

**UNIVERSIDADE FEDERAL ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

PEDRO PAULO MARTINS DE CARVALHO

Estudo Teórico-Experimental do Dano em Vigas de Concreto

Maceió
2015

PEDRO PAULO MARTINS DE CARVALHO

Estudo Teórico-Experimental do Dano em Vigas de Concreto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Wayne Santos de Assis

Maceió
2015

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade

C331e	<p>Carvalho, Pedro Paulo Martins de. Estudo teórico-experimental do dano em vigas de concreto / Pedro Paulo Martins de Carvalho. – 2015. 156 f.: il.</p> <p>Orientador: Wayne Santos de Assis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Maceió, 2015.</p> <p>Bibliografia: f. 145-151. Anexos: 152-156.</p> <p>1. Vigas de concreto - Danos. 2. Análise dinâmica. 3. Testes estatísticos. I. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 624.012.4</p>
-------	---



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC



ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DO DANO EM VIGAS DE CONCRETO

PEDRO PAULO MARTINS DE CARVALHO

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 21 do mês de outubro do ano de 2015.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wayne Santos de Assis
Orientador – PPGEC/CTEC/UFAL

Prof.ª Dr.ª Aline da Silva Ramos Barboza
PPGEC/CTEC/UFAL

Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein
UNICAMP

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter guiado minha vida pelos melhores caminhos e me ajudando a superar as dificuldades que surgiram.

Agradeço aos meus pais, Antônio José de Carvalho e Ivaneide Martins de Carvalho, a quem forneço toda minha gratidão por me ensinarem a viver e como seguir com força, coragem, respeito e dedicação e por me orientarem sempre nos momentos mais difíceis. Agradeço também a minha irmã Lina Martins de Carvalho pelos momentos em que se fez presente e por me aconselhar em muitas decisões difíceis.

Agradeço a todos os meus familiares, que contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional e que me deram grandes exemplos de vida e que me estimularam a seguir pelo caminho correto.

Agradeço a Adelaide Santos Lima por fazer parte da minha vida e por sua consideração e respeito, inclusive por sua ajuda na realização deste trabalho.

Agradeço a todos os meus amigos, colegas de trabalho e colegas de estudos que estiveram presentes em todas as fases da minha vida e que contribuíram para minha formação e para meu amadurecimento pessoal e profissional.

Agradeço a todos os professores que compõem o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas pelo conhecimento que foi me passado no decorrer da realização do meu curso de mestrado em Engenharia Civil e principalmente por me estimularem a ir em busca do conhecimento e sempre estudar e aprender mais. Agradeço, em especial, ao professor Wayne Santos de Assis, por toda orientação e disponibilidade de tempo para a realização das minhas atividades de pesquisa e para o desenvolvimento desta dissertação de mestrado e aos professores Adeildo Soares Ramos Júnior e Aline da Silva Ramos Barboza por contribuírem com recomendações, fazendo parte da qualificação do trabalho.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio através da concessão de bolsa de Iniciação Científica.

RESUMO

A necessidade de detecção das condições de dano em vigas de concreto vem sendo evidenciada cada vez mais, principalmente no que se diz respeito à meta de obter estruturas com maior durabilidade e facilidade de manutenção. Neste contexto, se insere a necessidade de desenvolvimento de métodos que permitam a avaliação das condições de dano em vigas. O objetivo deste trabalho é estudar métodos de detecção de dano em vigas inicialmente através de uma análise dinâmica e em seguida, com ênfase na resposta estática em termos de rigidez das vigas. Essas abordagens são aplicadas para a viga em condições de dano e vigas no estado íntegro de referência. Este trabalho consiste essencialmente em uma análise experimental, consistindo em ensaios de vigas de concreto, e também de uma análise estatística, para determinar diferenças entre a condição danificada e a condição íntegra das vigas. A análise experimental do trabalho consiste em submeter três lotes de vigas a ensaios de flexão e avaliar a resposta estática com objetivo de detectar indícios de dano. Foi aplicada inicialmente uma análise dinâmica para vigas ensaiadas à flexão por meio da transformada de Fourier aplicada a um sinal de aceleração no domínio do tempo. Porém, para o presente estudo, tal abordagem apresentou resultados que não conduziram a formulação de parâmetros para a detecção de danos. Desta forma, a abordagem principal do trabalho consistiu na detecção de danos a partir da rigidez a flexão por meio de uma abordagem estática. São realizados estudos para os estados anterior e posterior à ruptura e para as condições íntegra e danificada das vigas. Realizando um estudo estatístico sobre os resultados obtidos, foi possível distinguir o estado íntegro e danificado para as vigas ensaiadas.

PALAVRAS-CHAVE: Dano. Análise dinâmica. Testes estatísticos.

ABSTRACT

The need for damage conditions detection in concrete beams is becoming more important. Especially when it concerns the goal of obtaining structures with greater durability and ease of maintenance. In this context, it inserts the need to develop methods for the evaluation of this damage conditions in beams. The objective of this work is to study damage detection methods beams initially through a dynamic analysis and then with greater emphasis on static response in terms of rigidity of the beams. These approaches are applied to the beam in damage conditions and in the healthy state of reference. This work consists essentially of an experimental analysis, consisting of tests of concrete beams, and a statistical analysis to determine differences between the damaged condition and the full condition of the beams. The work of experimental analysis involves subjecting beams in flexural strength and evaluate the static response in order to detect signs of damage. It was initially applied a dynamic analysis tested for flexural beams by means of Fourier transform applied to an acceleration signal in the time domain. However, for this study, results showed that such an approach has not led to the formulation parameters for the detection of damage. Thus, the main work approach consisted in detecting damage from the application of the static response in terms of stiffness of the flexure beams tested. Studies for the states before and after the break and the full and damaged beams of conditions are fulfilled. From a statistical study of the results obtained, it was possible to distinguish the undamaged and damaged states in the tested beams.

Keywords: Damage. Dynamic analysis. Statistical tests.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Três modos de fratura da LEFM: Modo de abertura (a), modo de cisalhamento plano (b) e modo de cisalhamento fora do plano (c).	27
Figura 2 – Modelo de Extensômetro uniaxial.....	32
Figura 3 – Relógio comparador posicionado durante ensaio para medição de deslocamentos.....	33
Figura 4 – Acelerômetro capacitivo uniaxial.	34
Figura 5 - Conversão de sinal periódico contínuo no domínio do tempo (a) para um sinal no domínio de frequência (b).....	39
Figura 6 – Ilustração da aplicação da transformada rápida de Fourier de um sinal no domínio do tempo total (a), o sinal no domínio do tempo discretizado na janela (b) e da frequência no domínio do tempo (c).	40
Figura 7 – Corpo no espaço com as três direções cartesianas (x, y, z).	48
Figura 8 – Ilustração de viga sem carga (a) e sofrendo deflexão (b).	53
Figura 9 – Ilustração da curva de deflexão de uma viga.....	54
Figura 10 – Ilustração do ângulo de rotação.....	54
Figura 11 – Ilustração da viga bi-apoiada com carga concentrada.	57
Figura 12 – Ilustração da viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas de mesma intensidade ao longo do vão.	62
Figura 13 – Ilustração de viga fletida com variáveis para a obtenção da curvatura.	66
Figura 14 – Fluxograma de ilustração do procedimento de aplicação dos testes estatísticos do trabalho.....	81
Figura 15 – Moldes usados na concretagem.....	83
Figura 16 – Ilustração da vista em perspectiva (a, c) e vista lateral (b, d) dos corpos de prova nas diversas situações de dano.	86
Figura 17 – Modelo de posicionamento do carregamento (seta) e dos acelerômetros (retângulos indicados) na superfície da viga (retângulos maiores), para concreto ensaiado de acordo com procedimento do lote I, com distâncias cotadas em centímetros. Vista superior (à esquerda) e corte paralelo ao eixo (à direita).	88

Figura 18 – Modelo de posicionamento do carregamento (seta) na superfície da viga (retângulos maiores), para concreto ensaiado de acordo com procedimento do segundo e do terceiro lotes, com distâncias cotadas em centímetros. Vista superior (à esquerda) e corte paralelo ao eixo (à direita). Fonte: Software AutoCAD® 2007 (adaptado).	88
Figura 19 – Ilustração do equipamento Autograph AG-X, Shimadzu com Kit de testes N°. 346-53888-XX e corpo de prova para ensaio.	89
Figura 20 – Ilustração da viga nas situações indeformada (linha contínua) e deformada (linha tracejada), com ilustração da deflexão no centro do vão.	90
Figura 21 – Ilustração do aparato experimental para a realização do ensaio de flexão em quatro pontos com posicionamento de relógio comparador para medição dos deslocamentos em função do tempo no centro do vão durante o ensaio.....	91
Figura 22 – Ilustração do aparato experimental para o ensaio de flexão em três pontos com os acelerômetros.....	95
Figura 23 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado íntegro, com destaque para força de ruptura.....	98
Figura 24 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado danificado 1 (65%), com destaque para força de ruptura.	98
Figura 25 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado danificado 2 (65%), com destaque para a força de ruptura.	99
Figura 26 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga íntegra do lote I.....	101
Figura 27 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga danificada 1 do lote I.....	101
Figura 28 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga danificada 2 do lote I.....	102
Figura 29 – Diagramas força-deslocamento para os CP-ND do lote II.....	103
Figura 30 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-30 do lote II.....	103
Figura 31 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-60 do lote II.....	104
Figura 32 - Diagramas força-deslocamento para os CP-ND do lote III.	104
Figura 33 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-30 do lote III.....	105
Figura 34 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-60 do lote III.....	105

Figura 35 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os quatro CP íntegros ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	111
Figura 36 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os quatro CP íntegros ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	111
Figura 37 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-30 ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	112
Figura 38 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-30 ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	112
Figura 39 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-60 ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	113
Figura 40 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-60 ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).....	113
Figura 41 – Valores médios de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 ensaiados do lote II.	114
Figura 42 – Valores médios de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 ensaiados do lote III.	114
Figura 43 – Ilustração gráfica do teste de normalidade aplicado nos resultados de rigidez para a viga íntegra no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura.	121
Figura 44 – Ilustração gráfica do teste de normalidade dos resultados de rigidez para a viga danificada 1 no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura. ..	123
Figura 45 – Ilustração gráfica do teste de normalidade dos resultados de rigidez para a viga danificada 2 no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura. ..	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Funções trigonométricas para a composição da série de Fourier.....	37
Tabela 2 – Especificações para a fibra de aço a ser utilizada no concreto do primeiro lote do experimento.	83
Tabela 3 – Traços em massa a serem utilizados nos concretos.	84
Tabela 4 – Especificações para a betoneira utilizada no trabalho.	84
Tabela 5 – Número de corpos de prova para as diferentes condições de dano em cada lote estudado.....	87
Tabela 6 – Frequências naturais antes e após a ruína para o lote 1 de CP ensaiado.....	97
Tabela 7 – Valores de rigidez registrados em três instantes anteriores a ruptura e em outros três após a mesma, para as vigas ensaiadas.	100
Tabela 8 – Módulo de elasticidade através de ensaio e através da estimativa de rigidez e resistência a compressão axial através de ensaio.	106
Tabela 9 – Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-ND do lote II.....	107
Tabela 10 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-30 do lote II.	108
Tabela 11 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-60 do lote II.	108
Tabela 12 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-ND do lote III.....	109
Tabela 13 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-30 do lote III.	110
Tabela 14 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-60 do lote III.	110
Tabela 15 – Valores da variação de frequências naturais (Hz) para cada acelerômetro em cada viga ensaiada.	116
Tabela 16 - Valores da variação percentual de frequências naturais para cada acelerômetro em cada viga ensaiada comparando-se as situações anterior e posterior à ruptura.....	116

Tabela 17 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga íntegra e para três instantes posteriores	120
Tabela 18 – Resultado da estatística e do P-valor aplicada nos resultados de rigidez para a viga íntegra, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk.....	120
Tabela 19 – Grau de significância, graus de liberdade, valores calculado e crítico para a estatística F, e o valor calculado para a estatística t aplicada nos resultados de rigidez e o valor crítico tabelado do teste.....	121
Tabela 20 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga danificada 1 e para três instantes posteriores	122
Tabela 21 – Resultado da estatística e do P-valor para a viga danificada 1, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk avaliando a rigidez.	122
Tabela 22 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valor calculado para a estatística t aplicada nos resultados de rigidez e o valor e o valor crítico tabelado do teste.....	123
Tabela 23 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga danificada 2 e para três instantes posteriores.	124
Tabela 24 – Resultado da estatística e do P-valor para a viga danificada 2, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk avaliando a rigidez.	124
Tabela 25 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valor calculado para a estatística t aplicada aos resultados de rigidez e o valor crítico tabelado do teste.....	125
Tabela 26 – Valores de rigidez medidos instantes antes da ruptura para as vigas íntegra, e danificadas.	126
Tabela 27 – Valores de rigidez selecionados para a análise (Viga íntegra X Viga danificada).	126
Tabela 28 – Resultado da estatística e do P-valor para as condições íntegra e danificada, através do teste de Shapiro-Wilk, avaliando a rigidez.....	126
Tabela 29 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez.	127
Tabela 30 – Valores de rigidez para os CP 1 e 2 do lote II em função do instante do início do ensaio.	129

Tabela 31 – Valores de rigidez para os CP 3 e 4 do lote II em função do instante do início do ensaio.	130
Tabela 32 – Valores de rigidez para os CP 1 (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) do lote III em função do instante do início do ensaio.	131
Tabela 33 – Valores de rigidez para os CP 2 do lote III (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) em função do instante do início do ensaio.	132
Tabela 34 – Valores de rigidez para os CP 3 do lote III (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) em função do instante do início do ensaio.	133
Tabela 35 – Valores de rigidez para o CP 4 (CP-ND) do lote III em função do instante do início do ensaio.	134
Tabela 36 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND e CP-CD do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.....	134
Tabela 37 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND e CP-CD do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.....	135
Tabela 38 – P-valor e Estatística do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD do lote II, considerando todos os valores de rigidez.	135
Tabela 39 – P-valor e Estatística do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD do lote III, considerando todos os valores de rigidez.	135
Tabela 40 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.	135
Tabela 41 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.	136
Tabela 42 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, considerando todos os valores de rigidez.	136
Tabela 43 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.	136

Tabela 44 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez para os grupos do lote II: CP-ND e CP-CD-60.	137
Tabela 45 – Valores de rigidez para os CP do lote II em função do instante do início do ensaio para os instantes 90, 120, 150 e 180 s.	138
Tabela 46 – Valores de rigidez para os CP do lote III em função do instante do início do ensaio para os instantes 90, 120, 150 e 180 s.	139
Tabela 47 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para os valores de rigidez nos instantes 90, 120 e 150 s.	139
Tabela 48 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para os valores de rigidez nos instantes 90, 120 e 150 s.	139
Tabela 49 – Estatística do teste de Bartlett, graus de liberdade, e P-valor para o nível de significância adotado. Foram analisados os resultados de rigidez dos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote II em instantes discretos (90 s, 120 s, 150 s e 180 s) ao longo do ensaio.	140
Tabela 50 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez para os grupos do lote III: CP-CD-30 e CP-CD-60.	140
Tabela 51 – Constatação de diferenças de médias e P-valor através do Teste de Tukey para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, considerando todos os valores de rigidez.	141
Tabela 52 – Constatação de diferenças de médias e P-valor através do Teste de Tukey para os grupos CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.	141
Tabela 53 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD-30; e CP-ND e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.	141

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT:	Associação Brasileira de Normas técnicas.
CP:	Corpo de Prova.
CP-CD:	Corpo de Prova na condição danificada.
CP-ND:	Corpo de Prova na condição não danificada.
CP-CD-30:	Corpo de Prova na condição danificada em 3 cm.
CP-CD-60:	Corpo de Prova na condição danificada em 6 cm.
DDND:	Detecção de Dano Não-Destrutivas.
DSM:	Damage Signature Matching.
DMS:	Diferença Mínima Significativa.
EMD:	Método Empírico de decomposição
EMI:	Impedância Eletromecânica.
FMI:	Funções do Modo Intrínsecas.
FFT:	Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier).
FI:	Cauda Inferior.
FRF:	Função Resposta em Frequência.
FS:	Cauda Superior.
FWER:	Taxa de Erro da Família dos Testes.
GPS:	Global Positioning System.

HHT:	Hilbert-Huang Transform.
HSD:	Honestly Significant Difference.
HT:	Hilbert Transform.
IDDM:	Interpolation Damage Detecting Method.
LEMA:	Laboratório de Estruturas e Materiais.
LVDT:	Linear Variable Differential Transformer.
MDS:	Measured Damage Signatures.
MEF:	Método dos Elementos Finitos.
MLP:	MultiLayer Perception.
MPa:	Mega Pascal.
MSCM:	Modal Shape Curvature Method.
NBR:	Norma Brasileira Registrada.
PDS:	Predicted Damage Signatures.
PZT:	Titanato Zirconato de Chumbo.
RBNN:	Radial Basis Neural Network.
RNAs:	Redes Neurais Artificiais.
RMSD:	Desvio do valor quadrático médio.
SHM:	Structural Health Monitoring.
UFAL:	Universidade Federal de Alagoas.
WSD:	Wholly Significant Difference.

LISTA DE SÍMBOLOS

l	Comprimento característico
E	Módulo de elasticidade longitudinal
G	Módulo de elasticidade transversal
σ	Tensão
F	Força
F_x, F_y, F_z	Componentes de força nas direções x , y e z respectivamente
M_x, M_y, M_z	Componentes de momento nas direções x , y e z respectivamente
m	Massa do corpo considerado
n	Número de graus de liberdade
μ	Média dos valores
L	Comprimento da viga
a_0, a_1, a_2, b_1, b_2	Coefficientes de série
a_0, a_n, b_n	Coefficientes da série de Fourier
T	Período de uma função periódica
$x(t)$	Sinal de uma função periódica em função do tempo
α_0, α_n, b_n	Coefficientes da transformada de Fourier
$X(\omega)$	Transformada de Fourier, ou Espectro de Fourier de um sinal $x(t)$

θ	Ângulo de rotação
v	Deflexão da viga
ρ	Raio de curvatura
κ	Curvatura
M	Momento fletor da viga
I	Momento de inércia da área da seção transversal em relação à linha neutra
V	Força de cisalhamento
qd	Intensidade de um carregamento suposto uniformemente distribuído
a	Distância entre a carga esquerda e o apoio esquerdo de uma viga bi-apoiada com duas cargas concentradas ao longo do vão
b	Distância entre a carga direita e o apoio direito de uma viga bi-apoiada com duas cargas concentradas ao longo do vão
$K_1, K_2, K_3,$ K_4	Constantes de integração
$\frac{dv}{dx}$	Inclinação da viga, ou primeira derivada da deflexão
δ	Deflexão da viga no centro do vão
H_0	Hipótese nula
H_1	Hipótese alternativa
τ_j	Efeito do tratamento (desconhecido) para uma população j
F_1, F_2, \dots, F_k	Funções de distribuição
H	Estatística do teste de Kruskal-Wallis

$X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jn}$	Variáveis aleatórias
r_{ij}	Posto da variável aleatória X_{ij}
R_i	Posto médio das observações
$P - valor$	p-valor (nível descritivo do teste)
α	Nível de confiança do teste
dif	Diferença mínima significativa
q	Amplitude total studentizada
$QMRes$	Quadrado médio do resíduo
W	Estatística do teste de Shapiro-Wilk
S	Desvio padrão
S^2	Variância
F	Estatística do teste F
\bar{X}	Média amostral
t_{cal}	Valor calculado da estatística de teste t
F_{cal}	Valor calculado da estatística de teste F
$t_{crítico}$	Valor crítico da estatística de teste t
$F_{crítico}$	Valor crítico da estatística de teste F

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Justificativa.....	24
1.2	Objetivos	25
2	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DANO ESTRUTURAL E SUA DETECÇÃO	26
2.1	O Processo de Danificação e Fratura	26
2.2	Teoria do Dano Concentrado.....	27
2.3	Sistemas de Monitoramento de Estruturas	29
2.3.1	Sensores e Transdutores	30
2.3.2	Acelerômetros	33
2.3.3	Aquisição de Dados	34
2.4	Introdução aos Métodos de Detecção de Dano.....	35
2.5	Análise de Fourier.....	36
2.6	Métodos Dinâmicos de Detecção de Danos	40
2.7	Métodos Estáticos de Detecção de Danos	46
2.8	Deflexão de Vigas	53
2.8.1	Flexão em Três Pontos	57
2.8.2	Flexão em Quatro Pontos.....	62
3	TESTES ESTATÍSTICOS	69
3.1	Teste de Shapiro-Wilk.....	69
3.2	Teste de Bartlett	70
3.3	Teste F	71
3.4	Teste de Kruskal-Wallis.....	72

3.5	Teste de Tukey	75
3.6	Teste T de Student	77
3.7	Roteiro para a Aplicação dos Testes Estatísticos	79
4	METODOLOGIA	82
4.1	Etapa Experimental	82
4.1.1	Moldes dos Corpos de prova.....	82
4.1.2	Caracterização do Traço e dos Materiais do Concreto	83
4.1.3	Procedimento de Concretagem Empregado	84
4.1.4	Introdução de Dano nos Corpos de Prova da Condição Danificada	85
4.1.5	Aquisição de Frequências Naturais.....	87
4.1.6	Ensaio de Flexão	89
4.2	Análise de Dados	92
4.2.1	Análise de Variação de Frequências Naturais	92
4.2.2	Análise de Variação de Rigidez	92
4.2.3	Análise Estatística	93
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	94
5.1	Resultados de Aceleração	94
5.2	Análise dos Resultados de Frequências Naturais a Partir das Acelerações .	95
5.3	Resultados Obtidos pela Prova de Carga	97
5.3.1	Curva Força-Deslocamento e Rigidez Estimada para o Lote I	97
5.3.1	Curva Força-Deslocamento e Rigidez Estimada para os Lotes II e III	102
5.4	Discussão dos Resultados	115
5.4.1	Discussão dos Resultados de Frequências Naturais	115
5.4.2	Constatação da Necessidade de Aplicar Testes Estatísticos	118
5.4.3	Análise dos Resultados de Rigidez (Antes e Após a Ruptura) por meio dos Testes Estatísticos para os CP do Lote I	119

5.4.4	Análise dos Resultados de Rigidez (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP do Lote I	125
5.4.5	Análise dos Resultados de Rigidez Considerando Todos os Valores do Ensaio (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP dos Lotes II e III	127
5.4.6	Análise dos Resultados de Rigidez em Instantes Discretos do Ensaio (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP dos Lotes II e III	137
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	142
6.1	Considerações para os Resultados de Frequências	142
6.2	Considerações para os Resultados de Variação de Rigidez	143
6.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	144
	REFERÊNCIAS	145
	ANEXOS.....	152
	ANEXO A - Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, em nível de 5% de probabilidade. I =número de tratamentos, $GLRES$ = número de graus de liberdade do resíduo. Fonte: Anjos (2009). Adaptado.	152
	ANEXO B - Valores críticos para a estatística do teste F para o número de graus de liberdade do numerador (u), número de graus de liberdade do denominador (v), para nível de significância de 5%. Fonte: Anjos (2009). Adaptado.....	153
	ANEXO C - Valores Críticos da estatística W em função do nível de significância e do número de amostras para o teste de Shapiro-Wilk. Fonte: Portal Action (2015). Adaptado.....	154
	ANEXO D - Valores críticos tabelados de acordo com o número de graus de liberdade (gl) e com um dado grau de significância (α) para o teste t de Student. Fonte: Guimarães (2008). adaptado.....	155

ANEXO E - Valores críticos para o teste de Kruskal-Wallis. Fonte: Guimarães (2008). Adaptado.....	156
--	-----

1 INTRODUÇÃO

A capacidade de quantificar ações que provocam alterações em uma estrutura como variação de temperatura, atuação de esforços externos, ação do vento e retração através de equipamentos de medição já são bastante conhecidos pela comunidade científica. Porém, ainda existe uma grande necessidade de aperfeiçoamento de métodos e descoberta de novos parâmetros para identificar, com certo nível de precisão computacional e a partir da análise experimental, a variação da integridade que a estrutura apresenta quando sujeita a essas ações.

Neste contexto, existe uma área da engenharia estrutural, que é denominado pela literatura como monitoramento de estruturas. Esta área se destina ao estudo de métodos para a identificação do nível de alteração estrutural. Estes métodos se baseiam de maneira geral na utilização de equipamentos de laboratório devidamente calibrados com dispositivos para a realização de leitura da resposta mecânica da estrutura, quando esta está sujeita a atuação de determinada ação externa.

No entanto, existe uma variável de natureza complexa, e que está mais diretamente associada ao estado da estrutura no que diz respeito a sua integridade: o dano estrutural. De acordo com Carrilo (2004), o dano pode ser definido, em termos gerais, como as variações introduzidas em um sistema, que afetam adversamente seu atual ou futuro desempenho. Implícito nesta definição está o conceito de que dano não tem significado sem uma comparação entre dois diferentes estados do sistema, um dos quais é assumido como o inicial e quase sempre é o estado não danificado. Sob outro ponto de vista, o dano pode ser entendido como uma degeneração estrutural que resulta em perda parcial de rigidez de um ou vários elementos da estrutura. Boa parte dos trabalhos presentes na literatura tratam de determinar com precisão a posição geométrica do dano na estrutura e a partir desta, realizar estudos de comparação do um estado anterior, denominado não danificado.

Aragão Filho (2000) conceitua dano como um resultado de mudanças nas propriedades físicas da estrutura, e por conseguinte em suas características dinâmicas. Em termos mais gerais, o dano pode ser definido como alterações introduzidas num sistema (natural ou

alterado pelo homem), intencionalmente ou não, que afetam negativamente o desempenho atual ou futuro desse sistema (Farrar, 2013).

Para Figueiredo (2010), o processo de implementação de uma estratégia de detecção de danos para a indústria aeroespacial, civil e de infraestrutura mecânica em geral, é abordado como um método de monitoramento estrutural, e neste contexto, o dano pode ser definido como o conjunto de alterações e/ou propriedades geométricas do material, incluindo alterações nas condições de contorno e conectividade do sistema, que afetam negativamente o desempenho atual ou futuro do sistema. Nesta definição, se insere a comparação de estados inicial (denominado de estado não danificado) e final (denominado de estado danificado). Este último ocorre após o desgaste natural da estrutura ou após ser induzida uma alteração de integridade com finalidade experimental.

A identificação do dano em estruturas, bem como o grau de intensidade que este se encontra, fornece importantes vantagens no projeto e execução de estruturas de obras civis. Uma vantagem é a capacidade de melhor identificar quando são necessárias intervenções na estrutura para que desta forma se possa realizar convenientemente a manutenção na mesma.

Existem diversificados métodos de detecção de dano. Os métodos clássicos se baseiam em análise visual obtida experimentalmente. Esses métodos são assim denominados por consistirem em experimentação com aplicação de ondas, campo magnético ou similar e em interpretação de resultados a partir de observação visual. Dentre os principais, podem ser citados os métodos de ultrassom, métodos de campo magnético, raios x, e métodos de campo térmico. Estes métodos estão sujeitos a determinadas limitações, como a necessidade de se conhecer previamente as redondezas da região que está submetida à análise, bem como a facilidade que o dispositivo utilizado apresenta para acessar esta região (Carrilo, 2004). Existem também métodos capazes de examinar alterações estruturais causadas por excitações iniciais aplicadas à estrutura que provocam um estado de vibração, deformação, variação de temperatura ou outros. Essas alterações são identificadas através da comparação de um estado inicial que a estrutura apresenta (estado sadio) com o estado que a estrutura apresenta após algum fator externo provocar alteração desse estado (como condições de agressividade ambiental, aplicação de carregamento externo, entre outros).

Dessa forma a estrutura encontra-se no denominado estado danificado. Nesse estado pode ser constatada modificação da matriz do material, com a possibilidade da ocorrência de fissuras. O conjunto desses métodos é classificado como detecção de dano não-destrutivas (DDND). Segundo Carrilo (2004), dentre esses métodos, podem ser citados:

- Análise de frequência e formas modais;
- Análise das curvaturas das formas modais;
- Método de ajuste de matriz ou de ajuste de modelos;
- Métodos baseados na flexibilidade medida dinamicamente;
- Métodos não lineares.

Podem ser coletadas diferentes informações a respeito do dano em uma estrutura. Segundo Rytter (1993), as principais informações são as seguintes:

- Constatação da existência do dano: Isto é, constatar se de fato o dano existe ou não.
- Localização do dano: Encontrar a posição do dano em uma estrutura. Nem todos os métodos eficazes para a detecção da presença do dano são eficazes para localizar o dano na estrutura.
- Severidade do dano: É importante estipular a intensidade do dano na estrutura, pois quanto maior esta intensidade, maior poderá ser o impacto refletido na resposta apresentada pela estrutura.
- Previsão de vida útil remanescente: Consiste em realizar uma estimativa da vida útil restante na estrutura após a incidência do dano, a partir das outras informações citadas.

Dentre essas diversas etapas, o presente trabalho busca focar na etapa de constatação da existência do dano.

1.1 Justificativa

As estruturas utilizadas em construção civil devem ser adequadamente dimensionadas e seu material constituinte, adequadamente selecionado de maneira a proporcionar a integridade estrutural suficiente a esses elementos durante sua vida útil prevista em projeto. Sendo assim, a utilização de sistemas cada vez mais eficientes de detecção do dano em estruturas poderia contribuir no sentido de possibilitar uma melhor programação dos processos de manutenção de edificações, minimizando os custos envolvidos nesses processos e proporcionando edificações com vida útil ampliada.

Neste contexto, se insere a necessidade do desenvolvimento de trabalhos que investiguem métodos para detecção de dano. Diversas literaturas sobre o tema (como por exemplo: Carrilo, 2004 e Figueiredo, 2006), forneceram contribuições para a detecção de dano a partir da resposta dinâmica da estrutura, e para a descrição de metodologias e análise de viabilidade de um sistema de monitoração. Existem ainda literaturas que abordam investigação do dano por meio de análise experimental e fazem a comparação com os resultados fornecidos por um algoritmo numérico (Figueiredo, 2009).

Apesar da variabilidade dos métodos de detecção de dano em estruturas já estudados, ainda existem barreiras para a utilização de um sistema de monitoramento capaz de realizar a estimativa da presença, localização e intensidade do dano em estruturas com eficiência. As barreiras estão associadas a diversos fatores: como o alto custo associado a sistemas de monitoramento, a necessidade de aprimoramento e a dificuldade de implementação dos métodos.

A necessidade crescente de maior qualidade das edificações está cada vez mais associada à capacidade de se detectar com eficiência o estado da estrutura no que diz respeito à condição de dano. Sendo assim, é considerado como justificável o desenvolvimento de um trabalho neste tema. Visto que um número maior de literaturas desenvolvidas proporciona o aprimoramento de métodos de obtenção de informações sobre o dano em uma estrutura, bem como o desenvolvimento de métodos já existentes.

Neste contexto, este trabalho busca fornecer uma contribuição aos métodos de detecção de dano, realizando um trabalho experimental e estatístico em vigas de concreto submetidas a um ensaio de flexão.

1.2 Objetivos

Este trabalho visa realizar um estudo teórico-experimental a respeito de métodos de detecção de dano, aplicados a corpos de prova prismáticos de concreto.

Inicialmente, o trabalho buscou detectar danos por meio da análise dinâmica. Entretanto, a análise dos resultados indicou importantes limitações da técnica, no contexto da detecção da danificação. Assim, visto que o método inicialmente proposto não atendeu às expectativas, foi empregada a análise estática para a detecção de danos.

Com este trabalho, buscou-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar modelos teórico-experimentais disponíveis na literatura e destinados à análise do dano presente em estruturas;
- Aplicar métodos experimentais e teóricos para análise de danos em vigas;
- Analisar estaticamente vigas ensaiadas à flexão, utilizando a rigidez à flexão como parâmetro para verificar indícios da existência do dano através da comparação dos estados íntegro e danificado, bem como do anterior e posterior à ruptura;
- Aplicar análise estatística para avaliar a eficiência dos resultados, no que diz respeito à tentativa de formulação de um parâmetro para a de detecção de dano.

2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DANO ESTRUTURAL E SUA DETECÇÃO

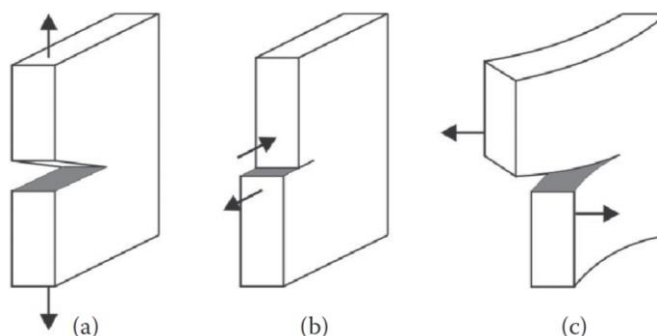
Para a realização do presente trabalho, foi necessário realizar um estudo sobre o processo da ocorrência e da formação do dano em si e também a respeito dos métodos de detecção de dano disponíveis na literatura. Tal estudo será abordado neste capítulo.

2.1 O Processo de Danificação e Fratura

Vários são os fenômenos associados à ruína de estruturas de concreto. O principal deles está relacionado à ruína por um efeito de solitação excessiva, essencialmente por esforços de tração. O concreto, quando empregado como elemento estrutural, tende a apresentar resistência à compressão satisfatória. No entanto, sua resistência à tração apresenta-se em torno de 10% de sua capacidade resistente a compressão. Arelado a este fato, o aço apresenta boa resistência à tração e compressão e coeficiente de condutividade térmica próximo ao do aço, isso justifica sua larga aplicação em estruturas de concreto armado. Neste tipo de estrutura, fissuração e trincas associadas à camada de concreto podem expor as armaduras de aço e favorecer seu contato a agentes agressores que promovem oxidação e expansão da armadura podendo levar à ruína da estrutura, que pode comprometer um empreendimento. Desta forma, evitar o processo de fissuração e a ruína de estruturas de concreto é de grande interesse, essencialmente para o campo de estudos de Engenharia civil.

O processo de danificação de estruturas de concreto apresenta grande relação a um estado de fratura. Desta forma, para o entendimento dos processos de detecção de dano, é importante o conhecimento sobre fratura. A mecânica da fratura apresenta alguns modelos clássicos. A sua primeira abordagem remota Griffith (1921) que se baseia em uma aproximação sinusoidal do potencial de ligação atômica para determinar a tensão de ruptura para o vidro. Esta abordagem remete ao modelo da mecânica da fratura linear elástica (LEFM), que considera a existência de três modos de fratura: o modo de abertura, o modo de cisalhamento plano e o modo fora do plano de corte (Figura 1). Sendo que o de maior interesse para a Engenharia é o modo de abertura (Van Mier, 2013).

Figura 1 – Três modos de fratura da LEFM: Modo de abertura (a), modo de cisalhamento plano (b) e modo de cisalhamento fora do plano (c).



Fonte: Van Mier, 2013.

2.2 Teoria do Dano Concentrado

Segundo Garrido (2004), o estudo da segurança estrutural pode ser feito por análise de vários aspectos que afetam a estabilidade das estruturas. Entre estes aspectos são: a acumulação de pequenos defeitos em materiais, propagação de fissuras macroscópicas, o colapso devido ao efeito de aceleração de localização de deformações, instabilidades geométricas tais como flambagem vigas, placas e três sólidos dimensional, cujos efeitos fadiga mecânica, etc. Esses fatores tornam a análise e detecção de danos uma atividade com certo grau de complexidade. Essa complexidade vem sendo tratada com processos de simulação numérica cada vez mais robustos, com o objetivo essencial de encontrar índices de dano que simulem o processo de danificação das estruturas.

A simulação consistente de processos de falha progressiva e colapso estrutural ainda é um problema aberto de grande interesse para a engenharia, e dentre as teorias que são capazes de modelar de alguma forma tal classe de problemas, a mecânica do dano contínuo é a mais recente (Amorim, 2014). A teoria do dano concentrado é uma versão simplificada da mecânica do dano contínuo que suprime muitos inconvenientes dos modelos mais complexos, mas que apresenta um campo de aplicações mais restrito, porém de grande interesse prático (El Debs, 2013).

Para Amorim (2013b), dentre as propostas referentes a essas versões simplificadas mais utilizadas está a utilização de rótulas anelásticas, localizando a partida os efeitos de plasticidade e dano, comumente conhecidas como teorias de dano concentrado ou de

dissipação concentrada (TDC), a qual tem sido utilizada com grande sucesso para a modelagem de pórticos de barras retas, em concreto armado.

Marante e Flórez-Lopez (2002) desenvolvem um modelo tridimensional para representar o dano estrutural em pórticos de concreto armado submetido a solicitações. Foram analisados elementos de concreto armado submetidos à flexo-compressão biaxial dentro da teoria do dano concentrado, de maneira que o dano é analisado de maneira desacoplada, considerando as direções em que ocorre. Os modelos estruturais ensaiados foram pilares submetidos à carga axial e esforços laterais, a partir dos quais, foi possível observar aproximação entre os resultados experimentais e simulações numéricas. Porém, foi constatado que a perda de resistência a cada ciclo de ensaio é menor que a constatada pela análise experimental.

No contexto da teoria do dano concentrado, alguns trabalhos forneceram contribuição numérica para tipos de estruturas específicas. Os arcos são alternativas estruturais importantes na indústria da construção, visto que muitas estruturas civis e aeroespaciais pode ser modeladas como arcos.

Amorim (2013a) realiza um estudo de arcos de concreto armado a partir da abordagem de mecânica de danos aglomerados (Lumped damage mechanics – LDM) com o objetivo de analisar a fratura. Foi apresentado que é possível inclusive localizar o dano com certo grau de precisão a partir do método. Flórez-López e Proença (2013) propuseram um elemento finito baseado em teoria do dano concentrado para arcos circulares com rótulas plásticas para o qual é feita uma validação numérica do modelo. Dentre as conclusões do trabalho, destaca-se que foi possível realizar a consideração de alguns efeitos não-lineares simples na estrutura analisada, o que foi suficiente para modificar as equações de equilíbrio cinemático e linear utilizados no exemplo e também não lineares.

