

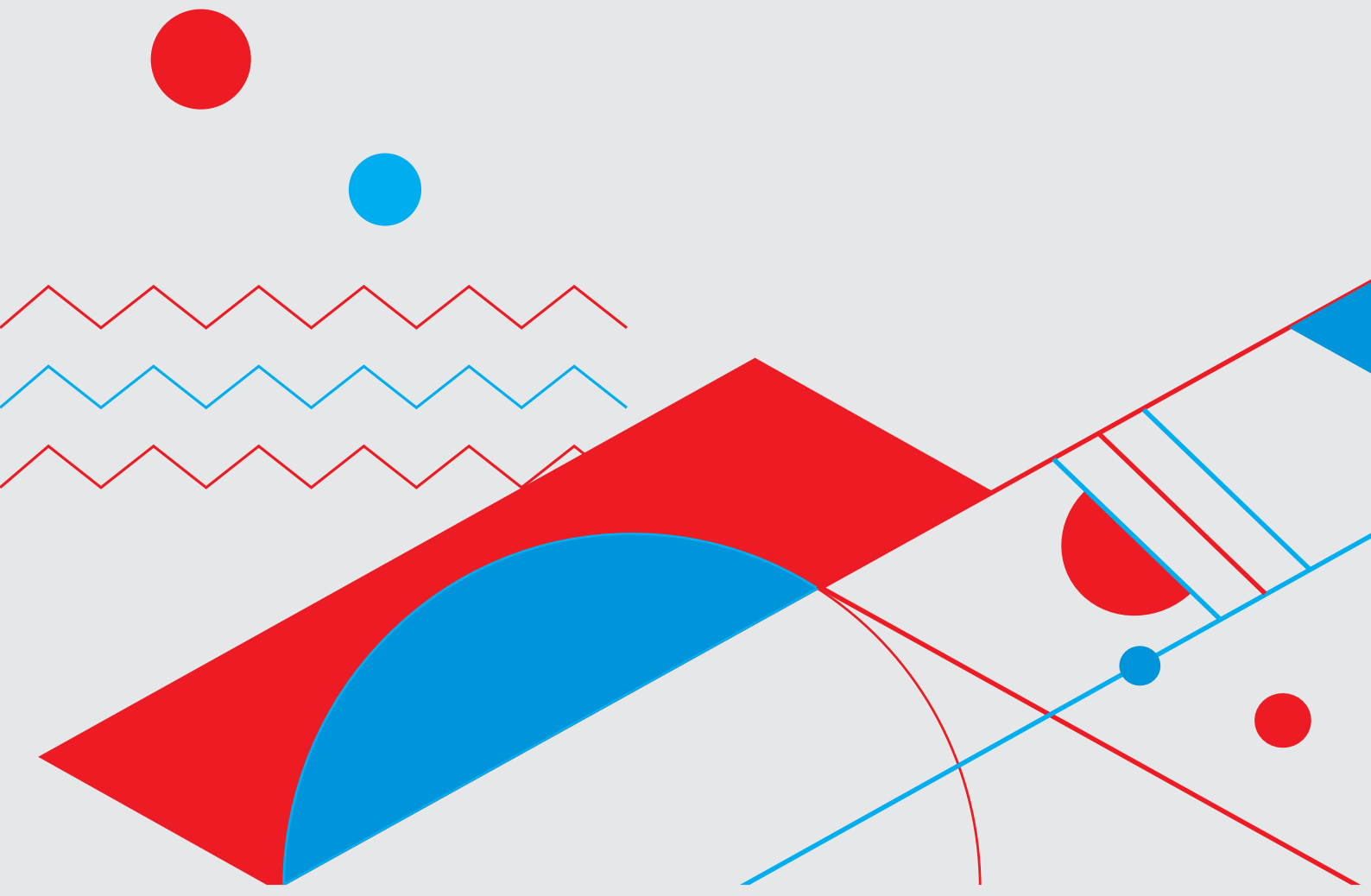


TALITA CRUZ DE SANTANA

**SUBSÍDIOS PARA UMA AVALIAÇÃO
DOS NÍVEIS DE PENSAMENTO
GEOMÉTRICO DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE
OFICINA BASEADA NA TEORIA VAN
HIELE**

EDITORA
phillos.
ACADEMY

**SUBSÍDIOS PARA UMA AVALIAÇÃO DOS
NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO
DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA: UMA
PROPOSTA DE OFICINA BASEADA NA
TEORIA VAN HIELE**



DIREÇÃO EDITORIAL: Willames Frank
DIAGRAMAÇÃO: Danilo da Silva Feitosa

O padrão ortográfico, o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas do autor. Da mesma forma, o conteúdo da obra é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu autor.



Todos os livros publicados pela Editora Phillos estão sob os direitos da Creative Commons 4.0
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pt_BR

2020 Editora PHILLOS ACADEMY
Av. Santa Maria, Parque Oeste, 601.
Goiânia-GO
www.phillosacademy.com
phillosacademy@gmail.com

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S49p

SANTANA , Talita Cruz de.

Subsídios para uma avaliação dos níveis de pensamento geométrico de licenciandos em matemática: uma proposta de oficina baseada na teoria Van Hiele . [recurso digital] / Talita Cruz de Santana . – Goiânia-GO: Editora Phillos Academy, 20 21.

ISBN: 978-65-88994-29-0

Disponível em: <http://www.phillosacademy.com>

1. Van Hiele . 2. Avaliação. 3. Matemática. 4. Geometria.
5. Licenciatura em Matemática . I. Título.

CDD: 510

Índices para catálogo sistemático:
Matemática 510

TALITA CRUZ DE SANTANA

SUBSÍDIOS PARA UMA AVALIAÇÃO DOS NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE OFICINA BASEADA NA TEORIA VAN HIELE

Produto Educacional apresentado à Banca Examinadora da Universidade Federal de Alagoas, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) como exigência para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra

Goiânia-GO 2021 | EDITORA
phillos.
ACADEMY

APRESENTAÇÃO

Prezado (a) Professor (a),

Apresentaremos aqui um roteiro de oficina que tem como objetivo contribuir para analisar os níveis do pensamento geométrico de estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática usando como referencial teórico a teoria van Hiele.

Este trabalho corresponde ao Produto Educacional, resultante da dissertação intitulada “*A Formação Inicial em Geometria dos Licenciandos em Matemática: Uma Análise dos Níveis de Desenvolvimento Geométrico Segundo a Teoria Van Hiele*”, apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas–PPGECIM-UFAL, elaborada pela mestrandia Talita Cruz de Santana sob orientação do Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra.

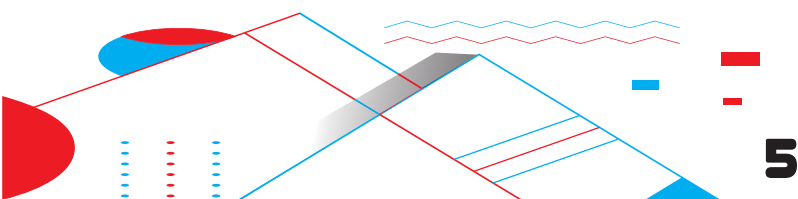
Esta proposta tem ênfases nas reflexões direcionadas à formação de professores de Matemática, com o intuito de conhecer e aprimorar a preparação docente para atuação na Educação Básica. Sendo assim, apresentamos o roteiro de oficina “Subsídios para uma Avaliação dos Níveis de Pensamento Geométrico de Licenciandos em Matemática: Uma Proposta de Oficina Baseada na Teoria Van Hiele”.

Ao se pensar na formação do educador matemático, faz-se necessário que alguns princípios básicos da Educação sejam supridos de modo a dar-lhes condições suficientes para assumir sua carreira profissional com o mínimo de dificuldades possíveis. Neste contexto, torna-se necessário uma maior preocupação com a formação dos estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática, de modo a proporcionar-lhes uma formação condizente com a sociedade e com o mundo em constante evolução do conhecimento.

Neste contexto, desejamos oferecer um conjunto de atividades que permite a reflexão em torno da formação inicial em Geometria Euclidiana, com um enfoque qualitativo, de modo, a servir como um guia de reflexão de cunho educacional sobre objetivos e orientações didáticas para os profissionais atuarem na Educação básica.

Este trabalho objetiva fornecer subsídios para a realização de avaliações diagnósticas dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos licenciandos dos cursos de Licenciatura em Matemática, seja no ingresso, durante ou ao final do seu curso de formação.

Esta proposta de oficina se destina principalmente para pesquisadores do Ensino da Matemática, para professores e colegas de cursos de Licenciatura em Matemática.



SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

- 1.1 - Reformas Curriculares em Cursos de Licenciatura de Matemática
- 1.2 - O Currículo do Curso de Licenciatura em Matemática
- 1.3 - Fundamentos de Geometria Euclidiana
- 1.4 - Disciplina - Ementas e Carga Horária

2. TEORIA VAN HIELE

- 2.1 - O Ensino de Geometria e a Teoria Van Hiele
- 2.2 - A Teoria Van Hiele
- 2.3 - Desenvolvimento do Pensamento Geométrico
- 2.4 - Descrição do Modelo

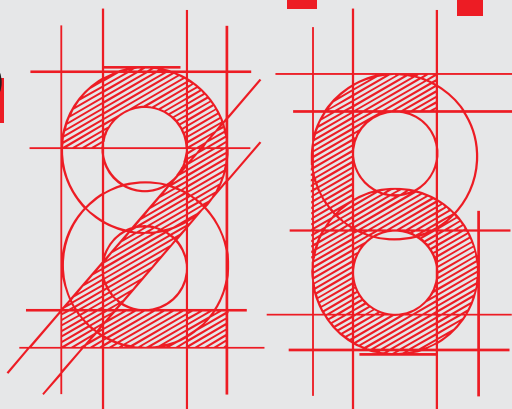
3. OFICINA

- 3.1 - Objetivos
- 3.2 - Organização da Oficina
- 3.3 - Acordos e/ou Informes

4. PRIMEIRO MOMENTO

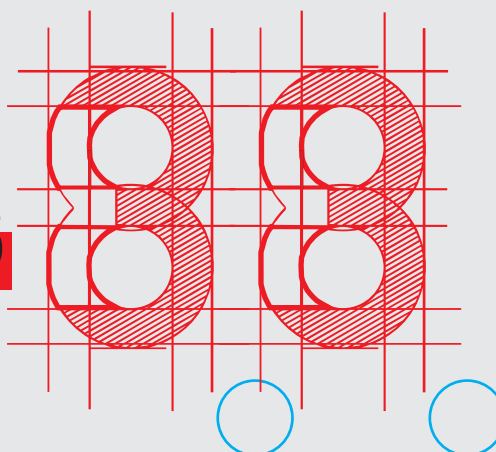
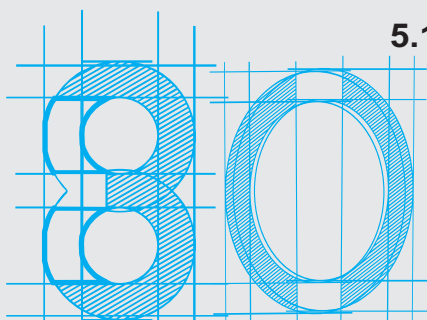
4.1 - O Teste Van Hiele

4.2 - Análise dos Resultados do Teste

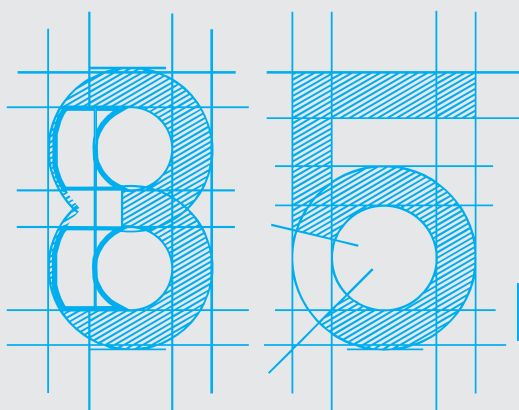


5. SEGUNDO E TERCEIRO MOMENTOS

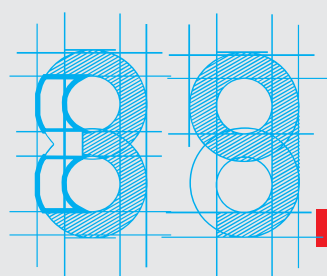
5.1 - Atividades de Geometria



6. CONSIDERAÇÕES FINAIS



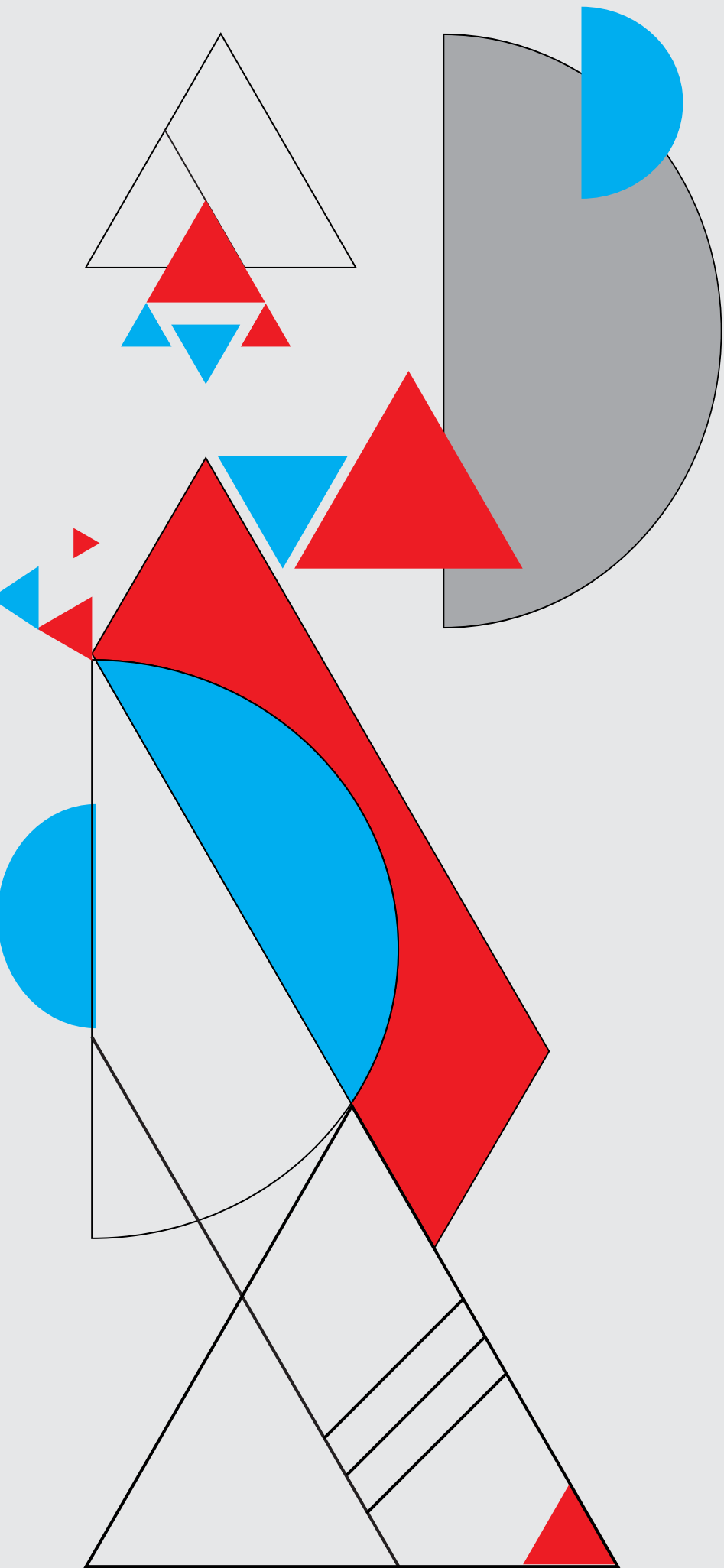
REFERÊNCIAS



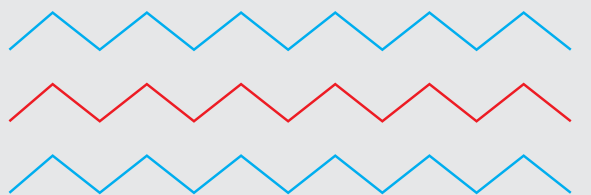
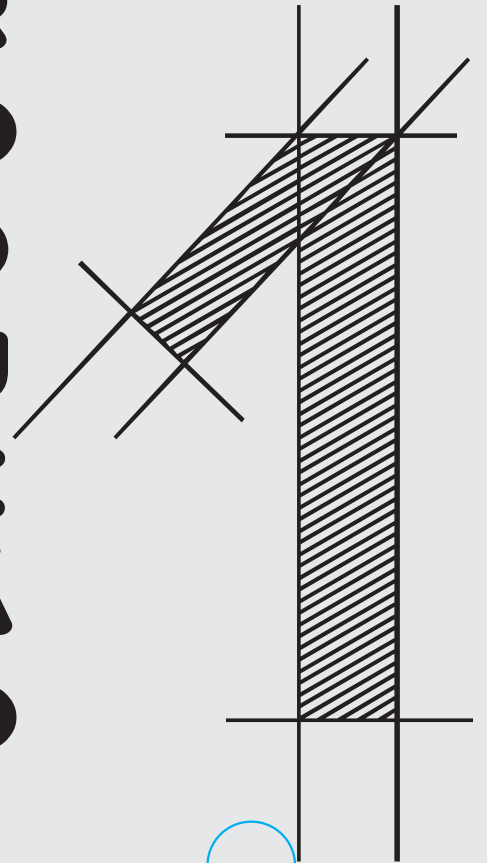
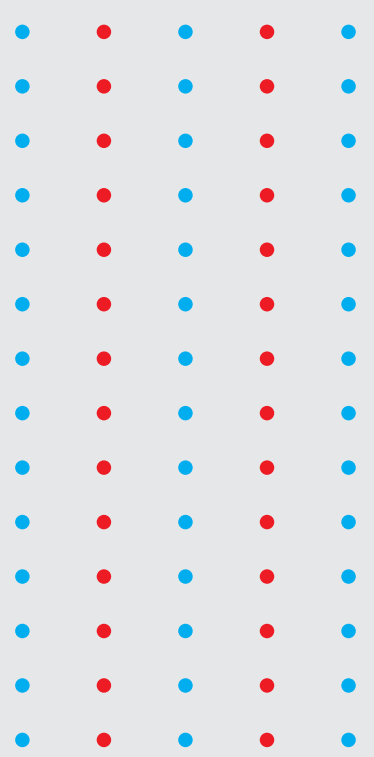
ANEXOS



APÊNDICE




**I
N
T
R
O
D
U
Ç
Ã
O**





1. INTRODUÇÃO



Abordamos, aqui, os aspectos relacionados ao ensino de Geometria com ênfase para a formação de professores no Brasil, em particular, do professor de Matemática, analisando como se configura a organização dos instrumentos de desenvolvimento dos saberes geométricos nas Instituições de Ensino Superior, apresentando as sugestão de disciplinas, segundo a Proposta de Currículo Nacional para os cursos de Licenciatura, organizada pela SBM e SBEM, para a composição dos blocos de conteúdo científico – Matemática e de áreas afins para comporem a prática como componente curricular (PCC).

