

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ARMAZENAMENTO E DISTRIBUIÇÃO DE PULSOS ÓPTICOS COM CONVERSÃO EM  
MÚLTIPLOS COMPRIMENTOS DE ONDA

*Wellington Carlos da R. Nascimento*

*Dissertação de mestrado apresentada ao De-  
partamento de Física da Universidade Federal  
de Alagoas, para obtenção do Título de Mestre  
em Física Básica*

ORIENTADOR: *Prof. Dr. Jandir Miguel Hickmann*

CO-ORIENTADOR: *Prof. Dr. Dilson Pereira Caetano*

Maceió, Alagoas

2005



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Phone: +55 82 214 -1423

Fax : +55 82 214 -1646

BR 104 km 14, Campus A.C. Simões  
Cidade Universitária  
Tabuleiro dos Martins  
57072-970 Maceió - AL, Brasil

**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE  
TESE DE MESTRADO**

*"Armazenamento e Distribuição de Pulsos Ópticos com  
Conversão em Múltiplos Comprimentos de Onda"*

por

*Wellington Carlos da Rosa Nascimento*

A Banca Examinadora composta pelos professores Dilson Pereira Caetano (co-Orientador), do Departamento de Física da Universidade Federal de Alagoas, Madras Viswanathan Gandhi Mohan, do Departamento de Física da Universidade Federal de Alagoas e Antônio Zelaquett Khoury, do Departamento de Física da Universidade Federal Fluminense, consideram o candidato aprovado com grau "A".

Maceió, 25 de novembro de 2005

*Dilson Pereira Caetano*  
Prof. Dilson Pereira Caetano

*M. V. Gandhi*  
Prof. Madras Viswanathan Gandhi Mohan

*Antonio Zelaquett Khoury*  
Prof. Antonio Zelaquett Khoury

*À Rose, Jennifer, Jéssica e Wesley.*

# Agradecimentos

- Agradeço ao Professor Jandir M. Hickmann pela orientação e diversos outros conselhos relacionados a vida acadêmica e social.
- Ao professor e amigo Dilson P. Caetano cuja co-orientação foi muito importante para esse trabalho.
- Aos meus colegas Cesar e Rogério que tiveram um papel crucial na retomada de meus estudos.
- Ao meus colegas do LOQNL que proporcionam um ambiente alegre e dinâmico no processo de formação.
- Aos meus primos Osias e Onias por serem irmãos em momentos de aconselhar e ajudar.
- À minha tia Zaldirene por me fortalecer com seus almoços cujo tempero sempre vem acompanhado de carinho.
- Aos amigos Elizeu e Leandro que apesar da distância sei que torcem pelo meu progresso acadêmico e pessoal.
- Às minhas amigas Denise Torres e Tatiana pelos momentos interessantes que tivemos e teremos.
- Aos colegas Itamar e Geraldo pelas descontrações aleatórias e discussões determinísticas em relação a quase tudo.
- Aos professores, funcionários e alunos do Departamento de Física da UFAL.
- À minha mãe por saber que me ama me proporcionando auto-confiança.
- Ao meu pai por ter sido indispensável e ao mesmo tempo a pedra angular em um momento de fraqueza de meu espírito.
- À hipótese de Laplace.
- À CAPES pelo apoio financeiro.

# Resumo

Baseados nos efeitos da Transparência Eletromagneticamente Induzida (TEI) e do armazenamento da luz em meios atômicos, propomos a conversão de campos ópticos em múltiplos comprimentos de onda. Partindo de equações de Maxwell-Bloch acopladas, simulamos a propagação de campos ópticos em ressonância com transições tipo dipolo elétrico em sistemas atômicos. Considerando um sistema atômico de três níveis do tipo- $\Lambda$ , investigamos o efeito do armazenamento da luz sob a condição de TEI e em seguida abordamos o processo de conversão de comprimento de onda utilizando um sistema duplo- $\Lambda$ . Generalizando o processo para um sistema triplo- $\Lambda$ , mostramos a possibilidade de conversão em múltiplos comprimentos de onda de um campo previamente armazenado no sistema atômico. Neste último caso, simulamos a propagação de seis campos interagindo ressonantemente, onde três dos campos são denominados campos de controle e os outros três denominados campos de prova. Inicialmente só dois campos incidem no meio, um campo de prova e um campo de controle, de maneira que estabelecemos o regime de TEI. Quando desligamos o campo de controle, o campo de prova é armazenado no meio na forma de excitações coletivas entre os níveis de menor energia que correspondem ao estado escuro do sistema atômico. Dependendo da escolha do campo de controle que é ligado, mostramos que é possível armazenar um campo por um dado tempo e posteriormente distribuí-lo em diferentes comprimentos de onda.

# Abstract

Based in the effect of the Electromagnetically Induced Transparency (EIT) and the storage of light in atomic medium, we propose multi-wavelength optical pulse conversion. Starting from coupled Maxwell-Bloch equations, we simulate the propagation of the optical pulses resonant with electric dipole transition in the atomic system. Considering a three level  $\Lambda$ -type atomic system, we investigate the effect of the storage of light under EIT and we approach the wavelength conversion process using a double- $\Lambda$  system. Generalizing the process for a triple- $\Lambda$  system, we show the possibility of multi-wavelength conversion of a field previously stored in the atomic system. In this last case, we simulate the propagation of the six fields interacting resonantly, where three of the fields are called control fields and others are probe fields. First only two fields are incident in the medium, a probe field and a control field, thus we establish the EIT regime. When we turn off the control field, the probe field is stored in the medium as a collective excitation between the lower energy levels which corresponds to a dark state of the atomic system. Depending on the choice of the control field which is turned on, we show that it is possible to store a field for a given a time and later to release it in different wavelengths.

# Lista de Figuras

1.1	Diagramas esquemáticos de um sistema atômico de três níveis nas configurações do tipo $V$ , $\Lambda$ e <i>cascata</i> . . . . .	12
1.2	Modelo de um átomo de três níveis interagindo com dois campos em perfeita ressonância em uma configuração do tipo- $\Lambda$ . . . . .	15
2.1	Base de estados acoplado e não acoplado para o sistema de três níveis. . .	28
2.2	Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado $ 1\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição $\frac{1}{\sqrt{2}} [ 1\rangle -  2\rangle]$ . . . . .	31
2.3	Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado $ 2\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição $\frac{1}{\sqrt{2}} [ 1\rangle -  2\rangle]$ . . . . .	32
2.4	Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado $ 3\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição $\frac{1}{\sqrt{2}} [ 1\rangle -  2\rangle]$ . . . . .	32
2.5	Propagação do campo fraco $\Omega_c$ , ilustrando o efeito do ACP. O campo se propaga sem ser absorvido pelo sistema atômico, mesmo na condição de ressonância. . . . .	33
2.6	Propagação do campo $\Omega_p$ , ressonante com os níveis $ 1\rangle$ e $ 3\rangle$ , ilustrando o efeito da TEI. . . . .	36
2.7	Propagação do campo $\Omega_c$ , ressonante com os níveis $ 2\rangle$ e $ 3\rangle$ , mostrando que o mesmo não é absorvido pelo sistema atômico. . . . .	36
2.8	(a) Transmissão de $\Omega_p$ com $\Omega_c = 0$ . (b) Transmissão de $\Omega_p$ com $\Omega_c \neq 0$ . (c) Diagrama de energia do estrôncio [4]. . . . .	37

2.9	Perfil da absorção e do índice de refração para $\Omega_p$ em função de $\Delta_p$ mantendo $\Omega_c = 0$ [30]. . . . .	39
2.10	Perfil da absorção e do índice de refração para $\Omega_p$ em função de $\Delta_p$ com os dois campos $\Omega_p$ e $\Omega_c$ interagindo com o sistema $\Lambda$ [30]. . . . .	39
3.1	Modelo de um átomo de três níveis interagindo com dois campos em perfeita ressonância em uma configuração do tipo- $\Lambda$ . . . . .	45
3.2	Modelo da variação temporal da amplitude do campo de controle $\Omega_c$ . . . . .	48
3.3	Evolução temporal do campo $\Omega_p$ onde observamos os processos de armazenamento e distribuição definidos pelo campo de controle. . . . .	50
3.4	Evolução da coerência atômica entre os níveis $ 1\rangle$ e $ 2\rangle$ caracterizando o armazenamento da energia oriunda do campo de prova $\Omega_p$ no sistema atômico. . . . .	51
3.5	Formato do campo de prova $\Omega_p$ em $t = 0$ e em $t = 160$ . . . . .	52
3.6	Modelo de interação de quatro campos ópticos ressonantes com um sistema atômico de quatro níveis numa configuração duplo- $\Lambda$ . . . . .	53
3.7	Modelo da variação temporal das amplitudes dos campos de controle $\Omega_{1c}$ e $\Omega_{2c}$ . . . . .	55
3.8	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{1p}$ mostrando o processo de armazenamento. . . . .	57
3.9	Evolução temporal da coerência entre os níveis $ 1\rangle$ e $ 2\rangle$ , mostrando a transferência de energia do campo $\Omega_{1p}$ para o sistema atômico. . . . .	57
3.10	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{2p}$ mostrando a distribuição do campo armazenado em um comprimento de onda diferente. . . . .	58
3.11	Modelo da variação temporal das amplitudes dos campos de controle $\Omega_{1c}$ e $\Omega_{2c}$ . . . . .	59
3.12	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{1p}$ definida pelo campo de controle. . . . .	60
3.13	Evolução temporal da coerência atômica, mostrando a transferência de energia do campo $\Omega_{1p}$ para o sistema atômico. . . . .	60



3.14	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{2p}$ , mostrando a distribuição de $\Omega_{1p}$ no comprimento de onda referente a transição $ 1\rangle \rightarrow  4\rangle$ . . . . .	61
3.15	Modelo de interação de seis campos ópticos com um sistema de cinco níveis na configuração triplo- $\Lambda$ . . . . .	62
3.16	Modelo da variação da amplitude dos campos de controle $\Omega_{1c}$ , $\Omega_{2c}$ e $\Omega_{3c}$ . . . . .	63
3.17	Evolução temporal do campo $\Omega_{1p}$ onde observamos os processos de armazenamento e distribuição do campo definidos pelo campo de controle. . . . .	64
3.18	Evolução da coerência atômica entre os níveis $ 1\rangle$ e $ 2\rangle$ , mostrando a transferência de energia do campo $\Omega_{1p}$ para o sistema atômico. . . . .	65
3.19	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{2p}$ , mostrando a distribuição de $\Omega_{1p}$ no comprimento de onda referente a transição $ 1\rangle \rightarrow  4\rangle$ . . . . .	66
3.20	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{3p}$ , mostrando a distribuição de $\Omega_{1p}$ no comprimento de onda referente a transição $ 1\rangle \rightarrow  5\rangle$ . . . . .	66
3.21	Evolução temporal do campo de prova $\Omega_{2p}$ por longas distâncias mostrando a estabilidade após o processo de conversão. . . . .	67
3.22	Evolução da população atômica no estado $ 1\rangle$ . . . . .	68
3.23	Evolução da população atômica no estado $ 2\rangle$ . . . . .	69
3.24	Evolução da população atômica nos estados $ 3\rangle$ , $ 4\rangle$ e $ 5\rangle$ , mostrando que não há população durante a propagação dos campos, ou seja, ocorre apenas transferência de energia do campo $\Omega_{1p}$ para a coerência atômica entre os níveis $ 1\rangle$ e $ 2\rangle$ no processo de conversão em múltiplos comprimentos de onda. . . . .	69

# Conteúdo

<b>Resumo</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Introdução Geral</b>	<b>v</b>
<b>1 Teoria da interação da luz com a matéria</b>	<b>6</b>
1.1 Introdução . . . . .	6
1.2 Equações para o campo eletromagnético . . . . .	7
1.3 Descrição semiclássica da interação átomo-campos . . . . .	11
1.3.1 Regras de seleção . . . . .	13
1.3.2 Evolução do sistema atômico . . . . .	14
1.4 Equações de Maxwell-Bloch . . . . .	21
1.5 Conclusão . . . . .	22
<b>2 Efeitos de interferência da coerência atômica</b>	<b>23</b>
2.1 Introdução . . . . .	23
2.2 Interferência e coerência quânticas . . . . .	23
2.3 Aprisionamento coerente da população . . . . .	25
2.4 Transparência Eletromagneticamente Induzida . . . . .	33
2.5 Propriedades dispersivas da Transparência Eletromagneticamente Induzida	38
2.6 Conclusão . . . . .	42

<b>3</b>	<b>Armazenamento e distribuição de pulsos ópticos utilizando sistemas atômicos</b>	<b>44</b>
3.1	Introdução . . . . .	44
3.2	Armazenamento da luz via Transparência Eletromagneticamente Induzida .	45
3.3	Conversão de comprimento de onda em um sistema atômico duplo- $\Lambda$ . . . .	52
3.4	Conversão em múltiplos comprimentos de onda . . . . .	61
3.5	Conclusão . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Conclusão geral</b>	<b>72</b>
<b>5</b>	<b>Apêndice</b>	<b>73</b>

# Introdução Geral

Há séculos que a interação da luz com a matéria é estudada. Porém, com o advento do laser, tornou-se possível a interação coerente da luz com a matéria e o surgimento de efeitos até então desconhecidos no domínio da óptica. Alguns desses efeitos são: o aprisionamento coerente da população [1], transferência adiabática da população [2], laser sem inversão [3], transparência eletromagneticamente induzida [4], propagação de luz lenta [5] e armazenamento da luz [6].

A transparência eletromagneticamente induzida foi bastante investigada na última década por ter um papel muito importante na propagação de pulsos ópticos em meios atômicos, inclusive levando ao efeito da luz lenta e, por consequência, do armazenamento de pulsos em sistemas atômicos.

Com a demonstração da possibilidade de armazenar a luz em vapores atômicos [7] e mais recentemente em sólidos [8] [9], o processamento quântico da informação tornou-se algo possível e promissor para a ciência da informação quântica. Com isso a implementação de dispositivos que desempenhem o papel de uma memória quântica [10] pode se tornar algo viável.

Baseado no efeito de armazenamento da luz, propomos nessa dissertação a possibilidade de converter um campo óptico armazenado em diversos campos com comprimentos de onda diferentes [11], controlando a quantidade de campos que queremos distribuir.

No intuito de compreender a teoria envolvida e os efeitos considerados nesse trabalho,

apresentaremos esta dissertação em três capítulos. No primeiro capítulo, estabeleceremos as equações que descrevem a propagação da luz na matéria. Utilizando uma abordagem semi-clássica, onde modelamos a matéria através de um sistema atômico de três níveis, obtemos as equações de Maxwell-Bloch que são as equações que descrevem a dinâmica de interação entre luz e matéria.

De posse das equações de Maxwell-Bloch, no capítulo dois, descreveremos os efeitos oriundos da coerência quântica quando propagamos dois campos ópticos num sistema atômico. Nesse contexto, abordaremos os efeitos do aprisionamento coerente da população e o da transparência eletromagneticamente induzida.

Por fim, no capítulo três, trataremos do armazenamento da luz num sistema atômico utilizando a transparência eletromagneticamente induzida. E com base nesse efeito, estenderemos nossas investigações para sistemas atômicos de quatro e cinco níveis onde propomos a conversão em múltiplos comprimentos de onda. Conseqüentemente, baseado em nossos resultados numéricos, concluímos que o efeito da conversão em múltiplos comprimentos de onda é algo possível de ser idealizado.

# Capítulo 1

## Teoria da interação da luz com a matéria

### 1.1 Introdução

Neste capítulo, apresentaremos a formulação semiclássica da interação de um sistema atômico de três níveis interagindo com dois campos eletromagnéticos. Nesse modelo o sistema atômico é quantizado e regido pelas leis da Mecânica Quântica, enquanto os campos eletromagnéticos são tratados classicamente e regidos pela Eletrodinâmica Clássica. A partir das equações de Maxwell do eletromagnetismo, deduziremos a equação de propagação dos pulsos de luz na matéria, na aproximação do envelope variando lentamente. Em seguida, encontraremos as equações de Bloch que governam a dinâmica do sistema atômico. Por fim, apresentaremos as equações de Maxwell-Bloch que formam um conjunto de equações que governam a dinâmica do sistema átomo-campos.

## 1.2 Equações para o campo eletromagnético

Da Eletrodinâmica Clássica, o comportamento do campo eletromagnético é descrito pelas equações de Maxwell [12], que no Sistema Internacional de Unidades são dadas por:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

onde  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{D}$  são os vetores indução magnética e deslocamento elétrico, enquanto  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  são os vetores campo elétrico e magnético, respectivamente.  $\mathbf{J}$  é o vetor densidade de corrente e  $\rho$  a densidade de cargas. As equações de Maxwell constituem um conjunto de equações diferenciais parciais de primeira ordem que relaciona as diversas componentes dos campos elétrico e magnético.

As propriedades elétricas e magnéticas da matéria são modificadas caso seja aplicado um campo eletromagnético externo. Sendo assim, faz-se necessário o uso de algumas relações que contêm informações sobre a resposta do meio na presença de campos externos. Essas relações, conhecidas como *relações constitutivas*, são dadas por [12]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (1.6)$$

onde  $\varepsilon_0$  e  $\mu_0$  são a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do vácuo. Seus valores são dados por  $\varepsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} C^2 / Nm^2$  e  $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} Ns^2 / C^2$ .  $\mathbf{P}$  é o vetor polarização induzida e  $\mathbf{M}$  o vetor magnetização induzida.

Vamos supor que não há cargas livres ( $\rho = 0$ ), que o meio não é magnético ( $\mathbf{M} = 0$ )

e que não há densidade de corrente, ou seja  $\mathbf{J} = 0$ . Assim, as equações de Maxwell tornam-se:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.10)$$

Para o caso da interação com a matéria, consideramos apenas o campo elétrico da radiação eletromagnética, visto que a magnitude do campo magnético não é suficiente para produzir efeitos magnéticos consideráveis nesse trabalho.

No intuito de encontrarmos a equação para o campo elétrico independente do campo magnético tomemos, inicialmente, o rotacional da equação (1.7):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (1.11)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (1.12)$$

onde na passagem de (1.11) para (1.12) utilizamos a relação (1.6). Substituindo a equação (1.8) em (1.12) ficamos com:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

Agora, fazendo uso da relação (1.5) e da identidade vetorial  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ , a equação (1.13) torna-se:

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1.14)$$



Quando o campo elétrico  $\mathbf{E}$  incide em um material uma polarização  $\mathbf{P}$  é induzida. Os fenômenos observados devido a essa polarização induzida são bem conhecidos e fazem parte dos estudos da óptica linear. Entre esses fenômenos estão a refração, reflexão, espalhamento linear e outros. Nesses casos, os elétrons do material podem ser descritos pelo modelo de osciladores harmônicos amortecidos em que a força atuante é a eletromagnética [13]. Sendo assim, diz-se que a resposta do meio é linear e, muitas vezes, isotrópica no espaço. Portanto, o vetor deslocamento elétrico  $\mathbf{D}$  é proporcional ao vetor campo elétrico  $\mathbf{E}$ . Sendo assim temos:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.15)$$

visto que  $\varepsilon$  (permissividade elétrica do meio) não depende das coordenadas espaciais. Com isso, a equação (1.14) pode ser escrita como:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1.16)$$

onde usamos a relação  $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$ , sendo  $c$  a velocidade da luz no vácuo.

A equação anterior descreve a evolução espacial e temporal do campo elétrico propagando-se num meio ausente de cargas livres, não condutor e não magnético. Aqui a polarização  $\mathbf{P}$  é proporcional ao campo externo e está associada ao surgimento de dipolos induzidos no meio material.