Amorim (2013b) apresentou uma extensão deste modelo, fazendo-o contemplar também os elementos estruturais em concreto armado gerando um modelo numérico de conceituação simples e muito eficiente para a análise de estruturas apertadas em regime de comportamento não-linear. O trabalho apresentou um exemplo numérico com boa precisão, em que a obtenção dos parâmetros foi feita por meio da teoria convencional de concreto

armado. O modelo proposto apresentou evidências de que é capaz de reproduzir, de modo consistente, regimes de comportamentos não-lineares de estruturas de concreto armado.

Amorim (2014) propõe uma metodologia simplificada para análise estrutural não linear de pórticos e arcos por meio da localização prévia dos fenômenos inelásticos em rótulas, posicionadas nas extremidades dos elementos finitos de barra e arco, com a qual é possível contornar a dependência de malha e reproduzir de forma satisfatória problemas reais, a partir de exemplos de estruturas de concreto armado. Evidenciou-se que o modelo simplificado de dano e plasticidade proposto é capaz de reproduzir, de modo consistente, regimes de comportamentos não lineares reais de estruturas de concreto armado, descrevendo com boa aproximação o comportamento de estruturas reticuladas em presença de concentração de efeitos inelásticos.

2.3 Sistemas de Monitoramento de Estruturas

O conceito de monitoramento de integridade estrutural – “The Structural Health Monitoring” (SHM) não é consensual para os autores desse segmento de estudo. Uma definição possível é a seguinte: trata-se de um processo de monitoramento ou leitura de variáveis físicas da estrutura (como o estado de deformação e a aceleração) ao longo do tempo, quando uma estrutura é submetida a um estado de carregamento constante ou incremental. Esse monitoramento é realizado em tempo real e ao longo deste tempo, a estrutura pode inclusive ser submetida a cargas reais de serviço.

Neste processo, um equipamento denominado de atuador provoca uma ação controlada sob a estrutura. Esta ação pode ser um carregamento cíclico, um carregamento constante, ou uma vibração. Esta ação que age sob a estrutura, fazendo com que esta, por sua vez, apresente deformações, deslocamentos, ou vibração (respostas da estrutura). Essas respostas são propagadas para o ambiente externo e para as extremidades da estrutura, onde é colocado um ou mais de um dispositivo (sensores) que tem a capacidade de receber e registrar os sinais dessa resposta estrutural. Além deste, existe um dispositivo responsável pela recepção, condicionamento, armazenamento e transmissão das leituras registradas nos sensores, que são os sistemas de aquisição. Os sinais são transportados através de sistemas de transmissão até um computador central (Unidade de comando e controle) preparado através de um algoritmo computacional capaz de transformar a resposta da estrutura em

informações a respeito dos danos estruturais que podem ser inerentes tanto às ações a que a estrutura está submetida como ao envelhecimento e degradação, em resultado da operacionalidade e exposição às condições ambientais (Figueiredo, 2006).

Um trabalho desenvolvido por Figueiredo (2006) compara o funcionamento do SHM ao funcionamento do corpo humano, onde os atuadores seriam os músculos, os sensores e sistemas de aquisição seriam os órgãos sensoriais, os sistemas de transmissão seriam os nervos sensitivos, a unidade de comando e controle seria o cérebro e os sistemas de instrução seriam os nervos motores. Um sistema composto desses componentes é denominado sistema de monitorização inteligente.

2.3.1 Sensores e Transdutores

Os sensores podem ser definidos de maneira sucinta, como sendo os elementos de um sistema linear que transformam, recorrendo a funções de transferência, informação da resposta estrutural $x(t)$, tal como deformação e temperatura, numa informação elétrica de saída $y(t)$, tal como a variação da tensão elétrica ou corrente elétrica (Figueiredo, 2006). Para isso, os sensores contam com um apropriado sistema de controle central para a recepção desses sinais elétricos e para o adequado processamento e transformação em uma variável de interesse.

Para Moore (2003), existe uma vasta gama de sensores disponíveis, que abrange praticamente todos os parâmetros que se possa imaginar, desenvolvidos principalmente para atender às exigências de controle de processos industriais, enquanto outros foram desenvolvidos para fins médicos, entre outras finalidades. Os sensores podem também se utilizados em um sistema de monitoramento contínuo, que envolve boa parte da vida útil de equipamentos, sendo esses em geral, dotados de um dado nível de custo ou sofisticação que justifiquem o elevado custo.

Os sensores são de suma importância para o sistema de monitoramento estrutural. A sua sensibilidade pode comprometer a aplicação do sistema de monitoramento como um todo.

Um transdutor é um dispositivo eletromecânico que faz corresponder, segundo uma determinada lei ou função de transferência, uma grandeza de saída (sinal elétrico usualmente a forma de tensão, corrente ou resistência) a uma grandeza de entrada (como

por exemplo temperaturas, deslocamentos, forças, velocidades, entre outros) (Campilho, 2000). O sensor pode ser entendido como uma forma de transdutor que realiza o primeiro passo no processo de conversão de uma grandeza de entrada numa grandeza de saída (Figueiredo, 2009).

Existem diversificados tipos de sensores. Em geral, eles são classificados de acordo com suas características ou com a grandeza que fazem a medição.

Os sensores de deformação são sensores utilizados para medir deformações impostas devido à atuação de carregamentos, variação de temperatura, retração do concreto, entre outros. Existem sensores de deformação de resistência elétrica, de fibra ótica e de cordas vibrantes, sendo o primeiro o mais utilizado. Os sensores de deformação de resistência elétrica mais utilizados são os extensômetros.

Os extensômetros de resistência elétrica são constituídos por uma malha (sensor) envolta por filme metálico. Eles funcionam a partir do princípio da ponte de Wheatstone (Wheatstone, 1843) com a medição da diferença de potencial entre quatro resistências e posteriormente através da correlação com as respectivas deformações (Assis, 2015). A medição da diferença de potencial é realizada com a aplicação de uma corrente elétrica no extensômetro, com resistência elétrica previamente conhecida. Existem extensômetros usados para materiais específicos como o concreto e o aço.

Figura 2 – Modelo de Extensômetro uniaxial.

Fonte: Omega, 2015.

O deslocamento corresponde à mudança de posição de um dado ponto ou um dado corpo de um local para o outro. A determinação dessa grandeza no campo da Engenharia Civil é de suma importância para o projeto, execução e manutenção de obras civis.

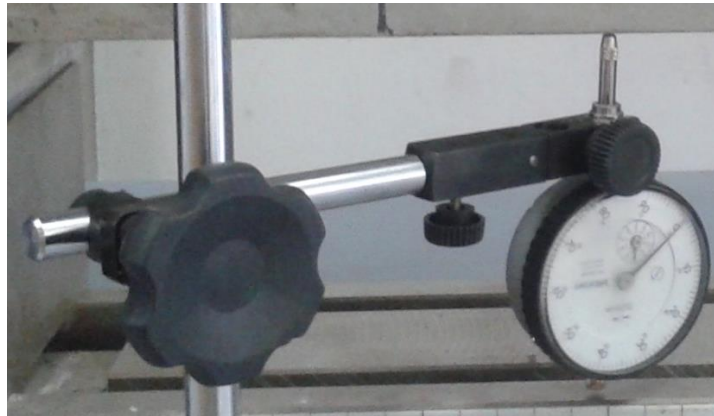
Há uma grande variedade de sensores capazes de quantificar o deslocamento em estruturas com grande precisão. Dentre eles podem ser citados os comparadores elétricos que consistem de elementos elásticos, cuja deformação que fornece uma relação para o deslocamento é medida através de extensômetros internos. Existe também o LVDT (linear variable differential transformer), que é um transdutor indutivo de deslocamento formado por bobinas (induzidas por tensão elétrica) utilizadas na medição do deslocamento. Existe também o sistema de nivelamento hidrostático, que é baseado no princípio dos vasos comunicantes, possibilitando a medição de deslocamentos verticais a partir da diferença de nível entre a referência e ponto no qual o sensor está instalado (Assis, 2007). Há também o Sistema de Posicionamento Global, ou GPS (Global Positioning System), que faz uso de uma sofisticada infraestrutura que conta com uma constelação de satélites e estações terrestres de controle tendo em vista o fornecimento de serviços de posicionamento global aos seus usuários (Chaves, 2001).

O relógio comparador é um instrumento de medição por comparação, dotado de uma escala e um ponteiro, ligados por mecanismos diversos a uma ponta de contato (Giorgiano, 2015). É um instrumento que pode ser utilizado na medição de deslocamentos unidirecionais de estruturas ensaiadas em laboratório. Em geral, este instrumento exhibe os valores de

deslocamento na ordem de centésimos de milímetros, o que pode ser considerado adequado para medir deslocamentos de uma viga submetida a um ensaio de flexão, por exemplo.

Muitos modelos de relógio comparador possuem a capacidade de apresentar o deslocamento em uma magnitude superior ao valor correspondente a uma volta completa de um ponteiro. Nestes casos, o equipamento apresenta um ponteiro maior (denominado principal) que apresenta o deslocamento medido na escala do equipamento e um ponteiro menor (denominado conta voltas) responsável por quantificar o número de voltas do ponteiro principal.

Figura 3 – Relógio comparador posicionado durante ensaio para medição de deslocamentos.



Fonte: Autor, 2015.

2.3.2 Acelerômetros

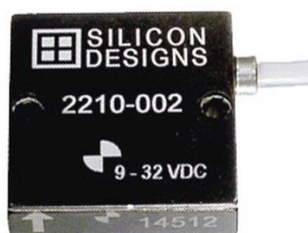
Os acelerômetros são sensores que também são amplamente utilizados na monitoramento de estruturas com o objetivo de aferir as acelerações a partir de informações de variação de sinais elétricos devido aos deslocamentos. Existem vários tipos de acelerômetros que diferem no funcionamento interno, tais como os piezoelétricos e os capacitivos.

Os acelerômetros piezoelétricos são compostos por elementos de cristais piezoelétricos associados com uma massa e ligados na base a uma caixa de proteção. Quando a base é sujeita a movimentos, a massa m exerce uma força de inércia sobre o elemento cristal piezoelétrico, e que produz proporcionalmente uma alteração elétrica no cristal. Dentro da gama de frequências do acelerômetro, a força obedece à segunda Lei de Newton:

$F = ma$. Portanto, a alteração eléctrica é proporcional à força aplicada (F), que por sua vez é proporcional à aceleração a (Figueiredo, 2009).

Os acelerômetros capacitivos são sensores com sensibilidade a uma mudança na capacitância eléctrica causada pela aceleração, em que o acelerômetro detecta a variação da capacitância entre uma condição estática e outro estado dinâmico (Medeiros, 2014). Para Figueiredo (2006), os acelerômetros capacitivos medem acelerações através da leitura das alterações em condensadores eléctricos. O elemento sensor consiste em duas placas condensadoras paralelas atuando em modo diferencial. Esses acelerômetros apresentam como principais vantagens: alta sensibilidade para a aceleração, baixo nível de ruído, baixa sensibilidade às variações de temperatura e baixo consumo de energia (Teves, 2013). O acelerômetro capacitivo similar ao utilizado neste trabalho consta ilustrado na Figura 4:

Figura 4 – Acelerômetro capacitivo uniaxial.



Fonte: Silicon Designs, 2013.

2.3.3 Aquisição de Dados

O sistema de aquisição de dados é o dispositivo responsável pela recepção, condicionamento, armazenamento e transmissão das leituras registadas nos sensores, que está dividido em sistema analógico e sistema digital, cuja transição entre os dois sistemas é realizada pelo conversor analógico-digital (A/D) ou digital-analógico (D/A) (Figueiredo, 2006). O sistema analógico é composto basicamente pelo condicionador de sinal e pelo amplificador.

O condicionador de sinal transforma o sinal vindo dos sensores de modo a adaptá-lo a interpretação de outros equipamentos de medição. Já o amplificador, é utilizado para aumentar a precisão do sinal antes de ser realizada sua conversão em sinal digital (sendo esta realizada pelo conversor). Ele amplifica o nível do sinal provindo do sensor.

Após a digitalização do sinal, são realizadas as etapas de processamento, armazenamento e transmissão do sinal para o computador central.

2.4 Introdução aos Métodos de Detecção de Dano

O interesse de detectar alterações estruturais remota do princípio da análise experimental de tensões. De acordo com Sabnis (1983), essa área de investigação surgiu no século passado e estabeleceu-se como área de investigação na década de 40, após a introdução dos extensômetros elétricos. Com o passar do tempo, ocorre o avanço dos equipamentos de medição e esta área foi se ramificando conforme o objetivo de cada trabalho. Neste contexto, a análise de vibrações em obras civis é meramente observacional, que se dá essencialmente na identificação de frequências naturais de pontes, barragens e edifícios e, em alguns casos, na identificação da configuração modal associada ao modo de vibração fundamental, utilizando como fonte de excitação a ambiental ou a produzida por equipamento mecânico apropriado (Caetano, 2010).

Os métodos clássicos de detecção de dano se baseavam apenas em respostas de parâmetros de observação direta da estrutura, como por exemplo: observar o número e espessura de fissuras após a estrutura ser modificada suas condições de solicitação. Atualmente, os métodos empregados são visuais ou experimentais localizados. Esses métodos exigem facilidade de acesso da estrutura pelos equipamentos e que a vizinhança do local onde ocorre o dano seja conhecida. Dentre esses métodos, podem ser citados: análise de imagens tomográficas, métodos acústicos ou de ultrassom, métodos de campo magnético, raios X, corrente de Eddy, métodos de campo térmico e métodos de detecção dinâmica (Carrilo, 2004).

De acordo com Farrar (1997), por volta dos anos de 1970 e 1980, os métodos de detecção de dano através do estado vibracional da estrutura começam a ser adotados. As abordagens um pouco mais recentes são baseadas em análise de propriedades modais obtidas experimentalmente e medidas a partir de componentes não danificados e danificados e também consideram o monitoramento estrutural (Carden, 2004).

De acordo com Carrilo (2004), a tarefa de detectar o dano em estruturas é um problema de engenharia que tende a apresentar resultados incompletos e inexatos. Existem duas

estratégias para a solução desse problema: A primeira é considera-lo um problema inverso, no qual deve ser detectada a presença e a localização do dano a partir de variações na resposta dinâmica da estrutura, comparando-se um determinado estado com um estado posterior. A segunda alternativa é tratar o problema como um problema direto, ou seja, calculando-se as variações na resposta dinâmica a partir de um tipo conhecido de dano, e determinando sua presença (ou ausência) por comparação entre a resposta do modelo e a resposta real da estrutura.

2.5 Análise de Fourier

A análise de Fourier consiste na teoria das séries e das transformadas de Fourier. Esta análise apresenta uma ampla aplicabilidade dos diversos ramos científicos. No que diz respeito ao processamento de sinais, esta análise é realizada com o objetivo de decompor um sinal original periódico em uma função associando as amplitudes no domínio de frequência.

Muitos dos processos de detecção de dano em estruturas se baseiam na análise da variação de frequências de uma estrutura. Essas frequências, em geral são medidas por meio de transdutores acoplados na estrutura, que fornecem uma determinada informação ao longo do tempo (como por exemplo, acelerações).

A partir de uma de determinada estrutura ensaiada, obtém-se uma grandeza qualquer definida no domínio do tempo. Com esta grandeza, é possível obter as amplitudes no domínio de frequência; bem como formar janelas de intervalos de tempo limitados para frequência no domínio do tempo. De maneira geral, os métodos de medição não fornecem diretamente as frequências no domínio do tempo, mas sim a amplitude no domínio de frequências.

A série de Fourier consiste de uma série infinita representadas por funções periódicas (relacionadas às funções seno e cosseno). Estas funções podem conduzir a uma maneira imediata de realizar a decomposição de um sinal periódico em um conjunto de harmônicos com variáveis amplitude e frequência.

A série pode ser utilizada tomando-se como base funções periódicas, trigonométricas, que em geral se apresentam com composição das funções a seguir:

Tabela 1 – Funções trigonométricas para a composição da série de Fourier.

$f(x) = \text{sen}x$	$f(x) = \text{sen}2x$	$f(x) = \text{sen}3x$...	$f(x) = \text{cos}x$	$f(x) = \text{cos}2x$	$f(x) = \text{cos}3x$...
----------------------	-----------------------	-----------------------	-----	----------------------	-----------------------	-----------------------	-----

Fonte: Kreyszig, 2011. Adaptado.

Deve ser considerado neste caso, o período das séries (2π) e o fato de serem obtidas são trigonométricas. O aspecto resultante da série é o seguinte:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos(2x) + b_2 \sin(2x) + \dots \\ = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] \end{aligned} \quad (1)$$

Em que:

$a_0, a_1, a_2, b_1, b_2, \dots$ – São constantes, chamadas de coeficientes da série. Se esses coeficientes são tais que a série converge, temos que a sua soma será uma função do das expressões seno e cosseno citadas.

Podemos então escrever a expressão simplificando o somatório e obter:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] \quad (2)$$

A qual é chamada série de Fourier. Onde:

a_0, a_n, b_n – São os coeficientes da série de Fourier, que podem ser obtidos através das expressões (Kreyszig, 2011):

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (3)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad (4)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \quad (5)$$

Onde: $n = 1, 2, \dots$

A transformada de Fourier é uma generalização do conceito de resposta em frequência, equivalendo à decomposição de um sinal no tempo discreto como uma soma infinita de senóides complexas no tempo discreto (Diniz, 2014).

Se um dado sinal $x(t)$ representar uma função periódica de período T , é possível verificar que existe um conjunto de coeficientes constantes α_0, α_n, b_n ($n = 1, 2, \dots$), que permitem a expansão numa série trigonométrica infinita (Caetano, 1992):

$$x(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\alpha_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) + b_n \cdot \text{sen}\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) \right] \quad (6)$$

Sendo esses coeficientes definidos por:

$$\alpha_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (7)$$

$$\alpha_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) dt \quad (8)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) dt \quad (9)$$

de forma que os harmônicos de frequência são:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T} \quad (10)$$

$$x(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\alpha_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) + b_n \cdot \text{sen}\left(n \cdot \frac{2\pi t}{T}\right) \right] \quad (11)$$

Observa-se que o aumento indefinido de T leva a diminuição do espaçamento entre harmônicos sucessivos e desta forma, a composição espectral do sinal passa a ter caráter contínuo. Além disso, o sinal deixa de ser periódico.

Fazendo $T \rightarrow \infty, \Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow d\omega$ e assim, o somatório aproxima-se de uma integral, que pode ser apresentada da forma complexa:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega \quad (12)$$

Temos também a seguinte expressão:

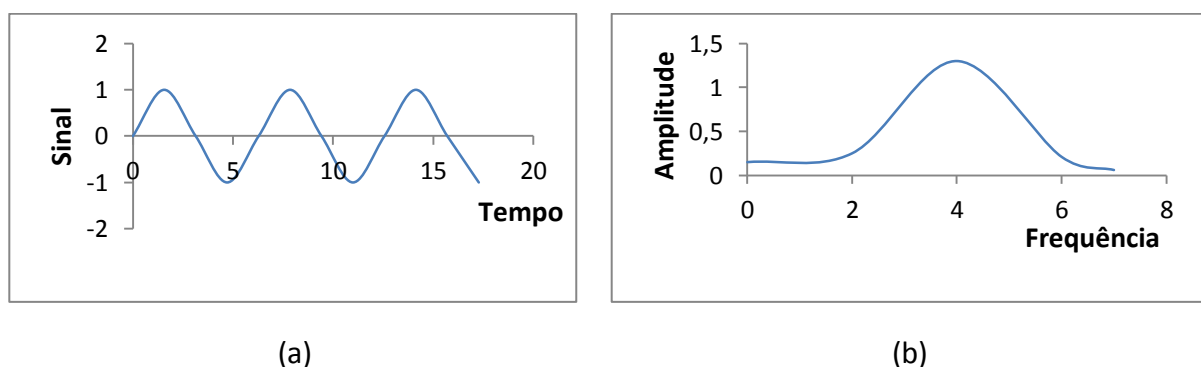
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt \quad (13)$$

A expressão assim obtida para $x(t)$, é denominada como integral de Fourier. A expressão para $X(\omega)$ é então denominada Transformada de Fourier, ou Espectro de Fourier de $x(t)$.

Em geral, a transformada de Fourier de um sinal discreto só precisa ser especificada numa faixa de 2π , como, por exemplo, $\omega \in [-\pi, \pi)$ ou $\omega \in [0, 2\pi)$ (Diniz, 2014).

Segundo Nóbrega (2004), os analisadores espectrais, ou analisadores de FFT (“Fast Fourier Transform”) fazem uso dos algoritmos de FFT para determinar os espectros de um sinal. Estes algoritmos são, simplesmente, uma maneira eficiente de calcular a DFT do sinal – a base matemática de qualquer sistema de aquisição de dados. A Figura 5 ilustra sinais contínuos no tempo e seus correspondentes espectros. Estes mesmos sinais, agora considerados discretos no tempo, podem ser representados junto com os seus espectros no domínio da frequência.

Figura 5 - Conversão de sinal periódico contínuo no domínio do tempo (a) para um sinal no domínio de frequência (b).



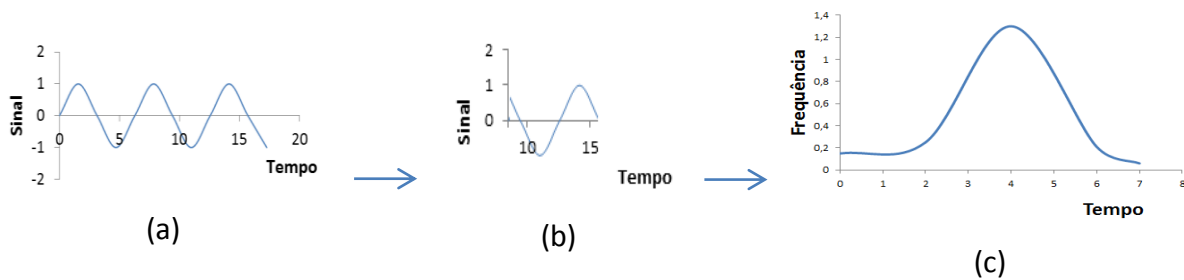
Fonte: Autor, 2015.

Gabor (1946) realizou uma variação na Transformada de Fourier com o objetivo de fazer análise em apenas uma fração do sinal original. Esta análise específica é denominada de “Transformada Rápida de Fourier”. O processo consiste na análise de uma função que

consiste da amplitude do sinal em função do tempo através de uma janela de tempo e a seguir obter a informação das frequências em função do tempo.

O processo é ilustrado através da Figura 6:

Figura 6 – Ilustração da aplicação da transformada rápida de Fourier de um sinal no domínio do tempo total (a), o sinal no domínio do tempo discretizado na janela (b) e da frequência no domínio do tempo (c).



Fonte: Autor, 2015.

A vantagem do método é que este fornece o instante em que se constata determinado valores de frequência, porém, a depender do tamanho da janela, a precisão do processo pode apresentar variações. A desvantagem é que, ao se escolher um tamanho determinado da janela para o tempo, esta janela é a mesma para todas as frequências, embora muitos sinais, na realidade, requerem uma abordagem mais flexível, aquele em que podemos variar o tamanho da janela para determinar com mais precisão o tempo ou frequência do sinal (PALECHOR, 2013).

2.6 Métodos Dinâmicos de Detecção de Danos

Para a realização da experimentação científica do presente trabalho, faz-se necessário uma revisão bibliográfica de dinâmica das estruturas. O Princípio fundamental da dinâmica se baseia na constatação de que a força resultante aplicada a um corpo corresponde ao produto da massa pela a sua aceleração. Este princípio teve sua primeira publicação em 1687 com autoria de Isaac Newton. Para a época, o foco era o estudo de corpos em movimento, bem como a análise de uma relação entre as forças aplicadas a esses corpos e a maneira pela qual ocorria o movimento dos mesmos. O termo “dinâmica” está relacionado com a análise do movimento por meio de relações entre forças e deformações.

Em abordagens mais recentes, o termo “dinâmica das estruturas” pode ser entendido como o campo do conhecimento que trata do estudo de estruturas submetidas à força dinâmica. Esse tipo de força apresenta sua magnitude, direção e/ou posição variações ao longo do

tempo. Desta mesma forma, a resposta estrutural devido a esse tipo de força gera tensões que também variam ao longo do tempo. Existem essencialmente dois métodos para avaliação da resposta estrutural para força dinâmicas: os métodos determinísticos e os não-determinísticos. Se a variação do tempo de força é completamente conhecida, embora essa força possa ser altamente oscilatória ou irregular, é então denominada como uma força dinâmica prescrita (análise determinística). Por outro lado, se a variação de tempo não é completamente conhecida, mas pode ser definida estatisticamente, a força é denominada de aleatoriamente dinâmica (análise não determinística) (Clough, 2003).

Atualmente, um dos grandes desafios nesta área é a análise do efeito de forças dinâmicas em estruturas civis. Segundo Nóbrega (2004), para o projeto de novas obras da construção civil, são necessárias considerações do efeito dinâmico das ações, garantia de frequências naturais de vibração mínimas para a estrutura e a obediência a limites máximos de velocidade e aceleração. No entanto, essas considerações, em geral, estão condicionadas a dificuldades de elaboração de modelos numéricos.

A seguir, serão abordadas alguns trabalhos sobre métodos dinâmicos de detecção de danos e suas principais considerações.

Alampalli (2000) testou algumas estruturas, incluindo um modelo de uma ponte, uma ponte abandonada com fratura crítica de uma estrada, e uma ponte em serviço. As pontes foram submetidas a cenários de danos baseados em fadiga observados atualmente em pontes, são eles: Fenda sob uma placa de solda reforçada; fenda longitudinal na solda de fundo e uma rachadura na solda e material base em uma tampa da placa. Os resultados do trabalho indicaram que as frequências naturais, em conjunto com modos de vibração, podem ser usados de maneira satisfatória para identificar a existência de danos, quando se altera significativamente a condição estrutura ou o estado de deterioração. No entanto, o autor destacou as dificuldades para localizar danos utilizando parâmetros modais, referindo que as condições operacionais afetam os parâmetros modais e são fundamentais no estabelecimento de um estado inicial.

Alampalli (1998) realizou um estudo em uma ponte de concreto plataforma de duas vigas de aço localizadas sobre Mud Creek em Van Duesen Road, em Claverack, New York, em que foram realizados cortes de serra através das abas de fundo de ambas as vigas principais e

usando também como parâmetro, o fato de algumas vigas estarem congeladas. Comparando-se as três primeiras frequências naturais, o autor concluiu com alta certeza que a estrutura sofreu perda de rigidez, a partir da análise das frequências naturais, devido ao dano simulado. No entanto, para a condição danificada e temperaturas abaixo de zero, a comparação das frequências naturais indica aumento das frequências naturais aumentam em média.

Outro método dinâmico de detecção de dano é o Simulated Annealing (Recozimento Simulado), que se baseia em realizar otimização de problemas em larga escala sem necessidade de calcular gradientes com uma série de ótimos locais para encontrar o ótimo local. O método baseia-se em algoritmos heurísticos, que consistem em mesclar de algoritmos de metodologias diferentes para otimizar a eficiência da medição do dano estrutural. Ferreira (2008) utilizou o método para a localização e quantificação de danos estruturais em uma viga de concreto armado utilizando a abordagem numérico-teórica de detecção de dano por meio da equação diferencial da viga nos casos de viga bi apoiada e engastada livre. Com base nesses modelos, uma viga foi submetida a condições de dano variadas, de maneira a intensificar cada vez mais o dano sobre a mesma, o que comprometia o momento de inércia. A variação da frequências naturais apresentada pela viga foi considerada sua resposta a ser avaliada. Esta variação foi medida por meio de acelerômetros. Foram analisados então, as sete primeiras frequências naturais da estrutura, utilizando como entrada, algoritmos do método, sendo obtidas as frequências naturais em cada condição de dano. Uma importante conclusão a que chegou o trabalho foi a de que algumas frequências naturais se mantiveram constantes, mesmo com o incremento do dano. Outra importante conclusão do trabalho foi que pode não ser adequado detectar danos em estruturas através deste método, principalmente para pequenas variações de frequências naturais (caso de danos menores que 10%).

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico bastante utilizado pela comunidade científica na área de mecânica das estruturas para encontrar aproximações para a solução de equações diferenciais. Este método consiste na divisão do domínio do problema a ser solucionado em subdomínios de forma a discretizar pontos de análise.

Carrillo (2004) realizou um estudo sobre os modelos teóricos de detecção de dano em vigas. Baseando-se na resposta dinâmica de variação da matriz de flexibilidade do modelo de viga, é possível determinar modelos os quais apresentam a capacidade de fornecer indícios da presença do dano, bem como a posição do mesmo na estrutura. O trabalho parte dos parâmetros de vibração para as vigas e de um modelo para o elemento finito dinâmico de uma viga, apresentando a solução para o problema de auto-valor para vibração livre não amortecida e amortecida. Por fim, o autor apresenta um algoritmo para detecção de dano em vigas a partir da variação da matriz de flexibilidade.

Um programa recebe os dados geométricos, gera as matrizes de rigidez e deslocamento da viga assumindo o modelo de Euler-Bernoulli, realiza a partição das matrizes e monta as equações de frequência reduzidas com base no método de Kidder (1973).

A influência do nível de dano introduzido é estudada no desempenho do método (redução do módulo de elasticidade E), e, por último, o efeito do número de modos na localização do dano (Carrillo, 2004). Uma importante variável analisada foi a variação de flexibilidade, para a qual foi obtida eficiência na detecção do dano. A localização do dano foi possível com até 10% de redução de rigidez, analisando-se dois modos de vibração. A severidade do dano é estimada a partir da declividade da variação da flexibilidade. Além disso, foi constatado que quanto maior a variação da flexibilidade maior a severidade do dano.

Muitos dos materiais inteligentes utilizados no monitoramento da integridade estrutural são os materiais piezoelétricos, devido a sua capacidade de produzir deformações ou tensões por meio da aplicação de um campo elétrico e vice-versa, o que permite que sejam utilizados tanto como atuadores como sensores. Esses materiais são dispostos em forma de pastilhas finas e denominados como pastilhas piezocerâmicas e piezopolímeros como PZT (titanato zirconato de chumbo) de grande rigidez e que trabalham em larga faixa de frequência, e PVDF (fluorido de polivídelideno) que são flexíveis e duráveis. O monitoramento estrutural com o uso dessas pastilhas é baseado em métodos que utilizam sua resposta vibracional como a frequência modal, métodos de impedância/admitância, métodos de ondas guiadas.

Os métodos baseados na Impedância Eletromecânica (EMI) e nas ondas de Lamb têm sido bastante utilizadas nos últimos anos. Ambas fazem uso de um pequeno transdutor piezoelétrico (PZT) colado na estrutura a ser monitorada (Oliveira, 2013). Esse dispositivo tem

a capacidade de realizar a transformação da energia mecânica em energia elétrica, desempenhando dessa forma o papel de sensor. O dispositivo também é capaz de realizar o oposto, convertendo energia elétrica em energia mecânica. Sendo assim, esse dispositivo desperta o interesse na sua aplicação em monitoramento estrutural por poder desempenhar o papel de atuador e sensor ao mesmo tempo. Fazendo uso das pastilhas, é possível também detectar um dano em especial, a delaminação, deslocamento entre camadas vizinhas em estruturas laminadas. Este tipo de dano tem grande influência na perda residual de resistência em estruturas compósitas.

Maio (2011) desenvolveu uma análise de diferentes métodos (métodos modal e baseada na impedância) para detecção da posição e tamanho da delaminação em estruturas compósitas utilizando duas pastilhas piezoelétricas PZT-5 na superfície superior da viga espaçadas em 100 mm, com o auxílio de um modelo 2D ANSYS em elementos infinitos. Foi avaliada a capacidade de identificar, com relativa acurácia, a presença, localização e severidade do dano em um modelo de viga composta de seis camadas do material compósito: Carbono Epoxy (AS4/3501-6). Foram realizadas as análises modal e harmônica. Como base da investigação, foram utilizados índices modais, que são: a variação relativa das frequências naturais baseado nas situações com e sem defeito; e a variação do coeficiente de acoplamento eletromecânico (VEMCC). Este último, utilizado para avaliar a eficiência de conversão de energia elétrica/mecânica. Foram também utilizados índices baseados na resposta em frequência (denominados harmônicos), com base em sua função resposta em frequência (FRF) e analisados em sua parte real e imaginária, são eles: Desvio do valor quadrático médio (RMSD) dos espectros da frequência da estrutura com e sem defeito, que quanto maior for seu valor, maior o indício de dano. O método se mostrou eficiente não só para constatar a existência do dano, mas também sua intensidade. Apesar disso, o método não é eficiente para a localização do dano, fato que pode ser constatado pela existência de vários picos locais sob a análise de variação de frequências.

Oliveira (2013) aplicou métodos de processamento de sinais diretamente no domínio do tempo para detecção de danos estruturais aplicados aos sistemas de monitoramento de integridade utilizando uma placa de alumínio retangular e um painel de alumínio aeronáutico. As metodologias adotadas foram: impedância eletromecânica (EMI) e princípio da função de coerência. Essas metodologias basearam-se em assumir pesos diferenciados

para determinados índices de dano. Os métodos de análises dos sinais de resposta são realizados no domínio do tempo e apresentaram resultados satisfatórios.

Huang (1996) desenvolveu um novo método chamado HHT (Hilbert-Huang Transform) para analisar dados não-lineares e não estacionários. O método HHT consiste de modo empírico decomposição (EMD) e na aplicação da transformada de Hilbert (HT). Uma ideia mais inovadora é a introdução do método de EMD com que qualquer conjunto complexo de dados pode ser decomposto em uma finita em um número finito e, muitas vezes pequena das funções do modo intrínsecas (FMI) que admitem HT de bom comportado. Uma vez que o EMD baseia-se na escala de tempo característica local dos dados originais, este método de decomposição é adaptativo e altamente eficiente (Chen et al, 2014).

Borges (2004) desenvolveu um método para identificação de dano em estruturas reticuladas planas, baseada na variação da energia de deformação dos modos de vibração da estrutura, sem dano e danificada, em conjunto com um modelo de discretização numérica da estrutura baseado no Método dos Elementos Finitos através de um modelo que utiliza dados vibracionais experimentais incompletos em relação aos graus do modelo discretizado. Para isto, foram utilizados métodos de expansão dos modos vibracionais incompletos por meio de modelos de interpolação (splines e por polinômios cúbicos). Este método, quando utilizada em modos de vibração completos da estrutura danificada e sem dano, mostrou-se eficiente (Barbosa et al, 2004). Os resultados do trabalho para os dados vibracionais experimentais incompletos indicaram que o modelo de identificação de dano, juntamente com um processo de interpolação para obtenção dos graus de liberdade ausentes do modo de vibração funcionam adequadamente, até mesmo para casos em que os dados vibracionais interpolados são superiores ao dobro dos obtidos experimentalmente. Consegue-se em quase todos os casos analisados localizar o dano e obter uma indicação relativa de seu valor.

Outra forma de detecção de dano faz uso das redes neuronais artificiais consistem em uma ferramenta com a capacidade para resolver sistemas lineares e não lineares e são largamente utilizadas na identificação e classificação de danos estruturais, através do reconhecimento de padrões de um determinado tipo de comportamento (Figueiredo, 2006). Aydin (2014) realizou um estudo de investigação da eficiência de redes neuronais artificiais (RNAs) para o monitoramento estrutural e detecção de danos em uma viga. O trabalho

consiste na modelagem de uma viga baseada na teoria de Timoshenko por meio do uso de dois modelos: o modelo multicamada - Multilayer Perception (MLP) e o modelo de base radial de multicamada - radial basis neural network (RBNN). Os dados são obtidos através de uma modelagem dinâmica onde é possível inserir dados vibracionais e graus de liberdade da estrutura ensaiada. Como conclusão do trabalho, indica-se que a rede pode ser utilizada como um método de diagnóstico na monitorização de integridade estrutural das vigas.

Busca (2015) realiza uma avaliação experimental da confiabilidade de um algoritmo de localização de dano com base na interpolação FRF. Utiliza-se dois métodos para a localização de danos, o IDDM (Interpolation Damage Detecting Method) e o MSCM (Modal Shape Curvature Method) para uma viga tipo cantoneira de alumínio com vários cenários e dano distintos. A IDDM é um novo método de detecção de dano que se baseia em uma função de interpolação de spline e nas formas de deslocamento da estrutura. Os resultados mostram que ambos os métodos são capazes de detectar danos, sendo o IDDM mais confiável. Devido às pequenas alterações das características de danos induzidos por lesão, ambos os métodos requerem sistemas de aquisição de dados de alta qualidade definidos para fornecer uma localização de dano fiável. Os resultados mostram também que, para ambos os métodos de detecção de danos, a localização dos danos é influenciada pelas imprecisões em dados gravados.

Tallman (2015) aplicou um método de detecção de dano por delaminação reforçada em compósitos multifuncionais através da investigação de nanopartículas. Foi utilizada a abordagem de manipulação de micro-escala de nanopartículas para reforçar a identificação de dano em escala estrutural através de um modelo de rede de resistências equivalente desenvolvido para prever nanocompósito de condutividade. Os danos devido à delaminação foram localizados através de impedância elétrica e análise tomográfica. Os resultados do trabalho mostram que as nanopartículas aumentam a sensibilidade de detecção de danos para o material ensaiado.

2.7 Métodos Estáticos de Detecção de Danos

Muito embora os métodos mais convencionais de avaliação de danos utilizam-se da resposta dinâmica da estrutura, nem sempre esses métodos são os que apresentam melhores resultados para a detecção de danos em estruturas. A variação das frequências naturais por

exemplo é intrinsecamente insensível ao dano da ponte: assim, é usualmente muito difícil obtê-las a partir dos dados medidos (Choi e Cho, 2002).