1.1 REFORMAS CURRICULARES EM CURSOS DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICA

O debate sobre a constituição da identidade de cursos de Licenciatura em Matemática ocupa considerável espaço de discussão nos meios acadêmicos em nosso país. Acrescenta-se, ainda, a importância dada à pesquisa dos processos de formação de professores que precisam de estudos voltados ao Ensino Superior, sobretudo no que se refere ao processo de formação inicial do professor.

A partir dessa perspectiva, apresentamos uma análise de documentos referentes à primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e seus reflexos nos cursos de Licenciatura em Matemática para analisar as mudanças e exigências que se aplicam ao ensino de Geometria.

A primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), lei nº 4.024, de 1961 (BRASIL, 1961) correspondia a um modelo federativo de administração da Educação brasileira, que através da criação do Conselho Federal de Educação (CFE), fixou os conteúdos mínimos e a duração dos cursos superiores para a formação de pessoal para profissões regulamentadas em lei, entre elas, a Licenciatura em Matemática.

De acordo com o Parecer 295, de 1962, o currículo mínimo para os cursos de Licenciatura em Matemática deveria ser ministrado em um curso único de quatro anos de duração, que abrangeeria as seguintes matérias: Geometria Descritiva, Fundamentos da Matemática Elementar, Física Geral, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Álgebra e Cálculo Numérico (ZICCARDI, 2009).

Já para as disciplinas de cunho pedagógico, tornou-se obrigatório o ensino das seguintes disciplinas: Psicologia da Educação (adolescência e aprendizagem), Didática e Elementos da Administração Escolar e Prática de Ensino na matéria de



habilitação (sob a forma de estágio supervisionado).

Para a matéria Fundamentos da Matemática Elementar é sugerida uma análise e revisão dos assuntos lecionados nos, então, cursos ginásial e colegial, tendo em vista o aprofundamento desses assuntos.

Diante das necessidades da época e com a expansão do ensino superior pelo Brasil, foi necessário a implantação de mecanismos de mudanças, o que permitiu o surgimento da Reforma Universitária de 1968, Lei nº 5.540/68 (BRASIL, 1968).

As modificações decorrentes das ações implementadas pela Lei causaram transformações nas universidades brasileiras, inclusive, na qualidade de ensino.

Ghiraldelli Jr. (2009), destaca a dicotomia “específico versus pedagógico”, presente nos cursos de formação de professores na época, diante da departamentalização da organização dos profissionais por áreas do conhecimento.

Nessa direção, o caminho percorrido pela legislação que prevê os fundamentos e normatização do sistema educacional brasileiro percorreu longos anos desde o surgimento da primeira lei até sua regulamentação final.

A primeira LDB, Lei nº 4.024/61 (BRASIL, 1961), foi debatida por cerca de 13 anos até sua promulgação. Fundamentadas em ideais desenvolvimentistas, as emendas que ajustaram o texto regulamentar da Lei 4.024/61 contribuíram para que fosse sancionada a Lei 5.540/68 (BRASIL, 1968), que, por reformar a estrutura do ensino superior, ficou conhecida como lei da reforma universitária. Em 1971, uma nova lei para a Educação brasileira foi apresentada, em pleno regime militar: a Lei 5.692/71 (BRASIL, 1971), que posteriormente foi substituída pela mais recente LDB, a Lei 9.394/96 (BRASIL, 1996).

A aprovação da LDBEN de 1996, estabeleceu os deveres das universidades, tais como a fixação dos currículos de seus cursos e programas, conforme orientação das diretrizes gerais pertinentes, o que permitiu uma flexibilidade para a organização dos cursos na Educação.

Sendo assim, a avaliação da Educação Superior assumiu um lugar de destaque entre as políticas educacionais, tanto como norteadora das diretrizes do Ministério da Educação (MEC), como na orientação de suas ações concretas.

1.2 O CURRÍCULO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Segundo a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), a proposta de currículo para a Licenciatura deve se basear em princípios que forneçam ao professor do ensino básico pleno domínio dos conteúdos matemáticos de modo a promover a aprendizagem de matemática dos seus alunos. O que implica em saber articular os conhecimento do conteúdo ao conhecimento pedagógico da matéria.

Destacamos, neste contexto, as pesquisas de Shulman (1986, 1987), que propõe a noção de conhecimento pedagógico de conteúdo que corresponde àquele conhecimento especial do professor, que vai além do conhecimento da matéria em si, e chega à dimensão do conhecimento para o ensino.

Em 2003, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) através do documento “Subsídios para a Discussão de Propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática: Uma Contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática” (SBEM, 2003) levanta discussões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática e destaca a necessidade de romper com a dicotomia entre conhecimentos pedagógicos e conhecimentos específicos.

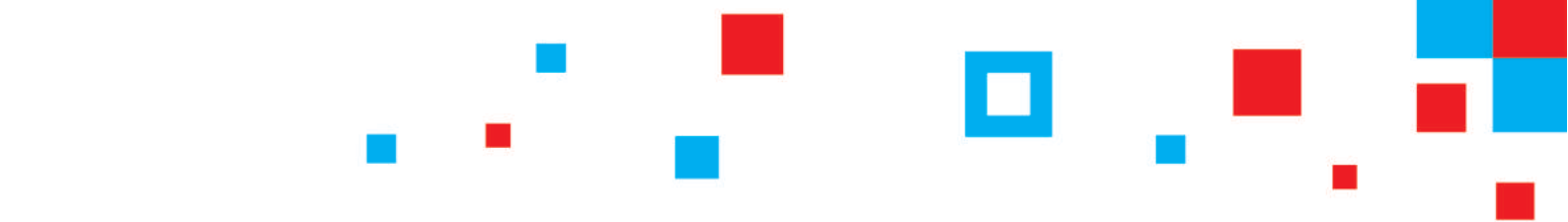
Ou seja, o estudo destaca a necessidade de rompimento entre a formação profissional e prática docente, diante da necessidade dos professores assumirem posturas autônomas, deixando de lado a prática de reprodução de atitudes e posturas o que permitiria que o professor passasse a ensinar de maneira significativa, garantindo sua aprendizagem, mas também, usando estes saberes em sua prática. (SBEM, 2003, p.25)

Os estudos da SBEM identificam os conteúdos de disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, Análise Matemática, Álgebra, Geometria, Estatística, Combinatória, Probabilidade como conhecimentos substantivos do futuro professor, que “devem ser selecionados e abordados de forma a possibilitar ao professor em formação, conhecimento amplo, consistente e articulado da Matemática” (SBEM, p.15).

Essa articulação estabelece diferentes conexões entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos, ou seja, entre os conhecimentos teóricos e a prática.

1.3 FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA EUCLIDIANA

As primeiras percepções geométricas são muito antigas e, provavelmente, antecedem ao surgimento da escrita. A partir do momento em que o homem passou a ter percepções de mundo e passou a observar acerca do espaço físico, das formas, da comparação de formas e tamanhos.



A Geometria Euclidiana surgiu das necessidades do homem e tem sua origem como uma ciência empírica ou experimental.

Os fundamentos da Educação Matemática destacam a Geometria como sendo um assunto de aspecto elementar, dando destaque a Geometria Euclidiana como base.

Em uma “abordagem axiomática, a Geometria Euclidiana, se apresenta como um contexto propício para tratar o método dedutivo e o chamado método axiomático, tão importantes na Matemática” (SBM, 2015, p. 15).

A discussão em torno dos resultados necessários para que se desenvolvesse a Geometria Euclidiana de forma consistente permitiu a construção da Geometrias Não-Euclidianas, tais como: a Geometria Projetiva, a Geometria Esférica, a Geometria Hiperbólica. As construções geométricas evidenciam propriedades da Geometria Euclidiana e desafiam o raciocínio geométrico.

A Geometria Analítica, que congrega a Álgebra e a Geometria, e os permite traduzir problemas geométricos para problemas de resoluções de equações e de sistemas de equações, além de oportunizar o tratamento matemático para a noção de vetor, fundamental para a Física.

Na Proposta de Currículo Nacional para os Cursos de Licenciatura, apresentada pela SBM, são entendidas como disciplinas que contemplam os aspectos ligados ao ensino de Geometria e que devem ser dominados pelos estudantes de graduação: Geometria I, Geometria II, Geometria Analítica.

1.4 DISCIPLINAS - EMENTAS E CARGA HORÁRIA

As disciplinas que se encontram na Proposta de Currículo Nacional para os cursos de Licenciatura, organizada pela SBM, são sugeridas para a composição dos blocos de conteúdo científico – das Licenciaturas em Matemática, visto que determinam algumas habilidades específicas que devem apresentar o componente curricular (PCC) dos cursos de graduação.

As ementas são indicações das habilidades a serem desenvolvidas no sentido de esclarecer a relevância das disciplinas para a formação do professor.

Essas sugestões têm como base “a perspectiva de uma configuração mínima, nos termos da lei, para um curso de Licenciatura em Matemática” (SBM, 2015, p.21).

Sendo assim, entendemos que o atendimento dessas recomendações, tais como: os conteúdos básicos, a abordagem e necessária articulação desses conteúdos compreendem aquilo que é necessário para a formação do professor.

Apresentamos aqui as linhas norteadoras para a composição do currículo de um curso de Licenciatura em Matemática, suas proposta de disciplinas, as respectivas

ementas e cargas horárias, segundo a proposta da SBM.

Segundo a Sociedade Brasileira de Matemática, estes são os assuntos que norteiam as linhas elementares na formação do professor de Matemática, direcionados, exclusivamente, ao desenvolvimento do conhecimento geométrico.

GEOMETRIA ANALÍTICA [60 HORAS]

EMENTA

Coordenadas na reta, no plano e no espaço. Segmentos de reta. Distância entre dois pontos no plano e no espaço. Equações da reta: como gráfico de função afim, implícita, paramétrica, simétricas. Distância de um ponto a uma reta. Ângulo entre duas retas. Equação da circunferência. Vetores no plano e no espaço. Operações com vetores: adição, multiplicação por escalar e produto interno. Equação vetorial de uma reta. Interpretação geométrica de sistemas de equações lineares com duas incógnitas. Equações reduzidas da elipse, hipérbole e parábola. A equação geral do segundo grau no plano. Produto interno, produto vetorial e produto misto. Equação do plano. Sistemas de duas ou três equações lineares em 3 incógnitas e seu significado geométrico. Distância entre ponto e plano, entre reta e plano e entre planos. Quádricas centrais. A equação geral do segundo grau em 3 variáveis.

GEOMETRIA I [60 HORAS]

EMENTA

Posições relativas de retas no plano. Ângulos. Paralelismo e perpendicularismo. Comentários sobre o quinto postulado de Euclides. Triângulos. Congruência e semelhança de triângulos. Teorema de Tales. Elementos de trigonometria: relações métricas no triângulo retângulo. Definição das funções trigonométricas. Relações métricas nos triângulos: leis dos senos e dos cossenos, teorema de Stewart, teoremas de Ceva e Menelaus. Pontos notáveis de triângulos: baricentro, circuncentro e ortocentro. Círculos, ângulos inscritos. Tangentes e secantes. Potência de ponto em relação a um círculo. Comprimento de arco. O número π . Polígonos inscritos. Polígonos regulares. Áreas.

GEOMETRIA II [60 HORAS]

EMENTA

Cônicas: definições e propriedades básicas de elipses, parábolas e hipérbolas e suas propriedades óticas. Transformações geométricas no plano: translações, rotações, homotetias, inversões. Geometria espacial: paralelismo de retas e planos, perpendicularidade de retas e planos, o axioma da tridimensionalidade, ângulos. Volumes e áreas de sólidos de revolução. Polígonos, poliedros, simetrias. Teorema de Euler. Sólidos platônicos. Introdução à geometrias não-euclidianas.

O ENSINO DE GEOMETRIA [60 HORAS]

REQUISITOS: Geometria I, Geometria II, Geometria Analítica

EMENTA

O objetivo desta disciplina é evidenciar e discutir a articulação entre os conteúdos que permeiam os currículos da escola básica e a ciência matemática. Análise de livros didáticos (com prioridade a livros didáticos aprovados no PNLD) e de outros materiais didáticos e paradidáticos, bem como de propostas curriculares oficiais relacionadas ao ensino de geometria, buscando identificar pontos de dificuldades tanto para o ensino como para a aprendizagem. Preparação, execução de material didático, buscando também incluir tecnologia. Avaliação de experiências relativas à prática do futuro professor

COMENTÁRIOS:

É importante que esta disciplina contemple a discussão sobre a utilização de materiais didáticos diversos, incluindo recursos tecnológicos digitais.

ELENCO DE DISCIPLINAS OPTATIVAS

TÓPICOS SELECIONADOS DE GEOMETRIA

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS [30 HORAS]

EMENTA

Os elementos primitivos da Geometria Euclidiana (ponto reta, plano) e os Postulados de Euclides. Construções básicas: retas paralelas/perpendiculares, mediatriz de um segmento, bissetriz de um ângulo, divisão de um segmento em partes proporcionais, razão áurea, triângulos, quadriláteros e polígonos em geral.

Baricentro, circuncentro e ortocentro de um triângulo. Discussão dos casos de congruência/semelhança de triângulos a partir da construção. Circunferência, inscrição e circunscrição de polígonos. Polígonos construtíveis. Tratamento geométrico da desigualdade das médias. Transformações geométricas (translações, reflexões rotações, homotetias), equivalência plana e razão entre áreas de figuras semelhantes. Reflexões a respeito dos três problemas clássicos da Geometria grega e a construtibilidade com régua e compasso.

INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL (60 HORAS)

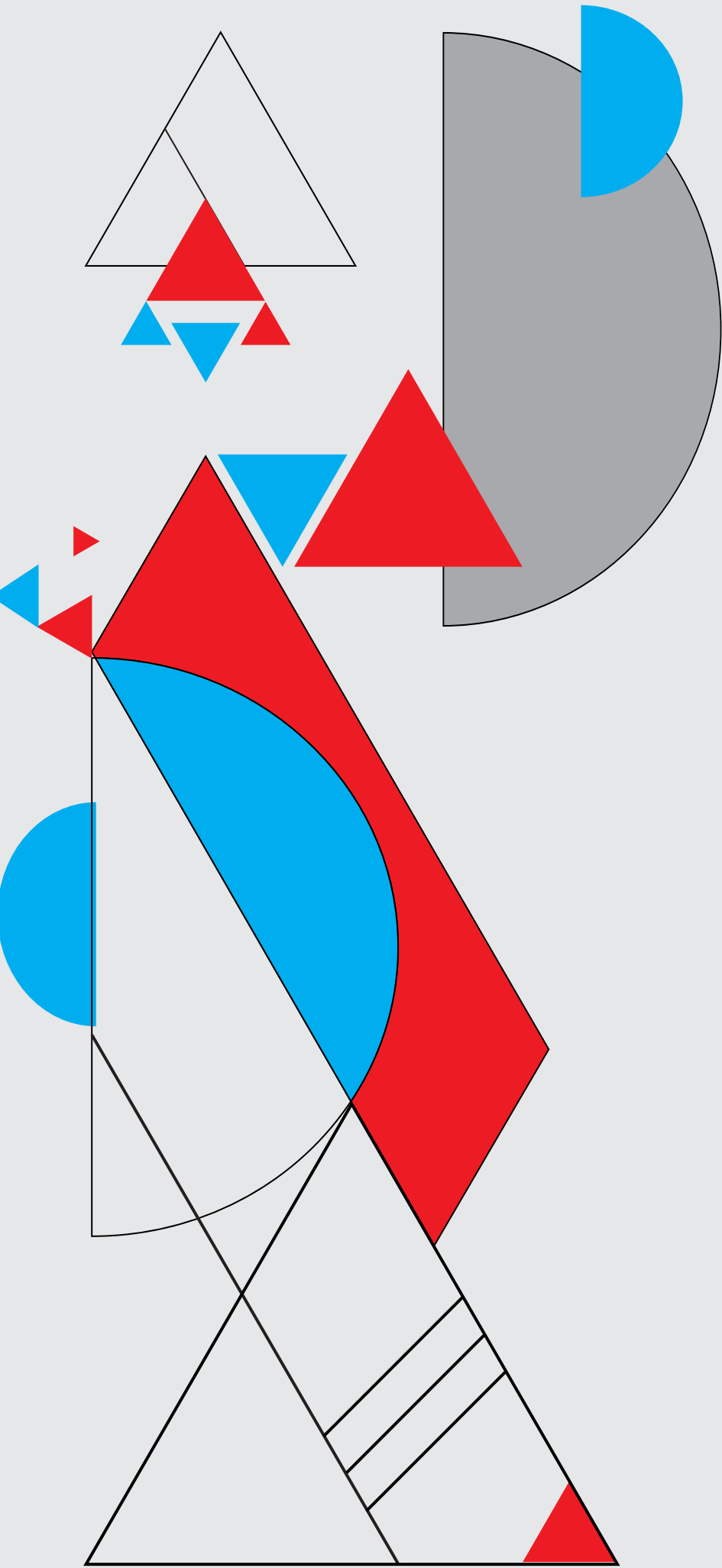
EMENTA

Estudo de curvas parametrizadas: curvatura, torção. Teorema Fundamental das Curvas. Problema isoperimétrico no plano. Superfícies. Formas fundamentais. Elementos de geometria intrínseca das superfícies.

(SBM, 2015, p. 24-71)

Cabe-nos destacar que o tratamento da Geometria, nos cursos de formação de professores, deve interagir com o ensino da Geometria Euclidiana com a Geometria Analítica, Trigonometria, Desenho Geométrico, Geometria Descritiva, Geometria Diferencial, Cálculo, entre outros. Também, indo além da Geometria Euclidiana, ou seja, discutindo aspectos de Geometrias Não Euclidianas (PAVANELLO; ANDRADE, 2002; SBEM, 2015).

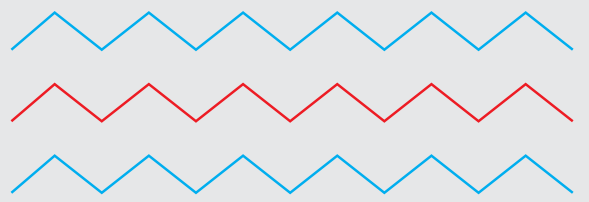
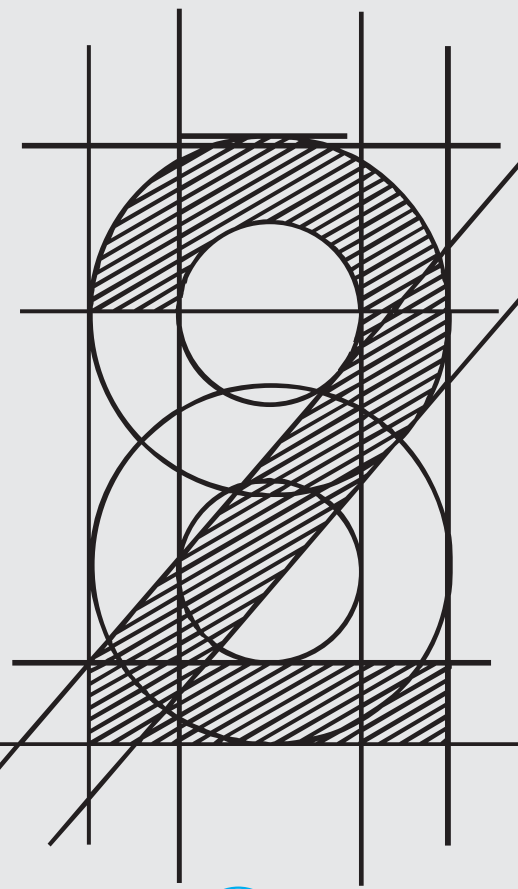
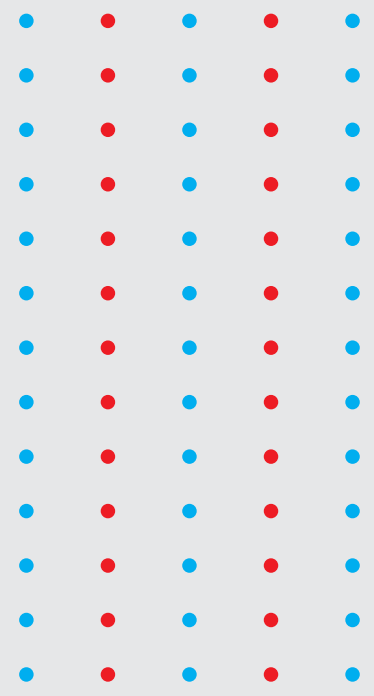
Compreendemos que os conceitos/conteúdos geométricos devem ser abordados de forma articulada com outros componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática. Sendo assim, é necessária a utilização de recursos e materiais didáticos para facilitar o entendimento pelos estudantes, “bem como mobilizar teorias que explorem o processo de construção do raciocínio geométrico” (SBM, 2015, p. 20).



**T
E
O
R
I
A

V
A
N

H
I
E
L
E**





2. TEORIA VAN HIELE

Esta teoria na busca de compreender o processo de evolução do raciocínio geométrico, desenvolveram pesquisas com o objetivo de aperfeiçoar a qualidade desse raciocínio.

Esta teoria permite aos pesquisadores identificar e analisar os conhecimentos geométricos dos estudantes e produzir situações que favoreça a evolução do pensamento geométrico.

O Modelo van Hiele consiste em cinco níveis de compreensão que descreve as características do processo de pensamento e de cinco fases sequenciais de ensino que favorece a aquisição de um nível de pensamento de um determinado tópico de Geometria.

Seus estudos apontam que a aprendizagem de Geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento.

2.1 ENSINO DE GEOMETRIA E A TEORIA VAN HIELE

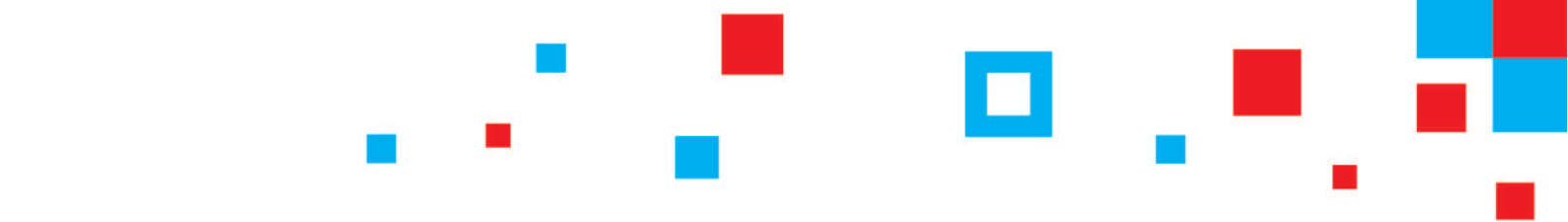
Nas linhas a seguir, procuramos fazer um breve resumo da teoria de van Hiele, com as características de cada nível e de cada fase de aprendizagem, já que nesta atividade iremos adaptar e aplicar esse modelo de avaliação como um dos recursos metodológicos para a execução da investigação.

2.2 A TEORIA VAN HIELE

Dentre os vários educadores que estudaram o processo de ensino-aprendizagem, destacaremos o casal van Hiele que, na busca de compreender o processo de evolução do raciocínio geométrico, desenvolveram pesquisas com o objetivo de aperfeiçoar a qualidade desse raciocínio.

A Teoria van Hiele constitui uma teoria de ensino e aprendizagem em Geometria e nasceu a partir das frustrações do casal van Hiele e das suas vivências em relação ao ensino-aprendizagem de Geometria, tornando-se, posteriormente, resultado das teses de doutorado do casal, concluídas em 1957, na Universidade de Utrech e sob a orientação de Hans Freudenthal.

Van Hiele defendeu a tese intitulada O problema do insight - uma conexão com a compreensão dos estudantes na aprendizagem da geometria, enquanto Van HieleGel-



dof, por sua vez, defendeu o trabalho intitulado como: *A didática da geometria na classe inicial do ensino secundário*. Uma tese versava sobre o modelo de ensino e aprendizagem de Geometria e a outra sobre um exemplo concreto de aplicação desse modelo em cursos de Geometria (VAN HIELE, 1986).

Professores do ensino secundário, Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof, identificaram dificuldades de aprendizagem em seus alunos e elaboraram um modelo de pesquisa que consiste em um esquema de compreensão de níveis de raciocínio hierárquicos e sequenciais.

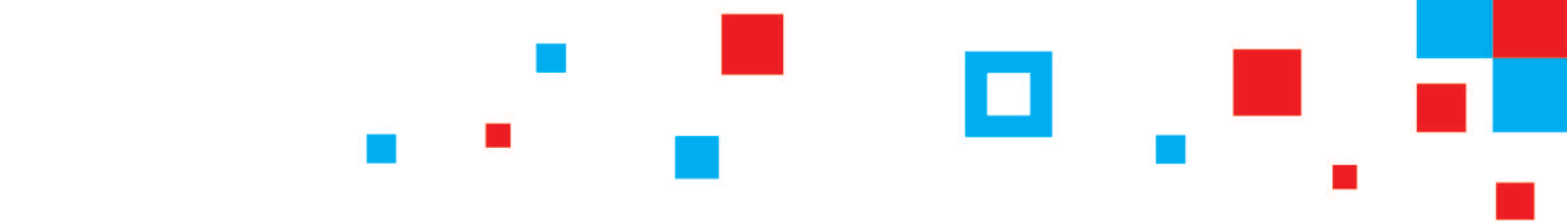
Nos anos 60, o modelo de van Hiele foi tomado como base para a elaboração de um currículo de Geometria, na União Soviética, e nos anos 70 como base para a elaboração do projeto Wiskobas, na Holand. Este modelo de ensino e aprendizagem em Geometria passou a ser difundido a partir dos anos 70, época em que surgiram vários projetos de pesquisa nos Estados Unidos.

Motivados por encontrar soluções para os problemas com ensino de Geometria na escola secundária, muitos pesquisadores estadunidenses tomaram como base de estudos a teoria dos van Hiele, com o objetivo de testar a validade do modelo, a viabilidade e as vantagens de sua aplicação. Nesse sentido, a Teoria van Hiele tem sido a base de diversos projetos de pesquisa, teses de mestrado, doutorado e artigos apresentados em congressos ou publicados em periódicos de Educação Matemática em todo o mundo” (NASSER, 1996, p. 32).

Assim, o casal Hiele dedicou-se à elaboração de um trabalho de pesquisa buscando uma forma de aprendizagem dos conceitos geométricos elementares, especificamente, na Geometria Euclidiana. O modelo dos van Hiele sugere que os alunos avançam no ensino-aprendizagem em Geometria segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto aprendem Geometria. A partir da maturação dos seus conhecimentos e não a partir da sua idade.

2.3 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

O Modelo van Hiele consiste em cinco níveis de compreensão que descreve as características do processo de pensamento e de cinco fases sequenciais de ensino que favorece a aquisição de um nível de pensamento de um determinado tópico de Geometria. Seus estudos apontam que a aprendizagem de Geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento. Quando o ensino ocorre em um nível cognitivo acima do qual o aluno se encontra, os conceitos não são compreendidos, nem assimilados. Assim, a teoria estabelece, com seus cinco níveis hierárquicos, que só conseguimos atingir um determinado nível depois de dominarmos os níveis anteriores. Ou seja, só atingimos o segundo nível, após assimilarmos o primeiro. Ademais, cabe destacar que



o progresso de cada um dos níveis se dá através da vivência de atividades adequadas e que respeitem um ordenamento. Segundo os van Hiele (1986), a experiência é um fator fundamental para o desenvolvimento de um nível de pensamento, incluindo o geométrico, para outro mais elevado. Pois, cada aluno pensa em diferentes níveis e, além disso, apresentam modos de pensar diferentes dos professores, pois costumam utilizar com frequência palavras e objetos distintos dos empregados pelos mesmos. Deste modo, o assunto não é bem assimilado e não fica retido por muito tempo na memória (VAN HIELE, 2010, p. 30).

Esta teoria afirma que o desenvolvimento biológico do aluno não está relacionado automaticamente a um crescimento no nível do pensamento geométrico, sendo assim, sua proposta consiste de cinco níveis de compreensão de ideias geométricas, cada vez mais complexos, por meio da qual o aluno avança de nível a partir de sua maturidade geométrica.

Para compor a Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, os van Hiele basearam-se na Psicologia Piagetiana, contudo, cabe-nos estabelecer algumas diferenças entre as teorias: os van Hiele propuseram um modelo teórico de aprendizagem, enquanto Piaget escreveu uma teoria sobre o desenvolvimento infantil; além disso, os van Hiele trataram de dar ênfase à linguagem, pois, segundo eles a linguagem deve ser concebida como instrumento de suma importância para a passagem de um nível a outro, assim, como a importância da linguagem utilizada pelo professor em sala de aula para que o aluno compreendesse os ensinamentos. (VAN HIELE, 1986, p. 25).

Ademais, segundo Usiskin (1982), três aspectos básicos devem ser considerados no desenvolvimento desta teoria: a existência de níveis, as propriedades dos níveis e o movimento de um nível para o próximo.

2.4 DESCRIÇÃO DO MODELO

O casal van Hiele afirma que o aprendizado em Geometria segue níveis de raciocínio ou níveis de desenvolvimento mental em Geometria. Relacionamos abaixo os diferentes níveis do modelo de van Hiele e suas respectivas características.

Quadro 01 - Níveis de Compreensão do Modelo de van Hiele

1º Nível – Reconhecimento (Nível Básico)

Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global;

Percepção global das figuras; na observação de um conjunto de figuras da mesma classe, consegue observar cada uma isoladamente, dando atenção a atributos irrelevantes das figuras.

2º Nível - Nível de Análise

Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas;

Percepção dos conceitos geométricos através de análise das características das figuras.

3º Nível - Nível de Abstração

Percepção da necessidade de uma definição precisa e de que uma propriedade pode decorrer de outra;

Argumentação lógica informal e ordenação de figuras geométricas.

4º Nível - Nível de Dedução

Reconhecimento de condições necessárias e suficientes;

Realização de distinção entre postulados, teoremas e definições;

Elaboração de demonstrações formais.

