



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**METODOLOGIAS ATIVAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE
PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA
EM PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO**

SIDNEY LEANDRO DA SILVA VIANA

**Maceió
2020**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

SIDNEY LEANDRO DA SILVA VIANA

R.A: 16111543

**METODOLOGIAS ATIVAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE
PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA
EM PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado para o Instituto de
Matemática.

Orientador: Prof^a Dr^a Claudia de Oliveira
Lozada.

**Maceió
2020**

Catlogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

V614m Viana, Sidney Leandro da Silva.

Metodologias ativas: uma sequência didática sobre probabilidade com enfoque na aprendizagem baseada em problemas no ensino médio / Sidney Leandro da Silva Viana. – 2020.

149 f. il. : figs. color.

Orientadora: Cláudia de Oliveira Lozada.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática.. Maceió, 2020.

Bibliografia: f. 122-129.

Apêndices: f. 130-149.

1. Metodologias ativas de ensino. 2. Aprendizagem baseada em problemas. 3. Probabilidades. 4. Matemática (Ensino médio). I. Título.

CDU: 51: 371.3

FOLHA DE APROVAÇÃO



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA
Fone: 3214-1405 / E-mail: coordenacao.matl@im.ufal.br

DECLARAÇÃO DE NOTA DE TCC

Informamos à Coordenação do Curso de Graduação em Matemática Licenciatura que Trabalho de Conclusão de Curso do(a) aluno(a) **SIDNEY LEANDRO DA SILVA VIANA**, matrícula nº **16111543**, do curso de **MATEMÁTICA LICENCIATURA**, intitulado: **"METODOLOGIAS ATIVAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA ENSINO MÉDIO"**, recebeu da Banca Examinadora a seguinte nota: 9,5 (nove e meio), média obtida a partir das seguintes notas atribuídas pelos componentes da Banca Examinadora:

Profa. Cláudia de Oliveira Lozada (Orientadora): 10,0

Prof. Amauri da Silva Barros: 9,5

Prof. Ediel Azevedo Guerra: 9,0

Maceió, 20 de fevereiro de 2020.

Profa. Cláudia de Oliveira Lozada

Prof. Amauri da Silva Barros
Prof. Ediel Azevedo Guerra

AGRADECIMENTOS

Ser professor é um sonho que carrego comigo desde a minha infância e que por mais que seja um sonho meu, não conseguiria realizar sozinho.

Agradeço primeiramente, aos meus pais por sempre estarem tentando me mostrar as diretrizes corretas da vida para que eu possa crescer e me tornar um ser humano que os encha de orgulho, bem como por nunca se opuserem ao meu sonho. Mainha, a senhora é o meu maior exemplo de ser humano. Meu pai, o senhor é o meu maior herói. Obrigado por tudo.

Devo agradecimentos, também, às mães que a vida me deu e que sempre estão a postos para me aconselhar e dar broncas. Fabíola e Vânia, vocês fizeram parte disso.

Agradeço ao Instituto de Matemática por ter sido o caminho que me levou a realização do meu sonho, através de professores que serviram e servirão como exemplo na minha prática profissional. Em particular, agradeço aos professores Dr. Amauri Barros por ter me apresentado a área de Metodologias Ativas através de nossa pesquisa realizada no PIBIC e a professora Dr^a Viviane Oliveira, por ter me permitido um trabalho inicial com visão para a Base Nacional Comum Curricular, a BNCC.

Além deles, devo imensos agradecimentos à professora e minha *super-orientadora* a Profa Dra Cláudia de Oliveira Lozada, por ter acreditado em mim quando nem eu acreditava mais e por ter sido super paciente nesse último ano. Levarei seus ensinamentos para a vida toda.

Aos meus grandes amigos de vida por sonharem comigo e vibrar a cada etapa superada para essa realização e aos grandes amigos que fiz na caminhada acadêmica, obrigado por mostrarem que num intervalo pequeno de tempo, existem infinitos momentos a serem vividos e sejam bons ou ruins, sempre vão existir pessoas prontas para me acolher e pagar o meu biscoito recheado.

Às pessoas que foram fundamentais na minha vida nos últimos anos e que qualquer agradecimento seria pouco: Bárbara, grande parte dessa realização também é tua, Allice, Isadora, Iza, Juliana, Lara, Lucas, Luiz, Nathália, Nelly, Marcos, Rebeca e meus amigos do T&T, o sol brilha depois da tempestade como vocês sempre me disseram. Gabriela, consegui! Como você sempre disse que eu iria conseguir. Eu amo vocês.

E, por fim, ao companheiro que chegou quase no fim, mas renovou minhas energias e me mostra todos os dias que eu sou capaz e que essa realização é só o começo. Fillipe, sei que escolhi certo em te escolher e de fato é só o começo, garoto.

Obrigado a todos.

Dedico esse trabalho e essa realização aos meus pais e amigos.

As luzes da minha vida. Minha verdadeira família.

Foi por vocês. Por cada um de vocês.

Vocês existem em mim.

“Não importa o que aconteça,

continue a nadar.”

Graham Walters

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABP	Aprendizagem Baseada em Problemas
BNCC	BNCC Base Nacional Comum Curricular
G1	Grupo 1
G2	Grupo 2
G3	Grupo 3
G4	Grupo 4
G5	Grupo 5
G6	Grupo 6
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NASA	Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica
NCTM	Conselho Nacional dos Professores de Matemática
OCDE	Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PEE	Plano Estadual de Educação,
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
RP	Resolução de Problemas

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Princípios das Metodologias Ativas	25
Figura 02 - Etapas para a Resolução de Problemas segundo Polya (1978)	32
Figura 03 - Os passos da Resolução de Problemas segundo Onuchic e Alevatto (2014)	37
Figura 04 - Relação entre os diversos tipos de tarefas	42
Figura 05 - Localização da situação-problema na esquematização de Ponte (2005)	42
Figura 06 - Relação entre a Resolução de Problemas e a Aprendizagem Baseada em Problemas	55
Figura 07 - Considerações dos alunos sobre a compreensão dos conteúdos matemáticos	64
Figura 08 - Considerações dos alunos sobre as atitudes ao apresentarem dúvidas	64
Figura 09 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre a utilização de recursos digitais	65
Figura 10 - Afirmação dos estudantes sobre a frequência da utilização do livro didático	67
Figura 11 - Afirmação dos estudantes sobre a frequência de estudos em casa	67
Figura 12 - Classificação dos alunos sobre o uso de exercícios em sala de aula	68
Figura 13 - Classificação dos alunos sobre o uso de problemas em sala de aula	69
Figura 14 - Considerações dos alunos sobre a utilização de problemas reais em sala de aula	70
Figura 15 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre as dificuldades para resolver problemas	71
Figura 16 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre as dificuldades para entender o enunciado dos problemas	71

Figura 17 – Consideração dos sujeitos de pesquisa sobre a dificuldade em divisão	72
Figura 18 – Consideração dos sujeitos de pesquisa sobre a dificuldade em porcentagem	72
Figura 19 - Consideração dos alunos sobre a formação em matemática ...	73
Figura 20 - Considerações dos alunos quanto as dificuldades em cada situação-problema	81
Figura 21 - Enunciado da primeira situação-problema proposto na aplicação da sequência didática	82
Figura 22 - Quantitativo das considerações feitas pelos alunos sobre as dificuldades e facilidades em cada etapa proposta no quadro 02	84
Figura 23 - Quantitativo sobre as dificuldades e facilidades nas etapas fundamentais para a resolução das situações-problema	85
Figura 24 - Considerações dos alunos sobre as dificuldades para trabalhar em grupo	86
Figura 25 - Quantitativo dos alunos sobre as dificuldades em cada objetivo de estudo	87
Figura 26 - Considerações dos estudantes sobre a compreensão dos conteúdos abordados durante a aplicação da ABP	88
Figura 27 - Avaliação dos alunos sobre o experimento com a ABP	89
Figura 28 - Enunciado do problema 01	91
Figura 29 - Resolução do G4 para a situação-problema proposta	92
Figura 30 - Resolução do G5 para a situação-problema proposta	93
Figura 31 - Resolução do G3 para a situação-problema proposta	94
Figura 32 - Resolução do G2 para a situação-problema proposta	95
Figura 33 - Resolução do G4 para a situação-problema proposta	96
Figura 34 - Resolução do G3 para a situação-problema proposta	96
Figura 35 - Resolução do G5 para a situação-problema proposta	97

Figura 36 - Enunciado da situação-problema proposto no 3º encontro	98
Figura 37 - Resolução do G1 por uma estratégia procedimental	99
Figura 38 - Resolução do G3, mesclando uma estratégia procedimental e discursiva	100
Figura 39 - Aluno expondo a resolução feita pelo grupo	102
Figura 40 - Aluna expondo a resolução feita pelo grupo	103
Figura 41 - Aluno expondo a resolução feita pelo grupo	104
Figura 42 - Grupo discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta	105
Figura 43 - Grupo discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta	106
Figura 44 - Grupos discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 - Competências e habilidades relacionadas a Resolução de Problemas no Ensino Médio	46
Quadro Geral – Descrição da Sequência Didática	75
Quadro 02 - Passos a serem seguidos para a resolução dos problemas propostos pela ABP	77
Quadro 03 – Execução dos passos propostos pela ABP	78
Quadro 04 - Quantitativo de alunos sobre a consideração do nível de dificuldade de cada problema	83
Quadro 05 - Categorização dos erros dos alunos	90
Quadro 06 - Problema proposto no segundo encontro	93
Quadro 07 - Categorização quanto a estratégia escolhida pelos grupos para a resolução das situações-problemas propostas	99
Quadro 08 - Categorização quanto a validação feita pelos grupos	101
Quadro 09 - Competências e habilidades a serem desenvolvidas em cada situação-problema proposta	107
Quadro 10 – Análise do G1 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	111
Quadro 11 – Análise do G2 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	113
Quadro 12 – Análise do G3 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	113
Quadro 13 – Análise do G4 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	114
Quadro 14 – Análise do G5 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	115
Quadro 15 – Análise do G6 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema	116
Quadro 16 – Consideração da execução da ABP por grupo em cada situação-problema	118

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1. TEMA E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA	19
1.1 Delimitação do tema.....	19
1.2 Objetivo geral.....	19
1.3 Objetivos específicos.....	19
1.4 Problema de pesquisa.....	20
1.5 Hipóteses.....	21
1.6 Justificativa e relevância do tema.....	21
2 APORTE TEÓRICO	22
2.1 Metodologias ativas e sua aplicação no Ensino Médio	22
2.1.1 Concepção de metodologias ativas, suas características e tipos	23
2.1.2 As aplicações das metodologias ativas no ensino de Matemática	26
2.2 A Resolução de Problemas como ferramenta de ensino-aprendizagem	29
2.2.1 A Resolução de Problemas segundo Polya	32
2.2.2 A Concepção de Resolução de Problemas e suas etapas segundo Onuchic e Alevatto	35
2.2.3 A Classificação dos Problemas	37
2.2.4 A Resolução de Problemas nos documentos oficiais de Educação no Ensino Médio	43
2.3 A Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Matemática ...	50
2.3.1 Histórico e definição.....	50
2.3.2 A diferença entre Resolução de Problemas e ABP.....	53
2.3.3 Práticas de ensino de Matemática utilizando a ABP	56
2.3.4 O ensino de Probabilidade e sua abordagem por meio da ABP na literatura do ensino de Matemática	60

3.	A Pesquisa Qualitativa: uma Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade Baseada na ABP para o Ensino Médio	62
3.1	Caracterização do objeto e delineamento da pesquisa	62
3.2	Os sujeitos e o contexto da pesquisa	63
3.3	O questionário a priori	63
3.4	A sequência didática: composição e aplicação.....	74
3.4.1.	Descrição da sequência didática	74
3.4.2.	A aplicação da sequência didática	75
3.4.3.	Considerações preliminares: reflexões sobre a aplicação da Sequência Didática	79
3.5	O questionário a posteriori.....	80
3.6	A análise dos resultados do processo de aprendizagem com a Sequência Didática	89
4.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	120
5.	REFERÊNCIAS.....	122
6.	APÊNDICES.....	131

.

RESUMO

Historicamente, muito se discute sobre os métodos de ensino de Matemática, buscando sempre encontrar um método que seja eficiente no processo ensino-aprendizagem. Nesse sentido, este trabalho incentiva a revisão e reflexão das práticas pedagógicas nas aulas de Matemática, apresentando as potencialidades das metodologias ativas como a Aprendizagem Baseada em Problemas, que permitem o desenvolvimento da autonomia dos alunos, contribuindo para a formação do pensamento crítico, tornando-os capazes de resolver os problemas de sua própria realidade. Para tanto, apresentamos uma pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso sobre a aplicação de uma seqüência didática para o ensino de probabilidade na 2ª série do Ensino Médio por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). A aplicação da seqüência didática fundamentada na Aprendizagem Baseada em Problemas demonstrou que é necessário que o professor a aplique com maior freqüência nas aulas de Matemática para que os alunos se familiarizem com esta metodologia. A pesquisa também possibilitou a categorização dos principais erros manifestados pelos alunos na resolução dos problemas propostos e a identificação das competências e habilidades desenvolvidas com a utilização da ABP. Por sua vez, os resultados demonstraram a eficácia da metodologia, bem como evidenciaram que as etapas da ABP na Educação Básica seguem uma dinâmica diversa daquela aplicada ao Ensino Superior, pois se desenvolvem de acordo com as especificidades do perfil do alunado da Educação Básica.

Palavras-chave: Metodologias Ativas. Aprendizagem Baseada em Problemas. Ensino de Probabilidade. Competências e Habilidades.

ABSTRACT

Historically, much has been discussed about the teaching methods of Mathematics, always seeking to find a method that is efficient in the teaching-learning process. In this sense, this work encourages the review and reflection of pedagogical practices in Mathematics classes, presenting the potential of active methodologies such as Problem-Based Learning, which allow the development of students' autonomy, contributing to the formation of critical thinking, becoming able to solve the problems of their own reality. For this, we present a qualitative research through a case study on the application of a didactic sequence for teaching probability in the 2nd grade of High School through Problem Based Learning (PBL). The application of the didactic sequence based on Problem-Based Learning demonstrated that it is necessary for the teacher to apply it more frequently in Mathematics classes so that students become familiar with this methodology. The research also made it possible to categorize the main errors manifested by students in solving the proposed problems and to identify the competencies and skills developed with the use of PBL. In turn, the results demonstrated the effectiveness of the methodology, as well as showing that the stages of PBL in Basic Education follow a dynamic different from that applied to Higher Education, as they develop according to the specificities of the profile of students in Basic Education.

Keywords: Active Methodologies. Problem-Based Learning. Probability Teaching. Skills and Abilities.

INTRODUÇÃO

Na cultura do Ocidente, um dos temas que motiva as mais variadas discussões é o conceito de método. Como afirma Jaeger (1995), essas discussões ressurgem no centro de toda a Filosofia do período clássico: a Filosofia Helênica, com as contribuições de Platão e Aristóteles através de suas reflexões. Segundo o autor (*op.cit*), a compressão do conceito de método diz respeito ao caminho a ser seguido, originário do grego *meta* = atrás, através e *hodós* = caminho e esse termo se refere aos passos apresentados e executados para que se possa atingir algum fim. Sendo assim, se for analisado o sentido etimológico do conceito de método, é bastante pertinente considerar que a Educação tem utilizado o método com uma finalidade, visto que, historicamente, existiram e existem amplos debates para que se alcancem os melhores caminhos que favoreçam a formação do cidadão para uma vivência adequada no âmbito social.

Seguindo os debates acerca das melhores estratégias educacionais, o método de resolução de problemas é visto como um caminho para dinamizar as aulas da disciplina Matemática. Entretanto, essa resolução de problemas vem sendo confundida com a prática de exercícios, que segundo Echeverría e Pozo (1998), se diferencia de um problema devido à sequência de passos que devem ser tomados durante a resolução para que se chegue à solução do problema proposto, considerando que o problema constitui um desafio para o aluno enquanto os exercícios se reduzem a mecanização de procedimentos.

Diante disso, com as constantes transformações que vêm ocorrendo no âmbito educacional, podem ser sugeridas estratégias inovadoras que admitam uma prática docente ética, crítica, reflexiva e transformadora que deem sentido aos conteúdos que são estudados pelos alunos e ultrapassem os limites que são estabelecidos pela prática constante de exercícios, favorecendo, também, o desenvolvimento de algumas das potencialidades de interpretação e argumentação que constituem o pensamento crítico dos estudantes, bem como desenvolver também a autonomia individual em íntima relação com problemas da realidade coletiva social em que o sujeito está inserido.

Fundamentado nessas considerações, o presente Trabalho de Conclusão de Curso discute e apresenta as potencialidades da Metodologia Ativa “Aprendizagem Baseada em Problemas” no ensino do conteúdo de Probabilidade, tendo em vista o desenvolvimento das competências e habilidades que são propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) para a formação de indivíduos críticos, capazes de intervir e conseqüentemente modificar o ambiente em que estão inseridos por meio da resolução dos problemas do seu próprio contexto social, bem como instrumentalizar-se para a tomada de decisões.

Para tal, o trabalho está estruturado de modo a apresentar os conteúdos por meio de quatro capítulos, em que o primeiro capítulo consiste na apresentação do tema e caracterização do problema de pesquisa, bem como a apresentação da hipótese levantada para esse problema de pesquisa, a justificativa, objetivos gerais e específicos e relevância do tema estudado. Já o segundo capítulo consiste na apresentação do aporte teórico que sustentou o desenvolvimento da pesquisa, bem como as discussões sobre os resultados obtidos no estudo realizado.

O estudo em questão está relatado e analisado no terceiro capítulo, apresentando os questionários e a sequência didática que serviram de instrumento de coleta dos dados da pesquisa.

Por fim, o último capítulo do trabalho em questão se resume nas considerações finais que puderam ser feitas após a sua realização, de modo que se pudesse analisar se a hipótese levantada anteriormente foi confirmada ou não e apresentar encaminhamento para futuros estudos sobre o tema de pesquisa.

1. TEMA E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Neste capítulo, será apresentada a estrutura da pesquisa, composta pela delimitação do tema de pesquisa, seus objetivos, a justificativa e relevância do tema de pesquisa, bem como a apresentação do problema de pesquisa que serviu como ponto inicial para que o estudo fosse realizado, se fazendo necessário, também, que seja levantada a hipótese que poderá (ou não) respondê-lo.

1.1. Delimitação do Tema

Esta pesquisa está inserida na linha de pesquisa de “Metodologias no Ensino de Matemática” e abordará o tema “Uma Nova Metodologia no Ensino de Matemática para o Ensino Médio”.

Visando restringir o âmbito de análise do tema, o delimitamos de modo que a mesma tratará de “A Aprendizagem Baseada em Problemas como Ferramenta para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio”.

Sendo assim, a delimitação do tema de pesquisa gerou o título deste Trabalho de Conclusão de Curso que é “Metodologias Ativas: Uma Sequência Didática Sobre Probabilidade com Enfoque na Aprendizagem Baseada em Problemas Para o Ensino Médio”.

1.2. Objetivo Geral

A presente pesquisa tem como objetivo geral verificar a efetividade da Metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com vistas a desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

1.3. Objetivos Específicos

Com esta pesquisa pretende-se:

- Analisar a literatura relativa à resolução de problemas, bem como suas vertentes teóricas e características didático-metodológicas nas aulas de Matemática do Ensino Médio.

- Caracterizar a Aprendizagem Baseada em Problemas e suas implicações para o Ensino de Matemática no Ensino Médio.

- Identificar as competências e habilidades na BNCC relativas à resolução de problemas de Probabilidade na 2ª série do Ensino Médio por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas através de uma sequência didática.

- Categorizar os erros manifestados pelos alunos e as formas de resolução apresentadas após a aplicação de uma sequência didática por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas com foco em Probabilidade na 2ª série do Ensino Médio.

- Analisar a eficácia da Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Probabilidade na 2ª série do Ensino Médio por meio da aplicação de uma sequência didática.

1.4. Problema de Pesquisa

A questão de pesquisa ficou delineada da seguinte forma:

“De que forma as Metodologias Ativas como a Aprendizagem Baseada em Problemas podem contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas com base em atividades que implicam em resolução de problemas contextualizados de probabilidade na 2ª série do Ensino Médio?”

Assim, com esta questão pretendemos demonstrar se as metodologias ativas utilizadas nas aulas de Matemática para resolução de problemas poderão ou não contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades previstas na BNCC especificamente relativo ao conteúdo de probabilidade.

1.5. Hipóteses

Em virtude do problema de pesquisa levantado, elegemos a seguinte hipótese:

- Adotando metodologias ativas nas aulas de Matemática, o ambiente de aprendizagem é reconfigurado, de modo a proporcionar a colaboração na execução das atividades propostas, os recursos didáticos são potencialmente significativos e os alunos tornam-se protagonistas do processo ensino-aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de competências e habilidades, sendo que essas metodologias também constituem um elemento motivador para que os alunos se interessem pelos conteúdos de Matemática.

1.6. Justificativa e Relevância do tema

Em virtude da experiência profissional e dos estudos realizados na área de Educação Matemática durante o Curso de Licenciatura em Matemática, notamos a importância de se ter novas metodologias a serem aplicadas em sala de aula para os alunos do Ensino Médio, fugindo da metodologia tradicional em que o professor “despeja” o conhecimento adquirido em sua formação e os alunos memorizam para repetirem posteriormente, em geral, nas avaliações somáticas.

Assim, imaginamos como deveriam ser os novos ambientes de aprendizagem de Matemática, favorecendo, a partir das interações entre os alunos, o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas que priorizem a capacidade de criar heurísticas considerando-se o formalismo matemático, bem como possam relacionar as estratégias de resolução de problemas com o uso de tecnologias digitais no Ensino Médio, a partir da utilização de problemas com base no cotidiano dos alunos. Dessa forma, contribuir-se-á para o rompimento da concepção de que a Matemática é uma disciplina estática, ensejando a construção da concepção da Educação Matemática Crítica (BORBA e SKOVSMOSE, 2008).

2. APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, serão apresentadas as teorias que sustentam a área de estudo sobre Resolução de Problemas, destacando as potencialidades que podem ser desenvolvidas através da execução dessa metodologia, como sugerem os documentos oficiais a exemplo do desenvolvimento das competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular, tendo em vista, também, os estudos que envolvem as Metodologias Ativas como a Aprendizagem Baseada em Problemas, analisando a origem dessas metodologias e suas vertentes teóricas, além do seu potencial enquanto uma nova forma de prática de ensino para o Ensino Médio.

2.1. Metodologias Ativas e sua aplicação no Ensino de Matemática

Segundo Moran (2015) as metodologias ativas incorporam a participação ativa dos estudantes no seu aprendizado de maneira híbrida, isto é, as metodologias ativas são o resultado de dois ou mais elementos de aprendizagem, que possibilitam uma maior participação dos alunos.

Para se ter uma noção do que é uma metodologia ativa, é oportuno lembrar de um provérbio chinês que diz: “O que eu ouço, eu esqueço; o que eu vejo, eu lembro; o que eu faço, eu compreendo”, que foi dito pelo filósofo Confúcio e tem relação direta com a aprendizagem ativa. Silberman (1996, p. 83), modificou esse provérbio para facilitar a definição linear que se pretende para as metodologias ativas, dando a ele a seguinte redação: “O que eu ouço, eu esqueço; O que eu ouço e vejo, eu me lembro; O que eu ouço, vejo e discuto, começo a compreender; O que eu ouço, vejo, discuto e faço, eu aprendo, desenvolvendo conhecimento e habilidade; O que eu ensino para alguém, eu domino com maestria”.

Essa citação, com a modificação de Silberman (op.cit) resume os princípios dos métodos ativos de aprendizagem. Se em sua prática de ensino, o docente favorecer a mobilização das capacidades de ouvir, ver, perguntar, discutir, fazer e ensinar, ele estará no caminho da aprendizagem ativa, como recomendam Barbosa e Moura (2013).

2.1.1. Concepção de Metodologias Ativas: características e tipos

Mattar (2017) afirma que com a aplicação das metodologias ativas os alunos tornam-se protagonistas no processo de ensino - aprendizagem, e, desta forma, são os principais responsáveis por esse próprio aprendizado. Sendo assim, fica notório que esse processo de ensino-aprendizagem está centrado unicamente no próprio estudante. Embora, a afirmação de Mattar (op. cit) seja recente, é válido acrescentar que a busca por metodologias que fujam do ensino tradicional já é antiga. Paulo Freire, por exemplo, já defendia uma postura mais ativa dos alunos. Segundo os estudos realizados, Freire (1982) chamava de educação bancária esse estudo que segue uma tendência tradicional (para não dizer arcaica) em que os educandos se transformam em vasilhas, que são enchidas de conteúdos pelos educadores que fazem com o que eles memorizem e reproduzam os conteúdos memorizados, quando forem solicitados. Se contrapondo a essa concepção, Freire (1982) traz uma concepção de educação humanista e problematizadora, com a qual se faz necessário ter o seguinte diálogo:

Assim é que, enquanto a prática bancária, como enfatizamos, implica uma espécie de anestesia, inibindo o poder criador dos educandos, a educação problematizadora, de caráter autenticamente reflexivo, implica num constante ato de desvelamento da realidade. A primeira pretende manter a imersão; a segunda, pelo contrário, busca a emersão das consciências, de que resulte a inserção crítica na realidade. (FREIRE, 1982, p. 80)

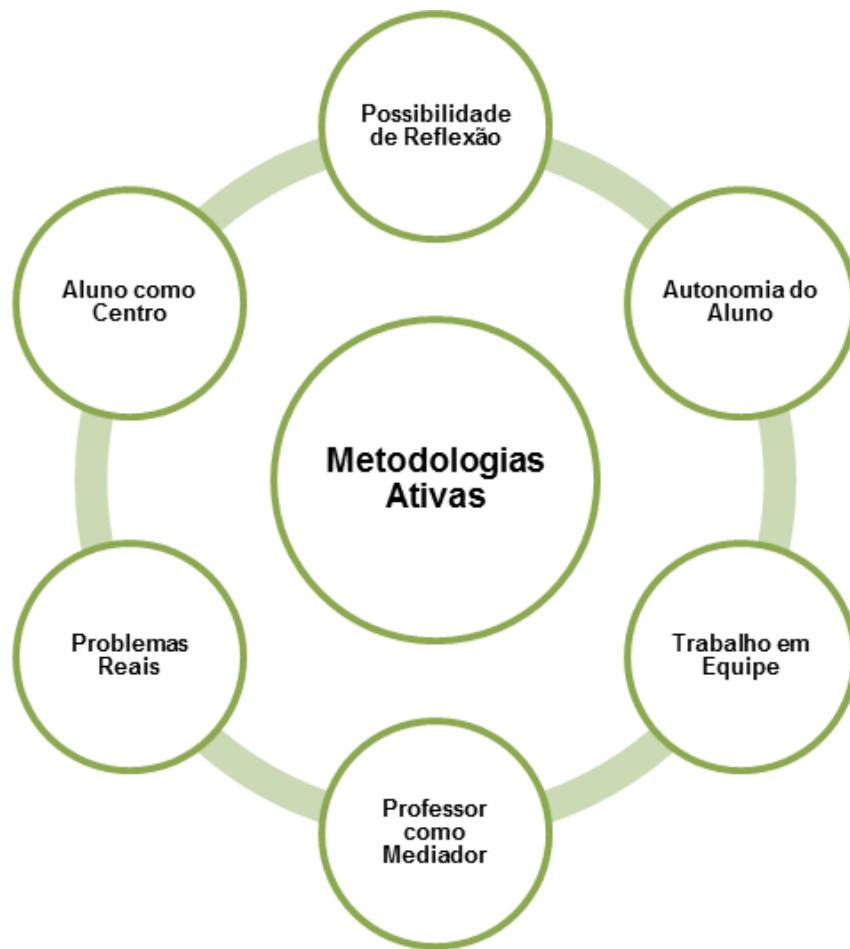
Aliado a esse diálogo, Moran (2015) refere-se a essa imersão de consciências citadas por Freire (op.cit) como resultado da aplicação de “métodos adequados”, que têm por objetivo reduzir a pouca participação dos alunos nas aulas, que causa desinteresse pelos conteúdos abordados pelo professor. Para sustentar essa ideia, Moran (op.cit) afirma ainda que será por meio do docente que a inserção crítica será despertada no aluno. Isto é, Moran (op.cit) orienta que os professores devem promover desafios e atividades que visem mobilizar as potencialidades dos alunos, tais como intelectuais, emocionais e de comunicação.