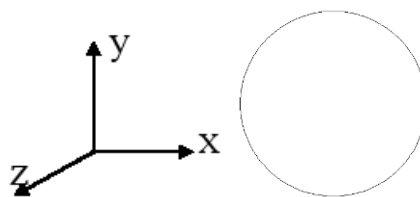
Para Wang (2001), no campo da Engenharia Civil, os métodos estáticos de detecção de dano têm atraído atenção especial em por motivos especiais como: sua simplicidade em relação aos métodos dinâmicos (uma vez que a equação de equilíbrio estático é relevante apenas com as propriedades de rigidez das estruturas); o aparato instrumental para a aplicação de um teste estático é, em geral, de menor custo envolvido; além disso, está associado a técnicas que apresentaram um avanço significativo ao longo dos últimos anos.

A estática nas estruturas está relacionada a uma modalidade específica de equilíbrio das estruturas. Um determinado corpo com certa quantidade de massa é dito em equilíbrio quando a soma de todos os esforços atuantes no mesmo é igual à zero. Desta forma, o corpo se apresenta com somatório de forças atuantes sobre ele igual a zero e o somatório de momentos atuantes sobre ele também igual a zero. Sendo assim, para um dado corpo no espaço, existem três componentes de forças (F_x, F_y, F_z) e três componentes de momento (M_x, M_y, M_z), nas direções x, y e z.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

Figura 7 – Corpo no espaço com as três direções cartesianas (x, y, z).



Fonte: Autor, 2015.

Um corpo que está em equilíbrio não necessariamente está em repouso. A primeira lei de Newton enuncia que um determinado corpo em equilíbrio pode estar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (ou seja, com velocidade constante). No caso de o corpo estar em repouso, classifica-se o equilíbrio em equilíbrio estático. No caso em que o corpo permanece em movimento, classifica-se o equilíbrio em dinâmico. No caso em que o corpo permanece em repouso, classifica-se o equilíbrio em estático. Existem ainda três outras modalidades de equilíbrio: estável, indiferente e instável.

O equilíbrio estável corresponde àquele em que o corpo apresenta um deslocamento de pequenas proporções em relação à situação de equilíbrio que apresentava ao ser abandonado. Em geral, no equilíbrio estável, o corpo tende a voltar à posição inicial.

O equilíbrio instável corresponde àquele em que quando o corpo sai deste tipo de equilíbrio, ele tende a se afastar ainda mais desta situação de equilíbrio quando abandonado. Já no caso de equilíbrio indiferente, ao ser proporcionado o deslocamento, o corpo tende a permanecer em equilíbrio numa posição diferente.

Uma estratégia de detecção de dano bastante simplificada e que não necessariamente traz consigo o implemento de um robusto e custoso aparato de equipamentos experimentais, consiste na análise da variação da deflexão de vigas como indicador de dano em estruturas. No entanto, esta estratégia tem sido pouco explorada como ferramenta para esta finalidade.

A atuação de um carregamento externo em estruturas, nas suas diversas modalidades, provoca o surgimento do dano. Este, por sua vez, provoca alteração não só nas respostas dinâmicas da estrutura, mas também nas respostas estáticas. Sendo assim, uma série de pesquisadores que avaliaram o efeito dessa resposta em estruturas podem ser citados (Choi e Cho, 2002; Wang, 2001; Santos, 2009; Hajela e Soeiro, 1990; Saneyei e Onipede, 1991; Hjelmstad e Shin, 1997; Kouchmeshky et al., 2006).

Saneyei e Onipede (1991) utiliza um método analítico para detecção de danos em ensaios onde são aplicadas forças estáticas. A estrutura ensaiada é submetida a uma condição de diversidade de graus de liberdade, a partir dos quais são medidos deslocamentos. Os autores aplicam o método para a análise de variação da rigidez da estrutura. Analisando as propriedades transversais dos elementos, mostra-se que é possível avaliar danos na estrutura.

Hajela e Soeiro (1990) realiza um trabalho de validação experimental em treliças planas com abordagem de resolução do problema inverso (Análise do comportamento da estrutura ensaiada para constatar variação de suas propriedades). As alterações a serem observadas foram variações nas propriedades da seção transversal (devido à introdução do dano), que, em seguida, contribuem para variações nos termos de matriz de rigidez estrutural, tanto deslocamentos estáticos e modos próprios da estrutura, utilizado no processo de detecção de danos.

Hjelmstad e Shin (1997) desenvolvem um trabalho com aplicação de um método dos elementos finitos em que são avaliados danos em estruturas simples através de respostas estáticas. Um algoritmo de detecção e avaliação de danos é desenvolvido com base em uma estimativa de parâmetros com um esquema de parâmetro agrupamento adaptativo, que permite localizar danos em um sistema estrutural para o qual os dados medidos são escassos. O dano é caracterizado por uma redução numa propriedade constitutiva e os dados de um esquema de perturbação são analisados para a estrutura. Certo ponto de limiar de danos é estabelecido e acima deste ponto, o dano pode ser detectado de acordo com um nível de confiança adotado e baseado no ruído existente, para então calcular os índices de danos. Para examinar e ilustrar o algoritmo de avaliação de danos, um estudo de simulação numérica é realizado em uma estrutura de treliça planar.

Wang (2001) aplica um algoritmo para identificação de danos estruturais utilizando dados de ensaios estáticos e as mudanças nas frequências naturais para o modelo experimental de viga bi-apoiada e para o modelo de treliças planas simuladas numericamente. Para isso, aplica-se a método Damage Signature Matching (DSM), que consiste em um método de localização de dano baseada numa função calibrada analiticamente a partir das frequências naturais e dos autovetores e autovalores da estrutura. São utilizados dois aprimoramentos

deste método: Measured Damage Signatures (MDS) e Predicted Damage Signatures (PDS). Após ser realizada a estimativa da localização do dano, um regime de estimativa iterativa para resolver problemas de otimização de programação não-lineares, que se baseia no método de programação quadrática, propõe-se a prever a extensão de danos. Uma característica marcante da presente abordagem é que ela pode ser aplicada diretamente nos casos de não ser possível obter todos os dados da estrutura ensaiada. Os resultados do trabalho mostram que a proposta do algoritmo é eficiente para a identificação de dano.

Choi e Cho (2002) realizam em seus estudos para a detecção de danos em pontes aplicando método da curvatura, da viga conjugada e otimização. É apresentado um novo método usando dados de deslocamento estático de forma a avaliar a integridade estrutural de pontes. O método proposto permite estimar a redução de rigidez das pontes usando os dados de deslocamento estático que são medidos periodicamente, sem a necessidade de um teste específico de carregamento. O autor propõe que dispositivos, tais como um sensor de deslocamento a laser pode ser usado para medir os dados de deslocamento estático devido ao peso da estrutura da ponte. Neste estudo, um parâmetro importante a ser considerado para a detecção do dano foi a redução no módulo de elasticidade do elemento. O fator de dano do elemento foi introduzido para estimar a redução da rigidez da ponte analisada. O autor propõe também um algoritmo, verificando sua eficiência a partir de várias simulações numéricas e com a comparação com outros métodos de detecção de danos. Os efeitos do ruído e número de elementos danificados na detecção de danos também foram investigados. Os resultados do trabalho foram conclusivos do ponto de vista que apresentaram eficiência na detecção de danos na ponte.

Bernal (2002) propôs um método de detecção de danos aplicando uma técnica intitulada vetores de localização de dano, ou Damage Locating Vectors (DLVs). A técnica consiste em analisar estruturas estaticamente e determinar a variação da rigidez, e com esta, a matriz de flexibilidade para a geração dos DLVs. São analisadas estruturas de referência (a partir de uma base para o espaço nulo da mudança na flexibilidade) e estruturas em estado de dano concentrado e com múltiplos danos (flexibilidade diferenciada). O diferencial desta técnica, é que é relativamente simples e localiza danos usando distribuições de carga para os quais a resposta estática da estrutura é a mesma no estado não-danificado e nos estados danificados e, assim, num certo sentido, isso representa o complemento da estratégia

tradicional. As simulações numéricas apresentadas apontam que os resultados obtidos forneceram indícios para a detecção de dano na estrutura ensaiada.

Jang (2008) desenvolveu um trabalho de combinação do método de DLVs com medições de deslocamentos estáticos. Este método foi empregado com uma série de simulações numéricas e experimentos de laboratório que simulam teste de carga com medidores de deslocamento (extensômetros). Quando comparado com o método DLV tradicional, este método combinado forneceu resultados para a detecção de danos de maneira eficiente, mesmo com necessidade de um menor número de sensores e com uma velocidade maior. Este método pode ser um método alternativo e rápido para os testes de SHM para pequenas e médias tamanhos de pontes da estrada para as aplicações de campo.

Choi et al. (2003) realiza outro estudo em análise de pontes, associando mais uma vez o deslocamento estático com variações de rigidez, e aplicando a técnica de otimização. Desta vez, foi considerado o método de vigas conjugadas. Este método consiste em determinar a expressão das deflexões em função de características do esforço externo. As comparações com testes numéricos e experimentais são realizadas para investigar a aplicabilidade prática dos cenários de danos com o método. Uma diversidade de cenários de dano são considerados sendo realizada variação de largura, bem como o grau dos danos. A influência do ruído na identificação do dano é também numericamente investigada. Dentre as conclusões do trabalho, são apresentadas recomendações de utilização para o caso empregado experimentalmente e são apresentadas limitações do método.

Maity e Saha (2004) utilizaram parâmetros estáticos de rigidez através de redes neurais para detecção de dano em uma viga em balanço. A rede neural foi utilizada para reconhecer a estrutura no seu estado não-danificado e também em diversas condições de dano. O procedimento inicial do trabalho consiste em identificar a variação dos parâmetros do modelo da estrutura e gerar, através do método dos elementos finitos, uma resposta correspondente para o sistema. Em segundo lugar, uma rede neural é calibrada iterativamente utilizando uma série de padrões. Finalmente, a rede calibrada fornece algumas respostas estruturais medidas através rede calibrada, que imediatamente gera o valor apropriado de parâmetros para padrões originais. Os parâmetros de entrada utilizados para a detecção de danos foram a tensão e o deslocamento da viga. O algoritmo de

avaliação de danos busca gerar padrões aprimorados de modo a fornecer um índice de dano. Como uma das principais conclusões do trabalho, cita-se que foi constatado que as redes neurais podem identificar e calcular a intensidade de danos para ambos os casos de danos individuais e múltiplos no elemento estudado com sucesso. A principal vantagem de uma rede neural é que a medição de resposta é necessária apenas para um número limitado de pontos, isto torna o método mais eficiente. Destaca-se também que a seleção da arquitetura de rede é de suma importância na precisão do método e que para alguns padrões do ensaio, o desempenho da rede apresentou resultados pobres.

Kouchmeshky et al. (2006) propõe a aplicação de um chamado algoritmo co-evolutivo, cujas iterações procuram por cenários de danos e testes físicos ideais, a partir de dados estatísticos. O algoritmo é composto de duas fases: a fase de avaliação, que procura por cenários de danos que podem prever testes físicos atuais e a fase de exploração, que procura por testes que aumentam o nível de informação sobre o sistema danificado. As simulações numéricas propostas mostram a viabilidade do emprego da metodologia.

Santos (2009) se utilizou de dados experimentais, dentre eles os deslocamentos estáticos e um modelo analítico estrutural para a identificação de parâmetros da estrutura. As propriedades estruturais do modelo analítico foram modificadas de modo a minimizar a diferença entre os dados obtidos por aquele modelo e a resposta medida experimentalmente. O autor aplicou métodos globais de otimização. O método foi aplicado a uma série de treliças apresentou bons resultados.

Kourehli (2012) aplicou um método de detecção de dano usando parâmetros estáticos incompletos. A identificação de danos é realizada através de algoritmo de busca padrão, baseado no método dos elementos finitos, para minimizar uma função objetiva derivada de informações incompletas sobre o comportamento estático da estrutura danificada. O método foi aplicado a uma viga de concreto simplesmente apoiada nos cenários de dano concentrado e de danos múltiplos. Um exemplo numérico empregado mostra que o método proposto pode ser considerado como uma abordagem flexível e robusta na identificação de danos de estruturas. Além disso, mesmo com medições incompletas, o método proposto apresenta alta sensibilidade. Kourehli (2013) faz uma aplicação similar em modelos de estruturas em forma de quadros planos.

Raghuprasad (2013) apresentou equações simples que envolvem a perda de simetria da estrutura após a ocorrência do dano. O autor aplicou essas equações para a detecção de danos em uma viga de uma ponte modelada de maneira simplesmente apoiada. Foram empregadas variações na deflexão nos parâmetros estáticos e dinâmicos da estrutura. A abordagem do dano se baseou em um único dano concentrado e também na situação em que o mesmo encontra-se distribuído. Essas são situações típicas de estruturas de concreto armado ou estruturas de concreto protendido. O procedimento de aplicação de carga é realizado em dois pontos simétricos (ensaio de flexão em quatro pontos) e nos pontos de aplicação das cargas, é realizada a medida da deflexão e também no meio do vão da viga. O trabalho consistiu da abordagem numérica para modelagem da viga e também de um modelo experimental para validação dos resultados.

2.8 Deflexão de Vigas

Nesta seção serão descritos os aspectos teóricos considerados para a abordagem do comportamento da viga ensaiada neste trabalho. Também será realizada uma abordagem dos testes estatísticos a serem utilizados. Busca-se apresentar o modelo teórico-analítico, para uma viga biapoiada, utilizado para encontrar a rigidez em função dos valores da flecha, do comprimento do vão e para as situações de carga concentrada aplicada no centro do vão, e para a situação de duas cargas concentradas aplicadas em dois pontos distintos da viga. Esses modelos podem ser encontrados em Gere (2011) e Hibbeler (2010).

A deflexão de um elemento estrutural, em geral, ocorre com o desvio da posição reta provocado por um carregamento atuante na direção perpendicular ao seu eixo. A nova configuração é intitulada configuração deformada e esta tende a se apresentar em forma de curva, a qual é denominada de curva de deflexão.

Figura 8 – Ilustração de viga sem carga (a) e sofrendo deflexão (b).

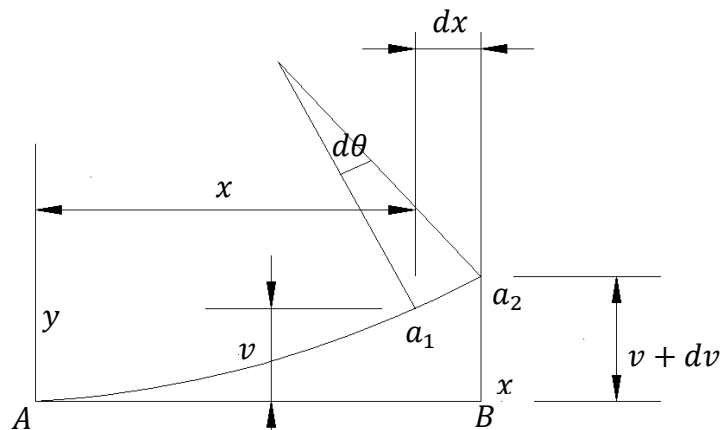


Fonte: Autor, 2015.

Em uma viga que recebe um carregamento que provoca deflexão, o conjunto dos centroides de cada seção transversal, formando o contorno do diagrama da deflexão do eixo longitudinal, é denominado de linha elástica.

Para uma dada uma viga AB (Figura 9), a deflexão v em um ponto qualquer do eixo, corresponde ao deslocamento na direção y , medido a partir deste ponto. Desta forma, temos a deflexão v no ponto a_1 localizado a uma distância x a partir da origem do sistema cartesiano. Ilustra-se também a deflexão $v + dv$ do ponto a_2 , que se encontra a uma distância $x + dx$.

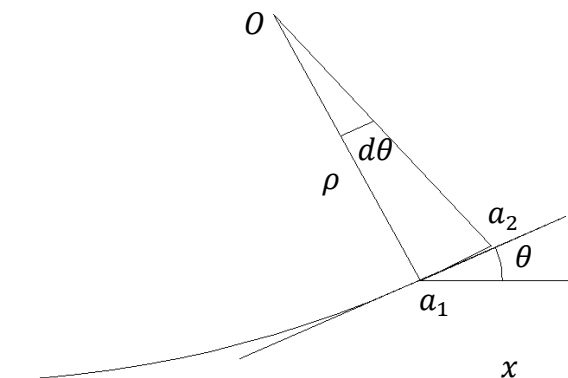
Figura 9 – Ilustração da curva de deflexão de uma viga.



Fonte: Autor, 2015.

O ângulo formado entre o eixo x e a reta tangente à curva de deflexão no ponto considerado é denominado de ângulo de rotação (θ), conforme ilustrado na Figura 10 para o ponto a_1 :

Figura 10 – Ilustração do ângulo de rotação.



Fonte: Autor, 2015.

Quando é considerado o ponto a_2 , o ângulo de rotação correspondente é $\theta + d\theta$. O ponto de intersecção entre as perpendiculares às tangentes em a_1 e a_2 respectivamente é O . Com a medida dessas perpendiculares, traça-se o raio de curvatura ρ . Desta forma, temos:

$$\rho d\theta = ds \quad (16)$$

A curvatura (κ) corresponde à medida inversa do raio de curvatura. Sendo assim, temos:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \quad (17)$$

Sendo ds a distância ao longo da curva de deflexão entre a_1 e a_2 , temos (para $d\theta$ em radianos):

$$\rho = \frac{ds}{d\theta} \quad (18)$$

A primeira derivada da deflexão em relação à direção x (dv/dx) pode ser definida como inclinação da curva de deflexão. Essa grandeza corresponde à tangente do ângulo de rotação (θ), visto que dv e dx são considerados infinitesimalmente pequenos. Constatações similares podem ser adotadas para a obtenção das expressões:

$$\tan(\theta) = \frac{dv}{dx} \quad (19)$$

$$\text{sen}(\theta) = \frac{dv}{ds} \quad (20)$$

$$\cos(\theta) = \frac{dx}{ds} \quad (21)$$

As estruturas reais, como as vigas, tendem a apresentar deformações de pequenas proporções. Do mesmo modo, os valores da curva de deflexão, ângulos de rotação e deflexões são muito pequenos. Com o valor de θ muito pequeno, temos:

$$ds \approx dx \rightarrow k = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \quad (22)$$

$$\tan(\theta) \approx \theta \rightarrow \theta \approx \tan(\theta) = \frac{dv}{dx} \quad (23)$$

Derivando esta última equação, temos:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (24)$$

Sendo assim, encontra-se:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (25)$$

Uma expressão para o momento fletor, já é bem conhecida:

$$M = \kappa EI \quad (26)$$

Em que:

M – Momento fletor da viga;

E – Módulo de elasticidade longitudinal;

I – Momento de inércia da área da seção transversal em relação à linha neutra.

Desta forma, chega-se a seguinte expressão:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (27)$$

Sendo assim, é possível obter a equação diferencial da curva de deflexão básica de uma viga:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (28)$$

Desta forma, quando o momento fletor (M) e a rigidez deflexão (EI) são conhecidos em função de x , é possível integrar a equação acima para a obtenção da deflexão v .

Podem ser obtidas também as equações (Gere, 2011):

$$\frac{dV}{dx} = -qd \quad (29)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (30)$$

Em que:

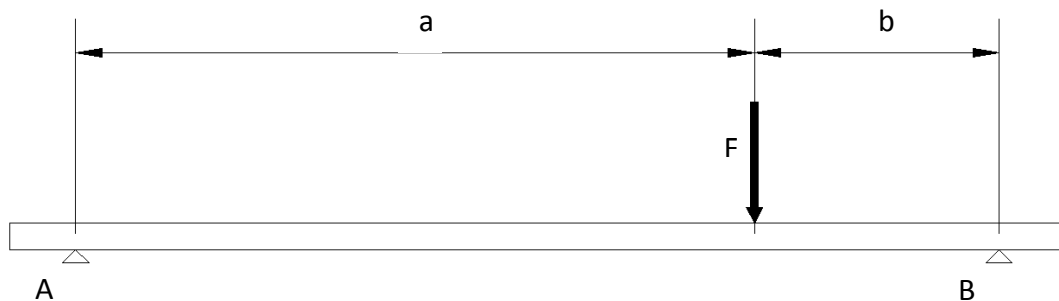
V é a força de cisalhamento;

qd é a intensidade de um carregamento suposto uniformemente distribuído.

2.8.1 Flexão em Três Pontos

A seguir (Figura 11) é ilustrada uma viga bi-apoiada em A e B, com carga concentrada F posicionada às distâncias a e b respectivamente dos apoios A e B e sendo o vão $L = a + b$:

Figura 11 – Ilustração da viga bi-apoiada com carga concentrada.



Fonte: Autor, 2015.

A partir das condições de equilíbrio, é possível calcular o momento na região de comprimento a e na região de comprimento b . Será considerada a distância $x = 0$ no apoio A, com valor positivo no sentido para a direita do apoio. As equações resultantes são:

$$M = \frac{Fbx}{L}, \quad \text{com } 0 \leq x \leq a \quad (31)$$

$$M = \frac{Fbx}{L} - F(x - a), \quad \text{com } a \leq x \leq L \quad (32)$$

Em que:

M é o momento fletor na viga.

L é o vão total da viga.

x é uma distância medida a partir do apoio A com sentido positivo para a direita da viga.

a é a distância entre o apoio A e a carga concentrada.

b é a distância entre o apoio B e a carga concentrada.

F é a carga concentrada atuante na viga.

Rearranjando as equações acima com a equação diferencial da curva de deflexão básica, é possível obter as equações diferenciais para a curva de deflexão:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Fbx}{L}, \quad \text{com } 0 \leq x \leq a \quad (33)$$

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Fbx}{L} - F(x - a), \quad \text{com } a \leq x \leq L \quad (34)$$

Em que:

EI corresponde a rigidez da viga.

v é a deflexão da viga.

$\frac{d^2v}{dx^2}$ corresponde à curva de deflexão.

As inclinações da viga podem ser obtidas integrando as equações acima, o que resulta em:

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{Fbx^2}{2L} + K_1, \quad \text{com } 0 \leq x \leq a \quad (35)$$

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{Fbx^2}{2L} - \frac{F(x-a)^2}{2} + K_2, \quad \text{com } a \leq x \leq L \quad (36)$$

Em que:

K_1 e K_2 são constantes de integração.

$\frac{dv}{dx}$ corresponde à inclinação da viga.

Quando as expressões são integradas mais uma vez, obtemos expressões associadas às deflexões:

$$EIv = \frac{Fbx^3}{6L} + K_1x + K_3, \quad \text{com } 0 \leq x \leq a \quad (37)$$

$$EIv = \frac{Fbx^3}{6L} - \frac{F(x-a)^3}{6} + K_2x + K_4, \quad \text{com } a \leq x \leq L \quad (38)$$

K_3 e K_4 são outras constantes de integração.

No caso da estrutura analisada, temos condições de contorno peculiares, a partir das quais é possível encontrar as constantes de integração:

Para $x = a$ temos as inclinações $\frac{dv}{dx}$ iguais para as duas partes da viga (trecho do vão em a e trecho do vão em b). Isto ocorre porque a viga forma uma curva contínua. Desta forma, temos a igualdade das equações apresentadas para a inclinação da viga:

$$\frac{Fba^2}{2L} + K_1 = \frac{Fba^2}{2L} - \frac{F(a-a)^2}{2} + K_2 \quad (39)$$

Desta forma, temos:

$$K_1 = K_2 \quad (40)$$

Para $x = a$ temos uma mesma deflexão, que pode ser obtida através das equações de deflexão em ambos os trechos considerados ($0 \leq x \leq a$ e $a \leq x \leq S$). Sendo assim, temos a seguinte igualdade:

$$\frac{Fba^3}{6L} + K_1a + K_3 = \frac{Fba^3}{6L} + K_2a + K_4 \quad (41)$$

Considerando a igualdade de K_1 e K_2 , temos:

$$K_3 = K_4 \quad (42)$$

Para $x = 0$, não ocorre deflexão ($v = 0$), visto que a viga está vinculada neste ponto e este vínculo impede a capacidade de deslocamento vertical da viga. Sendo assim, temos:

$$\frac{Fb0^3}{6L} + K_10 + K_3 = 0 \quad (43)$$

Sendo assim, temos:

$$K_3 = 0 \quad (44)$$

Considerando a igualdade entre K_3 e K_4 , temos:

$$K_3 = K_4 = 0 \quad (45)$$

Outra condição de contorno é que quando temos $x = L$, a deflexão (v) é igual à zero. Desta forma, temos:

$$\frac{FbL^3}{6L} - \frac{F(L-a)^3}{6} + K_2L + K_4 = 0 \quad (46)$$

Considerando que $K_4 = 0$ e que $L - a = b$:

$$\frac{FbL^2}{6} - \frac{Fb^3}{6} + K_2L = 0 \quad (47)$$

Sendo assim, temos:

$$K_1 = K_2 = -\frac{Fb(L^2 - b^2)}{6L} \quad (48)$$

Aplicando as expressões encontradas para as constantes de integração nas equações obtidas para as deflexões, é possível obter as seguintes equações:

$$v = -\frac{Fbx}{6LEI}(L^2 - b^2 - x^2), \quad \text{com } (0 \leq x \leq a) \quad (49)$$

$$v = -\frac{Fbx}{6LEI}(L^2 - b^2 - x^2) - \frac{F(x-a)}{6EI}, \quad \text{com } (a \leq x \leq L) \quad (50)$$

Estas expressões são então as equações para a obtenção das curvas de deflexão da viga. Derivando essas equações, é possível obter as equações para a inclinação da viga em um ponto qualquer do vão:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{Fb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2), \quad \text{com } (0 \leq x \leq a) \quad (51)$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{Fb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3x^2) - \frac{F(x-a)^2}{2EI}, \quad \text{com } (a \leq x \leq L) \quad (52)$$

Com essas duas últimas equações, é possível obter os ângulos de rotação nos apoios. Basta adotar os valores de x convenientes ($x = 0$ na primeira equação) e ($x = L$ na segunda equação):

$$\theta_A = -\frac{dv}{dx}(x=0) = \frac{Fb(L^2 - b^2)}{6LEI} = \frac{Fab(L+b)}{6LEI} \quad (53)$$

$$\theta_B = -\frac{dv}{dx}(x=L) = \frac{Fb(2L^2 - 3bL + b^2)}{6LEI} = \frac{Fab(L+a)}{6LEI} \quad (54)$$

Nos casos em que $a > b$, a deflexão máxima ocorre em um ponto localizado entre o apoio A e a posição do carregamento. Em qualquer que seja a localização desse ponto, a reta tangente à curva de deflexão é horizontal, desta forma, devemos ter $\frac{dv}{dx}(z) = 0$, em que z representa a distância entre o apoio A e o ponto de deflexão máxima. Desta forma, teremos:

$$\frac{dv}{dx}(z) = -\frac{Fb}{6LEI}(L^2 - b^2 - 3z^2) = 0 \quad (55)$$

Sendo assim, temos:

$$z = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}, \quad \text{com } a \geq b \quad (56)$$

Substituindo esta expressão na equação obtida para v , com $0 \leq x \leq a$, chegamos ao seguinte resultado:

$$\delta_{max} = Fb \frac{(L^2 - b^2)^{2/3}}{9\sqrt{3}LEI}, \quad \text{com } a \geq b \quad (57)$$

O posicionamento do carregamento que fornece a maior deflexão ocorre quando temos $a = b$, ou seja, quando o carregamento encontra-se no meio do vão. Para esta situação, temos a seguinte expressão para a deflexão máxima:

$$\delta_{max, \text{ carga central}} = \frac{FL^3}{48EI} \quad (58)$$

Mantendo apenas a rigidez no membro esquerdo da equação, temos:

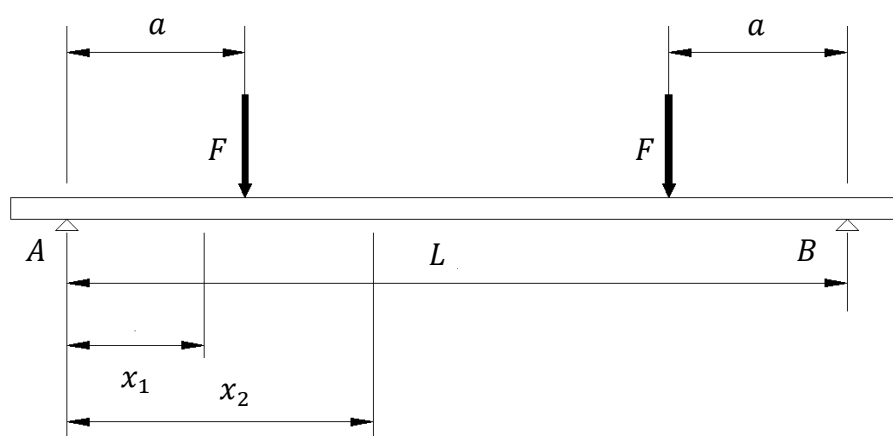
$$EI = \frac{FL^3}{48\delta_{max, \text{ carga central}}} \quad (59)$$

Que fornece a expressão para a estimativa de rigidez para a viga apresentada.

2.8.2 Flexão em Quatro Pontos

Outro caso particular de deflexão que pode ser analisado, é o caso em que uma viga simplesmente apoiada apresenta duas cargas concentradas de mesma magnitude (F) ao longo do vão. Suponhamos, neste caso, que a primeira carga apresente uma distância (a) de um dos apoios (A) e que a outra carga apresente essa mesma distância (a) em relação ao outro apoio (B). O esquema é ilustrado na Figura 12 a seguir:

Figura 12 – Ilustração da viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas de mesma intensidade ao longo do vão.



Fonte: Autor, 2015.

Em que:

F é o valor de cada carga externa.

a é a distância de cada carga externa até o apoio mais próximo.

x_1 é a distância do apoio A até um determinado ponto do vão da viga, de comprimento máximo a .

x_2 é a distância do apoio A até um determinado ponto do vão da viga, de comprimento mínimo a e máximo $L - a$.

L é o vão da viga.

A e B são os apoios da viga.

Partindo da equação diferencial da curva de deflexão básica da viga:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (60)$$

Para o trecho de comprimento a da viga, que parte do ponto A para a direita no que se sucede até a primeira carga externa a esquerda da viga (distância x_1 , em que $0 \leq x_1 \leq a$), temos o seguinte momento:

$$M_1 = F x_1 \quad (61)$$

Com essas duas últimas equações, ainda considerando a distância x_1 , temos:

$$EI \frac{d^2v_1}{dx_1^2} = F x_1 \quad (62)$$

A primeira e segunda integrações da expressão acima fornecem, respectivamente, as seguintes expressões:

$$EI \frac{dv_1}{dx_1} = \frac{F x_1^2}{2} + C_1 \quad (63)$$

$$EI v_1 = \frac{F x_1^3}{6} + C_1 x_1 + C_2 \quad (64)$$

Para o trecho da viga que compreende x_2 ($a \leq x_2 \leq L - a$), considerando a análise do lado direito da viga, temos a seguinte expressão para o momento:

$$M_2 = F a \quad (65)$$

Partindo da equação diferencial da curva de deflexão básica da viga e da expressão acima, temos:

$$EI \frac{d^2v_2}{dx_2^2} = F a \quad (66)$$

As primeira e segunda integrações desta expressão fornecem as seguintes expressões:

$$EI \frac{dv_2}{dx_2} = F a x_2 + K_3 \quad (67)$$

$$EI v_2 = \frac{F a x_2^2}{2} + K_3 x_2 + K_4 \quad (68)$$

Aplica-se então, a condição de contorno em $x = 0$. Neste ponto, se localiza o apoio A , e portanto, temos $v_1 = 0$. Sendo assim, para a equação de deflexão obtida para x_1 , teremos:

$$EI \cdot 0 = \frac{F \cdot 0^3}{6} + K_1 \cdot 0 + K_2 \quad (69)$$

O que resulta em:

$$K_2 = 0 \quad (70)$$

Devido à simetria entre as cargas, é possível constatar que a tangente a curva de deflexão é horizontal em $x = L/2$. Desta forma, neste ponto, teremos:

$$EI \frac{dv_2}{dx_2} = 0 \quad (71)$$

Aplicando esta equação na expressão anteriormente apresentada para $EI \frac{dv_2}{dx_2}$, teremos:

$$0 = F \cdot a \cdot \frac{L}{2} + K_3 \quad (72)$$

Sendo assim, chegamos à:

$$K_3 = -F \cdot a \cdot \frac{L}{2} \quad (73)$$

No ponto do vão da viga que temos $x_1 = x_2 = a$, teremos uma outra condição de contorno, que corresponde ao fato de haver um único valor para a deflexão. Desta forma, podemos igualar as equações de deflexão para x_1 e para x_2 , o que fornece:

$$\frac{F \cdot a^3}{6} + K_1 \cdot a = \frac{F \cdot a^3}{2} - \frac{F \cdot a^2 \cdot L}{2} + K_4 \quad (74)$$

$$K_1 \cdot a - K_4 = \frac{F \cdot a^3}{3} - \frac{F \cdot a^2 \cdot L}{2} \quad (75)$$

Neste mesmo ponto ($x_1 = x_2 = a$), temos ainda outra condição de contorno: a igualdade das inclinações ($\frac{dv_1}{dx_1} = \frac{dv_2}{dx_2}$). O que fornece:

$$\frac{F \cdot a^2}{2} + K_1 = F \cdot a^2 - \frac{F \cdot a \cdot L}{2} \quad (76)$$

O que fornece:

$$K_1 = \frac{F a^2}{2} - \frac{F a L}{2} \quad (77)$$

Associando essa expressão de K_1 a condição de contorno anterior, teremos:

$$K_4 = \frac{F a^3}{6} \quad (78)$$

Aplicando agora a expressão para K_1 na expressão já obtida para $\frac{dv_1}{dx_1}$, teremos:

$$\frac{dv_1}{dx_1} = \frac{F}{2 EI} (x_1^2 + a^2 - aL) \quad (79)$$

Que fornece a inclinação para o trecho x_1 . Integrando essa expressão, chega-se a seguinte equação para a deflexão no trecho próximo ao apoio A :

$$v_1 = \frac{F x_1}{6 EI} [x_1^2 + 3a(a - L)], \quad \text{com } 0 \leq x_1 \leq a \quad (80)$$

Também é possível encontrar a inclinação para o apoio A :

$$\theta_A = \frac{dv_1}{dx_1} (x_1 = 0) = \frac{F a (a - L)}{2 EI} \quad (81)$$

Substituindo as expressões encontradas para as constantes C_3 e C_4 na equação obtida para v_2 , teremos:

$$v_2 = \frac{F a}{6 EI} [3x_2(x_2 - S) + a^2], \quad \text{com } a \leq x_2 \leq L - a \quad (82)$$

Como as cargas são simétricas, o valor da deflexão máxima ocorre no meio do vão. Sendo assim, temos:

$$v_{max} = v_2(x = \frac{L}{2}) = \frac{F a}{24 EI} (4a^2 - 3L^2) \quad (83)$$

Que corresponde à expressão para a deflexão máxima na viga com cargas nas posições apresentadas. Isolando o elemento de rigidez EI , teremos:

$$EI = \frac{F a}{24 v_{max}} (4a^2 - 3L^2) \quad (84)$$

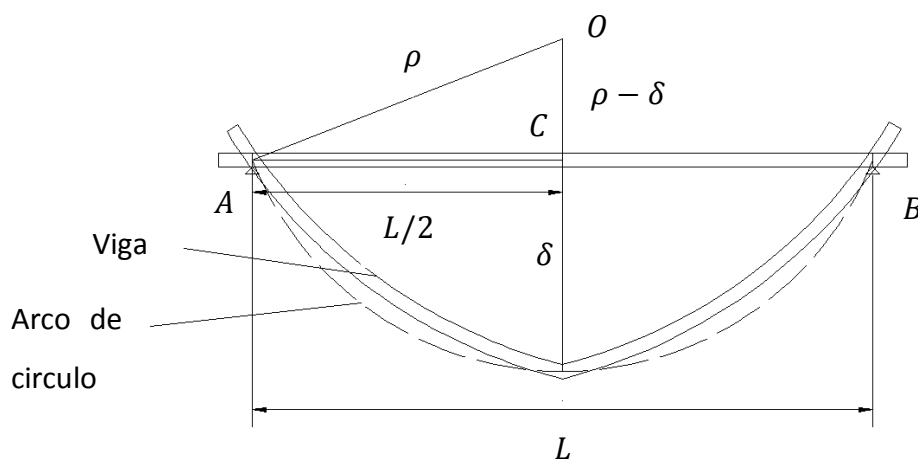
Essa expressão é utilizada neste trabalho para encontrar a rigidez em tempo real da viga ensaiada com esta condição de carregamento proposta. Esses valores de rigidez são investigados quanto a sua capacidade de fornecer um índice de dano na viga ensaiada.

Porém, como foram realizados os procedimentos de derivação para a obtenção da mesma, a expressão não é válida para situações em que a seção transversal não é constante ao longo de todo o vão da viga (caso das vigas danificadas, em que, na região da viga onde ocorre o dano, ocorre variação das dimensões da seção). Isso ocorre porque, nestes casos, ocorre significativa variação do momento de inércia ao longo do vão.

Sendo assim, nos casos de variação de momento de inércia, como por exemplo, uma viga danificada no centro do vão, é possível ainda realizar uma análise da curvatura ($1/\rho$). Esta curvatura pode ser obtida geometricamente, por exemplo, a partir de um ensaio de flexão, realizado em tempo real (ver

Figura 13).

Figura 13 – Ilustração de viga fletida com variáveis para a obtenção da curvatura.



Fonte: Autor, 2015.

Partindo do triângulo OAC , temos:

$$\text{sen } \hat{A} = \frac{\rho - \delta}{\rho}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{L/2}{\rho}$$

Da relação clássica da geometria analítica, temos:

$$\text{sen}^2 \hat{A} + \text{cos}^2 \hat{A} = 1 \rightarrow \frac{\rho - \delta^2}{\rho^2} + \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{\rho^2} = 1$$

O que nos fornece uma expressão para o raio de curvatura (ρ):

$$\rho = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2}{2 \delta} \quad (85)$$

Sendo assim, temos que a seguinte equação permite uma estimativa da curvatura para esta situação:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2 \delta}{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2} \quad (86)$$

Em que:

δ – Valores experimentais obtidos para a deflexão.