A equação da onda (1.16) assume uma forma mais simples quando utilizamos a aproximação do envelope variando lentamente. Nessa aproximação o envelope do campo tem um comportamento suave em uma escala da ordem de um comprimento de onda ou

de um período óptico. Desta forma, temos que:

$$\left| \frac{\partial E}{\partial t} \right| \ll \omega |E| \quad \text{e} \quad \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right| \ll k |E| \quad (1.17)$$

Isso nos permitirá simplificar as derivadas em relação ao campo elétrico. Isto é, na equação da onda (1.16):

- Desprezamos  $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$  comparado a  $k \frac{\partial E}{\partial z}$ ;
- Desprezamos  $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$  comparado a  $\omega \frac{\partial E}{\partial t}$ ;
- Manteremos  $k \frac{\partial E}{\partial z}$  e  $\frac{\omega}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$  porque  $\left[ k^2 - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \right] E$  é igual a zero.

Assumiremos também que a polarização  $\mathbf{P}$  tem uma oscilação na mesma frequência de oscilação do campo elétrico, ou seja:

$$\mathbf{E} = E(\mathbf{r}, t) e^{i(kz - \omega t)} \hat{i} \quad (1.18)$$

$$\mathbf{P} = P(\mathbf{r}, t) e^{i(kz - \omega t)} \hat{i} \quad (1.19)$$

Calculando-se as segundas derivadas do campo elétrico e da polarização, temos:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} e^{i(kz - \omega t)} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} e^{i(kz - \omega t)} - k^2 E e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} e^{i(kz - \omega t)} - 2i\omega \frac{\partial E}{\partial t} e^{i(kz - \omega t)} - \omega^2 E e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} e^{i(kz - \omega t)} - 2i\omega \frac{\partial P}{\partial t} e^{i(kz - \omega t)} - \omega^2 P e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.22)$$

Como estamos admitindo que a polarização induzida é proporcional ao campo aplicado, podemos expressá-la por [14]:

$$P = \varepsilon_0 \chi E \quad (1.23)$$

onde  $\chi$  é a susceptibilidade elétrica.

Substituindo as equações (1.20)-(1.23) na equação de propagação (1.16) e usando a aproximação do envelope variando lentamente (1.17), ficamos com:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = i \frac{\omega}{2\varepsilon_0 c} P \quad (1.24)$$

Na próxima seção faremos uma abordagem semiclássica da interação átomo-campos e determinaremos a polarização elétrica por meio de uma média quântica do momento de dipolo, estimado em um estado  $|\Psi\rangle$  qualquer.

### 1.3 Descrição semiclássica da interação átomo-campos

Na seção anterior descrevemos o problema da propagação do campo elétrico em um meio cuja resposta é dada pela polarização induzida, usando uma abordagem totalmente clássica. Agora trataremos da interação de dois campos elétricos com um meio material. O objetivo é determinar a polarização induzida que aparece na equação de onda (1.24) para cada um dos campos. Aqui consideraremos o meio como um conjunto de átomos de três níveis.

As possíveis representações do acoplamento entre os níveis atômicos e os campos aplicados estão ilustradas na figura (1.1).  $\Omega_c$  e  $\Omega_p$  representam os dois campos, com frequências  $\omega_c$  e  $\omega_p$ , respectivamente. Os níveis atômicos estão representados pelos vetores de estado  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ .

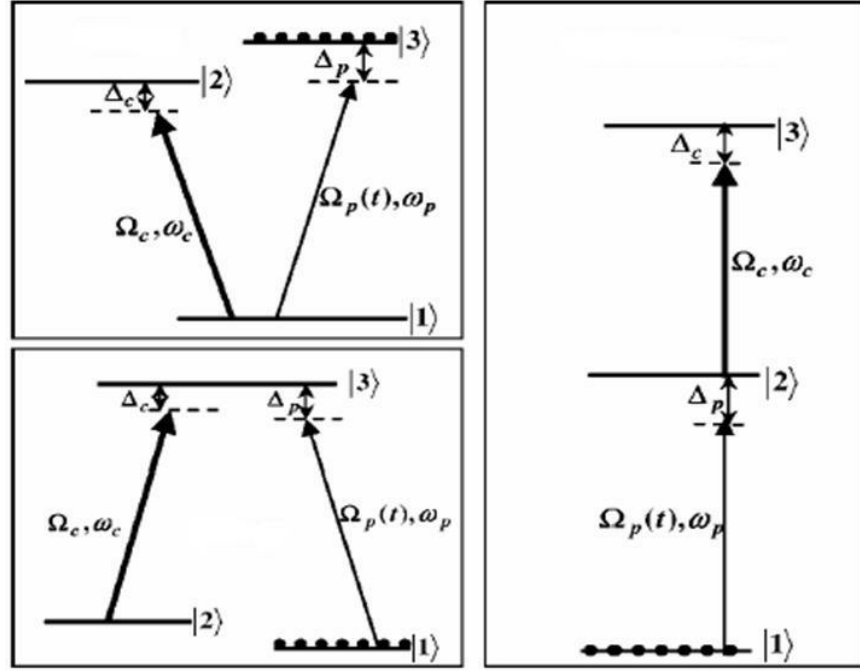


Figura 1.1: Diagramas esquemáticos de um sistema atômico de três níveis nas configurações do tipo  $V$ ,  $\Lambda$  e *cascata*.

$\Delta_c$  e  $\Delta_p$  são as dessintonias que correspondem a frequência de transição menos a frequência do campo, ou seja:

$$\begin{aligned} \Delta_p &= (\epsilon_3 - \epsilon_1) / \hbar - \omega_p && \text{para a configuração } V \\ \Delta_c &= (\epsilon_2 - \epsilon_1) / \hbar - \omega_c && \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta_p &= (\epsilon_3 - \epsilon_1) / \hbar - \omega_p && \text{para a configuração } \Lambda \\ \Delta_c &= (\epsilon_3 - \epsilon_2) / \hbar - \omega_c && \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} \Delta_p &= (\epsilon_2 - \epsilon_1) / \hbar - \omega_p && \text{para a configuração } \textit{cascata} \\ \Delta_c &= (\epsilon_3 - \epsilon_2) / \hbar - \omega_c && \end{aligned} \quad (1.27)$$

onde  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$  são as energias associadas aos estados  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ , respectivamente.

Como podemos observar na figura (1.1), estamos considerando apenas duas transições de dipolo elétrico, onde cada par de níveis é acoplado por um dos campos sintonizáveis.

Aqui estaremos interessados no caso em que:

$$\Delta_p = \Delta_c = 0 \quad (1.28)$$

ou seja, os campos interagem na condição de ressonância.

Em qualquer uma das três configurações apresentadas na figura (1.1), a aplicação dos dois campos eletromagnéticos faz surgir efeitos coerentes através do acoplamento entre os estados atômicos. Nesse trabalho adotaremos o sistema atômico de três níveis do tipo- $\Lambda$ .

As regras de seleção dos dipolos atômicos normalmente requerem que dois pares de níveis sejam dipolos permitidos enquanto a transição entre o terceiro par é dipolo proibido. Na configuração  $\Lambda$ , as transições  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  e  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  são dipolos permitidos. Já a transição  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  é dipolo proibido, conforme figura (1.1). Neste ponto é válido comentarmos um pouco sobre as regras de seleção.

### 1.3.1 Regras de seleção

Suponha que estamos interessados em sistemas semelhantes ao átomo de Hidrogênio, onde o Hamiltoniano é esfericamente simétrico. A função de onda para os elétrons na esfera deve satisfazer a duas condições cíclicas, e isso leva a dois números quânticos para o estado do momento angular. Com isso esse elétron é definido por três números quânticos designados por  $n$ ,  $l$  e  $m$ . O número quântico  $n$  é chamado número quântico principal. Tendo os valores  $n = 1, 2, 3, \dots$ , ele determina a energia do elétron. Os outros dois números quânticos,  $l$  e  $m$  surgem das soluções angulares da função de onda, e especificam o momento angular do elétron em torno do núcleo. O valor do número quântico principal  $n$ , controla o valor máximo de  $l$  que por sua vez controla a escala de valores para  $m$ . O valor de  $l$  pode ser igual a  $0, 1, 2, \dots, n - 1$  e  $m$  assume valores iguais a  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ . Quando um elétron sofre uma transição, uma mudança de estado de um orbital com números quânticos  $n'l'm'$

para outro com números quânticos  $nlm$ , ele experimenta uma mudança de energia  $\Delta E$  oriunda da radiação eletromagnética com frequência tal que  $\Delta E = \hbar\omega$ . As regras de seleção são normas relacionadas as transições que são permitidas.

No caso onde podemos especificar os estados com os números quânticos usuais  $n$ ,  $l$  e  $m$ , os elementos matriciais são dados por:

$$\langle n'l'm' | \mathbf{r} | nlm \rangle \quad (1.29)$$

Utilizando as relações de comutação do momento angular [16] e a hermiticidade do operador momento angular teremos um conjunto poderoso de vínculos para essa quantidade. As regras de seleção envolvendo  $m$  e  $m'$ , bem como  $l$  e  $l'$  são dadas por [17]:

$$\text{ocorre transição se } \Delta m = \pm 1 \text{ ou } 0 \quad (1.30)$$

$$\text{ocorre transição se } \Delta l = \pm 1 \quad (1.31)$$

Essa são as regras de seleção para uma transição do tipo dipolo elétrico. para maiores detalhes consultar as referências [16] e [17], ou qualquer livro básico de Mecânica Quântica.

### 1.3.2 Evolução do sistema atômico

Nesta subseção obteremos as equações do movimento que descrevem a dinâmica do sistema atômico interagindo com dois campos propagantes. O meio atômico será assumido como sendo um vapor isotrópico e homogêneo de átomos neutros estacionários de três níveis. Na figura (1.2) mostramos o modelo da interação dos dois campos ópticos em ressonância ( $\Delta_p = \Delta_c = 0$ ) com as duas transições do tipo dipolo elétrico do sistema de três níveis.

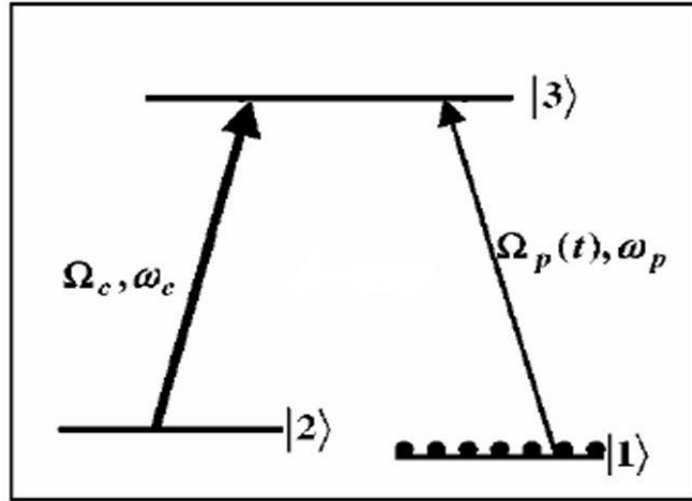


Figura 1.2: Modelo de um átomo de três níveis interagindo com dois campos em perfeita ressonância em uma configuração do tipo- $\Lambda$ .

Embora não exista na natureza um átomo de apenas três níveis, se um campo eletromagnético tiver uma frequência próxima da frequência de transição entre os estados em consideração, figura (1.2), então os níveis em questão são uma excelente aproximação para o sistema resultante.

A função de onda de um átomo de três níveis pode ser escrita como uma combinação linear dos possíveis estados, com coeficientes dependentes do tempo, ou seja:

$$|\Psi(t)\rangle = C_1(t) |1\rangle + C_2(t) |2\rangle + C_3(t) |3\rangle \quad (1.32)$$

onde  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$  são autoestados do Hamiltoniano livre com os autovalores  $\hbar\omega_1$ ,  $\hbar\omega_2$  e  $\hbar\omega_3$ , respectivamente. Os coeficientes  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$  e  $C_3(t)$  são as amplitudes de probabilidade de encontrar os átomos nos respectivos estados.

Assumiremos que  $|\Psi(t)\rangle$  é normalizado. Logo, multiplicando pelo seu conjugado her-

mitiano obtemos a equação:

$$|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 + |C_3(t)|^2 = 1 \quad (1.33)$$

Os termos  $|C_1(t)|^2$ ,  $|C_2(t)|^2$  e  $|C_3(t)|^2$  representam as probabilidades dos respectivos estados serem ocupados no tempo  $t$ . Compreender a variação temporal destes coeficientes, nos permite entender como o campo está afetando os átomos.

A função de onda  $|\Psi(t)\rangle$  satisfaz a equação de Schrödinger dependente do tempo que é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} H |\Psi(t)\rangle \quad (1.34)$$

O Hamiltoniano total  $H$  para esse sistema tem duas partes: o Hamiltoniano livre e o Hamiltoniano de interação. A física da influência mútua entre átomo e campo está contida no Hamiltoniano de interação. E para derivarmos esse termo de interação devemos conhecer as forças externas do sistema. A força externa é do tipo  $\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  onde  $e$  é a carga do elétron,  $\mathbf{r}$  o vetor posição e  $\mathbf{E}$  o campo elétrico. Usando  $\mathbf{F}_{ext}(\mathbf{r}, t) = -\nabla V_{ext}(\mathbf{r}, t)$ , o potencial externo será dado por:

$$V_{ext}(\mathbf{r}, t) = -e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (1.35)$$

Este potencial é o Hamiltoniano de interação ( $H_1 = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}$ , sendo  $\boldsymbol{\mu}$  o **momento de dipolo elétrico**). Na derivação da equação anterior utilizamos a chamada aproximação de dipolo elétrico que nada mais é do que considerarmos o campo como constante (isto é, sem dependência espacial) ao longo da extensão atômica. Esta aproximação é válida dado que a variação do campo elétrico, que é da ordem de  $\lambda (\approx 1\mu m)$ , nos permite tratar o envelope do campo como constante em comparação as dimensões atômicas que são da ordem de angstroms. Neste caso, ao interagir com o campo eletromagnético, o campo



redistribui a carga eletrônica que gera um dipolo elétrico  $\boldsymbol{\mu} = e\mathbf{r}$  com energia de interação com o campo da forma  $-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}$ . Sendo assim o Hamiltoniano total é dado por:

$$H = H_0 - e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} \quad (1.36)$$

A próxima etapa será encontrar as equações do movimento para esse sistema. Usando a relação de completeza

$$|1\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 2| + |3\rangle \langle 3| = 1 \quad (1.37)$$

podemos escrever o Hamiltoniano livre  $H_0$  como:

$$H_0 = (|1\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 2| + |3\rangle \langle 3|) H_0 (|1\rangle \langle 1| + |2\rangle \langle 2| + |3\rangle \langle 3|) \quad (1.38)$$

No entanto, fazendo uso das equações de autovalores  $H_0 |1\rangle = \hbar\omega_1 |1\rangle$ ,  $H_0 |2\rangle = \hbar\omega_2 |2\rangle$  e  $H_0 |3\rangle = \hbar\omega_3 |3\rangle$  reescrevemos a equação (1.38) como:

$$H_0 = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2| + \hbar\omega_3 |3\rangle \langle 3| \quad (1.39)$$

Já o Hamiltoniano de interação toma a seguinte forma:

$$H_1 = -(\mu_{13} |1\rangle \langle 3| + \mu_{23} |2\rangle \langle 3| + \mu_{13}^* |3\rangle \langle 1| + \mu_{23}^* |3\rangle \langle 2|)E(t) \quad (1.40)$$

onde os elementos matriciais dos momentos de dipolo elétrico são definidos como:

$$\mu_{13} = e \langle 1|x|3\rangle = \mu_{31}^* \quad (1.41)$$

$$\mu_{23} = e \langle 2|x|3\rangle = \mu_{32}^* \quad (1.42)$$

Vale lembrar que os momentos de dipolos determinam se uma transição é permitida ou

não. Como temos campos aplicados entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$  e entre  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ , apenas essas transições serão consideradas. Da figura (1.2), o campo  $\Omega_p$  é quem acopla os estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$  e o campo  $\Omega_c$  acopla os estados  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ .

Na equação (1.40),  $E(t)$  é o campo elétrico total aplicado no sistema que é dado por:

$$E(t) = \Omega_p(t) + \Omega_c(t) \quad (1.43)$$

Estes campos na aproximação de dipolo podem ser expressos como:

$$\Omega_p(t) = \Omega_p e^{-i\omega_p t} \quad (1.44)$$

$$\Omega_c(t) = \Omega_c e^{-i\omega_c t} \quad (1.45)$$

onde  $\Omega_p$  e  $\Omega_c$  são as amplitudes dos campos e  $\omega_p$  e  $\omega_c$  suas respectivas frequências. Portanto, o Hamiltoniano de interação pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} H_1 = & -[\mu_{13} |1\rangle \langle 3| \Omega_p e^{-i\omega_p t} + \mu_{23} |2\rangle \langle 3| \Omega_c e^{-i\omega_c t} + \\ & + \mu_{13}^* |3\rangle \langle 1| \Omega_p e^{-i\omega_p t} + \mu_{23}^* |3\rangle \langle 2| \Omega_c e^{-i\omega_c t}] \end{aligned} \quad (1.46)$$

Com o intuito de simplificar as equações, podemos redefinir as fases dos estados  $|1\rangle, |2\rangle$  e  $|3\rangle$  ou seja:

$$C_1(t) = c_1(t) e^{-i\omega_1 t} \quad (1.47)$$

$$C_2(t) = c_2(t) e^{-i\omega_2 t} \quad (1.48)$$

$$C_3(t) = c_3(t) e^{-i\omega_3 t} \quad (1.49)$$

de tal maneira que a expansão da função de onda do estado geral tome a seguinte forma:

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t)e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + c_2(t)e^{-i\omega_2 t} |2\rangle + c_3(t)e^{-i\omega_3 t} |3\rangle \quad (1.50)$$

De posse do Hamiltoniano total  $H = H_0 + H_1$  e da função de onda acima obtemos os seguintes resultados para a equação de Schrödinger:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle &= (\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1)e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + (\dot{c}_2 - i\omega_2 c_2)e^{-i\omega_2 t} |2\rangle + \\ &+ (\dot{c}_3 - i\omega_3 c_3)e^{-i\omega_3 t} |3\rangle \end{aligned} \quad (1.51)$$

e

$$\begin{aligned} -\frac{i}{\hbar} H |\Psi(t)\rangle &= -\frac{i}{\hbar} [(\hbar\omega_1 c_1 e^{-i\omega_1 t} - \mu_{13}\Omega_p c_3 e^{-i(\omega_p+\omega_3)t}) |1\rangle + \\ &+ (\hbar\omega_2 c_2 e^{-i\omega_2 t} - \mu_{23}\Omega_c c_3 e^{-i(\omega_c+\omega_3)t}) |2\rangle + \\ &+ (\hbar\omega_3 c_3 e^{-i\omega_3 t} - \mu_{13}^*\Omega_p c_1 e^{-i(\omega_p+\omega_1)t}) |3\rangle - \\ &-(\mu_{23}^*\Omega_c c_2 e^{-i(\omega_c+\omega_2)t}) |3\rangle] \end{aligned} \quad (1.52)$$

Igualando as equações anteriores ficamos com:

$$(\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1)e^{-i\omega_1 t} = -i\omega_1 c_1 e^{-i\omega_1 t} + \frac{i}{\hbar} \mu_{13}\Omega_p c_3 e^{-i(\omega_p+\omega_3)t} \quad (1.53)$$

$$(\dot{c}_2 - i\omega_2 c_2)e^{-i\omega_2 t} = -i\omega_2 c_2 e^{-i\omega_2 t} + \frac{i}{\hbar} \mu_{23}\Omega_c c_3 e^{-i(\omega_c+\omega_3)t} \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} (\dot{c}_3 - i\omega_3 c_3)e^{-i\omega_3 t} &= -i\omega_3 c_3 e^{-i\omega_3 t} + \frac{i}{\hbar} \mu_{13}^*\Omega_p c_1 e^{-i(\omega_p+\omega_1)t} + \\ &+ \frac{i}{\hbar} \mu_{23}^*\Omega_c c_2 e^{-i(\omega_c+\omega_2)t} \end{aligned} \quad (1.55)$$

Mais um pouco de álgebra e as equações do movimento para as amplitudes de probabili-

dade podem ser escritas como:

$$\dot{c}_1 = i\Omega_{13}c_3 (e^{-2i\omega_p t} + 1) \quad (1.56)$$

$$\dot{c}_2 = i\Omega_{23}c_3 (e^{-2i\omega_c t} + 1) \quad (1.57)$$

$$\dot{c}_3 = i\Omega_{13}^*c_1 (1 + e^{2i\omega_p t}) + i\Omega_{23}^*c_2 (1 + e^{2i\omega_c t}) \quad (1.58)$$

onde tomamos  $\omega_3 - \omega_1 = \omega_p$  e  $\omega_3 - \omega_2 = \omega_c$  visto que estamos considerando os campos em plena ressonância com as transições atômicas. Nas equações (1.56)-(1.58),  $\Omega_{13}$  e  $\Omega_{23}$  são constantes denominadas **frequências de Rabi**, e são dadas por:

$$\Omega_{13} = \frac{\mu_{13}\Omega_p}{\hbar} \quad (1.59)$$

$$\Omega_{23} = \frac{\mu_{23}\Omega_c}{\hbar} \quad (1.60)$$

que representam as taxas de transições induzidas coerentemente entre os respectivos níveis.