Para que possamos definir com mais propriedade o que vem a ser Metodologias Ativas, partimos do que definiu Berbel (2011) quando diz que tais métodos:

[...] baseiam-se em formas de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos. (BERBEL, 2011, p. 29)

Diante disso, pode-se chegar a uma conclusão de que a definição trazida por Berbel (2011) corrobora a sustentação de Moran (2015) de que a utilização das metodologias ativas favorece o desenvolvimento da autonomia do estudante no momento em que ele é submetido à atividades que apresentem problematizações de determinadas situações, possibilitando-lhes a liberdade de escolha de estratégias e conteúdos para a resolução dos problemas propostos após uma reflexão, estudo e pesquisa, os quais o aluno poderá trazer novos elementos que não foram considerados pelo professor em seu planejamento, uma consequência do engajamento do aluno, como ressalta Berbel (2011).

Sendo assim, como afirmam Barbosa e Moura (2013, p. 55) “se a prática de ensino favorecer no aluno as atividades de ouvir, ver, perguntar, discutir, fazer e ensinar, estaremos no caminho da aprendizagem ativa”. Além disso, é válido ressaltar que as principais características das metodologias ativas serão colocadas em prática se na prática profissional do docente ocorrer a possibilidade de reflexão sobre problemas que estão presentes no cotidiano dos alunos, em que estes irão desenvolver a autonomia e o trabalho em equipe, e o professor venha a transcender a imagem do professor tradicional e passe a atuar como mediador e orientador do processo de aprendizagem do aluno, sendo este o centro deste processo, conforme sintetizam Diesel, Marchesan e Martins (2016) e está ilustrado na figura a seguir:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 01- Princípios das Metodologias Ativas

É no sentido dessas características que surgem as diferentes formas de manifestação e execução, por parte dos professores, das metodologias ativas, entre elas:

- **Sala de Aula Invertida:** consiste em “inverter eventos que ocorriam tradicionalmente na sala de aula, para que sejam realizados fora da sala de aula” (MATTAR, 2017, p. 18), isto é, através de materiais disponibilizados pelos professores, os alunos passam a construir o seu aprendizado fora do ambiente escolar. Essa metodologia tem sido bastante utilizada em decorrência do processo de avanço tecnológico, já que com o desenvolvimento de novas tecnologias, em especial as que se utilizam de materiais multimídias, como a internet, pode ser encontrada uma variedade de materiais que auxiliem nos estudos. Contudo, Mattar (2017), afirma que a sala de aula invertida se baseia

em quatro pilares: cultura de aprendizagem, ambiente flexível, conteúdo intencional e educador profissional.

- **Instrução por Pares:** surge como consequência da dificuldade de resolver problemas do mundo real. Segundo afirma Mattar (2017), Eric Mazur, professor de disciplinas de “Introdução à Física” nos cursos de Engenharia na Universidade de Harvard, percebeu em 1990, essa dificuldade e, então, decidiu modificar a forma de dar aula, propondo que os alunos conversassem entre si. Logo, a instrução por pares baseia-se em diálogos realizados em pares, para que se veja, em diferentes ângulos, caminhos para resolução de questões propostas no processo de aprendizagem dos alunos.

- **Método do Caso:** é uma metodologia em que os alunos discutem e apresentam soluções para os casos propostos pelos professores (MATTAR, 2017). É um modelo poderoso do que é metodologia ativa, visto que os alunos são transportados e imersos na função de gestores e decisores, e existe a necessidade que eles se posicionem em relação a uma situação real.

- **Aprendizagem Baseada em Problemas e Problemática (ABP):** essa metodologia consiste em fazer com o que os alunos aprendam em pequenos grupos e com professores-tutores, a partir de problemas, para identificarem e resolverem suas necessidades de aprendizagem (MATTAR, 2017).

2.1.2. As Aplicações das Metodologias Ativas no Ensino de Matemática

Como afirmam Souza *et al* (2019), ainda que a disciplina de Matemática enquanto Ciência seja uma das primeiras que têm por objetivo a explicação da existência do ser humano, consequência do fato de ser uma disciplina que está interligada as mais variadas áreas de estudo, há uma necessidade de mudança na forma em que o ensino dessa disciplina está sendo sistematizado nos dias atuais, para que ocorra a desconstrução da visão de que a Matemática é uma disciplina estática e abstrata, repleta de fórmulas que envolvem mais letras do que números e desconectada do cotidiano.

Dessa forma, há a necessidade de encontrar-se um método que torne o processo de ensino - aprendizagem dos eixos matemáticos mais dinâmicos,

buscando vencer as práticas profissionais que dificultem o desenvolvimento adequado dos conteúdos matemáticos e seus conceitos. Práticas essas que, como reforçam Souza *et al* (2019), resultam em altos índices de reprovações (e até mesmo evasões) ou em defasagens que são levadas pelos alunos até o Ensino Superior, relatados por autores como Cury (2005) e Flemming (1999).

É analisando o atual cenário do sistema educacional brasileiro que Peixoto (2016) destaca que a transformação brusca na utilização do método tradicional criticado pelos autores acima, pode trazer resultados não satisfatórios para o docente que se propuser a realizar tal feito, defendendo a importância de se ter a inserção de métodos inovadores de forma gradativa nas salas de aula, como o uso das metodologias ativas.

Atualmente, a inserção dessas novas metodologias tem sido realizada das mais variadas formas visando garantir um dinamismo maior para as aulas de Matemática. Em particular, um dos caminhos para a transformação do ensino tradicional da disciplina de Matemática é a utilização de jogos. Como ressaltam Smole, Diniz e Milani (2007), o trabalho com jogos possibilita ao aluno o desenvolvimento das mais variadas formas de linguagens, bem como trabalha o processo de raciocinar e interagir para transpor determinados obstáculos que surgem no decorrer dos jogos propostos. Além disso, segundo os autores, através dos jogos os alunos podem aprender a ser críticos e desenvolver a sua própria confiança em seus argumentos para defender as suas estratégias enquanto jogador.

Em trabalho realizado em 2014, no Estado de Goiás por bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, o PIBID, na Universidade de Rio Verde, em que foram utilizadas versões de jogos simples adaptados para os conteúdos de Matemática, como o jogo da memória, constatou-se que uma das consequências da execução desses jogos foi o despertar dos alunos para uma visão diferente da que tinham sobre a disciplina de Matemática. Segundo consta no relato de experiência publicado pelas alunas Ana Carolina Stoppa e Elizia Vieira, os alunos participaram ativamente das aulas e conseguiram interiorizar conceitos considerados básicos e fundamentais para o seu próprio saber matemático, além do desenvolvimento das suas habilidades

de trabalhar em grupo, investigar criteriosamente e argumentar, obtendo um resultado positivo nas avaliações bimestrais.

Uma outra metodologia a ser praticada e que serve como estratégia de ensino de Matemática em sala de aula, a Aprendizagem Baseada em Projetos consiste no desenvolvimento do espírito crítico nos estudantes por meio de questões que permeiam as pesquisas, como afirma Bender (2015), que propõe a existência de um diálogo entre as aulas de Matemática e as conexões digitais disponíveis em todo o mundo.

Baseado nisso, Oliveira e Romão (2018) utilizaram essa metodologia ativa para as aulas de função do 1º grau, criando uma relação desse conteúdo matemático com o gasto da energia elétrica mensal e puderam constatar através da construção de gráficos a eficiência da metodologia que tenha por objetivo despertar o alunado para o âmbito da pesquisa, já que através das discussões realizadas em sala de aula sobre a economia de energia, os alunos puderam entender a relação da Matemática com o cotidiano. Além disso, os autores concluem ainda que o método ativo por trás da Aprendizagem Baseada em Projetos é uma proposta executável em sala de aula que proporciona um melhor relacionamento entre os estudantes por incentivar o trabalho coletivo e uma participação ativa a cada passo no projeto, desenvolvendo habilidades não contempladas no ensino tradicional.

Ainda numa perspectiva apresentada pela Aprendizagem Baseada em Projetos, Barberino e Magalhães (2016) apresentam um trabalho em que se busca desenvolver conceitos, interpretação e construção de gráficos no conteúdo de Estatística que compõe o currículo da 3º série do Ensino Médio. Nos resultados obtidos pelos autores, pode-se notar os avanços motivacionais dos alunos ao perceberem o uso da Estatística em várias situações do dia-a-dia, como é realizada a coleta de dados e qual a importância da pesquisa, leitura e interpretação correta desses dados. Para os autores, o uso de projetos no ensino desse conteúdo é um caminho inovador e importante para que o letramento nessa área ocorra de forma natural, aproximando a realidade e o interesse dos próprios estudantes, facilitando, assim, o processo de aprendizagem dos mesmos.

É válido destacar ainda que a execução das práticas que tornem o aluno ativo em seu processo construtivo de aprendizagem só será totalmente proveitosa quando todos os envolvidos estiverem livres dos preconceitos e rejeição ao novo, como sugere Freire (1987 *apud* Paiva *et. al* 2016, p. 147). Tal aceitação do novo (nesse caso das novas práticas metodológicas) será realizado se o aluno for inserido nesse meio o quanto antes. Partindo desse princípio, Moura (2017) sugere a utilização da metodologia ativa “Instrução por Pares” para o ensino de Matemática para os egressos do Ensino Fundamental I, o quinto ano.

Em estudo realizado pela autora, foi analisado como os alunos respondiam a uma nova perspectiva educacional. Nesse estudo foram utilizados como instrumentos de coleta, questionários com professores para comprovar quais formas de ensino eles utilizam em sala de aula, bem como questionários com os alunos para avaliar o nível de conhecimento que os alunos possuem de conteúdos considerados básicos no Ensino Fundamental I. A autora concluiu então, que esse tipo de metodologia mostra-se vantajoso uma vez que desperta a motivação dos alunos para a leitura prévia dos conteúdos da aula, além de possibilitar ao professor o acompanhamento do processo de aprendizagem dos alunos, bem como de se mostrar inclusiva já que nessa metodologia os alunos são comumente instigados a participarem das discussões levantadas em sala de aula.

Desta forma, pode-se constatar a efetividade das práticas educacionais que envolvem as metodologias ativas, ressaltando que nela há o desenvolvimento das potencialidades dos estudantes como também a ressignificação do papel do professor frente às constantes mudanças no âmbito educativo, buscando sempre estar ciente das metodologias ativas existentes e de como deve ser executada, para que ocorra um avanço no processo de aprendizagem do aluno.

2.2. A Resolução de Problemas como Ferramenta de Ensino-Aprendizagem

Como afirmam Lupinacci e Botin (2004):

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O

processo de ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.(LUPINACCI e BOTIN, 2004, p. 05)

É diante desta afirmação que passamos a entender que a resolução de problemas executada enquanto estratégia no processo de ensino-aprendizagem em sala de aula permite aos alunos o desenvolvimento de algumas das suas potencialidades de cognição, como questionar, buscar e comunicar caminhos para que os problemas propostos pelo professor, sejam resolvidos utilizando-se do seu raciocínio lógico e não apenas do uso de regras estabelecidas pelo ensino tecnicista.

Entretanto, como afirma Sousa (2015), percebe-se que nas salas de aula a resolução de problemas tem sido realizada de forma que a autonomia em Matemática a ser desenvolvida pelos alunos não venha a ser estimulada, devido ao fato de que são apresentados problemas rotineiros ou problemas considerados problemas-exemplos e o processo de ensino - aprendizagem torna-se mecânico, e o trabalho tanto do professor quanto do aluno, se fundamenta apenas em ensinar e aprender a realizar cálculos de forma mecanizada.

De acordo com Dante (1991), deve-se propor aos estudantes várias estratégias para que eles possam resolver os problemas propostos pelo docente, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível, isto é, como o próprio autor afirma, cada problema exige uma determinada estratégia. A resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo, reafirmando a definição de resolução de problemas feita por Lupinacci e Botin (2004).

Ao longo da história, para resolver problemas vários filósofos e pesquisadores estudaram e ainda estão estudando ao longo dos anos, as diversas maneiras de resolver problemas utilizando-se de heurísticas. Sócrates, por exemplo, acreditava que o conhecimento necessário para resolver

problemas, o indivíduo já possuía, sendo a resolução deste apenas um exercício de recordação. Ele levava seu interlocutor a descobrir as respostas apenas estimulando-o por meio de diálogo, técnica essa conhecida como “Diálogo Socrático”.

Aliás, em uma análise histórica sobre a inserção da resolução de problemas no currículo de Matemática, Stanic e Kilpatrick (1989) destacam a existência dessa metodologia desde os tempos dos egípcios, chineses e gregos, evidenciando o Papiro de Ahmes, um documento antigo, que data de 1650 a.C. e que consiste em uma coleção de problemas, do qual serviu como caminho para a criação de outros métodos particulares de solução de problemas, como a Regra da Falsa Posição.

Além disso, os autores Stanic e Kilpatrick (1989) afirmam também que a resolução de problemas no âmbito da Matemática ensinada em sala de aula, aparece como consequência da fusão de ideias ligadas a Matemática antiga e que persistem sobre as vantagens do estudo da disciplina e a “uma variedade de acontecimentos que se influenciaram uns aos outros e que ocorreram no princípio do séc. XX” (STANIC e KILPATRICK, 1989, p. 08). Para esses autores, os educadores matemáticos dão destaque ao ensino da metodologia de resolução de problemas devido ao fato de que o estudo dessa disciplina teria como objetivo a melhoria do pensamento dos indivíduos, tendo como pilar os dizeres de Platão sobre os resultados obtidos através dos estudos em Matemática:

Aqueles que são por natureza bons em cálculo são, pode-se dizê-lo, naturalmente argutos em todos os outros estudos, e (...) aqueles que são lentos nisso, se são educados e exercitados nesse estudo, melhoram e tornam-se mais competentes do que eram. (GRUBE, 1974, p. 18 *apud* STANIC e KILPATRICK, 1989).

Seguindo a tendência da afirmação feita por Stanic e Kilpatrick (1989) e tendo em vista os constantes debates acerca das transformações no âmbito educacional, Echeverria e Pozo (1998) afirmam que, independente da reforma que aconteça no sistema educacional, é reconhecida a necessidade de se resolver problemas, bem como a importância de tal atividade por proporcionar o desenvolvimento de habilidades e estratégias para resolver qualquer problema. Além do mais, esses autores reforçam ainda que a solução de problemas deveria

ser um dos componentes obrigatórios nos currículos educacionais de cada área de estudo devido a relação que existe entre essa prática pedagógica e a aquisição de novos procedimentos que irão facilitar o processo de aprendizagem.

Um dos primeiros estudiosos que deu destaque ao campo da resolução de problemas foi o professor e matemático húngaro George Polya, que caracteriza o que é um problema, destacando os pontos positivos do uso dessa estratégia em sala de aula. Além dele, destacam-se os trabalhos realizados e escritos por Norma Alevatto e Lourdes Onuchic, que reiteram a teoria apresentada por Polya, dando destaque aos principais erros realizados pelos professores na execução da resolução de problemas como estratégia de ensino, e que relataremos a seguir.

2.2.1. A Resolução de Problemas segundo George Polya

A palavra “heurística” pode ser definida no dicionário partindo-se dos mais diferentes contextos, seja o contexto da Pedagogia ou até mesmo o da investigação. Na concepção pedagógica, esse termo pode ser definido como “método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar”, já na concepção investigativa, esse termo pode ser definido como “método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema”. Independente do contexto em que esse termo está inserido, observa-se que a heurística tem por objetivo estudar os métodos e as regras da descoberta que levam à invenção.

Sendo assim, como afirma Puchkin (1969), ao considerar as bases lógicas e psicológicas, a heurística visa compreender o processo que se caracteriza como solucionador dos problemas, como as operações mentais envolvidas no processo, sugerindo a existência de um método que serve para a descoberta de verdades científicas como a resposta para a pergunta “como resolver problemas?”.

Um dos pesquisadores de heurística em Educação Matemática, George Polya (1978, p. 86) definiu a heurística como um ramo de estudo “muitas vezes delineado, mas raramente apresentado com detalhes” e caracterizou um

problema como uma situação que estimula o aluno a conjecturar e criar estratégias de soluções favorecendo o pensamento independente do próprio estudante (POLYA, 2006).

Pensamento este que vem sendo complementado ao longo de vários estudos no campo da resolução de problemas, como discute Schoenfeld (1997), que afirma que a resolução de problemas dá a possibilidade para os alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade que os auxiliem nas informações que estão ao seu alcance, tendo assim oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos como também de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança e como finaliza Polya (2006, p. 04) “(...) ao realizá-la, irá adquirir algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer”.

É no contexto de problematização da heurística que Polya (1978) escreve quatro afirmações que visam auxiliar o ensino-aprendizagem de Matemática através da utilização de problemas:

- 1) Monte um esquema, se não puder compreender um problema;
- 2) Caso não consiga encontrar a solução de um problema, utilize o mecanismo de “engenharia reversa”, que consiste em fazer um mecanismo inverso para tentar chegar à solução;
- 3) Se o problema for abstrato, proponha o mesmo problema num exemplo concreto;
- 4) Use o paradoxo do inventor: tente abordar primeiro um problema mais geral, já que o propósito mais ambicioso é o que tem mais possibilidade de sucesso.

Nesse cenário, Polya define a importância de se resolver um problema. Em suas palavras, ele afirma que:

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom “resolvedor de problemas”, tem que resolver problemas. (POLYA, 1978, p. 65)

Além disso, uma heurística apresentada por Polya para a resolução de problemas em seu livro “A Arte de Resolver Problemas” (1978) é a de que a resolução de problemas consiste em cinco etapas que tem por objetivo facilitar a resolução do problema proposto, e são as seguintes:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 02- Etapas para a Resolução de Problemas segundo Polya (1978)

Essa caracterização de Polya (op.cit) em consonância com outros estudiosos como Butts (1997), pode ser complementada pelos estudos realizados por Alevatto e Onuchic (2011, 2014), que reiteram essa classificação afirmando que para uma atividade ser realmente um problema, as estratégias de resolução não podem ser antecipadas pelo professor.

2.2.2. A concepção de Resolução de Problemas e suas etapas segundo Onuchic e Alevatto

Especialistas no campo de Educação Matemática, Lourdes Onuchic e Norma Alevatto partem do princípio de que um problema é “tudo aquilo que não se sabe, mas que se está interessado em fazer” (ONUCHIC e ALEVATTO, 2011, p. 81), sendo necessário que ocorra a motivação por parte do professor para que os alunos possam participar efetivamente das resoluções dos problemas propostos e, desta forma, passem a entender melhor as conjecturas que estão envolvidas no conteúdo abordado.

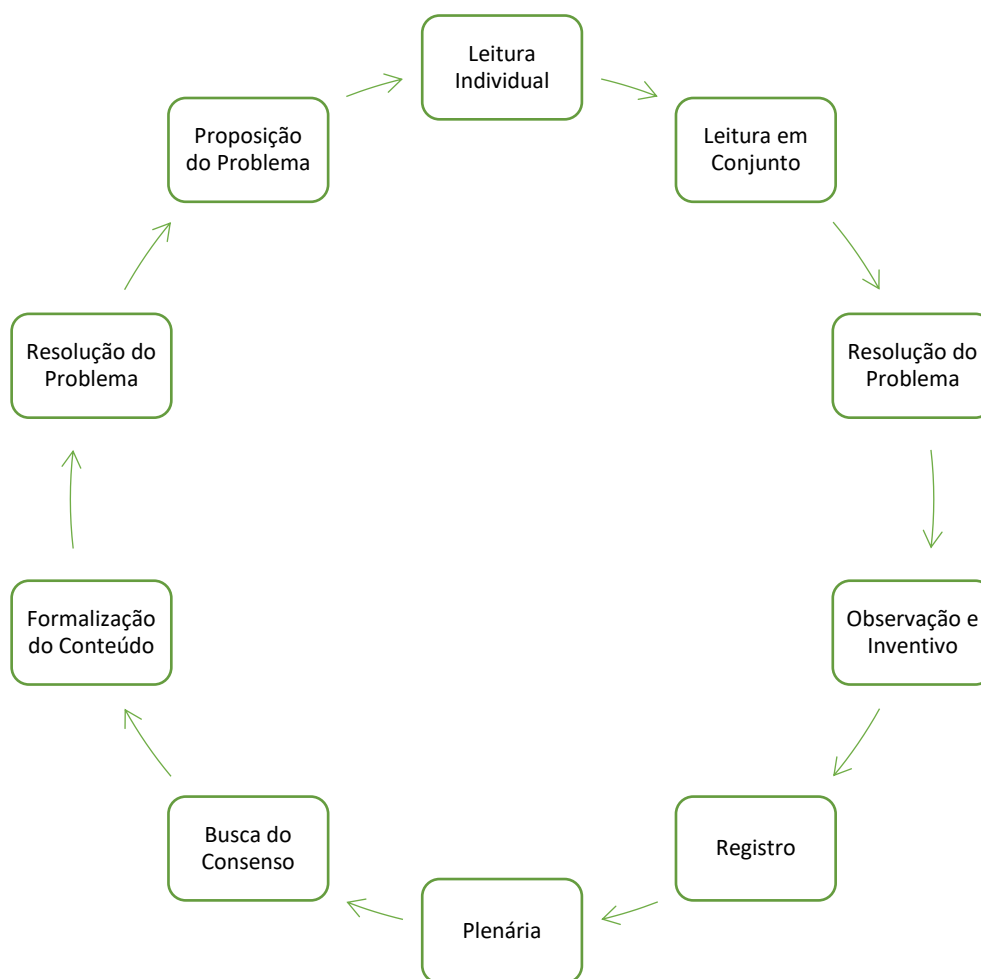
Além disso, como afirmam Leal Junior e Onuchic (2015), cabe ao professor também formular de uma forma mais simples a proposta levada por cada problema, priorizando os conhecimentos prévios adquiridos por eles e as suas potencialidades, que quando forem trabalhadas em conjuntos irão fazer com o que a própria aprendizagem seja constituída por ferramentas próprias de resolução, desenvolvendo a sua autonomia, uma das características das metodologias ativas.

Ainda segundo Leal Junior e Onuchic (2015), essa postura ativa que o aluno desenvolve ao buscar diferentes estratégias de resolução e a postura mediadora adquirida pelo professor neste processo faz com o que a aprendizagem do aluno seja construída numa perspectiva mais participativa, ultrapassando os princípios da resolução do problema por si só, que tem por foco a construção do conhecimento através do ponto de partida dado pelo professor, possibilitando a responsabilidade e a consciência do aluno diante dos objetivos que são pretendidos.

Entretanto, ainda que o ponto de partida para a resolução de problemas seja dado pelo professor, observa-se que existe a necessidade de um processo de formação ainda maior sobre o campo de regência do mesmo, ou seja, o docente precisa dispor de um conhecimento acerca da classe em que está atuando para que não proponha problemas que não correspondem ao contexto social, cultural e político-econômico em que esses alunos estão inseridos, evitando assim, equívocos no planejamento e aplicação das atividades propostas, como diz Onuchic (2015). Pensando nisso, Onuchic e Allevato (2004, 2011) propõem seis princípios sobre a Resolução de Problemas que devem ser ponderados antes de qualquer atividade relacionada à esta metodologia. Segundo as autoras, a resolução de problemas:

- ✓ Coloca o foco da atenção dos estudantes sobre ideias matemáticas e sobre o dar-lhes sentido.
- ✓ Desenvolve um poder matemático nos estudantes, isto é, a capacidade de pensar matematicamente, utilizar estratégias diferentes e convenientes em diferentes problemas, permitindo o aumento da compreensão de conteúdos e conceitos matemáticos.
- ✓ Desenvolve a crença de que os estudantes são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido, aumentando a confiança e a autoestima dos estudantes.
- ✓ Fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os estudantes a obter sucesso com a Matemática.
- ✓ Faz com o que professores que ensinam dessa maneira se empolguem e não queiram voltar a ensinar na forma dita tradicional, sentindo-se gratos com a constatação de que os estudantes desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- ✓ Dá sentido para o alunado aos conceitos e teorias matemáticas, apresentadas pelo professor.