5º Nível - Nível de Rigor

Capacidade de compreender demonstrações formais;

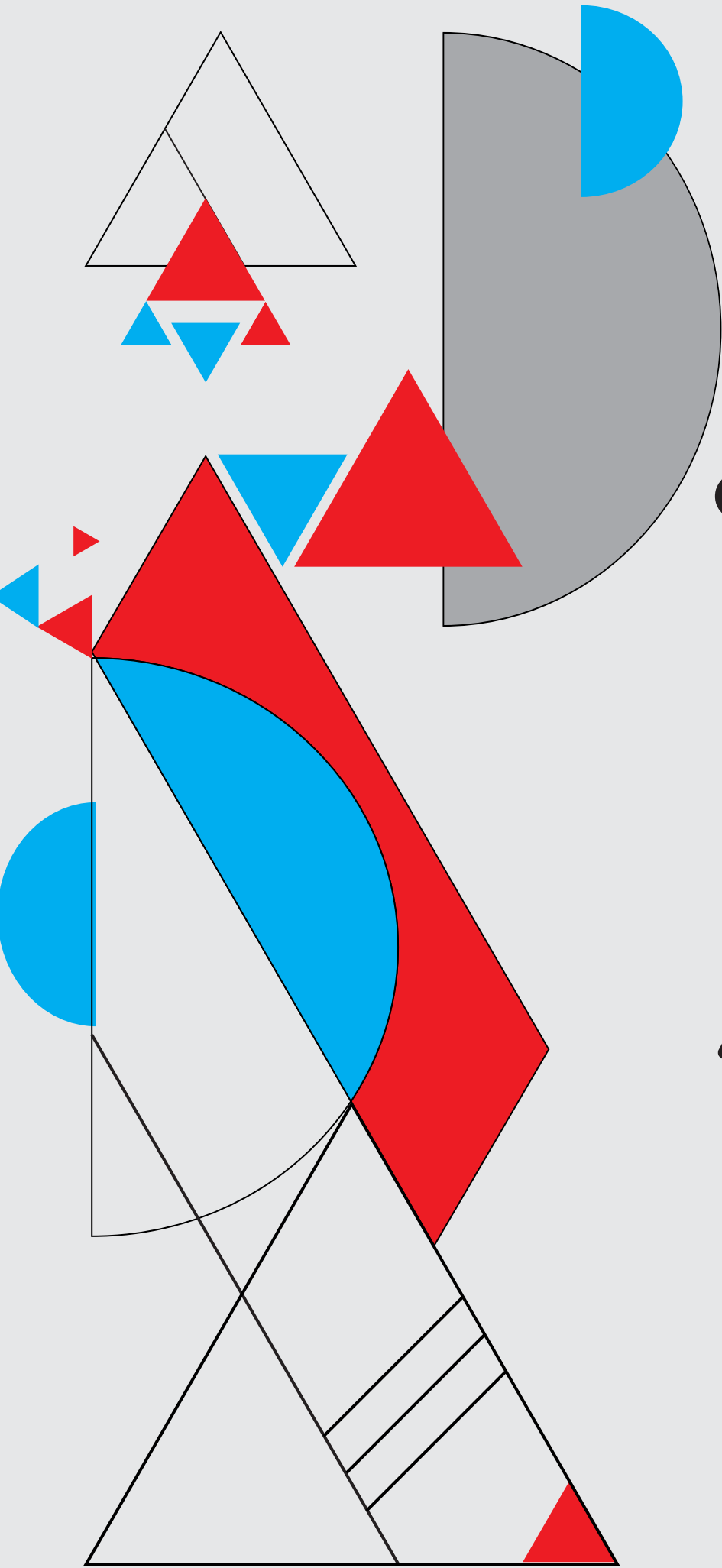
Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.

Fonte: Nasser e Sant'anna (2009, p. 07), com adaptações da autora.

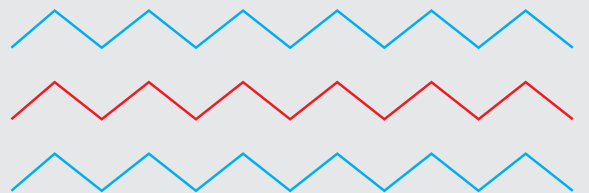
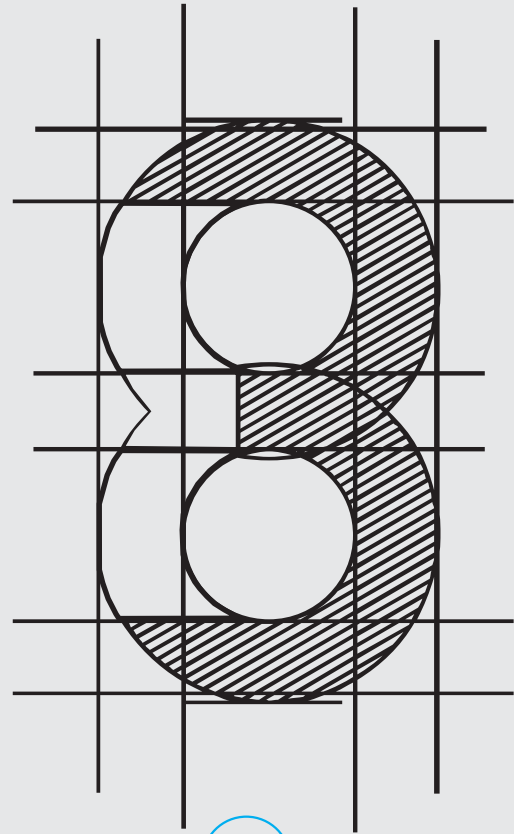
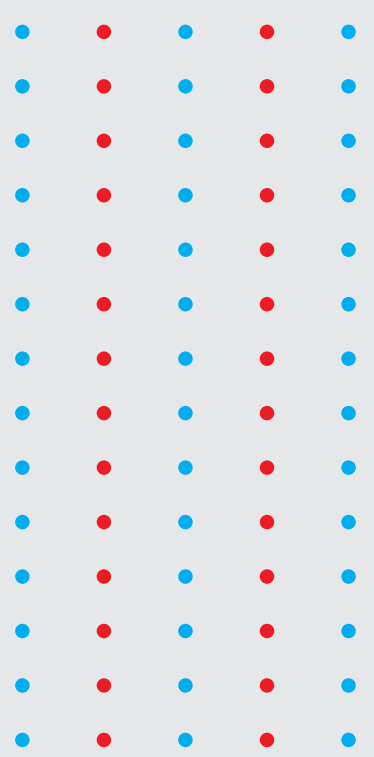
Observa-se no quadro 01, que a aprendizagem em Geometria, segundo o Modelo van Hiele, conduz o aluno partir do nível da visualização de um conceito geométrico, a seguir ao nível da análise, prosseguir pelos níveis de abstração e dedução formal e atingir o nível de rigor da conceituação do ente geométrico, passando a entender e relacionar conceitos geométricos abstratos.

O modelo van Hiele trabalha com o desenvolvimento do raciocínio em Geometria, sugerindo cinco níveis hierárquicos de atividades. Esta teoria pode ser utilizada para a orientação, formação e avaliação dos alunos na aprendizagem da Geometria Euclidiana.

Esperamos que a proposta apresentada, possa ser considerada uma oportunidade de testar novos modos de ensinar e aprender, de forma que se criem novas ações direcionadas ao aperfeiçoamento e à melhoria na formação dos profissionais da Educação e, em especial, os da Educação Matemática.



**O
F
I
C
I
N
A**

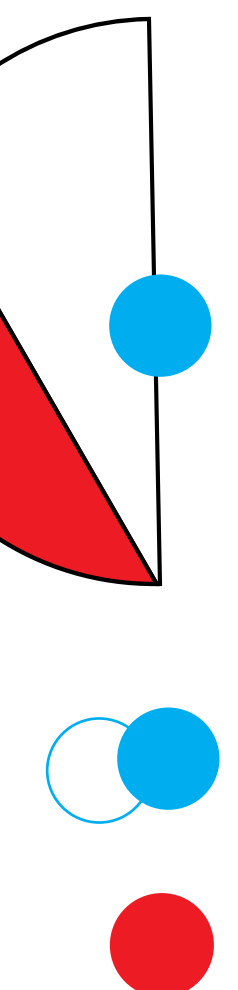





3. OFICINA

TEMA: Determinação dos níveis de pensamento geométrico dos licenciandos em Matemática pela teoria van Hiele.

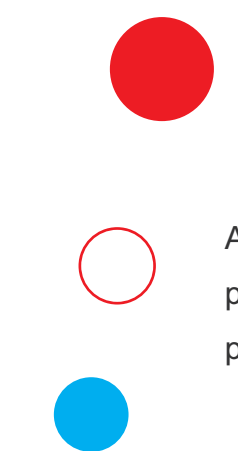
3.1 OBJETIVOS:

- 
- **3.1.1 Objetivo geral:**
 - Determinar e analisar os níveis de pensamento geométrico dos licenciandos em Matemática baseada na teoria van Hiele.
 - **3.1.2 Objetivos específicos:**
 - Identificar os níveis de pensamento geométricos dos licenciandos.
 - Avaliar os resultados obtidos na identificação dos níveis de pensamento geométrico dos licenciandos à luz da fundamentação teórica deste manual.
 - Planejar modos de intervenção no Projeto Pedagógico do Curso visando ao aprimoramento da formação inicial dos licenciandos de Matemática no tocante ao domínio do saber geométrico.

Segundo Vojkuvkova (2012), os van Hiele inicialmente numeraram os níveis de pensamento geométrico de 0 a 4 e que autores estadunidenses preferiram na década de 1970 a numeração de 1 a 5. Posteriormente, Pierre van Hiele usou apenas os três primeiros níveis em suas pesquisas, talvez pelo interesse que ele tinha na verificação dos níveis de pensamento geométrico dos estudantes da educação básica.

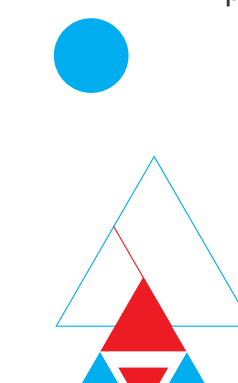


3.2 ORGANIZAÇÃO DA OFICINA



Acolhida: Saudações e agradecimentos. Promoção de um ambiente agradável, que possa possibilitar aos estudantes refletir sobre as questões colocadas durante a pesquisa.

3.3 ACORDOS E/OU INFORMES:

- 
- As questões deverão ser respondidas individualmente;

- Não haverá nenhuma mediação prévia por parte dos professores;
- Não haverá troca de ideias entre os alunos;
- Não será permitido a realização de consultas em materiais didáticos e/ou eletrônico.

1 – Apresentação: A atividade deve se iniciar com uma breve apresentação do que é a teoria van Hiele, de modo a apresentar o tema, fazendo uma breve descrição teórica do assunto que será abordado bem como sua importância no contexto da sua aplicação. Sugerimos a apresentação do vídeo “Revisitando a Teoria Van Hiele”¹ (10 MIN)

2 - Objetivos: Em cada etapa da pesquisa serão indicados os objetivos que os participantes/alunos/professores deverão alcançar no final da realização da oficina.

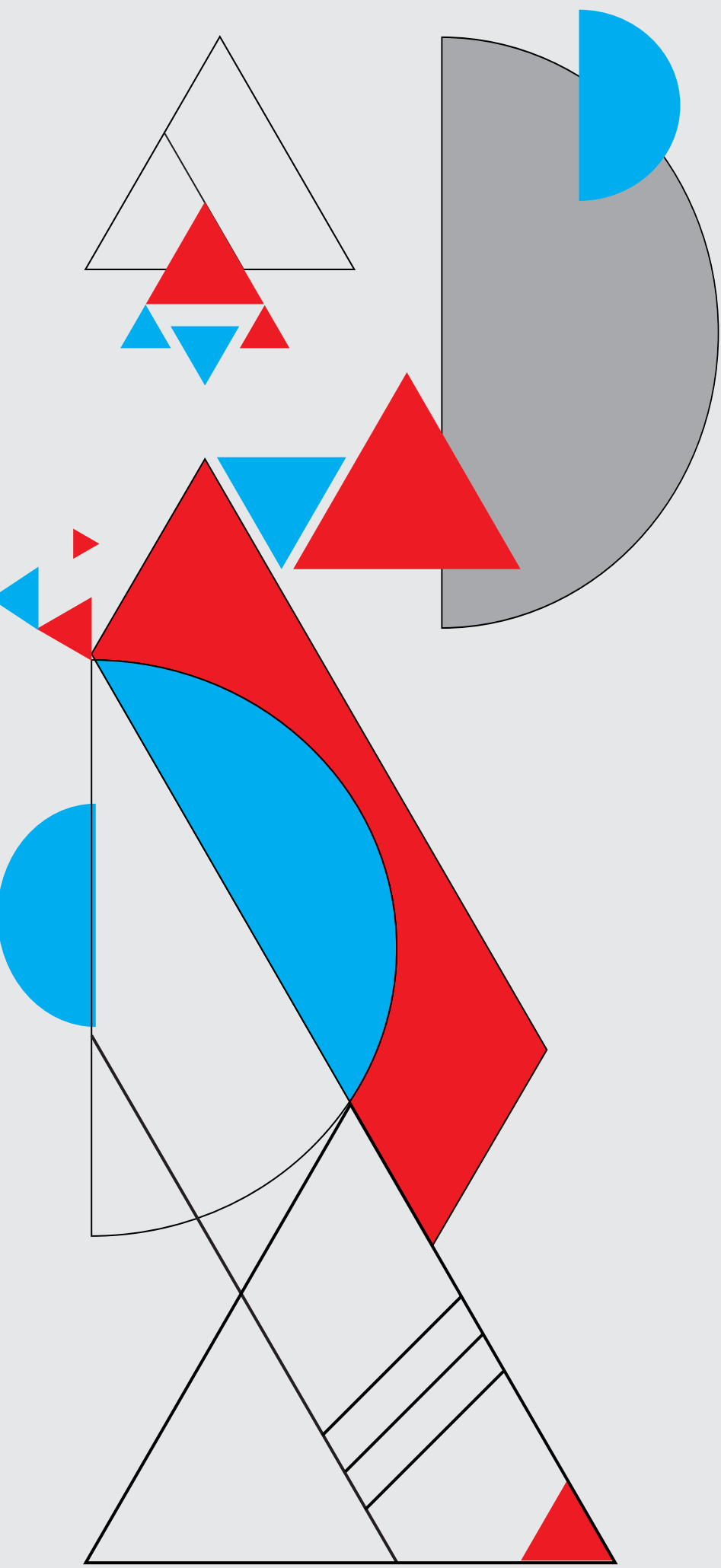
3 - Carga Horária: Cada uma das etapas da oficina foi organizada para durar 1 hora, contudo, o tempo previsto poderá sofrer alterações de acordo com as necessidades apresentadas.

4 - Recursos: Em cada uma das etapas foram elencados os recursos necessários para a realização da oficina. Em geral, utilizamos folhas de A4 contendo as questões apresentadas, quadro branco, pincel, lápis ou caneta.

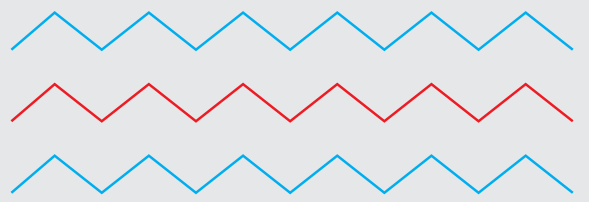
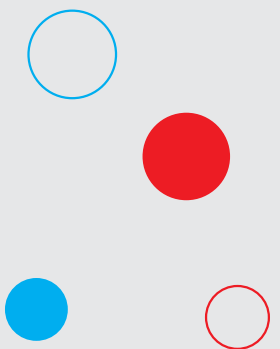
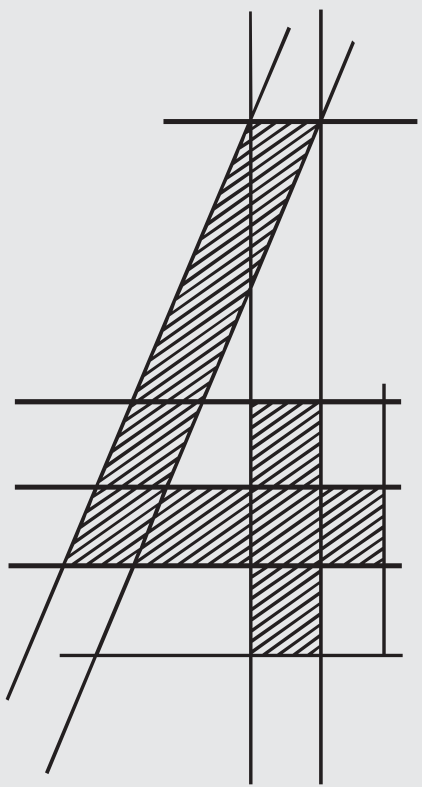
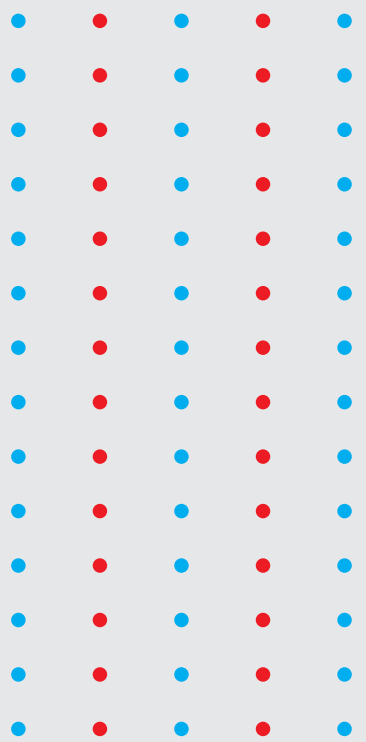
5 - Metodologia: Esta etapa da pesquisa foi organizada de acordo com a ordem e a finalidade, como segue abaixo:

- ✓ O teste van Hiele, com o objetivo de mensurar em qual nível de desenvolvimento geométrico os estudantes se encontram;
- ✓ as atividades de Geometria, para detectar as dificuldades no que tange à nomeação e classificação de figuras geométricas.

¹https://www.youtube.com/watch?v=qzAGCYb39IE&list=PLbrn9tUGb4rKuh0_PIXKq6JEnwBUhky86



0-12E303 0R-E3-RP



4. PRIMEIRO MOMENTO - TESTE VAN HIELE

No primeiro momento será realizado o teste van Hiele (Anexo A) adaptado por NASSER e SANTANA (2017). Esta etapa tem por finalidade mensurar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos licenciandos.

