média					0,793		1,031	1,246		0,578		0,817
Desvio Padrão					0,253		0,206	0,187		0,277		0,331

* Viga possui armadura de compressão nas regiões próximas aos apoios

Fonte: Autora (2019).