Uma aproximação que podemos usar nas equações (1.56)-(1.58) é a **aproximação de onda girante** que consiste em desprezar os termos que variam com  $e^{\pm 2i\omega t}$ . Geralmente esta é uma boa aproximação devido ao fato que estes termos variam muito rapidamente.

Finalmente as equações para as amplitudes de probabilidade podem ser escritas como:

$$\dot{c}_1 = i\Omega_{13}c_3 \quad (1.61)$$

$$\dot{c}_2 = i\Omega_{23}c_3 \quad (1.62)$$

$$\dot{c}_3 = i\Omega_{13}^*c_1 + i\Omega_{23}^*c_2 \quad (1.63)$$

Essas equações diferenciais acopladas, conhecidas como **equações de Bloch**, descrevem a evolução do sistema de três níveis na presença dos dois campos aplicados,  $\Omega_p$  e  $\Omega_c$ .

## 1.4 Equações de Maxwell-Bloch

A resposta do meio quando aplicamos um campo elétrico é expressa através da polarização elétrica induzida. Em termos do momento de dipolo médio, podemos expressá-la como:

$$\mathbf{P}_{jk} = N \langle xe \rangle \hat{i} = N \langle \Psi | xe | \Psi \rangle \hat{i} = N c_j^* c_k \mu_{jk} \hat{i} \quad (1.64)$$

onde  $N$  é a densidade atômica e  $\mu_{jk}$  o momento de dipolo entre os estados  $|i\rangle$  e  $|k\rangle$ . O valor médio tomado na equação (1.64) é estimado para o estado  $|\Psi\rangle$  qualquer. O vetor unitário  $\hat{i}$  indica a direção do vetor polarização elétrica que estamos supondo ser a mesma do campo elétrico.

Sendo assim, a polarização elétrica descrita pela equação (1.64), determina completamente a evolução do campo óptico que é dada pela equação (1.24). Com isso, para o sistema representado na figura (1.2), as equações de evolução (1.24) para os dois campos ressonantes serão dadas por:

$$\frac{\partial \Omega_p}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_p}{\partial t} = i \frac{N \omega_p}{2 \varepsilon_0 c} c_1^* c_3 \mu_{13} \quad (1.65)$$

$$\frac{\partial \Omega_c}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_c}{\partial t} = i \frac{N \omega_c}{2 \varepsilon_0 c} c_2^* c_3 \mu_{23} \quad (1.66)$$

O conjunto de equações constituído pelas equações de Bloch e pelas equações de onda do campo óptico é conhecido como **equações de Maxwell-Bloch**. Essas equações formam o conjunto básico de equações para estudarmos a propagação de campos ópticos interagindo com sistemas atômicos.

---

## 1.5 Conclusão

Fazendo uma abordagem semiclássica da interação da luz com a matéria, deduzimos as equações que regem a dinâmica do sistema atômico e a evolução espaço-temporal dos campos que interagem com esse sistema. Para descrever a evolução do sistema atômico, considerado como um sistema de três níveis, obtivemos as equações de Bloch e a partir das equações de Maxwell as equações que governam a propagação dos campos eletromagnéticos, sendo esse conjunto de equações conhecido como equações de Maxwell-Bloch.

# Capítulo 2

## Efeitos de interferência da coerência atômica

### 2.1 Introdução

Utilizando a abordagem semiclássica da interação da luz com sistemas atômicos, descrita no capítulo anterior, descrevemos o efeito do Aprisionamento Coerente da População (ACP) [1], [19]. Em seguida, mostraremos que o efeito da Transparência Eletromagneticamente Induzida (TEI) [3], [18] é uma consequência direta do aprisionamento coerente da população. Esses e outros efeitos, tais como laser sem inversão, efeito Hanle, transparência auto-induzida, eco de fótons, etc, são oriundos da propagação coerente da luz em sistemas atômicos.

### 2.2 Interferência e coerência quânticas

Fazendo uma comparação entre a interferência quântica e a interferência clássica observada entre ondas eletromagnéticas, que é baseada no princípio da superposição dos campos eletromagnéticos envolvidos, vemos que no primeiro caso o fenômeno de interferência vem

da superposição dos estados associados a cada caminho que compõe o estado global do sistema. O papel desempenhado pelo campo superposição entre as ondas eletromagnéticas é substituído pelas amplitudes de probabilidade no fenômeno da interferência quântica.

Para termos uma idéia geral da interferência quântica consideremos o sistema atômico de três níveis da figura (1.2). O efeito da interferência, neste caso, surge porque as duas transições atômicas possíveis,  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  e  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ , estão acopladas a um estado comum  $|3\rangle$ . Se  $C_{13}$  representar a amplitude de probabilidade do átomo sair do estado  $|1\rangle$  e ir para o estado  $|3\rangle$  e  $C_{23}$  a amplitude de probabilidade do átomo ir de  $|2\rangle$  para  $|3\rangle$ , então a probabilidade de encontrarmos um átomo no estado  $|3\rangle$  é dada por:

$$P = |C_{13} + C_{23}|^2 \quad (2.1)$$

Sendo as amplitudes de probabilidades funções complexas, temos que:

$$P = |C_{13}|^2 + |C_{23}|^2 + |C_{13}C_{23}^*| + |C_{13}^*C_{23}| \quad (2.2)$$

$$P = |C_{13}|^2 + |C_{23}|^2 + 2C_{13}C_{23} \cos(2\delta) \quad (2.3)$$

com isso temos um termo de interferência onde  $\delta$  sendo uma fase relativa entre  $C_{13}$  e  $C_{23}$ . Essa interferência quântica pode elevar (interferência construtiva) ou cancelar (interferência destrutiva) a probabilidade de transição total  $P$ . Porém, para percebermos esse efeito, é necessário que o sistema atômico seja preparado em uma superposição coerente dos estados.

Para finalizarmos esta seção, voltemos a equação (1.32) que representa a função de onda de um átomo de três níveis. Sabemos que os coeficientes  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$  e  $C_3(t)$  são as amplitudes de probabilidade de encontrarmos os átomos nos estados  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ ,



respectivamente. Esses coeficientes são dados por:

$$C_p(t) = \langle p | \Psi(t) \rangle \quad (2.4)$$

com  $p = 1, 2, 3$ . Sendo assim:

$$|C_p(t)|^2 = C_p(t)C_p^*(t) \quad (2.5)$$

dará a probabilidade de encontrarmos o sistema no estado  $|p\rangle$ . E, portanto,  $|C_p(t)|^2$  será denominado a população do estado  $|p\rangle$ . Já a expressão:

$$C_p(t)C_q^*(t) = \langle p | \Psi(t) \rangle \langle \Psi(t) | q \rangle \quad (2.6)$$

expressa os efeitos de interferência entre os estados  $|p\rangle$  e  $|q\rangle$ , já que o estado  $|\Psi(t)\rangle$  é uma superposição linear de estados. Conseqüentemente, a equação (2.6) representará os efeitos de coerência entre os estados  $|p\rangle$  e  $|q\rangle$ .

## 2.3 Aprisionamento coerente da população

O Aprisionamento Coerente da População (ACP) é um efeito associado a interferência quântica entre as possíveis transições que um átomo pode realizar. A interferência destrutiva entre as transições  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  e  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ , figura (1.2), fará com que os átomos sejam transparentes aos campos propagantes, mesmo que ressonantes com estas transições; a população permanecerá em seu estado inicial após a aplicação dos campos. Nesta seção apresentamos as condições em que se dá o ACP.

Para entendermos as origens do ACP é útil fazer uma mudança de base dos estados estacionários do Hamiltoniano livre  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ , para os auto-estados do Hamiltoniano de interação. O Hamiltoniano de interação  $H_1$ , na base do Hamiltoniano livre  $H_0$ , pode

ser escrito como:

$$H_1 = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\Omega_{13} \\ 0 & 0 & -\Omega_{23} \\ -\Omega_{13}^* & -\Omega_{23}^* & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

A nova base será dada por  $\{|NC\rangle, |C\rangle, |3\rangle\}$ , onde os autovetores  $|NC\rangle$  e  $|C\rangle$  são combinações lineares dos estados de menor energia, ou seja:

$$|NC\rangle = \frac{1}{\Omega} [\Omega_{23} |1\rangle - \Omega_{13} |2\rangle] \quad (2.8)$$

$$|C\rangle = \frac{1}{\Omega} [\Omega_{13}^* |1\rangle + \Omega_{23}^* |2\rangle] \quad (2.9)$$

onde  $\Omega$  é dado por:

$$\Omega = \sqrt{|\Omega_{13}|^2 + |\Omega_{23}|^2} \quad (2.10)$$

Essa mudança de base se dá através de um operador matricial que conecta a antiga base de autovetores  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$  com a nova base de autovetores  $\{|NC\rangle, |C\rangle, |3\rangle\}$ . A matriz transformação que dá origem a mudança de base pode ser expressa por [16]:

$$T = \sum_k |b^{(k)}\rangle \langle a^{(k)}| \quad (2.11)$$

onde  $|b^{(k)}\rangle$  representa os vetores da nova base e  $|a^{(k)}\rangle$  os vetores da antiga base. Sendo assim, nossa matriz transformação será dada por:

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

com  $\sin \theta = \Omega_{13}/\Omega$  e  $\cos \theta = \Omega_{23}/\Omega$ . Já o Hamiltoniano de interação, após a transfor-

mação:

$$H' = THT^{-1} \quad (2.13)$$

conhecida na álgebra matricial como transformação de similaridade, pode ser escrito como:

$$H' = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega \\ 0 & -\Omega & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H'_{NC,NC} & H'_{NC,C} & H'_{NC,3} \\ H'_{C,NC} & H'_{C,C} & H'_{C,3} \\ H'_{3,NC} & H'_{3,C} & H'_{3,3} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Como os elementos fora da diagonal, na equação (2.14), representam os acoplamentos entre os estados, podemos ver que a transição entre os estados  $|NC\rangle$  e  $|3\rangle$ , representada pelo elemento matricial  $H'_{NC,3}$  é nulo, ou seja:

$$\langle NC | H' | 3 \rangle = 0 \quad (2.15)$$

Esse desacoplamento ocorre porque os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  estão com uma defasagem de  $180^\circ$  dada pelo sinal negativo da superposição (2.8). Ou seja, uma fase dada por  $e^{i\phi}$  onde  $\phi = \pi, 3\pi, \dots$ . Consequentemente, as amplitudes de probabilidade para as transições  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  e  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  interferem-se destrutivamente.

A equação de Schrödinger para um átomo preparado no estado  $|NC\rangle$ , conhecido como estado não acoplado ou estado escuro (*dark state*), é dada por [20]:

$$\frac{d}{dt} |NC\rangle = -\frac{i}{\hbar} (H_0 + H') |NC\rangle = 0 \quad (2.16)$$

Sendo assim, um átomo preparado no estado  $|NC\rangle$  permanecerá nesse estado. Nem a evolução livre  $H_0$ , nem o Hamiltoniano de interação  $H'$  fará com que o átomo mude de estado. Por outro lado, o estado  $|C\rangle$  é fortemente acoplado ao estado excitado  $|3\rangle$ , como

podemos perceber através do elemento matricial  $H'_{C,3}$  da equação (2.14), ou seja:

$$\langle C | H' | 3 \rangle = -\hbar\Omega \quad (2.17)$$

Neste caso temos interferência construtiva, visto que nessa superposição os dois estados de menor energia estão em fase. Ou seja, o sinal positivo da superposição (2.9) pode ser representado por uma fase do tipo  $e^{i\phi}$  onde  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ . Esse estado  $|C\rangle$  é conhecido como estado acoplado ou estado claro (*bright state*).

As observações feitas acima nos conduz a seguinte conclusão: preparar o sistema atômico num estado de superposição do tipo  $|NC\rangle$ , fará com que a população atômica associada aos estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  seja aprisionada nesse estado e a absorção dos campos que interagem com o sistema seja cancelada. Na figura (2.1) temos a representação do sistema de três níveis em termos dos estados acoplado  $|C\rangle$  e não acoplado  $|NC\rangle$ .

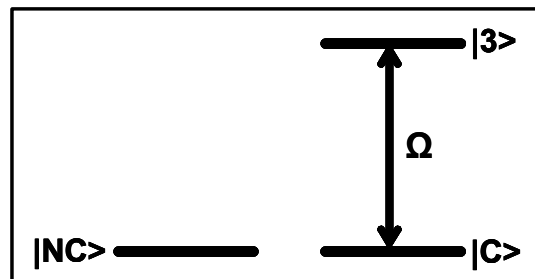


Figura 2.1: Base de estados acoplado e não acoplado para o sistema de três níveis.

No ACP, o efeito de interferência surge do acoplamento de ambos os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  com o estado  $|3\rangle$  via aplicação dos campos. Sendo assim, as amplitudes dos campos e por conseguinte suas frequências de Rabi são importantes para o surgimento da interferência quântica. Vejamos esse efeito através das equações de Bloch deduzidas no capítulo

anterior:

$$\dot{c}_1 = i\Omega_{13}c_3 \quad (2.18)$$

$$\dot{c}_2 = i\Omega_{23}c_3 \quad (2.19)$$

$$\dot{c}_3 = i\Omega_{13}^*c_1 + i\Omega_{23}^*c_2 \quad (2.20)$$

Assumindo que o estado atômico inicial seja uma superposição dos dois estados de menor energia, por exemplo, o estado  $|NC\rangle$ , temos que:

$$|\Psi(0)\rangle = |NC\rangle = c_1(0)|1\rangle - c_2(0)|2\rangle \quad (2.21)$$

com  $c_1(0)$  e  $c_2(0)$  dados por:

$$c_1(0) = \cos\theta = \frac{\Omega_{23}}{\Omega} \quad (2.22)$$

$$c_2(0) = \sin\theta = \frac{\Omega_{13}}{\Omega} \quad (2.23)$$

e  $\Omega$  pela equação (2.10). Para solucionar as equações (2.18)-(2.20), tomemos a derivada da equação (2.20) que usando as equações (2.18) e (2.19) torna-se:

$$\ddot{c}_3 + \Omega^2c_3 = 0 \quad (2.24)$$

que por sua vez admite soluções do tipo:

$$c_3(t) = a_1 \cos(\Omega t) + b_1 \sin(\Omega t) \quad (2.25)$$

onde  $a_1$  e  $b_1$  são constantes. Da equação (2.21), temos que:

$$\text{para } t = 0 \implies c_3(0) = 0 \quad (2.26)$$

Com essa condição, após alguma álgebra, a solução para  $c_3(t)$  é dada por:

$$c_3(t) = \frac{i \sin(\Omega t)}{\Omega} [\Omega_{13}^* \cos \theta - \Omega_{23}^* \sin \theta] \quad (2.27)$$

De posse da equação (2.27), as soluções para  $c_1(t)$  e  $c_2(t)$  tornam-se simples, ou seja:

$$c_1(t) = \frac{1}{\Omega^2} \left\{ [\Omega_{23}^2 + \Omega_{13}^2 \cos(\Omega t)] \cos \theta + 2\Omega_{13}\Omega_{23}^* \sin^2 \left( \frac{\Omega t}{2} \right) \sin \theta \right\} \quad (2.28)$$

$$c_2(t) = \frac{1}{\Omega^2} \left\{ -2\Omega_{13}^*\Omega_{23} \sin^2 \left( \frac{\Omega t}{2} \right) \cos \theta - [\Omega_{23}^* \cos(\Omega t) + \Omega_{13}^2] \sin \theta \right\} \quad (2.29)$$

Analisando as equações (2.27)-(2.29), o ACP ocorre, ou seja  $c_3(t) = 0$  para todo  $t$ , se tivermos:

$$\Omega_{13} \approx \Omega_{23} \quad (2.30)$$

cuja implicação resulta em  $\sin \theta = \cos \theta = \sqrt{2}/2$ . Sob essas condições temos:

$$c_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2.31)$$

$$c_2(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2.32)$$

e, evidentemente:

$$c_3(t) = 0 \quad (2.33)$$

Logo, podemos concluir que preparando o sistema numa superposição do tipo  $|NC\rangle$ , a população atômica permanece aprisionada nesse estado, caso as frequências de Rabi das duas transições envolvidas sejam da mesma ordem, ou seja,  $\Omega_{13} \approx \Omega_{23}$ .

A resolução numérica das equações de Maxwell-Bloch foi feita através de um software computacional denominado FEMLAB (*Finite Element Method Laboratory*). Esse ferramental é útil para simulação de problemas físicos que possam ser descritos por equações

diferenciais parciais, inclusive equações que sejam acopladas como é o caso das equações de Maxwell-Bloch. Seu ambiente interativo para o modelamento de processos nos permite entender fenômenos já existentes e investigar novos efeitos. Na solução das equações diferenciais, FEMLAB utiliza o método dos elementos finitos que é um método utilizado para resolver equações diferenciais [21].

Nas figuras (2.2)-(2.4) mostramos os resultados da simulação numérica, onde percebemos claramente que a população permanece nos estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  durante todo o processo de propagação do campo.

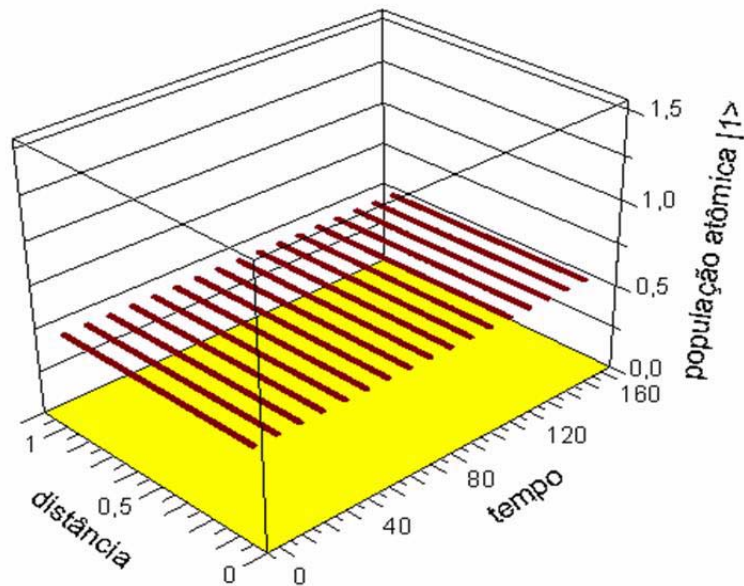


Figura 2.2: Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado  $|1\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição  $\frac{1}{\sqrt{2}} [|1\rangle - |2\rangle]$ .