4.1 O TESTE

Cada participante receberá o teste, ou seja, 3 folhas A4 que contém 5 questões cada página, totalizando 15 questões. É importante informá-los que, uma vez que passado para a página posterior, não será possível retornar às páginas anteriores para consultas ou correções.

Destacamos que, como o teste é composto por 15 questões, sendo 9 fechadas e 6 discursivas, convém ressaltar que, fica a critério do professor/aplicador a análise das questões discursivas, as quais há espaços em aberto para que o aluno justifique sua(s) escolha(s) e/ou explique o seu raciocínio.

Nós decidimos que, como o teste contém questões que envolvem conhecimentos básicos de Geometria, ficou definido que o estudante que marcasse a alternativa certa, mesmo não especificando, ou seja, esclarecendo o porquê da escolha daquela alternativa, a concepção adotada por nós, para fins de análise, seria considerar a questão como correta, pois entendemos que o aluno apresenta um domínio visual das figuras geométricas, mas tem dificuldades em apresentar suas propriedades e conceitos.

No teste, cada grupo de 5 questões correspondente a um nível diferente na escala van Hiele, no intuito de inferir sobre qual nível de pensamento geométrico se enquadra cada um dos sujeitos pesquisados. Nesse sentido, cabe frisar que o teste é estruturado da seguinte forma: as questões de 1 a 5 se referem ao nível básico (0), ou seja, para considerar que um sujeito atingiu o nível básico (0), é necessário que ele acerte no mínimo três das cinco primeiras questões.

As questões de 6 a 10 se referem ao nível 1 e, assim, para considerar que o sujeito atingiu o nível 1, é necessário que ele acerte no mínimo três das referidas questões.

Logo, para que o sujeito atinja o nível 2 é necessário que ele acerte, pelo menos, três das questões de 11 a 15.

O teste aplicado por nós, tendo como base o critério adotado por Nasser, nos possibilitava mensurar em qual nível do pensamento geométrico se encontram os

sujeitos até, no máximo, o nível 2, ou seja, terceiro nível.

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS NÍVEIS VAN HIELE

Para a análise dos dados obtidos com a aplicação do teste van Hiele, trazemos o quadro abaixo, o que possibilitará uma visão mais detalhada dos dados obtidos. Logo, para classificar em qual nível o estudante se encontra, utilizamos o critério adotado por Nasser (2017), ou seja, cada aluno avança um nível quando este acerta, pelo menos, 60% das questões do teste daquele nível, em outros termos, se ele respondeu a pelo menos 3, das 5 questões propostas, corretamente.

Quadro 6 – Resultado Teste van Hiele – Grupo 01.

| Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Nível |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-------|
| Sujeito | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 01 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 02 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 03 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 04 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 05 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 06 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 07 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 08 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 09 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fonte: Nível de pensamento geométrico dos participantes de acordo com o teste dos níveis van Hiele. (NASSER, 1997).

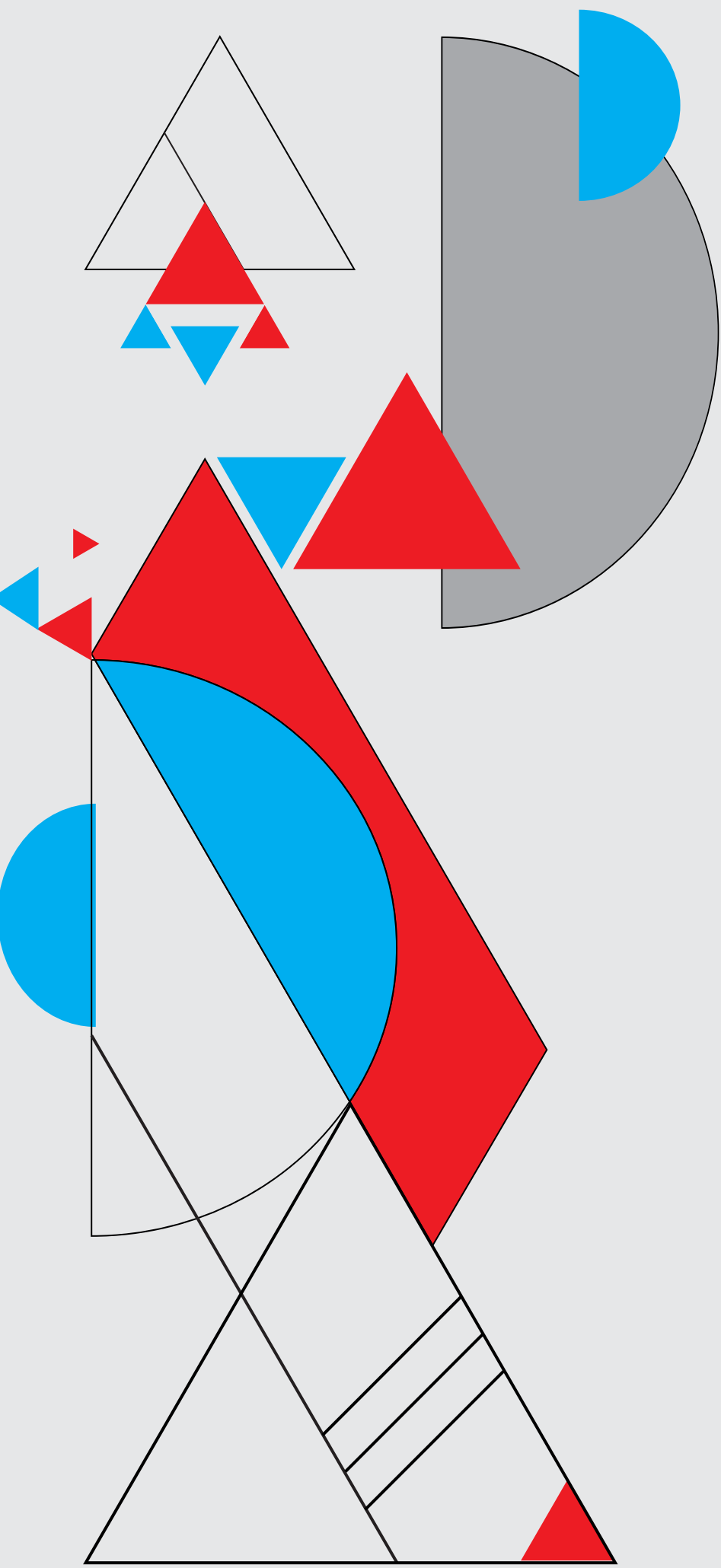
Para a análise do nível de desenvolvimento de cada participante, deve ser marcado um x nas questões respondidas corretamente para a obtenção do seu nível de desenvolvimento do pensamento geométrico segundo as orientações citadas acima.

A partir da análise dos dados apresentados na tabela, criamos uma legenda que auxiliará definir em qual nível cada estudante se encontra.

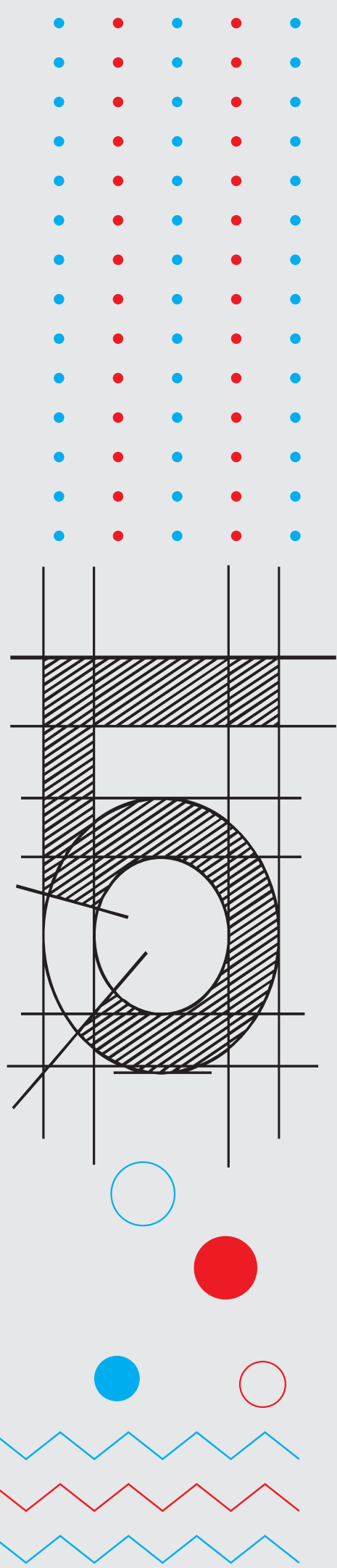
Legenda:

| | |
|--|---|
| X - Indica que o aluno acertou a questão; | 1 - Indica que o aluno atingiu o nível 1; |
| (em branco) - Indica que o aluno errou a questão; | 2 - Indica que o aluno atingiu o nível 2; |
| 0 - Indica que o aluno atingiu o nível 0 (básico); | (-) Indica que o aluno não atingiu nenhum dos níveis. |

Como mencionado anteriormente, a aplicação do teste dos níveis de van Hiele, neste primeiro momento, tinha como objetivo diagnosticar em que nível de pensamento geométrico os participantes se encontravam, para, a partir daí, prosseguirmos para a segunda fase da pesquisa aplicando as atividades de Geometria, com a finalidade de detectar os níveis de conhecimento no que tange à nomeação e classificação de figuras geométricas.



У О Ч З Е О Р - Е Ч Е Т Е О В З А О С
У О Ч З Е О Р - Е Ч Е Т Е О В З А О С



5. SEGUNDO MOMENTO - ATIVIDADES DE GEOMETRIA

No segundo momento, aplicaremos a atividades geométrica VH2 de Nasser e Santana (2017), com o objetivo de analisar a capacidade dos graduandos em diferenciar figuras planas e observação de semelhanças e diferenças entre pares de figuras (reconhecimento de triângulos e quadriláteros - Anexo C) e as atividades VH3, VH4 e VH5, com o objetivo de observar a capacidade dos licenciandos em classificar quadriláteros e identificar propriedades características dos diferentes tipos de quadriláteros.

Neste segundo momento realizam-se as atividades intituladas VH2 (Anexo C), VH3 (Anexo D), VH4 (Anexo E) e VH5 (Anexo F), sendo executadas uma logo após a outra, tendo 1 hora de duração, tempo máximo para a conclusão desta etapa.

• ATIVIDADE VH2

Nesta atividade, cada participante recebe uma folha A4 (Anexo B) na qual constam pares de figuras. Para a realização dela é necessário que os estudantes preencham os espaços especificados na atividade, destacando os elementos comuns e as diferenças identificados nos pares das figuras apresentadas. Ou seja, os participantes deveriam escrever, para cada par de figuras da atividade, as suas semelhanças e as suas diferenças.

• ATIVIDADE VH3

A atividade intitulada VH3 (Anexo D) será aplicada com o objetivo da classificação dos quadriláteros. Para o desenvolvimento desta atividade, cada participante recebe uma folha A4 (Anexo D) na qual são dispostos 24 quadriláteros e uma cola, papel onde constam os nomes: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio e quadriláteros².

Logo após, será solicitado aos participantes a nomeação de cada uma das 24 figuras da atividade VH3.

² Esta cola pode ser substituída pela anotação dos nomes no quadro branco.



• *ATIVIDADE VH4*

A atividade intitulada VH4 (Anexo D) tem como objetivo analisar a capacidade dos estudantes em identificar propriedades características dos diferentes tipos de quadriláteros.

Para a realização desta atividade, serão entregues aos participantes, duas folhas A4, uma contendo tiras com as propriedades dos quadriláteros e outra folha apresentando 5 grupos de quadriláteros para classificação destes a partir das propriedades apresentadas nas tiras contidas na primeira folha.

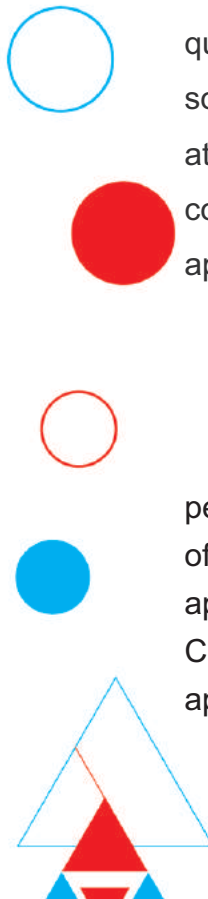


• *ATIVIDADE VH5*

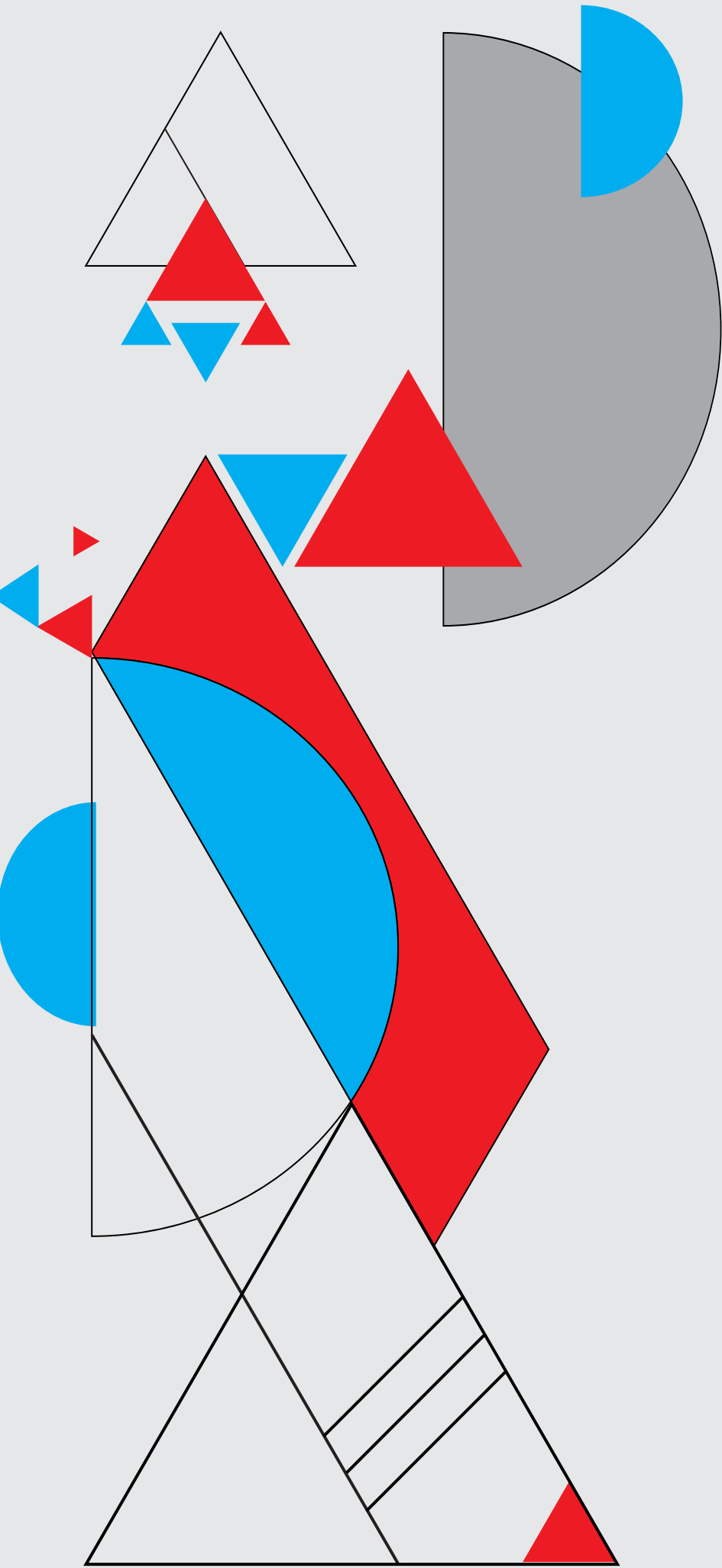
A atividade intitulada VH5 (Anexo F) tem como finalidade observar as relações entre os tipos de quadriláteros que apresentam propriedades em comum. Para o desenvolvimento desta atividade, cada participante receberá uma folha A4 onde estarão dispostos 6 conjuntos, sendo um conjunto Universo e todos os outros seus subconjuntos.

É importante que, antes do início desta atividade, seja compartilhada uma cola no quadro branco contendo os nomes dos principais grupos de quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio e quadriláteros. Logo após, é solicitado aos participantes que nomeiem cada um dos conjuntos contidos na atividade VH5 de modo que a nomeação de cada subconjunto seja realizada de acordo com as propriedades que estes apresentavam em comum, sabendo que alguns apresentam propriedades similares.