L – Vão total da viga (valor fixo e mensurado previamente).

$\frac{1}{\rho}$ – Curvatura para a viga ensaiada.

Uma estimativa da rigidez pode ser obtida a partir desta equação, aplicando-se a equação diferencial da curvatura:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

O que fornece:

$$\frac{M}{EI} = \frac{2 \delta}{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2}$$

Isolando EI , temos:

$$EI = M \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2}{2 \delta} \quad (87)$$

Para o caso específico em que a viga bi-apoiada apresenta duas cargas concentradas com distância a do apoio, cada (ver Figura 12), temos um valor constante para o momento no trecho da viga entre as duas cargas. Sendo assim, a estimativa de rigidez é obtida a partir da equação:

$$EI = F a \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2}{2 \delta} \quad (88)$$

3 TESTES ESTATÍSTICOS

Para verificar a consistência estatística dos resultados obtidos, bem como para verificar se os mesmos correspondem eficientemente em bons indicadores de dano, foram aplicados testes estatísticos. Os testes, bem como as condições de aplicabilidade são descritos nesta seção.

3.1 Teste de Shapiro-Wilk

O teste de Shapiro-Wilk foi proposto por Shapiro & Wilk (1965) e utiliza a seguinte estatística de teste:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (89)$$

Em que as constantes a_1, a_2, \dots, a_n são calculadas como a solução da expressão:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{0,5}} \quad (90)$$

Em que:

$m = (m_1, m_2, \dots, m_n)^T$ o vetor dos valores esperados das estatísticas de ordem da amostra e V a matriz de covariâncias dessas estatísticas. O p-valor deste teste é calculado exatamente para $n = 3$, em outras situações, utilizam-se aproximações diferentes para $4 \leq n \leq 11$ e para $n \geq 12$ (Shapiro e Wilk, 1965).

Segundo Guimarães (2008), o teste de Shapiro-Wilk é utilizado para verificação de normalidade, especialmente nas situações em que se trabalha com os dados ordenados, geralmente quando se tem menos de 50 observações. Outros testes também são utilizados para verificar a normalidade (Lucambio, 2008).

Segundo o Action (2015), as etapas do teste estão sequenciadas a seguir:

- 1) Formulação da hipótese:

H_0 : A amostra provém de uma população Normal

(91)

H_1 : A amostra não provém de uma população Normal

- 2) Estabelecer o Nível de significância do teste (α), normalmente 0,05;
- 3) Calcular a estatística de teste:

As n observações da amostra: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$;

Calcular $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$;

Calcular $(\sum_{i=1}^n a_i y(i))^2$;

Calcular a estatística W .

3.2 Teste de Bartlett

O teste proposto por Bartlett (1937) é um teste paramétrico utilizado quando é satisfeita a condição de as amostras provem de uma distribuição normal e quando o número de observações em cada tratamento é heterogêneo, com o objetivo de verificar se as variâncias da amostra são todas equivalentes (Anjos, 2009). O teste de Bartlett consiste em uma modificação do teste da razão de verossimilhança com objetivo de melhorar a aproximação à distribuição qui-quadrado (Riboldi, 2014).

As hipóteses do teste são as seguintes:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

H_1 : pelo menos um dos σ_i^2 apresenta diferença, onde: $i = 1, 2, \dots k$.

O procedimento para a aplicação do teste inicia-se com o cálculo do valor de N de acordo com o tamanho das amostras ($n_1, n_2, n_3, \dots n_k$), em que:

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (92)$$

A seguir, é calculado o valor s_p^2 :

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2}{N - k} \quad (93)$$

Então, calcula-se a estatística do teste:

$$B_\alpha = \frac{(N - k) \ln(s_p^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln(s_i^2)}{1 + \frac{1}{3(k - 1)} \left[\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} \frac{1}{N - k} \right]} \quad (94)$$

Sob H_0 (igualdade das variâncias), sabemos que B_α tem distribuição assintótica qui-quadrado com $k - 1$ graus de liberdade. Desta forma, rejeitamos H_0 se $B_\alpha > Q_{[1-\alpha; k-1]}$ no qual $Q_{[1-\alpha; k-1]}$ representa o quantil $(1 - \alpha)$ 100% da distribuição qui-quadrado com $k - 1$ graus de liberdade (Action, 2015). Além disso, o $P - valor$ é calculado por (Action, 2015):

$$P - valor = P[\chi_{(k-1)}^2 > B_\alpha \mid H_0] \quad (95)$$

Neste trabalho, o teste de Bartlett é utilizado para avaliar igualdade entre variâncias no caso em que se múltiplos grupos de análise.

3.3 Teste F

O teste F é uma aplicação estatística proposta por Fisher (1934). Ela é utilizada nos casos em que ocorre normalidade para as amostras e quando são analisadas duas populações independentes. O objetivo do teste é o de comparar as variâncias de duas populações.

A estatística do teste F é dada pela relação abaixo:

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} \quad (96)$$

Em que:

- $S_A > S_B$
- S_A^2 : é a variância da amostra A
- S_B^2 : é a variância da amostra B
- $gl_1 = n_A - 1$ (numerador)
- $gl_2 = n_B - 1$ (denominador)

Neste teste, caso se chegue à situação:

$$S_A^2 > S_B^2 \quad (97)$$

teremos:

$$F > 1 \quad (98)$$

Além disso, o teste se subdivide nas abordagens: bicaudal e monocaudal. Testa-se a diferença:

$$H_0: \sigma_A = \sigma_B \text{ e } H_1: \sigma_A \neq \sigma_B \quad (99)$$

A distribuição F não é simétrica, sendo assim, a área da cauda superior (FS) difere da área da cauda inferior (FI). Sendo assim, deve ser adotada a seguinte regra de decisão:

$$\begin{aligned} & \text{Se } F > FS \text{ ou } F < FI, \text{ para } gl_1 \text{ e } gl_2, \text{ então rejeita – se } H_0. \\ & \text{Caso contrário, aceita – se } H_0. \end{aligned} \quad (100)$$

Em geral, coloca-se a variância de maior valor no numerador e a decisão se dá devido à cauda superior. O Anexo B foi utilizado para a comparação do valor calculado com o crítico para estatística do teste F.

3.4 Teste de Kruskal-Wallis

Segundo Guimarães (2008), o teste desenvolvido por Kruskal e Wallis (1952) é um teste útil na comparação de k tratamentos independentes (em geral, três ou mais). Ele nos indica se há diferença entre pelo menos dois deles. É na verdade uma extensão do teste de Wilcoxon para duas amostras independentes e se utiliza dos postos atribuídos aos valores observados.

Para Vilela Jr. (2012), este teste é o equivalente não paramétrico para a ANOVA, onde a variável medida deve estar em escala ordinal ou numérica e os pressupostos de normalidade e homogeneidade das variâncias comprometidas. No Teste de Kruskal Wallis é importante observar que se a amostra for muito pequena (por exemplo, 3 grupos e cinco dados por grupo) e ainda ocorrer vários empates (mais de 1/3 dos dados), o mesmo pode perder seu poder estatístico e não deve ser usada a fórmula aqui apresentada. Nestes casos, são necessárias correções trabalhosas sendo recomendado o uso de softwares estatísticos que as realizam automaticamente.

O valor calculado de H deve ser comparado com o valor crítico, sendo este definido pelo nível de significância e pelos tamanhos da amostra n_1, n_2, \dots, n_k . Caso o valor calculado de H supere o valor crítico, H_0 deve ser rejeitado.

Um dos softwares estatísticos utilizados para o teste de Kruskal Wallis é o Action® 2.8 da Estatcamp, que fornece uma ferramenta na forma de suplemento para o Excel®. Segundo os produtores do Portal Action, as hipóteses básicas para o teste são:

- 1) As N variáveis aleatórias $\{X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jn}\}$ com $j = 1, 2, \dots, k$ mutuamente independentes.
- 2) Para cada n_j variáveis aleatórias $\{X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jn}\}$ são uma amostra aleatória de uma distribuição contínua com função de distribuição F_i .
- 3) As funções de distribuição F_1, F_2, \dots, F_k se relacionam através da relação:

$$F_j(t) = F(t - \tau_j), -\infty < \infty \quad (101)$$

Para $j = 1, 2, \dots, k$, onde F é uma função de distribuição para uma distribuição contínua com mediana desconhecida e τ_j é o efeito do tratamento (desconhecido) para a população j .

Neste caso, a hipótese nula H_0 de interesse é a de que não há diferença entre os efeitos $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ isto é:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k \quad (102)$$

Esta hipótese nula garante que cada função de distribuição F_1, F_2, \dots, F_k é igual, ou seja, $F_1 = F_2 = \dots = F_k$.

Para aplicar o método de Kruskal-Wallis, primeiramente ordenamos todas as N observações das k amostras da menor para a maior observação e consideramos r_{ij} como sendo o posto de X_{ij} . Tomamos:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n_i} r_{ij} \text{ e } R_i = \frac{R_i}{n_i}, i = 1, \dots, k \quad (103)$$

Deste modo, temos, por exemplo, que R_1 é a soma dos postos dos elementos da amostra 1 e R_i é o posto médio destas mesmas observações. A estatística de Kruskal-Wallis H , será dada por:

$$H = \frac{\frac{12}{N \cdot (N + 1)} \cdot \sum_{i=1}^k n_i \left(R_i - \frac{N + 1}{2} \right)^2}{1 - \frac{\sum_{i=1}^k t_j^3 - t_j}{N^3 - N}} \quad (104)$$

onde t_j é o tamanho do grupo de elementos repetidos j e g é o número de grupos. Uma observação que não se repete é considerada como um grupo de tamanho 1. Esta estatística tem, aproximadamente, uma distribuição qui-quadrado com $k - 1$ graus de liberdade (gl).

Os passos para realização deste teste são dados a seguir:

1. Estabelecemos as hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k \\ H_1: \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k \text{ não são todos iguais} \end{aligned} \quad (105)$$

2. Ordenamos de forma crescente de magnitude os valores deste novo conjunto de dados e associamos a cada valor seu posto correspondente, tendo cada posto o mesmo sinal do valor que este representa.
3. Calculamos o valor da estatística H . Em seguida, fixamos o nível de significância α .
4. Encontramos os valores críticos referentes ao nível de significância fixado. Neste caso, calculamos os valores Q_α de modo que $P[H > Q_\alpha] = \alpha$ (sob H_0).
5. Se $H_{obs} > Q_\alpha$ rejeitamos a hipótese nula de que as amostras provém de populações igualmente distribuídas.
6. O p-valor é calculado da seguinte forma:

$$P - \text{valor} = P[\chi_{k-1}^2 \geq H | H_0] \quad (106)$$

O p-valor, também denominado nível descritivo do teste, corresponde à probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em relação ao valor observado (estatística) quando a hipótese H_0 é verdadeira.

Segundo Silva (2014), um procedimento de fácil compreensão já é existente na técnica de Kruskal-Wallis para determinar quais pares de grupos são diferentes. Esse procedimento inicia-se com a obtenção das diferenças $|\bar{R}_u - \bar{R}_v|$ que envolve todos os pares de grupos, e sendo a amostra grande, as diferenças têm distribuição aproximadamente normal. Todavia, o procedimento de comparação necessita ser ajustado apropriadamente em razão de: haver

um grande número de diferenças, e as diferenças não serem independentes. A significância de pares individuais de diferenças pode ser testada utilizando a desigualdade que se segue:

$$|\bar{R}_u - \bar{R}_v| \geq Z \left[\frac{\alpha}{k(k-1)} \right] \cdot \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \cdot \left(\frac{1}{n_u} + \frac{1}{n_v} \right)} \quad (107)$$

O método de comparações múltiplas determina que se a desigualdade acima for satisfeita, então a hipótese nula $H_0: \theta_u = \theta_v$ pode ser rejeitada e concluir que $\theta_u \neq \theta_v$.

Assim, subtende-se que o valor de $Z \left[\frac{\alpha}{k(k-1)} \right]$ é o valor da abscissa da distribuição normal padrão mencionada acima da qual está $\left[\frac{\alpha}{k(k-1)} \right]$ da distribuição.

3.5 Teste de Tukey

Action (2015) afirma que o Teste proposto por Tukey (1953) é também conhecido como teste de Tukey da diferença honestamente significativa - honestly significant difference (HSD) e teste de Tukey da diferença totalmente significativa - wholly significant difference (WSD). É um teste exato em que, para a família de todas as $c = 0,5k(k-1)$ comparações duas a duas, a taxa de erro da família dos testes (FWER) é exatamente α (e o intervalo de confiança é exatamente $1 - \alpha$). Métodos de comparações múltiplas exatos são raros. O teste de Tukey tem sido mostrado analiticamente ótimo, no sentido que, entre todos os procedimentos que resultam em intervalos de confiança com mesmo tamanho para todas as diferenças duas a duas com coeficiente de confiança da família de pelo menos $1 - \alpha$, o teste de Tukey resulta em intervalos menores. Isso quer dizer que, se a família consiste em todas as comparações duas a duas e o teste de Tukey pode ser usado, ele resultará em intervalos menores que qualquer outro método de comparação múltipla de uma etapa. A estratégia de Tukey consiste em definir a menor diferença significativa. Tal procedimento utiliza a amplitude da distribuição studentizada.

Segundo Anjos (2009), o teste de Tukey permite testar qualquer contraste, sempre, entre duas médias de tratamentos, ou seja, não permite comparar grupos entre si. O teste baseia-se na Diferença Mínima Significativa (DMS, *dif*). A estatística do teste é dada da seguinte forma:

$$dif = q \sqrt{\frac{QMRes}{r}} \quad (108)$$

Em que:

q é a amplitude total studentizada, tabelada (ver Anexo A);

$QMRes$ é o quadrado médio do resíduo;

r é o número de repetições;

dif é a Diferença mínima significativa.

O valor de q depende do número de tratamentos e do número de gl do resíduo. Também, em um teste de comparações de médias, deve-se determinar um nível de significância α para o teste. Normalmente, utiliza-se o nível de 5% ou 1% de significância. Como o teste de Tukey é, de certa forma, independente do teste F, é possível que, mesmo sendo significativo o valor de F calculado, não se encontrem diferenças significativas entre contrastes de médias.

Se como conclusão do teste, o contraste for maior do que dif , então as médias diferem ao nível α de significância.

Segundo Silva (2014), para tratamentos com número de repetições distintas, deve-se calcular o valor de dif através da seguinte fórmula:

$$dif = q * \sqrt{\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j}\right) * \frac{QMRes}{2}} \quad (109)$$

Onde:

r_i é o número de repetições do i -ésimo tratamento;

r_j é o número de repetições do j -ésimo tratamento;

O valor do coeficiente q verifica-se em função do número de tratamentos e do gl do resíduo. O teste de Tukey de certa forma não depende do teste F (ANOVA), sendo assim, é

possível que o fator calculado através do teste F, mesmo apresentando-se como significativo, não se encontre diferenças significativas entre contrastes de médias. De acordo com o teste de Tukey, pode-se concluir que duas médias são estatisticamente distintas quando o valor absoluto da diferença entre elas encontrar-se igual ou superior ao valor da diferença mínima significativa (Silva, 2014).

- 4) Tomar a decisão: Rejeitar H_0 ao nível de significância α se $W_{calculado} < W_{\alpha}$. Os valores críticos da estatística W de Shapiro-Wilk são fornecidos no Anexo C deste trabalho.

3.6 Teste T de Student

O teste t é um teste utilizado quando se deseja realizar uma comparação de duas médias em um determinado estudo estatístico. Segundo Silva (2014), a curva de densidade de probabilidade que descreve a distribuição t tem características similares à curva de distribuição normal padrão, ou seja, apresenta simetria em relação à média, portanto, sendo descrita graficamente em forma de sino. A mesma depende do grau de liberdade, e quanto mais o seu grau de liberdade aumenta, mais a distribuição t tende a se aproximar da curva de distribuição normal padrão.

Define-se que duas amostras são independentes quando os dados amostrais de uma população não estão relacionados ou, de alguma forma, emparelhados ou combinados com os valores amostrais selecionados da outra população. Segundo Guimarães (2008), a média de uma população é uma de suas características mais importantes. É muito comum desejarmos tomar decisões a seu respeito, por exemplo, quando são comparadas duas amostras ou dois tratamentos. Considera-se as seguintes hipóteses:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 < \mu_2 \tag{110}$$

ou $H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 > \mu_2$

Em que:

- μ_1 e μ_2 são as médias das populações 1 e 2 respectivamente;
- H_0 é a hipótese nula;
- H_1 é a hipótese alternativa.

Essas hipóteses definem os chamados testes unilaterais (monocaudais). São testes em que a região de rejeição está somente em uma das caudas da distribuição.

Para:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 < \mu_2, \text{ se } t < -t(\alpha)_{n_1+n_2-2} \quad (111)$$

toma-se a decisão de rejeitar a hipótese H_0 .

Para:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 > \mu_2, \text{ se } t > t(\alpha)_{n_1+n_2-2} \quad (112)$$

toma-se a decisão de rejeitar a hipótese H_0 .

Desta forma, o teste monocaudal é utilizado para constatar que determinado parâmetro apresenta-se significativamente superior ou inferior a um dado valor. O teste permite também determinar uma única região de rejeição de acordo com um nível de significância estabelecido.

Existe também a seguinte divisão para as hipóteses:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (113)$$

Para esta situação, se $|t| > t(\alpha/2)_{n_1+n_2-2}$, toma-se a decisão de rejeitar a hipótese H_0 .

Esta situação conduz aos testes bilaterais (bicaudais). Nestes, a região de rejeição se distribui de maneira simétrica em ambas as caudas. Este tipo de teste é utilizado quando há um interesse em particular de constatar que um determinado parâmetro difere de um determinado valor. Neste caso, o parâmetro pode então ser superior ou inferior ao valor estabelecido e a região de rejeição será dividida em duas partes iguais, nas extremidades da curva do teste, em que cada região de rejeição terá metade do nível de significância.

O teste é realizado a partir dos valores calculados ou previamente conhecidos da média e do desvio padrão de cada amostra. Com esses valores, calcula-se então a estatística do teste a partir da seguinte equação:

$$t = \frac{(\bar{X}_a - \bar{X}_b)}{\sqrt{\frac{S_a^2}{n_a} + \frac{S_b^2}{n_b}}} \quad (114)$$

Em que:

- \bar{X}_a e \bar{X}_b são as médias amostrais do grupo 1 e 2 respectivamente;
- S_a e S_b são os desvios padrões do grupo 1 e 2 respectivamente;
- n_a e n_b são os tamanhos de amostra do grupo 1 e 2 respectivamente;

Esta estatística apresenta distribuição t de Student cujo número de gl é $n_a + n_b - 2$. No caso simplificado em que as variâncias são iguais, chega-se a seguinte expressão:

$$t = \frac{(\bar{X}_a - \bar{X}_b)}{S_0 \sqrt{\frac{1}{n_a} + \frac{1}{n_b}}} \quad (115)$$

Em que:

$$S_0^2 = \frac{(n_a - 1)S_a^2 + (n_b - 1)S_b^2}{n_a + n_b - 2} \quad (116)$$

Para os casos citados, a estatística de teste t calculada é comparada com o valor $t_{critico}$ que deve ser obtido através de uma tabela. O valor é determinado para o teste bilateral a partir de um grau de significância $\alpha/2$ e $gl = n_a + n_b - 2$. Já para o teste unilateral, deve-se adotar grau de significância α e também: $gl = n_a + n_b - 2$. A tabela para obtenção do $t_{critico}$ é ilustrada nos anexos do trabalho (Anexo D).

3.7 Roteiro para a Aplicação dos Testes Estatísticos

Nesta subseção, será ilustrado o procedimento sequencial utilizado neste trabalho para a aplicação dos testes estatísticos. Estes testes serão aplicados para os resultados obtidos para as frequências naturais e para a rigidez dos corpos de prova ensaiados. O objetivo final da aplicação dos testes é o de constar se existem diferenças entre os resultados obtidos considerando-se as situações anterior e posterior à ruína do corpo de prova e as situações de corpo de prova íntegro e danificado.

Inicialmente, aplica-se o teste de Shapiro-Wilk para verificar se as amostras em análise provêm de uma distribuição normal. O critério de normalidade é atendido se a conclusão do teste for que a hipótese nula deve ser aceita. Do contrário, as amostras não são consideradas como advindas de uma população com distribuição normal.

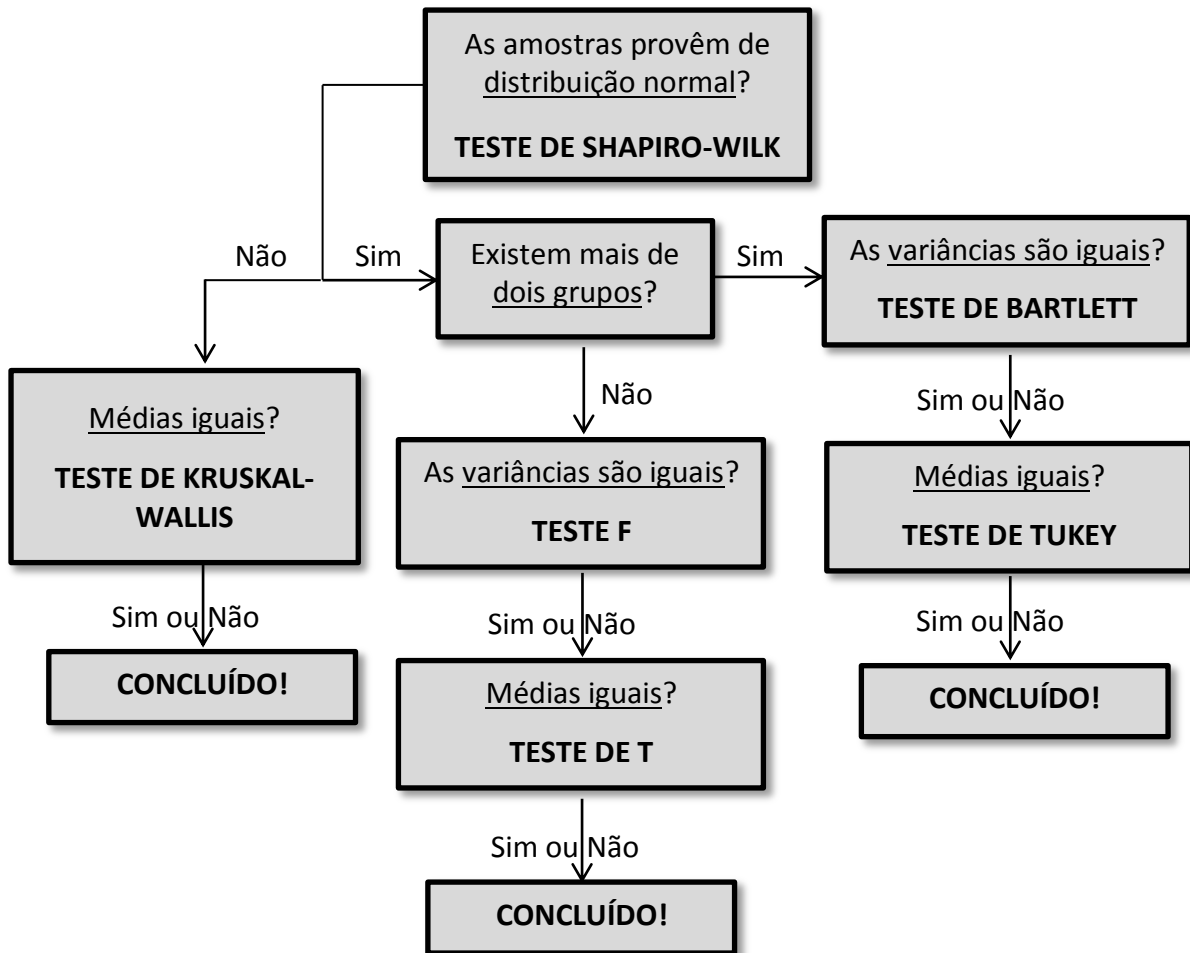
Para o caso de análise de dois grupos e com o critério de normalidade atendido, aplica-se o teste F para verificar se as variâncias das amostras devem ser consideradas iguais. Esta condição deve ser aceita no caso de aceitação da hipótese nula do teste. Do contrário, as variâncias devem ser consideradas diferentes. A seguir, aplica-se o teste t para verificar igualdade entre médias, atentando-se para a variabilidade do modo de aplicação do teste de acordo com a igualdade ou não das variâncias. Caso a hipótese nula do teste deva ser aceita, as médias devem ser consideradas iguais. Do contrário, elas devem ser consideradas diferentes.

Para o caso de análise de mais de dois grupos e com o critério de normalidade atendido, aplica-se o teste de Bartlett para verificar se as variâncias das amostras devem ser consideradas iguais. A seguir, aplica-se o teste de Tukey para verificar igualdade entre médias dos grupos, atentando-se para a variabilidade do modo de aplicação do teste de acordo com a igualdade ou não das variâncias. Caso a hipótese nula do teste deva ser aceita, as médias devem ser consideradas iguais. Do contrário, elas devem ser consideradas diferentes.

Nos casos em que não for verificada a normalidade, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis, válido para grupos múltiplos, para verificar igualdade entre médias. Caso o teste conclua que a hipótese nula deva ser aceita, as médias devem ser consideradas iguais. Do contrário, são consideradas diferentes.

A Figura 14 na forma de fluxograma ilustra o procedimento sequencial da aplicação dos testes estatísticos:

Figura 14 – Fluxograma de ilustração do procedimento de aplicação dos testes estatísticos do trabalho.



Fonte: Autor, 2015.

4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho se desenvolve tomando-se como base a revisão bibliográfica realizada a respeito de modelos teóricos, computacionais e análises experimentais relacionados com métodos de detecção de dano em estruturas.

O trabalho baseou-se em resultados de propriedades mecânicas de vigas ensaiadas em laboratórios e utilizou-se das equações clássicas de deflexão da viga. A metodologia deste trabalho consistiu em uma etapa de análise experimental e outra etapa de análise estatística que serão descritas a seguir.

4.1 Etapa Experimental

O procedimento experimental tem por objetivo detectar a presença de dano em estrutura de concreto. O modelo de estrutura adotado é uma viga de concreto. Inicialmente, utilizou-se a forma de análise de dano a partir da comparação das respostas da estrutura em termos de frequências naturais para os estados íntegro e danificado da peça. Durante os ensaios, também são mensuradas, em tempo real, a carga e a flecha correspondente a cada estágio de carregamento.

Para a confecção dos corpos de prova, foi realizada a moldagem dos corpos de prova conforme ilustra o item a seguir.

4.1.1 Moldes dos Corpos de prova

A moldagem dos corpos de prova foi realizada de acordo com o que preconiza a NBR 5738:2008. A primeira etapa do experimento consiste na confecção de moldes para os corpos de prova de concreto. Inicialmente, optou-se por adotar as dimensões 50x15x15 cm para um determinado primeiro lote (lote I) de testes, consistindo este de três corpos de prova. Foram adotadas também as dimensões 40x10x10 cm para outros dois lotes (denominados lote II e lote III), sendo que os lotes II e III consistiram de dez corpos de prova, cada. O primeiro lote consistiu de concreto com cimento CP II e foi utilizada a adição de fibras de aço. Os lotes II e III consistiram de concreto sem fibras com cimento CP V. Todos os corpos de prova se apresentam no formato prismático. Para a confecção dos corpos de prova, foram utilizados moldes de madeira (impermeabilizados com fôrmica e silicone). Os

procedimentos referentes à etapa experimental deste trabalho foram realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEMA) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Os moldes são ilustrados na Figura 15:

Figura 15 – Moldes usados na concretagem.



Fonte: Autor, 2015.

4.1.2 Caracterização do Traço e dos Materiais do Concreto

O concreto do Lote I foi confeccionado com adição de fibras de aço, cujas especificações estão contidas na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 – Especificações para a fibra de aço a ser utilizada no concreto do primeiro lote do experimento.

Tipo de Fibra	Coefficiente de forma (L/D)	Comprimento em mm (L)	Diâmetro em mm (D)	Resistência à tração (MPa)	Deformação de ruptura	Módulo elástico (MPa)
FF4	80	60	0,75	1.100	4%	210.000

Fonte: Autor, 2015.

Os demais materiais para a confecção do concreto são os seguintes:

- Cimento Portland composto (CP II-F-32) com adição de filler calcário, em teor entre 6 e 10% para o concreto do lote I.
- Cimento Portland de alta resistência inicial (CP V ARI) para os concretos dos lotes II e III.
- Como agregado miúdo, foi utilizada areia grossa (com Módulo de Finura no valor de 3,31), recebida de acordo com especificações da ABNT NBR 7211:2009.

- Como agregado graúdo, foi utilizado a brita 0, recebida de acordo com especificações da ABNT NBR 7211:2009.

- Água potável em condições ideais para utilização em concreto estrutural, segundo a ABNT NBR 15900-1:2009.

Os traços em massa que foram empregados na concretagem, com base nesses componentes foram os seguintes:

Tabela 3 – Traços em massa a serem utilizados nos concretos.

Lote	Tipo de cimento	Quantidade de Cimento (kg)	Areia (kg)	Brita (kg)	Água (l)	Fibra (kg)
Primeiro	CP II	25,99	45,74	65,16	11	0,337
Segundo	CP V	30,8	54,2	77,2	13	-
Terceiro	CP V	30,8	54,2	77,2	13	-

Fonte: Autor, 2015.

4.1.3 Procedimento de Concretagem Empregado

Para a realização da concretagem, além dos materiais previstos no traço e dos moldes, foram utilizados os seguintes equipamentos e materiais:

- Betoneira com as especificações da Tabela 4 a seguir:

Tabela 4 – Especificações para a betoneira utilizada no trabalho.

Modelo	Capacidade do tambor (l)	Ciclos por hora	Produção horária aproximada (m ³)	Rotação do tambor (rpm)	Potência do motor elétrico (CV)
CS 400	400	12	3,0	20	2 (4 polos)

Fonte: Autor, 2015.

- Vibrador de imersão LIEVERS P-14, 600 W, 50 Hz;

- Desmoldante líquido.

O procedimento para a produção do concreto empregado seguiu a seguinte sequência:

1 – Inicialmente, os materiais foram submetidos à secagem ao ar;

2 – A seguir, procedeu-se com a aplicação do desmoldante sobre os moldes;

- 3 – Os materiais foram então colocados em baldes para facilitar a colocação na betoneira;
- 4 – A seguir, com a betoneira ativa, todo o agregado (gráudo e miúdo) foi adicionado à betoneira. Os materiais foram submetidos à mistura mecânica por um minuto para homogeneização;
- 5 – Em seguida, todo o cimento previsto no traço foi colocado, na betoneira. O material foi então submetido à mistura em betoneira por mais um minuto;
- 6 – Na sequência, toda a água prevista para o traço foi colocada na betoneira e precedeu-se com a mistura por mais três minutos;
- 7 - O concreto foi colocado nos moldes junto com a quantidade adequada de fibras de forma a manter o traço correspondente (Esta etapa foi realizada apenas para o concreto do lote I);
- 7 – O concreto foi então submetido à vibração mecânica e sua superfície superior foi rasada, de modo a manter a uniformidade;
- 8 – O concreto foi então submetido ao processo de cura por 14 dias de acordo com o que preconiza a NBR 5738.

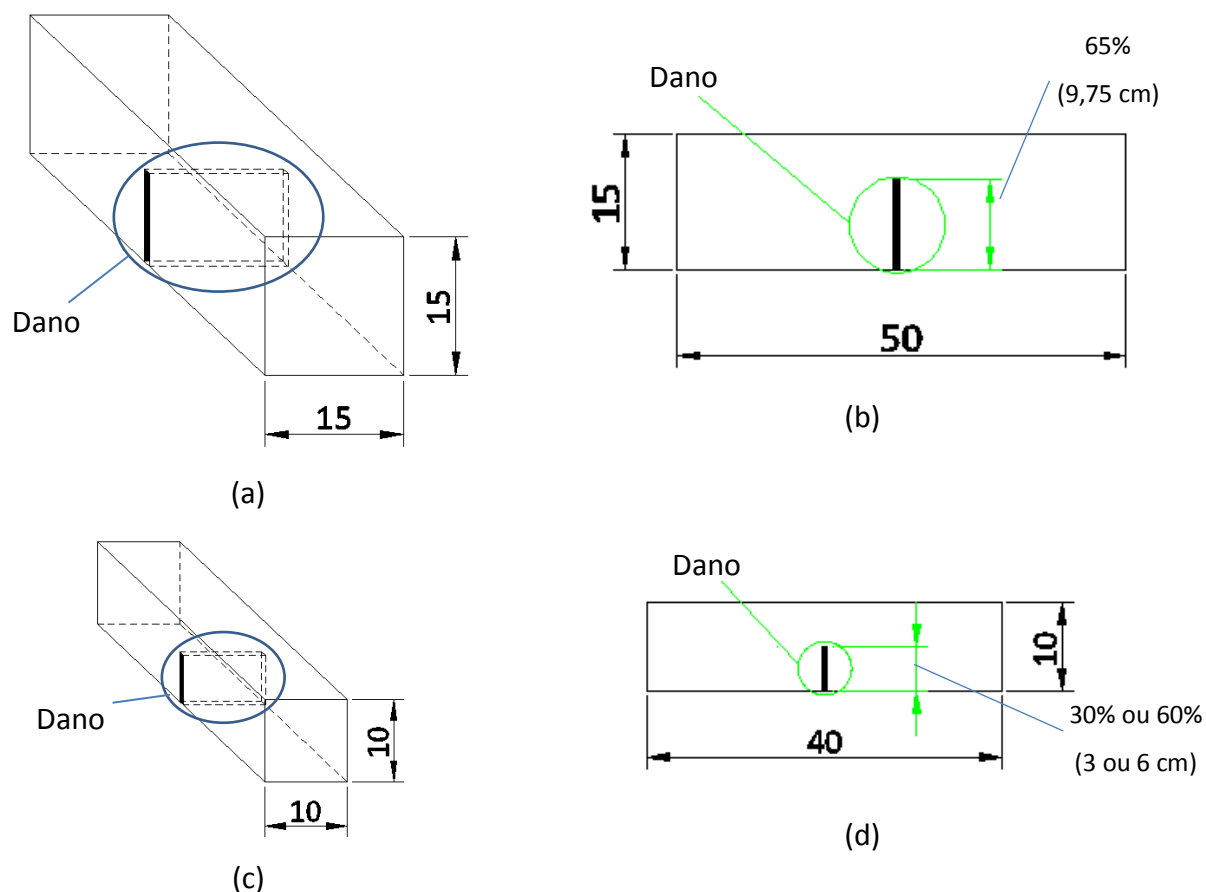
Para efeito de comparação dos resultados entre o estado íntegro e o danificado, foi realizada a introdução de dano à parte das amostras.

4.1.4 Introdução de Dano nos Corpos de Prova da Condição Danificada

Como este trabalho busca apresentar resultados para constatar efeitos da existência ou não de danos em corpos de prova (CP), o procedimento experimental se baseou em CP danificados e íntegros. Os CP íntegros são aqueles em que não se realiza uma introdução de dano antes dos ensaios e por isso, são ensaiados com a mesma integridade e forma que apresentam no processo de desforma. Esta condição é aqui denominada de condição não-danificada (CP-ND), caracterizando o estado íntegro da viga. Para os CP danificados, o dano é caracterizado com um rasgo introduzido por uma retífica. O rasgo apresenta 5 mm de espessura e tem direção perpendicular ao eixo da viga, e no sentido que parte da face inferior até uma certa altura da viga. Estes CP danificados recebem a classificação de corpos de prova em condição danificada (CP-CD), caracterizando o estado danificado da viga.

A Figura 16 a seguir ilustra as condições de introdução de dano:

Figura 16 – Ilustração da vista em perspectiva (a, c) e vista lateral (b, d) dos corpos de prova nas diversas situações de dano.



Fonte: Autor, 2015.

No caso do lote I, após serem moldados os três corpos de prova (CP) de concreto com fibras, foi realizada a introdução de dano para dois destes (estes CP serão denominados de CP-CD-65). Este dano é quantificado de maneira que o rasgo corresponde à penetração do disco da retífica em 65% (9,75 cm) da altura do CP nas duas faces laterais do CP (Figura 16 (a) e (b)). O outro CP do lote permanece sem dano.

No caso dos lotes II e III, foram moldados, para cada lote, 10 CP de concreto sem fibras e a introdução do dano foi realizada para 6 CP de cada lote (CP-CD). Os 4 CP restantes de cada lote permanecem sem a introdução de dano (CP-ND), caracterizando o estado íntegro da viga. Para esses lotes, foi realizada uma diversificação do estado de dano para os CP-CD, sendo que 3 CP-CD (que serão denominados de CP-CD-30) de cada lote foram danificados de maneira que o rasgo corresponde à penetração do disco da retífica em 30% (3 cm) da altura

do CP (que no caso destes dois lotes é de 10 cm) nas duas faces laterais do CP. Para os outros 3 CP-CD (que serão denominados de CP-CD-60), o dano correspondeu a penetração do disco em 60% (3 cm). Os outros 4 CP permaneceram sem a introdução do dano (CP-ND).

Na Tabela 5 a seguir, constam as situações e o número de corpos de prova moldados para cada uma delas:

Tabela 5 – Número de corpos de prova para as diferentes condições de dano em cada lote estudado.

Lote	CP-ND (0%)	CP-CD-30 (30%)	CP-CD-65 (65%)	CP-CD-60 (60%)	Total
1°	1	-	2	-	3
2°	4	3	-	3	10
3°	4	3	-	3	10

Fonte: Autor, 2015.