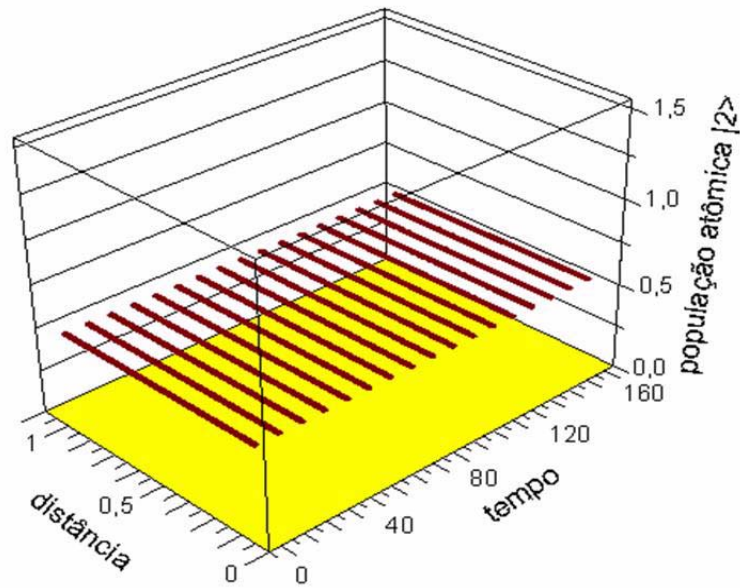


Figura 2.3: Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado  $|2\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição  $\frac{1}{\sqrt{2}} [|1\rangle - |2\rangle]$ .

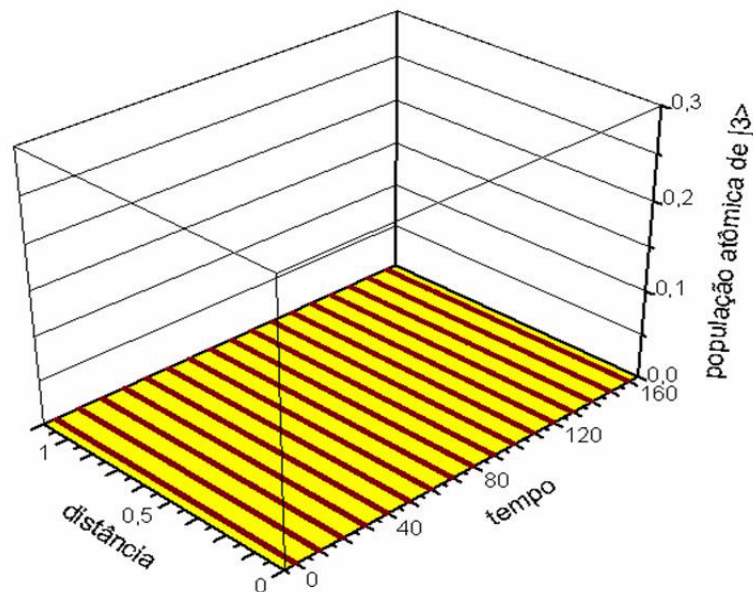


Figura 2.4: Efeito do ACP na evolução da população atômica no estado  $|3\rangle$ , preparando o sistema atômico na superposição  $\frac{1}{\sqrt{2}} [|1\rangle - |2\rangle]$ .

A propagação do campo  $\Omega_p$  é mostrada na figura (2.5) onde utilizamos as condições iniciais (2.21) e (2.30) para a simulação. Os campos  $\Omega_p$  e  $\Omega_c$  em  $t = 0$  têm um perfil



gaussiano dado por:

$$\Omega_p = \Omega_c = \exp \left[ - \left( \frac{x}{10} \right)^2 \right] \quad (2.34)$$

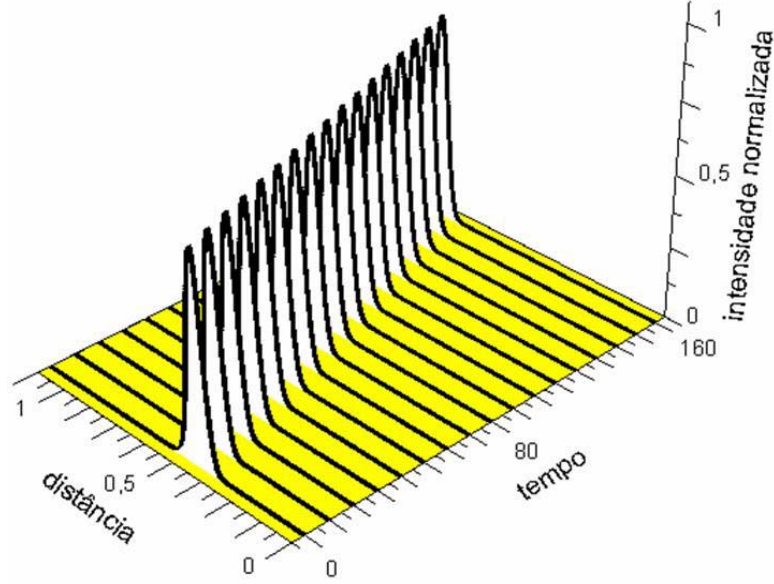


Figura 2.5: Propagação do campo fraco  $\Omega_c$ , ilustrando o efeito do ACP. O campo se propaga sem ser absorvido pelo sistema atômico, mesmo na condição de ressonância.

Como esperado, o campo  $\Omega_p$  se propaga sem ser absorvido, caracterizando que o meio é transparente para o campo  $\Omega_p$ , mesmo na presença de ressonância. Isto é, não há inversão de população atômica. A mesma fica aprisionada nos estados de menor energia  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ .

## 2.4 Transparência Eletromagneticamente Induzida

A Transparência Eletromagneticamente Induzida (TEI) [22] é um efeito de interferência quântica que ocorre quando uma superposição coerente de estados atômicos inibe transições ópticas via interferência destrutiva. Considerando o sistema descrito na figura (1.2), o meio que é fortemente absorutivo para o campo  $\Omega_p$  tornar-se completamente transparente quando o campo  $\Omega_c$  é aplicado [23]. A TEI é uma consequência direta do efeito

do ACP, mostrado na seção anterior. Usando a mesma configuração atômica apresentada na figura (1.2) para explicar o ACP, mostraremos que a idéia é essencialmente a mesma para a TEI. Porém, ao invés de distribuímos a população atômica entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , consideraremos a população no estado de menor energia  $|1\rangle$  onde veremos quais as condições para observarmos o efeito do ACP e por consequência a TEI.

Na seção anterior vimos que é possível fazer superposição dos auto-estados do Hamiltoniano livre  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ , de tal maneira que formamos uma nova base de autoestados  $\{|NC\rangle, |C\rangle, |3\rangle\}$  onde podemos aprisionar a população atômica. Como consequência, podemos anular a absorção dos campos interagentes. Uma maneira simples de percebermos a TEI é escrever os auto-estados do Hamiltoniano livre em termos dos auto-estados  $|NC\rangle$  e  $|C\rangle$ . Para tal, manipulando as equações (2.8) e (2.9), podemos escrever o autoestado  $|1\rangle$  como:

$$|1\rangle = \frac{1}{\Omega} [\Omega_{23} |NC\rangle + \Omega_{13} |C\rangle] \quad (2.35)$$

Para o caso onde  $\Omega_{23} \gg \Omega_{13}$  é evidente que o autoestado  $|1\rangle$  torna-se equivalente ao autoestado  $|NC\rangle$  e portanto conseguimos aprisionar a população atômica no autoestado  $|1\rangle$ .

O campo fraco  $\Omega_p$  com frequência angular  $\omega_p$  acopla coerentemente os estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$  tornando possível uma transição entre esses estados. Outro campo intenso  $\Omega_c$  com frequência angular  $\omega_c$ , conhecido como campo de acoplamento, acopla os estados  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ , também fazendo surgir uma transição entre esses estados. Assumiremos, por um instante, que a coerência atômica  $c_1 c_3^*$ , induzida pelo campo fraco  $\Omega_p$ , associada com a transição  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  e a coerência atômica  $c_2 c_3^*$ , induzida pelo campo de acoplamento  $\Omega_c$ , associada com a transição  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  não são nulas, ou muito pequenas na ressonância ( $\Delta_p = \Delta_c = 0$ ). Para fazer a transição  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  tornar-se transparente para o campo fraco  $\Omega_p$  precisamos cancelar ou reduzir a coerência atômica  $c_1 c_3^*$ . Porém, sabemos que uma interferência

quântica destrutiva (induzida pela presença de ambos os campos ressonantes) entre as duas coerências atômicas alternativas,  $c_1c_3^*$  e  $c_2c_3^*$ , pode ocorrer. Devido a esse efeito de interferência destrutiva, a coerência atômica  $c_1c_3^*$  é cancelada ou reduzida. Nessa situação, dizemos que uma transição inicialmente absorptiva  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  na presença de um campo, tornou-se transparente para o campo  $\Omega_p$  devido a presença de um segundo campo  $\Omega_c$ .

Novamente implementamos as equações de Maxwell-Bloch no FEMLAB, agora no intuito de vermos o efeito da TEI através da observação da propagação dos campos  $\Omega_p$  e  $\Omega_c$ . A condição inicial utilizada foi:

$$|\Psi(0)\rangle \approx |1\rangle \quad (2.36)$$

ou seja, colocamos toda a população no estado de menor energia. Os campos têm perfis gaussianos dados por:

$$\Omega_p = \exp \left[ - \left( \frac{x}{10} \right)^2 \right] \quad (2.37)$$

$$\Omega_c = 10^4 \exp \left[ - \left( \frac{x}{10} \right)^2 \right] \quad (2.38)$$

Os resultados da propagação dos campos são mostrados nas figuras (2.6) e (2.7).

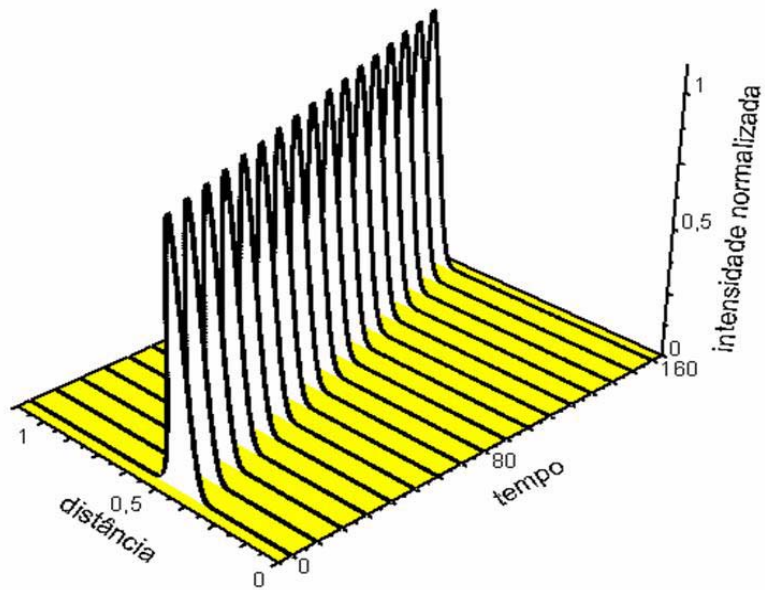


Figura 2.6: Propagação do campo  $\Omega_p$ , ressonante com os níveis  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ , ilustrando o efeito da TEI.

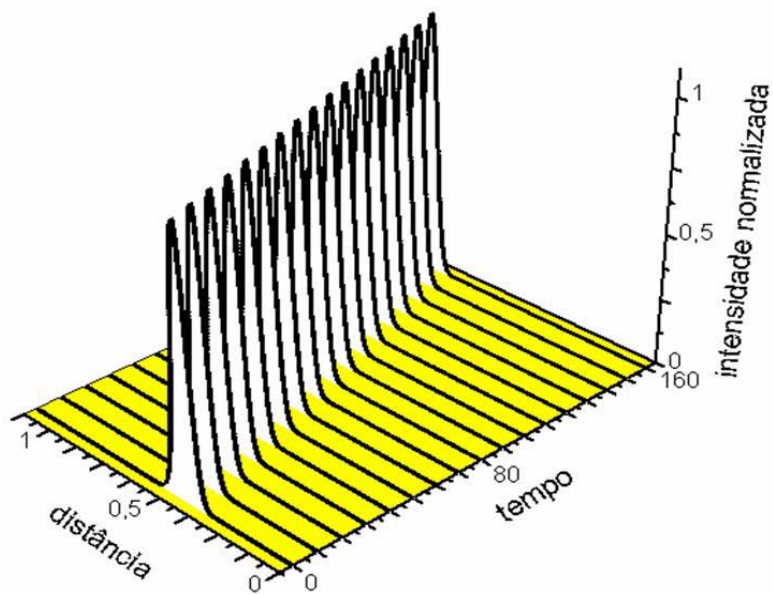


Figura 2.7: Propagação do campo  $\Omega_c$ , ressonante com os níveis  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ , mostrando que o mesmo não é absorvido pelo sistema atômico.

Como podemos perceber, ambos os campos se propagam sem serem absorvidos. Essa transparência é possível devido a condição  $\Omega_c \gg \Omega_p$  que é a condição necessária para

conseguirmos o efeito do ACP no estado de menor energia  $|1\rangle$ . Caso a população estivesse distribuída entre os estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$  a condição para conseguirmos o efeito do ACP seria  $\Omega_c \approx \Omega_p$ . Nas duas situações temos o efeito da TEI, visto que esse efeito é uma consequência do ACP. O que muda é a condição entre as frequências de Rabi cuja dependência está vinculada com o estado inicial da população atômica.

Na figura (2.8) temos o resultado experimental [4] numa amostra de átomos neutros de estrôncio. Também mostramos o diagrama parcial de energia com os níveis relevantes no experimento.

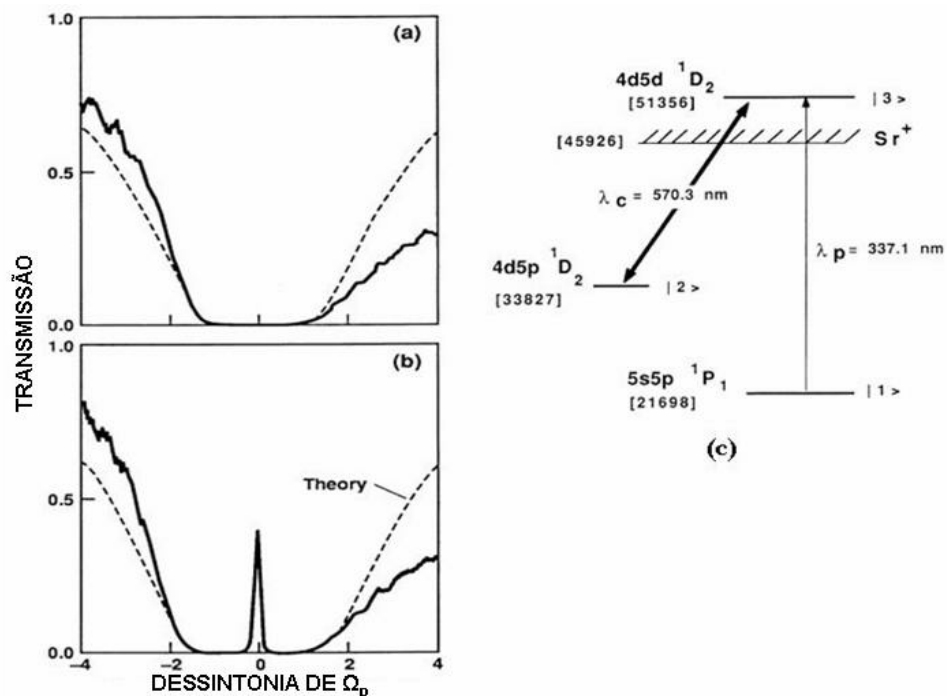


Figura 2.8: (a) Transmissão de  $\Omega_p$  com  $\Omega_c = 0$ . (b) Transmissão de  $\Omega_p$  com  $\Omega_c \neq 0$ . (c) Diagrama de energia do estrôncio [4].

Na transição entre os estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ , foi observado um aumento na transmitância devido à presença de um segundo campo, acoplando os estados  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ . A transmitância é definida como a razão entre a intensidade transmitida e a intensidade incidente na amostra.

Outros experimentos mostraram o efeito da TEI em vapores atômicos como: rubídio [24], césio [25], hidrogênio [26], chumbo [27] e outros.

A maioria dos experimentos para TEI foram feitos em vapores. Mas existem resultados onde se observam o efeito da TEI em materiais sólidos. A primeira demonstração foi feita por Zhao e colaboradores [28] utilizando rubi. Outros experimentos similares [29] [30] mostraram que a TEI pode ocorrer em sólidos, utilizando um cristal de  $Y_2SiO_5$  dopado com  $Pr^{+3}$ . Porém, para tal feito, é necessário manter as amostras em temperaturas próximas do zero absoluto; ainda assim a transmitância é muito baixa. Entretanto recentemente [32] observou-se o efeito do ACP e conseqüentemente da TEI à temperatura ambiente. Nesse trabalho é sugerido utilizar cristais ópticos dopados com íons de terras raras ou íons de metais de transição. Para observar o efeito da TEI o autor utilizou  $Cr^{3+} : Al_2O_3$ .

Uma consequência da TEI é a possibilidade de propagar campos ópticos com velocidades extremamente baixas. Esse efeito é proveniente das mudanças nas propriedades ópticas do meio que abordaremos na próxima seção.

## **2.5 Propriedades dispersivas da Transparência Eletromagneticamente Induzida**

Na seção anterior vimos que é possível fazer com que um meio se torne transparente para um campo eletromagnético mesmo na condição de propagação ressonante. Porém, além desse efeito interessante, esse comportamento é acompanhado por rápidas variações no índice de refração, criando uma situação de forte dispersão com pouca ou nenhuma absorção [29]. Ou seja, quando a absorção do meio é modificada, o índice de refração também é modificado.

No sistema  $\Lambda$  (lambda) da figura (1.1), suponhamos que o campo de acoplamento seja

nulo ( $\Omega_c = 0$ ). Nesse caso teríamos um sistema de dois níveis ( $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ ) sendo acoplados por um campo fraco  $\Omega_p$ . O perfil da absorção e do índice de refração para  $\Omega_p$  é apresentado na figura (2.9) [22]:

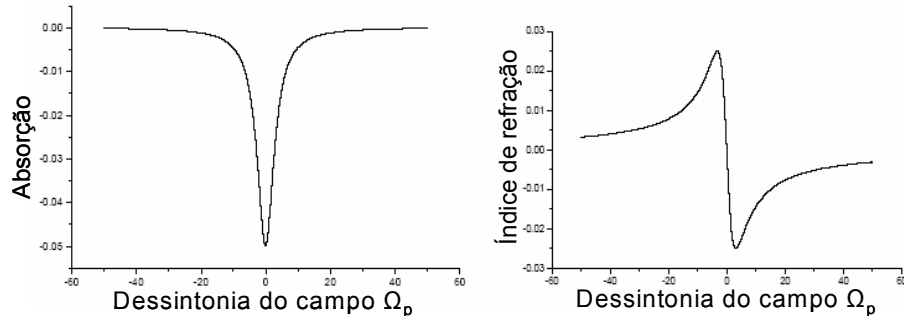


Figura 2.9: Perfil da absorção e do índice de refração para  $\Omega_p$  em função de  $\Delta_p$  mantendo  $\Omega_c = 0$  [30].