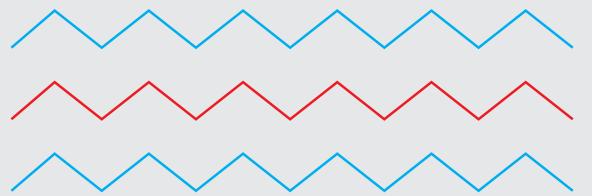
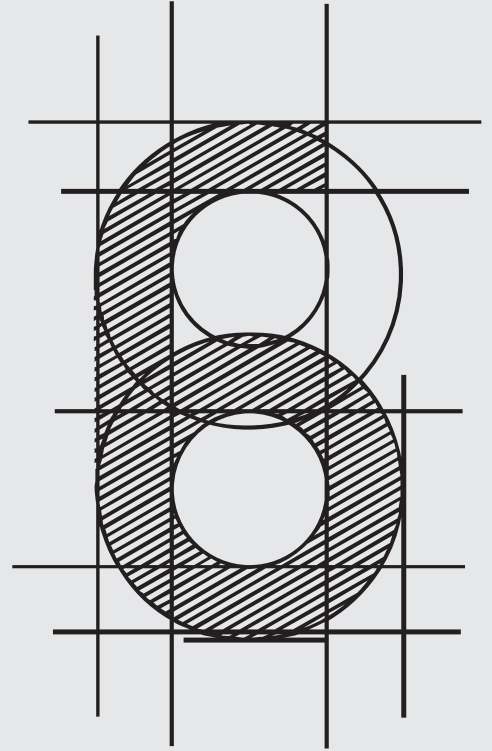
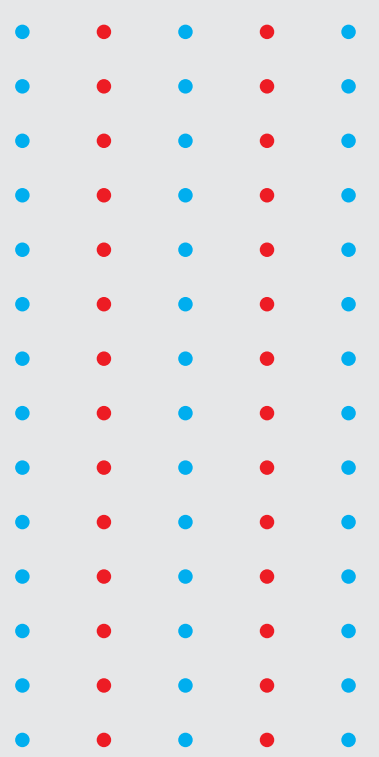
5.1 TERCEIRO MOMENTO



Encaminhamento de uma síntese da determinação dos níveis de van Hiele de pensamento geométrico dos estudantes obtida nos dois momentos anteriores desta oficina para o Colegiado do curso para decidir, à luz da fundamentação teórica apresentada no início deste manual, a forma de intervenção no Projeto Pedagógico do Curso visando ao aprimoramento da formação inicial dos licenciandos no tocante à aprendizagem do saber geométrico.



**C
O
N
S
I
D
E
R
A
Ç
O
E
S
F
I
N
A
I
S**



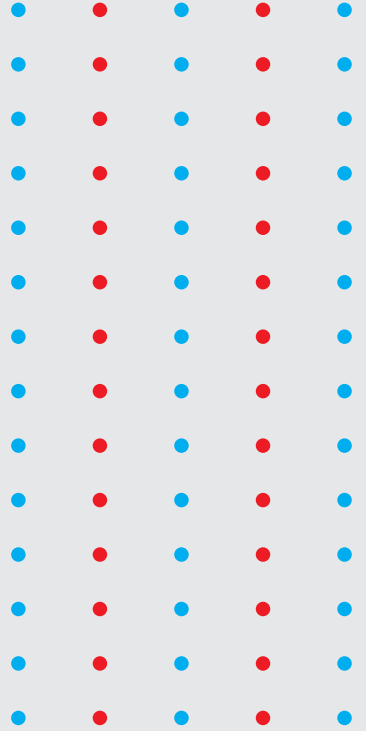
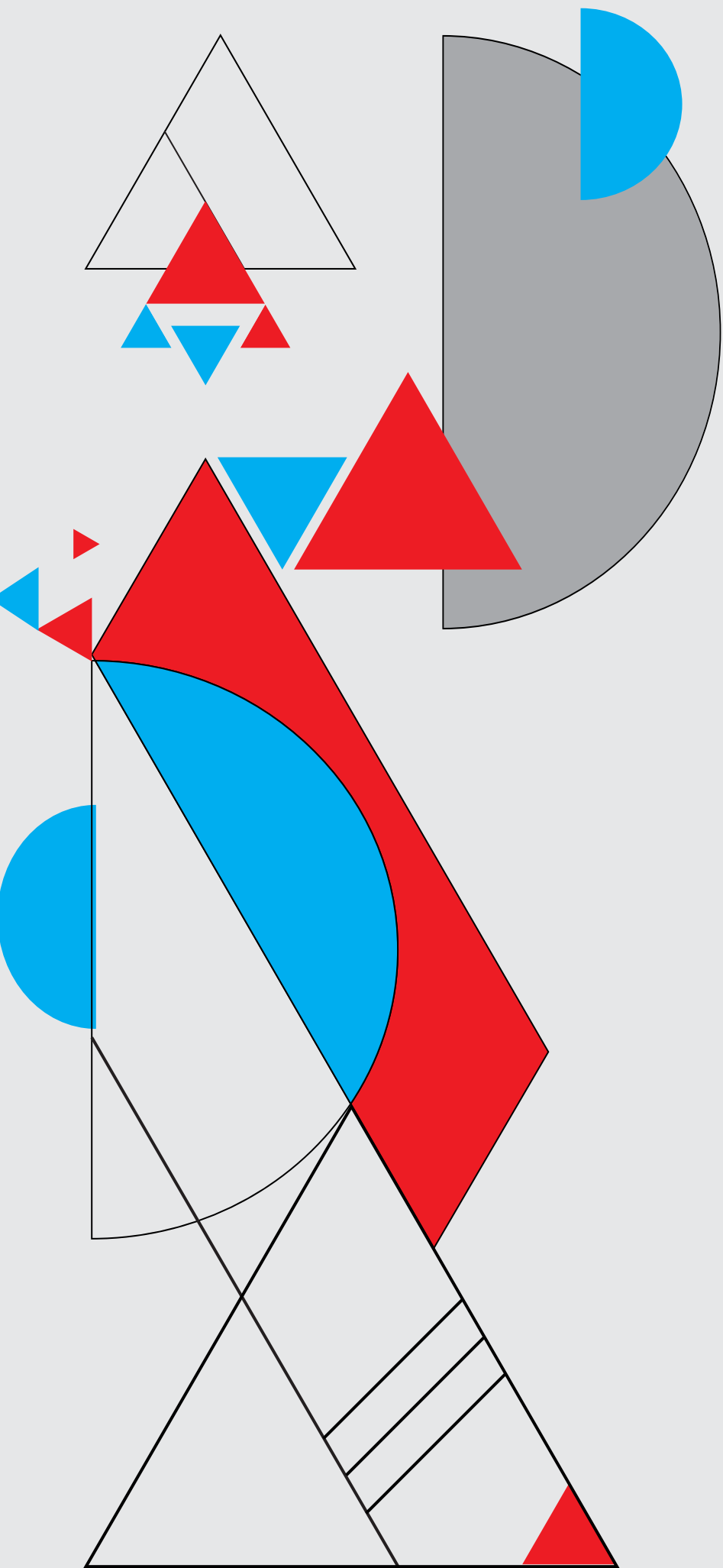


6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

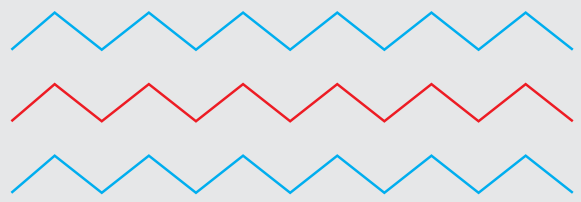
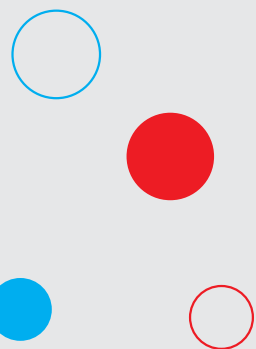
A teoria van Hiele no ensino/aprendizagem de Geometria é um relevante instrumento para obtenção de melhores desempenhos geométricos. Tal modelo dá orientação de como melhorar o ensino de Geometria, favorecendo, assim, o aproveitamento na aprendizagem de cada tópico dos níveis de desenvolvimento geométrico, o que ajuda a identificar formas de raciocínio, verificando em que nível de pensamento o aluno se encontra.

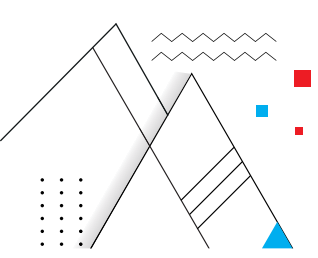
Nosso objetivo é detectar pontos que possam contribuir para a reflexão em torno dos cursos de formação inicial de educadores matemáticos, fazendo com que se alargue as discussões acerca da reformulação curricular em no que tange o ensino da Geometria Euclidiana, com a finalidade de se obter profissionais preparados.

É importante destacar que para se tornar um bom profissional da Educação não basta somente ter uma boa formação inicial. Para atingir tal finalidade, é necessário que os educadores estejam constantemente buscando renovar-se, estando atentos às novas correntes pedagógicas e as novas tecnologias, estando, portanto, abertos aos cursos de formação continuada, o que possibilitaria o aprimoramento dos professores iniciantes, de modo a auxiliá-los em sua prática em sala de aula, isso porque consideramos que o registro dessas experiências nos ajuda a vislumbrar novos caminhos e a responder coletivamente como deve ser a formação de um professor de Matemática para atuar perante as demandas atuais da sociedade brasileira.



**R
E
F
E
R
Ê
N
C
I
A
S**





REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei n. 5.540/68. Dispõe sobre a reforma no ensino universitário. Diário Oficial da União. Brasília. 1968.

BRASIL. Lei n. 5.692/71, de 11 de agosto de 1971. Estabelece as diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União. Brasília: Gráfica do Senado, 12 de agosto de 1971.

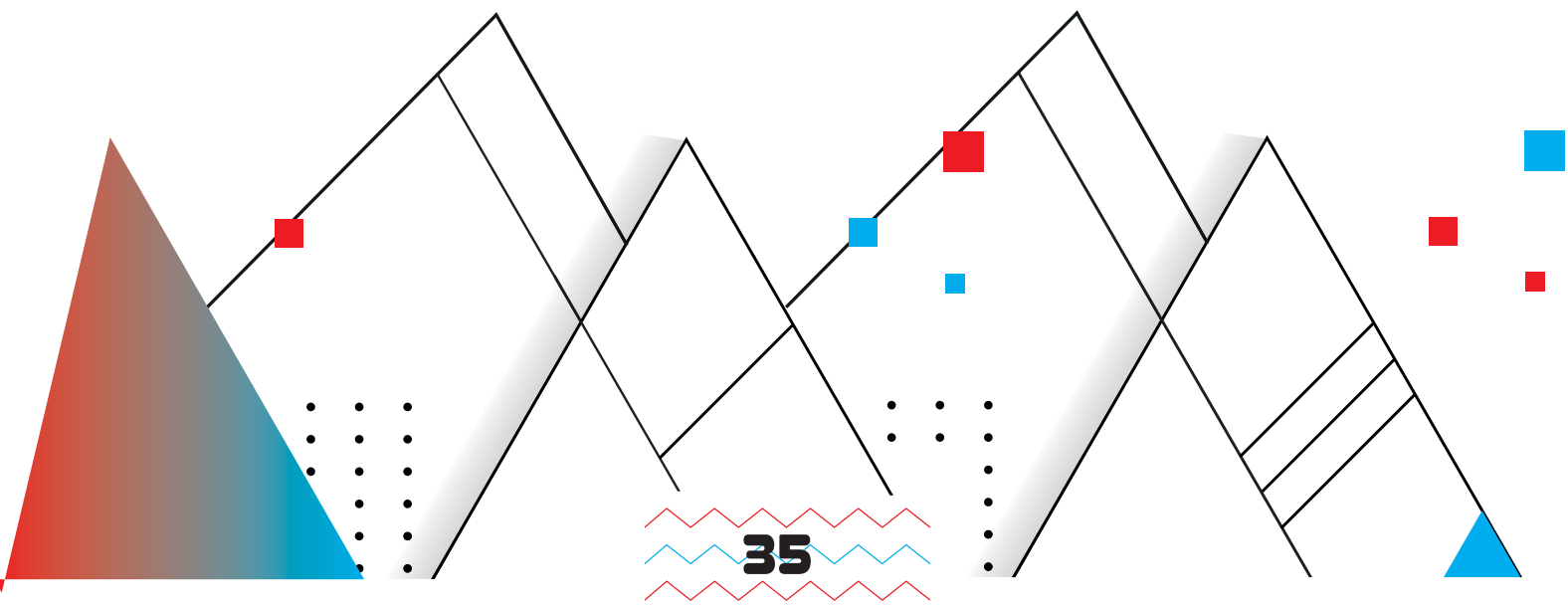
BRASIL. Ministério da Educação - Secretaria de educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006. v. 2, p. 69-98.

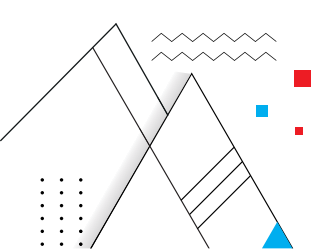
BRASIL. Lei número 9131, 24 de novembro de 1995. Altera dispositivos da Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961, e dá outras providências. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF, 174º da Independência e 107º da República.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562 p.

GHIRALDELLI JR., P. História da educação brasileira. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2009.





LORENZATO, S. Porque ensinar Geometria? In: Educação Matemática em Revista, Florianópolis: SBEM, n. 04, 1995.

MENESES, R. S. de. Uma história da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC, 2007.

NACARATO, A. M. A Geometria no Ensino Fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, F. F. et al. Cotidiano Escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002. p. 84-99.

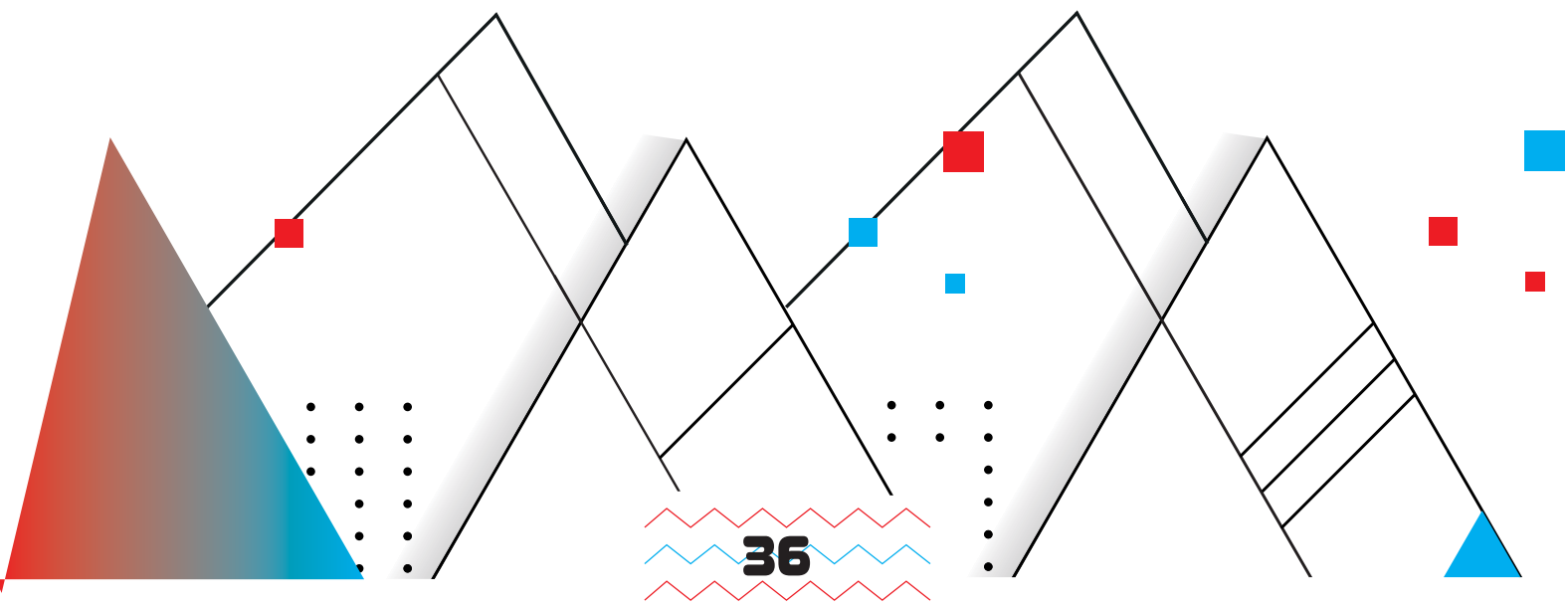
NASSER, L. Geometria: Na Era da Imagem e do Movimento. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

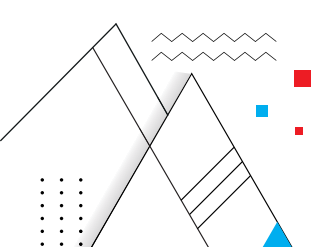
NASSER, Lilian. Geometria Segundo a Teoria van Hiele. Coordenação Lílian Nasser e Neide F. Parracho Sant'anna, 3ed. Rev. – Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2017.