Além desses princípios, as autoras propõem dez etapas que servem como um roteiro que tem por objetivo auxiliar os professores nos seus planos de aula que envolvam o uso da metodologia de resolução de problemas. Com as etapas, Onuchic e Alevatto (2014) afirmam que existe apenas pretensão de fornecer subsídios para a atuação tanto do docente quanto do discente no processo de resolução de problemas, não pretendendo restringir a atividade executada apenas a essas etapas, que estão interligadas como sugere a figura abaixo:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 03 - Os passos da Resolução de Problemas segundo Onuchic e Alevatto (2014)

Ademais, existe a ressalva por parte de Leal Junior e Onuchic de que:

É certo que para o trabalho com essa metodologia, seja necessário que os **sujeitos envolvidos estejam desterritorializados e livres das amarras de certos planejamentos de conteúdos e currículos sequencialmente instituídos para um determinado período letivo**, haja vista que os problemas podem potencializar o estudo e promover uma busca por outro conceito diferente, mas indispensável à situação. (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 964, grifo nosso).

2.2.3. A classificação dos problemas

Naturalmente, o conceito de determinadas situações varia, seja de acordo com o indivíduo, seja pela forma com que o indivíduo vivencia. É baseado nisso, que podemos concluir que um desses conceitos é o conceito de problema, já

que o que pode parecer um problema para determinado indivíduo, pode não parecer um problema para outro.

Dante (1991, p. 09) conceitua problema como sendo “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”. Brolezzi (2013, p. 111) afirma que “problema tem que ser aquele cuja solução imediata não nos vem à mente, ou ainda aquele cujas soluções óbvias estão em geral equivocadas”. Já Pereira (1980, p.54) afirma que "problema é toda situação na qual o indivíduo necessita obter novas informações e estabelecer relações entre elementos conhecidos e os contidos num objetivo a que se propõe realizar para atingi-lo”.

E, por fim, Azevedo (2002, p. 97) corrobora com os autores citados anteriormente colocando que:

Problema, para nós, é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer. Assim, problemas com enunciados, exercícios simples ou complexos ou ainda demonstrações, de qualquer natureza, que não sabemos fazer, constituem-se em problemas.

Para Stanic e Kilpatrick (1989), o termo “problema”, como também o termo “solução de problemas”, tem apresentado uma multiplicidade de significados com o passar dos anos e, embora o termo problema ocupe um lugar central no currículo da Matemática escolar há um bom tempo, é recente a aceitação sobre a ideia de que a capacidade de resolvê-los merece um destaque em especial, sobretudo, porque o PISA (Programme for International Student Assessment) e o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) recomendam a inserção de resolução de problemas nas aulas de Matemática.

Essa multiplicidade de significados descrita por Stanic e Kilpatrick (op.cit) se dá pelos diferentes papéis que o problema exerce. Para os autores, o problema serve como justificativa para o ensino de Matemática, ferramenta que motiva a necessidade do aprendizado de determinados conteúdos, instrumento de desenvolvimento de novas habilidades ou atividade recreativa e atividade de fixação de conteúdos, as chamadas tarefas no âmbito escolar.

Em 1988 foi proposto por Dante em sua tese de livre docência a resolução de problemas nas cinco primeiras séries do primeiro grau, hoje denominado de

Ensino Fundamental I. Para Dante (1988), a resolução de problemas apresenta entre os seus objetivos: fazer o aluno pensar de forma produtiva, proporcionar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, propor um ambiente em que o aluno se sinta preparado para enfrentar novas situações, fornecer ao aluno estratégias e procedimentos que auxiliem na análise e na solução de situações onde se pretende encontrar elementos desconhecidos e dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão comum.

Além disso, baseado no fato de que a Humanidade, durante toda a sua existência se depara com situações em que está sempre sendo desafiada a agir com criatividade, independência e espírito explorador, sendo necessário que os sujeitos sejam preparados para lidar com esses desafios desde os anos iniciais de escolarização por meio de um trabalho mais efetivo com a resolução de problemas, que deve se estender pelos demais ciclos de formação do aluno.

Com isso, Dante (1991) classifica os problemas como problemas de seis tipos, em que o primeiro é classificado como **exercícios de reconhecimento**, que vão ter como objetivo fazer com o que o aluno reconheça um conceito. Já o segundo tipo de problema são os **exercícios de algoritmos**, que segundo Dante (op.cit), seguem um procedimento já estabelecido e que são utilizados os algoritmos das quatro operações no conjunto de números naturais. Um outro tipo de problema trazido por Dante (op.cit) são os **problemas padrões**, que irão exigir a aplicação dos algoritmos já aprendidos sem a utilização de qualquer outra estratégia, como por exemplo, problemas que são apresentados nos livros didáticos após a apresentação dos conteúdos.

Os problemas classificados como **problemas-processo** são o quarto tipo de problema apresentado por Dante (op.cit), e esses problemas são aqueles que envolvem operações que não estão contidas no enunciado, não podendo ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos imediatamente utilizando os algoritmos, pois exigem um tempo de raciocínio e estratégias que levem o aluno à solução, por isso são considerados interessantes. O quinto tipo de problema, segundo o autor, são os problemas de aplicação, que apresentam situações do dia-a-dia e que exigem o conhecimento da Matemática para serem utilizados, também denominados de **situações-problema**; já o sexto tipo são os **problemas de quebra-cabeça**, os quais se

diferenciam por serem envolventes e desafiadores para os alunos, constituindo a Matemática recreativa e sua solução depende de sorte ou da facilidade em perceber algum truque.

Rios (2012) afirma que essa classificação apresentada por Dante (1991), gerou uma crítica ao autor por parte de Lopes (1994, p.34) que diz:

Tais classificações pouco auxiliam os professores na compreensão e exploração das atividades de resolução de problemas e expressam uma visão reducionista no que se refere a objetivos didáticos e educacionais pretendidos pela Educação Matemática.

Entretanto, se por um lado houve críticas às classificações feitas por Dante, Butts (1997) pontua suas classificações para os problemas muito semelhante com as que são apresentadas por Dante.

Para Butts (op.cit), existem cinco tipos de problemas, dentre os quais o primeiro tipo são os **exercícios de reconhecimento**, ou seja, quando é necessário que o aluno reconheça os conteúdos aprendidos, recorde uma definição ou um enunciado, para que consiga começar a resolver o problema proposto. O segundo tipo são os **exercícios algorítmicos** que são exercícios que podem ser resolvidos seguindo um passo a passo, tendo como instrumento de resolução um algorítmico numérico. O terceiro tipo são os **problemas de aplicação**, que são denominados problemas tradicionais, por necessitarem de formulação do problema e utilização dos símbolos através de algoritmos diversos. O quarto tipo são os considerados **problemas de pesquisa aberta** que são aqueles problemas em que o enunciado não necessita de uma estratégia para resolvê-los.

Sobre esse quarto tipo de problema, Butts (1997, p. 35) afirma que “uma das opiniões mais erradas envolvendo problemas de pesquisa aberta é que eles necessariamente se relacionariam com conceitos matemáticos sofisticados.” Segundo o autor, neste tipo de problema, existe a necessidade por parte do aluno de muito mais conhecimento da Ciência, já que a qualidade do desenvolvimento das estratégias utilizadas pelo aluno se dará de tal forma que isso dependa da quantidade de conhecimento que o aluno adquirir, isto é, quanto

mais conhecimento o aluno adquirir, melhor será a estratégia de resolução de problemas.

Ainda segundo Butts (op.cit), deve-se ter o entendimento de que os problemas de pesquisa aberta sugerem uma série de raciocínios mais elaborados, já que não se faz necessário o uso de estratégias que estão de acordo com o enunciado. Diante disso, como afirma Rios (2012), esse tipo de problema tem como principal função o incentivo da conjectura, deixando o cálculo para ser realizado posteriormente e existindo a possibilidade desse tipo de problema de ser aplicado em qualquer nível da Matemática.

O quinto tipo de problema são as **situações-problema**, que também são apresentadas por Dante (1991), só que para Butts (1997), esses problemas não são problemas como apresentado na classificação de Dante (op.cit), mas sim situações em que se exigem a identificação do problema independentemente da situação proposta (contexto), em que achar a solução irá melhorar a situação em questão.

Para Lozada e D'Ambrósio (2018, p. 14), a situação-problema é “constituída por um problema construído com finalidade didática e cria a necessidade de se aprender por meio de elementos reais ou abstratos” e que serve como uma orientação para o processo de aprendizagem, destacando o fato de que nas aulas esse tipo de problema é o mais utilizado.

Além disso, os autores afirmam que a situação-problema também pode ser considerada uma situação de aprendizagem, que, por sua vez, tem por objetivos favorecer desafios, tomada de decisões e possibilitar a reflexão sobre o conteúdo e evolução conceitual, tendo, assim um caminho mais problematizador, explorado pelo próprio aluno através das aplicações dos seus conhecimentos nos mais variados cenários.

Os pesquisadores Lozada e D'Ambrósio (op.cit) apresentam ainda, o esquema de Ponte (2005) sobre a localização das diferentes formas de tarefas matemáticas realizadas em sala de aula pelo professor, levando em consideração o grau de desafio e de abertura, como pode ser esquematizado a seguir:



Fonte: Ponte (2005)

Figura 04 - Relação entre os diversos tipos de tarefas

Baseado nesse quadro e nas definições de situação-problema apresentadas acima, podemos adaptar esse esquema para localizar essa classificação de problemas, como exposto a seguir:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 05 -Localização da situação-problema na esquematização de Ponte (2005)

O esquema adaptado, permite que seja feita a consideração de que a situação-problema pode apresentar um desafio elevado, bem como reduzido e

além disso, pode apresentar-se de forma fechada e de forma aberta, sem que seja perdida a natureza dessa classificação de problema e favoreça os critérios de um ambiente de aprendizagem adequado, que constituem uma situação de aprendizagem, apresentados por Lozada e D'Ambrósio (op.cit).

Independentemente de suas classificações, Rios (2012) afirma que todos esses tipos de problemas servem como auxílio para o aluno na escolha de sua estratégia de resolução, já que o aluno pode perceber qual o tipo de problema que desperta o seu interesse e através deste, desenvolve uma estratégia eficaz para a resolução do problema proposto, dando sentido ao que foi ministrado pelo professor e contribuindo para um aumento do seu próprio conhecimento matemático.

2.2.4. A Resolução de Problemas nos documentos oficiais de Educação no Ensino Médio

Historicamente, a Educação passa por diversas reformas curriculares no seu âmbito educacional, como afirmam Alevatto e Andreatta (2018). Essas reformas são realizadas sobre a justificativa de que ocorra uma melhora no ensino. Em consequência dessas reformas, o ensino na área de Matemática sofre diversas transformações. Baseando-se no mesmo argumento, como afirmam as autoras (2018), o setor educativo no Brasil, vem sofrendo tentativas no sentido de melhoria na área de Matemática desde o Movimento da Matemática Moderna, bastante criticado já que não se tem nenhum registro quanto à participação de professores nesse Movimento e quanto à sua forma de ensinar, que contava com um método sistemático e tecnicista, que as autoras chamam de “excesso de formalização”.

Nessas constantes tentativas de modificar a forma em que o ensino era realizado e acabar com o que foi implantado com o excesso de formalização, emergem os estudos sobre a Resolução de Problemas, que ganha destaque no cenário mundial a partir dos anos 80 (ALEVATTO e ANDREATTA, 2018).

Fundada em 1920, a maior organização de ensino de Matemática do mundo, o Conselho Nacional dos Professores de Matemática, ou basicamente NCTM, apresenta-se como um grande contribuinte nas pesquisas acerca dos pilares que poderiam levar às melhores possibilidades no ensino de Matemática.

Segundo Alevatto e Andreatta (2018), o Conselho foi responsável por listar uma série de recomendações preocupadas em adequar o trabalho escolar a novos docentes, gestores de escolas, organizadores de materiais didáticos e curriculares e pesquisadores.

Primeiramente, as recomendações do NCTM são registradas em três documentos de orientação curricular e tiveram por objetivo a melhoria dos programas voltados para o ensino de Matemática em todos os níveis educacionais, produzindo os “Standards” (NCTM, 2000), que estabeleceu princípios e modelos de conteúdo que descrevem o conteúdo a ser trabalhado e como os alunos devem aprender.

Alevatto e Andreatta (op.cit) afirmam que é importante o destaque ao primeiro padrão do processo indicado pelos Standards, que é a Resolução de Problemas, consolidada nessa publicação como um método para o trabalho do professor em sala de aula. Além delas, outros padrões a serem utilizados são Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação.

No Brasil, em 1997 inicia-se a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, terminando em 2000 com a implantação dos PCNs também para o Ensino Médio (denominado de PCNEM), só que desta vez, dividido em dois volumes. Esses documentos sugerem que os estudantes estejam presentes em um ambiente onde ocorra a possibilidade de pensar matematicamente através do levantamento de ideias matemáticas e que estabeleçam as relações entre elas, desenvolvendo as mais variadas formas de raciocinar e compreender a formalização dos conceitos matemáticos e, se necessário, suas relações com outras disciplinas, ou seja, a interdisciplinaridade.

No que se refere à Resolução de Problemas, os PCNs (BRASIL, 1998) indicam duas perspectivas para a execução dessa metodologia: a primeira, voltada apenas para a resolução de problemas matemáticos e a segunda voltada para as atividades matemáticas. Ou seja, o documento apresenta o posicionamento de que o “conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 39). Nesse sentido, a RP possibilita ao aluno o desenvolvimento de conhecimento e habilidades para

organizar todas as informações que estão disponíveis em seu ambiente escolar, como afirmam Alevatto e Andreatto (2018).

Além disso, segundo esses documentos:

Os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da matemática e do mundo em geral, e desenvolver sua autoconfiança.(BRASIL, 1998, p. 40).

É em 2006, que através das Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) as ideias de correntes metodológicas são retomadas e aprofundadas em termos de novas concepções para o ensino e aprendizagem. De acordo com esse documento:

A primeira concepção dá origem ao padrão de ensino “definição exemplos exercícios”, ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como “exercícios de fixação”. Já na segunda concepção, tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento. (BRASIL, 2006, p. 81).

Apresentando a mesma ideia do que é proposto sobre a RP nos PCNs (op.cit), no Estado de Alagoas, o documento que tem por objetivo conduzir as políticas públicas de Educação à realidade do Estado, o Plano Estadual de Educação, o PEE, cuja vigência de 10 anos acaba em 2025, sugere que a Resolução de Problemas seja trabalhada focada na Educação Ambiental de modo a proporcionar mudanças nas ações dos indivíduos sob o seu contexto social, a partir da mobilização e participação desses sujeitos na resolução de problemas socioambientais, possibilitando o desenvolvimento de processos de ensino e aprendizagem que vão resultar na efetiva transformação social (ALAGOAS, 2015).

Atualmente, o documento vigente que tem por objetivo nortear o professor quanto ao desenvolvimento das potencialidades cognitivas dos alunos é a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que ao direcionar o olhar para a

abordagem com a RP, percebe-se as várias inserções em diversas partes do documento, inicialmente nas chamadas competências gerais e, em seguida, nas competências específicas. Além disso, observa-se que no que diz respeito às habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Fundamental, existem menções à RP nas unidades temáticas **Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística**. A recomendação também aparece para as séries do Ensino Médio. Todas elas indicam a atividade de resolver problemas durante a aprendizagem do conteúdo e após o aluno aprender os conteúdos matemáticos, aplicando o conhecimento na resolução de problemas do cotidiano.

A seguir, para que se tenha uma melhor visualização sobre essas competências e habilidades no Ensino Médio, podemos observar o quadro:

Quadro 01 -Competências e habilidades relacionadas à Resolução de Problemas no Ensino Médio

Competência Específica	Habilidades a serem desenvolvidas
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p>(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p> <p>(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.</p> <p>(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis,</p>	<p>(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de</p>

<p>com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	<p>perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa. (EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a</p>

	<p>estratégias diversas, como o diagrama de árvore.</p> <p>(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.</p> <p>(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).</p> <p>(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</p>	<p>(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.</p> <p>(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5 Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.</p> <p>(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.</p> <p>(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de</p>

	<p>propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p> <p>(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p>
--	---

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Como pode ser visto no quadro acima, as competências e habilidades propostas pela BNCC sugerem que através da Resolução de Problemas os alunos possam desenvolver a construção da concepção da Educação Matemática Crítica que é ressaltada por Borba e Skovsmose (2008), de forma que o desenvolvimento do letramento matemático não seja prejudicado, uma vez que os índices do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, o PISA, tem se mostrado preocupantes.

O Inep em um relatório preliminar sobre a participação dos estudantes brasileiros no PISA em 2018, pode-se observar um contraste dos resultados da forma em que a RP é desenvolvida e executada em sala de aula. Nele, faz-se uma análise sobre a proficiência em Matemática dos estudantes, constatando-se que apenas 0,1% dos estudantes conseguiram demonstrar capacidade de conceituar, generalizar e utilizar as informações com base nas investigações e na modelagem de problemas que não são padronizados, isto é, que fujam dos problemas considerados padrões na classificação de Dante (1991). Se comparado com a meta mínima estabelecida pela Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico, a OCDE, nesse nível, que é de 2,4%, o Brasil aparece muito atrás, sinalizando uma reforma nas práticas utilizadas em sala de aula.

Por outro lado, de modo a ser analisada a capacidade dos alunos de responder questões que envolvam os contextos familiares, o Brasil ultrapassa a meta mínima estabelecida pela OCDE. Segundo os dados do relatório do Inep (BRASIL, 2018), a meta mínima de estudantes capazes de desenvolver essa capacidade estipulada pela OCDE é de 14,8%, o que os estudantes brasileiros representaram no Programa, 27,1%.

Esses dados devem servir como ponto de partida para a mudança no ensino de Matemática, aliando-se com o que sugerem Lozada e D'Ambrósio

(op.cit), em que essas situações-problema devem ser vistas como situações de aprendizagens, que vão possibilitar a tomada de decisões, bem como a reflexão das ações críticas dos alunos.

Tendo em vista a necessidade de mudança na prática do ensino de Matemática, surgem as Metodologias Ativas, que sustentadas pelo caminho de reflexão proposto por Lozada e D'Ambrósio (2018), se mostra como uma alternativa a ser executada em sala de aula de modo a melhorar a visão dos alunos sobre a Matemática e, conseqüentemente, nas avaliações nacionais e internacionais sobre a Educação.

2.3. A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) no Ensino de Matemática

2.3.1. Histórico e Definição

Para que ocorra efetivamente a aprendizagem, deve-se ter ciência que o processo de aprendizagem ocorre de uma forma transformacional, como afirma Pereira (1988). Ainda segundo o autor, esse processo acaba exigindo do professor uma nova compreensão acerca de novos significados sobre o processo de aprendizagem, compreensão esta que surge como consequência da relação feita pelo professor com as experiências trazidas previamente pelos alunos ou experiências que ocorrem no cotidiano da turma em que o docente ministra a aula, permitindo, então, a formulação de problemas que tenham por objetivos estimular, desafiar e incentivar novas aprendizagens.

É nesse contexto que visando auxiliar o discente no processo de construção do conhecimento teórico da disciplina a ser estudada e no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, como afirma Levin (2001), é que surge a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

Sabe-se que durante toda a história do sistema educativo, surgiram várias didáticas e teorias de aprendizagem sob uma perspectiva de contribuir no processo educacional, como o movimento progressista na Educação, que surgiu no final do século XIX. Também conhecido como Escola Nova, esse movimento desenvolveu práticas de ensino que fossem centradas na aprendizagem, tendo o aluno como centro desse processo. Entre os educadores que contribuíram para

esse movimento, pode-se destacar John Dewey (1859-1952), Maria Montessori (1870-1952), Henri Wallon (1879-1962), Célestin Freinet (1881-1966), Lev Vygotsky (1896-1934) e Jean Piaget (1897-1980), que buscaram práticas educacionais inovadoras e que se contrapunham ao modelo tradicional de Educação vigente, como afirma Rocha (1988).

É na perspectiva do educador John Dewey que pode se observar uma grande inspiração para o surgimento da ABP, visto que na teoria pedagógica por ele defendida, a Pedagogia Ativa, é proposto que a aprendizagem deve apresentar-se como consequência dos problemas ou situações que propiciam um ambiente duvidoso ou descontentamento intelectual, e isso se deve ao fato de que segundo Cambi (1999), os problemas surgem das experiências reais em que são problematizadas e estimulam a cognição para que ocorra a mobilização das práticas de investigação e resolução criativa dos problemas.

Dewey acreditava que o estímulo do pensamento do aluno deveria partir de um assunto de natureza não formal, partindo da vivência do próprio aluno, do cotidiano dele, como afirmam Delisle (2000) e O'Grady (2012) que também apontam Dewey como um dos inspiradores da ABP.

Historicamente, o modelo da metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas se expandiu para as escolas de Medicina em todo mundo a partir da iniciativa tomada por um conjunto de professores da Universidade de McMaster, no Canadá, como afirmam Souza e Dourado (2015) no final dos anos 60. Ainda segundo os autores não existem dúvidas da influência de diversos pensadores como Delisle (2000), Savin-Baden e Major (2004), Hillen (2010) e Hill e Smith (2005), que buscaram transformar o ensino e que para isso se propuseram a realizar experiências pedagógicas inovadoras, resultando no que sustenta a Aprendizagem Baseada em Problemas. Esses autores citados anteriormente juntos de O'Grady (2012) são unânimes em confirmar a origem dessa metodologia a partir da experiência na Universidade de McMaster no Canadá, mais especificamente na Faculdade de Medicina, em 1969.

O modelo de ensino proposto pela ABP ganhou grande destaque nos Estados Unidos e nos países europeus a partir de Howard Barrows, que é apontado como um dos principais articuladores da equipe responsável por pensar o currículo do curso de Medicina em 1966, que fora aplicado oficialmente

três anos depois, segundo Hillen (2010). Barrows entendia que para se alcançar os objetivos de desenvolver as capacidades dos alunos de contextualizar os conhecimentos que são adquiridos no âmbito acadêmico de forma teórica, os alunos precisavam também utilizá-lo na sua prática, como afirma Delisle (op.cit).

Segundo Souza e Dourado (op.cit), o sucesso do processo de ensino através da ABP pode ser justificado pelas características peculiares da ABP. Para os autores, a Aprendizagem Baseada em Problemas é um método centrado na aprendizagem, que tem por base investigar para que ocorra a resolução de problemas mais contextualizados e que exige os conhecimentos prévios dos alunos, facilitando o desenvolvimento das competências necessárias ao trabalho profissional, desenvolvendo a capacidade crítica na análise dos problemas e na construção das soluções, desenvolvendo a habilidade de saber avaliar as fontes necessárias utilizadas na investigação, bem como estimula o trabalho cooperativo em grupo.

Ainda segundo esses autores, ao se espalhar pelo mundo passou a ser aplicada nas mais variadas áreas do conhecimento, seja da área de Humanas, em cursos como Geografia e Direito, seja na área de Exatas, como Física e Matemática e até mesmo da Biologia. Também foi adaptada aos mais diversos níveis de Educação, constituindo assim um método bem sistematizado que permitiu aos professores estimular a criatividade dos seus alunos, independente da área que leciona.

Bufrem e Sakakima (2003, p. 353) explicam que os pesquisadores da Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica, a NASA, definiram em 2001, a ABP como:

Uma estrutura de desenvolvimento curricular e um sistema educacional que não visa envolver somente caminhos para a resolução de problemas, mas também um sistema educacional que possibilita um ambiente de sustento para os conhecimentos adquiridos na disciplina e para as habilidades que são básicas, para colocar os alunos como solucionadores de problemas que estão em consonância com a realidade.

Essa definição se sustenta na teoria apresentada por John Dewey de que a inteligência deve ser concebida como um utensílio (DEWEY, 1976), além de descrever as funções da ABP se fundamentando em Norman e Schmidt (1992).

Segundo esses pesquisadores, essa metodologia serve para adquirir o conhecimento factual, domínio dos princípios gerais e conceitos que são transferidos para solucionar problemas. Para resumir o objetivo dessa metodologia, Menita et al (1999) apud Bufrem e Sakakima (2003, p. 354) explicam que “um dos principais objetivos da ABP é que o estudante adquira a habilidade de acesso e uso de informações de forma independente e cujo aprendizado ele levará para a vida toda”. E com isso, destaca que a principal característica da ABP é a apresentação de problemas que ocorrem em determinadas situações em que o aluno se sente curioso a investigar e solucionar.

Quanto ao processo avaliativo na execução dessa metodologia, Queiroz (2012) ressalta a importância do professor tutor em dividir-se entre a avaliação pontual e a processual, considerando a capacidade dos alunos de discutir, contribuir e ser claro ao apresentar próprias ideias para resolver o problema que é proposto em sala de aula e que a partir disso possa classificá-los em uma escala pontual como pede o sistema educacional, para que não se tenha a execução da metodologia de Resolução de Problemas, que é diferente da ABP, como pode ser vista na sessão seguinte.

2.3.2. Diferença entre a ABP e a Resolução de Problemas

Apesar de todo o histórico de surgimento e os objetivos da Aprendizagem Baseada em Problemas, durante as constantes transformações que ocorrem ao passar dos anos no setor educativo essa metodologia é comumente confundida com a metodologia de Resolução de Problemas, se fazendo necessário diferenciar essas duas metodologias para que ocorra a execução correta da ABP.

Segundo Decker e Bouhuijs (2016), um aspecto que se apresenta como fundamental na análise de semelhanças entre essas duas metodologias é o fato de que as duas surgem de forma bastante ativas, em outras palavras, bastante pragmáticas, independentemente dos contextos em que foram originadas. Esses autores afirmam ainda que essas experiências surgem por meio das experiências e crenças de cunho pessoal de educadores que tinham como objetivo modificar o ensino tradicional dominador em todo o sistema educacional.

Nessa linha, Berbel (1998) apresenta que a metodologia de Resolução de Problemas (ou simplesmente problematização) tem como objetivo:

A mobilização do potencial social, político e ético dos alunos, que estudam cientificamente para agir politicamente, como cidadãos e profissionais em formação, como agentes sociais que participam da construção da história de seu tempo, mesmo que em pequena dimensão. (BERBEL, 1998, p.7)

Esse propósito apresentado por Berbel (op.cit) é consistente com as proposições que sustentam a pedagogia crítica que segundo Vila e Vila (2007) possibilita a transformação social através atividades mediatizadas pela realidade em que o aluno está inserido, extraíndo assim, o conteúdo de aprendizagem.