Quando introduzimos o campo de acoplamento  $\Omega_c$ , o perfil de absorção e do índice de refração para o campo fraco  $\Omega_p$  tem uma mudança acentuada, como podemos observar na figura (2.10) [22]:

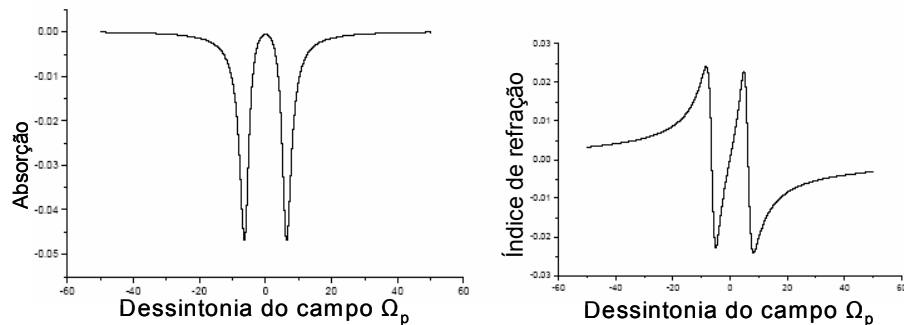


Figura 2.10: Perfil da absorção e do índice de refração para  $\Omega_p$  em função de  $\Delta_p$  com os dois campos  $\Omega_p$  e  $\Omega_c$  interagindo com o sistema  $\Lambda$  [30].

O perfil da absorção é claramente separado em dois vales que é visto como uma assinatura característica da TEI. Já o índice de refração apresenta uma rápida variação em torno de  $\Delta_p = 0$ , e isso terá uma grande influência na velocidade de grupo do campo  $\Omega_p$  como veremos a seguir.

Consideremos inicialmente uma onda plana monocromática dada por:

$$E(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (2.39)$$

onde  $E_0$  é a amplitude da onda,  $\omega$  a frequência angular e  $k = \frac{n\omega}{c}$  é o vetor de onda. A velocidade de fase ( $v_f$ ) é a velocidade com que os pontos de fase constante se movem no meio. Para nosso caso, a fase da onda é dada por:

$$\phi = kz - \omega t \quad (2.40)$$

logo, pontos de fase constante percorrem a distância  $\Delta z$  em um tempo  $\Delta t$  que são relacionados por:

$$k\Delta z = \omega\Delta t \quad (2.41)$$

Portanto, a velocidade de fase é dada por  $v_f = \frac{\Delta z}{\Delta t}$ , ou seja:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad (2.42)$$

Consideremos agora um pulso constituído por uma superposição de várias ondas com frequências em torno de  $\omega$ . A velocidade de grupo ( $v_g$ ) é a velocidade com que o envelope do pulso se propaga num determinado meio. Neste caso, devemos reescrever a fase da onda como:

$$\phi = \frac{n\omega z}{c} - \omega t \quad (2.43)$$

No pico do pulso, onde as várias componentes espectrais se adicionam, temos que a fase para todos os valores da distância de propagação é constante. Logo, tomando a derivada



da equação (2.43) ficamos com:

$$\frac{dn}{d\omega} \frac{\omega z}{c} + \frac{nz}{c} - t = 0 \quad (2.44)$$

que pode ser escrito com  $z = v_g t$ , onde a velocidade de grupo  $v_g$  é dada por:

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (2.45)$$

Nesse momento chegamos em uma situação onde podemos fazer uma relação entre a equação e as figuras (2.9) e (2.10). Ou seja, o perfil do índice de refração na figura (2.9) é negativo (dispersão anômala) em torno de  $\Delta_p = 0$ . Com isso:

$$\text{para } \frac{dn}{d\omega} < 0 \implies v_g > c \quad (2.46)$$

No entanto, essa é uma região do espectro onde temos uma elevada absorção.

Observando a figura (2.10), a variação do índice de refração é positiva (dispersão normal) em torno de  $\Delta_p = 0$  e a absorção é nula nessa região. Logo:

$$\text{para } \frac{dn}{d\omega} > 0 \implies v_g < c \quad (2.47)$$

Sendo assim, podemos conseguir luz lenta sob a condição de TEI. As pesquisas sobre TEI têm confirmado que é possível controlar a velocidade de propagação da luz em um meio material [29] [31] [33] [34] [5]. Em particular, Hau e colaboradores observaram velocidade de grupo de apenas 17 m/s.

Com as análises acima, percebemos que é possível obter velocidades de grupo completamente diferentes de  $c$ . E como a janela de transparência (região de absorção nula) é acompanhada por uma grande variação de  $n(\omega)$  com a frequência, então podemos obter

velocidades de grupo muito pequenas em um meio do tipo TEI.

Há outra maneira de expressar a velocidade de grupo do campo fraco  $\Omega_p$ : é em função da intensidade do campo de acoplamento  $\Omega_c$  e da densidade atômica  $N$  [5]:

$$v_g \approx \frac{\hbar c \varepsilon_0}{2\omega_p} \frac{|\Omega_c|^2}{|\mu_{13}|^2 N} \quad (2.48)$$

onde  $\omega_p$  é a frequência do campo  $\Omega_p$  e  $\mu_{13}$  o elemento matricial do momento de dipolo elétrico definido na equação (1.41).

Sabemos que para alta dispersão, obtida com TEI, a velocidade de grupo torna-se lenta. Da equação (2.48), percebemos que aumentando a densidade atômica  $N$  também podemos atingir baixas velocidades de grupo. No entanto, é mais prático manipular a intensidade do campo de control  $\Omega_c$  para atingir as velocidades de grupo desejadas. Note que é possível obtermos velocidades de grupo nulas, bastando para isso fazer:

$$\Omega_c \rightarrow 0 \quad (2.49)$$

No próximo capítulo veremos as implicações da equação (2.49) na propagação de campos eletromagnéticos em meios atômicos tipo- $\Lambda$  e mostraremos resultados interessantes para a óptica não linear.

## 2.6 Conclusão

Vimos nas seções anteriores que o aprisionamento coerente da população e a transparência eletromagneticamente induzida são consequências da interferência quântica. Fizemos um tratamento para estes fenômenos utilizando um sistema atômico de três níveis em uma configuração do tipo- $\Lambda$ . Preparando uma superposição coerente dos estados de menor energia, mostramos que é possível fazer um campo eletromagnético propagar-se num meio

sem que o mesmo seja absorvido. E a extensão dessas análises nos levou ao conceito de luz lenta, onde manipulando os campos que são acoplados ao sistema atômico é possível controlar a velocidade do campo propagante.

# Capítulo 3

## Armazenamento e distribuição de pulsos ópticos utilizando sistemas atômicos

### 3.1 Introdução

Os mais recentes avanços no estudo da interação da luz com a matéria estão relacionados com a técnica de armazenar luz através do efeito da Transparência Eletromagneticamente Induzida (TEI) [35]. Como vimos no capítulo anterior, a TEI está associada com a diminuição da absorção e o aumento da dispersão originando a redução da velocidade de grupo da luz [31] [36]. No estudo da TEI, vimos que é possível fazer com que a velocidade de grupo do campo fraco, doravante denominado *campo de prova*, seja descrita em função da intensidade do campo de acoplamento [5], doravante denominado *campo de controle*. Como apresentamos na última seção do capítulo anterior ao fazermos a intensidade do campo de controle tender a zero, podemos fazer com que a velocidade de grupo do campo de prova torne-se nula.

Neste capítulo, analisaremos, numericamente, o efeito de parar, armazenar e distribuir

a luz através de um sistema atômico do tipo triplo- $\Lambda$ . Porém, primeiramente discutiremos a propagação de campos ópticos em um meio atômico de três níveis numa configuração do tipo- $\Lambda$  sob a condição da TEI. Deste modo, objetivamos mostrar como manipular a propagação da luz através de um sistema atômico.

## 3.2 Armazenamento da luz via Transparência Eletromagneticamente Induzida

Nesta seção, apresentaremos o estudo do efeito de parar, armazenar e distribuir a luz utilizando a condição de TEI. O sistema atômico que estudaremos é o mesmo apresentado no capítulo 1, ou seja, um sistema atômico de três níveis numa configuração do tipo- $\Lambda$ , conforme a figura (3.1).

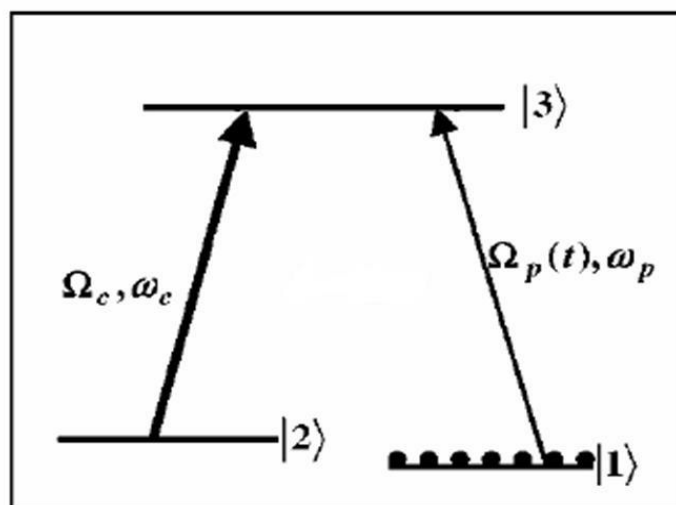


Figura 3.1: Modelo de um átomo de três níveis interagindo com dois campos em perfeita ressonância em uma configuração do tipo- $\Lambda$ .

A idéia de armazenar pulsos de luz em meios atômicos de três níveis [6] [7] levou diversos autores a considerar tais sistemas como candidatos à implementação de memórias

quânticas [10]. Fleischhauer e Lukin [37] abordaram esse problema utilizando um pulso de prova descrito quânticamente por um operador de campo  $\hat{\Omega}_p$  e um campo de controle descrito classicamente  $\Omega_c$ . A armazenagem e a distribuição do pulso de prova pode ser controlada pela variação da intensidade do campo de controle clássico. Eles demonstraram a existência de uma forma estável de excitação quântica, denominada "*dark state polaritons*". Um *polariton* é o resultado da superposição de um fóton com uma excitação de um material. Por exemplo: *phonon-polaritons* é o resultado do acoplamento de um fóton no infra-vermelho com um fônon; *exciton-polaritons* é o acoplamento de luz visível com *exciton*. No presente caso o *dark state polaritons* é uma superposição entre a excitação fotônica do campo de prova e a coerência atômica.

Considerando inicialmente o sistema mostrado na figura (3.1), podemos descrever a evolução desse sistema usando o seguinte operador [37]:

$$\hat{\Psi}(z, t) = \cos \theta(t) \hat{\Omega}_p(z, t) - \sin \theta(t) \sqrt{N} \hat{\sigma}_{12}(z, t) \quad (3.1)$$

onde

$$\cos \theta(t) = \frac{\Omega_c(t)}{\sqrt{\Omega_c^2(t) + g^2 N}} \quad (3.2)$$

$$\sin \theta(t) = \frac{g\sqrt{N}}{\sqrt{\Omega_c^2(t) + g^2 N}} \quad (3.3)$$

com  $g$  sendo a constante de acoplamento átomo-campo e  $N$  o número de átomos.  $\hat{\sigma}_{12}$  é a coerência entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  do sistema atômico. O operador  $\hat{\Psi}$  obedece a seguinte equação diferencial:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + c \cos^2 \theta(t) \frac{\partial}{\partial z} \right] \hat{\Psi}(z, t) = 0 \quad (3.4)$$

onde  $c$  é velocidade da luz no vácuo e a velocidade de grupo do *polariton* é dada por:

$$v_g = c \cos^2 \theta(t) \quad (3.5)$$

A idéia de armazenamento quântico [10] está intimamente relacionada ao conceito de *dark state polariton*. Quando o *polariton* se propaga num meio sob a condição de TEI, sua amplitude e formato são preservados, porém suas propriedades podem ser modificadas simplesmente mudando a intensidade do campo de controle  $\Omega_c$ . Quando a intensidade do campo de controle é diminuída,  $\cos\theta(t)$  torna-se muito pequeno (equação (3.2)), e portanto a velocidade de grupo (equação (3.5)) torna-se lenta. Ao mesmo tempo a contribuição fotônica para o estado do *polariton* é reduzida de acordo com a equação (3.1). Em particular, se o campo de controle é desligado ( $\Omega_c \rightarrow 0$ ) a velocidade do *polariton* é reduzida a zero e portanto seu estado torna-se puramente atômico:

$$\widehat{\Psi}(z, t) \rightarrow \sqrt{N}\widehat{\sigma}_{12}(z, t) \quad (3.6)$$

Nesse ponto, a forma e o estado quântico do pulso de luz são completamente transferidos para a matéria na forma de excitações atômicas. O estado quântico armazenado pode ser novamente transformado em uma excitação fotônica, com mesmo comprimento de onda [39], bastando para isso religar o campo de controle. Assim conseguimos reacelerar o *polariton* até a velocidade da luz no vácuo.

Nossa investigação do efeito do armazenamento e distribuição da luz foi feita utilizando as equações de Maxwell-Bloch, escritas como:

$$\frac{\partial\Omega_p}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial\Omega_p}{\partial t} = i\frac{N\omega_p\mu_{13}}{2\varepsilon_0c}c_1^*c_3 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial\Omega_c}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial\Omega_c}{\partial t} = i\frac{N\omega_c\mu_{23}}{2\varepsilon_0c}c_2^*c_3 \quad (3.8)$$

$$\dot{c}_1 = i\Omega_{13}c_3 \quad (3.9)$$

$$\dot{c}_2 = i\Omega_{23}c_3 \quad (3.10)$$

$$\dot{c}_3 = i\Omega_{13}^*c_1 + i\Omega_{23}^*c_2 \quad (3.11)$$

onde  $\Omega_{13}$  é frequência de Rabi do campo de prova  $\Omega_p$  que acopla os estados  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ ;  $\Omega_{23}$  é a frequência de Rabi do campo de controle  $\Omega_c$  que acopla os estados  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ ;  $\omega_p$  e  $\omega_c$  são as frequências dos campos de prova e de controle, respectivamente.

Para a resolução numérica das equações de Maxwell-Bloch utilizamos o software FEM-LAB. Neste o conjunto de equações (3.7)-(3.11) consiste, na verdade, em um conjunto de dez equações, visto que devemos escrever equações para a parte real e imaginária de cada quantidade. Como nosso objetivo é investigar a propagação do campo de prova  $\Omega_p$ , não levaremos em consideração a variação espacial do campo de controle  $\Omega_c$ , mas apenas a variação temporal. Com o intuito de reproduzir o processo de desligar e ligar o campo de controle lentamente, utilizaremos a seguinte função:

$$\Omega_c(t) = 100 [1 - 0,5 \tanh(0,1t - 3,5) + 0,5 \tanh(0,1t - 12,5)] \quad (3.12)$$

cuja representação gráfica está ilustrada na figura (3.2).

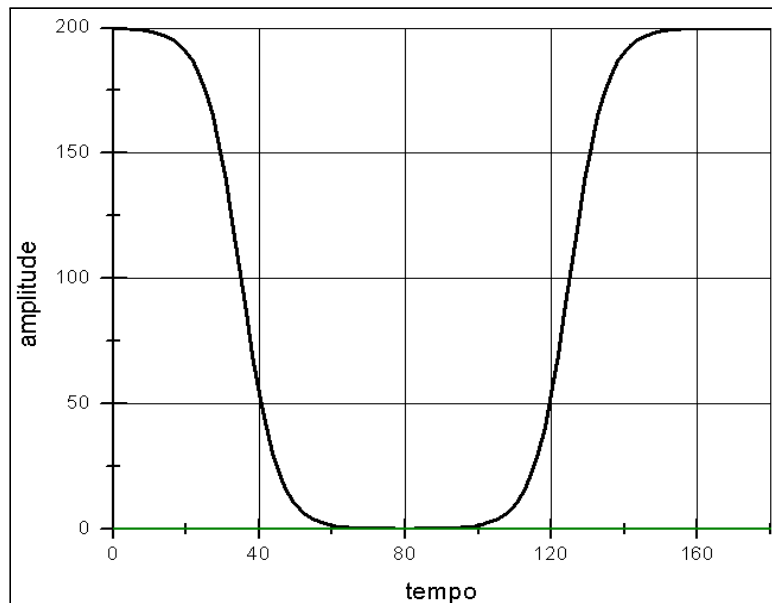


Figura 3.2: Modelo da variação temporal da amplitude do campo de controle  $\Omega_c$ .



Sendo o FEMLAB um software que soluciona numericamente equações diferenciais, precisaremos de uma equação diferencial que represente a variação temporal do campo de controle dado por (3.12). Sendo assim:

$$\frac{d\Omega_c}{dt} = -5 \operatorname{sech}^2(0, 1t - 3, 5) + 5 \operatorname{sech}^2(0, 1t - 12, 5) \quad (3.13)$$

Na solução numérica de nosso problema a equação (3.8) será substituída pela equação (3.13).

Para obter a solução numérica das equações (3.7), (3.9)-(3.11) e (3.13), precisamos das condições iniciais do problema. A primeira condição é que todos os átomos, em  $t = 0$ , estejam no estado de menor energia, ou seja, no estado  $|1\rangle$ . Com isso, inicializamos a resolução do problema com  $c_2(t) = c_3(t) = 0$ , tanto para a parte real quanto para a parte imaginária. Já a parte real de  $c_1(t)$  tomamos igual a 1. A outra condição inicial é que o campo de prova corresponde a um pulso do tipo secante hiperbólica, dado por:

$$\Omega_p(t = 0) = \operatorname{sech} h \left( \frac{x}{5} \right) \quad (3.14)$$

Por fim, o campo de controle tem, inicialmente, o valor  $\Omega_c(t = 0)$ , dado pela equação (3.12).

A solução numérica para o campo de prova  $\Omega_p$  é apresentada na figura (3.3), onde observamos o processo de armazenamento e distribuição do campo, seguindo o comportamento temporal do campo de controle  $\Omega_c$ .

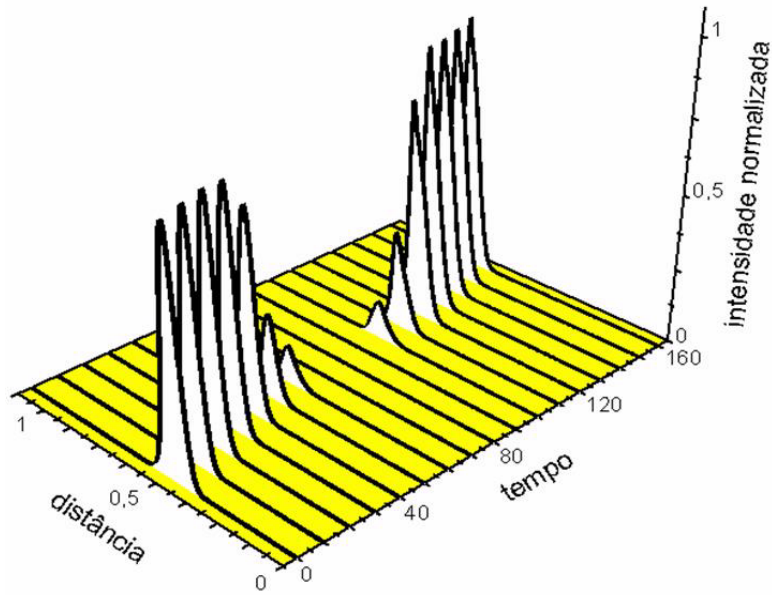


Figura 3.3: Evolução temporal do campo  $\Omega_p$  onde observamos os processos de armazenamento e distribuição definidos pelo campo de controle.