PASSOS, C. L. Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula. Tese de Doutorado em Educação Matemática. UNICAMP, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMP. Ano 1, n. 1, março, pp. 7-17, 1993.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. N. G. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as Licenciaturas em Matemática. Educação Matemática em Revista, ano 9, n. 11A, Edição Especial, 2002.





PIRES, C M. Currículos de matemática: da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). REVMAT. ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p138>>. Acesso em junho/2019.

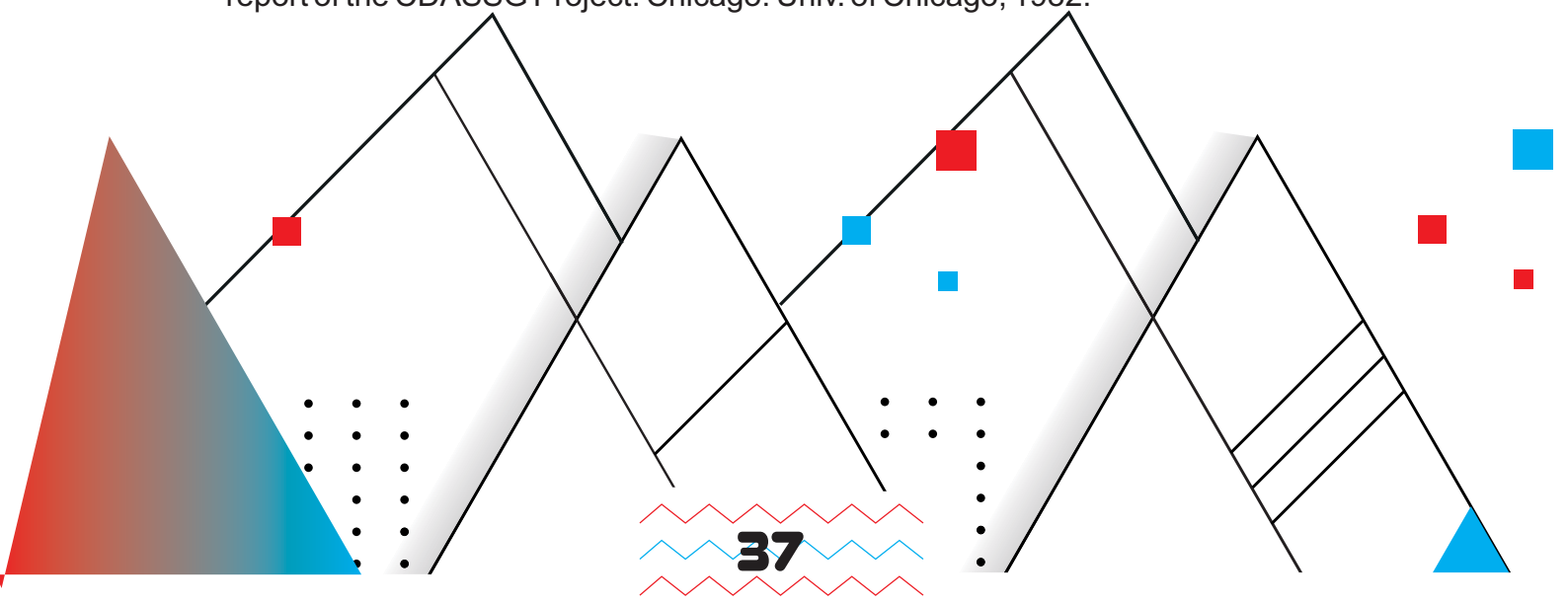
SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher. v. 15, n. 2. fev. 1986, p.4-14.

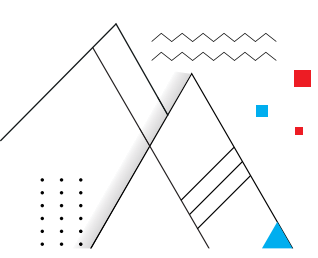
SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57 (1), 1-22, 1987.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Sbem). Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de licenciatura em matemática: uma contribuição da sociedade brasileira de educação matemática. São Paulo, 2003. Disponível em: www.prg.unicamp.br/ccq/subformacaoprofessores/SBEM_Licenciatura.pdf. Acesso em: 15 maio 2019.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Sbem). Diretrizes Curriculares para o Ensino de Matemática: Proposta da Sociedade Brasileira de Matemática. São Paulo, 2015. Disponível em: https://www.sbm.org.br/wp-content/uploads/2015/01/Contribui%C3%A7%C3%A3o_da_SBM_Licenciatura_FINAL.pdf. Acesso em: 15 maio 2019.

USISKIN, Z. Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry. Final report of the CDASSG Project. Chicago: Univ. of Chicago, 1982.

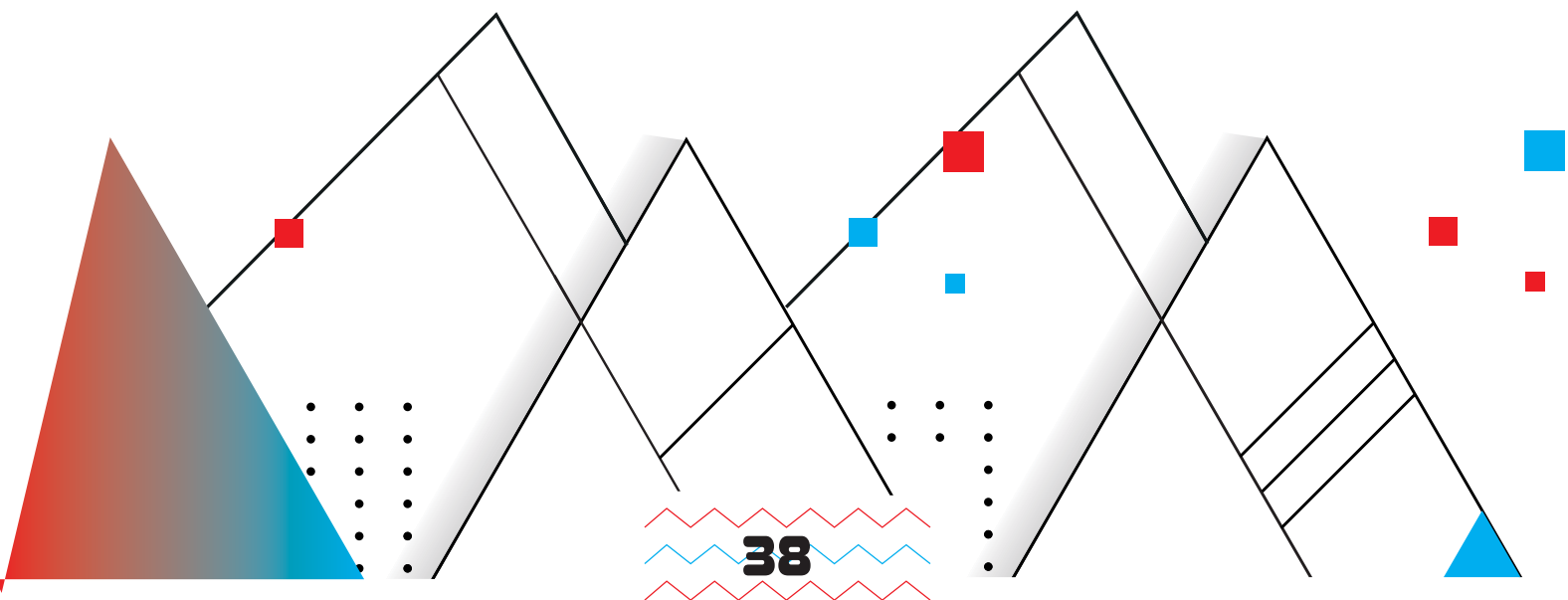


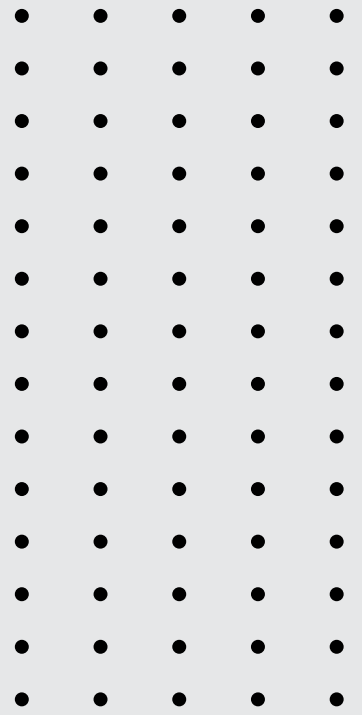


VAN HIELE, P. Structure and Insight. Orlando: Academic Press. 1986.

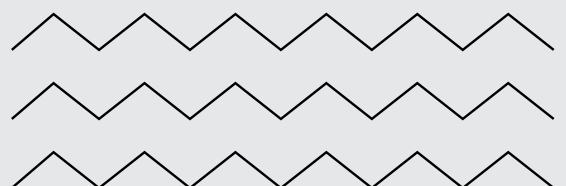
VOJKUVKOVA, I. The van Hiele modelo geometric thinking. WDS'12 Proceedings of contributed papers, Part I, 72-75, 2012.

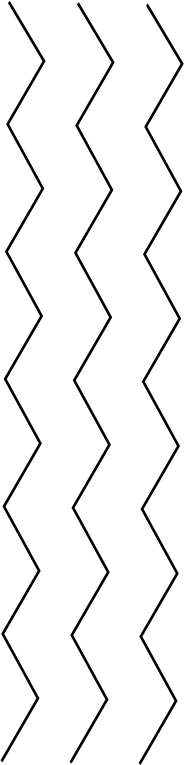
ZICCARDI, L. R. N. O curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação. 2009. 408f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.





ANEXOS





ANEXO

ANEXO A - TESTE DOS NÍVEIS DE VAN HIELE

Questão 1: Assinale o(s) triângulo(s) (Figura 01):

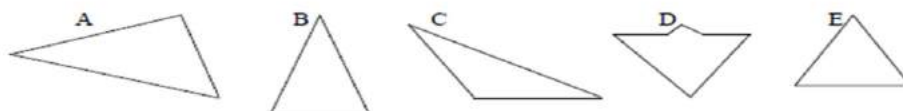


Figura 01 - Triângulos e Outras Formas Geométricas.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 2: Assinale o(s) quadrado(s) (Figura 02):



Figura 02 - Quadrados e Outras Formas Geométricas.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 3: Assinale o(s) retângulo(s) (Figura 03):

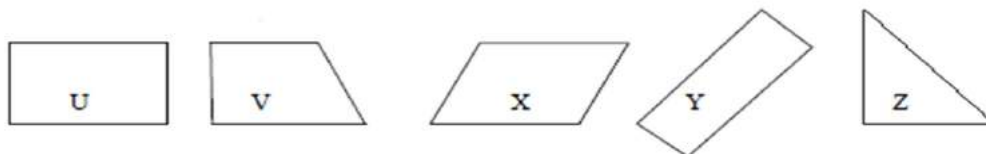


Figura 03 - Retângulos e Outras Formas Geométricas.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 4: Assinale o(s) paralelogramo(s) (Figura 04):

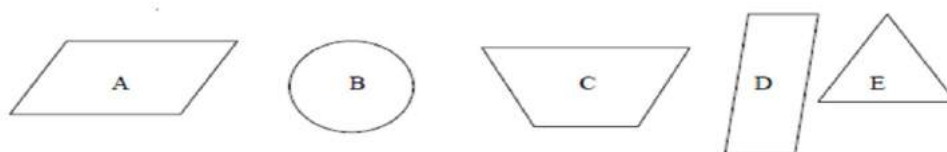


Figura 04 - Paralelogramo e Outras Formas Geométricas.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 5: Assinale os pares de retas paralelas (Figura 05):

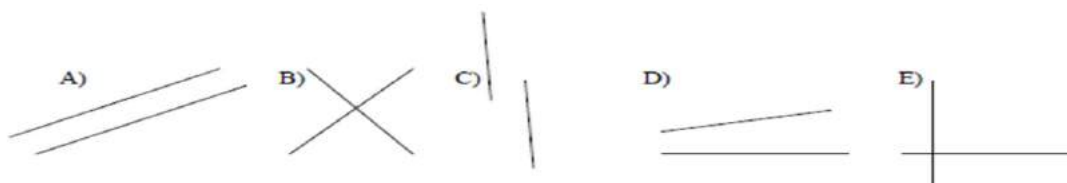
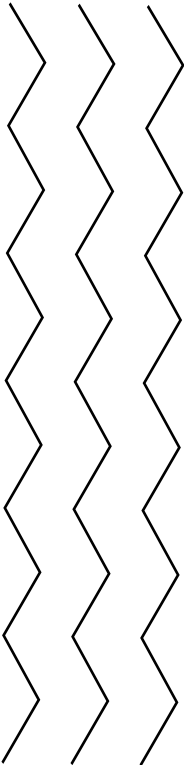
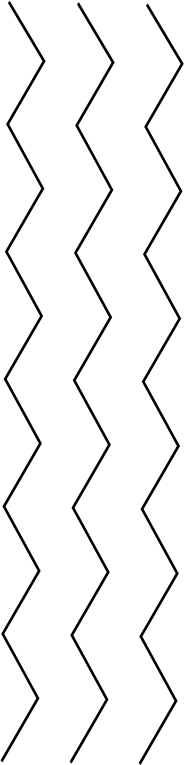


Figura 05 - Pares de Retas.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)





Questão 6: No retângulo ABCD (Figura 06), as linhas AC e BD são chamadas de diagonais.

Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

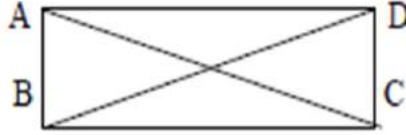


Figura 06 – Retângulo ABCD.
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 7: Dê 3 propriedades dos quadrados (Figura 7):

- 1 - _____
- 2 - _____
- 3 - _____



Figura 09 – Quadrado
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 8: Todo triângulo isóscele (Figura 08) tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



Figura 08 – Triângulo Isósceles
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 9: Dê 3 propriedades dos paralelogramos (Figura 09):

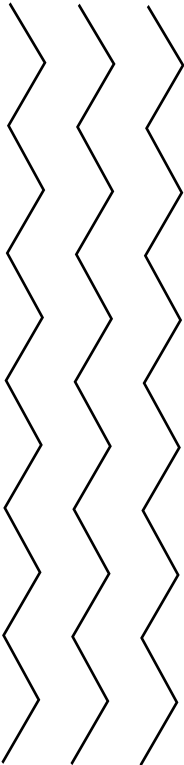


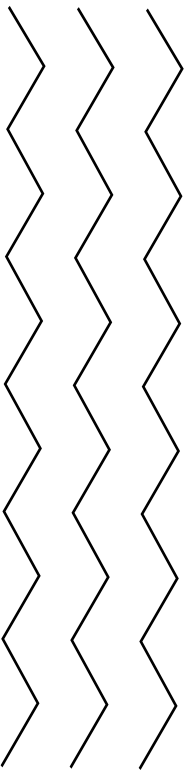
Figura 09 – Paralelogramo
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

- 1- _____
- 2- _____
- 3- _____

Questão 10: Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero:

- 1- _____
- 2- _____
- 3- _____





Questão 11: Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulo(s):



Figura 10 – Figura Geométricas
Fonte: Adaptado de (NASSER; SANT'ANNA, 2017)

Questão 12: Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

- a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?.....
- b) Por quê?
- c) Que tipo de quadrilátero é ABCD?

Questão 13:

Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?.....

Por quê?.....