O desenvolvimento de habilidades como o pensamento crítico e aprender a aprender que sustentam a perspectiva construtivista também sustentam a definição dos objetivos da Aprendizagem Baseada em Problemas, que segundo Barrows e Kelson (*apud* PUTNAN, 2001) direcionam os alunos para o desenvolvimento da abordagem sistemática para que se resolva problemas da realidade em que está inserido, da base ampla de conhecimentos integrados que possam ser aplicados nas mais diferentes situações, da aprendizagem autodirigida, além do desenvolvimento de atitudes para trabalhos em equipe e hábitos de abordar um problema mantendo a aquisição de novos conhecimentos a partir da autorreflexão e autoavaliação.

Apesar das constantes semelhanças entre os objetivos das duas metodologias, observa-se que ao fazer qualquer levantamento teórico acerca das mesmas, existem trabalhos de diversos autores que consideram a RP superior a ABP no que se refere no desenvolvimento de resultados, a citar como exemplo Cyrino e Toralles-Pereira (2004, p.785):

A problematização é mais propicia para encorajar os alunos [...] a refletirem sobre a situação global de estudo de uma realidade concreta, com seus conflitos e contradições. Trata-se do estudo da realidade dinâmica e complexa [...]. Ambas ajudam os alunos a reverem seu processo de aprendizagem; todavia, a problematização volta-se com o fito de questionar o quanto determinada experiência mudou a compreensão, a apreensão, as atitudes e o comportamento de cada membro do grupo (alunos e professores), visando à consciência crítica, e não apenas à compreensão dos conceitos e mecanismos básicos da ciência -objeto da ABP. Supera, portanto, o domínio cognitivo do conhecimento.

Dessa forma, pode-se ter noção de que numa relação gênero e espécie, a Resolução de Problemas apresenta-se como a espécie e a Aprendizagem Baseada em Problemas como um dos gêneros dessa metodologia, como ilustrado na figura a seguir:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 06 - Relação entre a Resolução de Problemas e a Aprendizagem Baseada em Problemas

Desta forma, pode-se afirmar que uma metodologia não exclui a outra, mas que se relacionam de tal forma que a Resolução de Problemas serviu como base para os princípios metodológicos da Aprendizagem Baseada em Problemas, dando oportunidade ao professor de comumente utilizar-se de ambas em seu ambiente profissional, já que como afirmam Decker e Bouhuijs (2016), na RP o professor posiciona-se ao lado do aluno para que ocorra o compartilhamento de suas próprias percepções sobre um problema trazido por ele mesmo, requerendo como vem destacar Berbel (1998) a aplicação dos conhecimentos e experiências do professor para o desenvolvimento do processo de aprendizagem do aluno, enquanto que na ABP, o professor atua como um

tutor, estimulando o aluno a encontrar e desenvolver suas próprias estratégias para a resolução de determinados problemas.

Além disso, um outro ponto a ser analisado e diferenciado por ambas as metodologias é a apresentação do problema. Para Freire (1996), na RP a primeira etapa deve servir como condutor para um cenário ou realidade específico, sendo que para o autor, nessa etapa de experiência educativa o aluno irá se confrontar com um problema sem preparação a priori para responder, motivando-o a despertar para a resolução de problema. Freire (op.cit) denomina essa etapa de “visão ingênua”. Em encontro a isso, a ABP consiste em apresentar os problemas de forma em que o problema ainda precise ser definido após a sua apresentação, resultando em uma discussão coletiva sobre o mesmo, dirigindo o foco da atenção dos alunos.

Sendo assim, pode-se notar que apesar dos diferentes caminhos que a RP e a ABP tomam, as duas metodologias apresentam-se as mesmas dificuldades para professores engajados em executá-las, como ressalta Berbel (op.cit). Entretanto, é sempre válido recordar que as duas metodologias compartilham de elementos da aprendizagem ativa e contribuem para o desenvolvimento da autonomia do aluno.

2.3.3. Práticas de Ensino de Matemática utilizando a ABP

Como afirmam Bezerra e Santos (2013), a procura constante de estratégias de ensino que tornem os processos de ensino e aprendizagem práticos é um dos grandes desafios para o docente independentemente da área de estudo. Diante disso, ao longo das constantes mudanças realizadas no setor educacional estão sendo desenvolvidas novas metodologias de ensino, entre elas a Aprendizagem Baseada em Problemas cujas características já foram relatadas anteriormente. É necessário apenas ressaltar que autores como Vernon e Blake (1993), já relataram em suas pesquisas acerca das mais variadas formas de ensino que a forma de se ensinar como é realizada na ABP é a que mais possibilita ao aluno a adaptação com o meio científico.

Além disso, é válido destacar ainda que segundo Bezerra e Santos (2013), escolas como a Escola de Medicina de Harvard (EUA), a Universidade de

Limburg, em Maastricht (Holanda), a Universidade de Newcastle (Austrália) e a Universidade de Novo México (EUA) têm desenvolvido estudos educacionais na área da ABP.

No que se refere ao ensino da disciplina de Matemática, Bezerra e Santos (2013) citam duas correntes pedagógicas de ensino, a qual a primeira se baseia apenas na transmissão de conhecimentos e a segunda permite que o processo de ensino seja mediado por parte do professor e o aluno seja o grande protagonista desse processo, visando a obtenção de uma aprendizagem mais significativa. É nessa segunda corrente que a ABP pode permear as salas de aula da disciplina de Matemática.

Segundo BorochoVICIUS e Tortella (2014) ao serem considerados os aspectos da ABP em disciplinas e cursos que tenham por objetivo o desenvolvimento crítico do alunado, através de discussões e questionamentos realizados em grupos, é coerente a execução da nova prática educacional. Para Rodrigues e Figueiredo (1996), nessa nova metodologia os conteúdos a serem ensinados e aprendidos devem ser identificados por meio de problemas reais ou simulados, que para serem resolvidos farão com o que os alunos recorram ao que já sabem, integrando esses conhecimentos com os conteúdos de outras disciplinas, desenvolvendo uma pesquisa interdisciplinar. Os autores afirmam ainda que essa integração, quando aliada à prática, permite que se tenha uma maior retenção do conhecimento.

Conforme ressaltam Cyrino e Toralles-Pereira (2004), o diferencial da ABP é a exigência do despertar da criatividade do docente, que não deve estar preocupado com **qual** conteúdo que o aluno deve estar aprendendo, mas sim **como** e **por quê** este mesmo aluno aprende. Em particular, no ensino de Matemática, Ribeiro (2008) afirma que uma adoção de metodologia que fuja da prática educacional tradicional que está presente na sala de aula exige, também, uma transformação no papel do corpo de professores e do alunado, se estendendo assim a uma transformação nos processos institucionais e educacionais, como é o caso da Aprendizagem Baseada em Problemas.

Para BorochoVICIUS e Tortella (op.cit), no ensino da disciplina de Matemática a prática educacional do professor no processo de execução da ABP deve se basear em manter as constantes discussões realizadas pelos grupos,

guiando essas discussões para a resolução do problema que é proposto e o docente tão somente deve intervir quando se fizer necessário estimular o raciocínio crítico dos envolvidos através de questionamentos que tem por objetivo a descoberta de possíveis erros de concepções ou possíveis erros de informações, além de descobrir quais os obstáculos dos alunos para encontrar o caminho que é considerado correto para o desenvolvimento das potencialidades cognitivas que sugerem os documentos oficiais de Educação. Segundo esses autores, essa intervenção se dará por meio de uma rápida explicação com exemplos práticos para que brevemente sejam retomadas as discussões pertinentes.

Além disso, é válido sustentar as funções do professor na prática da ABP nas funções apresentadas por Tomaz (2001). Para ele, o professor deve sempre observar e analisar o andamento do que vem sendo realizado pelos alunos através de *feedbacks*. No uso da ABP, Bridges (1992) recomenda que ao dar o *feedback* para os discentes, o professor procure explicitar quais os pontos fortes e fracos do trabalho realizado por eles até então, proporcionando uma maior reflexão sobre o que vem sido produzido.

Em pesquisa realizada no ano de 2014 em uma Universidade do Estado de São Paulo, em salas de aula que abordassem conteúdos de Matemática como juros simples e juros compostos, constatou que a ABP é uma forma mais simples de um método que busca desenvolver o trabalho colaborativo dos alunos, além do desenvolvimento de sua inserção aos problemas da sua realidade, aliando o desenvolvimento também dos conceitos, métodos procedimentais e atitudes por meio dos problemas propostos. Nesse mesmo estudo de campo, os pesquisadores observaram também a necessidade dos professores conhecerem os fundamentos pedagógicos e filosóficos do método em questão para que não o executem sem o conhecimento profundo da relação existente de cada pilar que sustenta a Aprendizagem Baseada em Problemas, considerando, desde a formação dos grupos e a elaboração dos problemas, até o desenvolvimento dos relatórios e avaliações.

Por fim, os autores dessa pesquisa, Borochovicus e Tortella (2014), consideram que, para novas pesquisas seja importante a verificação dos resultados apresentados em avaliações externas, fora do âmbito da pesquisa,

observando, assim a influência do referido método no processo educativo dos alunos que participaram da pesquisa. Entretanto, os autores ressaltam ainda que independente da metodologia de ensino utilizada em sala de aula, a responsabilidade da aprendizagem é, em grande parte, do próprio aluno, mas é na Aprendizagem Baseada em Problemas que esse fator se torna ainda mais nítido.

Seguindo uma vertente de avaliar a potencialidade da ABP sob uma perspectiva geocientífica, Madaime (2018) notou durante a intervenção que serviu como base para a sua tese de doutorado na área de Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Estadual de Campinas, a Aprendizagem Baseada em Problemas, é comumente confundida com a Resolução de Problemas por parte dos docentes que tentam modificar a forma de exercer a sua profissão. Para tal, ao experimentar como os alunos recebem essa nova metodologia, a autora investigou as limitações para a inserção dessa nova forma de ensino.

De acordo com Madaime (2018), as limitações para a execução efetiva da ABP variam desde o espaço físico em que os alunos estão inseridos, reforçando o que já alertavam Enemark e Kjaersdam (2009) acerca do futuro de licenciandos sobre possuir habilidades necessárias para se adaptar ao meio em que forem convocados para instruir durante a sua profissão docente até a falta de autonomia que os alunos do último ano do Ensino Fundamental não possuem. Segundo a autora, essa prática de ensino pode parecer desestimulante para os professores já que ocorre a solicitação dos alunos periodicamente na resolução dos problemas. Ademais, um outro fator crucial para o experimento realizado foi a forma com que os estudantes se organizavam para participarem. Ao ser proposto que se trabalhe em grupo, como sugerem os princípios da ABP, os alunos possuem dificuldades em separar as relações interpessoais para o desenvolvimento do estudo. Todavia, a autora reforça que após os relatos dos próprios alunos, que com insistência conseguem se sentir inseridos nessa prática de ensino, constatou-se que os mesmos conseguem perceber que nessa metodologia ativa eles assumem o papel central no processo de ensino-aprendizagem, tornando-se responsáveis pela construção do seu senso crítico e, conseqüentemente, pela construção do seu currículo enquanto estudante.

2.3.4. O Ensino de Probabilidade e sua abordagem por meio da ABP baseado na literatura do Ensino de Matemática

Como já relatado anteriormente uma das maiores críticas ao método de ensino através da exposição dos conteúdos é a cultura da memorização como destaca o trabalho de Borochovicus e Tortella (2014). É diante das críticas acerca desse método de ensino que surge a necessidade de se ter práticas de ensino que visem desenvolver a autonomia matemática do aluno, autonomia esta que será desenvolvida com a junção de fatores fundamentais para tornar o aluno mais crítico da sua realidade, como orienta a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Segundo Mattar (2017), esses fatores são as práticas pedagógicas impregnadas na instituição de ensino, formação do professor acerca da nova metodologia adotada, além da maturidade do aluno e até mesmo o conteúdo a ser ensinado.

Nesse contexto da aprendizagem, Ribeiro (2018) afirma que o conteúdo de Probabilidade pode contribuir para a formação da matemática crítica na formação do discente, já que nesse conteúdo existe a necessidade de interpretação de informações para que ocorra por parte dos alunos a compreensão de acontecimentos da realidade que estão inseridos, existindo a possibilidade de identificação de possíveis resultados e até mesmo o grau de chances de se ocorrer um resultado esperado, visto que como argumentavam os PCNs: “as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis)” (BRASIL, 1998, p. 52).

Conforme os PCNs voltados para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) um dos objetivos do ensino de Probabilidade para os alunos dessa etapa de escolaridade é desenvolver no aluno a compreensão de que a probabilidade está relacionada a modelos que são úteis para simulação de eventos e medidas de incerteza para a interpretação de um determinado problema, como sustentam Cavalcante, Andrade e Rénier (2016, p. 2):

Componentes como o acaso e a aleatoriedade dão aos conceitos relacionados com a Probabilidade características próprias que requerem um conhecimento didático específico para sua abordagem em sala de aula.

No momento em que ocorre o ensino de Probabilidade em sala de aula, segundo os PCNs (BRASIL, 2002) deve se esperar que exista a possibilidade do alunado:

a) reconhecer a aleatoriedade de fenômenos e eventos naturais, compreendendo a importância desse tema como instrumento para a previsão de resultados,

b) quantificar e fazer previsões aplicadas à vida cotidiana que envolva o pensamento probabilístico e;

c) identificar modelos e problemas que fazem uso de probabilidades

É baseado em toda a literatura de ensino de Matemática que a ABP pode apresentar-se como um dos instrumentos pedagógicos mais eficazes no processo de aprendizagem já que os objetivos dessa metodologia como já citados anteriormente está em consonância com os propósitos estabelecidos em documentos como os PCNs (BRASIL, 2002) e na BNCC (BRASIL, 2018) no que se refere ao ensino dos conteúdos de Probabilidade. Isto é, através das discussões realizadas em sala de aula, a abordagem dos conteúdos de Probabilidade pode apresentar melhores resultados no objetivo de desenvolver competências e habilidades capazes de tornar o aluno crítico da realidade em que está inserido.

3. A PESQUISA QUALITATIVA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE BASEADA NA ABP PARA O ENSINO MÉDIO

Neste capítulo será apresentada a pesquisa qualitativa, identificando os sujeitos e o contexto em que foi realizada, além dos instrumentos utilizados para a coleta de dados, seguindo-se da análise dos resultados.

3.1. Caracterização do objeto e delineamento da pesquisa: metodologia, instrumentos de coleta e análise de dados

Visando alcançar os objetivos gerais e específicos da pesquisa, utilizou-se como tipo de pesquisa a pesquisa qualitativa (MINAYO, 2004), por meio de um estudo de caso, que segundo Ludke e André (1986) permite estudar uma situação singular. Para tanto, como técnica de pesquisa, foi escolhida a observação participante, técnica esta que segundo Moreira (2002, p. 52) consiste em “uma estratégia de campo que combina ao mesmo tempo a participação ativa com os sujeitos, a observação intensiva em ambientes naturais, entrevistas abertas informais e análise documental”.

Seguindo a perspectiva apresentada por Minayo (2004), a intenção das atitudes dos sujeitos incorporados na pesquisa qualitativa, como também as reações consequentes dessas atitudes, podem auxiliar a responder questões particulares, num espaço mais profundo em que essas relações estão estabelecidas, considerando como objetos de estudo, indivíduos pertencentes a um mesmo grupo social.

Como instrumento de coleta de dados da pesquisa utilizamos um conjunto de problemas do conteúdo de Probabilidade que constituíram a sequência didática proposta. Os problemas se basearam nos princípios da ABP que são citados por Rodrigues e Figueiredo (1996) e Tomaz (2001) e foram apresentados após dividir os sujeitos em grupos de até 4 pessoas, obtendo para fins de organização dos grupos de alunos, uma amostragem probabilística, que garante probabilidades iguais para todos os elementos da população a ser pesquisada, considerando que esta não é uma pesquisa quantitativa ou quali-quantitativa.

Além disso, enquanto os problemas estavam sendo propostos, observou-se como os alunos se comportaram durante a aplicação, e em seguida, recolhidas as resoluções, foi feita uma análise das estratégias utilizadas e erros manifestados pelos grupos, buscando compreender o significado aos dados coletados.

3.2. Os sujeitos de pesquisa e o contexto de pesquisa

O universo de pesquisa aqui estudado se refere à uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública situada no município de Maceió, no Estado de Alagoas, sendo composta por um grupo com 20 alunos, que tinham na faixa etária de 16 a 22 anos. O objetivo da pesquisa foi verificar a efetividade da Metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com vistas a desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Durante a aplicação da sequência didática, a professora regente da turma esteve presente em todos os dias da aplicação, auxiliando quando solicitada.

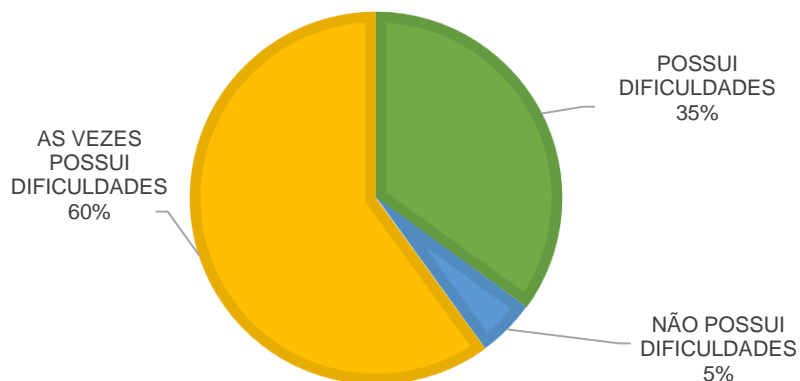
3.3. O Questionário a Priori

A primeira etapa a ser realizada na pesquisa foi a etapa que consistia em conhecer o contexto e os indivíduos a serem estudados. Para tal, aplicou-se um questionário a priori com 16 perguntas, destas, 13 foram designadas com a finalidade de se conhecer e caracterizar o perfil do alunado e as outras 3, a fim de reconhecer os conhecimentos considerados elementares para o desenvolvimento do conteúdo de Probabilidade, como também identificar as habilidades que os alunos possuem para resolver problemas e conceituar termos matemáticos. Nessa etapa, a pesquisa contou com a participação de 20 alunos dos 23 que integram a pesquisa em si.

Num primeiro momento, o questionário indagava se os alunos consideravam ser indivíduos com dificuldades em conteúdos de Matemática.

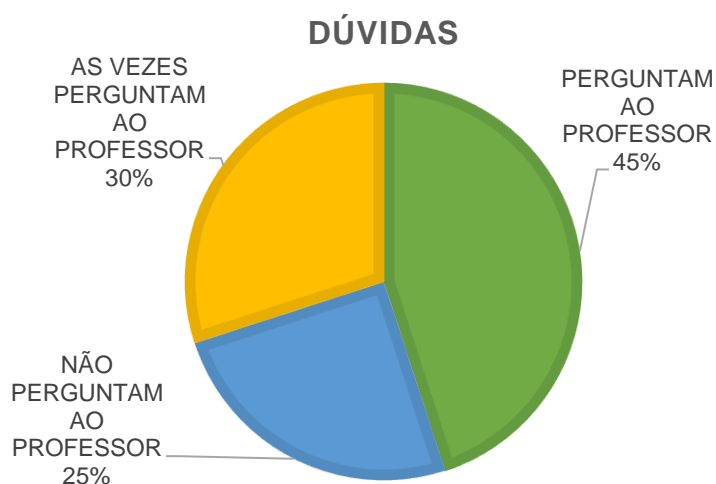
Além disso, perguntou-se se o aluno questionava o professor quando estava com dúvidas sobre o conteúdo. O resultado obtido está nos gráficos a seguir:

DIFICULDADES NA COMPREENSÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 07 - Considerações dos alunos sobre a compreensão dos conteúdos matemáticos



Fonte: Autor do TCC, 2020.

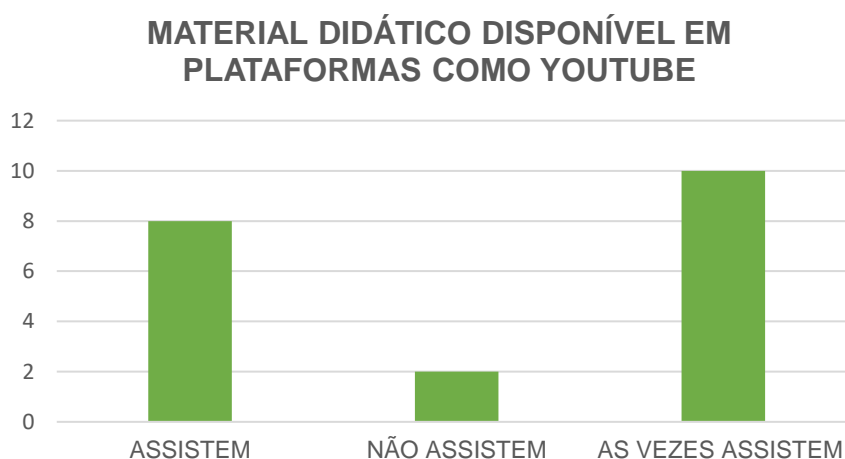
Figura 08 - Considerações dos alunos sobre as atitudes ao apresentarem dúvidas

No primeiro gráfico (fig. 07) podemos observar que 60% dos alunos consideram possuir dificuldades apenas em alguns casos. Todavia, é interessante ressaltar que os dados que são apresentados no segundo gráfico (fig. 08) em que menos da metade dos alunos afirmam que perguntam ao professor quando possuem alguma dúvida na compreensão de conteúdos matemáticos, não muito distantes as opções “as vezes perguntam ao professor” e “não perguntam ao professor”, 30% e 25% respectivamente, refletem a dificuldade que os alunos possuem em iniciar um diálogo que venha a favorecer

o próprio processo de aprendizagem. Essa dificuldade pode ser explicada por diversos fatores que variam de parâmetros culturais ou até mesmo cognitivos que o aluno traz consigo durante o processo de formação escolar.

Com isso, percebeu-se a existência de um obstáculo para a pesquisa, visto que para a aplicação da ABP, é fundamental despertar nos alunos a capacidade de investigar, que se manifestará por meios dos questionamentos, seja aos outros alunos ou ao professor, que agora apresenta-se como o seu orientador de pesquisa, como afirmam Bezerra e Santos (2013).

Na pergunta 3, os alunos puderam responder “sim”, “não” e “às vezes” se utilizam alguma plataforma de estudos, como o Youtube (vídeos com conteúdos de Matemática) para estudar em casa. O resultado obtido está representado no gráfico a seguir:



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 09 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre a utilização de recursos digitais

Como revelam os dados do gráfico, a maioria dos alunos afirma assistir às vezes os materiais didáticos que estão disponíveis em plataformas como o *Youtube*, seguido de um número considerável que afirma assistir, como forma de complementar os conteúdos trabalhados em sala de aula.

Refletindo sobre a influência que o vídeo tem sobre os indivíduos, Moran (1995, p. 28) vem afirmar que:

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não-separadas. Daí a sua forma. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário), em outros tempos e espaços.

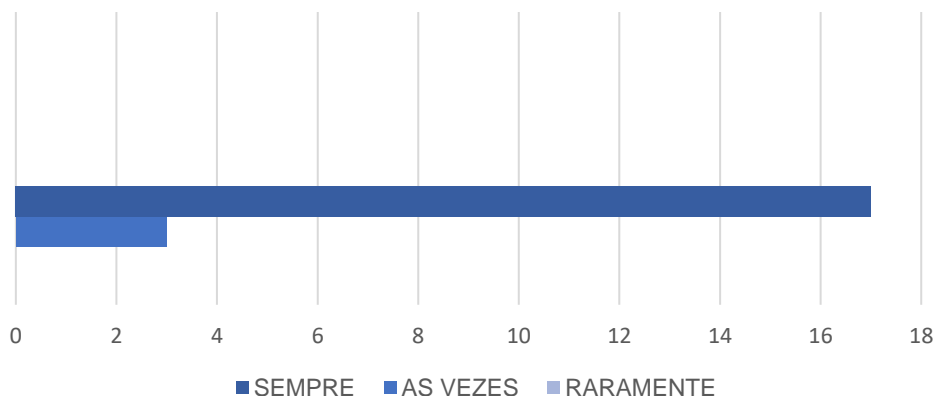
Em outras palavras, Moran discute o poder que o vídeo tem de tornar mais dinâmicas as situações do cotidiano. Em particular, quando aliado com o ensino de Matemática, o vídeo que agora passam a chamar de *videoaula* consegue transpor o conteúdo matemático de forma mais simples e ágil, sem a necessidade de representação completa dos conteúdos matemáticos, como também as formalidades existentes neles.

Baseado nos três gráficos e numa análise mais individual dos questionários aplicados, observa-se que os alunos que afirmam ter dificuldades na compreensão de conteúdos matemáticos, também afirmam ter alguma espécie de característica que os impedem de perguntar ao professor quando surgem as dúvidas e devido a isso, recorrem a uma forma mais simples de entender o conteúdo, como é o caso da utilização das plataformas digitais como o *Youtube*, como instrumento do processo de aprendizagem.

Entretanto, embora os alunos recorram a outra forma de metodologia de ensino, não se deve descartar a importância que o professor possui no processo de aprendizagem. Para tal, o professor deve recorrer as mais diversas estratégias e recursos didáticos, como sugere Souza (2019) e, um dos instrumentos mais frequentes nas aulas de Matemática é o livro didático.