4.1.5 Aquisição de Frequências Naturais

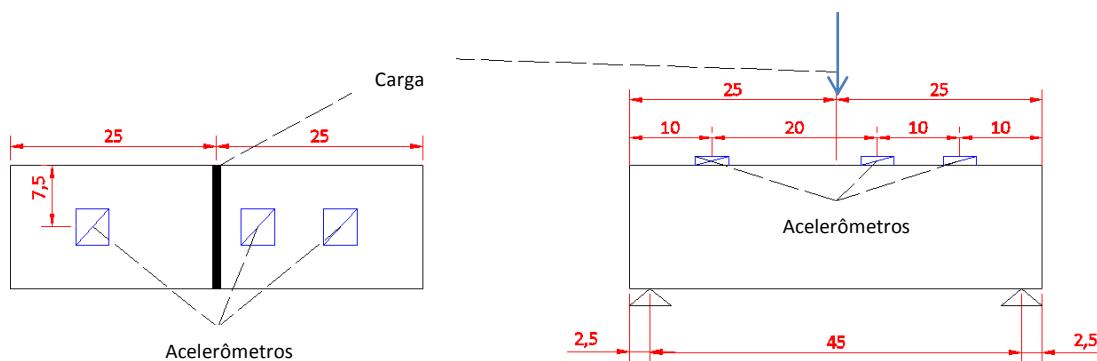
Foram utilizados transdutores (acelerômetros capacitivos) para a obtenção de acelerações na viga ensaiada. A partir das acelerações, foi utilizado o princípio da transformada de Fourier para a obtenção das frequências naturais. Foi utilizado o sistema da HBM acoplado aos transdutores da marca Silicon Designs, Inc, modelo 2210-010 com frequência de resposta (Nominal 3dB) 0 – 600 Hz, sensibilidade: 12,5 kHz/g e input Range: $\pm 10g$. O sistema de aquisição foi acoplado a um computador pessoal para processar os gráficos atualizados em tempo real. Os gráficos apresentam a informação de amplitude em função das frequências naturais. Além disso, o sistema de processamento de dados gera uma tabela que mostra a variação temporal da aceleração. Essas informações foram geradas por meio do software catman®Easy 3.4.1.35.

Foram utilizados no total, quatro acelerômetros, sendo que um deles foi posicionado na parte superior de uma prensa e os demais foram posicionados na direção paralela ao eixo da viga, e na face superior da estrutura. Dois dos acelerômetros foram colocados cada um a 10 cm de cada face das extremidades do eixo da viga; enquanto que o terceiro acelerômetro foi posicionado a 10 cm de um dos outros dois.

O objetivo da colocação do acelerômetro sobre a prensa é o de investigar sua influência nas frequências naturais da viga.

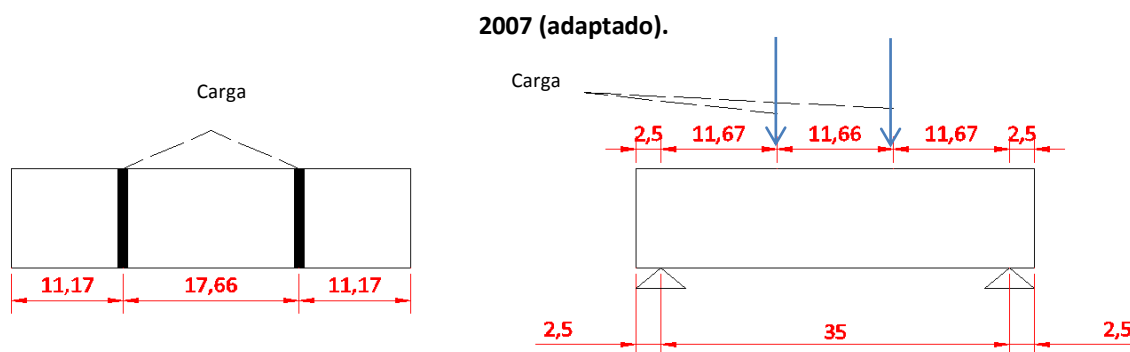
Os acelerômetros foram fixados fazendo uso de uma fita (Silver Tape) constituída de polietileno. O esquema de posicionamento dos acelerômetros e também dos pontos de aplicação da carga em relação à viga é ilustrado na Figura 17.

Figura 17 – Modelo de posicionamento do carregamento (seta) e dos acelerômetros (retângulos indicados) na superfície da viga (retângulos maiores), para concreto ensaiado de acordo com procedimento do lote I, com distâncias cotadas em centímetros. Vista superior (à esquerda) e corte paralelo ao eixo (à direita).



Fonte: Autor, 2015.

Figura 18 – Modelo de posicionamento do carregamento (seta) na superfície da viga (retângulos maiores), para concreto ensaiado de acordo com procedimento do segundo e do terceiro lotes, com distâncias cotadas em centímetros. Vista superior (à esquerda) e corte paralelo ao eixo (à direita). Fonte: Software AutoCAD®



Fonte: Autor, 2015.

O objetivo da colocação dos acelerômetros é obter dados brutos de aceleração para o estado íntegro e danificado, durante o carregamento. Por motivos explicados no capítulo referente aos resultados deste trabalho, os acelerômetros não foram utilizados para o concreto do segundo e do terceiro lotes.

O número de corpos de prova especificados para cada modelo descrito se encontra na Tabela 5.

4.1.6 Ensaio de Flexão

Os ensaios de flexão foram realizados de duas formas distintas. Para o lote I, foi realizado o ensaio de flexão em três pontos após a colocação dos acelerômetros sobre a viga e sobre a prensa. Este ensaio consiste no posicionamento da viga na condição bi-apoiada e na aplicação de uma carga incremental concentrada no meio do vão até a ruína da viga. Para este ensaio, foi utilizada a máquina Shimadzu-AGX, com capacidade de aplicação de carga de até 100 kN, bem como seu kit de testes para submeter o corpo de prova a flexão nos terços. A máquina, com corpo de prova pronto para ensaio é ilustrada a seguir:

Figura 19 – Ilustração do equipamento Autograph AG-X, Shimadzu com Kit de testes N^o. 346-53888-XX e corpo de prova para ensaio.



Fonte: Autor, 2015.

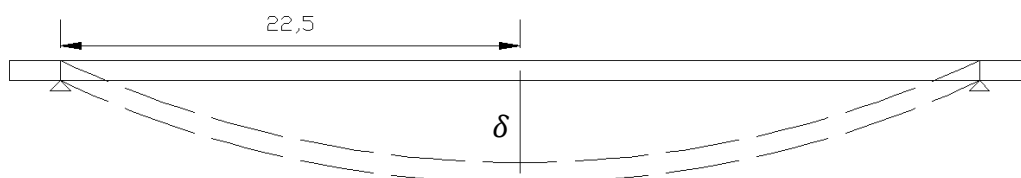
Foi adotada a distância de 2,5 cm das faces das extremidades da viga em relação ao posicionamento dos apoios, sendo assim, o vão da viga (distância entre os apoios) é de 45 cm para o lote I (ver Figura 17).

O ensaio realizado com acelerômetros busca encontrar uma relação entre a variação das frequências naturais dentro de seus parâmetros modais da estrutura para a condição íntegra e para a condição da viga danificada. As condições de frequência naturais são obtidas enquanto a viga encontra-se sem solicitações e quando é submetida a um estado de carregamento até sua ruína. A análise de resultados também é realizada comparando-se a configuração de frequências naturais antes e após a ruína da viga, bem como na comparação dos resultados do CP com e sem dano.

O equipamento também é capaz de registrar o valor da carga e o deslocamento vertical do ponto em que se aplica a carga ao longo do tempo. A partir desses valores, é possível obter indiretamente uma estimativa de rigidez da viga em tempo real, de acordo com a equação idealizada da flexão da viga para o ensaio de flexão em três pontos. Esta informação é utilizada para a aplicação do método de variação de rigidez.

Para o primeiro lote de concreto, a velocidade de incremento de tensão adotada no ensaio foi controlada em 0,9 MPa/min. Neste lote, foi aplicado o carregamento segundo o ensaio de flexão em três pontos (carga concentrada no meio do vão e viga simplesmente apoiada). A ilustração das situações indeformada e deformada é apresentada a seguir:

Figura 20 – Ilustração da viga nas situações indeformada (linha contínua) e deformada (linha tracejada), com ilustração da deflexão no centro do vão.



Fonte: Autor, 2015.

Para os lotes II e III, foi realizado o ensaio de flexão em quatro pontos (duas cargas concentradas a mesma distância dos apoios e viga simplesmente apoiada) e não foram utilizados os acelerômetros. Para este ensaio, a carga é aplicada em duas regiões da superfície superior da viga, conforme ilustra a Figura 18 e também a Figura 21. Também foi adotada a distância de 2,5 cm das faces das extremidades da viga em relação ao posicionamento dos apoios. Sendo assim, o vão da viga (distância entre os apoios) é de 35 cm e o comprimento total do CP para estes lotes é de 40 cm. A estimativa de rigidez para esta etapa é realizada através da aferição da medida do deslocamento, em tempo real. O deslocamento foi medido também no centro do vão da viga, mas não por meio das informações do equipamento de aplicação de carga, mas sim através de um relógio comparador analógico posicionado abaixo da viga e no centro do vão, conforme ilustra a Figura 21 a seguir:

Figura 21 – Ilustração do aparato experimental para a realização do ensaio de flexão em quatro pontos com posicionamento de relógio comparador para medição dos deslocamentos em função do tempo no centro do vão durante o ensaio.



Fonte: Autor, 2015.

O relógio comparador apresenta precisão de 0,01 mm e foi instalado com o apoio de um suporte magnético. Este equipamento foi posicionado em superfície metálica para sua maior estabilidade. Os resultados de deslocamento vertical da viga durante os ensaios foram registrados através do equipamento a cada intervalo de tempo de 30 segundos do início do ensaio até a ruína da viga.

Como os CP correspondentes aos lotes II e III apresentaram seção transversal reduzida em relação aos CP do lote I e, além disso, o monitoramento dos deslocamentos foi realizado em instantes específicos, adotou-se uma velocidade de incremento de tensão reduzida, de 0,09 MPa/min.

O ensaio de três pontos apresenta a vantagem de que o monitoramento dos deslocamentos pode ser realizado com o próprio equipamento de aplicação de carga (AG-X), que fornece um maior número de observações ao longo do tempo de ensaio, em virtude disso, este ensaio foi utilizado no lote I. Já o ensaio de flexão em quatro pontos fornece a vantagem de ser um ensaio previsto pela NBR 12142, o que fornece resultados mais suscetíveis a comparação. Em virtude disso, esse ensaio foi realizado para os lotes II e III.

4.2 Análise de Dados

Com os resultados da etapa experimental, espera-se verificar se o método da variação de rigidez é capaz de detectar danos em uma viga de concreto. Este procedimento é realizado a partir da comparação dos resultados antes e após a ruína da viga e também para as situações de viga íntegra e danificada. Foram também analisados resultados de frequências naturais nos ensaios realizados para o lote I.

4.2.1 Análise de Variação de Frequências Naturais

Apesar de o software catman®Easy 3.4.1.35 gerar as amplitudes no domínio de frequência naturais, esses resultados alteram-se significativamente ao longo do tempo. Por isso, foi utilizado o software DIAdem® 2012 para a obtenção dos gráficos que relacionam a amplitude no domínio de frequências naturais a partir das acelerações medidas em tempo real para cada acelerômetro. Para isso, é aplicada a Transformada de Fourier a partir dos resultados de aceleração medidos em tempo real.

Nos gráficos obtidos, podem ocorrer vários picos de amplitude. Desta forma, toma-se como base de avaliação da presença do dano, a diferença entre os valores de frequências naturais registrados para o primeiro pico de amplitude antes da ruptura e após a ocorrência da mesma. Para a melhor detecção desses picos, foi realizada também a aplicação de um filtro de médias a partir de uma distribuição simétrica de suavização de ordem três.

4.2.2 Análise de Variação de Rigidez

O procedimento da etapa experimental, aplicado segundo a metodologia do ensaio de flexão nos três pontos, forneceu informações a respeito da deflexão central da viga (δ_{max}) e da carga (P) aplicada sobre a mesma, ambas em tempo real. Considerando que a distância entre os apoios da viga (L) permanece inalterada, é possível estimar a rigidez da viga (EI) em tempo real a partir da seguinte expressão:

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \rightarrow EI = \frac{PL^3}{48\delta_{max}} \quad (117)$$

Desta forma, é realizada uma comparação entre três valores calculados a partir desta equação para a rigidez antes da ruptura e outros três após esta. O critério de presença de dano ocorre quando há variação significativa entre essas duas situações.

Para o ensaio de flexão em quatro pontos, utilizou-se a equação correspondente para tal situação de carregamento, que como já visto é a seguinte:

$$EI = F a \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \delta^2}{2 \delta} \quad (118)$$

Como resultados do ensaio, são obtidos os valores de rigidez para instantes de tempo específicos. A partir desses valores, busca-se encontrar algum indício do dano realizando-se comparações dos ensaios realizados para a situação de comparação das vigas íntegras e danificadas; para situações anterior e posterior a ruptura da viga; para instantes de tempo diferentes durante o ensaio.

Para verificar a consistência dos resultados obtidos para a rigidez, foi realizada a determinação do módulo de elasticidade experimentalmente, através da NBR 8522:2008. Esses valores foram comparados com a estimativa do módulo de elasticidade obtido através da divisão da rigidez inicial, para os lotes de II e III pelo momento de inércia obtido através da expressão:

$$I = \frac{b h^3}{12} \quad (119)$$

Que é válida para a viga de seção retangular, em que:

b – Base da seção transversal da viga.

h – Altura da seção transversal da viga.

4.2.3 Análise Estatística

Para investigar se as variações de frequências naturais e de rigidez antes e após a ruína foram significativas, são utilizados testes estatísticos. O teste t de Student é usado para o caso em que se possa fazer a aplicação do teste paramétrico e o teste de Kruskal-Wallis, nos casos de testes não-paramétricos.

Inicialmente, é realizada a verificação da normalidade a partir do teste de Shapiro-Wilk. Caso esta condição não seja atendida, é aplicado o teste de Kruskal-Wallis para verificar igualdade de médias. Do contrário, é aplicado o teste F para verificar a igualdade ou não das variâncias e a seguir o teste t de Student para verificar igualdade ou diferença entre as médias. Caso os testes forneçam resultados de diferenças significativas, o método pode ser considerado eficaz do ponto de vista estatístico.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

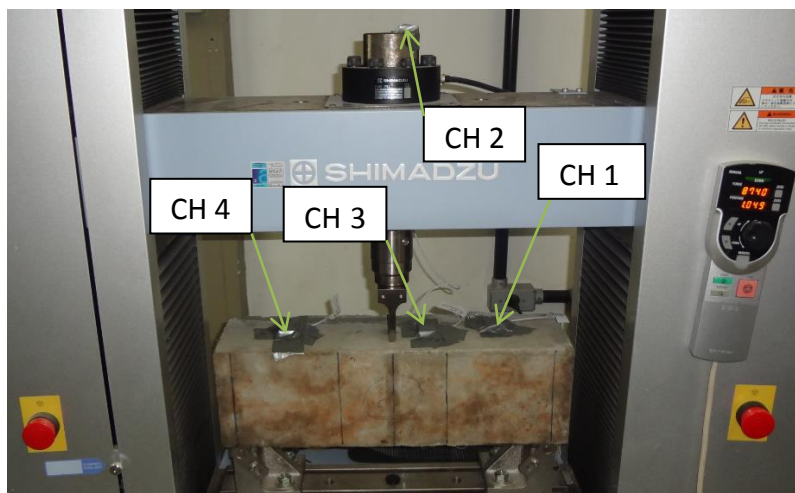
Neste capítulo, serão ilustrados os resultados obtidos deste trabalho. Esses resultados consistem essencialmente das análises experimentais e estatísticas.

5.1 Resultados de Aceleração

Para evitar perda de dados, os acelerômetros realizaram o monitoramento em tempo real da viga durante o intervalo de tempo que se estendeu de alguns segundos antes do início do ensaio de flexão em três pontos até alguns segundos após o momento após da ruptura da viga. Desta forma, espera-se que ocorram picos de variação de aceleração registrada no momento da ruptura da peça.

O acelerômetro correspondente ao canal 2 (CH 2) do sistema de aquisição da HBM foi colocado sobre o equipamento da SHIMADZU com o objetivo de investigar o comportamento da máquina e sua influência nos parâmetros fornecidos pela viga. Os acelerômetros correspondentes aos canais 1, 3 e 4 (CH 1, CH 3 e CH 4) do sistema de aquisição da HBM foram colocados sobre a superfície da viga, conforme ilustra a Figura 22 a seguir:

Figura 22 – Ilustração do aparato experimental para o ensaio de flexão em três pontos com os acelerômetros.



Fonte: Autor, 2015.

O software catman® Easy fornece os valores de aceleração dos acelerômetros a cada 0,02 segundos. Isso faz com que sejam realizadas milhares de medições a cada ensaio. Desta forma, os principais resultados obtidos serão ilustrados neste capítulo.

5.2 Análise dos Resultados de Frequências Naturais a Partir das Acelerações

A análise isolada dos resultados de aceleração medidos nos ensaios e fornecidos em modelo de tabela eletrônica pelo catman® Easy não permite concluir a respeito do estado de dano do elemento estrutural ensaiado. Desta forma, foi utilizado o software DIAdem® 2012 para a obtenção de gráficos da FFT numa relação de amplitude no domínio de frequências. Porém, nesta etapa, os resultados apresentaram um nível de ruído significativo de maneira que sua interpretação direta, também foi dificultada.

Foi então aplicado um filtro de médias através do próprio software DIAdem® 2012 de maneira a destacar os picos de amplitude iniciais no domínio de frequências. Esses resultados foram gerados na forma de gráficos para a comparação dos estados anterior e posterior a ruptura do elemento estrutural ensaiado e também em comparação a uma situação qualquer do ensaio anterior ao acoplamento da prensa com a viga e posterior ao início do ensaio.

Para a apropriada interpretação dos resultados, a análise das frequências naturais foi realizada para o primeiro modo, sendo este considerado, a análise é feita com ênfase no

intervalo de 0 – 5 Hz. É realizada uma comparação entre filtro de médias com suavização de ordem 3 (graficamente denominado de “smothed”) antes e após a ruptura no domínio de frequências naturais (graficamente denominado de “frequency”). O objetivo desta comparação é detectar os picos de amplitude máxima no primeiro modo. Tal objetivo é alcançado com auxílio do comando “Maximum Values Cursor” do DIAdem® 2012.

Apenas as vigas ensaiadas para o lote I foram acopladas a acelerômetros e por isso, apenas estas foram monitoradas quanto ao registro das frequências naturais. Os resultados em frequências naturais foram obtidos para as vigas ensaiadas após excitação com um conjunto de impactos regulares de um martelo. Foram estudados diversos instantes do registro de frequências naturais monitoradas, sendo que serão aqui apresentados os registros das frequências naturais medidas antes da ruptura e após a mesma. Em ambos os casos, os instantes de medição foram posteriores ao instante de acoplamento entre o elemento da prensa que introduz carga e a viga ensaiada. Na Tabela 6 a seguir, são ilustrados os valores registrados para as frequências naturais nos instantes singulares antes (inicial) e após (final) a ruína da viga:

Tabela 6 – Frequências naturais antes e após a ruína para o lote 1 de CP ensaiado.

Acelerômetro 1				
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)	Variação percentual (%)
Íntegra	0,699	0,6	-0,099	-14,2
Danificada 1	0,699	0,599	-0,100	-14,3
Danificada 2	0,798	0,797	-0,001	-0,1
Acelerômetro 2				
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)	Variação percentual (%)
Íntegra	0,599	0,6	0,001	0,2
Danificada 1	0,599	8,28	7,681	1282,3
Danificada 2	0,599	15,27	14,671	2449,2
Acelerômetro 3				
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)	Variação percentual (%)
Íntegra	1,1	0,9	-0,2	-18,2
Danificada 1	0,898	1,8	0,902	100,4
Danificada 2	0,898	0,699	-0,199	-22,2
Acelerômetro 4				
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)	Variação percentual (%)
Íntegra	0,998	0,9	-0,098	-9,8
Danificada 1	0,898	0,998	0,1	11,1
Danificada 2	1,6	0,898	-0,702	-43,9

Fonte: Autor, 2015.

A partir dos resultados obtidos utilizando o método de variação de frequências naturais, não é possível constatar uma variação a partir da qual possa ser comprovado que a grandeza frequências naturais medida a partir da estrutura possa conduzir a um bom parâmetro de detecção de dano. Estas considerações valem para a estrutura ensaiada.

Tais constatações levaram a não utilização do método de variação de frequências naturais para os lotes 2 e 3.

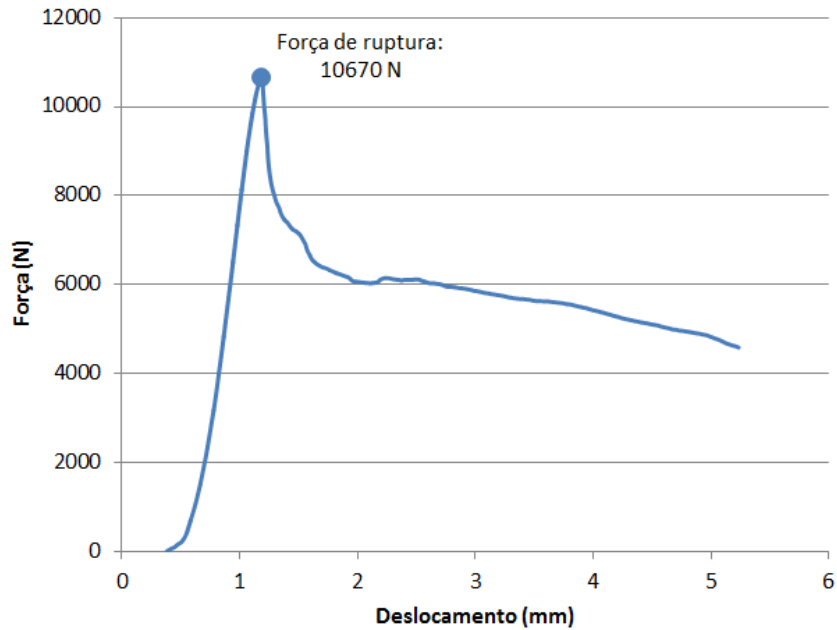
5.3 Resultados Obtidos pela Prova de Carga

5.3.1 Curva Força-Deslocamento e Rigidez Estimada para o Lote I

O ensaio de flexão em três pontos foi realizado para as vigas do lote 1, fazendo uso do equipamento Shimadzu-AGX. O equipamento fornece o diagrama força-deslocamento da viga, bem como o deslocamento do ponto central da viga e a carga (F) aplicada sobre o

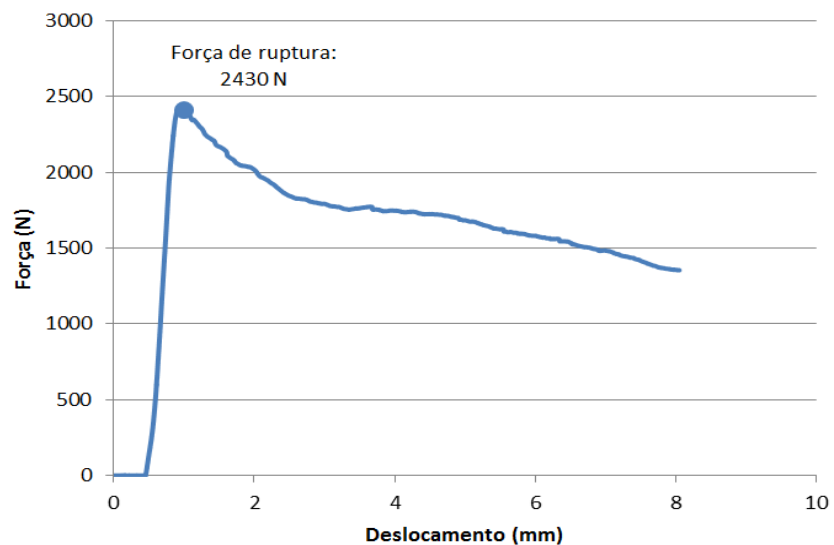
mesmo. Essas duas últimas, medidas em tempo real. Os diagramas força-deslocamento para o primeiro lote (todas as vigas com fibras), que contempla uma viga no estado íntegro e duas vigas danificadas em 65% da seção transversal, são ilustrados a seguir:

Figura 23 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado íntegro, com destaque para força de ruptura.



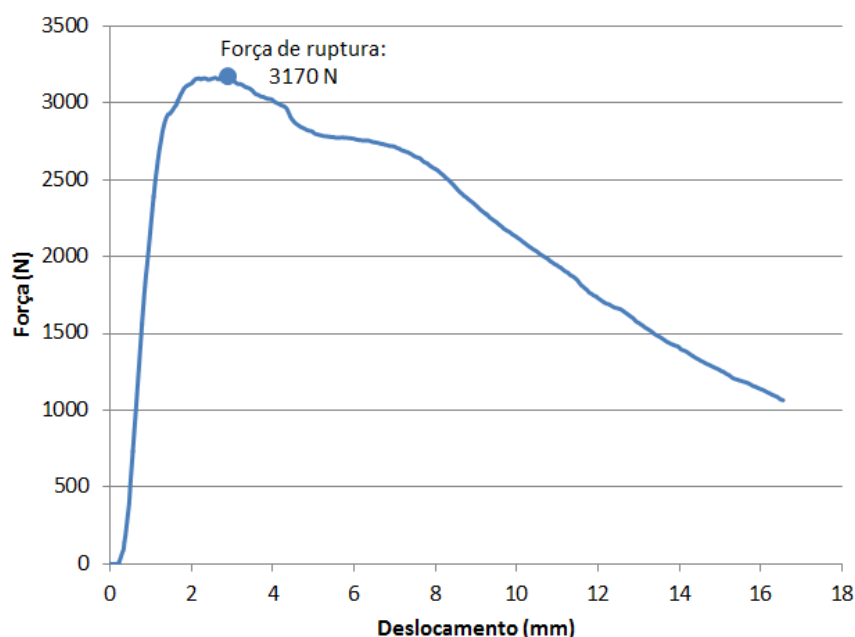
Fonte: Autor, 2015.

Figura 24 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado danificado 1 (65%), com destaque para força de ruptura.



Fonte: Autor, 2015.

Figura 25 – Diagrama força-deslocamento para a viga ensaiada do lote 1 (concreto com fibras) no estado danificado 2 (65%), com destaque para a força de ruptura.



Fonte: Autor, 2015.

Como era de se esperar, as vigas danificadas apresentaram redução no valor da força de ruptura em relação à viga íntegra de referência. Isso ocorre devido à perda de integridade na viga provocada pelo dano previamente induzido.

Outra constatação é o aumento da rigidez, essencialmente antes da ruptura, que ocorre para todas as vigas ensaiadas, ao passo que após a ruína da peça, é possível constatar redução da rigidez em maior parte dos trechos. O aumento inicial de rigidez quando se compara os CP-ND com os CP-CD pode indicar um possível índice de dano.

Observa-se uma variação mais acentuada dos deslocamentos antes e após a ruptura, sobretudo na Figura 25, que representa o ensaio realizado para a viga danificada 2. Tal fato não pode ser constatado na Figura 24, que representa o ensaio realizado para a viga danificada 1, apesar de esta possuir a mesma modalidade e magnitude de dano que a viga danificada 2. Este é um provável indicador de que a disposição aleatória das fibras provocou diferentes condições de utilidade nas vigas ensaiadas nesta etapa do ensaio, o que certamente tem efeito sobre a estimativa de rigidez adotada no método, visto que esta depende da flecha da viga durante o ensaio. Para evitar essa influência, os lotes II e III foram produzidos sem adição de fibras.

O ensaio forneceu informações a respeito da deflexão máxima da viga (δ_{max}) e da carga concentrada (P) aplicada no centro do vão da viga na direção perpendicular ao seu eixo, ambas em tempo real. Considerando que a distância entre os apoios da viga (L) permanece inalterada, é possível determinar a rigidez da viga em tempo real a partir da seguinte expressão:

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \rightarrow EI = \frac{PL^3}{48\delta_{max}} \quad (120)$$

A análise foi realizada em momentos equidistantes no tempo em relação ao instante da ruptura da viga. O cálculo da rigidez foi realizado nos instantes de 5, 8 e 11 segundos antes da ruína e nos instantes de 5, 8 e 11 segundos após a mesma. O objetivo é investigar se houve alteração significativa da rigidez nessas duas situações distintas.

Os valores de rigidez registrados do lote I para cada instante em relação ao início do ensaio constam na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de rigidez registrados em três instantes anteriores a ruptura e em outros três após a mesma, para as vigas ensaiadas.

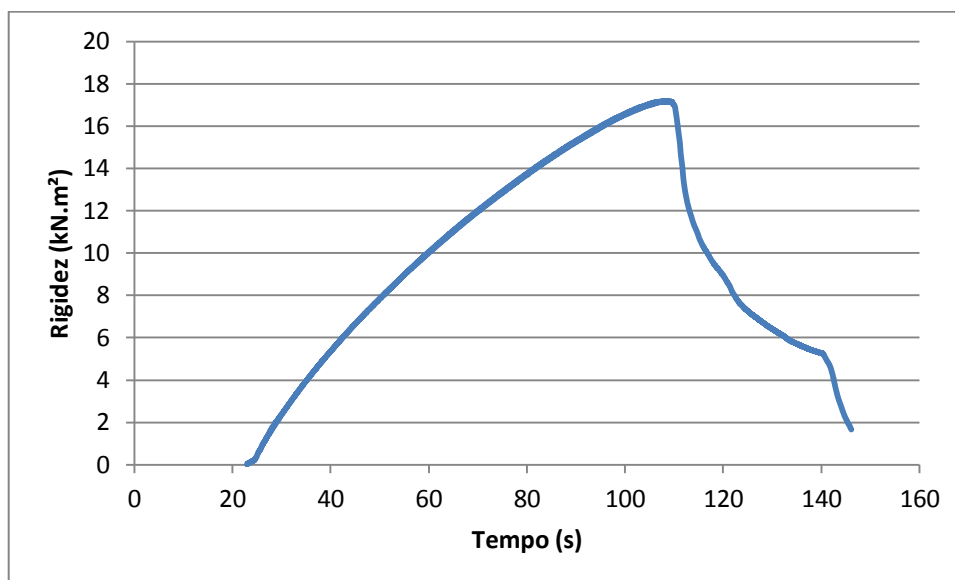
Viga íntegra		Viga danificada 1		Viga danificada 2	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
98	16,32	37	3,00	31	4,11
101	16,63	40	3,77	34	4,24
104	16,95	43	4,46	37	4,10
109 (Ruptura)	17,15	48 (Ruptura)	5,07	42 (Ruptura)	2,51
114	11,37	53	2,37	47	0,38
117	9,91	56	1,43	50	0,13
120	8,94	59	1,03	53	0,10

Fonte: Autor, 2015.

Os gráficos obtidos para a rigidez (EI) ao longo dos instantes do ensaio (Tempo – segundos) para as vigas íntegra, danificada 1 e danificada 2 são ilustrados na

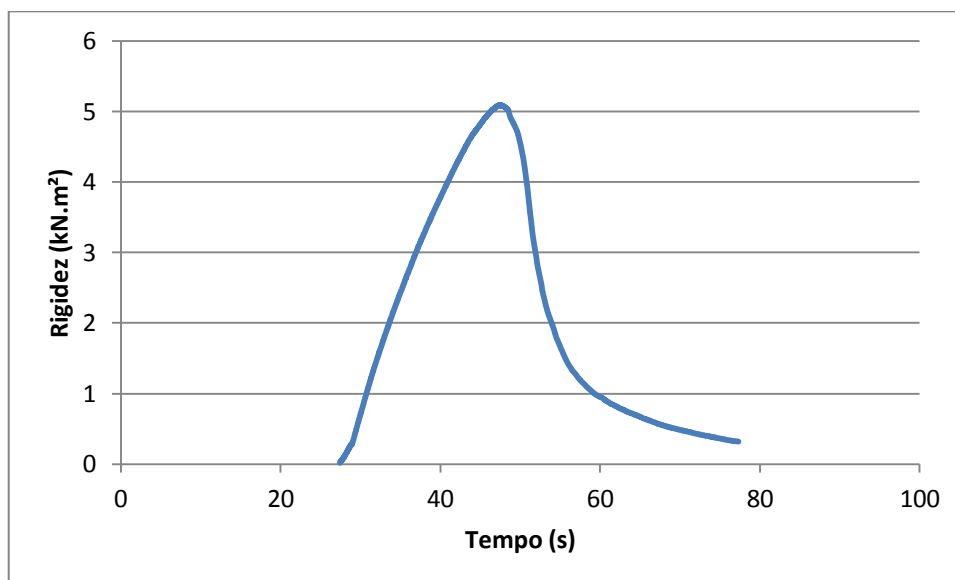
Figura 26:

Figura 26 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga íntegra do lote I.



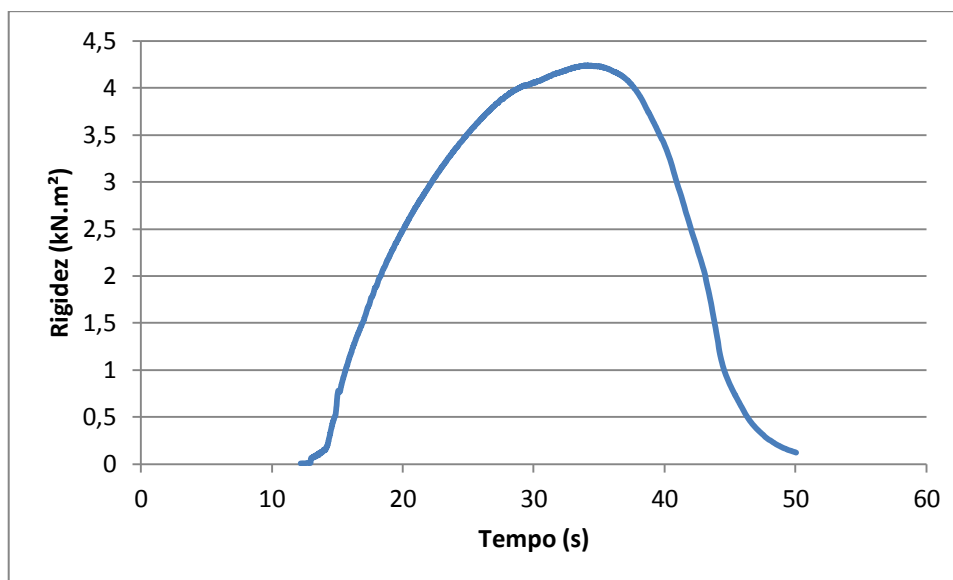
Fonte: Autor, 2015.

Figura 27 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga danificada 1 do lote I.



Fonte: Autor, 2015.

Figura 28 – Valores de rigidez (kN.m^2) em função do tempo de ensaio (s) para a viga danificada 2 do lote I.



Fonte: Autor, 2015

Os gráficos de rigidez apresentados (

Figura 26, Figura 27, e Figura 28) indicam que a viga íntegra apresentou rigidez mais significativa que as demais. Tal fato já era de se esperar, visto que o dano reduz as dimensões da seção transversal no trecho central da viga, o que provoca uma redução do momento de inércia da seção e consequentemente, uma redução da rigidez.

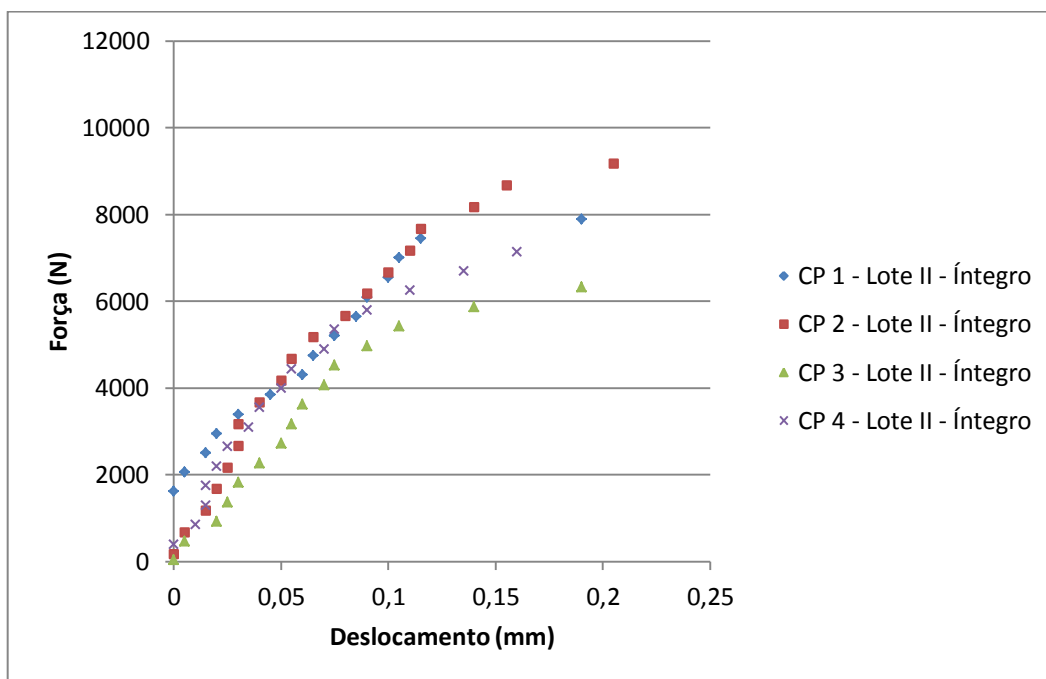
Observa-se também um aumento de rigidez gradativo antes de ser atingida a rigidez máxima. Tal fato pode ser explicado pelo uso de concreto com adição de fibras de aço, que tendem a provocar um efeito de redução do comportamento frágil da estrutura. Apesar dessa influência na rigidez, os resultados de estimativa de rigidez forneceram indícios satisfatórios para a detecção do dano. Em virtude dessa influência das fibras de aço nos resultados de rigidez, foi utilizado concreto sem adição de fibras para os lotes II e III.

5.3.1 Curva Força-Deslocamento e Rigidez Estimada para os Lotes II e III

No caso dos CP ensaiados para os lotes II e III, foi utilizado um traço de concreto convencional sem adição das fibras. Foram ensaiados para cada um desses lotes, 10 CP, sendo 4 CP-ND, 3 CP-CD-30 e 3 CP-CD-60.