O resultado obtido na figura (3.3), pode ser entendido com mais clareza caso o comparamos com a figura (3.2). Na figura (3.2), o processo de desligar lentamente o campo de controle pode ser verificado entre  $0 < t < 60$ . Já o intervalo  $100 < t < 160$  caracteriza o ato de ligar o campo de controle. Para  $60 < t < 100$  temos o período que corresponde ao tempo em que o campo de prova permaneceu armazenado no meio via coerência atômica. Na figura (3.4) mostramos a coerência atômica, equação (2.6), entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ . Essa coerência é oriunda da energia que o campo de prova transferiu para o sistema atômico devido ao desligamento do campo de controle.

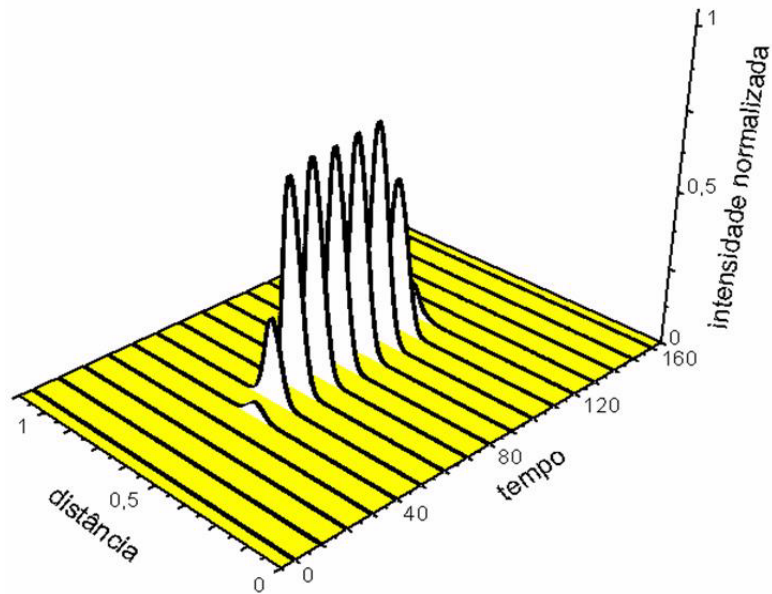


Figura 3.4: Evolução da coerência atômica entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  caracterizando o armazenamento da energia oriunda do campo de prova  $\Omega_p$  no sistema atômico.

O intervalo  $60 < t < 100$  corresponde exatamente ao tempo que o campo de controle ficou desligado, como podemos ver nas figuras (3.2) e (3.4).

A forma do campo, antes e depois do armazenamento é preservada [37], caracterizando a transferência da energia do campo para o sistema atômico e vice-versa [40]. Na figura (3.5) é mostrado o formato do campo de prova em dois tempos distintos:  $t = 0$  e  $t = 160$ . Percebemos claramente que o campo preserva seu formato inicial representado por uma secante hiperbólica.

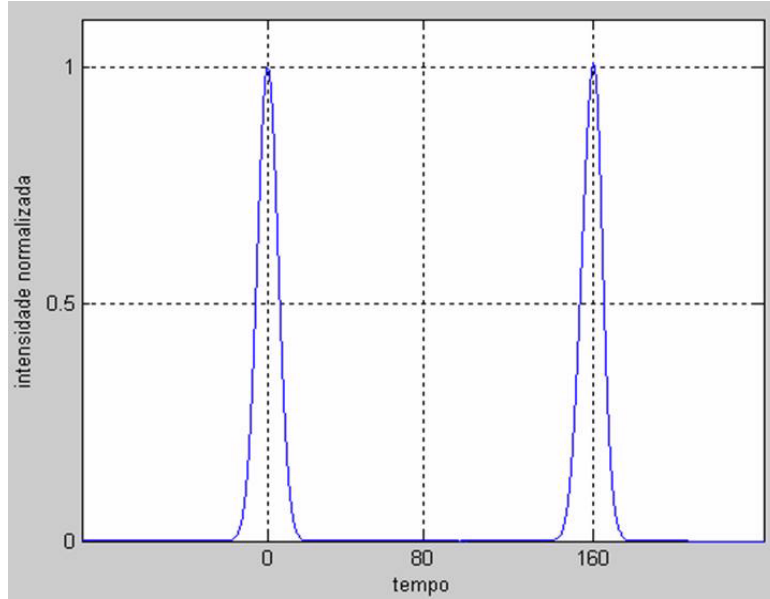


Figura 3.5: Formato do campo de prova  $\Omega_p$  em  $t = 0$  e em  $t = 160$ .

É importante mencionar que embora não estejamos considerando o tempo de vida dos níveis atômicos em nosso modelo existe uma limitação no intervalo de tempo que o campo fica armazenado. Esta limitação é dada pelo tempo de vida da coerência atômica que é relevante para uma implementação experimental.

Uma abordagem alternativa deste problema consiste em fazer um tratamento perturbativo para obtermos a evolução do campo de prova no limite adiabático [37]. Dependendo da situação, a aproximação adiabática não é um requisito obrigatório, porém, seu uso permite um tratamento analítico para o problema.

### 3.3 Conversão de comprimento de onda em um sistema atômico duplo- $\Lambda$

Após analisarmos os resultados da seção anterior, uma questão que surge é com relação a possibilidade de armazenar o campo óptico em um comprimento de onda e distribuí-lo em

outro comprimento de onda diferente. Tal processo de conversão em sistemas atômicos de três níveis tem sido analisado por alguns autores em outros contextos [41] [42]. Nesta seção apresentaremos tal possibilidade em um sistema atômico de quatro níveis, em particular em uma configuração duplo- $\Lambda$  [43].

No sistema atômico do tipo- $\Lambda$  da figura (1.2), adicionaremos um nível de energia  $|4\rangle$ , abaixo do nível  $|3\rangle$ , como mostrado na figura (3.6).

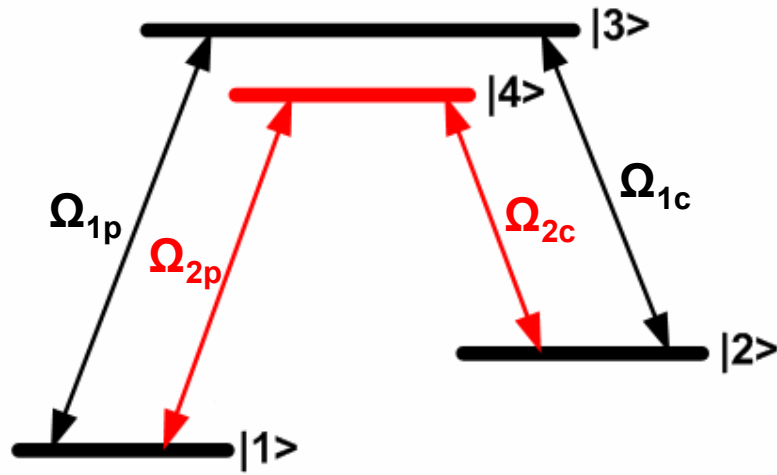


Figura 3.6: Modelo de interação de quatro campos ópticos ressonantes com um sistema atômico de quatro níveis numa configuração duplo- $\Lambda$ .

Nesse caso, investigaremos a dinâmica de propagação na presença de dois campos de prova  $\Omega_{1p}$  e  $\Omega_{2p}$  e dois campos de controle  $\Omega_{1c}$  e  $\Omega_{2c}$ .

Considerando o primeiro esquema  $\Lambda$ , formado pelos níveis  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$ , a condição de ressonância dos campos de prova  $\Omega_{1p}$  e de acoplamento  $\Omega_{1c}$  nas duas transições de dipolo, torna possível o acoplamento dos estados atômicos envolvidos. No segundo esquema  $\Lambda$ , formado pelos níveis  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|4\rangle$ , a condição de ressonância dos campos de prova  $\Omega_{2p}$  e de acoplamento  $\Omega_{2c}$  nas duas transições de dipolo, também permite o acoplamento desses estados atômicos. Sendo assim, cada configuração  $\Lambda$  estará em uma condição de TEI. No entanto, temos uma particularidade essencial entre essas configurações: o

compartilhamento do mesmo estado escuro que é uma superposição coerente dos estados de menor energia, ou seja,  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ .

Para o sistema da figura (3.6) temos o seguinte conjunto de equações de Maxwell-Bloch:

$$\frac{\partial \Omega_{1p}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_{1p}}{\partial t} = i \frac{N \omega_{1p} \mu_{13}}{2 \epsilon_0 c} c_1^* c_3 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \Omega_{2p}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_{2p}}{\partial t} = i \frac{N \omega_{2p} \mu_{23}}{2 \epsilon_0 c} c_2^* c_3 \quad (3.16)$$

$$\dot{c}_1 = i \Omega_{13}^* c_3 + i \Omega_{14}^* c_4 \quad (3.17)$$

$$\dot{c}_2 = i \Omega_{23}^* c_3 + i \Omega_{24}^* c_4 \quad (3.18)$$

$$\dot{c}_3 = i \Omega_{13} c_1 + i \Omega_{23} c_2 \quad (3.19)$$

$$\dot{c}_4 = i \Omega_{14} c_1 + i \Omega_{24} c_2 \quad (3.20)$$

onde  $\omega_{jp}$  é a frequência do campo de prova  $\Omega_{jp}$  com  $j = 1, 2$ . Já  $\Omega_{kl}$  é a frequência de Rabi associada ao campo que acopla os estados  $|k\rangle$  e  $|l\rangle$ , com  $k = 1, 2$  e  $l = 3, 4$ .

Baseado nos resultados da seção anterior, a idéia é transferir a energia do campo de prova  $\Omega_{1p}$  para o sistema atômico. Para isso, basta controlar a evolução temporal do campo de controle  $\Omega_{1c}$ , fazendo com que sua amplitude vá a zero. Sendo assim, esse processo de desligar o campo de controle será dado pela função:

$$\Omega_{1c}(t) = 100 [1 - \tanh(0, 1t - 3, 5)] \quad (3.21)$$

cuja representação gráfica está ilustrada na figura (3.7).

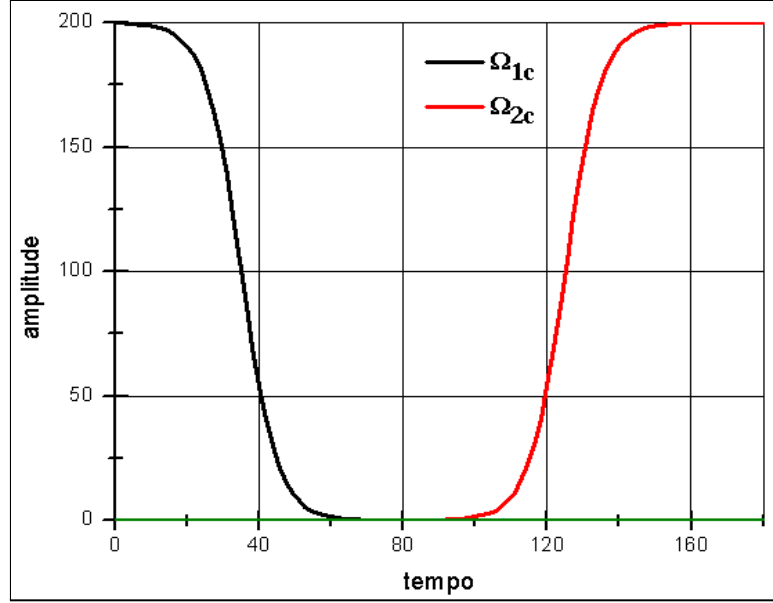


Figura 3.7: Modelo da variação temporal das amplitudes dos campos de controle  $\Omega_{1c}$  e  $\Omega_{2c}$ .

Inicialmente estamos propagando apenas o campo de controle  $\Omega_{1c}$  e o campo de prova  $\Omega_{1p}$ , sendo que esse corresponde a um pulso do tipo secante hiperbólica, ou seja:

$$\Omega_{1p}(t = 0) = \text{sec h} \left( \frac{x}{5} \right) \quad (3.22)$$

Portanto, a outra condição inicial é dada por:

$$\Omega_{2p}(t = 0) = \Omega_{2c}(t = 0) = 0 \quad (3.23)$$

Ligando novamente o campo de controle  $\Omega_{1c}$ , reproduziríamos os resultados da seção anterior. Porém, para obter o processo de conversão de comprimento de onda, após a energia do campo de prova  $\Omega_{1p}$  ter sido armazenada no meio, ligaremos o campo de controle  $\Omega_{2c}$ . Essa processo de ligar posteriormente o campo de controle será dado pela função:

$$\Omega_{2c}(t) = 100 [1 + \tanh(0,1t - 12,5)] \quad (3.24)$$

cujo gráfico está ilustrado na figura (3.7).

As equações diferenciais que regem a evolução temporal dos campos de controle, utilizadas na simulação computacional, são dadas por:

$$\frac{d\Omega_{1c}}{dt} = -10 \sec h^2(0, 1t - 3, 5) \quad (3.25)$$

$$\frac{d\Omega_{2c}}{dt} = 10 \sec h^2(0, 1t - 12, 5) \quad (3.26)$$

De novo iremos considerar a população atômica inicialmente no estado de menor energia, ou seja, no estado  $|1\rangle$ . Por fim, o campo de controle  $\Omega_{1c}$  tem valor inicial  $\Omega_{1c}(t = 0)$ , dado pela equação (3.21). Com as condições iniciais apresentadas, estamos aptos à solucionar numericamente as equações (3.15)-(3.20) e (3.25)-(3.26).

O resultado para a propagação do campo de prova  $\Omega_{1p}$ , representado pela função secante hiperbólica (3.22), é apresentado na figura (3.8). Acompanhando a evolução temporal do campo de controle  $\Omega_{1c}$ , mostrada na figura (3.7), percebemos que à medida que a amplitude diminui, o campo de prova  $\Omega_{1p}$  perde energia, transferindo-a para o sistema atômico. O tempo que o campo de controle permanece desligado determina o tempo que o campo de prova fica armazenado no meio. Esse armazenamento ou transferência de energia gera uma coerência entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ . Esse efeito pode ser visto na figura (3.9).



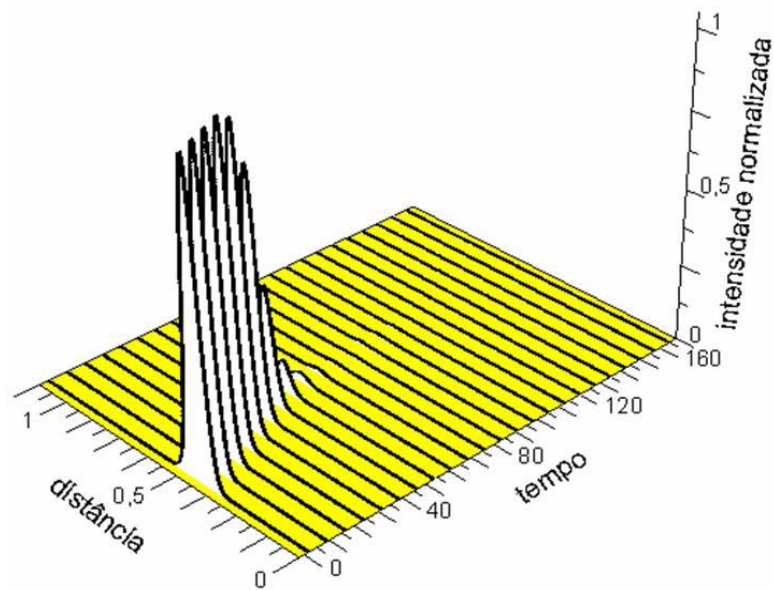


Figura 3.8: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{1p}$  mostrando o processo de armazenamento.

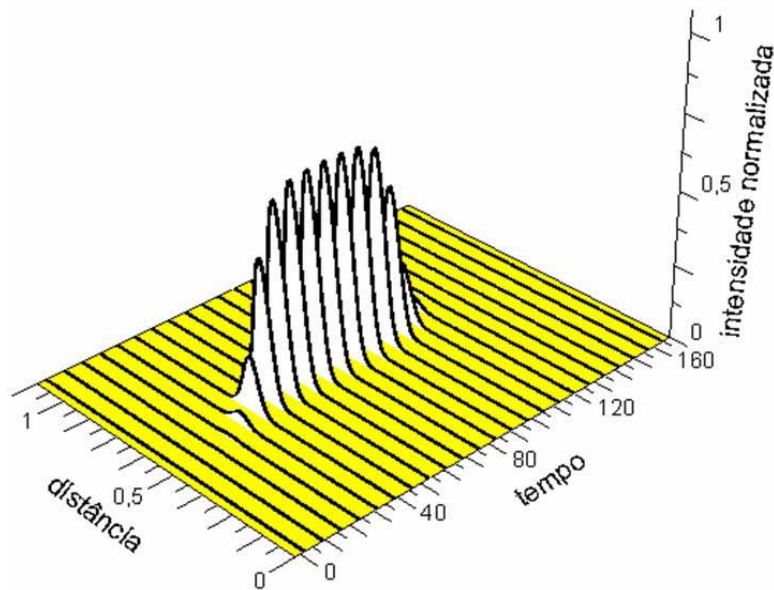


Figura 3.9: Evolução temporal da coerência entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , mostrando a transferência de energia do campo  $\Omega_{1p}$  para o sistema atômico.

Novamente, o tempo de duração da coerência é limitado pelo seu tempo de vida.

O campo de prova  $\Omega_{1p}$  armazenado, pode ser distribuído em um comprimento de onda

diferente do inicialmente associado. Para isso, ligamos lentamente o campo de controle  $\Omega_{2c}$  como podemos ver na figura (3.7). Nossa simulação mostra claramente, figura (3.10), que à medida que a amplitude do campo de controle aumenta surge um campo de prova  $\Omega_{2p}$  cujo comprimento de onda difere do comprimento de onda de  $\Omega_{1p}$ .

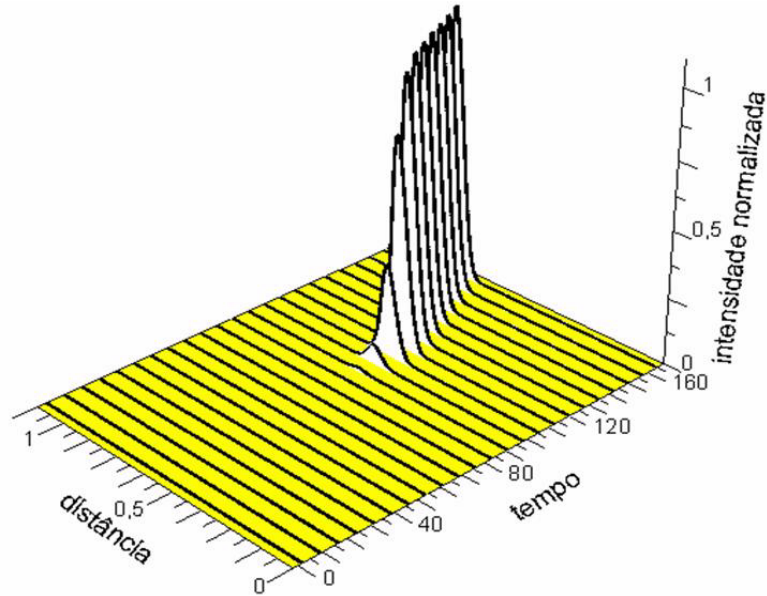


Figura 3.10: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{2p}$  mostrando a distribuição do campo armazenado em um comprimento de onda diferente.

Portanto nossos resultados numéricos mostram que é possível armazenar um campo com um comprimento de onda figura (3.8), transferir a energia desse campo para o sistema atômico criando uma coerência entre os níveis de menor energia, figura (3.9), e distribuir esse campo em um comprimento de onda diferente, figura (3.10). Sendo toda essa dinâmica controlada pela manipulação da amplitude dos campos de controle.