Baseado nisso, perguntou-se da frequência em que o professor utiliza do livro didático em sala de aula (questão 5), bem como a frequência em que o alunado pesquisado costuma estudar em casa, por meio de exercícios extra (questão 6), sem o auxílio do professor. Os resultados obtidos estão apresentados nos gráficos abaixo:

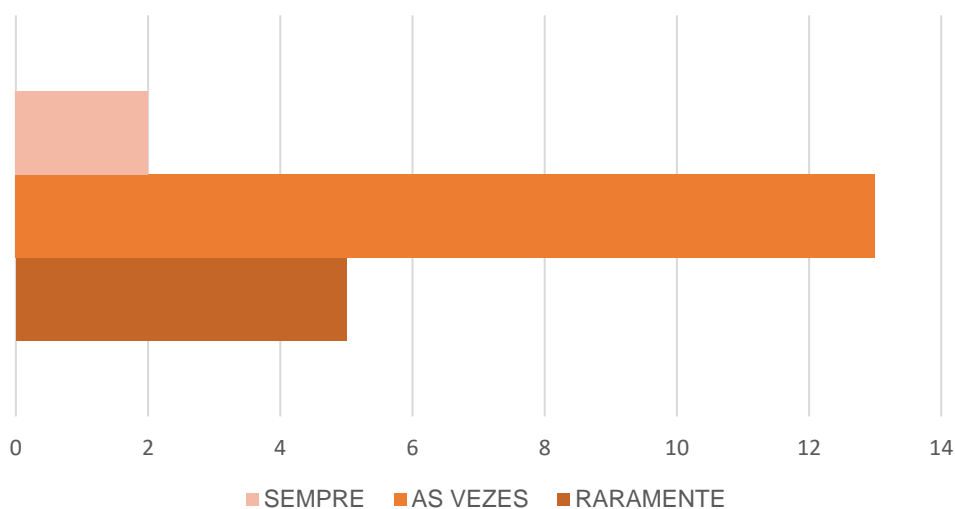
FREQUÊNCIA DO USO DO LIVRO EM SALA DE AULA



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 10 - Afirmação dos estudantes sobre a frequência da utilização do livro didático

FREQUÊNCIA DE ESTUDOS EM CASA



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 11 - Afirmação dos estudantes sobre a frequência de estudos em casa

Sustentando-se no que apresenta a figura 11, pode-se inferir que a maioria dos alunos às vezes estuda em casa, e que apenas 2 deles afirmam que o hábito de estudos em casa é comum, realizando-o sempre, sendo que 5 alunos apontaram como raramente. Sendo assim, considerando um grupo formado por 20 alunos, o quantitativo que raramente estuda em casa pode ser considerado baixo. Além disso, observa-se também um consenso sobre a frequência com

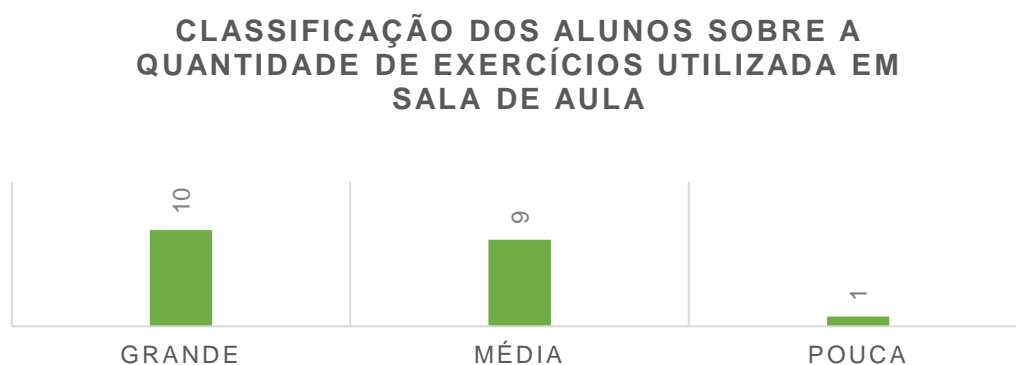
que o professor de Matemática utiliza o livro didático como material pedagógico nas aulas, já que 17 alunos dos 20 entrevistados reconhecem que o professor utiliza sempre, como está registrado na figura 10.

Buscando entender ainda mais sobre a postura do professor que leciona a disciplina de Matemática, os alunos puderam responder sobre a quantidade de exercícios e problemas (questões 7 e 8) que o professor aplica na sala de aula, podendo classificar essa quantidade em pouca, média ou grande. As respostas estão nas figuras 12 e 13.



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 12 - Classificação dos alunos sobre o uso de exercícios em sala de aula



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 13 - Classificação dos alunos sobre o uso de problemas em sala de aula

A análise da classificação feita pelos alunos revelou, então, que o professor consegue estabelecer um equilíbrio na utilização de exercícios e

problemas para fundamentar a prática dos conteúdos abordados. É importante registrar que a maioria dos indivíduos que responderam ao questionário a priori não sabia diferenciar exercícios e problemas e durante a aplicação foi solicitado que fizesse essa diferenciação e, diante disso, a professora diferenciou apresentando um único exemplo de exercício e outro de problema, facilitando na classificação dos alunos.

Além disso, é válido ressaltar que os alunos não consideram como pouca a quantidade de exercícios propostos em sala de aula. Segundo a própria professora, o uso recorrente de exercícios mais práticos é o reflexo da construção de conhecimento que é sugerida pelo próprio livro didático, o que vem a confirmar os dados obtidos na figura 10, sobre a frequência do uso do livro didático em sala de aula. Isto é, quase que um mecanismo automático na prática docente, pois se o livro didático apresenta uma quantidade relevante de exercícios e o professor utiliza sempre o livro didático em suas aulas, então se justifica a quantidade de exercícios propostos nas aulas.

Acerca dos problemas sugeridos em sala de aula, o questionário a priori buscou também identificar se os problemas apresentados pelo professor se relacionam com a realidade em que os alunos estão inseridos (questão 11). Para que pudesse chegar a tal análise, os alunos responderam “sim”, “não” e “às vezes”, como observamos na figura 14:

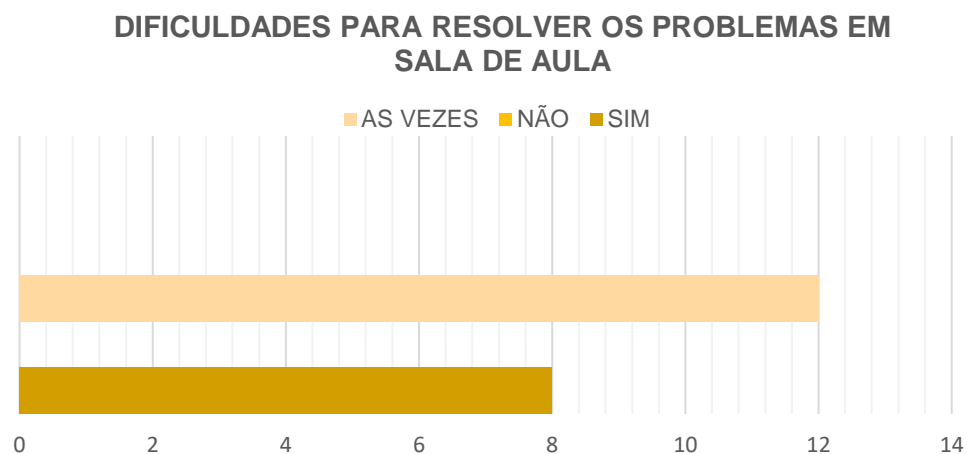


Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 14 - Considerações dos alunos sobre a utilização de problemas reais em sala de aula

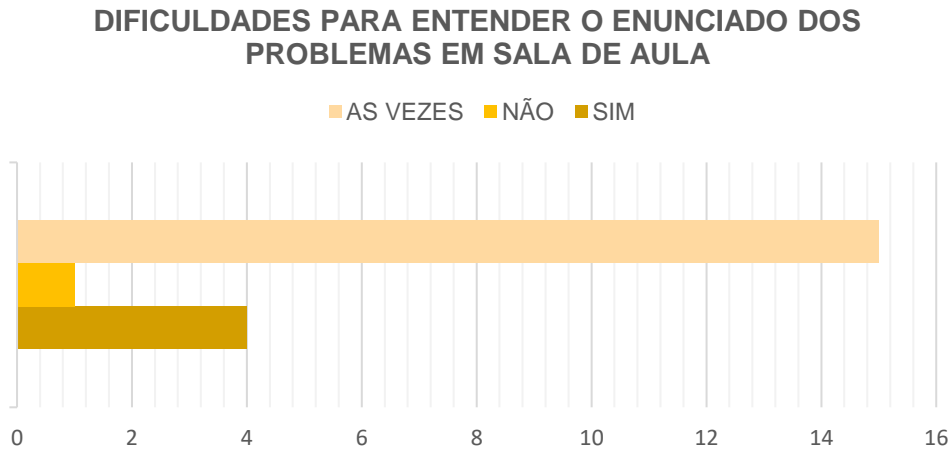
Portanto, como segue dos dados representados acima, 70% dos alunos avaliam que os problemas apresentados em sala de aula estão relacionados com situações do cotidiano, promovendo o desenvolvimento de um indivíduo crítico como propõe a BNCC (2018) e é foco de estudos de teóricos como o Borba e Skovsmose (2008). Além disso, um outro fato a se discutir é que nenhum dos alunos avaliam que os problemas não têm a ver com a realidade, isto é, que os problemas abordados em sala de aula são fictícios, mas que 30% dos alunos não reconhecem a inserção do cotidiano nesses problemas com bastante frequência.

Ainda sobre os problemas apresentados em sala de aula, os alunos puderam identificar se possuem dificuldades no entendimento dos enunciados dos problemas (questão 9), como também se possuem dificuldades na resolução dos mesmos (questão 10). Analisados os questionários, os dados obtidos foram registrados nos gráficos a seguir:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 15 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre as dificuldades para resolver problemas

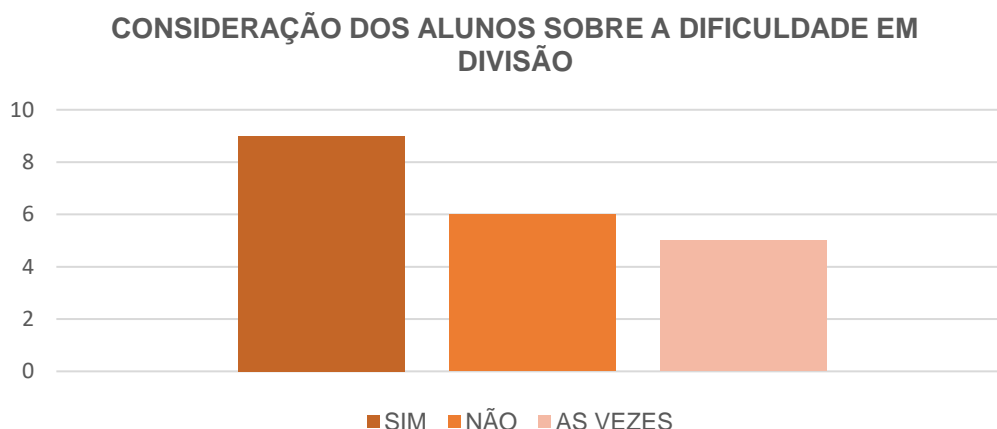


Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 16 - Afirmação dos sujeitos de pesquisa sobre as dificuldades para entender o enunciado dos problemas

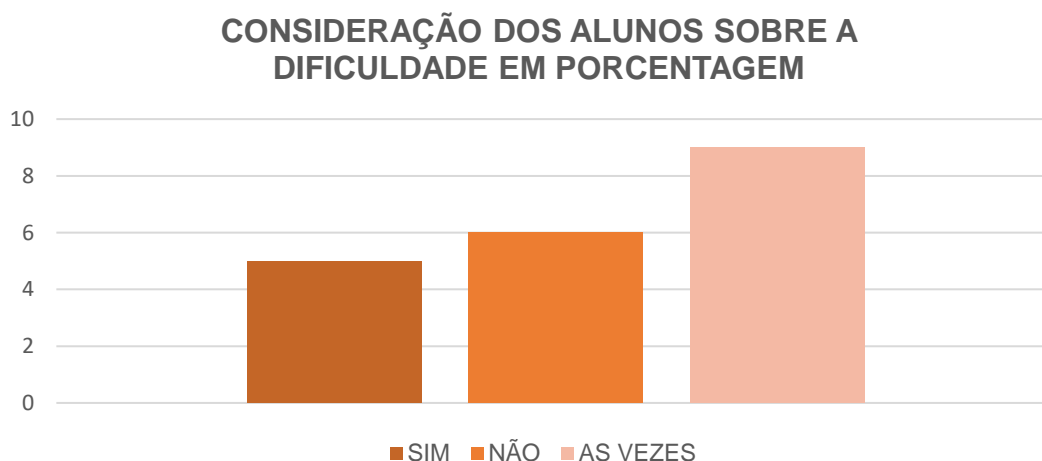
Os gráficos acima são de grande importância para a presente pesquisa, uma vez que um dos objetivos foi a verificação da eficiência da Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino Médio. Para tal, foi preciso constatar previamente as principais dificuldades dos alunos quanto aos problemas para que se possa analisar a resposta dada durante a aplicação dessa nova metodologia e quanto a isso, no que se refere primeiramente a entender o enunciado dos problemas já trabalhados em sala de aula, 4 alunos afirmaram apresentar dificuldades no entendimento, 15 revelaram que às vezes possuem dificuldades e apenas 1 afirmou não apresentar dificuldades. Constatou-se que a dificuldade varia de acordo com o que é proposto no enunciado do problema. Além disso, 12 alunos, afirmaram que às vezes apresentam dificuldades na resolução de problemas e 8 reconheceram que têm dificuldades, o que implica num trabalho mais frequente com resolução de problemas nas aulas de Matemática.

Já de acordo com o que é apresentado e visando saber quais as dificuldades nos conteúdos que sustentam o estudo de probabilidade, o questionário a priori indagou se alunos consideravam ter dificuldades em porcentagem e em divisão (questões 12 e 13). Os resultados obtidos foram:



Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 17 –Consideração dos sujeitos de pesquisa sobre a dificuldade em divisão



Fonte: Autor do TCC, 2020.

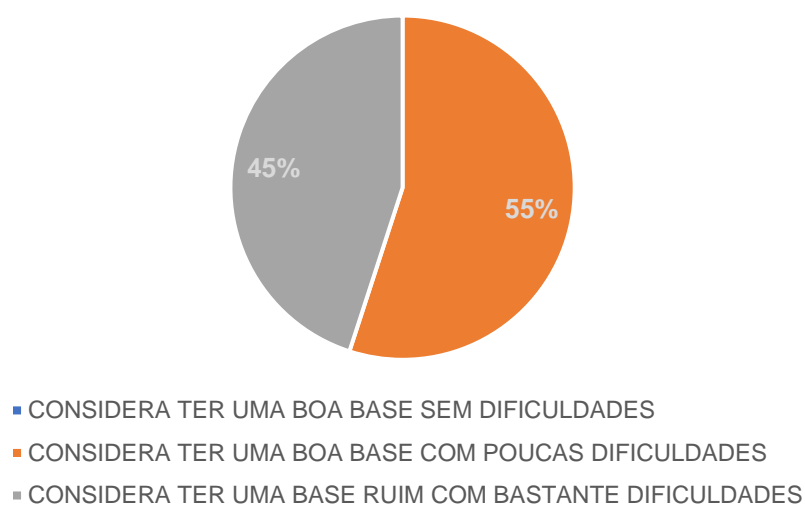
Figura 18 –Consideração dos sujeitos de pesquisa sobre a dificuldade em porcentagem

Os gráficos acima apresentam uma coerência para a pesquisa. Isto é, a mesma quantidade de alunos que dizem não apresentar dificuldades na operação de divisão considera não ter dificuldades ao desenvolver problemas que envolvam o conteúdo de porcentagem. Mas, há um número expressivo que apresenta dificuldades com a divisão, assim como um número expressivo que às vezes apresenta dificuldades em relação à porcentagem. É justificável, tendo em vista que a porcentagem utiliza a divisão e esta ainda é considerada difícil, uma vez que os alunos apresentam dificuldades com seu algoritmo, principalmente com o método prático de divisão e seus múltiplos casos. Então, é necessário observar a formação inicial dos pedagogos que alfabetizam

matematicamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois estes também podem apresentar dificuldades em relação à divisão e, conseqüentemente enfrentarão obstáculos para ensinar esse conteúdo.

Por fim, os alunos tiveram que responder como se sentem com relação à base matemática que puderam formar ao longo de sua trajetória escolar. Os resultados estão representados no gráfico:

CONSIDERAÇÃO DOS ALUNOS SOBRE A BASE MATEMÁTICA QUE POSSUEM



Fonte: Autor, 2020

Figura 19- Consideração dos alunos sobre a formação em matemática

Na figura 19, podemos observar que 55% dos alunos consideram ter uma boa base em Matemática e com poucas dificuldades, enquanto 45% considera ter uma base ruim e com bastante dificuldades, o que espelha os resultados aquém do esperado em Matemática em macroavaliações como PISA, ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica).

3.4. A Sequência Didática: composição e aplicação

3.4.1. Descrição da Sequência Didática

A sequência didática que aqui serviu como instrumento de coleta de dados, é composta por 4 situações-problema, sendo válido ressaltar que nessa pesquisa foi utilizada a classificação de problemas como situações-problemas de Dante (1991), em que se buscou alcançar um ambiente de situação de aprendizagem descrito por Lozada e D’Ambrósio (2018), sem que se perca a natureza da ABP, visto que essa metodologia, com origem voltada para o Ensino

Superior, como relatam Silva *et al* (2015), tende a propor problemas que não podem ser executados no Ensino Básico, se fazendo necessário, na sequência didática proposta, uma adaptação.

Entre as situações-problemas propostas, a primeira tinha por finalidade diagnosticar o entendimento matemático dos sujeitos de pesquisa. As situações-problema abrangiam os seguintes conceitos relacionados ao conteúdo de Probabilidade: Frequência Absoluta, Frequência Relativa, Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis, Probabilidade Condicional, Probabilidade da União de Dois Eventos e Probabilidade da Interseção de Dois Eventos. Na seção dos Apêndices encontra-se a sequência didática e as situações-problema com suas respectivas respostas.

Abaixo, segue um quadro com o detalhamento da descrição da Sequência Didática:

Quadro Geral – Descrição da Sequência Didática

Tipo de Atividade	Tempo Estimado Para Aplicação	Conteúdos Abordados	Conteúdos Matemáticos Envolvidos
Situação-Problema de natureza diagnóstica	1 hora/aula	Frequência Relativa e Probabilidade	Operações fundamentais da Matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão e porcentagem.
Situação-Problema sob enfoque da ABP	2 horas/aula	Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis e Probabilidade Condicional.	Operações fundamentais da Matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão e porcentagem.

Situação-Problema sob enfoque da ABP	1 hora/aula	Probabilidade da União de Dois Eventos e Probabilidade da Interseção de Dois Eventos.	Operações fundamentais da Matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão, Teoria dos Conjuntos, Diagrama de Venn e porcentagem.
Situação-Problema sob enfoque da ABP	2 horas/aula	Probabilidade Geral	Operações fundamentais da Matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Fonte: Autor do TCC, 2020

Além da descrição feita no quadro geral, se faz pertinente também, ressaltar que em todas as aulas os materiais didáticos utilizados foram uma folha contendo a situação-problema proposta, lousa e pilotos, além do fato de que os conteúdos estudados sobre Probabilidade, eram ministrados após a construção das conjecturas sobre esse conteúdo junto às respostas que os alunos deram para cada situação-problema proposta.

3.4.2. A aplicação da sequência didática

A aplicação da sequência didática proposta se deu no período de um mês do ano letivo de 2019, mais especificamente no período do mês de novembro, o que, de certo modo apresentou alguns obstáculos, visto que esse é um dos meses em que os alunos estão se preparando para as provas finais. Além disso, um outro fator que, a princípio, comprometeu a aplicação da sequência didática foi a dispersão dos alunos nas aulas, o que rapidamente era controlado ao ressaltar a importância da participação dos alunos na presente pesquisa. Havia muita conversa paralela durante as aulas regulares e estas se repetiram em algumas ocasiões durante a aplicação da sequência didática. Notou-se que esse tipo de situação por vezes fugia do controle da professora da turma, mas que não caracterizou problemas graves de indisciplina, ficando visível a necessidade de gestão do ambiente de aprendizagem, com a colocação do contrato didático para os alunos para que possam acompanhar e participar das aulas de uma maneira que possibilite efetivamente a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Como está demonstrado no quadro geral acima, pode-se observar a necessidade de conhecimentos prévios para a resolução dos problemas propostos. Isto é, como já pressupõe a ABP em suas características destacadas por Souza e Dourado (2015), o aluno irá recorrer a carga acadêmica que possui para o desenvolvimento de uma estratégia para resolver os problemas propostos na sequência didática, o que se apresentou como um fator negativo para a aplicação dos problemas, já que como revela a figura 19, os alunos não consideram ter uma base boa em relação aos conteúdos matemáticos, bem como afirmam ter dificuldades nos conteúdos de divisão e porcentagem, como está exposto no gráfico das figuras 17 e 18.

Para que os alunos fossem guiados para a resolução dos problemas propostos, foram apresentadas sete etapas que serviram como sete passos para a execução da metodologia. Tais etapas se basearam nos princípios e características da ABP, bem como nas etapas já sugeridas por Bufrem e Sakakima (2003) e podem servir como orientação tanto para o professor, que propõe o problema, quanto para o aluno que irá respondê-lo. Segundo essas etapas, a execução da ABP ocorre da seguinte forma:

Quadro 02 - Passos a serem seguidos para a resolução dos problemas propostos pela ABP

Etapa	Ação	Questões
E1- Leitura e análise do problema	Identificar os dados apresentados pelos problemas, destacando o que não se sabe	<i>Quais são os dados? O que sabemos? O que não sabemos?</i>
E2 - Listagem do que é conhecido	Registrar, com base nos dados identificados, quais os conhecimentos prévios que o grupo possui, questionando e criando as possíveis soluções para o problema	<i>Qual o primeiro passo?</i>

E3 - Descrição do Problema	Descrever o que é desconhecido no problema, destacando quais as possíveis estratégias a serem utilizadas	<i>Como podemos resolver isso? Por quê devemos utilizar esse conteúdo?</i>
E4 - Identificar os objetivos de aprendizagem	Listar as necessidades para resolver o problema como os novos conceitos e princípios que devem ser aprendidos	<i>O que falta para responder ao problema?</i>
E5 - Registrar e executar as possíveis estratégias de resolução	Listar e executar as estratégias que devem ser utilizadas, bem como identificar as fontes, recursos e as ações individuais	<i>Por quê fazer? Quem faz o quê?</i>
E6 - Analisar os resultados obtidos	Discutir sobre os conhecimentos adquiridos, revisar os problemas, identificar os novos problemas que surgiram e testar as hipóteses criadas	<i>O objetivo foi alcançado? O que há de novo?</i>
E7 - Apresentação das soluções e validação	Preparar um registro com as recomendações, estratégias e uma solução apropriada para o problema	<i>Essa é a solução? Por que essa pode ser uma solução para o problema?</i>

Fonte: Autor do TCC, 2020

As etapas descritas no quadro 02 serviram como base para a orientação de quais passos da ABP os alunos deveriam se atentar para que fosse encontrada a resposta correta da situação-problema. Todavia, embora todos os passos da ABP estejam previstos para que se execute a metodologia em sua forma típica, é válido ressaltar que algumas dessas etapas podem ocorrer de diferentes formas: em registro na folha de resposta, de maneira verbal e até mesmo algumas etapas podem ser negligenciadas ou não são consideradas importantes pelos alunos. Diante disso, o quadro abaixo detalha a forma em que essas etapas poderiam ser executadas na aplicação de cada situação-problema.

Quadro 03 – Execução dos passos propostos pela ABP

Situação-Problema	Passos da ABP que devem ser executados na forma de registro na folha de resposta	Passos da ABP que podem ser executados verbalmente	Passos da ABP que podem ser negligenciados e/ou considerados não importantes
Situação-Problema 01	E3, E5, E6 e E7	E1, E2, E3, E4 e E6	E3, E4, E5, E6 e E7

Situação- Problema 02	E2, E3, E5, E6 e E7	E1, E2, E3, E4 e E6	E3, E4, E5, E6 e E7
Situação- Problema 03	E2, E3, E5, E6 e E7	E1, E2, E3 e E4	E4 e E7
Situação- Problema 04	E2, E3, E5, E6 e E7	E1, E3 e E4	E4 e E7

Fonte: Autor do TCC, 2020

No quadro acima constatamos que os alunos apresentaram bastante dificuldades em executar os passos sugeridos para a eficiência da ABP, que estão no quadro 02, principalmente nas etapas E6 e E7, a de apresentação das soluções e validação respectivamente, existindo na etapa E7 a possibilidade dos alunos terem omitido-a, visto que os alunos não estão acostumados com uma metodologia que valorize a etapa de validação das respostas que são apresentadas, fato que, por muitas vezes, é consequência da ausência de formação sobre a execução da metodologia como ABP, como reforça Madaiame (2018), bem como de outros fatores externos inerentes ao ambiente escolar, sendo preciso uma análise detalhada de como se deu a aplicação de cada situação-problema, como pode ser visto a seguir.

3.4.3. Considerações preliminares: reflexões sobre a aplicação da Sequência Didática

3.4.3.1. Aplicação da situação-problema diagnóstica

No primeiro encontro com a turma para ser aplicada a nova metodologia, foram apresentados o estudo a ser realizado, as documentações necessárias para garantir a integridade desses sujeitos de pesquisa, bem como solicitados que se dividissem em grupos, para que então, fosse apresentada a situação-problema “Enquete dos Internautas”, que tinha por objetivo diagnosticar as

principais dificuldades dos alunos no momento em que resolvem problemas, como também as principais dificuldades matemáticas dos mesmos.

Em sua aplicação, é bem verdade que os alunos se mostraram bem receptivos quanto à uma forma mais dinâmica de se aprender, principalmente pelo fato de poderem escolher com quem fariam grupos e devido a isso, a aplicação desse problema se mostrou tranquila, com bastante interação entre os alunos no momento das discussões acerca da resolução da situação-problema.

3.4.3.2. Aplicação da segunda situação-problema

A aplicação da segunda situação-problema, denominada “Contos de Halloween”, proposta pela sequência didática, enfrentou o desafio das aulas de Matemática estarem alocadas para as primeiras aulas da manhã de uma segunda-feira, momento em que os alunos ainda se mostram indispostos a aprender qualquer conteúdo a ser ensinado. Devido a isso, um dos problemas enfrentados foi a má vontade dos alunos em executar os passos propostos nos problemas, o que resultou na execução de apenas dois dos sete passos previstos, como está registrado no quadro 03.