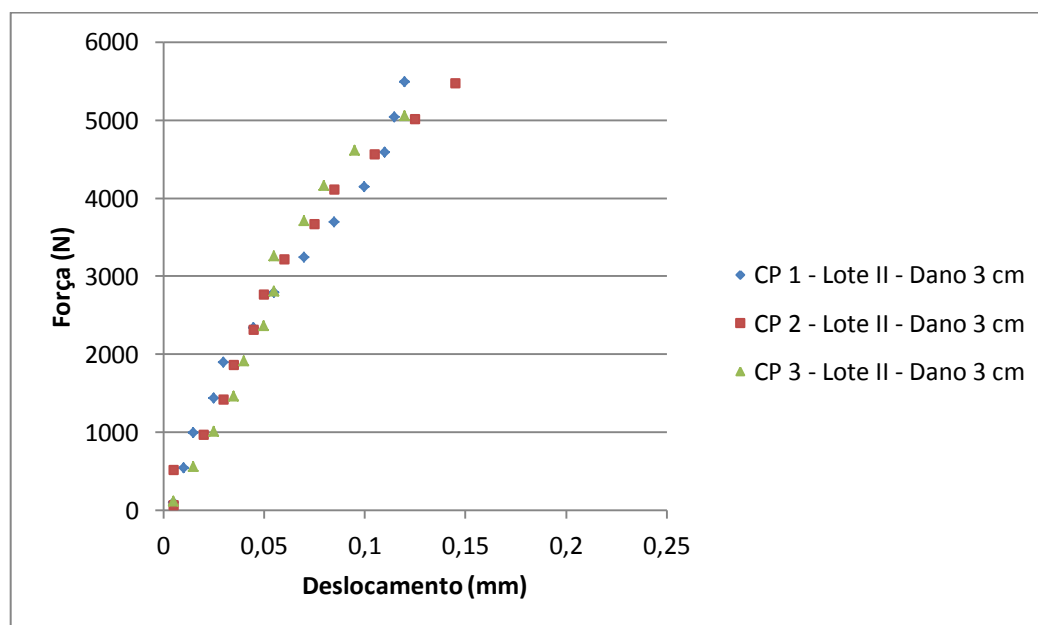
O ensaio realizado foi o de flexão em quatro pontos, conforme ilustra Figura 21. Como o relógio comparador utilizado é analógico, o registro das informações de força e deslocamento foi realizado apenas para alguns instantes de tempo. Em virtude disso, os gráficos apresentados a seguir (Figura 29, Figura 30, Figura 30) são gráficos de pontos.

Figura 29 – Diagramas força-deslocamento para os CP-ND do lote II.



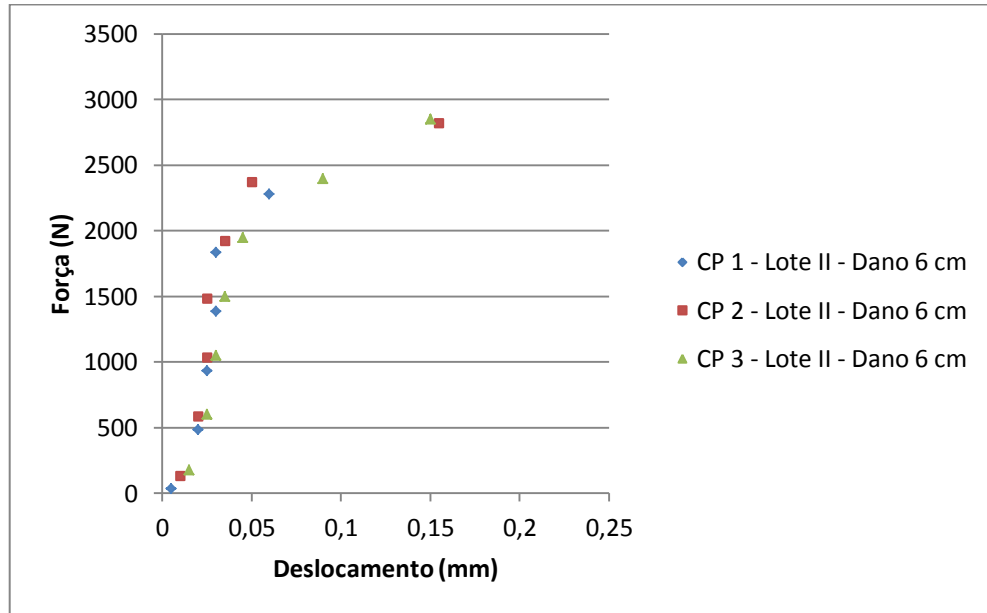
Fonte: Autor, 2015.

Figura 30 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-30 do lote II.



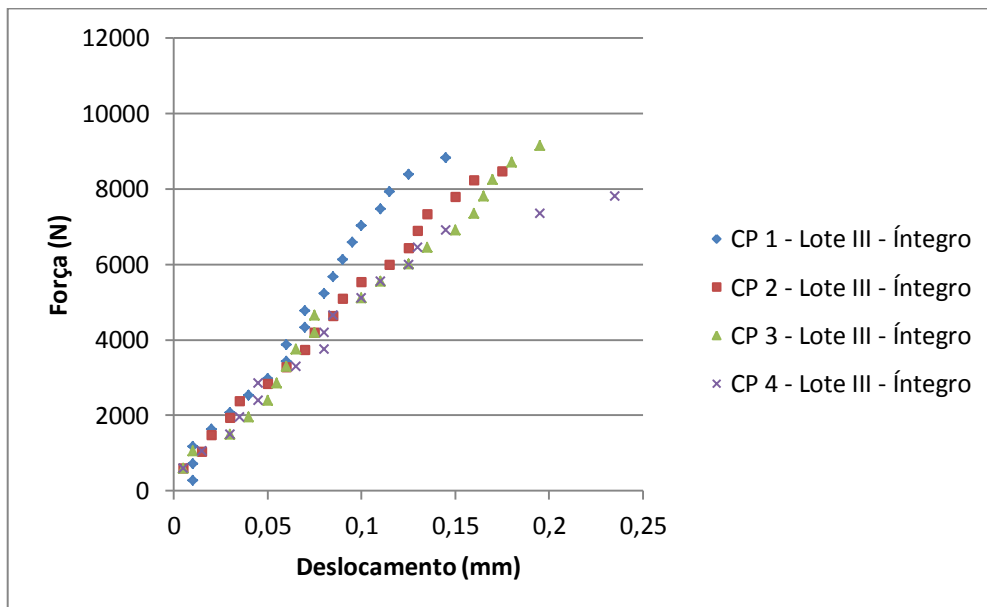
Fonte: Autor, 2015.

Figura 31 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-60 do lote II.



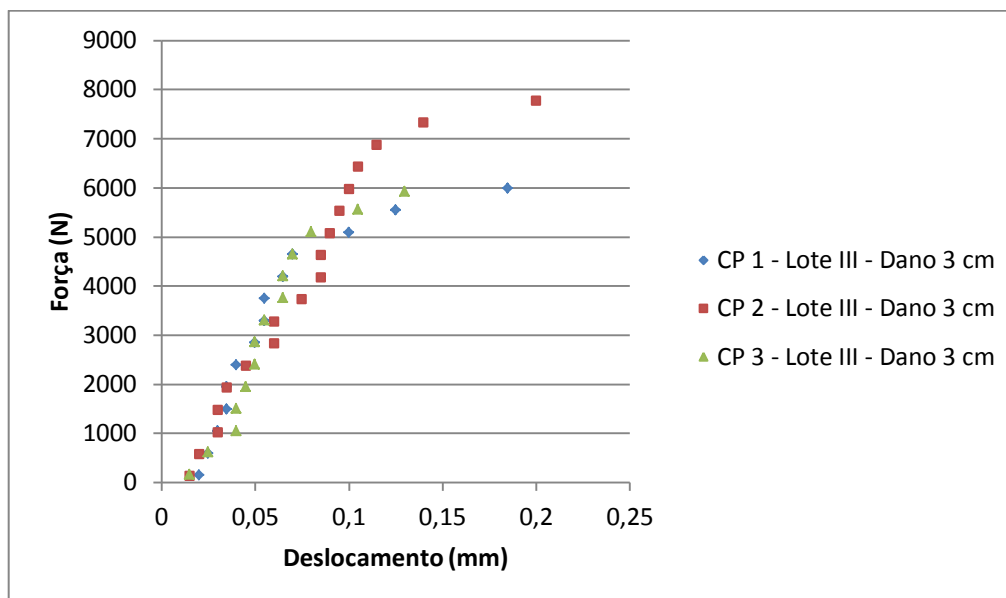
Fonte: Autor, 2015.

Figura 32 - Diagramas força-deslocamento para os CP-ND do lote III.



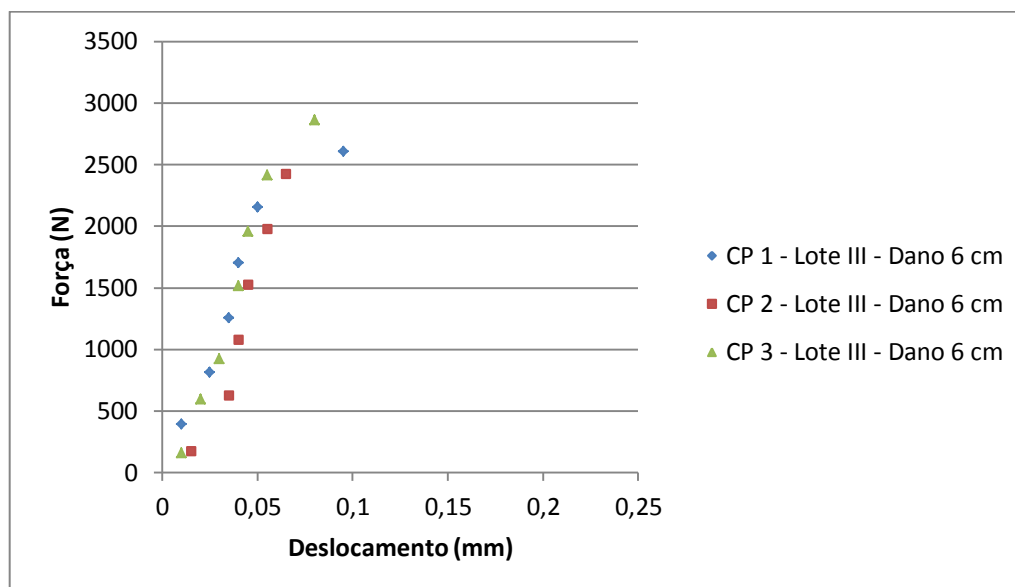
Fonte: Autor, 2015.

Figura 33 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-30 do lote III.



Fonte: Autor, 2015.

Figura 34 - Diagramas força-deslocamento para os CP-CD-60 do lote III.



Fonte: Autor, 2015.

Para os valores de rigidez iniciais, foi realizada uma estimativa do módulo de elasticidade dividindo a média de valores iniciais de rigidez (EI) pelo momento de inércia determinado a partir das medidas da seção transversal da viga ($I = \frac{b h^3}{12}$). Foi realizada a determinação do módulo estático de elasticidade à compressão, através do ensaio proposto pela NBR

8522:2008. Também foi realizado o ensaio de resistência à compressão axial, através da NBR 5739:2007. Os resultados desses ensaios são ilustrados na Tabela 8.

Tabela 8 – Módulo de elasticidade através de ensaio e através da estimativa de rigidez e resistência a compressão axial através de ensaio.

Lote	Estimativa de módulo de elasticidade (E) através das rigidezes estimadas durante ensaio de flexão				Ensaio de resistência à compressão axial	Ensaio de Módulo de Elasticidade (E)
	EI_{med} (kN.m ²)	I (m ⁴)	E (Pa)	E (GPa)	f_{ck} (MPa)	E (GPa)
Lote 2	203,81	8,33 E-06	2,3 E+10	24,45	23,36	23,09
Lote 3	173,76	8,33 E-06	2,1 E+10	20,85	19,96	19,19

Fonte: Autor, 2015.

É possível constatar uma tendência de variação na inclinação da reta tangente ao longo dos gráficos apresentados, essencialmente quando se compara o estado íntegro e os estados danificados da viga. Essa diferença tende a surtir efeito na avaliação da rigidez, visto que a tangente corresponde ao módulo de elasticidade (E) do concreto no ponto analisado e considerando que a rigidez pode ser considerada como sendo o produto do módulo de elasticidade pelo momento de inércia (resultando em EI).

O valor da curvatura é determinado a partir dos resultados experimentais do deslocamento vertical do vão central (δ_{max}), que é obtido através do relógio comparador durante o ensaio, e do vão total da viga (L), medido antes de realizado o ensaio. A equação resultante a ser utilizada para o ensaio de flexão em quatro pontos é a seguinte:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2 \delta}{\frac{L^2}{2} + \delta^2} \quad (121)$$

Como o ensaio realizado é o de flexão em quatro pontos, o vão central fica submetido à flexão pura e o momento constante nesta localização apresenta o seguinte valor constante:

$$M = F a \quad (122)$$

Em que:

M – Momento fletor no vão central.

F – Carga aplicada sobre a viga em um dos pontos.

a – Distância entre o apoio e uma das cargas externas.

Com a curvatura medida para cada instante de carregamento, é possível estimar o valor de rigidez através da seguinte equação:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \rightarrow EI = F a \frac{L^2}{2} + \delta^2 \quad (123)$$

Nas tabelas 9, 10, 11, 12, 13 e 14 Tabela 9, a seguir, são apresentados os valores encontrados para a rigidez dos lotes II e III para os instantes analisados:

Tabela 9 – Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-ND do lote II.

CP 1		CP 2		CP 3		CP 4	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	-	30	-	30	-	30	-
60	254,32	60	239,73	60	169,26	60	151,94
90	137,95	90	140,16	90	82,62	90	154,95
120	144,21	120	149,69	120	98,16	120	208,11
150	122,54	150	155,30	150	108,68	150	196,34
180	99,28	180	159,12	180	101,56	180	189,29
210	87,86	210	189,05	210	97,32	210	158,17
240	93,40	240	164,11	240	103,13	240	158,52
270	91,76	270	149,16	270	107,91	270	142,93
300	90,47	300	151,79	300	103,95	300	144,45
330	94,35	330	142,21	330	107,76	330	125,05
360	92,97	360	126,65	360	98,73	360	127,43
390	96,15	390	122,57	390	92,31	390	115,14
420	94,75	420	119,23	420	74,97	420	101,49
450	61,59	450	116,49	450	59,46	450	88,65
480	30,90	480	119,25	480	31,85	480	79,81
510	19,02	510	104,31	510	4,80	510	45,18
540	10,08	540	99,96	540	0,91	540	1,72
570	-	570	79,94	-	-	-	-
600	-	600	42,67	-	-	-	-

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 10 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-30 do lote II.

CP 1		CP 2		CP 3	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	35,0979	30	24,8188	30	40,9705
60	96,8904	60	185,601	60	66,7083
90	118,135	90	86,6057	90	72,401
120	102,826	120	84,5544	120	74,6372
150	112,7	150	95,207	150	85,2565
180	93,0035	180	91,9754	180	84,3222
210	90,5691	210	98,7206	210	91,3017
240	82,7296	240	95,7231	240	105,892
270	77,5684	270	87,3213	270	94,7363
300	73,9854	300	86,487	300	92,8716
330	74,5462	330	77,6711	330	86,6882
360	78,2888	360	71,691	360	75,3053
390	81,777	390	67,4033	390	65,6304
420	70,7502	420	47,0846	420	2,43428
450	0,51964	450	31,9147	-	-
-	-	480	1,59028	-	-

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 11 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-60 do lote II.

CP 1		CP 2		CP 3	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	12,70	30	23,57	30	20,87
60	43,35	60	52,32	60	42,84
90	66,82	90	73,90	90	62,52
120	82,57	120	106,00	120	76,47
150	109,37	150	98,19	150	77,40
180	67,93	180	84,81	180	47,57
210	19,11	210	32,54	210	33,92
240	0,45	240	16,45	240	2,08
270	0,07	270	0,58	-	-
-	-	300	0,07	-	-

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 12 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-ND do lote III.

CP 1		CP 2		CP 3		CP 4	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	50,24	30	213,90	30	215,78	30	215,14
60	130,00	60	123,54	60	188,32	60	125,27
90	210,34	90	132,93	90	89,41	90	89,34
120	145,52	120	115,39	120	87,24	120	99,76
150	123,55	150	121,76	150	85,84	150	95,40
180	112,91	180	101,31	180	92,66	180	113,19
210	106,27	210	97,89	210	98,32	210	90,78
240	102,06	240	95,38	240	103,15	240	83,80
270	115,41	270	99,79	270	100,12	270	93,85
300	110,42	300	97,47	300	110,77	300	97,78
330	121,87	330	100,98	330	91,17	330	91,17
360	116,71	360	98,97	360	90,16	360	90,19
390	119,29	390	93,00	390	85,79	390	85,76
420	121,60	420	91,97	420	85,38	420	88,65
450	123,70	450	94,64	450	82,20	450	85,03
480	125,50	480	97,07	480	82,09	480	67,36
510	121,38	510	92,75	510	84,50	510	59,31
540	123,10	540	91,97	540	86,74	540	43,85
570	119,71	570	86,53	570	86,38	570	2,80
600	108,75	600	9,02	600	83,85	-	-
630	13,21	-	-	630	62,39	-	-
660	2,39	-	-	660	44,96	-	-
690	0,27	-	-	690	7,10	-	-

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 13 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-30 do lote III.

CP 1		CP 2		CP 3	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	12,75	30	15,12	30	18,07
60	42,10	60	51,38	60	43,49
90	61,94	90	60,98	90	46,79
120	76,01	120	88,02	120	66,97
150	99,05	150	98,32	150	77,43
180	106,72	180	94,20	180	85,77
210	101,46	210	84,10	210	101,85
240	106,87	240	97,54	240	107,04
270	121,39	270	88,78	270	103,07
300	115,16	300	87,72	300	115,28
330	118,40	330	97,26	330	118,59
360	90,90	360	100,77	360	113,86
390	79,18	390	103,87	390	94,52
420	57,84	420	106,75	420	81,39
450	15,40	450	109,34	450	13,24
480	4,33	480	106,83	480	4,28
-	-	510	93,47	510	0,76
-	-	540	69,45	540	0,03
-	-	570	48,92	-	-
-	-	600	8,70	-	-

Fonte: Autor, 2015.

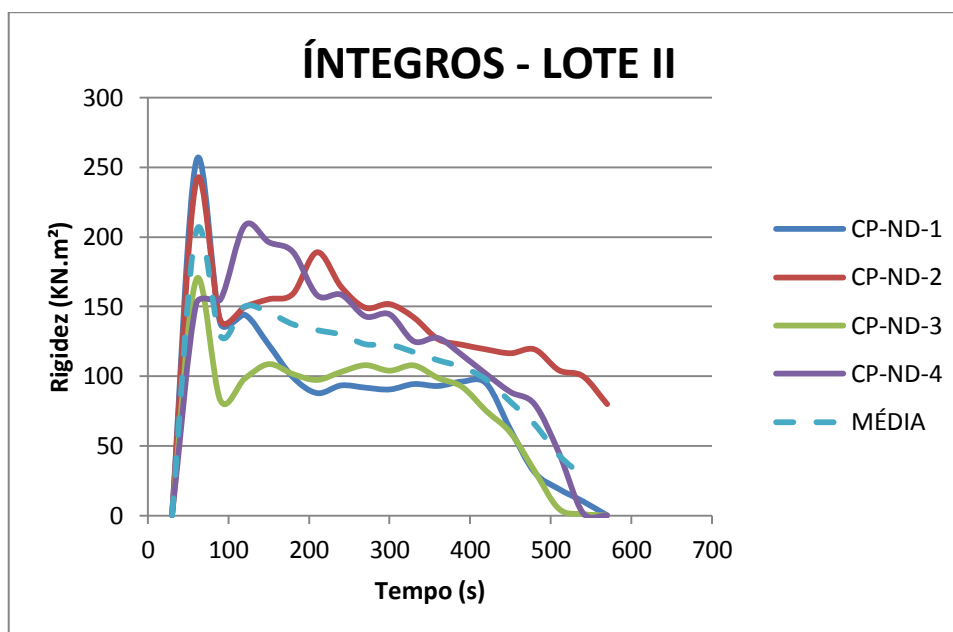
Tabela 14 - Valores de rigidez antes da ruptura para cada instante medido com o relógio comparador em função do tempo para os CP-CD-60 do lote III.

CP 1		CP 2		CP 3	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
30	69,32	30	20,68	30	28,02
60	57,80	60	31,83	60	52,97
90	63,89	90	48,01	90	54,89
120	76,03	120	60,47	120	67,47
150	76,88	150	64,10	150	77,68
180	48,94	180	66,64	180	78,27
210	25,25	210	37,89	210	63,82
-	-	240	1,18	240	43,80
-	-	-	-	270	1,81
-	-	-	-	300	0,17

Fonte: Autor, 2015.

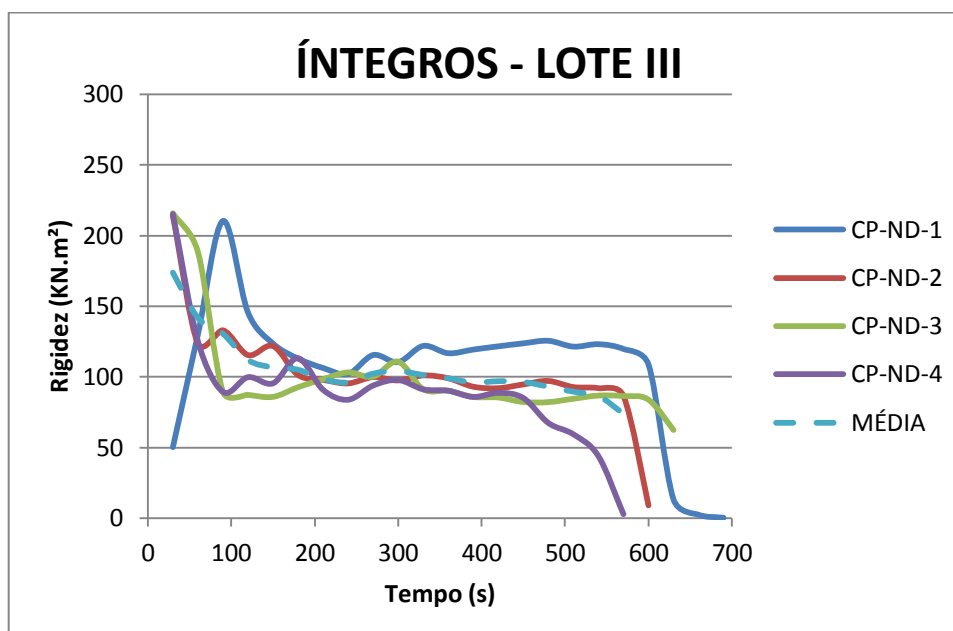
A seguir, são ilustrados os gráficos da estimativa de rigidez em função dos instantes dos ensaios para cada CP ensaiado nos lotes II e III, bem como as respectivas médias (Figuras 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 42).

Figura 35 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os quatro CP íntegros ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



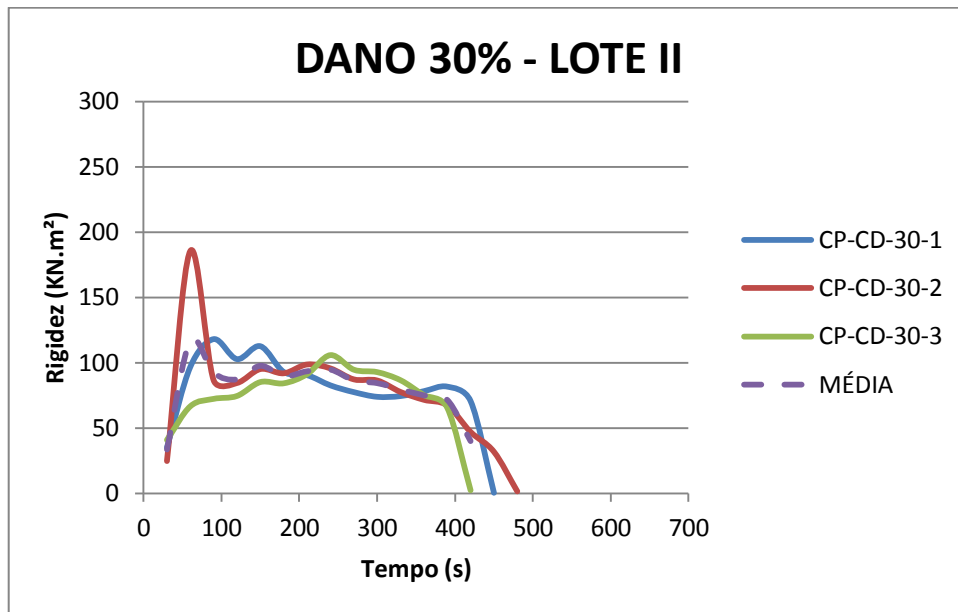
Fonte: Autor, 2015.

Figura 36 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os quatro CP íntegros ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



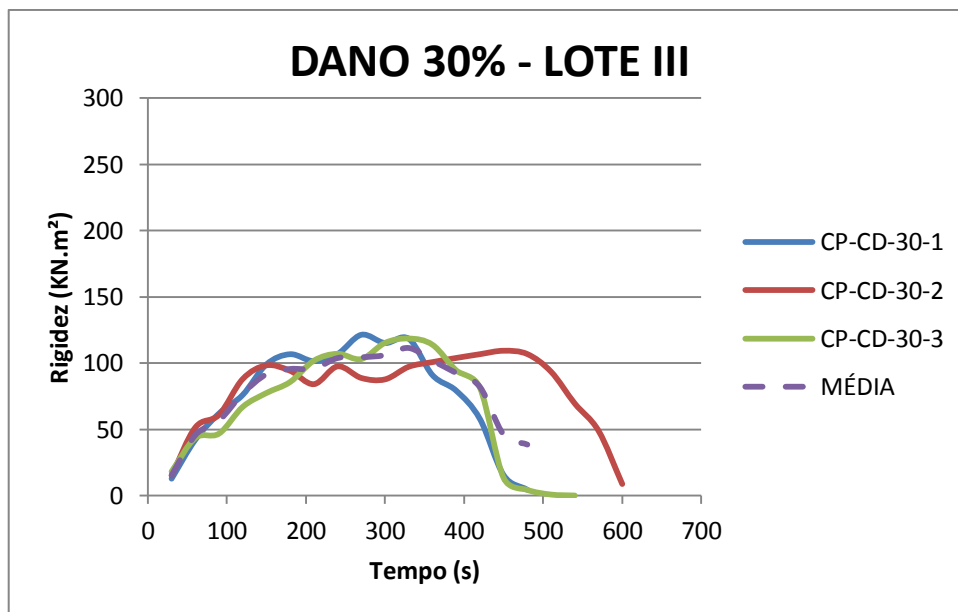
Fonte: Autor, 2015.

Figura 37 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-30 ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



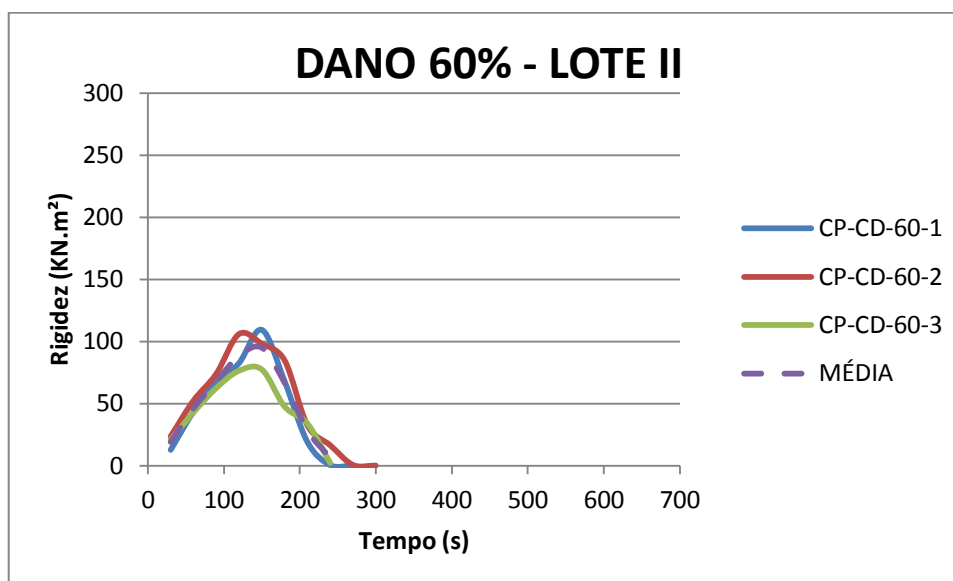
Fonte: Autor, 2015.

Figura 38 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-30 ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



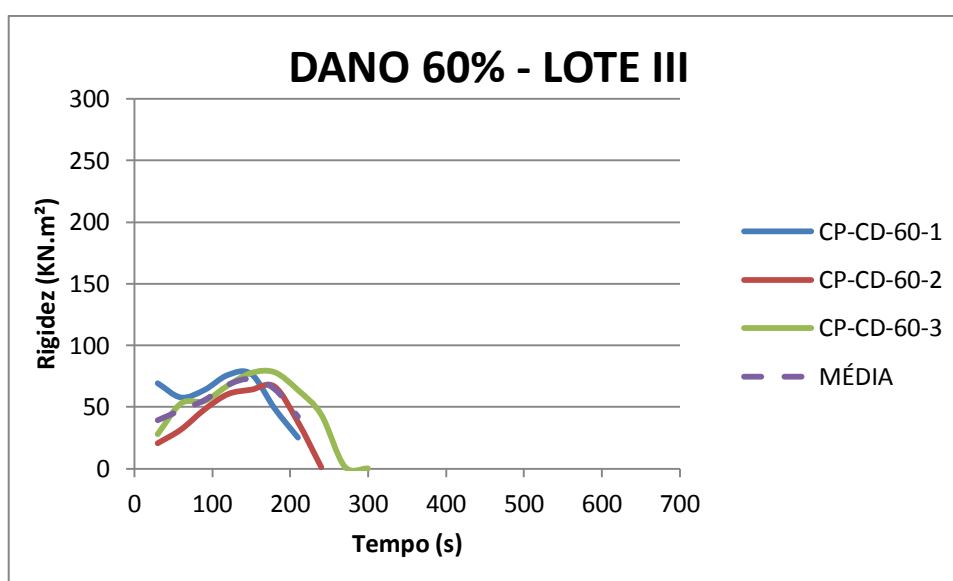
Fonte: Autor, 2015.

Figura 39 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-60 ensaiados do lote II (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



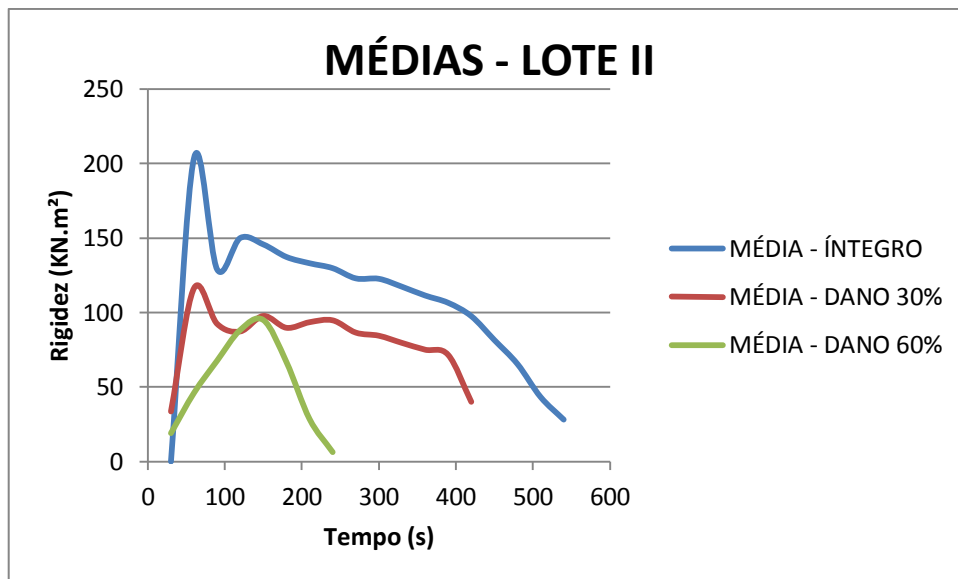
Fonte: Autor, 2015.

Figura 40 – Valores de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para os três CP-CD-60 ensaiados do lote III (linhas contínuas) e para os valores médios dos mesmos (linha tracejada).



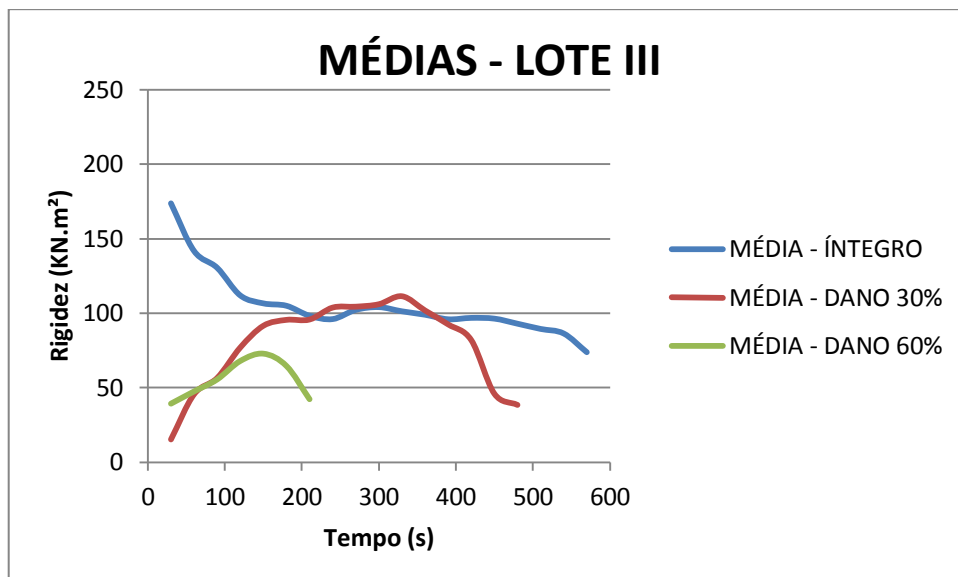
Fonte: Autor, 2015.

Figura 41 – Valores médios de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 ensaiados do lote II.



Fonte: Autor, 2015.

Figura 42 – Valores médios de Rigidez (kN.m^2) em função dos instantes do ensaio (s) para CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 ensaiados do lote III.



Fonte: Autor, 2015.

O tratamento e análise dos resultados de rigidez para os lotes II e III procederam de maneira diferente do realizado para o lote I. Para os CP do lote I foi realizada a análise comparando-se o estado íntegro com o danificado e comparando-se a situação de rigidez anterior e posterior da ruína. Já no caso dos lotes II e III, a análise foi realizada somente antes da ruína, visto que após esta, os resultados obtidos foram insuficientes. Desta forma, para estes lotes, foi realizada uma análise comparativa entre os estados íntegro e danificado e ao longo do de cada CP comparando-se a rigidez em instantes de tempo pouco tempo antes da ruína e em instantes iniciais do ensaio.

5.4 Discussão dos Resultados

5.4.1 Discussão dos Resultados de Frequências Naturais

Com os resultados das frequências naturais medidas são realizadas as determinações da variação das frequências naturais. A seguir (Tabela 15), ilustram-se os resultados para cada acelerômetro com as informações de frequências inicial e final, bem como variação das frequências absoluta e percentual:

Tabela 15 – Valores da variação de frequências naturais (Hz) para cada acelerômetro em cada viga ensaiada.

Acelerômetro 1			
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)
Íntegra	0,699	0,6	-0,099
Danificada 1	0,699	0,599	-0,100
Danificada 2	0,798	0,797	-0,001
Acelerômetro 2			
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)
Íntegra	0,599	0,6	0,001
Danificada 1	0,599	8,28	7,681
Danificada 2	0,599	15,27	14,671
Acelerômetro 3			
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)
Íntegra	1,1	0,9	-0,2
Danificada 1	0,898	1,8	0,902
Danificada 2	0,898	0,699	-0,199
Acelerômetro 4			
Estado	Frequência inicial (Hz)	Frequência final (Hz)	Variação de frequência (Hz)
Íntegra	0,998	0,9	-0,098
Danificada 1	0,898	0,998	0,1
Danificada 2	1,6	0,898	-0,702

Fonte: Autor, 2015.

Na Tabela 16, a seguir, destaca-se a variação de frequências naturais:

Tabela 16 - Valores da variação percentual de frequências naturais para cada acelerômetro em cada viga ensaiada comparando-se as situações anterior e posterior à ruptura.

Estado	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2	Acelerômetro 3	Acelerômetro 4
Íntegra	-14,2	0,2	-18,2	-9,8
Danificada 1	-14,3	1282,3	100,4	11,1
Danificada 2	-0,1	2449,2	-22,2	-43,9

Fonte: Autor, 2015.

Um indicativo da presença do dano seria constatado caso houvesse um mesmo padrão de aumento ou de redução das frequências naturais registradas quando é feita a comparação das situações anterior ou posterior à ruptura, ou mesmo quando se compara as ocorrências das vigas danificadas com a viga íntegra de referência. Tal constatação não pode ser feita a partir da análise direta dos resultados brutos de frequências naturais.

Para o acelerômetro 1, os resultados ficaram dentro do esperado, ou seja, é possível constatar redução das frequências naturais de primeiro modo para todas as vigas ensaiadas, tanto na condição danificada, como na condição não danificada. Porém, o mesmo valor de redução encontrado para uma viga íntegra foi encontrado para a viga danificada 1 e um valor muito menor foi encontrado para a viga danificada 2.

Para os acelerômetros 3 e 4, podemos notar que houve redução das frequências naturais para as vigas íntegra e danificada 2. Mas ocorre um aumento significativo de frequências naturais após a ruptura para a viga danificada 1 (para os mesmos acelerômetros).