Vejamos agora outros resultados consequentes da manipulação dos campos de controle. Ao invés de ligarmos apenas um dos campos ligaremos ambos  $\Omega_{1c}$  e  $\Omega_{2c}$ . As funções que descrevem o comportamento desses campos são dadas por:

$$\Omega_{1c}(t) = 100 - 50 \tanh(0,1t - 3,5) + 50 \tanh(0,1t - 12,5) \quad (3.27)$$

$$\Omega_{2c}(t) = 100 + 100 \tanh(0,1t - 12,5) \quad (3.28)$$

Na figura (3.11) ilustramos o comportamento graficamente.

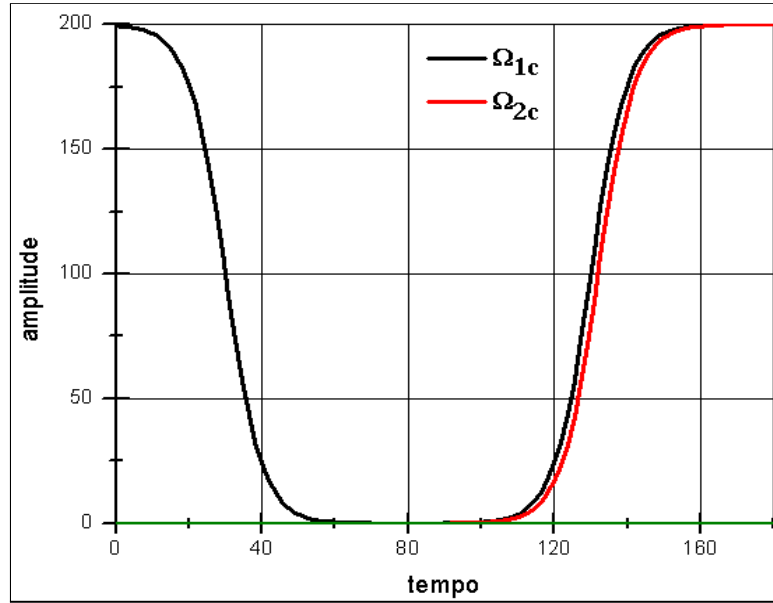


Figura 3.11: Modelo da variação temporal das amplitudes dos campos de controle  $\Omega_{1c}$  e  $\Omega_{2c}$ .

Nossos resultados para a propagação dos campos de prova e da coerência atômica são apresentados nas figuras (3.12), (3.13) e (3.14).

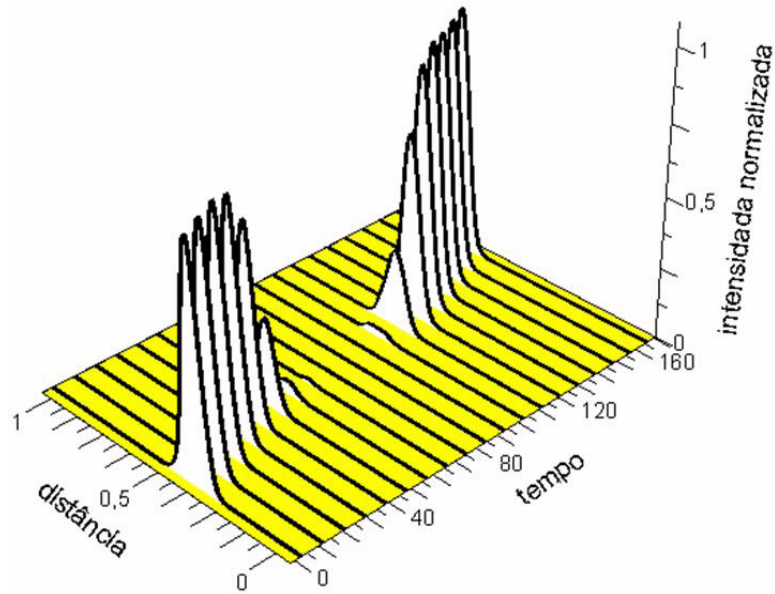


Figura 3.12: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{1p}$  definida pelo campo de controle.

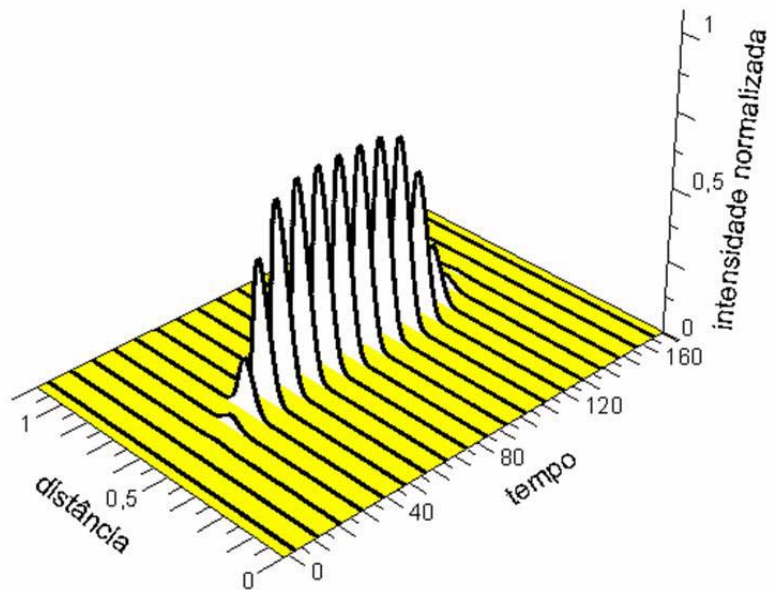


Figura 3.13: Evolução temporal da coerência atômica, mostrando a transferência de energia do campo  $\Omega_{1p}$  para o sistema atômico.

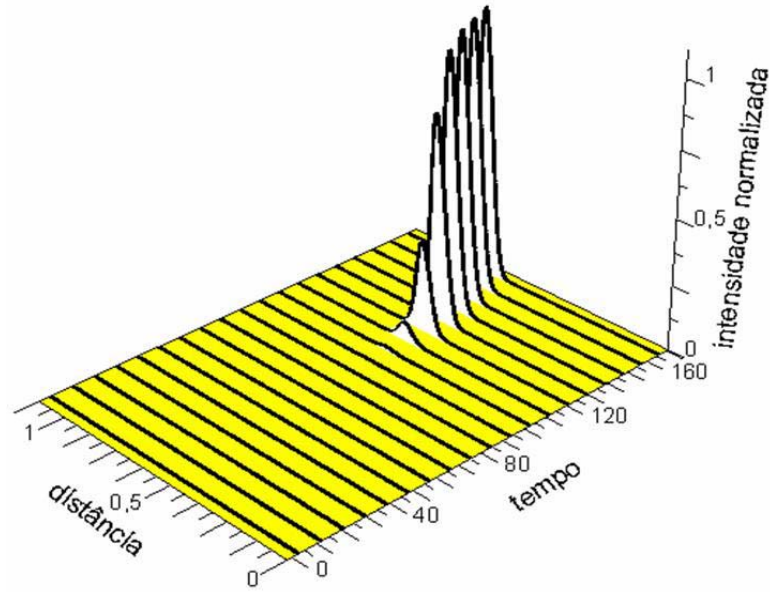


Figura 3.14: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{2p}$ , mostrando a distribuição de  $\Omega_{1p}$  no comprimento de onda referente a transição  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ .

Da figura (3.12), percebemos que para  $0 < t < 80$  corresponde ao intervalo de tempo onde o campo de controle  $\Omega_{1c}$  foi desligado, transferindo a energia do campo de prova  $\Omega_{1p}$  para o sistema atômico, conforme visto na figura (3.13). Para  $t > 80$  iniciamos o processo de ligar novamente o campo de controle  $\Omega_{1c}$ , porém desta vez simultaneamente com  $\Omega_{2c}$ . O resultado é a conversão da energia armazenada no meio para os campos de prova  $\Omega_{1p}$  e  $\Omega_{2p}$ , como podemos ver nas figuras (3.12) e (3.14).

### 3.4 Conversão em múltiplos comprimentos de onda

Baseado nas seções anteriores, estenderemos nosso problema de armazenamento e distribuição de campos ópticos para o caso de uma configuração atômica com um nível de energia adicionado. A figura (3.15) mostra o sistema em questão, denominado sistema triplo- $\Lambda$ .

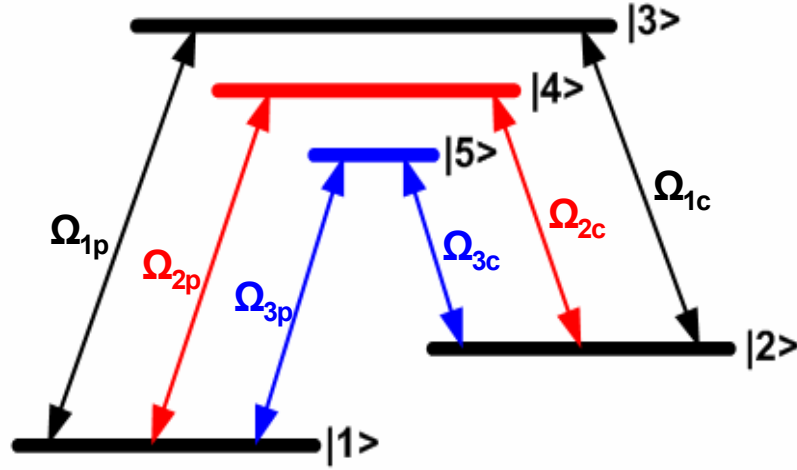


Figura 3.15: Modelo de interação de seis campos ópticos com um sistema de cinco níveis na configuração tripro- $\Lambda$ .

Nesse caso,  $\Omega_{jp}$  são os campos de prova e  $\Omega_{jc}$  são os campos de controle, onde  $j = 1, 2, 3$ .

Para o sistema da figura (3.15) temos o seguinte conjunto de equações de Maxwell-Bloch:

$$\frac{\partial \Omega_{1p}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_{1p}}{\partial t} = i \frac{N \omega_{1p} \mu_{13}}{2 \epsilon_0 c} c_1^* c_3 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \Omega_{2p}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_{2p}}{\partial t} = i \frac{N \omega_{2p} \mu_{14}}{2 \epsilon_0 c} c_1^* c_4 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \Omega_{3p}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_{3p}}{\partial t} = i \frac{N \omega_{3p} \mu_{15}}{2 \epsilon_0 c} c_1^* c_5 \quad (3.31)$$

$$\dot{c}_1 = i \Omega_{13}^* c_3 + i \Omega_{14}^* c_4 + i \Omega_{15}^* c_5 \quad (3.32)$$

$$\dot{c}_2 = i \Omega_{23}^* c_3 + i \Omega_{24}^* c_4 + i \Omega_{25}^* c_5 \quad (3.33)$$

$$\dot{c}_3 = i \Omega_{13} c_1 + i \Omega_{23} c_2 \quad (3.34)$$

$$\dot{c}_4 = i \Omega_{14} c_1 + i \Omega_{24} c_2 \quad (3.35)$$

$$\dot{c}_5 = i \Omega_{15} c_1 + i \Omega_{25} c_2 \quad (3.36)$$

que formam um conjunto de equações diferenciais acopladas. Devido ao grau de com-

plexidade do sistema de equações, resolveremos numericamente o problema. Usando o software FEMLAB como nas seções anteriores, a idéia é desligar o campo de controle  $\Omega_{1c}$  no intuito de armazenar o campo de prova  $\Omega_{1p}$ . Posteriormente, ligaremos simultaneamente os campos de controle  $\Omega_{1c}$ ,  $\Omega_{2c}$  e  $\Omega_{3c}$ . Todo esse processo está representado na figura (3.16).

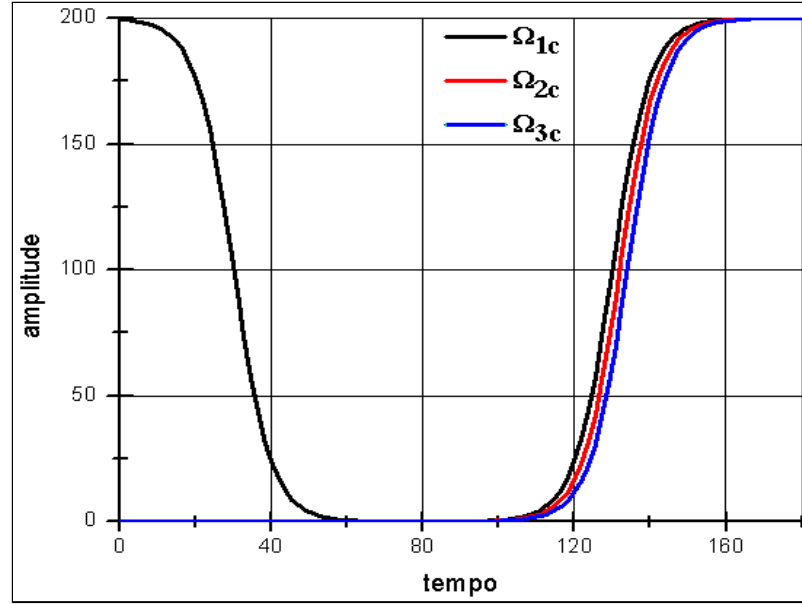


Figura 3.16: Modelo da variação da amplitude dos campos de controle  $\Omega_{1c}$ ,  $\Omega_{2c}$  e  $\Omega_{3c}$ .

As funções para os campos de controle da figura (3.16) são dadas por:

$$\Omega_{1c} = 100 - 50 \tanh(0, 1t - 3, 5) + 50 \tanh(0, 1t - 12, 5) \quad (3.37)$$

$$\Omega_{2c} = \Omega_{3c} = 100 + 100 \tanh(0, 1t - 12, 5) \quad (3.38)$$

Já as equações diferenciais que regem a evolução temporal dos campos de controle, utilizadas na simulação computacional, são dadas por:

$$\frac{d\Omega_{1c}}{dt} = -5 \operatorname{sech}^2(0, 1t - 3, 5) + 5 \operatorname{sech}^2(0, 1t - 12, 5) \quad (3.39)$$

$$\frac{d\Omega_{2c}}{dt} = \frac{d\Omega_{3c}}{dt} = 10 \sec h^2(0, 1t - 12, 5) \quad (3.40)$$

Aqui as condições iniciais são as mesma da seção anterior, ou seja os campos de prova são dados por:

$$\Omega_{1p}(t = 0) = \sec h \left( \frac{x}{5} \right) \quad (3.41)$$

e

$$\Omega_{2p}(t = 0) = \Omega_{3p}(t = 0) = 0 \quad (3.42)$$

enquanto que para os campos de controle temos  $\Omega_{1c}(t = 0)$ ,  $\Omega_{2c}(t = 0)$  e  $\Omega_{3c}(t = 0)$ , dados pelas equações (3.37) e (3.38).

Os resultados obtidos da simulação numérica são mostrados nas figuras (3.17)-(3.20).

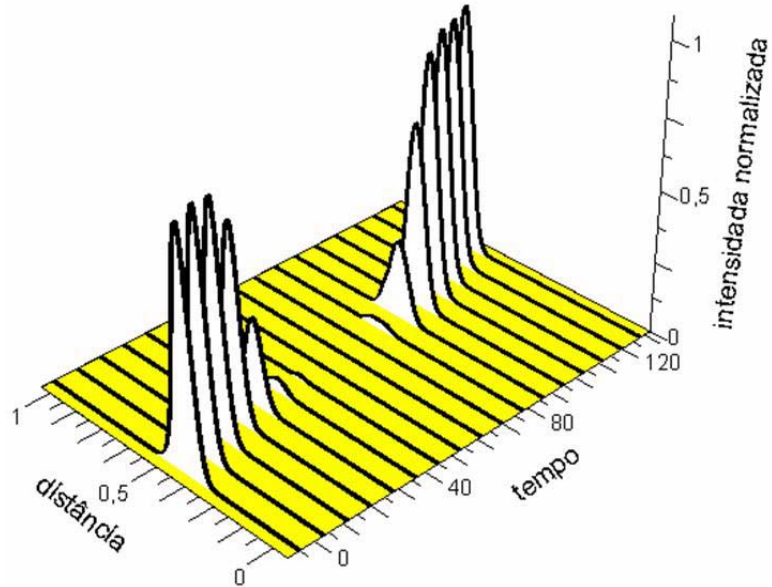


Figura 3.17: Evolução temporal do campo  $\Omega_{1p}$  onde observamos os processos de armazenamento e distribuição do campo definidos pelo campo de controle.

Quando o campo de controle  $\Omega_{1c}$  é gradualmente desligado, figura (3.16), o campo de prova  $\Omega_{1p}$  é convertido em excitações atômicas. Essas excitações atômicas, representada pela coerência entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , pode ser conferida na figura (3.18).



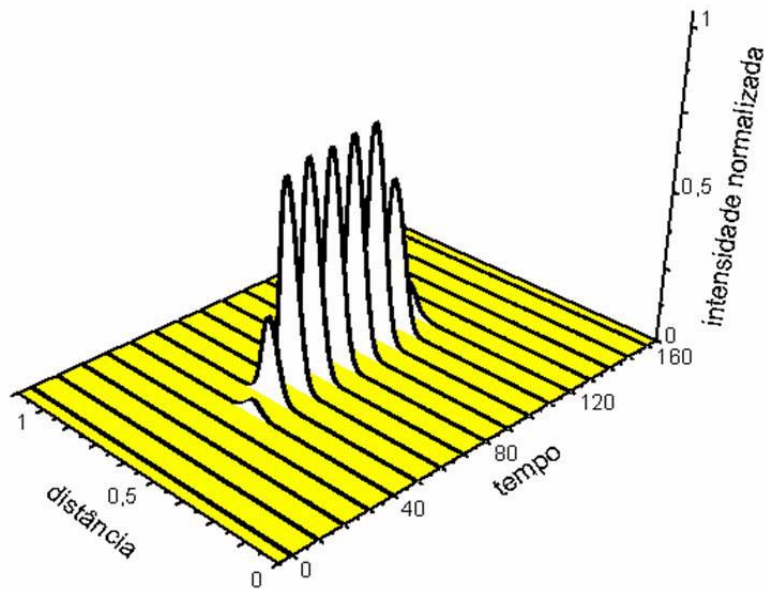


Figura 3.18: Evolução da coerência atômica entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , mostrando a transferência de energia do campo  $\Omega_{1p}$  para o sistema atômico.

Nesse momento as características do campo de prova (formato do pulso, amplitude, largura temporal) é repassada para o meio que as conserva via coerência atômica. Após um certo tempo, o campo de controle é ligado novamente e o processo é revertido, ou seja, as excitações atômicas são convertidas em energia eletromagnética e o campo de prova é regenerado, figura (3.17).

Ao mesmo tempo que ligamos o campo de controle  $\Omega_{1c}$  ligamos os campos de controle  $\Omega_{2c}$  e  $\Omega_{3c}$ . Como resultado, observamos o surgimento dos campos de prova  $\Omega_{2p}$  e  $\Omega_{3p}$ , que inicialmente eram nulos. Esse comportamento está representado nas figuras (3.19) e (3.20).