3.4.3.3. Aplicação da terceira situação-problema

A partir da terceira aplicação, a da situação-problema “União de 2 Eventos”, os alunos continuaram a apresentar-se de forma indisposta ao problema proposto. A partir dessa aplicação, os fatores externos ao âmbito escolar começaram a interferir, como por exemplo, as constantes interrupções para avisos da coordenação escolar, bem como a invasão de alunos de outra turma para importunar a turma em questão.

Além disso, por se tratar de uma situação-problema abstrata para os alunos, eles logo mostraram rejeição ao enunciado do problema, não desenvolvendo corretamente as etapas previstas para a resolução da situação-problema.

3.4.3.3. Aplicação da quarta situação-problema

A aplicação da situação-problema do baralho foi a mais difícil entre as quatro, tanto em critérios de comportamento dos envolvidos e dos atores da escola, quanto em critérios de dificuldades apresentadas pelos alunos.

Primeiramente, é válido destacar que a aplicação se deu novamente numa segunda-feira em que os alunos por si só já demonstram indisposição. Além disso, a aplicação se deu na mesma semana de revisão para as provas bimestrais e os alunos estavam bastantes ansiosos e difícil de se comportarem. Como resultado disso, a professora regente da turma colocou um dos alunos para fora da sala, já que ele estava importunando demais.

Quanto à situação-problema, os alunos a rejeitaram por já considerarem difícil pelo enunciado. Devido a essa rejeição, a resolução da situação-problema ficou comprometida e os grupos apenas “chutaram” as respostas, não apresentando a estratégia utilizada que os levou a resposta dada.

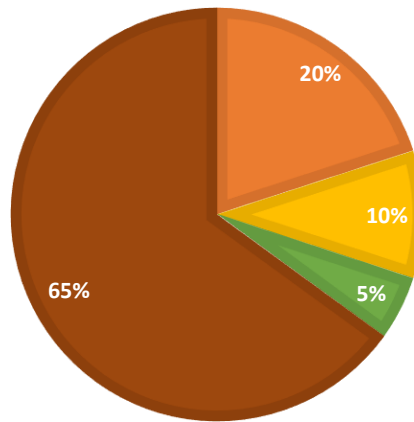
3.5. O Questionário a Posteriori

Após a aplicação da sequência didática, os alunos foram submetidos a uma avaliação acerca da metodologia experimentada, por meio de um questionário a posteriori com 16 questões fechadas. Nesse caso, os estudantes puderam avaliar a execução da ABP, bem como apontar as principais dificuldades encontradas na execução da metodologia em questão, assim como apontar as dificuldades encontradas para resolver os problemas propostos durante a aplicação. Além disso, os 20 alunos que responderam ao questionário a posteriori puderam, também, classificar esses problemas.

Primeiramente, quando questionados sobre qual problema entre os 4 que foram propostos na sequência didática, tiveram mais dificuldades para resolver, os alunos apresentaram as seguintes respostas como ilustra a figura 20 abaixo:

PROBLEMA COM MAIS DIFICULDADES

■ Enquete dos Internautas ■ Contos de Halloween
■ União de Dois Eventos ■ Baralho



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 20 - Considerações dos alunos quanto as dificuldades em cada situação-problema

O gráfico representado na figura 20, revela que os alunos consideraram ter mais dificuldades no problema apresentado na última aula, o que enfocava o baralho. Entre as hipóteses levantadas, pode-se inferir que esse problema apresenta maior dificuldade pelo fato de acontecerem sucessivos eventos que, conseqüentemente, modificam o espaço amostral do problema em questão, como está explícito no enunciado que se encontra na figura 21 abaixo.

De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 21 - Enunciado da primeira situação-problema proposto na aplicação da sequência didática

Quanto ao que consideraram acerca da dificuldade dos outros problemas, vale destacar o percentual de alunos que consideraram ter maior dificuldade no problema “Enquete dos Internautas” que também apresentava frequência relativa que exige conhecimento em porcentagem, e conforme a figura 18, há um número expressivo de alunos que apresentam às vezes dificuldades com porcentagem, o que ficou evidente com este problema proposto. Por sua vez, apresentaram menor dificuldade em relação ao problema da união de 2 eventos, que solicitava que os alunos tivessem entre os conhecimentos prévios para listar e resolver os problemas, o diagrama de Venn. Aliás, esse problema pode ser resolvido com esquemas mais intuitivos, por meio da Aritmética, sem a representação usual da teoria dos conjuntos, o que deixa o aluno mais livre para buscar formas mais simplificadas de resolução, o que ficou evidente pela pouca dificuldade que apresentaram na resolução.

Diante disso, reforça-se a afirmação de Cambi (1999) para o fato de que os problemas estimulam a capacidade de raciocínio dos alunos, mobilizando práticas de investigação para uma resolução criativa dos problemas, não tomando para si apenas uma única resolução considerada correta.

Além disso, as questões 2, 3, 4 e 5 do questionário a posteriori, possibilitaram aos alunos classificar o nível de dificuldade que tiveram em cada problema proposto. A quantidade de alunos que classificaram os problemas segundo o nível de dificuldades, está exposta no quadro a seguir:

Quadro 04 - Quantitativo de alunos sobre a consideração do nível de dificuldade de cada situação-problema

	Nível Fácil	Nível Médio	Nível Difícil
Enquete dos Internautas	03 alunos	14 alunos	03 alunos
Contos de Halloween	04 alunos	13 alunos	03 alunos
União de 2 Eventos	06 alunos	05 alunos	09 alunos

Baralho	02 alunos	03 alunos	15 alunos
----------------	-----------	-----------	-----------

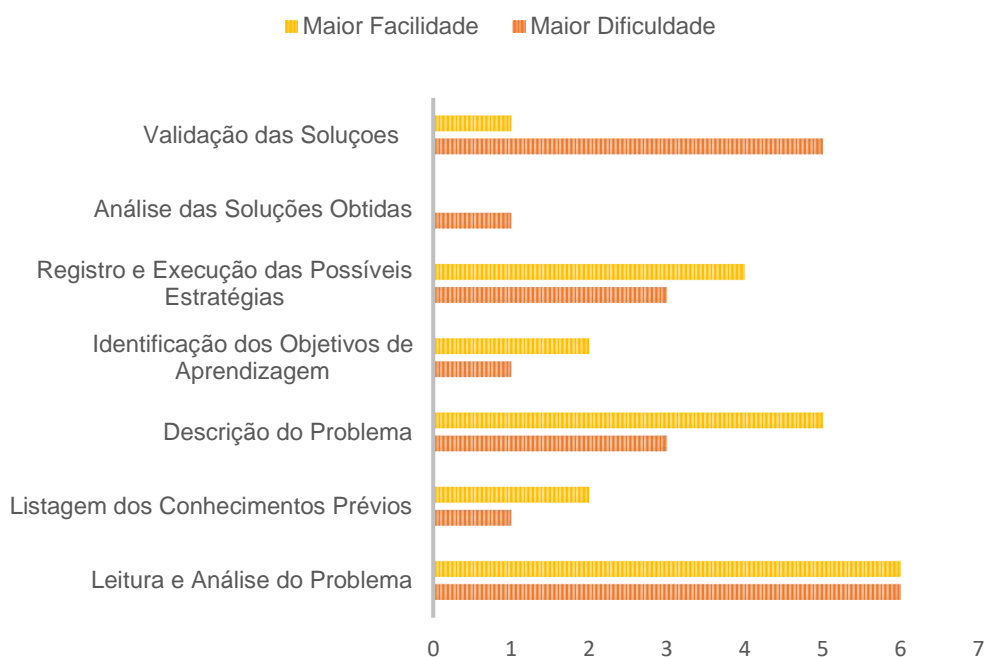
Fonte: Autor do TCC, 2020

Sendo assim, o quadro 04 reforça as considerações feitas pelos alunos acerca de qual problema tiveram mais dificuldades, visto que a quantidade de alunos que consideraram o problema do baralho mais difícil, é bastante superior à quantidade que considera os outros problemas mais difíceis, considerando, em sua maioria os outros problemas – Enquete dos Internautas e Contos de Halloween - como problemas de nível médio. Além disso, como pode ser observado no quadro acima, as considerações sobre o nível de dificuldade do problema proposto na aula de número 3, o problema da união de dois eventos, varia muito entre as quantidades, praticamente se sobressai se somadas as quantidades apontadas como nível fácil e médio com aquelas apontadas em nível difícil, o que justifica também a resposta dada na questão 1 exposta pela figura 16. Isso decorre do fato de que as resoluções para determinados problemas variam de acordo com a estratégia adotada, bem como com as discussões levantadas pelo próprio grupo, como afirma Dante (1991).

Sobre a questão 6, os alunos não responderam, pois, o problema em tiras não pode ser aplicado por conta do calendário letivo da escola, que já tinha outras atividades programadas, como as provas finais.

Ainda no questionário a posteriori (questão 7), os alunos foram questionados acerca de qual etapa (ou passo) eles sentiram mais dificuldade e facilidade (questão 8) na execução da ABP. É válido ressaltar, aqui, que as etapas consideradas pelos alunos, foram as que estão expostas no quadro 02, sendo apresentadas. O gráfico a seguir revela quais as maiores dificuldades e facilidades encontradas pelos alunos ao resolver os problemas:

ETAPAS PARA A RESOLUÇÃO DAS SITUAÇÕES-PROBLEMAS: CONSIDERAÇÕES SOBRE AS DIFICULDADES E FACILIDADES



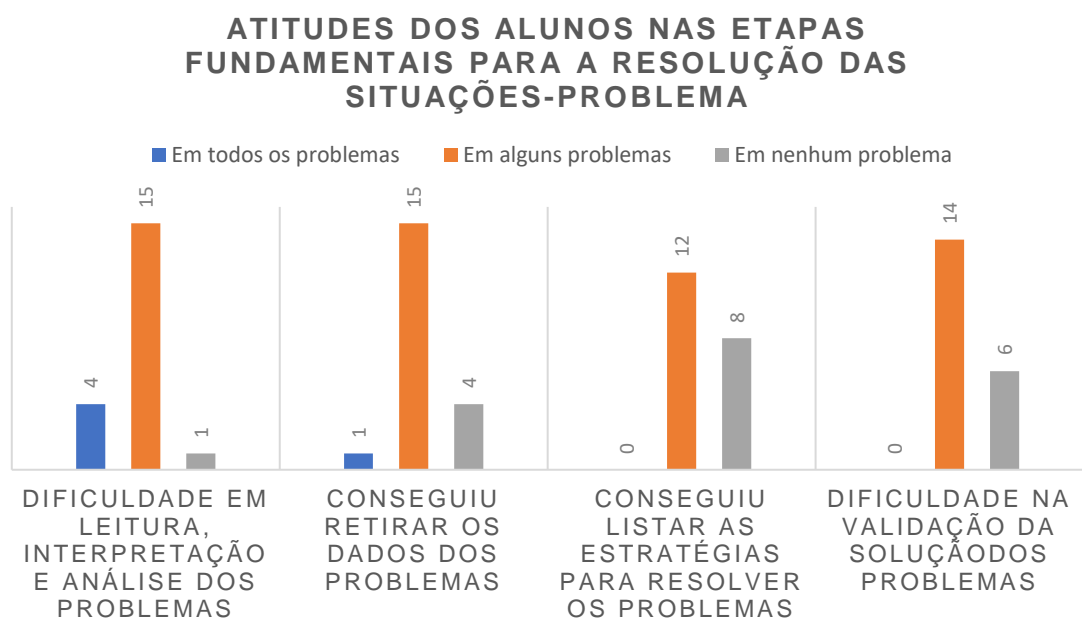
Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 22 - Quantitativo das considerações feitas pelos alunos sobre as dificuldades e facilidades em cada etapa proposta no quadro 02

Desta forma, infere-se pelas respostas que apontaram o mesmo quantitativo para dificuldade e facilidade na leitura e análise do problema a dissociação que os alunos costumam fazer entre leitura e interpretação do problema. Para aqueles que apontaram facilidade para a leitura e análise do problema, infere-se que consideram apenas o ato mecânico de ler, sendo que o mesmo quantitativo que apontou como dificuldade, deve ter associado à questão da interpretação do enunciado do problema.

Ademais, observa-se, segundo o próprio gráfico da figura 18, que a etapa de análise das soluções encontradas após a execução das estratégias adotadas não foi considerada como a etapa em que os alunos consideram ter maior facilidade, mas também não é a que possui maior dificuldade. Tal fato se explica porque durante a realização do estudo essas etapas se misturaram em uma única etapa: a de validação. Ou seja, os alunos faziam a análise das soluções

obtidas, ao mesmo tempo que validavam e apresentavam as soluções corretas. Devido a isso, no questionário a priori, os alunos foram indagados sobre a dificuldade na execução de quatro etapas consideradas fundamentais para a resolução dos problemas propostos. Os resultados obtidos estão expostos no gráfico a seguir e se referem às questões 9, 10, 11 e 12 do questionário a posteriori.



Fonte: Autor do TCC, 2020

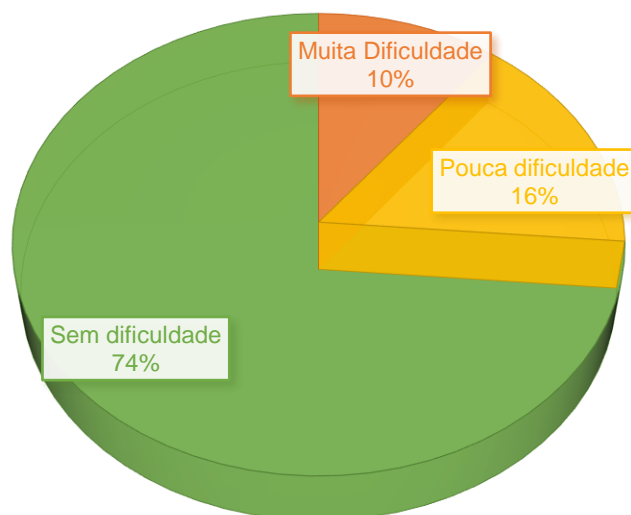
Figura 23 - Quantitativo sobre as dificuldades e facilidades nas etapas fundamentais para a resolução das situações-problema

Sendo assim, o gráfico da figura 23 nos permite conclusões mais evidentes sobre como os alunos se portaram nas etapas fundamentais para resolver os problemas propostos. Ou seja, a partir do gráfico acima, conseguimos confirmar a dificuldade dos alunos em ler e analisar algumas das situações-problema propostas, bem como validar as respostas encontradas, destacando que, no gráfico acima revela que na etapa de validação, 6 alunos afirmam ter conseguido validar a solução de todos os problemas.

Além disso, pode-se observar também por meio do gráfico que os alunos dizem ter conseguido identificar os dados do problema e também listar as estratégias de resolução, que foram etapas realizadas principalmente nas discussões que ocorreram em cada grupo do estudo e, no que se refere a isso,

os alunos também foram questionados se sentiram dificuldades para trabalhar em grupo, como pode-se ver no gráfico abaixo:

CONSIDERAÇÕES SOBRE O NÍVEL DE DIFICULDADE PARA TRABALHAR EM GRUPO



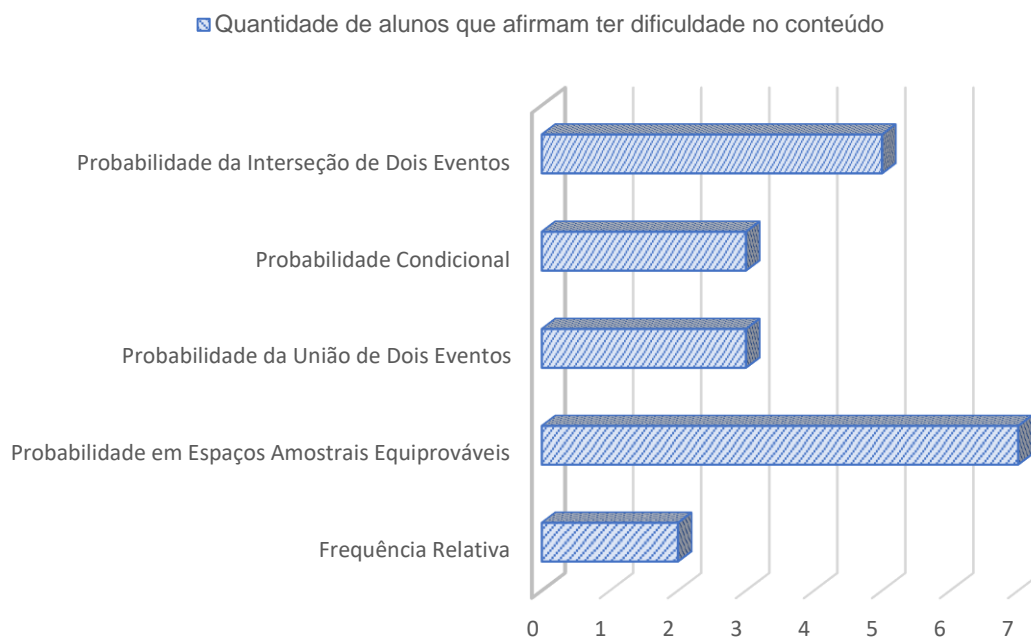
Fonte: Autor do TCC, 2020.

Figura 24 - Considerações dos alunos sobre as dificuldades para trabalhar em grupo

Entende-se, portanto, que a maioria dos alunos consideram não ter tido nenhuma dificuldade quanto ao fato de trabalhar em grupo, consequência da liberdade que os alunos tiveram para decidir quem participaria do grupo, e com, isso, se sentiram mais à vontade em fazer escolhas, selecionando quem já possuía o mesmo perfil de trabalho.

Quanto ao conteúdo de probabilidade (questão 14), os alunos tiveram que apontar qual o conteúdo presente nos problemas eles apresentaram mais dificuldade e o resultado pode ser visto no gráfico seguinte.

QUANTITATIVO DE ALUNOS QUE AFIRMARAM TER DIFICULDADES NOS CONTEÚDOS DE PROBABILIDADE



Fonte: Autor, 2020

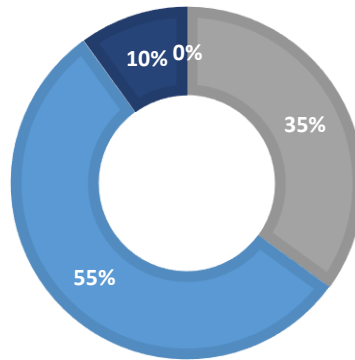
Figura 25 - Quantitativo dos alunos sobre as dificuldades em cada objetivo de estudo

Como pode ser observado no gráfico acima, a maioria dos alunos revela ter apresentado maior dificuldade na compreensão do conteúdo de probabilidade em espaços amostrais equiprováveis, que fora apresentado na segunda aula por meio do problema “Contos de Halloween”.

Questionados também sobre o nível de dificuldade que sentiram para a compreensão da noção de probabilidade (questão 15), os alunos responderam da seguinte forma:

NÍVEL DE COMPREENSÃO DOS CONTEÚDOS DE PROBABILIDADE POR MEIO DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA

■ Sem dificuldades ■ Com alguma dificuldade ■ Com dúvidas ■ Não conseguiu compreender

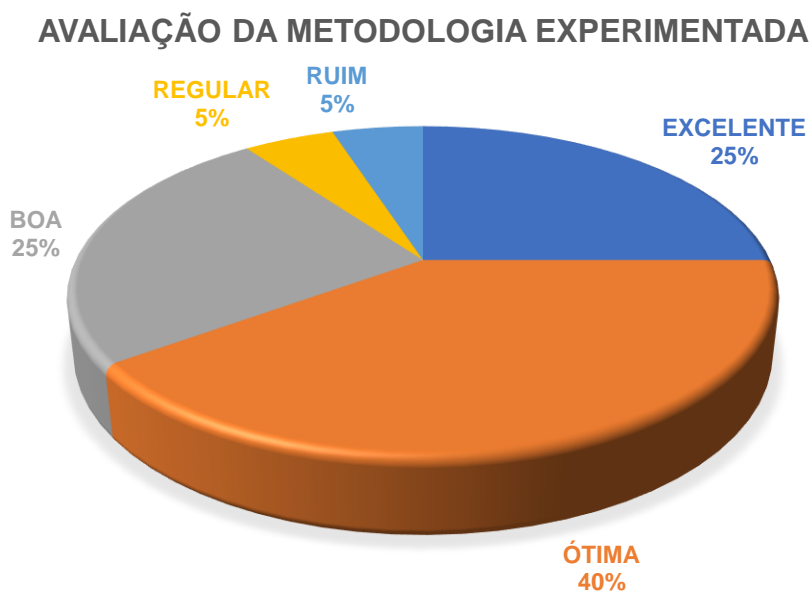


Fonte: Autor, 2020

Figura 26 - Considerações dos estudantes sobre a compreensão dos conteúdos abordados durante a aplicação da ABP

Pelos dados coletados, 55% dos alunos afirmaram que compreenderam mais ou menos e dúvidas permaneciam ainda com o término da aplicação da ABP.

E, por fim, os alunos foram questionados sobre como eles avaliam a metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas que foi aplicada para trabalhar o conteúdo de probabilidade (questão 16). O resultado obtido foi o seguinte:



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 27 - Avaliação dos alunos sobre o experimento com a ABP

Segue, então, que como revela o gráfico da figura 27, a maioria dos alunos avalia a Aprendizagem Baseada em Problemas como uma metodologia positiva, variando na escala de avaliação como boa, ótima e excelente. Isso se dá pelo fato de que os alunos conseguiram se inserir no dinamismo que pressupõe as metodologias ativas e, com isso, passam a avaliá-la como uma boa ferramenta para as aulas de Matemática. Além disso, quanto às avaliações negativas, que somam 10% dos alunos que participaram da pesquisa, se devem a fatores como timidez, ausência nas aulas de aplicação e até mesmo falta de disposição em participar da aplicação e execução da sequência didática. Todavia, a efetividade da aplicação da metodologia só será comprovada com a análise dos resultados obtidos durante a aplicação da sequência didática, como veremos na sessão seguinte.

3.6. A análise dos resultados do processo de aprendizagem com a sequência didática

Mediante a aplicação da sequência didática, ao se recolher os protocolos de pesquisa com a resolução dos problemas propostos na sequência didática foi possível identificar a influência das práticas pedagógicas no processo de ensino-

aprendizagem dos alunos aqui investigados. Entretanto, ainda que a construção do conhecimento dos alunos sofra com a influência do ensino defasado, se faz necessário uma análise sobre como os alunos responderam aos problemas e verificar a efetividade dessa metodologia no grupo estudado.

A priori, é válido destacar aqui, que os alunos foram divididos em seis grupos que durante a análise relatada, serão identificados como G1, G2, G3, G4, G5 e G6, compostos por até 4 estudantes que escolheram entre si os seus componentes.

De modo a facilitar a análise das respostas dos alunos, foram criadas categorias que serviram para trazer uma análise mais específica dos resultados obtidos durante a aplicação da sequência didática. Essas categorias foram criadas com base na análise de conteúdo (BARDIN, 1994; MORAES, 1999) como ferramenta de análise de dados e foram criadas seguindo alguns critérios considerados fundamentais na efetividade da metodologia, que são eles: erros, estratégias de resolução e estratégias de validação.

Quanto aos erros observados nas respostas dadas pelos alunos, foram categorizados da seguinte forma:

Quadro 05 - Categorização dos erros dos alunos

Categoria	Aspecto
<i>Erro de Ordenação</i>	Erro na interpretação das informações do problema
<i>Erro de Argumentação</i>	Erro na ação escolhida e realizada para resolver o problema
<i>Erro Sistemático</i>	Erro no decorrer da estratégia utilizada, podendo ocorrer principalmente pelas dificuldades nas quatro operações fundamentais da Matemática
<i>Erro de Autenticação</i>	Erro na validação da resposta apresentada
<i>Sem Justificativa</i>	Não apresentou justificativa para resposta.
<i>Não Apresentou Solução</i>	Não apresentou solução para o problema

Fonte: Autor do TCC, 2020

3.6.1. Análise dos Erros no Problema 01: Enquete dos Internautas

O primeiro problema proposto na aplicação da sequência didática tinha como enunciado:



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 28 -Enunciado do problema 01

Nesse primeiro problema, o objetivo de estudo era aprender o conteúdo de frequência relativa à um mesmo dado. Neste caso, o aluno deveria responder quantas pessoas responderam não e tendo em vista que o número de pessoas que responderam não corresponde à 25% do número total de entrevistado, bastava calcular 25% de 279.

Dos 6 grupos que estiveram presentes durante a aplicação desse problema, apenas 2 responderam corretamente, o G1 e G3, e dentre os 4 que erraram, metade não apresentou resolução para o problema.

Além disso, quanto aos outros dois que erraram, o G4 e G5, constatou-se que os erros apresentados pelos alunos se encaixam na categoria de erros de argumentação e erros sistemáticos, respectivamente. Isto é, os alunos apresentam em suas estratégias de resolução dificuldades na execução da ação adotada para resolver o problema.

Coincidentemente, ou não, ambos os grupos adotaram como estratégia dividir. Quanto ao G4, não ficou explícito o que os alunos tentaram fazer (ver a figura 25), induzindo a quem faz a análise desses dados que os alunos pensaram primeiramente em dividir o número total de entrevistados por 67% e em seguida, obtido o resultado da divisão, os alunos dividiram por 0,8, o que hipoteticamente sugere uma falta de atenção já que no enunciado da questão o dado é 8% e não 80%, como registrado na resolução dos alunos.

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

$$\begin{array}{r} 279 \overline{) 0,67} \\ \underline{416,417} \end{array} \quad \begin{array}{r} 416417 \overline{) 0,8} \\ \underline{520,521} \end{array}$$

Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 29 - Resolução do G4 para a situação-problema proposta

Além disso, ficou evidente que os alunos não fizeram uso dos sete passos sugeridos pela ABP como explicado a eles no início da aplicação da sequência didática. A começar pelo fato de que os alunos não demonstram em sua folha de respostas, os dados do problema, bem como quais conhecimentos prévios eles poderão utilizar-se. O quadro 01 demonstra que esse problema exigia dos alunos uma certa noção sobre o conteúdo de porcentagem, o que não foi utilizado como estratégia de resolução para o grupo em questão, sendo incluso na categoria de erro de argumentação.