Para o acelerômetro 2 (que é posicionado na prensa), as variações de frequências naturais são positivas e uma sensibilidade maior pode ser constatada para as vigas danificadas 1 e 2. Essa maior sensibilidade pode estar relacionada ao fato de o material da prensa a que foi acoplado o acelerômetro 2 ser de aço e não de concreto, como é o caso dos outros acelerômetros.

Para os resultados dos acelerômetros colocados sobre a viga íntegra (acelerômetros 1, 3 e 4), constata-se homogeneidade dos valores, em módulo, da variação de frequências naturais. Isso pode indicar que para a situação do concreto íntegro, a posição do acelerômetro em relação à prensa não exerce grande influência sob a alteração no módulo da variação de frequências naturais.

Para as duas vigas danificadas, observa-se grande variação de frequências naturais pelo acelerômetro sob a prensa (acelerômetro 2), o que pode indicar maior sensibilidade para a detecção de danos o posicionamento de um acelerômetro na prensa, durante o ensaio. Além disso, constata-se maior sensibilidade do acelerômetro 3 na detecção de danos em relação aos acelerômetros 1 e 4.

Como a viga ensaiada possui rigidez significativa, principalmente devido a elevada área de seção transversal e também por ser constituída de concreto com adição de fibras, as amplitudes observadas foram relativamente baixas. Uma faixa de amplitudes maior poderia conduzir a uma melhor identificação dos picos no primeiro modo e a uma melhor suscetibilidade dos resultados.

Wang (2001) aponta que a variabilidade de rigidez, massa e o efeito do amortecimento são principais motivos para os quais ensaios dinâmicos podem não apresentar resultados satisfatórios no âmbito do objetivo de detecção de dano.

Resultados similares são encontrados na literatura técnica. Alves (2012) apresenta em seu trabalho que métodos essencialmente baseados na variação das frequências naturais não se mostram indicadores de danos confiáveis, por serem pouco sensíveis à presença de danos. O autor cita também que um dos inconvenientes dos métodos encontrados na literatura é a incapacidade de utilizar diretamente as respostas dinâmicas. Isso muitas vezes se deve à presença de ruídos e a dificuldade de manipular esse tipo de dado corretamente.

Palechor (2013) afirma que a presença de uma pequena fissura pode não ser evidente a partir das variações nas frequências naturais da estrutura ou a partir dos modos de vibração, que são as propriedades dinâmicas. Isto conduz à necessidade de desenvolver métodos não destrutivos eficazes na detecção de fissuras em estruturas, utilizando a resposta estática da estrutura.

Oliveira (2013) afirma que já foram realizados alguns experimentos em materiais compósitos baseados na análise de Fourier e o resultado para detecção de danos foi extremamente pobre. Considerando então que o material para os testes utilizado neste trabalho foi concreto (e, portanto, um material compósito).

Sendo assim, é possível constatar que a análise dos resultados brutos em termos de frequências naturais do presente trabalho não foi suficiente para fornecer um indício para a detecção de dano nas vigas ensaiadas. Desta forma, o foco maior do trabalho passou a ser voltado para os resultados da análise estática em termos de rigidez.

5.4.2 Constatação da Necessidade de Aplicar Testes Estatísticos

Como foi constatado, houve diferenças tanto para a rigidez como para as frequências naturais registradas em cada situação de dano. Como a interpretação dos dados brutos não fornece informações precisas a fim de informar se a variação de frequências naturais e rigidez antes e após a ruptura foi significativa, foram aplicados testes estatísticos para constatar ou não este fato. O mesmo foi realizado também para os valores de rigidez encontrados para os instantes de tempo em análise, já explicados.

Para verificação da normalidade, será aplicado o teste Shapiro-Wilk. Com essa condição satisfeita, e no caso de comparação de dois grupos, para verificar se as variâncias são equivalentes ou não, utiliza-se o teste F. Nesta situação, para verificar igualdade de médias, utiliza-se o teste t, exige que os dados amostrais sejam provenientes de uma distribuição normal e que suas variâncias sejam verificadas quanto a sua equivalência ou não.

No caso de haver mais de dois grupos para a aplicação dos testes, e ainda em caso de normalidade, aplica-se o teste de Bartlett para a verificação da igualdade de variâncias e na sequência, o teste de Tukey, para verificação múltipla de médias.

Caso o teste de Shapiro-Wilk indique que as amostras não provêm de uma população com distribuição normal, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis e procede-se para a interpretação dos resultados.

O processamento dos testes estatísticos foi realizado através do software Excel 2010 com o suplemento desenvolvido pelo Portal Action® 2015. Este suplemento é capaz de fornecer os resultados dos testes para efeito de comparação.

Os resultados dos testes, quando aplicados para as respostas diretas de frequências naturais da estrutura não foram conclusivos quanto à formação de subsídios para detecção de dano nas estruturas ensaiadas, em virtude disso, eles foram suprimidos do texto desse trabalho. O mesmo não ocorre para os resultados de rigidez, para os quais segue a aplicação dos testes estatísticos.

5.4.3 Análise dos Resultados de Rigidez (Antes e Após a Ruptura) por meio dos Testes Estatísticos para os CP do Lote I

A seguir, serão aplicados os testes estatísticos nos resultados de rigidez obtidos para avaliar se há diferenças significativas desta variável antes e após a ruína para cada situação de dano (corpo íntegro, danificado 1 e danificado 2). Neste caso, vamos considerar a aplicação do teste t com as seguintes hipóteses:

A hipótese nula do teste (H_0) é de que não houve alteração da rigidez antes e após a ruína da viga. Sendo assim, teremos a seguinte situação: $H_0: \mu_d = 0$.

Em que μ_d é a diferença entre médias nas duas situações.

A hipótese alternativa (H_1) é de que houve redução de rigidez após a ruptura da peça. Tal fato é constatado a partir de uma conclusão de que para um número significativo de ensaios, a rigidez após a ruína é menor que a rigidez anterior. Nesta situação, teremos o seguinte resultado: $H_1: \mu_d > 0$.

A seguir, serão ilustradas a rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga íntegra e para três instantes posteriores:

Tabela 17 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga íntegra e para três instantes posteriores

Viga íntegra	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m²)
98	16,32
101	16,63
104	16,95
109 (Ruptura)	17,15
114	11,37
117	9,91
120	8,94

Fonte: Autor, 2015.

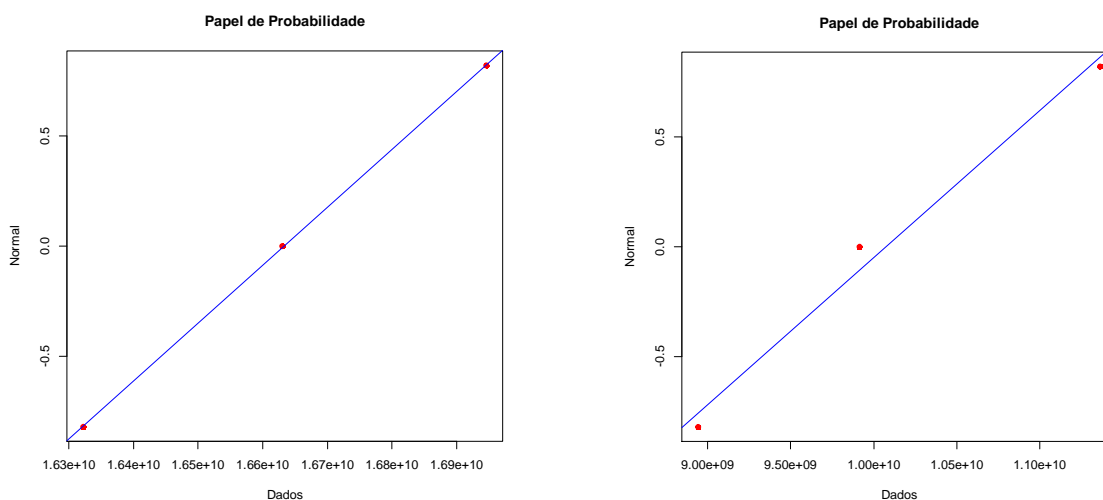
Na Tabela 18 a seguir, ilustram-se os resultados do teste de Shapiro-Wilk:

Tabela 18 – Resultado da estatística e do P-valor aplicada nos resultados de rigidez para a viga íntegra, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk.

Teste de Normalidade			
Antes da ruptura		Após a ruptura	
Estatística	1,000	Estatística	0,987
P-valor	0,986	P-valor	0,783

Fonte: Autor, 2015.

Figura 43 – Ilustração gráfica do teste de normalidade aplicado nos resultados de rigidez para a viga íntegra no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura.



Fonte: Autor, 2015.

Desta forma, é possível afirmar, com nível de significância de 5%, que as amostras obtidas antes e depois da ruptura provêm de uma população normal ($P - valor > \alpha = 0,05$).

Desta forma, o teste t pode ser aplicado

Antes de aplicar o teste t, o teste F deve ser aplicado para investigar se as variâncias são estatisticamente iguais. Considera-se então um grau de significância de 5% para a obtenção do parâmetro t_{cal} e a seguir, o valor de $t_{crítico}$ é obtido a partir do Anexo D de t student:

Tabela 19 – Grau de significância, graus de liberdade, valores calculado e crítico para a estatística F, e o valor calculado para a estatística t aplicada nos resultados de rigidez e o valor crítico tabelado do teste.

α	F_{cal}	$F_{crítico}$	gl	t_{cal}	$t_{crítico}$
5%	0,065	19	4	9,02	2,132

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, como temos $F_{cal} < F_{crítico}$, a hipótese nula não deve ser rejeitada. Sendo assim, as variâncias serão consideradas iguais. Desta forma, o t_{cal} foi obtido através do método já citado que considera variâncias iguais.

Como foi obtido que o valor de t_{cal} é maior que o valor de $t_{crítico}$, a hipótese nula do teste t deve ser rejeitada. Sendo assim, constata-se que houve uma variação da rigidez após a ruptura para a viga íntegra ensaiada.

Na Tabela 20 a seguir, os valores de rigidez medidos em um instante anterior a ruptura da viga danificada 1 e após a mesma são ilustrados:

Tabela 20 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga danificada 1 e para três instantes posteriores

Viga danificada 1	
Tempo (s)	Rigidez (kN. m²)
37	3,00
40	3,77
43	4,46
48 (Ruptura)	5,07
53	2,37
56	1,43
59	1,03

Fonte: Autor, 2015.

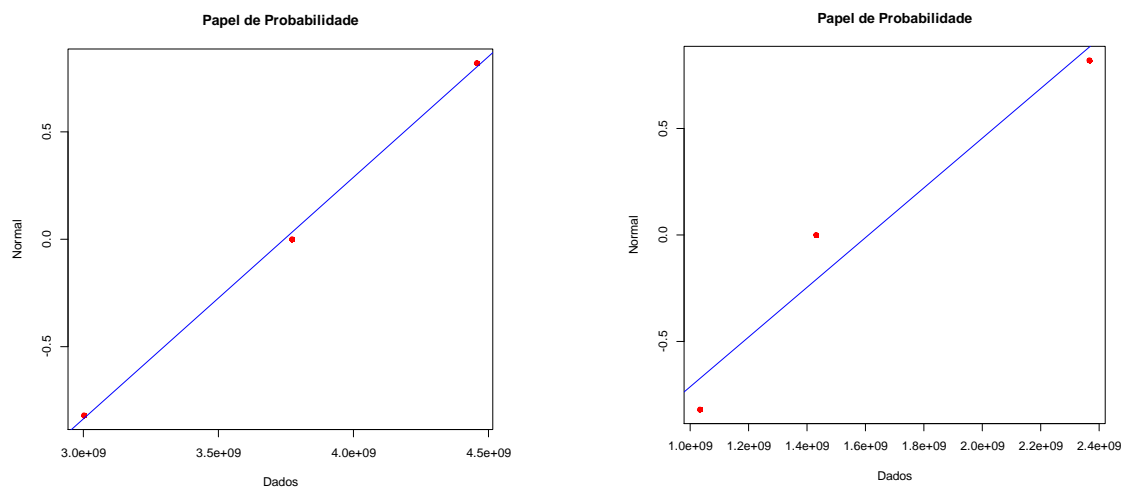
Aplica-se então o teste de Shapiro-Wilk. A estatística do teste, bem como o *P – valor* são ilustrados a seguir:

Tabela 21 – Resultado da estatística e do P-valor para a viga danificada 1, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk avaliando a rigidez.

Teste de Normalidade			
Antes da ruptura		Após a ruptura	
Estatística	0,999	Estatística	0,948
P-valor	0,935	P-valor	0,563

Fonte: Autor, 2015.

Figura 44 – Ilustração gráfica do teste de normalidade dos resultados de rigidez para a viga danificada 1 no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura.



Fonte: Autor, 2015.

Como temos $P - valor > 0,05$ para este tipo de teste, é possível afirmar, com nível de significância de 5%, que as amostras nesta situação provêm de uma população com distribuição normal.

Com a validação da normalidade, o teste t pode ser aplicado. Os resultados do teste são ilustrados na tabela a seguir:

Tabela 22 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valor calculado para a estatística t aplicada nos resultados de rigidez e o valor e o valor crítico tabelado do teste.

α	F_{cal}	$F_{critico}$	gl	t_{cal}	$t_{critico}$
5%	1,12	19	4	3,70	2,132

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, como temos $F_{cal} < F_{critico}$, a hipótese nula não deve ser rejeitada. Sendo assim, as variâncias serão consideradas iguais. Desta forma, o t_{cal} foi obtido através do método já citado que considera variâncias iguais.

Como foi obtido que o valor de t_{cal} é maior que o valor de $t_{critico}$, a hipótese nula do teste t deve ser rejeitada. Sendo assim, constata-se que houve uma variação da rigidez após a ruptura da viga danificada 1 ensaiada.

A seguir são ilustrados os valores de rigidez antes e após a ruptura da viga danificada 2:

Tabela 23 - Rigidez inicial e final (após ruptura) para três instantes anteriores a ruptura da viga danificada 2 e para três instantes posteriores.

Viga danificada 2	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
31	4,11043
34	4,23726
37	4,101
42 (Ruptura)	2,51298
47	0,3821
50	0,1252
53	0,10345

Fonte: Autor, 2015.

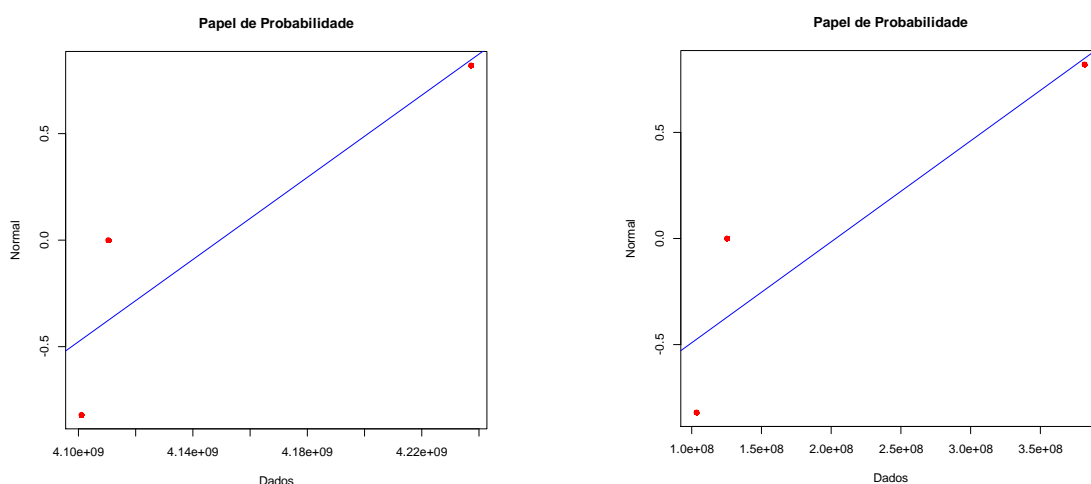
Aplica-se então o teste de Shapiro-Wilk. A estatística do teste, bem como o P – valor são ilustrados a seguir:

Tabela 24 – Resultado da estatística e do P-valor para a viga danificada 2, antes e após a ruptura, através do teste de Shapiro-Wilk avaliando a rigidez.

Teste de Normalidade			
Antes da ruptura		Após a ruptura	
Estatística	0,999	Estatística	0,948
P-valor	0,935	P-valor	0,563

Fonte: Autor, 2015.

Figura 45 – Ilustração gráfica do teste de normalidade dos resultados de rigidez para a viga danificada 2 no estado anterior (à esquerda) e posterior (à direita) a ruptura.



Fonte: Autor, 2015.

Como temos $P - valor = 0 > 0,05$ para este tipo de teste, é possível afirmar, com nível de significância de 5%, que as amostras nesta situação provêm de uma população com distribuição normal.

Com a validação da normalidade, o teste t pode ser aplicado. Mas, antes deste, é aplicado o teste F. Os resultados dos dois testes são ilustrados na tabela a seguir:

Tabela 25 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valor calculado para a estatística t aplicada aos resultados de rigidez e o valor crítico tabelado do teste.

α	F_{cal}	$F_{critico}$	gl	t_{cal}	$t_{critico}$
5%	0,24	19	4	39,59	2,132

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, como temos $F_{cal} < F_{critico}$, a hipótese nula não deve ser rejeitada. Sendo assim, as variâncias serão consideradas iguais. Desta forma, o t_{cal} foi obtido através do método já citado que considera variâncias iguais.

Como foi obtido que o valor de t_{cal} é maior que o valor de $t_{critico}$, a hipótese nula do teste t deve ser rejeitada. Sendo assim, constata-se que houve uma variação da rigidez para todas as amostras após a ruptura da viga danificada 2 ensaiada.

5.4.4 Análise dos Resultados de Rigidez (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP do Lote I

A seguir, serão aplicados os testes estatísticos nos resultados de variação de rigidez antes e após a ruptura discretizando-se a comparação em dois grupos: condição íntegra e condição danificada. Desta vez, o objetivo será o de avaliar se há diferenças significativas da variável rigidez na condição íntegra em relação à danificada.

Neste caso, será adotado o mesmo procedimento estatístico: primeiramente será aplicado o teste de Shapiro-Wilk para avaliar se as amostras provêm de uma população com distribuição normal. Nos casos de normalidade, é aplicado o teste F para identificar a igualdade ou não das variâncias e a seguir o teste t para verificar diferença ou não entre os tratamentos. Nos casos em que não for constatada a normalidade, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis para verificar se as amostras são provenientes da mesma população ou de populações idênticas em relação à média.

A partir dos dados de rigidez já apresentados, foram consideradas os valores de rigidez obtidos instantes antes da ruptura, tanto para a viga íntegra, como para as vigas danificadas, como é ilustrado a seguir:

Tabela 26 – Valores de rigidez medidos instantes antes da ruptura para as vigas íntegra, e danificadas.

Viga íntegra		Viga danificada 1		Viga danificada 2	
Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
98	16,32	37	3,00	31	4,11
101	16,63	40	3,77	34	4,24
104	16,95	43	4,46	37	4,10
109 (Ruptura)		48 (Ruptura)		42 (Ruptura)	

Fonte: Autor, 2015.

Os resultados obtidos para as vigas danificadas foram agrupados de modo a representar a situação de dano e apenas a viga íntegra representa o estado não danificado. Sendo assim, existem dois grupos de dados, com diferentes números de amostras, a serem avaliados, são eles: situação de viga íntegra (3 valores de rigidez medidos) e situação de viga danificada (6 valores de rigidez medidos). Desta forma, discretizamos os grupos a serem analisados da seguinte forma:

Tabela 27 – Valores de rigidez selecionados para a análise (Viga íntegra X Viga danificada).

Rigidez (kN.m ²)	
Viga íntegra	Viga danificada
16,32	3,00
16,63	3,77
16,95	4,46
-	4,11
-	4,24
-	4,10

Fonte: Autor, 2015.

A aplicação do teste de Shapiro-Wilk fornece o resultado:

Tabela 28 – Resultado da estatística e do P-valor para as condições íntegra e danificada, através do teste de Shapiro-Wilk, avaliando a rigidez.

Teste de Normalidade			
Íntegra		Danificada	
Estatística	0,999	Estatística	0,863
P-valor	0,986	P-valor	0,201

Fonte: Autor, 2015.

Desta forma, temos que as amostras analisadas provêm de uma distribuição normal, com nível de significância de 5%, visto que $P - valor > 0,05$, em ambos os casos.

Com a validação da normalidade, o teste t pode ser aplicado. Mas, antes deste, é aplicado o teste F para verificação de igualdade entre as variâncias. Os resultados dos dois testes são ilustrados na tabela a seguir:

Tabela 29 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez.

α	F_{cal}	$F_{critico}$	gl	t_{cal}	$t_{critico}$
5%	2,70	19,3	7	38,58	2,36

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, como temos $F_{cal} < F_{critico}$, a hipótese nula não deve ser rejeitada. Sendo assim, as variâncias serão consideradas iguais. Desta forma, o t_{cal} foi obtido através do método já citado que considera variâncias iguais.

Como foi obtido que o valor de t_{cal} é maior que o valor de $t_{critico}$, a hipótese nula do teste t deve ser rejeitada. Sendo assim, constata-se que houve uma variação da rigidez para todas as amostras. Desta forma, os resultados indicam que o método de variação de rigidez consiste num parâmetro razoável para a detecção de danos, quando se compara as situações de viga danificada e íntegra.

5.4.5 Análise dos Resultados de Rigidez Considerando Todos os Valores do Ensaio (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP dos Lotes II e III

A seguir, serão aplicados os testes estatísticos nos resultados de rigidez comparando-se a situação das vigas íntegras com as danificadas para os lotes II e III. Foi realizada inicialmente, uma discretização dessa comparação para uma primeira situação em que se comparam os grupos de CP: CP-ND e CP-CD, em que CP-CD representa o conjunto dos CP-CD-30 e CP-CD-60. A seguir, comparam-se os resultados obtidos pelos três grupos distintamente: CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60. Nesta etapa, o objetivo será o de avaliar se há diferenças significativas da variável rigidez para todos os CP em todos os resultados obtidos para a rigidez.

No primeiro caso, como existem dois grupos analisados, será adotado o mesmo procedimento estatístico: primeiramente será aplicado o teste de Shapiro-Wilk para avaliar

se as amostras provêm de uma população com distribuição normal. Nos casos de normalidade, é aplicado o teste F para identificar a igualdade ou não das variâncias e a seguir o teste t para verificar diferença ou não entre os tratamentos. Nos casos em que não for constatada a normalidade, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis para verificar se as amostras são provenientes da mesma população ou de populações idênticas em relação à média.

A partir dos dados de rigidez já apresentados, foram consideradas os valores de rigidez obtidos instantes antes da ruptura, tanto para a viga íntegra, como para as vigas danificadas. Os dados utilizados nesta análise constam na Tabela 30 a seguir:

Tabela 30 – Valores de rigidez para os CP 1 e 2 do lote II em função do instante do início do ensaio.

CP-ND			CP-CD					
			CP-CD-30			CP-CD-60		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 1	30	-	CP 1	30	35,10	CP 1	30	12,70
	60	254,32		60	96,89		60	43,35
	90	137,95		90	118,14		90	66,82
	120	144,21		120	102,83		120	82,57
	150	122,54		150	112,70		150	109,37
	180	99,28		180	93,00		180	67,93
	210	87,86		210	90,57		210	19,11
	240	93,40		240	82,73		240	0,45
	270	91,76		270	77,57		270	0,07
	300	90,47		300	73,99		-	-
	330	94,35		330	74,55		-	-
	360	92,97		360	78,29		-	-
	390	96,15		390	81,78		-	-
	420	94,75		420	70,75		-	-
	450	61,59		450	0,52		-	-
	480	30,90		-	-		-	-
510	19,02	-	-	-	-			
540	10,08	-	-	-	-			
CP 2	30	-	CP 2	30	24,82	CP 2	30	23,57
	60	239,73		60	185,60		60	52,32
	90	140,16		90	86,61		90	73,90
	120	149,69		120	84,55		120	106,00
	150	155,30		150	95,21		150	98,19
	180	159,12		180	91,98		180	84,81
	210	189,05		210	98,72		210	32,54
	240	164,11		240	95,72		240	16,45
	270	149,16		270	87,32		270	0,58
	300	151,79		300	86,49		300	0,07
	330	142,21		330	77,67		-	-
	360	126,65		360	71,69		-	-
	390	122,57		390	67,40		-	-
	420	119,23		420	47,08		-	-
	450	116,49		450	31,91		-	-
	480	119,25		480	1,59		-	-
510	104,31	-	-	-	-			
540	99,96	-	-	-	-			

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 31 – Valores de rigidez para os CP 3 e 4 do lote II em função do instante do início do ensaio.

CP-ND			CP-CD					
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP-CD-30			CP-CD-60		
			CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 3	30	-	CP 3	30	40,97	CP 3	30	20,87
	60	169,26		60	66,71		60	42,84
	90	82,62		90	72,40		90	62,52
	120	98,16		120	74,64		120	76,47
	150	108,68		150	85,26		150	77,40
	180	101,56		180	84,32		180	47,57
	210	97,32		210	91,30		210	33,92
	240	103,13		240	105,89		240	2,08
	270	107,91		270	94,74		-	-
	300	103,95		300	92,87		-	-
	330	107,76		330	86,69		-	-
	360	98,73		360	75,31		-	-
	390	92,31		390	65,63		-	-
	420	74,97		420	2,43		-	-
	450	59,46		-	-		-	-
	480	31,85		-	-		-	-
510	4,80	-	-	-	-			
540	0,91	-	-	-	-			
CP 4	30	-						
	60	151,94						
	90	154,95						
	120	208,11						
	150	196,34						
	180	189,29						
	210	158,17						
	240	158,52						
	270	142,93						
	300	144,45						
	330	125,05						
	360	127,43						
	390	115,14						
	420	101,49						
450	88,65							
480	79,81							
510	45,18							
540	1,72							

Tabela 32 – Valores de rigidez para os CP 1 (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) do lote III em função do instante do início do ensaio.

CP-ND			CP-CD					
			CP-CD-30			CP-CD-60		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 1	30	50,24	CP 1	30	12,75	CP 1	30	69,32
	60	130,00		60	42,10		60	57,80
	90	210,34		90	61,94		90	63,89
	120	145,52		120	76,01		120	76,03
	150	123,55		150	99,05		150	76,88
	180	112,91		180	106,72		180	48,94
	210	106,27		210	101,46		210	25,25
	240	102,06		240	106,87		-	-
	270	115,41		270	121,39		-	-
	300	110,42		300	115,16		-	-
	330	121,87		330	118,40		-	-
	360	116,71		360	90,90		-	-
	390	119,29		390	79,18		-	-
	420	121,60		420	57,84		-	-
	450	123,70		450	15,40		-	-
	480	125,50		480	4,33		-	-
	510	121,38		-	-		-	-
	540	123,10		-	-		-	-
	570	119,71		-	-		-	-
	600	108,75		-	-		-	-
630	13,21	-	-	-	-			
660	2,39	-	-	-	-			
690	0,27	-	-	-	-			

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 33 – Valores de rigidez para os CP 2 do lote III (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) em função do instante do início do ensaio.

CP-ND			CP-CD					
			CP-CD-30			CP-CD-60		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 2	30	213,90	CP 2	30	15,12	CP 2	30	20,68
	60	123,54		60	51,38		60	31,83
	90	132,93		90	60,98		90	48,01
	120	115,39		120	88,02		120	60,47
	150	121,76		150	98,32		150	64,10
	180	101,31		180	94,20		180	66,64
	210	97,89		210	84,10		210	37,89
	240	95,38		240	97,54		240	1,18
	270	99,79		270	88,78		-	-
	300	97,47		300	87,72		-	-
	330	100,98		330	97,26		-	-
	360	98,97		360	100,77		-	-
	390	93,00		390	103,87		-	-
	420	91,97		420	106,75		-	-
	450	94,64		450	109,34		-	-
	480	97,07		480	106,83		-	-
	510	92,75		510	93,47		-	-
	540	91,97		540	69,45		-	-
570	86,53	570	48,92	-	-			
600	9,02	600	8,70	-	-			

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 34 – Valores de rigidez para os CP 3 do lote III (CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60) em função do instante do início do ensaio.

CP-ND			CP-CD					
			CP-CD-30			CP-CD-60		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 3	30	215,78	CP 3	30	18,07	CP 3	30	28,02
	60	188,32		60	43,49		60	52,97
	90	89,41		90	46,79		90	54,89
	120	87,24		120	66,97		120	67,47
	150	85,84		150	77,43		150	77,68
	180	92,66		180	85,77		180	78,27
	210	98,32		210	101,85		210	63,82
	240	103,15		240	107,04		240	43,80
	270	100,12		270	103,07		270	1,81
	300	110,77		300	115,28		300	0,17
	330	91,17		330	118,59		-	-
	360	90,16		360	113,86		-	-
	390	85,79		390	94,52		-	-
	420	85,38		420	81,39		-	-
	450	82,20		450	13,24		-	-
	480	82,09		480	4,28		-	-
	510	84,50		510	0,76		-	-
	540	86,74		540	0,03		-	-
	570	86,38		-	-		-	-
	600	83,85		-	-		-	-
630	62,39	-	-	-	-			
660	44,96	-	-	-	-			
690	7,10	-	-	-	-			

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 35 – Valores de rigidez para o CP 4 (CP-ND) do lote III em função do instante do início do ensaio.

CP-ND		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 4	30	215,14
	60	125,27
	90	89,34
	120	99,76
	150	95,40
	180	113,19
	210	90,78
	240	83,80
	270	93,85
	300	97,78
	330	91,17
	360	90,19
	390	85,76
	420	88,65
	450	85,03
	480	67,36
	510	59,31
540	43,85	
570	2,80	

Fonte: Autor, 2015.

A aplicação do teste de Shapiro-Wilk para os grupos CP-ND e CP-CD fornece os seguintes resultados:

Tabela 36 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND e CP-CD do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.

Teste de Normalidade			
CP-ND		CP-CD	
Estatística	0,97	Estatística	0,93
P-valor	0,15	P-valor	3,99 E – 4

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 37 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND e CP-CD do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.

Teste de Normalidade			
CP-ND		CP-CD	
Estatística	0,87	Estatística	0,93
P-valor	$3,98 E - 07$	P-valor	$7,53 E - 05$

Fonte: Autor, 2015.

Desta forma, temos que as amostras analisadas não provêm de uma distribuição normal, com nível de significância de 5%, visto que $P - valor < 0,05$ em ambos os casos para pelo menos um dos grupos analisados.

Sem a validação da normalidade, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis, que fornece:

Tabela 38 – P-valor e Estatística do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD do lote II, considerando todos os valores de rigidez.

Kruskal-Wallis qui-quadrado	$P - valor$
35,56	$2,47 E - 09$

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 39 – P-valor e Estatística do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD do lote III, considerando todos os valores de rigidez.

Kruskal-Wallis qui-quadrado	$P - valor$
26,04	$3,34 E - 07$

Fonte: Autor, 2015.

Com $P - valor < \alpha$, conclui-se que a hipótese nula deve ser rejeitada. Então, há diferença entre as médias dos valores de rigidez obtidos para o grupo CP-ND em relação ao CP-CD.

A seguir, será realizada a verificação para os três grupos distintos (CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60).

Os resultados fornecidos pelo teste de normalidade são ilustrados a seguir:

Tabela 40 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.

Teste de Normalidade					
CP-ND		CP-CD-30		CP-CD-60	
Estatística	0,97	Estatística	0,88	Estatística	0,94
P-valor	0,15	P-valor	$2,62 E - 04$	P-valor	0,10

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 41 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para todos os valores de rigidez.

Teste de Normalidade					
CP-ND		CP-CD-30		CP-CD-60	
Estatística	0,87	Estatística	0,88	Estatística	0,90
P-valor	$3,98 E - 07$	P-valor	$4,95 E - 06$	P-valor	0,02

Fonte: Autor, 2015.

Desta forma, temos que as amostras analisadas para o CP-CD-30 para o lote II e para todas as amostras analisadas do lote III, não provêm de uma distribuição normal. Isso ocorre para um nível de significância de 5%, visto que $P - valor < 0,05$ em ambos os casos.

Sem a validação da normalidade, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis, que fornece:

Tabela 42 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, considerando todos os valores de rigidez.

Grupos comparados	Kruskal-Wallis qui-quadrado	P-valor	Diferença
CP-ND e CP-CD-30	41,76	$8,56 E - 10$	Sim
CP-ND e CP-CD-60			Sim
CP-CD-30 e CP-CD-60			Sim

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 43 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.

Grupos comparados	Kruskal-Wallis qui-quadrado	P-valor	Diferença
CP-ND e CP-CD-30	37,92	$5,83 E - 09$	Sim
CP-ND e CP-CD-60			Sim
CP-CD-30 e CP-CD-60			Sim

Fonte: Autor, 2015.

O teste detecta diferenças entre todos os grupos considerados dois a dois, para o nível de significância de 5%. Isso indica que a sequência dos testes estatísticos aplicados conduzem a um indício de que a variação de rigidez comparando-se os estados íntegro e danificado forneceu resultados razoáveis como parâmetro para a detecção de dano, mesmo analisando todos os valores de rigidez durante o ensaio.

A partir dos resultados do teste de Kruskal-Wallis aplicado para os grupos CP-ND e CP-CD, é possível constatar que há diferenças significativas entre as médias desses dois grupos. Isso indica que o método é capaz de avaliar históricos de registro de rigidez ao longo do tempo, bem como indicar diferenças entre suas médias.

O teste também indicou diferenças entre os três grupos distintos (CP-ND e CP-CD-30 e CP-CD-60). Isso indica que o método consegue detectar a presença do dano e ainda consegue diferenciar os históricos de registros de rigidez para condições de dano diferentes.

Contudo, para os grupos do lote II: CP-ND e CP-CD-60, a condição de normalidade é satisfeita. Sendo assim, para esses grupos, será aplicado o teste F para a verificação das variâncias e o teste T para verificar diferenças entre médias:

Tabela 44 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez para os grupos do lote II: CP-ND e CP-CD-60.

α	F_{cal}	$F_{critico}$	gl	t_{cal}	$t_{critico}$
5%	2,17	1,69	98	7,09	1,98

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, como temos $F_{cal} > F_{critico}$, a hipótese nula deve ser rejeitada. Sendo assim, as variâncias serão consideradas diferentes.

Como foi obtido que o valor de t_{cal} é maior que o valor de $t_{critico}$, a hipótese nula do teste t deve ser rejeitada. Sendo assim, constata-se que houve uma variação entre as médias da rigidez para todas as amostras. Desta forma, os resultados indicam que o método de variação de rigidez consiste num parâmetro razoável para a detecção de danos, quando se compara as situações de viga danificada e íntegra, considerando todos os valores de rigidez em um histórico de carregamento.

5.4.6 Análise dos Resultados de Rigidez em Instantes Discretos do Ensaio (Viga Íntegra X Viga Danificada) por meio dos Testes Estatísticos para os CP dos Lotes II e III

Desta forma, foi realizada também uma análise do efeito comparativo da rigidez quando se compara o estado íntegro e danificado, mas desta vez considerando alguns pontos discretos, e não os diversos valores obtidos durante o ensaio. Esses pontos foram selecionados sequencialmente ao longo do histórico de carga. Neste texto, a comparação é realizada para os instantes de tempo: 90 s, 120 s, e 150 s e 180 s, medidos a partir do início do ensaio. É realizada a aplicação dos testes estatísticos para a rigidez obtida nos três grupos distintos: CP-ND e dos CP-CD-30 e CP-CD-60. A tabela a seguir ilustra a seleção dos dados para a análise:

Tabela 45 – Valores de rigidez para os CP do lote II em função do instante do início do ensaio para os instantes 90, 120, 150 e 180 s.

CP-ND			CP-CD (3 cm + 6 cm)					
			CP-CD-30			CP-CD-60		
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 1	90	137,95	CP 1	90	118,14	CP 1	90	66,82
	120	144,21		120	102,83		120	82,57
	150	122,54		150	112,70		150	109,37
	180	99,28		180	93,00		180	67,93
CP 2	90	140,16	CP 2	90	86,61	CP 2	90	73,90
	120	149,69		120	84,55		120	106,00
	150	155,30		150	95,21		150	98,19
	180	159,12		180	91,98		180	84,81
CP 3	90	82,62	CP 3	90	72,40	CP 3	90	62,52
	120	98,16		120	74,64		120	76,47
	150	108,68		150	85,26		150	77,40
	180	101,56		180	84,32		180	47,57
CP 4	90	154,95						
	120	208,11						
	150	196,34						
	180	189,29						

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 46 – Valores de rigidez para os CP do lote III em função do instante do início do ensaio para os instantes 90, 120, 150 e 180 s.

CP-ND			CP-CD					
CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP-CD-30			CP-CD-60		
			CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)	CP	Tempo (s)	Rigidez (kN.m ²)
CP 1	90	210,34	CP 1	90	61,94	CP 1	90	63,89
	120	145,52		120	76,01		120	76,03
	150	123,55		150	99,05		150	76,88
	180	112,91		180	106,72		180	48,94
CP 2	90	132,93	CP 2	90	60,98	CP 2	90	48,01
	120	115,39		120	88,02		120	60,47
	150	121,76		150	98,32		150	64,10
	180	101,31		180	94,20		180	66,64
CP 3	90	89,41	CP 3	90	46,79	CP 3	90	54,89
	120	87,24		120	66,97		120	67,47
	150	85,84		150	77,43		150	77,68
	180	92,66		180	85,77		180	78,27
CP 4	90	89,34						
	120	99,76						
	150	95,40						
	180	113,19						

Fonte: Autor, 2015.

Neste caso, a aplicação do teste de normalidade resulta em:

Tabela 47 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote II, através do teste de Shapiro-Wilk, para os valores de rigidez nos instantes 90, 120 e 150 s.

Teste de Normalidade					
CP-ND		CP-CD-30		CP-CD-60	
Estatística	0,95	Estatística	0,94	Estatística	0,96
P-valor	0,57	P-valor	0,51	P-valor	0,84

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 48 – Resultado da estatística e do P-valor para os grupos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote III, através do teste de Shapiro-Wilk, para os valores de rigidez nos instantes 90, 120 e 150 s.