Questão 14: Considere as afirmativas:

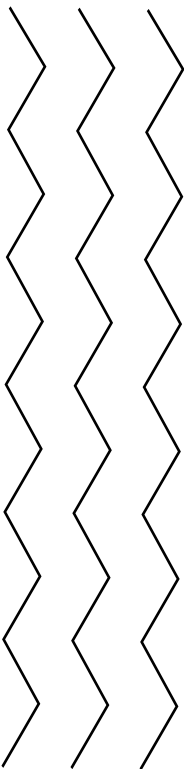
- I)A figura X é um retângulo.
- II)A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:



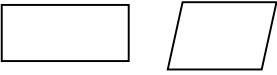

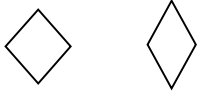
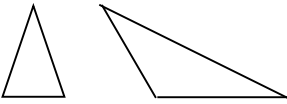
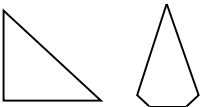
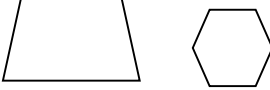

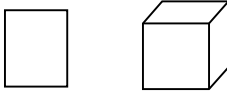
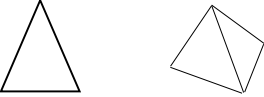
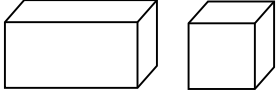
- a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
- b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
- c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
- d) I e II não podem ser ambas falsas.
- e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

Questão 15: Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

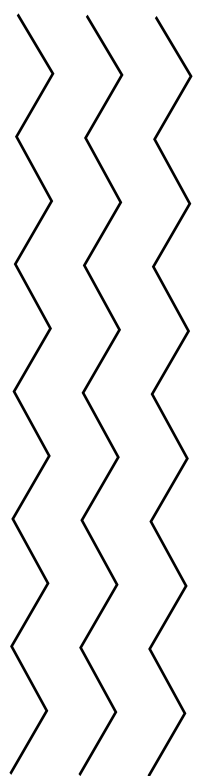
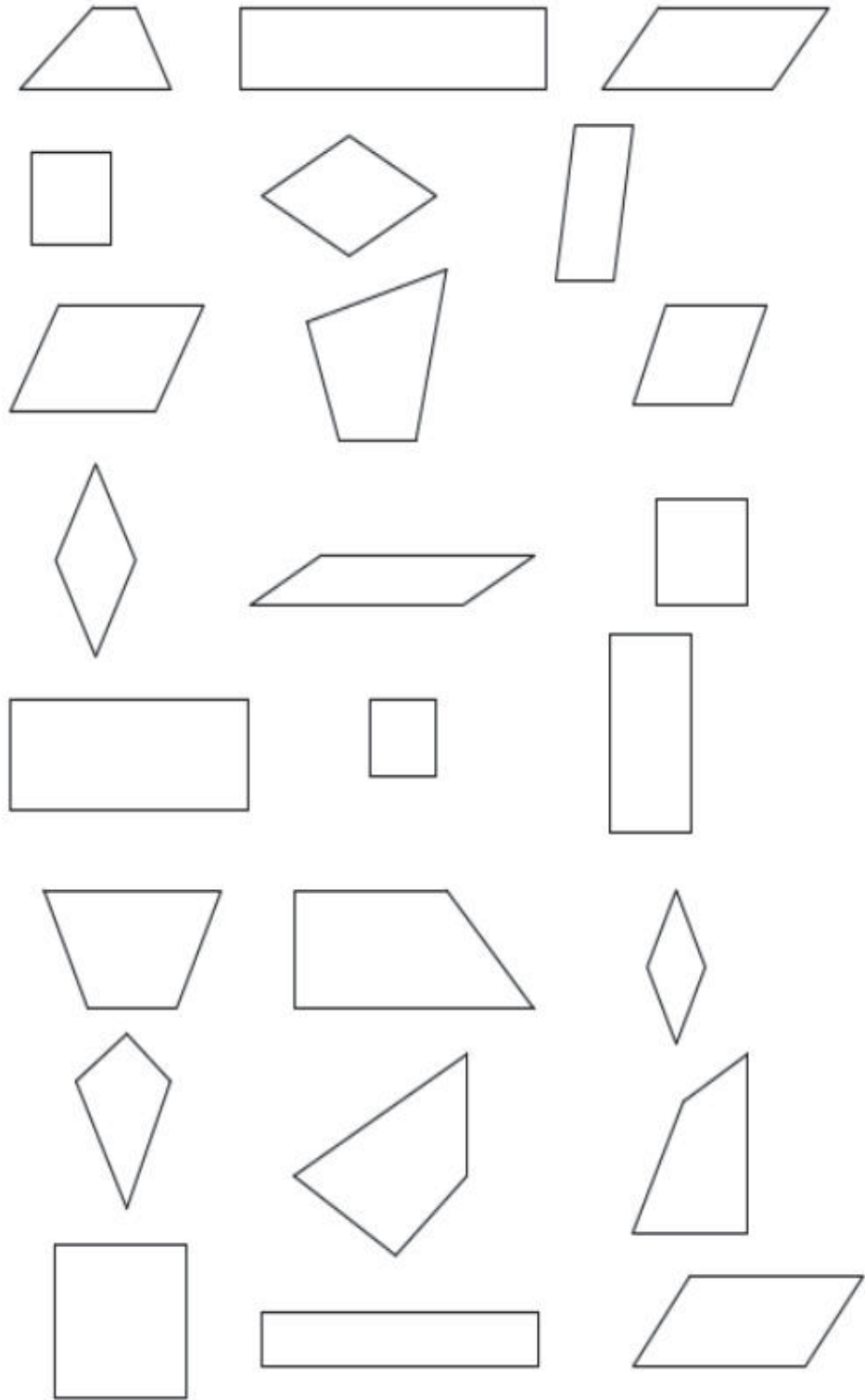
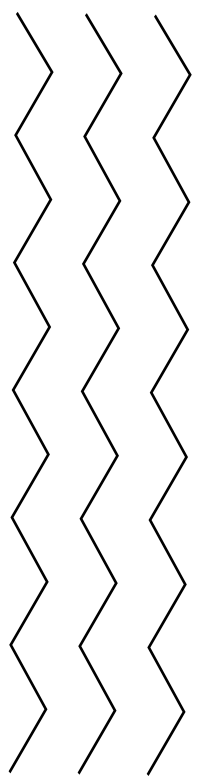
- a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
- b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
- d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

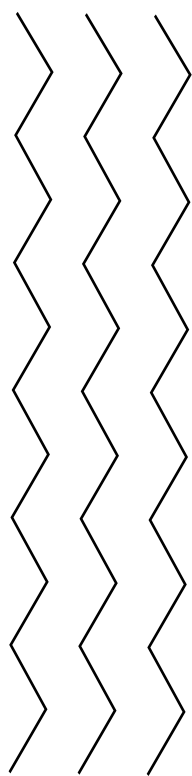


ANEXO B - ATIVIDADE VH2

| Nº | FIGURAS | ELEMENTOS EM COMUM | DIFERENÇAS |
|----|---|--------------------|------------|
| 1 |  | | |
| 2 |  | | |
| 3 |  | | |
| 4 |  | | |
| 5 |  | | |
| 6 |  | | |
| 7 |  | | |
| 8 |  | | |
| 9 |  | | |
| 10 |  | | |
| 11 |  | | |
| 12 |  | | |

ANEXO C - ATIVIDADE VH3





ANEXO D - ATIVIDADE VH4

QUADRADOS RETÂNGULOS LOSANGOS PARALELOGRAMOS
TRAPÉZIOS

4 LADOS 4 LADOS 4 LADOS 4 LADOS 4 LADOS

4 ÂNGULOS 4 ÂNGULOS 4 ÂNGULOS 4 ÂNGULOS 4 ÂNGULOS

4 ÂNGULOS RETOS 4 ÂNGULOS RETOS 4 ÂNGULOS RETOS
4 ÂNGULOS RETOS 4 ÂNGULOS RETOS

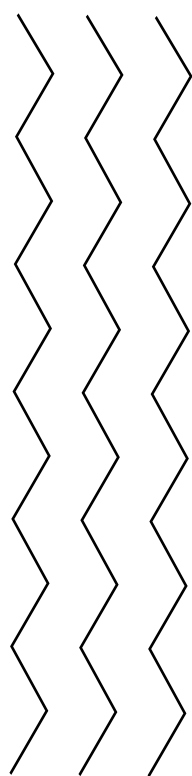
LADOS OPOSTOS CONGRUENTES LADOS OPOSTOS CONGRUENTES
LADOS OPOSTOS CONGRUENTES LADOS OPOSTOS CONGRUENTES
LADOS OPOSTOS CONGRUENTES

4 LADOS CONGRUENTES 4 LADOS CONGRUENTES
4 LADOS CONGRUENTES 4 LADOS CONGRUENTES
4 LADOS CONGRUENTES

LADOS OPOSTOS PARALELOS LADOS OPOSTOS PARALELOS
LADOS OPOSTOS PARALELOS LADOS OPOSTOS PARALELOS
LADOS OPOSTOS PARALELOS

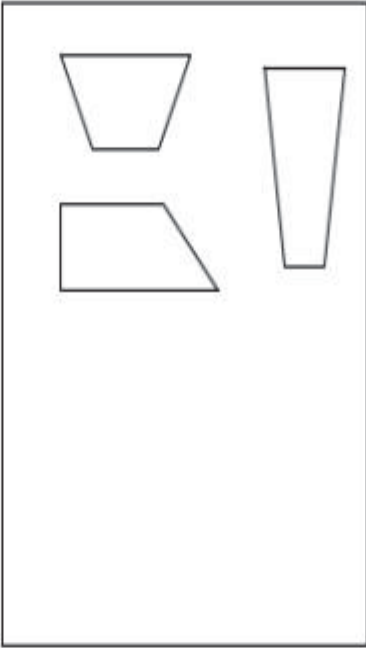
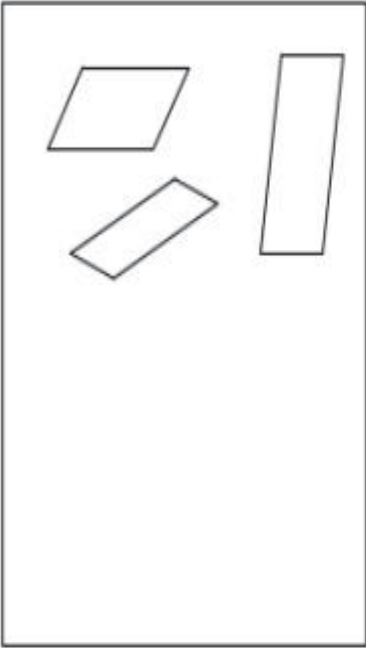
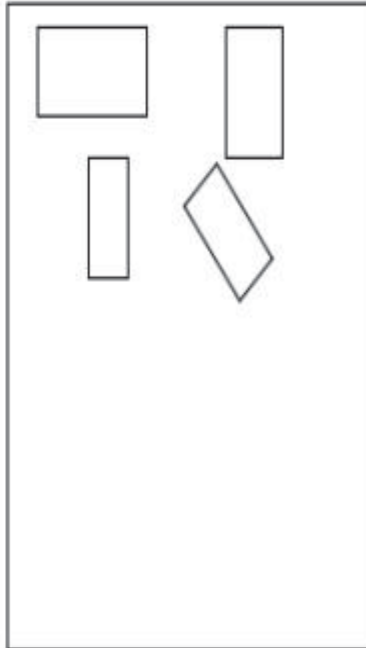
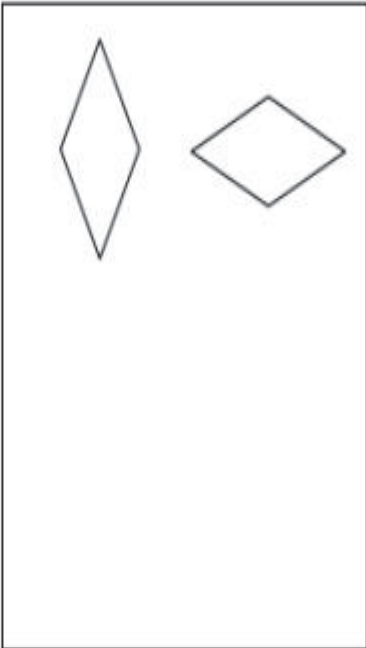
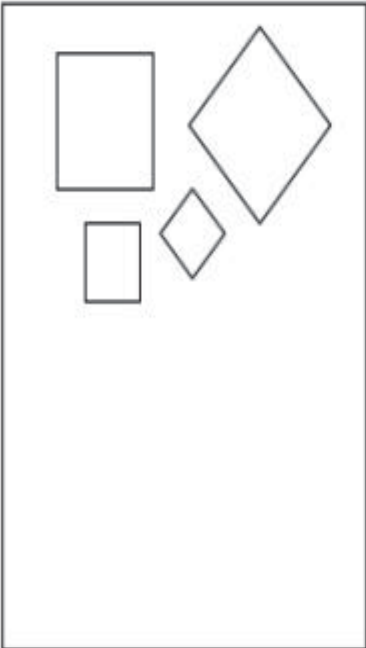
UM PAR DE LADOS OPOSTOS PARALELOS
UM PAR DE LADOS OPOSTOS PARALELOS
UM PAR DE LADOS OPOSTOS PARALELOS
UM PAR DE LADOS OPOSTOS PARALELOS
UM PAR DE LADOS OPOSTOS PARALELOS

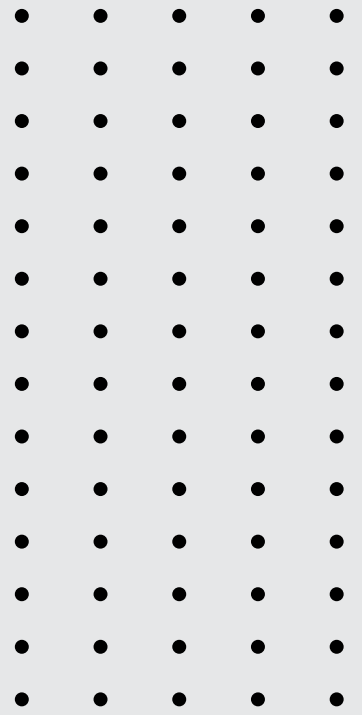
ÂNGULOS OPOSTOS CONGRUENTES
ÂNGULOS OPOSTOS CONGRUENTES
ÂNGULOS OPOSTOS CONGRUENTES
ÂNGULOS OPOSTOS CONGRUENTES
ÂNGULOS OPOSTOS CONGRUENTES



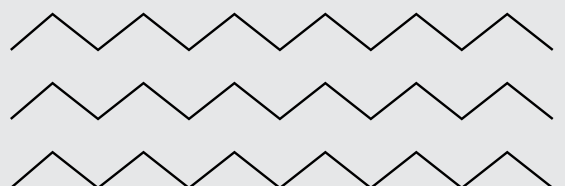
ANEXO E - ATIVIDADE VH4

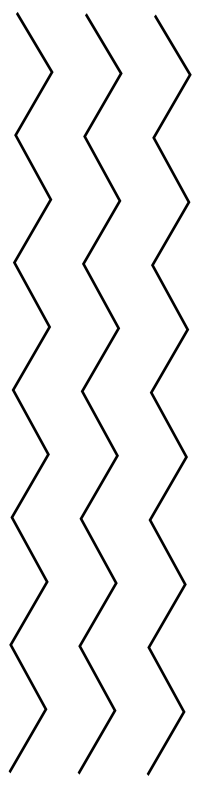
ATIVIDADE VH 4



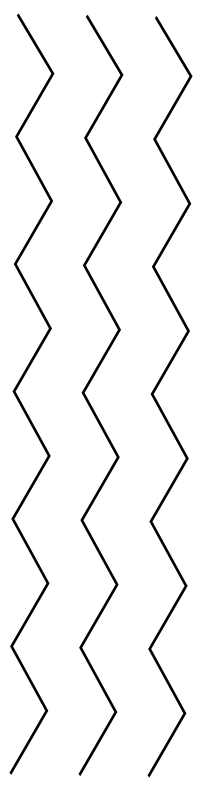
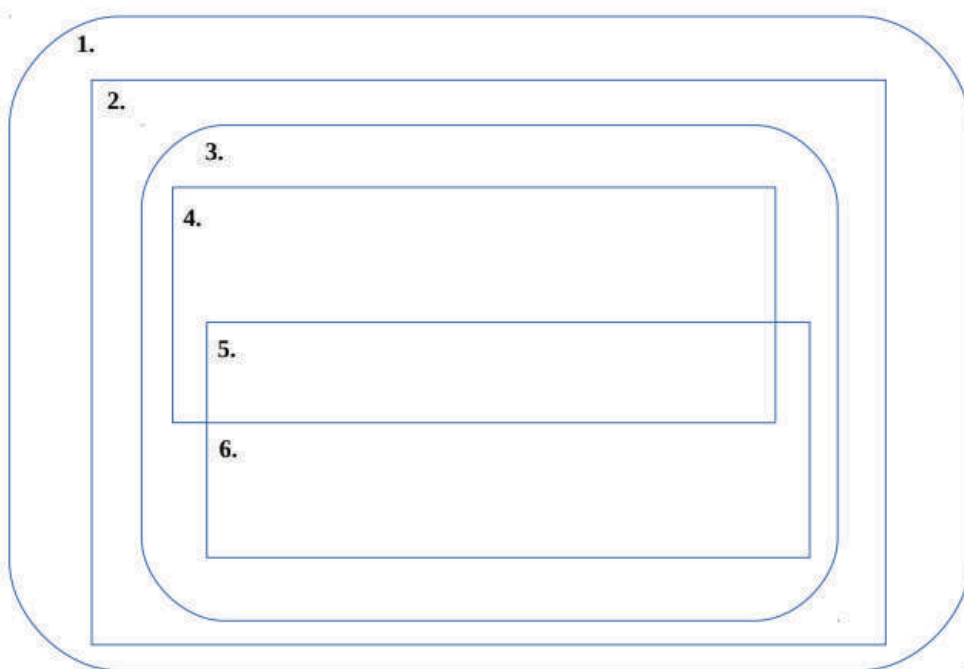


APÊNDICE





APÊNDICE A - ATIVIDADE VH5





ISBN 978-65-88994-29-0
9 786588 994290

EDITORA
phillos.
ACADEMY
WWW.PHILLOSACADEMY.COM