Quanto ao G5, o erro deles pode ser categorizado como erro sistemático como mostrado na figura 26, pois não representaram corretamente o número total de participantes da enquete. Por algum motivo não apresentado, eles consideraram que a população total do problema é a nona parte de 279, acarretando em um erro sistemático, consequência de um erro de ordenação já que não fica explícito para quem analisa o que foi realizado, quais os dados que conseguiram extrair da leitura, interpretação e análise dos problemas.

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

$$P_{ce} = \frac{279}{25} = 11,16\% \quad \frac{31}{25} = 1,24\%$$

Fonte: Autor do TCC, 2020

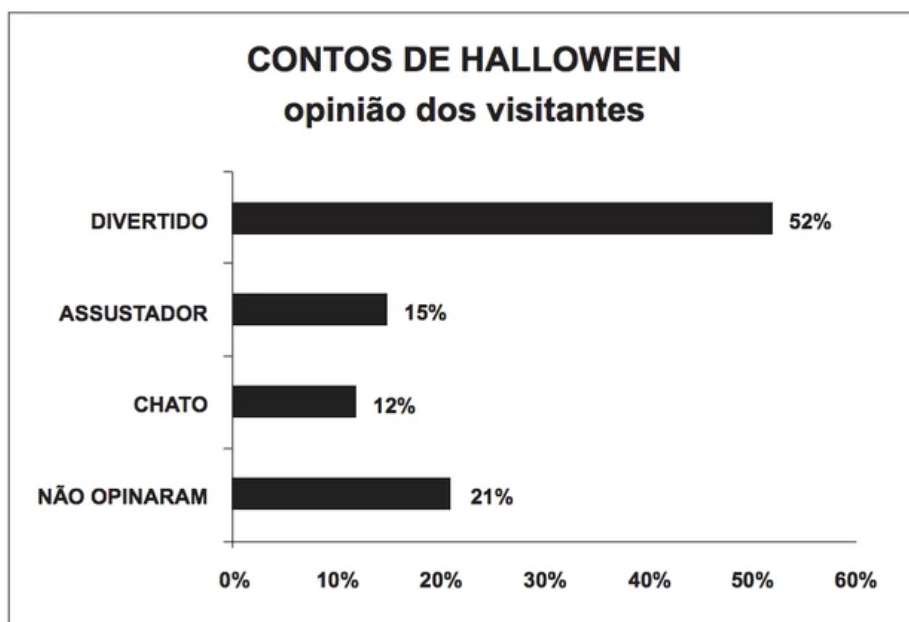
Figura 30 - Resolução do G5 para a situação-problema proposta

3.6.2. Análise dos Erros no Problema 02: Contos de Halloween

Na aplicação desse segundo problema, 1 grupo apresentou a folha de resposta sem solução. O problema, que por sua vez tinha como enunciado:

Quadro 06 - Problema proposto no segundo encontro

Em um blog de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados “Contos de Halloween”. Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: “Divertido”, “Assustador” ou “Chato”. Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem “Contos de Halloween”.

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por

- A) 0,09.B) 0,12.C) 0,14.D) 0,15.E) 0,18.

Fonte: Autor do TCC, 2020

O objetivo de estudo desse problema foi o conteúdo de probabilidade condicional, no qual o espaço amostral a ser considerado deveria ser 79%, já que essa foi a soma do porcentual de visitantes que votaram no blog, como no enunciado. A partir daí, os estudantes deveriam desenvolver estratégias de resolução afim de chegar na resposta correta que é $15\% = 0,15$.

Se baseando no argumento acima, pôde-se constatar que o erro de todos os grupos se categorizou como erro de ordenação, uma vez que os alunos não entenderam a equivalência entre os espaços amostrais, considerando os 12% dos casos favoráveis para os 100% da população total, como pode ser visto nas imagens abaixo:

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por

A) 0,09.
~~B) 0,12.~~
C) 0,14.
D) 0,15.
E) 0,18.

$12 \div 100 = 0,12$

Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 31 - Resolução do G3 para a situação-problema proposta

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

A) 0,09.

B) 0,12.

C) 0,14.

D) 0,15.

E) 0,18.

$$12\% + 10 \div 500$$

$$0,14$$

Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 32 - Resolução do G2 para a situação-problema proposta

Como se observa na imagem, a resolução realizada pelo G2 foi a única que destoou das demais, que apresentaram como solução 0,12. Isso se deu por um outro erro classificado aqui como erro de argumentação, já que os alunos dividiram o valor pelo espaço amostral inicial.

3.6.3. Análise dos erros no problema 03: União de 2 Eventos

Dos 6 grupos que participaram da aplicação da SD, todos apresentaram alguma resposta para o problema proposto. Contudo, apenas metade apresentou a forma de resolução para que fossem analisados os possíveis erros dos alunos no desenvolvimento do problema. Desta forma, as resoluções apresentadas pelos grupos G1, G2 e G6 são categorizadas como erro sem justificativa, segundo o quadro de categorias.

Agora, dentre as respostas dadas com alguma espécie de justificativa, observou-se que o G4 errou justamente na escolha da estratégia, caracterizando, assim, erro de argumentação. Isto é, como pode ser visto na imagem abaixo, os alunos tentaram aplicar a fórmula de Frequência Relativa, conjecturada e apresentada com base no problema 01, o que induziu o grupo ao erro.

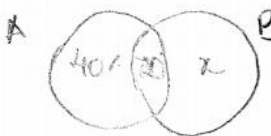
Problema (TJ BA – FGV 2015): A probabilidade da união de dois eventos, A e B, é conhecida, sendo igual a 80%, enquanto a probabilidade da união de seus complementares é igual a 70%. Assim, se a probabilidade de A é igual a 40%, então:

a) $P(B) = 0,70$;
 b) $P(B) = 0,25$;
 c) $P(B) = 0,30$;
 d) $P(B) = 0,50$;
~~e) $P(B) = 0,60$.~~

$A \cup B = 80\% \rightarrow 0,80$
 $70\% = 0,70$
 $A = 40\% = 0,40$

$P_{\bar{A} \cup \bar{B}} = \frac{70}{40}$

$P_{\bar{A} \cup \bar{B}} = \frac{F}{F}$



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 33 - Resolução do G4 para a situação-problema proposta

Da mesma forma que o G4, o G3 também apresentou uma solução errada para o problema e ao analisar quais os motivos que levaram os integrantes desse grupo ao erro, constatou-se que o principal erro também foi um erro de argumentação. Como pode ser visto na imagem abaixo, os alunos também fizeram a interpretação de alguns dados de forma errada, explicitando também um erro de ordenação.

Problema (TJ BA – FGV 2015): A probabilidade da união de dois eventos, A e B, é conhecida, sendo igual a 80%, enquanto a probabilidade da união de seus complementares é igual a 70%. Assim, se a probabilidade de A é igual a 40%, então:

a) $P(B) = 0,70$;
 b) $P(B) = 0,25$;
 c) $P(B) = 0,30$;
 d) $P(B) = 0,50$;
~~e) $P(B) = 0,60$.~~

$A \cup B = 80\%$
 $A \cap B = 70\%$
 $P(A) = 40\%$

porque $0,60 \times 100$ é igual a 60,
 ou seja, 60%

Fonte: Autor, 2020

Figura 34 - Resolução do G3 para a situação-problema proposta

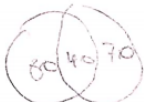
Como pode ser visto na figura, para apresentar a resposta 0,60, os alunos não justificam a origem desse dado, acarretando na apresentação de uma resposta errada, o que pode ser considerado um “chute” por parte do grupo.

Encerrando a análise dos erros apresentados por cada grupo nesse problema, o grupo G5 apresentou erros que podem ser categorizados em todas as categorias criadas no quadro 04.

Problema (TJ BA – FGV 2015): A probabilidade da união de dois eventos, A e B, é conhecida, sendo igual a 80%, enquanto a probabilidade da união de seus complementares é igual a 70%. Assim, se a probabilidade de A é igual a 40%, então:

a) $P(B) = 0,70$;
 b) $P(B) = 0,25$;
 c) $P(B) = 0,30$;
~~d) $P(B) = 0,50$.~~
 e) $P(B) = 0,60$.

$A \cup B$



Handwritten calculations:

$$\frac{80}{100} = \frac{70}{100}$$

$$\frac{0,8}{100} = 0,7$$

Fonte: Autor, 2020

Figura 35 - Resolução do G5 para a situação-problema proposta

Como pode ser visto na imagem, os alunos não fizeram a ordenação correta dos dados, nem escolheram uma estratégia coerente e ainda apresentaram erros nas operações básicas como a apresentação da equivalência entre as frações.

Ademais, é válido destacar aqui que por mais que nenhum grupo tenha conseguido apresentar a resposta correta para o problema, eles buscaram fazer a interpretação utilizando-se dos conhecimentos prévios pré-estabelecidos no quadro 01, principalmente o Diagrama de Venn.

3.6.4. Análise dos erros no problema 04: Baralho

O problema, que pressuponha o acontecimento sucessivo de vários acontecimentos, foi considerado o mais difícil dentre os alunos no questionário aplicado posteriormente.

De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

a) $\frac{1}{130}$

b) $\frac{1}{420}$

c) $\frac{10}{1771}$

d) $\frac{25}{7117}$

e) $\frac{52}{8117}$

Fonte: Autor, 2020.

Figura 36- Enunciado da situação-problema proposto no 3º encontro

Quanto a esse problema, todos os grupos não apresentaram uma resolução para que pudessem ser analisados os seus possíveis erros. Por já considerarem o problema difícil (como pode ser visto no gráfico 10). Os alunos não buscaram sequer extrair as informações do problema para que pudessem desenvolver alguma estratégia baseada nisso. Todavia, o G4 assinalou a alternativa correta e que ainda sim, será considerada um erro sem justificativa e, todas as outras resoluções não puderam, aqui, ser categorizadas.

Quanto às estratégias utilizadas pelos alunos e que puderam ser observadas, foram categorizadas como:

Quadro 07 - Categorização quanto a estratégia escolhida pelos grupos para a resolução das situações-problemas propostas

Categoria	Aspecto
<i>Estratégia Discursiva</i>	Resolução feita por meio da escrita, buscando destacar as informações do problema e detalhar o passo-a-passo da estratégia escolhida
<i>Estratégia Procedimental</i>	Resolução feita de forma mais técnica, comumente realizada pela aplicação de fórmulas de conteúdos vistos anteriormente, isto é, os conhecimentos prévios
<i>Sem estratégia</i>	Resoluções em que não foram apresentadas as estratégias de resolução utilizadas

Fonte: Autor do TCC, 2020

3.6.5. Análise das Estratégias Escolhidas e Realizadas no Problema 01: Enquete dos Internautas

Como já dito anteriormente, 2 grupos dos 6 que participaram do estudo não apresentaram uma resolução para o primeiro problema proposto e com isso, ao analisar as 4 estratégias dos outros grupos, observou-se que 3 dessas estratégias (erradas ou não) seguiram uma tendência procedimental, mas que destas, apenas o G1 conseguiu chegar a resposta correta, como pode ser observado na imagem a seguir:

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

25% de 278 internautas:
 $69,75 \approx 70$ internautas

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$$

Figura 37 - Resolução do G1 por uma estratégia procedimental

Além do G1, o G3 foi o outro grupo que respondeu corretamente a situação-problema proposta, dando destaque à estratégia de resolução adotada, em que os alunos utilizaram tanto a procedimental, quanto a discursiva (ver imagem abaixo), apresentando uma espécie de estratégia híbrida e que rapidamente lembra os princípios da ABP já falados anteriormente. É válido destacar também que o grupo fez questão de explicitar como “transformaram” 25% em 0,25.

Tal fato reforça o que foi dito por Lupinacci e Botin (2004), sobre não existir um único método ou forma de se resolver um mesmo problema. Nesse caso, o grupo G3 apresentou por si só duas estratégias diferentes, que conduziu o grupo para a resposta correta da situação-problema, bem como confirma a multiplicidade de significados do termo “resolução de problemas”, que é apresentado por Stanic e Kilpatrick (1989).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

$279 \times 0,25 = 70 \text{ pessoas}$

$\frac{250}{100} \cdot 100$
 $\frac{250}{100} \cdot 0,25$
 $\frac{500}{100}$
 $\frac{500}{100}$

Primeiramente pedimos o número total de participantes, em seguida pedimos a porcentagem total de “não” e dividimos por 100 que dá 0,25 e depois multiplicamos 0,25 por 279 que deu aproximadamente 70 pessoas.

Figura 38 - Resolução do G3, mesclando uma estratégia procedimental e discursiva

3.6.6. Análise das Estratégias no Problema 02: Contos de Halloween

Resumidamente, os 5 grupos que responderam ao problema proposto utilizaram-se da mesma estratégia. Seguindo uma tendência mais procedimental, apenas com a aplicação de fórmula, os alunos não raciocinaram mais além do que era enunciado, não fazendo uma análise correta dos dados para que a aplicação dos dados nas fórmulas utilizadas resultasse na solução esperada.

Ademais, a análise dos dados deveria ser feita com base na figura exposta pela situação-problema, o que não ocorreu visto que os alunos classificaram esse problema como um problema-padrão definido por Dante (1991), comparando-o com o problema apresentado na primeira aplicação.

3.6.7. Análise das Estratégias no Problema 03: União de 2 Eventos

Como pode ser visto nas figuras, os alunos buscaram apresentar estratégias procedimentais, destacando a tentativa de utilizar-se de uma estratégia também discursiva no G3. Todavia, fica explícito que quando a leitura, interpretação e análise dos dados não é feita corretamente como fora feita pelos 3 grupos que apresentaram alguma estratégia de resolução, a escolha de resolução não é feita da forma correta e com isso, os alunos não alcançam o resultado esperado.

3.6.8. Análise das Estratégias no Problema 04: Baralho

Como já relatado anteriormente, os alunos não apresentaram nenhuma estratégia de resolução para as respostas encontradas, o que impede a análise dos possíveis erros no problema proposto.

E, por fim, quanto à validação das respostas encontradas pelos alunos, pode-se categorizar, segundo o que foi apresentado da seguinte forma:

Quadro 08 - Categorização quanto a validação feita pelos grupos

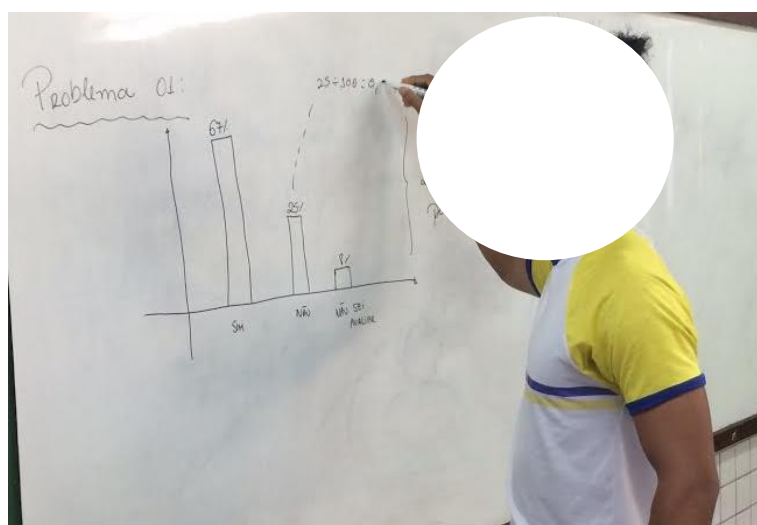
Categoria	Aspecto
------------------	----------------

<i>Validação por substituição</i>	A validação foi feita de modo a substituir a resposta encontrada no problema em questão
<i>Validação por comparação</i>	A validação foi feita utilizando-se de outra estratégia de resolução para mostrar que independente da escolha, a resposta seria a mesma
<i>Sem validação</i>	A resolução apresentada não continha validação

Fonte: Autor do TCC, 2020

3.6.9. Análise das Validações e Realizadas no Problema 01: Enquete dos Internautas

Neste primeiro dia, foi importante executar as validações de forma a serem realizadas para toda a turma. Porém, apenas um grupo se dispôs a ir no quadro validar a resposta que encontrou, explicando a forma que fizeram. De tal feito, o aluno substituiu os valores encontrados para 75% do total de internautas, que responderam diferente da opção não e ao subtrair esse valor encontrado do total de 279 pessoas, encontrou a sua resposta. Validando-a por meio de uma outra estratégia, isto é, uma validação por comparação.



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 39 - Aluno expondo a resolução feita pelo grupo

3.6.10. Análise das Validações no Problema 02: Contos de Halloween

A validação desse problema, assim como no problema 01 foi realizada de forma expositiva, na qual apenas um grupo se dispôs a ir ao quadro explicar o que tinha feito. Como uma das alternativas era justamente a que fora mais encontrada pelos alunos, 0,12, o grupo validou justamente a resposta errada.

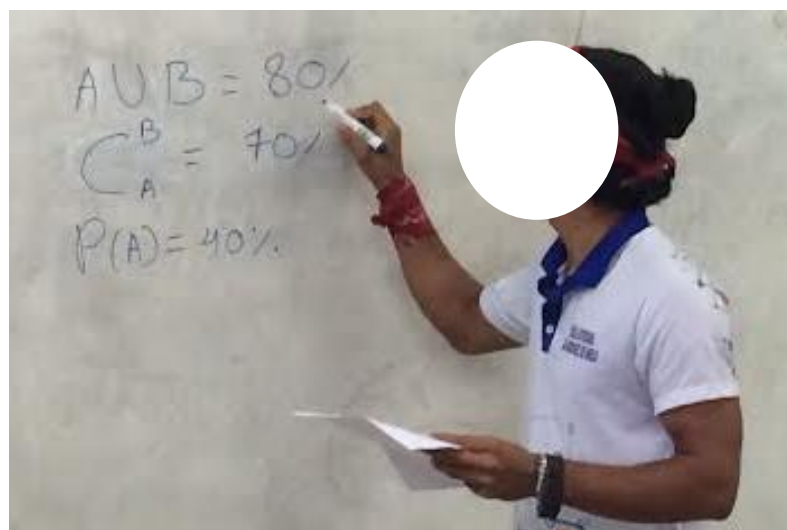


Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 40 - Aluna expondo a resolução feita pelo grupo

3.6.11. Análise das Validações no Problema 03: União de 2 Eventos

Assim como nos outros problemas, os alunos se sentiram a vontade para explicar as resoluções que tinham feito. O G3 responsável pela tentativa de mesclar uma estratégia procedimental com uma discursiva fez a validação da sua resposta, mas logo percebeu que a mesma estava errada.



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 41 - Aluno expondo a resolução feita pelo grupo

3.6.12. Análise das Validações no Problema 04: Baralho

Por não terem apresentado nenhuma estratégia, os alunos não apresentaram, também uma validação para o que fizeram.

Segue, então que após o exposto detalhadamente como foi feito anteriormente, as ferramentas de análise aqui criadas e utilizadas para analisar as respostas dadas pelos alunos se mostram bastante úteis para que se verifique quais os erros dos alunos e que possam ser confirmadas as considerações feitas pelos alunos tanto no questionário a priori, quanto no questionário posteriori, como a dificuldade em validar as respostas, como foi identificado no questionário a posteriori e as considerações sobre não ter uma boa base matemática, como foi feita no questionário a priori.

Acerca da ausência de respostas e estratégias em alguns problemas, podem ser levados em consideração fatores como a má vontade que os alunos tiveram em participar da execução da sequência didática. Isto é, a resistência ao novo por parte dos alunos, como ressalta Moran (2015).

Além disso, por se tratar de um período em que os alunos estavam com provas finais, um outro fator para que os alunos não apresentassem respostas e estratégias para os problemas é o anseio pelo término de mais um ano letivo,

deixando-os enfadados a participar de qualquer atividade que não lhe trouxessem os devidos “pontos” que precisavam.

Um outro fator a ser destacado e que não inviabiliza o experimento apesar da ausência de alguns dados, é o que pode ser relatado após as observações feitas durante a aplicação. Nesse ponto, pode-se constatar que os alunos estavam mais interativos entre si em seus grupos e também com a própria turma como um todo, principalmente no momento em que se dispuseram a explicitar as respostas dadas para os problemas. As imagens abaixo comprovam o potencial da metodologia de melhorar as relações interpessoais entre os alunos.



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 42 - Grupo discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 43 - Grupo discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta



Fonte: Autor do TCC, 2020

Figura 44 - Grupos discutindo sobre a resolução da situação-problema proposta

3.6.13. Quadro de Habilidades e Competências Desenvolvidas com Base na BNCC

Como explicitado no primeiro capítulo, um dos objetivos específicos desse estudo era avaliar a potencialidade da metodologia ativa Aprendizagem Baseada em Problemas para desenvolver as competências e habilidades estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), tomando como referência.

A priori, é válido ressaltar que essa nova metodologia já se apresenta como uma grande potência por propor o trabalho interdisciplinar do professor e desenvolvendo o pensamento crítico dos alunos, como afirmam Souza e Dourado (2015). No estudo de caso aqui relatado, a metodologia permitiu que durante a aplicação fossem tratados temas de outras áreas como informática, bem como trabalhar com temas transversais, como lazer dos alunos (nos problemas dos Contos de Halloween e do Baralho).

Diante disso, fez-se necessário, tomando como base as resoluções apresentadas pelos alunos em cada folha de resposta dos problemas a criação de um quadro que apresentasse quais das competências e habilidades os alunos conseguiram desenvolver. Antes disso, um primeiro quadro serviu como ferramenta de análise, contendo os objetivos de desenvolvimento de cada problema, isto é, contendo as competências e habilidades a serem desenvolvidos a cada aplicação. Esse primeiro quadro pode ser conferido a seguir:

Quadro 09 - Competências e habilidades a serem desenvolvidas em cada situação-problema proposta

PROBLEMA	COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS	HABILIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS
Enquete dos Internautas	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p>(EM13MAT102): Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p> <p>(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo,</p>

		optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</p> <p>Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.</p>
	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4</p> <p>Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</p>	<p>(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.</p> <p>(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p>
	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5</p> <p>Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.</p> <p>(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.</p>
Contos de Halloween	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1</p>	<p>(EM13MAT102): Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p> <p>(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os</p>

		riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3	(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4	(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra. (EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5	(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada. (EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.
União de 2 Eventos	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3	(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e

		<p>gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.</p>
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4	-
Baralho	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1	(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3	<p>(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.</p> <p>(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.</p>
	COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5	(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Autor do TCC, 2020, com base na BNCC (BRASIL, 2018)

Se analisado minuciosamente, percebe-se que os problemas propostos pela sequência didática não têm por objetivo o desenvolvimento da competência específica de nº 2, bem como as habilidades que as envolvem. Isso se deu porque, segundo a própria BNCC (BRASIL, 2018), essa competência apresenta

particularidades envolvendo os conteúdos de geometria, medidas de dispersão e matemática financeira, conteúdos não abordados nos problemas.

Sendo assim, após a análise das respostas dadas pelos grupos durante as aplicações e utilizando-se da ferramenta de análise acima, pode-se inferir quais os indícios de desenvolvimento das competências e habilidades foram observados durante essas aplicações. Além disso, o quadro a seguir expõe quais dos passos propostos pelo quadro 03 foram notados na folha de respostas.

Quadro 10 – Análise do G1 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas			
Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G1	E5 e E6	01, 03, 04 e 05	EM13MAT102 EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT406 EM13MAT407 EM13MAT510 EM13MAT511
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			
G1	E5 e E6	01, 03 e 05	EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT511
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G1	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 04 – Baralho			
G1	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Como exposto no quadro 10 acima, o grupo G1, embora não tenha conseguido executar as etapas da ABP de modo satisfatório para as situações-problemas 03 e 04 no que diz respeito aquelas que podem ser registradas segundo o quadro 03 e não verificado indícios das competências e habilidades listadas pela BNCC (BRASIL, 2018), o grupo apresenta indícios de desenvolvimento das competências 01 e 03 da BNCC (BRASIL, 2018) relacionados à utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, bem como a competência para compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos e investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes contextos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

As habilidades listadas no quadro (referentes às situações-problema 01 e 02), se referem à construção, interpretação e análise de gráficos, identificação das situações cotidianas nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos, identificação e descrição do espaço amostral de eventos aleatórios para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade, investigação sobre conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas e reconhecimento da existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos equiprováveis ou não, investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Se comparado com o grupo G2, o grupo G1 apresentou indícios de desenvolvimento e de participação da realização dos estudos, visto que o G2 só mostrou disposição para participar efetivamente da segunda aplicação, em que apresentou desenvolvimento da habilidade de interpretação de dados e capacidade de aplicar conjecturas matemáticas já conhecidas, como pode ser visto no quadro 11.

Quadro 11 – Análise do G2 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas

Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G2	Nenhuma etapa registrada	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			
G2	E5 e E6	01 e 03	EM13MAT106 EM13MAT311
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G2	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 04 – Baralho			
G2	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Com relação aos registros das etapas que foram realizadas pelos grupos da folha de resposta, o grupo G3 foi um dos que mais percebeu a necessidade de mostrar a resposta que foi feita, apresentando, então, indícios de desenvolvimentos de habilidades em que são exigidas dos alunos, como a capacidade de reconhecer a necessidade de resolver problemas, como pode ser visto nas habilidades referentes à aplicação das formalidades matemáticas para resolver os problemas, como pode ser visto no quadro 12.

Quadro 12 – Análise do G3 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas			
Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G3	E5 e E6	01, 03, 04 e 05	EM13MAT102 EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT406

			EM13MAT407 EM13MAT510
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			
G3	E5 e E6	01 e 03	EM13MAT106 EM13MAT311
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G3	E2, E5 e E6	03 e 04	EM13MAT301 EM13MAT311 EM13MAT407
Situação-Problema 04 – Baralho			
G3	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Além disso, ao se analisar o quadro acima constata-se novamente falta de registro de execução da etapa de identificação dos dados da situação problema, a etapa E2 na maioria das situações-problema. Devido a isso, não se tem muitos indícios do desenvolvimento das competências 04 e 05, visto que essas “tratam da compreensão de dados de um determinado problema e investigação desses dados respectivamente” (BRASIL, 2018, p. 531).