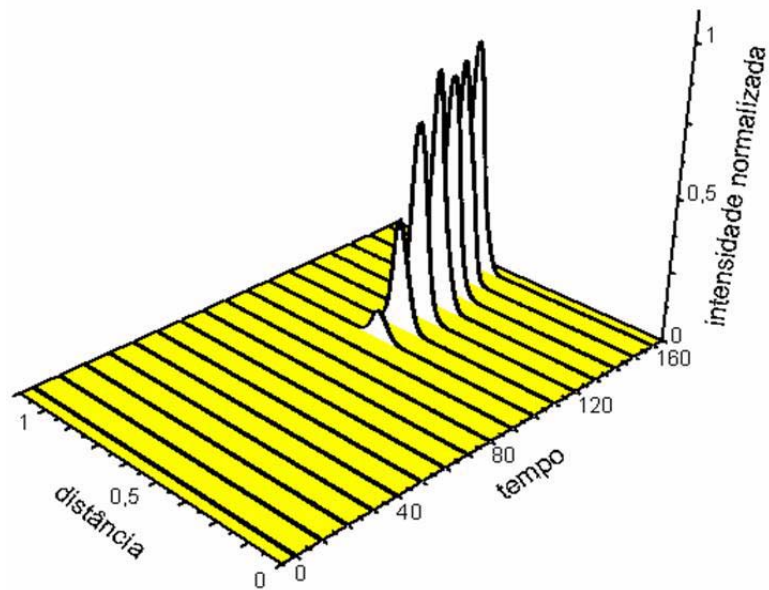


Figura 3.19: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{2p}$ , mostrando a distribuição de  $\Omega_{1p}$  no comprimento de onda referente a transição  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ .

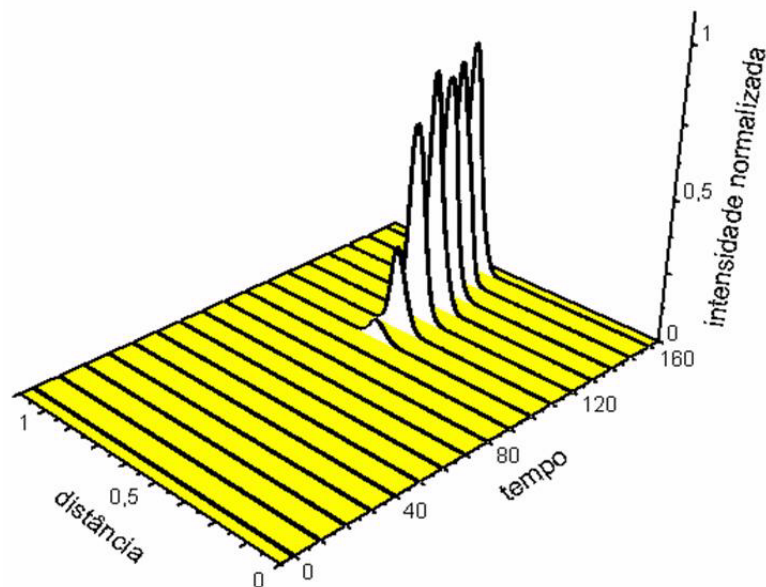


Figura 3.20: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{3p}$ , mostrando a distribuição de  $\Omega_{1p}$  no comprimento de onda referente a transição  $|1\rangle \rightarrow |5\rangle$ .

Ao analisarmos os resultados apresentados nas figuras (3.17)-(3.20) observamos uma relação muito interessante com o processo de parar, armazenar e distribuir um campo

eletromagnético. Inicialmente apenas o campo de prova  $\Omega_{1p}$  e o campo de controle  $\Omega_{1c}$  encontravam-se no meio, sendo este último necessário para a condição de TEI. Após armazenar a energia do campo  $\Omega_{1p}$  no meio atômico, religamos  $\Omega_{1c}$ ,  $\Omega_{2c}$  e  $\Omega_{3c}$  simultaneamente. Como consequência temos o surgimento de três campos de prova  $\Omega_{1p}$ ,  $\Omega_{2p}$  e  $\Omega_{3p}$ , todos com diferentes comprimentos de onda. Isso caracteriza a conversão de um campo de prova com um comprimento de onda para vários outros campos de prova com diferentes comprimentos de onda. Essa dinâmica pode também ser controlada caso desejemos um único comprimento de onda. Para isso, basta selecionarmos o campo de controle correspondente ao campo de prova para um dado sistema  $\Lambda$  específico.

Observando as figuras (3.19) e (3.20) notamos que há uma ligeira oscilação na intensidade dos campos  $\Omega_{2p}$  e  $\Omega_{3p}$ , logo após a transferência de energia. No entanto, essa dinâmica logo é estabilizada e o campo adquire um formato estável. Na figura (3.21) mostramos a propagação do campo de prova  $\Omega_{2p}$  por longas distâncias, comprovando essa característica.

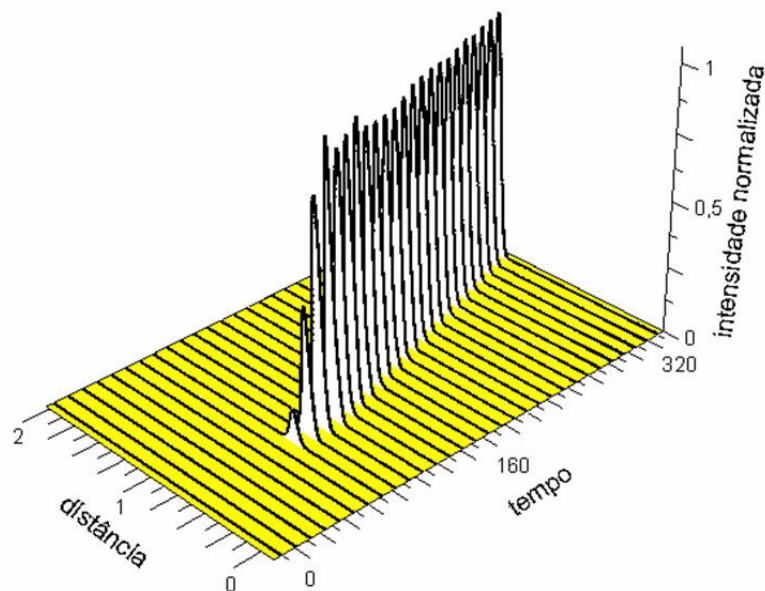


Figura 3.21: Evolução temporal do campo de prova  $\Omega_{2p}$  por longas distâncias mostrando a estabilidade após o processo de conversão.

Fizemos também um estudo do comportamento da população atômica durante o processo de conversão em múltiplos comprimentos de onda. Os resultados para os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  estão mostrados nas figuras (3.22) e (3.23). O que percebemos claramente destes resultados é a preparação de um estado de superposição entre os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , que é responsável pelo surgimento da excitação atômica do meio.

Os resultados para os estados  $|3\rangle$ ,  $|4\rangle$  e  $|5\rangle$  mostram que a população permanece fixa no valor inicial durante a propagação dos campos, como podemos ver na figura (3.24). Esse comportamento é um característico de um meio onde a TEI é observada, ou seja, o aprisionamento da população nos estados de menor energia. Outra observação interessante é que ao final do processo de transferência da energia armazenada no sistema atômico para o campo eletromagnético, a população atômica retorna ao seu estado inicial  $|1\rangle$ . E com isso os campos gerados se propagam por longas distâncias sem sofrer absorção pelo meio.

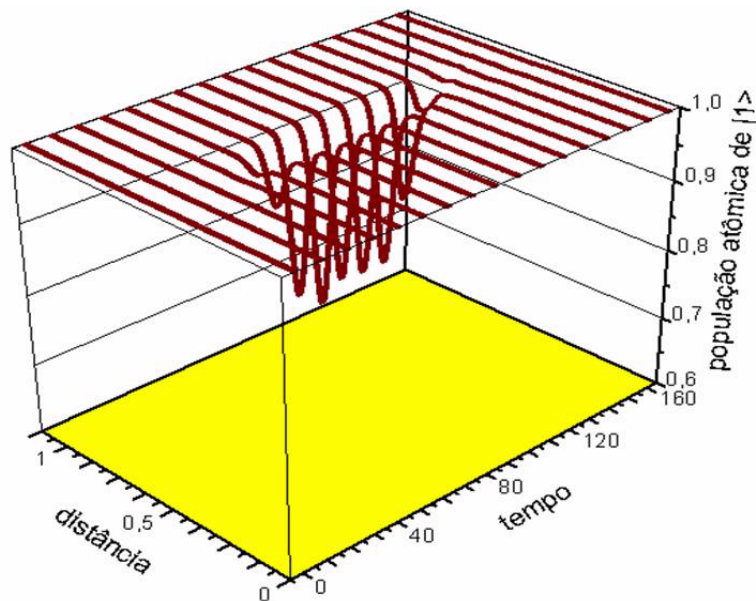


Figura 3.22: Evolução da população atômica no estado  $|1\rangle$ .

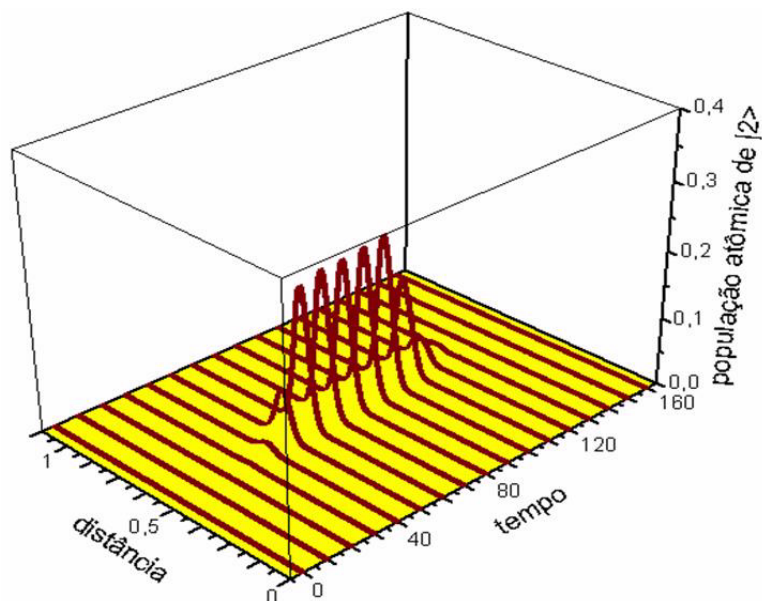


Figura 3.23: Evolução da população atômica no estado  $|2\rangle$ .

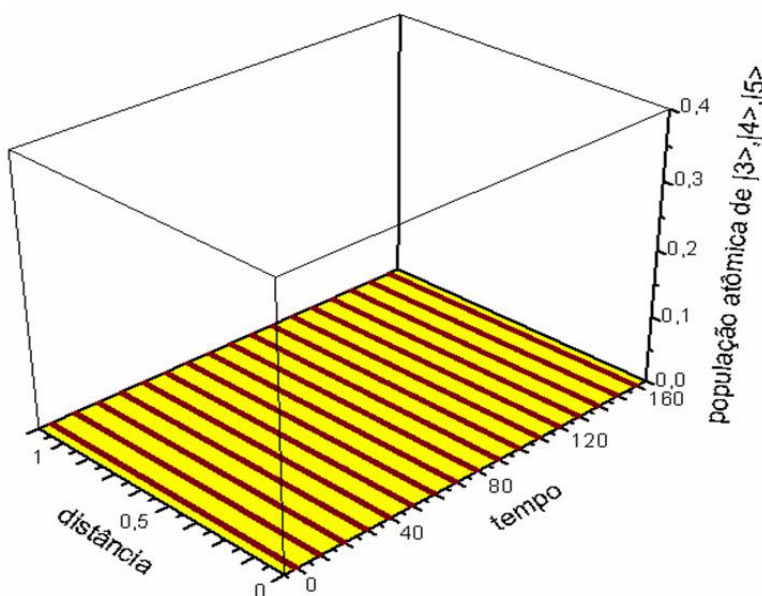


Figura 3.24: Evolução da população atômica nos estados  $|3\rangle$ ,  $|4\rangle$  e  $|5\rangle$ , mostrando que não há população durante a propagação dos campos, ou seja, ocorre apenas transferência de energia do campo  $\Omega_{1p}$  para a coerência atômica entre os níveis  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  no processo de conversão em múltiplos comprimentos de onda.

Como nas seções anteriores, uma limitação muito importante para conseguirmos

realizar a conversão em múltiplos comprimentos de onda é o tempo de vida das excitações atômicas entre os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ . Isso implica que o intervalo de tempo entre desligar e ligar os campos de controle não pode exceder esse tempo de vida, caso contrário os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  irão perder a relação de fase entre eles, levando ao desaparecimento do efeito. Porém isso pode não ser um problema se considerarmos os níveis de menor energia como níveis hiperfinos e fizermos processamentos rápidos nos campos de controle.

Por fim, percebemos que podemos facilmente adicionar mais níveis e campos de controle desde que sejam suportados pelo sistema atômico. Sendo assim, esse esquema pode ser estendido para converter um campo de prova em diversos outros campos com comprimentos de onda diferentes.

### 3.5 Conclusão

Vimos nas seções anteriores que na condição de TEI podemos estender o estudo do sistema atômico tipo- $\Lambda$  interagindo com dois campos para um triplo- $\Lambda$  interagindo com seis campos eletromagnéticos. Sendo um dos objetivos desse trabalho investigar o processo de parar, armazenar e posteriormente distribuir um campo eletromagnético num meio atômico, tomamos como ponto de partida as equações de Maxwell-Bloch e fizemos um estudo numérico das mesmas. Com isso obtivemos resultados relacionados com a conversão de um campo eletromagnético de um comprimento de onda específico em outros comprimentos de onda. Ainda relacionado as nossas investigações, mostramos o comportamento populacional entre os níveis atômicos, confirmando que existe uma dinâmica de transição entre os níveis de menor energia. Quando armazenamos o campo eletromagnético no sistema atômico, criamos uma superposição coerente entre os níveis de menor energia e isso é verificado através da coerência entre os mesmos. Também mostramos que nos estados excitados a população permanece nula, o que mostra o regime de TEI devido

dos campos propagante não promover a transição da população para níveis excitados. Todo esse processo sendo possível por estarmos em um regime de propagação coerente, ou seja, os tempos envolvidos em nosso estudo são menores que os tempos de decaimento dos níveis atômicos. Porém, isso pode não ser um problema se considerarmos os níveis de menor energia como níveis hiperfinos e fizermos processamentos rápidos dos campos de prova.

Analisando nossos resultados numéricos, percebemos que facilmente podemos adicionar mais níveis e campos de controle. Sendo assim, esse esquema pode ser estendido para converter um campo de prova em diversos outros campos com comprimentos de onda diferentes.

# Capítulo 4

## Conclusão geral

Ao longo dessa dissertação apresentamos os fundamentos físicos necessários pra investigarmos a propagação coerente de campos ópticos em sistemas atômicos e, com este conhecimento, entendermos os resultados obtidos neste trabalho.

Começamos considerando a propagação de dois campos em um sistema atômico de três níveis onde, através de um tratamento semiclássico, obtivemos as equações de Maxwell-Bloch que governam a propagação dos campos e a evolução do sistema atômico.

Em seguida, num regime de propagação coerente, apresentamos os efeitos do aprisionamento coerente da população e o da transparência eletromagneticamente induzida. Obtivemos os resultados para esses efeitos pela solução numérica das equações de Maxwell-Bloch.

Por fim, utilizando o efeito da transparência eletromagneticamente induzida, investigamos o armazenamento de campos ópticos em sistemas atômicos de três níveis do tipo- $\Lambda$  e a conversão de comprimento de onda num sistema atômico de quatro níveis do tipo duplo- $\Lambda$ . Com isso propusemos a conversão em múltiplos comprimentos de onda onde mostramos que é possível armazenar um campo óptico em um comprimento de onda e posteriormente liberá-lo em vários campos ópticos com diferentes comprimentos de onda.



# Capítulo 5

## Apêndice

•Resumo do trabalho apresentado na **CLEO/EUROPE 2005**.

•Resumo do trabalho apresentado no **XXIII EFNNE**.

# Bibliografia

- [1] H. R. Gray, R. M. Whitley and C. R. Stroud, *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
- [2] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe and K. Bergmann, *Phys. Rev. A* **40**, 6741(1989).
- [3] S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1033 (1989).
- [4] K. J. Boller, A. Imamoglu and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [5] L V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton and C. H. Behroozi, *Nature* **397**, 594 (1999).
- [6] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi and L. V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
- [7] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair and R. L. Walsworth, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).
- [8] B. S. Ham, M. S. Shahriar and P. R. Hemmer, *Opt. Lett.* **22**, 1138 (1997).
- [9] J. J. Longdell, E. Fraval, M. J. Sellars and N. B. Manson, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 063601-1 (2005).
- [10] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, *Phys. Rev. A* **65**, 022314-1 (2002).
- [11] W. C. R. Nascimento, D. P. Caetano and J. M. Hickmann, *EQEC/CLEO* (2005).
- [12] J. R. Reitz, F. J. Milford e R. W. Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, 3ª edição, Campus, Petrópolis, 1997.

- [13] G. R. Fowles, *Introduction to Modern Optics*, New York: Dover Publications, Inc. (1989).
- [14] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed, New York: Wiley, 1999.
- [15] Y. Wu and X. Yang, Phys. Rev. A **71**, 053806 (2005).
- [16] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison Wesley Longman, Revised edition, 1994.
- [17] D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, Prentice Hall, 1995.
- [18] O. A. Kocharovskaya and Y. I. Khanin, Sov. Phys. JETP Lett. **48**, 630 (1988).
- [19] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi and G. Orriols, Nuovo Cimento B **36**, 5 (1976).
- [20] E. Arimondo, *Progress in Optics*, Ed. E. Wolf, **35**, 257 (1996).
- [21] FEMLAB *Reference Manual*.
- [22] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, 1997.
- [23] J. P. Marangos, J. Mod. Opt. **45**, 471 (1998).
- [24] D. J. Fulton, S. Shepherd, R. R. Moseley, B. D. Sinclair and M. H. Dunn, Phys. Rev. A **52**, 2302 (1995).
- [25] C. Fort, F. S. Caraliotti, T. W. Hansch, M. Inguscio and M. Prevedelli, Opt. Commun. **139**, 31 (1997).
- [26] R. I. Thompson, B. P. Stoicheff, G. Z. Zhang and K. Hakuta, Quantum Optics **6**, 349 (1994).
- [27] J. E. Field, K. H. Hahn and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **67**, 3062 (1991).

- [28] Y. Zhao, C. K. Wu, B. S. Ham, M. K. Kim and E. Award, Phys. Rev. Lett. **79**, 641 (1997).
- [29] S. E. Harris, J. E. Field and A. Kasapi, Phys. Rev. A **46**, R29 (1992).
- [30] David McGloin, PhD thesis, University St. Andrews (2000).
- [31] M. M. Kash, V. A. Santenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Y. Rostovtsev, E. S. Fry and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **82**, 5229 (1999).
- [32] R. Kolesov, Phys. Rev. A **72**, 051801-1 (2005).
- [33] D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester and V. V. Yashchuk, Phys. Rev. Lett. **83**, 1767 (1999).
- [34] U. Leonhardt and P. Piwnicki, Phys. Rev. Lett. **84**, 822 (2000).
- [35] S. E. Harris, Phys. Today **50**, 36 (1997).
- [36] D. Budker et al., *ibid* **83**, 1767 (1999).
- [37] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, Phys. Rev. Lett. **84**, 5094 (2000).
- [38] I. E. Mazets and B. G. Matisov, JETP Lett. **64**, 515 (1996).
- [39] M. D. Lukin, S. F. Yelin and M. Fleischhauer, Phys. Rev. Lett. **84**, 4232 (2000).
- [40] J. Oreg, F. T. Hioe and J. H. Eberly, Phys. Rev. A **29**, 690 (1984).
- [41] G. Vemuri, G. S. Agarwal and K. V. Vasada, Phys. Rev. Lett. **79**, 3889 (1997).
- [42] D. P. Caetano, S. B. Calvancanti and J. M. Hickmann, Phys. Rev. E **65**, 036617 (2002).
- [43] A. Raczynski and J. Zaremba, Opt. Comm. **209**, 149 (2002).