Teste de Normalidade					
CP-ND		CP-CD-30		CP-CD-60	
Estatística	0,78	Estatística	0,96	Estatística	0,91
P-valor	1,50 E - 03	P-valor	0,84	P-valor	0,23

Fonte: Autor, 2015.

É possível concluir a partir dos dados, que para um nível de significância de 5%, temos que as amostras analisadas provêm de uma distribuição normal, visto que $P - valor > 0,05$ (a exceção é dada para o grupo CP-ND para o lote III). Como existem três grupos de dados para o lote II e todos estes grupos atendem ao critério de normalidade, será aplicado o teste de Bartlett para verificar igualdade de variâncias. Seguem os resultados fornecidos pelo teste:

Tabela 49 – Estatística do teste de Bartlett, graus de liberdade, e P-valor para o nível de significância adotado. Foram analisados os resultados de rigidez dos CP-ND, CP-CD-30 e CP-CD-60 do lote II em instantes discretos (90 s, 120 s, 150 s e 180 s) ao longo do ensaio.

α	B_{α}	gl	P_{valor}
5%	12,58	2	$1,86 E - 03$

Fonte: Autor, 2015.

Como $P - valor < 0,05$, a hipótese nula não deve ser rejeitada e as variâncias devem ser consideradas iguais, considerando o nível de significância de 5%. Essa conclusão é obtida para os resultados fornecidos pelo lote II.

Para os CP do lote III, como se tem a normalidade apenas para CP-CD-30 e para CP-CD-60, é utilizado o teste F para verificar a igualdade de variâncias e a seguir o teste T para verificar igualdade de médias. Os resultados são ilustrados a seguir:

Tabela 50 – Grau de significância, valores calculado e crítico para a estatística F, graus de liberdade, e o valores calculado e crítico para a estatística do teste t aplicados nos resultados de rigidez para os grupos do lote III: CP-CD-30 e CP-CD-60.

α	F_{cal}	$F_{critico}$	gl	t_{cal}	$t_{critico}$
5%	2,89	2,4	6	2,43	2,45

Fonte: Autor, 2015.

Como $F_{cal} > F_{critico}$, rejeita-se a hipótese nula e as variâncias são consideradas diferentes. Como temos $T_{cal} < T_{critico}$, as médias devem ser consideradas iguais.

Sendo assim, procede-se com o teste de Tukey para os CP do lote II. No caso do lote III, este teste só é aplicado na comparação CP-CD-30 e CP-CD-60, já que ambos seguem a normalidade. Os resultados desses testes são os seguintes:

Tabela 51 – Constatação de diferenças de médias e P-valor através do Teste de Tukey para os grupos CP-ND, CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote II, considerando todos os valores de rigidez.

Grupos comparados	P-valor	Diferença
CP-ND e CP-CD-30	8,22 E-05	Sim
CP-ND e CP-CD-60	1,94 E-06	Sim
CP-CD-30 e CP-CD-60	0,50	Não

Fonte: Autor, 2015.

Tabela 52 – Constatação de diferenças de médias e P-valor através do Teste de Tukey para os grupos CP-CD-30, e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.

Grupos comparados	P-valor	Diferença
CP-CD-30 e CP-CD-60	0,50	Não

Fonte: Autor, 2015.

Como $P - \text{valor} < 0,05$ para as comparações CP-ND e CP-CD-30 e também para CP-ND e CP-CD-60 do lote II, é possível concluir que ocorre diferença significativa entre as médias desses grupos. Essa é uma informação importante, visto que permite concluir que o teste consegue diferenciar as situações entre o CP-ND e CP-CD. Apesar disso, temos $P - \text{valor} > 0,05$ para a comparação entre os grupos CP-CD-30 e CP-CD-60 nos dois lotes, o que pode indicar dificuldades do método para detectar a magnitude do dano para o nível de significância adotado, partindo da comparação de médias das rigidezes entre instantes consecutivos do ensaio.

Já para o grupo CP-ND do lote III, não se tem a normalidade. Sendo assim, será aplicado também o teste de Kruskal-Wallis na comparação de CP-ND e CP-CD-30, bem como na comparação de CP-ND com CP-CD-60. Os resultados são fornecidos na tabela a seguir:

Tabela 53 – Constatação de diferenças através do Teste de Kruskal-Wallis para os grupos CP-ND e CP-CD-30; e CP-ND e CP-CD-60 do lote III, considerando todos os valores de rigidez.

<i>Fatores comparados</i>	<i>Diferença</i>
CP-ND e CP-CD-30	Sim
CP-ND e CP-CD-60	Sim

Fonte: Autor, 2015.

Sendo assim, podemos concluir que há diferenças entre as médias para o CP-ND em relação ao CP-CD-30 e ao CP-CD-60, o que indica que o método pode ser eficiente para a detecção de danos. Como era de se esperar devido aos resultados fornecidos pelo teste Tukey no lote III, não foi encontrada diferença entre as médias do CP-CD-30 e CP-CD-60. O mesmo resultado pode ser encontrado caso seja aplicado o teste de kruskal-wallis. Isso pode indicar

que a comparação de trechos aproximadamente lineares do diagrama força-deslocamento durante o ensaio não indica caracterização da intensidade do dano.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho consistiu em um estudo teórico-experimental e de análise estatística de vigas de concreto. Foram apresentados modelos teóricos clássicos para a estimativa da rigidez da viga ensaiada, os quais foram utilizados para a detecção de dano através de um método estático. Inicialmente foi utilizada uma abordagem dinâmica em um primeiro lote de vigas constituídas de concreto com adição de fibras de aço distribuídas aleatoriamente. Essa abordagem foi baseada na análise das frequências naturais de vigas. A seguir, procedeu-se com a análise estática para o total de três lotes de vigas de concreto. Essa abordagem apresentou parâmetros para a estimativa de rigidez à flexão com resultados satisfatórios para a detecção de danos.

Como considerações finais do presente trabalho, destacam-se os resultados obtidos através das análises de frequências naturais e das análises de rigidez. São propostas também sugestões para trabalhos futuros.

6.1 Considerações para os Resultados de Frequências

Apesar de ter sido realizado um número limitado de ensaios para a avaliação das frequências naturais, a evidência estatística para esses ensaios aponta que não há alterações significativas para as frequências antes e após a ruptura no caso do concreto com fibras do lote I ensaiado. Tal constatação foi similar quando foi realizada a comparação dos CP íntegros com os CP danificados. Sendo assim, para o caso estudado, a tentativa de detectar danos somente pela variação das frequências naturais se apresentou com resultados pobres do ponto de vista estatístico.

A elevada rigidez do concreto ensaiado, compatível com elementos estruturais de obras civis, foi um agravante para a análise as frequências naturais das vigas ensaiadas.

Neste trabalho, a análise dinâmica se baseou apenas nas frequências de primeiro modo. A análise de mais modos de vibração pode ser realizada simplesmente ampliando a faixa de análise dos domínios de frequência. Isso permitiria uma melhor análise do sinal do espectro

de frequências e a maior magnitude esperada pelos mesmos pode permitir uma análise estatística mais conclusiva dos resultados.

De acordo com os resultados apresentados devido à análise dinâmica, não foi possível encontrar indícios de dano seguindo essa abordagem no presente trabalho.

6.2 Considerações para os Resultados de Variação de Rigidez

Os resultados dos ensaios realizados para os lotes I, II e III da análise da rigidez das vigas ensaiadas mostraram que o método empregado conduziu a detecção de danos nas vigas analisadas. Além disso, os testes estatísticos empregados para verificação de diferenças ou igualdade entre médias (teste t, teste de Kruskal Wallis e teste de Tukey) indicaram que há forte evidência estatística que aponta à variação significativa de rigidez das vigas após a condição de ruína. Isto significa que, nas vigas estudadas, a rigidez pode ser considerada um bom parâmetro para avaliar a presença do dano em vigas de concreto quando é realizada a análise anterior e posterior à ruína.

Além disso, o método empregado apresentou significativa sensibilidade para a estimativa de rigidez nas vigas ensaiadas. Isso sugere que o parâmetro de rigidez pode ser útil para detecção de danos em vigas ensaiadas segundo uma análise estática.

Quando a análise estática complementada pela análise estatística foi empregada nos resultados de estimativa de rigidez, considerando todo o histórico de carga, para todos os lotes estudados, foi possível detectar diferenças quando se compara o grupo das vigas íntegras com o grupo das vigas danificadas. Tal constatação também é evidenciada quando é realizada a comparação dos grupos com diferentes condições de dano, separadamente (30% e 60% de dano). Sendo assim, nesta situação, o método foi eficaz na detecção do dano e também na estimativa de sua magnitude.

A análise estática também foi realizada para determinados instantes discretos significativamente anteriores a ruína, durante o ensaio. Para esta análise, a evidência estatística aponta que apesar de o método mostrar-se eficiente para a detecção de danos, os testes estatísticos não detectaram diferenças entre os grupos de vigas com diferentes condições de dano (30% e 60%).

Comparando-se os resultados obtidos através da análise estática com os da análise dinâmica, a análise estática apresentou resultados mais eficazes para a detecção de dano nas vigas ensaiadas. Tal constatação foi evidenciada a partir dos testes estatísticos, que detectaram diferenças entre a condição de vigas íntegras e vigas danificadas, bem como dos estados anterior e posterior à ruptura das vigas.

Para o primeiro lote, foi utilizado um concreto com adição de fibras de aço e para o segundo e terceiro lotes, foi utilizado um concreto convencional, sem adição de fibras. Para todas essas situações, a análise estática foi eficiente para a detecção de dano nas vigas analisadas. Isso é um indício de que o método pode ser eficiente para esta finalidade nos dois tipos de concreto (com ou sem fibras). Tal fato pôde ser constatado estatisticamente nas vigas ensaiadas.

6.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Sugere-se a verificação do emprego do método de variação de rigidez também para vigas de concreto com variadas dimensões e formas de seções transversais e também se sugere o emprego do método para outros tipos de materiais também utilizados em estruturas de construção civil, como o aço.

Durante o ensaio de flexão, é possível que seja realizada além da aquisição das acelerações em tempo real por meio de acelerômetros e do sistema de aquisição da HBM®, o monitoramento das deformações da estrutura por meio de extensometria. Isso permitiria uma melhor análise da viga ensaiada e as deformações poderiam sugerir um novo índice de dano. Detalhes sobre o método podem ser encontrados em literatura (Assis, 2004).

O tipo de dano estudado no presente trabalho foi o dano concentrado. Uma recomendação para trabalhos futuros seria a de incrementar a análise com vigas submetidas a um estado múltiplo de danificação.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5738**: Concreto: Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro, 2015.

_____. **ABNT NBR 5739**: Concreto: Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **ABNT NBR 12142**: Concreto: Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

_____. **ABNT NBR 15900**: Água para amassamento do concreto. Rio de Janeiro, 2009.

_____. **ABNT NBR 8522**: Concreto: Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **ABNT NBR NM 45**: Agregados: Determinação da massa unitária e do volume de vazios. Rio de Janeiro, 2006.

ACTION, Portal. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/content/64-teste-de-shapiro-wilk>> Acesso em 24 de Maio 2015; <<http://www.portalaction.com.br/tecnicas-nao-parametricas/teste-de-kruskal-wallis>> Acesso em 24 de Maio 2015; <<http://www.portalaction.com.br/probabilidades/64-distribuicao-t-de-student>> Acesso em 24 de Maio 2015; <<http://www.portalaction.com.br/anova/31-teste-de-tukey>> Acesso em 24 de Maio 2015.

ALAMPALLI, S. Effects of Testing, Analysis, Damage, and Environment on Modal Parameters. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 14, n. 1, p. 63-74. 2000.

ALAMPALLI, S. Influence of In-service Environment on Modal Parameters. In: **PROCEEDINGS-SPIE THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING**. 1998. **Proceedings of IMAC XVI**. v. 1. p. 111-116.

ALVES, V. N. **Estudo de novas estratégias para identificação de danos estruturais a partir de dados vibracionais**. 2012. 188 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

AMORIM, D. L. N. de F.; PROENÇA, S. P. B.; FLOREZ-LOPEZ, J. A model of fracture in reinforced concrete arches based on lumped damage mechanics. **International Journal of Solids and Structures**, v. 50, n. 24, p. 4070-4079, 2013a.

AMORIM, D. L. N. de F.; PROENÇA, S. P. B.; FLOREZ-LOPEZ, J. Análise do Comportamento Não Linear de Estruturas Aperticadas de Barras Curvas em concreto Armado por Meio da Teoria de Dissipação Concentrada. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 15, n. 65, p. 65-68, 2013b.

AMORIM, D. L. N. de F.; PROENÇA, S. P. B.; FLOREZ-LOPEZ, J. Simplified modeling of cracking in concrete: Application in tunnel linings. **Engineering Structures**, v. 70, p. 23-35, 2014.

ANJOS, A. **Estatística II**. Notas de Aula. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

ARAGÃO FILHO, L. A. C. M. de; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C. Detecção de danos estruturais através de métodos diretos de ajuste de modelos. In: **XXIX JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL**. Punta del Leste, 2000.

ASSIS, W. S.; LIMA, F. B. de. **Análise Experimental de Estruturas**. Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

ASSIS, W. S. **Curso de Formação Básica LabVIEW**. Notas de Aula. Mimeografado, Universidade de São Paulo, 2004.

ASSIS, W. S. **Sistemas Computacionais de Apoio à Monitoração de Estruturas de Engenharia Civil**. 2007. 265 f. Tese (Doutorado em Estruturas de Engenharia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

AYDIN, K.; KISI, O. Damage detection in Timoshenko beam structures by multilayer perceptron and radial basis function networks. **Neural Computing and Applications**, London, v. 24, n. 3-4, p. 583-597, 2014.

BARBOSA, F. de S.; BORGES, C. C. H.; CURY, A. A. Modelo de identificação de dano estrutural baseado na variação das características modais de uma estrutura. In: **XXV CILAMCE IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS**, Recife, 2004.

BARTLETT, M. S. Properties of sufficiency and statistical tests. **Proceedings of the Royal Society of London**. Series A. Mathematical and Physical Sciences. v. 160, p. 268–282, 1937.

BERNAL, D. Load Vectors for Damage Localization. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 128, n. 1, p. 7-14. 2002.

BORGES, C. C. H.; BARBOSA, F. de S.; CURY, A. A. Detecção de danos em estruturas via dados modais incompletos. In: **XXV CILAMCE - Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia**. 2004. Recife PE. **Anais do XXV CILAMCE - Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia**, 2004.

BUSCA, G.; LIMONGELLI, M. P. An experimental evaluation of the reliability of a damage localization algorithm based on FRF interpolation. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**. Berlin. v. 5, n. 4, p. 427-439, 2015.

CAETANO, E.; CUNHA A.; MAGALHÃES, F. Novas Perspectivas na Análise do Comportamento Dinâmico de Estruturas. **Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões**, v. 18, p 23-34, 2010.

CAETANO, E. de S. **Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em Sistemas de Estruturais**. 1992. 382 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil) – Universidade do Porto, Porto, 1992.

CAMPILHO, A. **Instrumentação Electrónica: Métodos e Técnicas de Medição**. 2. ed. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2000. p. 562.

CARDEN, E. P.; FANNING, P. Vibration Based Condition Monitoring: A Review. **Structural Health Monitoring**, v. 3, n. 4, p. 355-377, 2004.

CARRILO, O. J. B. **Detecção de Dano a Partir da Resposta Dinâmica da Estrutura: Estudo Analítico com Aplicação a Estruturas do Tipo Viga**. 2004. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

CHAVES, J. C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos**. 2001. 155 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil: Transportes) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

CHEN, B.; ZHAO, S.; LI, P. Application of Hilbert-Huang Transform in Structural Health Monitoring: A State-of-the-Art Review. **Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering**, Wuhan, v. 2014, p. 22. 2014.

CHOI, I. Y. et al. A Damage Assessment Technique for Bridges Using Conjugate Beam Theory. **Journal of Korean Society of Steel Construction**, v. 15, n. 6, p. 603-610, 2003.

CHOI, I. Y.; CHO, H. A Damage Assessment Technique for Bridges Using Static Displacements. **Journal of Korean Society of Steel Construction**. v. 14, n. 5, p. 641-646, 2002.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. 3. ed. Berkeley: Computers & Structures, 2003. p. 731.

DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B. da; NETTO, S. L.; Trad.: Luiz Wagner Pereira Biscainho. **Processamento Digital de Sinais: Projeto e Análise de sistemas**. 2. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2014. 976 p.

EL DEBS, A. L. H. de C. E.; LÓPEZ, J. F. **Novos desenvolvimentos e aplicações da teoria do dano concentrado**. Projeto de pesquisa. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2013.

FARRAR, C. R.; DOEBLING S. W. An overview of modal-based damage identification methods. **In: Proceedings of DAMAS Conference**. Los Alamos, 1997.

FARRAR, C. R.; WORDEN K. **Structural Health Monitoring: A machine Learning Perspective**. Chichester: John Wiley & Sons, 2013. p. 643.

FERREIRA, F. de S. **Uma abordagem numérico-experimental para a identificação de dano estrutural utilizando o método simulated annealing**. 2008. 85 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FIGUEIREDO, E. J. F. **Damage Identification in Civil Engineering Infrastructure under Operational and Environmental Conditions**. 2010. 196 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade do Porto, Porto, 2010.

FIGUEIREDO, E. J. F. et al. **Structural Health Monitoring Algorithm Comparisons Using Standard Data Sets**. Los Alamos: Los Alamos National Laboratory, 2009. p. 105.

FIGUEIREDO, E. J. F.; MOLDOVAN I.; MARQUES, M. B. **Condition Assessment of Bridges: Past, Present and Future**. Lisboa: Universidade Católica Editora, Unipessoal, Lda, 2013, p. 185.

FIGUEIREDO, E. J. F. **Monitorização e Avaliação do Comportamento de Obras de Arte**. 2006. 191 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil) – Universidade do Porto, Porto, 2006.

FISHER, R. A. **Statistical Methods for Research Workers**. 5. ed., Edinburgh: Oliver and Boyd, 1934. p. 324.

FLÓREZ-LÓPEZ, J.; PROENÇA, S. P. B. A curvilinear frame element with plastic hinges. **In: IV INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SOLID MECHANICS ANAIS**. Porto Alegre, 2013.

GABOR, D. Theory of communication. **Journal Electrical Engineers**. v. 93, n. 26, p. 429-441, 1946.

GERE, J. M.; GOODNO, B. J. **Mecânica dos Materiais**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011. p. 880.

GARRIDO, M. E. M. **Evaluación de la Seguridad Estructural**: Contribuciones a la Teoría del Daño Concentrado, a la Mecánica Computacional de la Fractura y a la Teoría de Localización. 2004. 311 f. Tesis (Doctorado en Ciencias Aplicadas) – Universidad de Los Andes, Mérida, 2004.

GIORGIANO, J. L. **Metrológia**: Relógio Comparador. Notas de aula. ETEC - Escola técnica Estadual Prefeito Alberto Feres. 2015.

GRIFFITH, A.A. The phenomena of rupture and flow in solids. **Phil. Trans. Roy. Soc.**, London, v. 221, s. A, p. 163–198, 1921.

GUIMARÃES, P. R. B. **Métodos Quantitativos Estatísticos**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008. p. 245.

HAJELA, P.; SOEIRO, F. J. C. P. Recent Developments in Damage Detection Based on System Identification Methods. **Structural Optimization**, v. 2, n. 1, p. 1-10, 1990.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. Trad.: Arlete Simille Marques, Rev. tec.: Sebastião Simões da Cunha Jr. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. p. 642.

HJELMSTAD, K. D.; SHIN, S. Damage detection and assessment of structures from static response. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 123, n. 6, p. 568-576, 1997.

HUANG, N. E.; LONG, S. R.; SHEN, Z. **The mechanism for frequency down shift in nonlinear wave evolution**. *Advances in Applied Mechanics*, vol. 32, p. 59–111, 1996.

JANG, S. A.; SIM S. H.; SPENCER Jr., B. F. Structural Damage Detection Using Static Strain Data. In: WORLD FORUM ON SMART MATERIALS AND SMART STRUCTURES TECHNOLOGY. **Proceedings of SMSST'07, World Forum on Smart Materials and Smart Structures Technology (SMSST'07)**, Illinois, 2008. p. 22-27.

VILELA Jr., G. de B. **Estatística**. Centro de Pesquisas Avançadas em Qualidade de Vida. Notas de Aula. Campinas. 2012.

KIDDER, R. L. Reduction of Structural Frequency Equations, **AIAA Journal**, v.11, n. 6, p. 892. 1973

KOUCHMESHKY, B. et al. Co-evolutionary algorithm for structural damage identification using minimal physical testing. **International Journal for Numerical methods in engineering**, Ithaca, v. 69, n. 5, p. 1085-1107, 2006.

KOUREHLI, S. S. et al. **Structural damage detection based on imperfect static responses by means of pattern search algorithm**. In: World Conference on Earthquake Engineering. 15, p. 6. Lisboa, 2012.

KOUREHLI, S. S. et al. **Structural damage detection using incomplete modal data and incomplete static response**. *KSCCE Journal of Civil Engineering*, v. 17, n. 1, p. 216-223, 2013.

KREYSZIG, E.; KREYSZIG, H.; NORMINTON, E. J. **Advanced Engineering Mathematics**. 10 ed., Boston: John wiley & sons, 2011. v. 1, p. 1113.

KRUSKAL, W. H.; WALLIS, W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis. **Journal of the American Statistical Association**, Chicago, v. 47, n. 260. p. 583–621, 1952.

LUCAMBIO, F. **Diferentes testes para verificar normalidade de uma amostra aleatória**. Departamento de Estatística Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2008.

MAIO, C. E. B. **Técnicas para monitoramento de integridade estrutural usando sensores e atuadores piezoelétricos**. 2011. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

MAITY, D.; SAHA, A. Damage assessment in structure from changes en static parameter using neural networks. **Sadhana**. v. 29, n. 3, p. 315–327, 2004.

MARANTE, M.E.; FLÓREZ-LÓPEZ, J. Análisis tridimensional de elementos de concreto armado mediante la teoría del daño concentrado. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, Barcelona, v. 18, n. 3, p. 335-350, 2002.

MEDEIROS, K. A. R. **Análise metrológica de aplicação de acelerômetros piezoelétricos a medição de vazão na indústria petrolífera**. 2014. 81 f. Dissertação (Mestrado em Metrologia) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2014.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. Editora Pini, 1. ed. São Paulo, 1994.

MOORE, J. F. A. et al. **Monitoring Building Structures**. 3. ed. Glasgow: Blackie e Van Nostrand Reinhold, 2003. p. 158.

NEWTON, I. **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**. trad. Eloy Rada, Madrid, Alianza Editorial, 2004.

NÓBREGA, P. G. B. da. **Análise Dinâmica de Estruturas de Concreto: Estudo Experimental e Numérico das Condições de Contorno de Estruturas Pré-Moldadas**. 2004. 265 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

OLIVEIRA, M. A. de. **Monitoramento de Integridade Estrutural Baseada em Sensores Piezoelétricos e Análise de Sinais no Domínio do Tempo**. 2013. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013.

OMEGA. **Série Kfh Sensores de Deformação/Tensão com Fiação**. Especificações técnicas. 2015.

PALECHOR, E. U. L. **Identificação de Danos em Vigas Metálicas Utilizando Wavelets e Dados Numéricos e Experimentais**. 2013. 333 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

RAGHUPRASAD, B. K. et al. Damage Identification of Beam-Like Structures with contiguous and distributed damage. **Structural Control and Health Monitoring**. v. 20, n. 4, p. 496-519, 2013.

RIBOLDI, J. et al. Precisão e Poder de Testes de Homocedasticidade Paramétricos e Não-Paramétricos Avaliados por Simulação. **Revista Brasileira de Biometria**. São Paulo, 2014.

RYTTER, A. Vibrational based inspection of civil engineering structures. 1993. 198 f. PhD Tesis – Aalborg Universitet. 1993.

SABNIS, G.; et al. **Structural Modeling and Experimental Techniques**. Prentice-Hall, Inc., 1983. p. 585.

SANEYEI, M.; ONIPEDE, O.; **Damage Assessment of Structures using static test data**, AIAA J. 29: 1174-1179, 1991.

SANTOS, G. F. dos. **Identificação de danos estruturais utilizando técnicas de otimização**. 2009. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

SHAPIRO, S.S.; WILK, M. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965.

SHIMADZU. **Shimadzu Excellence in Science**. Autograph AG-X Series (346-53888-XXX). 2015. Disponível em: <<http://www.ssi.shimadzu.com/products/product.cfm?product=ags-x>>. Acesso em: 19 de Jan. 2015.

SHIMADZU. **Shimadzu Excellence in Science**. Autograph AG-X Plus Series (346-53888-XXX). 2015. Disponível em: <<http://www.ssi.shimadzu.com/products/product.cfm?product=ags-x>>. Acesso em: 19 de Jan. 2015.

SILICON DESIGNS, Inc. **Data Sheet - 2210 002 Axis Accelerometer**. 2013. Disponível em: <<http://www.silicondesigns.com/pdfs/2210.pdf>> Acesso em: 9 de Out. 2015.

SILVA, L. R. da. **Avaliação do Concreto Produzido em Alagoas a Partir de Estudo Estatístico dos Dados Provenientes de Controle Tecnológico**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2014.

TALLMAN, T., N.; SEMPERLOTTI, F.; WANG, K. **Enhanced delamination detection in multifunctional composites through nanofiller tailoring**. Sage Publications - Journal of Intelligent Material Systems and Structures. USA. 2015.

TEVES, A. da C. **Otimização de Acelerômetros MEMS Eletrostáticos de Alto Desempenho**. 2013. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

TUKEY, J. W. **The Problem of Multiple Comparisons**. Não publicado. Princeton University. 1953.

VAN MIER, J. G. M. **Concrete Fracture: A Multiscale Approach**. New York: Taylor & Francis Group, LLC, 2013. p. 332.

WANG, X. et al. Structural damage identification using static test data and changes in frequencies. **Journal of Engineering Structures**, v. 23, p. 610–621, 2001.

WHEATSTONE, C. An account of several new instruments and processes for determining the constants of a voltaic circuit. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 133, 1843, p. 303-329.

ANEXOS

ANEXO A - Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, em nível de 5% de probabilidade. I=número de tratamentos, GLRES= número de graus de liberdade do resíduo. Fonte: Anjos (2009). Adaptado.

GL	α	k níveis								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,5	3,64	4,6	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,8	6,99
6	0,5	3,46	4,34	4,9	5,3	5,63	5,9	6,12	6,32	6,49
7	0,5	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6	6,16
8	0,5	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,4	5,6	5,77	5,92
9	0,5	3,2	3,95	4,41	4,76	5,02	5,24	5,43	5,59	5,74
10	0,5	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,3	5,46	5,6
11	0,5	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,2	5,35	5,49
12	0,5	3,08	3,77	4,2	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,39
13	0,5	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32
14	0,5	3,03	3,7	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25
15	0,5	3,01	3,67	4,08	4,37	4,59	4,78	4,94	5,08	5,2
16	0,5	3	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,9	5,03	5,15
17	0,5	2,98	3,63	4,02	4,3	4,52	4,7	4,86	4,99	5,11
18	0,5	2,97	3,61	4	4,28	4,49	4,67	4,82	4,96	5,07
19	0,5	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04
20	0,5	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,9	5,01
24	0,5	2,92	3,53	3,9	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92
30	0,5	2,89	3,49	3,85	4,1	4,3	4,46	4,6	4,72	4,82
40	0,5	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,73
60	0,5	2,83	3,4	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65
120	0,5	2,8	3,36	3,68	3,92	4,1	4,24	4,36	4,47	4,56
∞	0,5	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47

ANEXO B - Valores críticos para a estatística do teste F para o número de graus de liberdade do numerador (u), número de graus de liberdade do denominador (v), para nível de significância de 5%. Fonte: Anjos (2009). Adaptado.

v\u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234	236,8	238,9	240,5	241,9	243	243,9	244,7	254,3
2	18,51	19	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,37	19,38	19,4	19,4	19,41	19,42	19,5
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,94	5,91	5,89	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,7	4,68	4,66	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4,03	4	3,98	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,6	3,57	3,55	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,1	3,07	3,05	2,71
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,82	2,79	2,76	2,4
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3	2,91	2,85	2,8	2,75	2,72	2,69	2,66	2,3
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,6	2,58	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,57	2,53	2,51	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,4	2,01
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	1,88
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	1,81
22	4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,26	2,23	2,2	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,2	2,18	1,76
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,22	2,18	2,15	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,2	2,16	2,14	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,17	2,13	2,1	1,67
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,7	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,1	2,08	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2	1,97	1,51
60	4	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,1	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,87	1,83	1,8	1,25
∞	3,84	3	2,6	2,37	2,21	2,1	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,72	1,01

ANEXO C - Valores Críticos da estatística W em função do nível de significância e do número de amostras para o teste de Shapiro-Wilk.
Fonte: Portal Action (2015). Adaptado.

N	Nível de significância								
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,5	0,9	0,95	0,98	0,99
3	0,753	0,756	0,767	0,789	0,959	0,998	0,999	1,000	1,000
4	0,687	0,707	0,748	0,792	0,935	0,987	0,992	0,996	0,997
5	0,686	0,715	0,762	0,806	0,927	0,979	0,986	0,991	0,993
6	0,713	0,743	0,788	0,826	0,927	0,974	0,981	0,986	0,989
7	0,730	0,760	0,803	0,838	0,928	0,972	0,979	0,985	0,988
8	0,749	0,778	0,818	0,851	0,932	0,972	0,978	0,984	0,987
9	0,764	0,791	0,829	0,859	0,935	0,972	0,978	0,984	0,986
10	0,781	0,806	0,842	0,869	0,938	0,972	0,978	0,983	0,986
11	0,792	0,817	0,850	0,876	0,940	0,973	0,979	0,984	0,986
12	0,805	0,828	0,859	0,883	0,943	0,973	0,979	0,984	0,986
13	0,814	0,837	0,866	0,889	0,945	0,974	0,979	0,984	0,986
14	0,825	0,846	0,874	0,895	0,947	0,975	0,980	0,984	0,986
15	0,835	0,855	0,881	0,901	0,950	0,975	0,980	0,984	0,987
16	0,844	0,863	0,887	0,906	0,952	0,976	0,981	0,985	0,987
17	0,851	0,869	0,892	0,910	0,954	0,977	0,981	0,985	0,987
18	0,858	0,874	0,897	0,914	0,956	0,978	0,982	0,986	0,988
19	0,863	0,879	0,901	0,917	0,957	0,978	0,982	0,986	0,988
20	0,868	0,884	0,905	0,920	0,959	0,979	0,983	0,986	0,988
21	0,873	0,888	0,908	0,923	0,960	0,980	0,983	0,987	0,989
22	0,878	0,892	0,911	0,926	0,961	0,980	0,984	0,987	0,989
23	0,881	0,895	0,914	0,928	0,962	0,981	0,984	0,987	0,989
24	0,884	0,898	0,916	0,930	0,963	0,981	0,984	0,987	0,989
25	0,888	0,901	0,918	0,931	0,964	0,981	0,985	0,988	0,989
26	0,891	0,904	0,920	0,933	0,965	0,982	0,985	0,988	0,989
27	0,894	0,906	0,923	0,935	0,965	0,982	0,985	0,988	0,990
28	0,896	0,908	0,924	0,936	0,966	0,982	0,985	0,988	0,990
29	0,898	0,910	0,926	0,937	0,966	0,982	0,985	0,988	0,990
30	0,900	0,912	0,927	0,939	0,967	0,983	0,985	0,988	0,990
31	0,902	0,914	0,929	0,940	0,967	0,983	0,986	0,988	0,990
32	0,904	0,915	0,930	0,941	0,968	0,983	0,986	0,988	0,990
33	0,906	0,917	0,931	0,942	0,968	0,983	0,986	0,989	0,990
34	0,908	0,919	0,933	0,943	0,969	0,983	0,986	0,989	0,990
35	0,910	0,920	0,934	0,944	0,969	0,984	0,986	0,989	0,990
36	0,912	0,922	0,935	0,945	0,970	0,984	0,986	0,989	0,990
37	0,914	0,924	0,936	0,946	0,970	0,984	0,987	0,989	0,990
38	0,916	0,925	0,938	0,947	0,971	0,984	0,987	0,989	0,990
39	0,917	0,927	0,939	0,948	0,971	0,984	0,987	0,989	0,991
40	0,919	0,928	0,940	0,949	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
41	0,920	0,929	0,941	0,950	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
42	0,922	0,930	0,942	0,951	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
43	0,923	0,932	0,943	0,951	0,973	0,985	0,987	0,990	0,991
44	0,924	0,933	0,944	0,952	0,973	0,985	0,987	0,990	0,991
45	0,926	0,934	0,945	0,953	0,973	0,985	0,988	0,990	0,991
46	0,927	0,935	0,945	0,953	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
47	0,928	0,936	0,946	0,954	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
48	0,929	0,937	0,947	0,954	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
49	0,929	0,938	0,947	0,955	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
50	0,930	0,939	0,947	0,955	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991

ANEXO D - Valores críticos tabelados de acordo com o número de graus de liberdade (gl) e com um dado grau de significância (α) para o teste t de Student. Fonte: Guimarães (2008). adaptado.

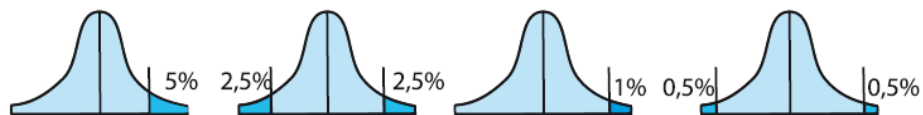


Tabela de valores críticos – t de Student				
df	0.05	0.025	0.01	0.005
1	6.314	12.706	31.821	63.657
2	2.920	4.303	6.965	9.925
3	2.353	3.182	4.541	5.841
4	2.132	2.776	3.747	4.604
5	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.729	2.093	2.539	2.861

ANEXO E - Valores críticos para o teste de Kruskal-Wallis. Fonte: Guimarães (2008). Adaptado.

n1	n2	n3	H	P	n1	n2	n3	H	P	n1	n2	n3	H	P				
2	1	1	2,7000	0,500	4	4	1	6,6667	0,010	5	4	1	6,9545	0,008				
2	2	1	3,6000	0,200				6,1667	0,022				6,8400	0,011				
2	2	2	4,5714	0,067				4,9667	0,048				4,9855	0,044				
			3,7143	0,200				4,8667	0,054				4,8600	0,056				
3	1	1	3,2000	0,300				4,1667	0,082				3,9873	0,098				
3	2	1	4,2857	0,100	4,0667	0,102	3,9600	0,102										
			3,8571	0,133	7,0364	0,006	7,2045	0,009										
3	2	2	5,3572	0,029	4	4	2	6,8727	0,011	5	4	2	7,1182	0,010				
			4,7143	0,148				5,4545	0,046				5,2727	0,049				
			4,5000	0,067				5,2364	0,052				5,2682	0,050				
			4,4643	0,105				4,5545	0,098				4,5409	0,098				
3	3	1	5,1429	0,043	4	4	3	4,4455	0,103	5	4	3	4,5182	0,101				
			4,5714	0,100				7,1439	0,010				7,4449	0,010				
3	3	2	4,0000	0,129	4	4	3	7,1364	0,011	5	4	3	7,3949	0,011				
			6,2500	0,011				5,5985	0,049				5,6564	0,049				
			5,3611	0,032				5,5758	0,051				5,6308	0,050				
			5,1389	0,061				4,5455	0,099				4,5487	0,099				
			4,5556	0,100				4,4773	0,102				4,5231	0,103				
4,2500	0,012	7,6538	0,008	7,7604	0,009													
3	3	3	7,2000	0,004	4	4	4	7,5385	0,011	5	4	4	7,7440	0,011				
			6,4889	0,011				5,6923	0,049				5,6571	0,049				
			5,6889	0,029				5,6538	0,054				5,6176	0,050				
			5,6000	0,050				4,6539	0,097				4,6187	0,100				
			5,0667	0,086				4,5001	0,104				4,5527	0,102				
4,6222	0,100	5	1	1	3,8571	0,143	7,3091	0,009										
4	1	1	3,5714	0,200	5	2	1	5,2500	0,036	5	5	1	6,8364	0,011				
			4,8214	0,057				5,0000	0,048				5,1273	0,046				
4	2	1	4,5000	0,076	5	2	2	4,4500	0,071	5	5	2	4,9091	0,053				
			4,0179	0,114				4,2000	0,095				4,1091	0,086				
			6,0000	0,014				4,0500	0,119				4,0364	0,105				
4	2	2	5,3333	0,033	5	2	2	6,5333	0,008	5	5	2	7,3385	0,010				
			5,1250	0,052				6,1333	0,013				7,2692	0,010				
			4,4583	0,100				5,1600	0,034				5,3385	0,047				
			4,1667	0,105				5,0400	0,056				5,2462	0,051				
4	3	1	5,8333	0,021	5	3	1	4,3733	0,090	5	5	3	4,6231	0,970				
			5,2083	0,050				4,2933	0,122				4,5077	0,100				
			5,0000	0,057				6,4000	0,012				7,5780	0,010				
4	3	2	4,0556	0,093	5	3	2	4,9600	0,048	5	5	4	7,5429	0,010				
			3,8889	0,129				4,8711	0,052				5,7055	0,046				
			6,4444	0,008				4,0178	0,095				5,6264	0,510				
			6,3000	0,011				3,8400	0,123				4,5451	0,100				
			5,4444	0,046				6,9091	0,009				4,5363	0,102				
			5,4000	0,051				6,8218	0,010				7,8229	0,100				
			4,5111	0,098				5,2509	0,049				7,7914	0,010				
4,4444	0,102	5,1055	0,052	5,6657	0,049													
4	3	3	4,6509	0,091	5	3	3	4,4945	0,101	5	5	5	5,6429	0,050				
			4,4945	0,101				7,0788	0,009				4,5229	0,099				
			7,0788	0,009				6,9818	0,011				4,5200	0,101				
			5,6485	0,049											8,0000	0,009		
																	7,9800	0,010