O quadro 13 mostra a participação do grupo G4 no estudo realizado:

Quadro 13 – Análise do G4 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas			
Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G4	E5	01, 03 e 04	EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT406
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			

G4	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G4	E3, E4, E5 e E6	03 e 04	EM13MAT301 EM13MAT311 EM13MAT406
Situação-Problema 04 – Baralho			
G4	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Esse quadro nos revela que o grupo conseguiu apresentar um bom desenvolvimento na aplicação da ABP na situação problema 03, visto que a etapa de descrição do problema fora registrada na folha de respostas, resultando assim, na apresentação de indícios das habilidades referentes à identificação e descrição do problema amostral que estava sendo estudado, que também foram percebidos durante a participação do grupo G5, como mostra o quadro 14.

Quadro 14 – Análise do G5 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas			
Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G5	E5	01, 03 e 04	EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT406
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			
G5	E5 e E6	01 e 03	EM13MAT106 EM13MAT301 EM13MAT311
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G5	E2, E5 e E6	03 e 04	EM13MAT301

			EM13MAT311 EM13MAT406
Situação-Problema 04 – Baralho			
G5	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Além disso, nota-se que a ausência do registro de mais etapas na folha de respostas resulta na falta de vestígios de desenvolvimento das habilidades que foram sugeridas no quadro 08, como por exemplo a habilidade **EM13MAT102**, referente à análise de tabelas e gráficos, como revela o quadro 15, relativo à participação do grupo G6 na aplicação da ABP, uma vez que a folha de resposta deste grupo apresentava somente a resposta marcada, e pode-se inferir-se que os alunos “chutaram” qualquer resposta em todas as situações-problema.

Quadro 15 – Análise do G6 nas etapas registradas na folha de respostas e indícios de desenvolvimento das competências e habilidades em cada situação-problema

Situação-Problema 01 – Enquete dos Internautas			
Grupo	Etapas registradas	Indícios de competências desenvolvidas	Indícios de habilidades desenvolvidas
G6	Nenhuma etapa registrada	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 02 – Contos de Halloween			
G6	Nenhuma etapa registrada	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 03 – União de Dois Eventos			
G6	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados
Situação-Problema 04 – Baralho			

G6	E6	Não foram encontrados	Não foram encontrados
----	----	-----------------------	-----------------------

Fonte: Autor do TCC, 2020.

Ademais, de forma geral, nota-se a dificuldade dos alunos em desenvolverem habilidades que envolvam espaços amostrais e identifiquem os dados de um determinado problema, o que é relatado por eles no questionário a posteriori como sendo duas dificuldades encontradas durante a aplicação, já no que se refere as competências, da análise realizada pode-se inferir que os alunos conseguiram desenvolver a maioria das competências que estavam pré-estabelecidas no quadro que serviu como instrumento para a análise em questão, a destacar a competência específica 03, que pressuponha a utilização de modelos e conceitos matemáticos já existentes, cujo desenvolvimento se deu devido ao uso das estratégias procedimentais que os alunos tentaram usar constantemente.

Diante do que foi analisado e relatado aqui, pode-se constatar que o desenvolvimento das potencialidades dos alunos pode ser realizado utilizando de novas metodologias, não garantindo o desenvolvimento em sua totalidade, mas como um caminho para o desenvolvimento das capacidades de interpretação e argumentação dos alunos, identificadas como grandes dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

3.6.14. Considerações da participação dos grupos na aplicação da sequência didática

Em relação à execução da ABP, numa escala elaborada de acordo com o número de etapas executadas, temos: EPNI – Execução Parcial de Nível Insatisfatório, executando 1 ou 2 etapas (1ª e 2ª etapas da ABP ou uma das outras 5 etapas da ABP), EPNS – Execução Parcial de Nível Satisfatório, executando 2 ou mais etapas dentre a 3ª, 4ª, 5ª, 6ª e 7ª etapa e ET – Execução Total (todas as etapas da ABP). Para o G1, em relação aos problemas 01 e 02, a execução da ABP pode ser considerada parcial de nível satisfatório e para o problema 03 e 04, pode ser considerada como parcial de nível insatisfatório uma vez que só foi executada uma etapa, no caso a E6, por exemplo. O grupo que

teve melhor desempenho na execução da ABP foi o G3 com execução parcial de nível satisfatório para os problemas 01, 02 e 03 e com execução parcial de nível insatisfatório para o problema 04. O g5 teve desempenho similar ao G1 e os grupos com desempenho aquém do esperado foram o G2, G4 e G6, sendo que este último, o G6, não apresentou registros sobre as etapas para os problemas 01 e 02 e parcial de nível insatisfatório para os problemas 03 e 04. Percebemos, que, a etapa E7, correspondente à validação da solução do problema não foi apresentada por nenhum grupo, sendo preciso que a professora habitue os alunos a validarem as soluções, interpretando-as e não as considerando apenas como resultados numéricos que finalizam a resolução, como revela o quadro 16.

Quadro 16 – Consideração da execução da ABP por grupo em cada situação-problema

Situação-Problema	G1	G2	G3	G4	G5	G6
Situação-Problema 01	EPNS	EPNI	EPNS	EPNS	EPNS	EPNI
Situação-Problema 02	EPNS	EPNS	EPNS	EPNS	EPNS	EPNI
Situação-Problema 03	EPNS	EPNS	EPNS	EPNS	EPNS	EPNS
Situação-Problema 04	EPNI	EPNI	EPNI	EPNI	EPNI	EPNI

*Foram consideradas as etapas que podem ser executadas verbalmente
 Fonte: Autor do TCC, 2020

Os resultados apresentados no quadro acima demonstram, também, que a professora proponha outros momentos para a aplicação da ABP, de modo que tanto o docente, quanto os alunos, sintam-se mais familiarizados com esse novo tipo de metodologia ativa para o ensino de Matemática.

Numa avaliação global, consideramos uma experiência valiosa a aplicação da ABP para essa turma de alunos da 2ª série do Ensino Médio, desencadeando uma nova forma de abordagem dos conteúdos e estimulando uma maior participação dos alunos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segue, então, do que foi aplicado, analisado e relatado que um novo tipo de metodologia é um caminho para a melhoria nas relações interpessoais dos alunos, bem como na capacidade dos alunos de transformarem a disciplina de Matemática numa disciplina dinâmica, capaz de dialogar com a realidade em que estão inseridos, dando-lhes subsídios para a construção de um ambiente de aprendizagem reflexivo, como sugerem Lozada e D'Ambrósio (2018).

Entretanto, ainda que a ABP ou qualquer outra metodologia ativa seja promissora, ela por si só não é capaz de trazer uma transformação radical para o ensino. Como visto na análise realizada, algumas das habilidades e competências podem não vir a serem desenvolvidas corretamente, mas que se realizada de uma forma em que se tenha a assimilação, compreensão, confiança e inclusão de todos os participantes da prática pedagógica em questão, além da disponibilidade para se envolver ativamente como o que está sendo proposto, podem surtir efeitos positivos para o processo de aprendizagem dos alunos. Além do mais, a categorização dos erros e das formas de validação permitiu analisar as formas de raciocínio dos alunos e as dificuldades que enfrentam para a resolução dos problemas propostos, e sinalizar para o professor que há conteúdos que precisam ser revistos para que as dificuldades dos alunos sejam sanadas.

Portanto, sustentando-se na pesquisa realizada e relatada aqui, infere-se que as Metodologias Ativas como a Aprendizagem Baseada em Problemas contribuem para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas de forma que através da execução destas, possa ser notada a motivação dos alunos para resolver os problemas contextualizados propostos, resultando nas ações de raciocinar, argumentar e fundamentar o que é realizado pelo próprio aluno.

Ou seja, metodologias ativas como a ABP, contribuem para o desenvolvimento da autonomia e da capacidade crítica dos alunos, auxiliando no desenvolvimento das competências e habilidades que estão previstas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), confirmando a hipótese apresentada pela pesquisa de que a ABP é uma das ferramentas capazes de desenvolver a autonomia dos alunos, tanto no âmbito escolar, quanto no âmbito social, já que pelos princípios estabelecidos por essa metodologia, os indivíduos serão capazes de resolver problemas presentes em seu cotidiano aplicando os conhecimentos matemáticos, tornando-se cidadãos críticos do meio social e compreendendo o papel da Matemática na sociedade (BORBA e SKVOSMOSE, 2008).

Finalmente, é válido considerar, tomando como base esse trabalho, que o papel do docente com a utilização das metodologias como a ABP assume uma

maior responsabilidade, já que demanda uma maior aproximação e interação com os seus próprios alunos, efetivando a mediação, tendo em vista sempre que uma única prática pedagógica não é capaz de atingir a todos os alunos da mesma forma.

Devido a isso, se faz necessário buscar novas reflexões sobre a prática docente e que a partir dessas, sejam planejadas e aplicadas novas alternativas que visem desenvolver as capacidades cognitivas dos alunos, cabendo ao professor planejar e organizar as atividades matemáticas e seus respectivos recursos didáticos, de modo que essas metodologias possam contribuir para a formação dos conhecimentos matemáticos dos estudantes, como também para a sua experiência docente, para se consolidar uma cultura de resolução de problemas com base no cotidiano nas aulas de Matemática, como sugerido por Onuchic e Allevato (2004, 2011), sendo genuinamente a resolução de problemas ou a aprendizagem baseada em problemas.

5. REFERÊNCIAS

ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas em uma escola comunitária rural. In: XIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá. **Anais do XIII ENEM**. Cuiabá: SBEM - Regional Mato Grosso, 2019. v. único. p. 01-15.

AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas**. 2002. 176 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2002.

BARBERINO, M.R. B.; MAGALHÃES, M.N. **Aprendizagem de estatística por meio de projetos no ensino médio da escola pública**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.18, n.3, 2016.

BARBOSA, E. F; MOURA, D. G. **Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica**. Boletim Técnico do Senac, Rio de Janeiro, v. 39, n. 2, p. 48-67, 2013.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1994.

BENDER, W. N. **Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BERBEL, N. A. N. **Metodologia da problematização: experiências com questões de ensino superior**. Londrina: EDUEL, 1998.

_____. As metodologias ativas na promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v.32, n. 1, p.25-40, 2011.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus. 2008.

BOROCHOVICIUS, E.; TORTELLA, J. C. B. Aprendizagem Baseada em Problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.** Rio de Janeiro, v. 22, n. 83, p. 263-294, Jun. 2014

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª séries)**. Brasília: MEC/SEF. 1998.

_____. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

_____. **Base nacional comum curricular: ensino médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRIDGES, E.; HALLINGER, P. **Problem based learning for administrators**. ERIC Clearing house on Educational Management. University of Oregon, 1992.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

BUFREM, L. S.; SAKAKIMA, A. M. **O ensino, a pesquisa e a aprendizagem baseada em problemas**. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/tinf/v15n3/06.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2020.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 32 - 48.

CAMBI, F. **História da pedagogia**. São Paulo: Editora Unesp, 1999.

CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X.; RÉGNIER, J. C. O conceito de probabilidade na formação docente: Uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 441-455, jul./dez., 2016.

CURY, H. N. Cobenge e ensino de disciplinas matemáticas nas Engenharias: um retrospecto dos últimos dez anos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINODE ENGENHARIA, 2002, 30, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: Unimep, 2002.

CYRINO, E.G; TORALLES-PEREIRA, M.L. Trabalhando com estratégias de ensino-aprendizado por descoberta na área da saúde: a problematização e a aprendizagem baseada em problemas. **Cad. Saúde Pública**, Rio de Janeiro, n. 20. v. 3, p. 780-788, maio – jun., 2004.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. 1988. 192f. Tese (Livre Docência). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

_____. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1989.

_____. **Didática da resolução de problemas de matemática** 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DECKER, I.R.; BOUHUIJS, P. A. J. Aprendizagem baseada em problemas e metodologia da problematização: identificando e analisando continuidades e descontinuidades nos processos de ensino-aprendizagem. In: ARAÚJO, U.F.; e SASTRE, J. (Orgs). **Aprendizagem baseada em problemas no ensino superior**. São Paulo: Sumus, 2016.

DELISLE, R. **Como realizar a aprendizagem baseada em problemas**. Porto: ASA, 2000.

DEWEY, J. **Experiência e educação**. Tradução: Anísio Teixeira. 2. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

DIESEL, A.; MARCHESAN, M. R.; MARTINS, S.N. Metodologias ativas de ensino na sala de aula: um olhar de docentes da educação profissional técnica de nível médio. **Signos**, Lajeado, ano 37, n. 1, p. 153-169, 2016.

ECHEVERRÍA, M. D. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; CASTILLO, J. Á. G.; ANGÓN, Y. P. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 13-42.

ENEMARK, S.; KJAERSDAM, F. A ABP na teoria e na prática: a experiência de Aalborg na inovação do projeto de ensino universitário. In: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (Org.). **Aprendizagem baseada em problemas no ensino superior**. São Paulo: Summus, 2009. p. 17-41.

RODRIGUES, M. L. V.; FIGUEIREDO, J. F. C. **Aprendizado centrado em problemas**. Rev FMRP, p. 396-402, out./dez. 1996.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F. **Tendências atuais no ensino das disciplinas da área de Matemática nos cursos de Engenharia**. In: XXVII COBENGE - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 1999, Natal. **Anais do XXVII COBENGE**. Natal: Abenge, 2019.

PEIXOTO, G. A. **O uso de Metodologias Ativas como ferramenta de potencialização da Aprendizagem de Diagramas de Caso de Uso**. Periódico Científico Outras Palavras, v. 12, n.1, p.35-50, 2016.

FREIRE, P. Considerações em torno do ato crítico de estudar. In: FREIRE, P. **Ação cultural para a liberdade e outros escritos**. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.

_____. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HILL, A.M.; SMITH, H. Problem-based contextualized learning. In: ALSOP, S. et al. (Eds.). **Analysing exemplar Science teaching: theoretical lenses and a spectrum of possibilities for practice**. London: Open University Press, 2005.

HILLEN, H.; SCHERPBIER, A.; WIJNEN, W. History of problem-based learning in medical education. In: BERKEL, V. H. et al. (Eds.). **Lessons from problem based learning**. New York: Oxford University Press, p. 5-12, 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Relatório Brasil no Pisa 2018 (versão preliminar)**. Brasília. Inep/MEC, 2019.

JAEGER, W. **Paidéia: a formação do gômem grego**. 3ªed. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Ensino e aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas como prática sócio interacionista. **Bolema**, Rio Claro , v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015.

LEVIN, B. B. **Energizing Teacher Education And Professional Development With Problem-Based Learning**. ASCD: United States, 2001.

LOPES, A. J. et al. Resolução de problemas: observações a partir do desempenho dos alunos. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)**, Ano 2, n.º 3, p. 33-40, 1994.

LOZADA, C. O., D'AMBROSIO, U. Considerações sobre o conceito de equação presente nos cadernos do professor e as zonas de perfil conceitual de equação. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, Pr, v.7, n.14, p.07-38, jul.-dez. 2018.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LUPINACCI, V.L. M.; BOTIN, M.L.M. **Resolução de problemas no ensino de Matemática**. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2020.

MADAIME, G. F. **Aprendizagem baseada em problemas no ensino fundamental II: aplicabilidade, potencial e reflexões de uma adaptação sob perspectivas geocientíficas**. 2018. 245 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin, Campinas, SP, 2018.

MATTAR, J. **Metodologias ativas para a educação presencial, blended e à distância**. São Paulo: Artesanato Educacional, 2017.

MINAYO, M.C.S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 8. ed. São Paulo: HUCITEC, 2004.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Educação**, Porto Alegre, v.37, p.7-32, 1999.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. Campinas, SP: Papirus, 2015.

MOREIRA, D. A. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

MOURA, B. L. **Aplicação do peer instruction no ensino de matemática para alunos de quinto ano do Ensino Fundamental**. 2017. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Problem based learning**. Disponível em: <http://www.cotf.edu/ete/teacher/teacherout.html>.

Acesso em: 20 dez. 2019.

_____. **Classrom of the future**: exploring the enviroment. Disponível em: <http://www.cotf.edu/ete/pbl.html>. Acesso em: 20 dez. 2019.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston VA: NCTM, 2000.

NORMAN, G.R.; SCHMIDT, H. G. The psychological basis of problem-based learning: a review of the evidence. **Acad Med**.v. 67, n. 9, p. 557-565, sep. 1992.

O'GRADY, G. et al. **One-day, one-problem**: an approach to problem-based learning. Singapore: Springer, 2012.

OLIVEIRA, S.L; ROMÃO, E. C. Aprendizagem baseada em projetos no ensino de matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 59, p. 87100, jul./set. 2018.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

_____. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98. 2011.

ONUICHIC, L. R. et al. **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PAIVA, M. R. F. et al. Metodologias ativas de ensino-aprendizagem: revisão integrativa. **Revista de políticas públicas**, v. 15, n. 2, p. 145-153, jun./dez. 2016.

PEIXOTO, G. A. O uso de metodologias ativas como ferramenta de potencialização da aprendizagem de diagramas de caso de uso. **Periódico Científico Outras Palavras**, v. 12, n.1, p.35-50, 2016.

PEREIRA, E. M. A. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: GERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E.M.A. (Orgs.). **Cartografias do trabalho docente**: professor(a)-pesquisador(a). Campinas, SP: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil – ALB. 1998, p.153-181.

PEREIRA, W. C. A. **Resolução de problemas criativos:** ativação da capacidade de pensar. Brasília, DF: EMBRAPA-DID, 1980.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

_____. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PUCHKIN, V. N. **Heurística:** a ciência do pensamento criador. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1969.

PUTNAN, A. R. **Problem-based teaching and learning in technology education.** Paper Presented at the Annual Conference of the Association for Career and Technical Education, New Orleans, LA, 2001.

QUEIROZ, A. PBL, problemas que trazem soluções. **Revista Psicologia, diversidade e saúde**, Salvador, v.1, n.1, p.26-38, dez. 2012.

RIBEIRO, E. A. A perspectiva da entrevista na investigação qualitativa. **Evidências**, Araxá, n. 4, p. 129-148, 2008.

RIBEIRO, L. R. C. **Aprendizagem baseada em problema:** PBL uma experiência no ensino superior. São Carlos: EduFSCar, 2008.

RIOS, R. M. **Resolução de problemas:** uma ferramenta na aprendizagem da Matemática. Disponível em:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_artigo_rubia_mara_rios.pdf. Acesso em: 20 jan. 2020.

SAVIN-BADEN, M.; MAJOR, C. H. **Foundations of problem-based learning.** New York: Open University Press. 2004.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997, p. 13-31.

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DE ALAGOAS. **Plano Estadual de Educação.** SEDUC/AL. 2015

SILBERMAN, M. L. **Active learning**: 101 strategies do teach any subject. Ed. Allyn and Bacon: Boston, 1996.

SILVA, S. L. et al. Estratégia educacional baseada em problemas para grandes grupos: relato de experiência. **Rev. bras. educ. med.**, Rio de Janeiro, v. 39, n.4, p. 607-613, dez. 2015.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de Matemática do 6° Ao 9° ano**. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007.

SOUZA, E.D. et al. Unicálculo: prática pedagógica baseada numa metodologia ativa. **Revista Anapólis Digital**, v. 9, n. 2, p. 1-16, 2019.

SOUZA, S.C; DOURADO, L. Aprendizagem baseada em problemas (ABP): um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. **Holos**, ano 31, v. 5, p. 182-200, 2015.

STANIC, G. M., KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving** (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM/Lawrance Erlbaum Associates, 1989.

STOPPA, A.C. L; VIEIRA, E. A. **Relato de experiência: o uso de jogos no ensino de Matemática**. Disponível em: <https://documents.tips/documents/relato-de-experincia-o-uso-de-jogos-no-usode-jogos-no-ensino-de-matematica.html>. Acesso em: 20 dez. 2019.

TOMAZ, J. B. O desenho de currículo. In: MAMEDE, S.; PENAFORTE, J. (Org.). **Aprendizagem baseada em problemas**: anatomia de uma nova abordagem educacional. Fortaleza: Hucitec, 2001. p. 109-139.

VERNON, D.T.; BLAKE, R.L. Does problem-based learning work? A Metaanalysis of evaluative research. **Academic Medicine**, v. 68, n.7, p. 550-563, 1993.

VILA, A. C. D.; VILA, V. S. C. Tendências da produção do conhecimento na educação em saúde no Brasil. **Rev. Latino-Am. Enfermagem**, Ribeirão Preto, v. 15, n. 6, p. 1177-1183, dez. 2007 .

APÊNDICES

APÊNDICE A – Solicitação de autorização para pesquisa acadêmico-científica



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS INSTITUTO DE MATEMÁTICA

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA ACADÊMICO-CIENTÍFICA

Através do presente instrumento, solicitamos do Gestor do

_____, autorização para realização da pesquisa integrante do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do acadêmico(a) Sidney Leandro da Silva Viana, matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), orientado(a) pelo (a) Profº(a) Dra Claudia de Oliveira Lozada (Instituto de Matemática – UFAL), tendo como título preliminar “METODOLOGIAS ATIVAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA ENSINO MÉDIO.”

A coleta de dados será feita através da aplicação de questionário a priori e a posteriori e aplicação de uma sequência didática. A presente atividade é requisito para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Serão mantidos em sigilo o nome da instituição, assim como o nome dos participantes da pesquisa.

Maceió, _____ de _____ de 2019.

Acadêmico

Prof(a). Orientadora Deferido ()

Indeferido ()

Assinatura e carimbo do gestor

**APÊNDICE B - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
(T.A.L.E.)**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

**Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (T.A.L.E.)
Assinado pelo aluno participante da pesquisa**

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Instituto de Matemática – IM/UFAL

Pesquisador responsável: Sidney Leandro da Silva Viana

Email do pesquisador responsável: sidney.viana@im.ufal.br

Orientadora: ProfaDra Claudia de O. Lozada

Você está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa **METODOLOGIAS ATIVAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA ENSINO**

MÉDIO, decorrente do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática (Instituto de Matemática – Universidade Federal de Alagoas), Sidney Leandro da Silva Viana, que tem por objetivo verificar a efetividade da metodologia de aprendizagem baseada em problemas no ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com vistas a desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O estudo se destina a contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio e sua importância é fornecer metodologias inovadoras para a prática docente em Matemática. A coleta de dados será realizada por meio de questionários a priori e a posteriori, avaliação diagnóstica e sequência didática, sendo coletados no mês de novembro de 2019, durante as aulas de Matemática na Escola_____.

A seguir, as informações sobre a pesquisa com relação a sua participação:

- Esta pesquisa está em conformidade com as normas do Comitê de Ética e Pesquisa.
- Esta pesquisa não oferece riscos à sua saúde física e/ou mental, assegurando-se a sua dignidade.

- É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem qualquer prejuízo ou penalidade.
- Não há despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo.

Também não há compensação financeira relacionada à sua participação.

- Serão mantidos em sigilo a identidade dos participantes da pesquisa.
- Serão realizados registros fotográficos durante a aplicação das atividades referentes à pesquisa, sem prejuízo à sua imagem e sem gerar direitos conexos, respeitando-se à preservação de sua identidade.
- Os resultados desta pesquisa comporão o Trabalho de Conclusão de Curso e também serão publicados em artigos científicos e apresentados em eventos científicos, preservando-se a identidade do participante.

Eu, _____,
portador do RG _____, nascido (a) em ____/____/_____,
residente _____ no _____ endereço
_____, na cidade
de _____, Estado _____, podendo ser
contatado (a) pelo número telefônico () _____ fui informado (a) dos
objetivos do estudo, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas.
Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar
minha decisão de participar se assim o desejar. Assinam este termo de
assentimento, o meu responsável e declaro que concordo em participar desse
estudo e que recebi uma via deste Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

CIDADE/ESTADO, _____ de _____ de _____.

Nome do (a) participante:

Assinatura do (a) participante (aluno (a)):

Nome do (a) responsável pelo (a) participante:

Pesquisador responsável: Sidney Leandro da Silva Viana

Assinatura do pesquisador: _____

APÊNDICE C - Termo de Esclarecimento Livre e Esclarecido (T.L.C.E.)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Termo de Esclarecimento Livre e Esclarecido (T.L.C.E.)

Assinado pelo (a) responsável legal pelo (a) menor de 18 anos que está participando da pesquisa

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Instituto de Matemática – IM/UFAL
Pesquisador responsável: Sidney Leandro da Silva Viana
Email do pesquisador responsável: sidney.viana@im.ufal.br
Orientadora: ProfaDra Claudia de O. Lozada

Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa científica, sendo que as informações sobre o mesmo estão descritas nos itens que se seguem. É importante que você leia, ou que alguém leia para você, esse documento com atenção e, em caso de qualquer dúvida ou informação que não entenda, peça ao pesquisador responsável pelo estudo que explique a você. Você não é obrigado(a) a dar seu aval para que seu(sua) filho(a) participe desta pesquisa, ficando a seu critério dar ou não a sua permissão. Caso decida dar seu consentimento, você assinará esse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. É importante também que saiba que você pode retirar o seu consentimento a qualquer momento, sem ter que dar maiores explicações, não implicando em qualquer prejuízo a você ou seu filho. Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário (a) da pesquisa **METODOLOGIAS**

ATIVAS:

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE COM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA ENSINO MÉDIO, decorrente do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática (Instituto de Matemática – Universidade Federal de Alagoas), Sidney Leandro da Silva Viana, que tem por objetivo verificar a efetividade da metodologia de aprendizagem baseada em problemas no ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com vistas a desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O estudo se destina a contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio e sua importância é fornecer metodologias inovadoras para a prática docente em Matemática. A coleta de dados será realizada por meio de questionários a priori e a posteriori, avaliação diagnóstica

e sequência didática, sendo coletados no mês de novembro de 2019, durante as aulas de Matemática na Escola_____.

A seguir, as informações sobre a pesquisa:

- Esta pesquisa está em conformidade com as normas do Comitê de Ética e Pesquisa.
- Esta pesquisa não oferece riscos à sua saúde física e/ou mental do (a) participante, assegurando-se a sua dignidade.
- É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem qualquer prejuízo ou penalidade.
- Não há despesas pessoais para o (a) participante em qualquer fase do estudo. Também não há compensação financeira relacionada à participação.
- Serão mantidos em sigilo a identidade dos participantes da pesquisa.
- Serão realizados registros fotográficos durante a aplicação das atividades referentes à pesquisa, sem prejuízo à sua imagem e sem gerar direitos conexos, respeitando-se à preservação de sua identidade.
- Os resultados desta pesquisa comporão o Trabalho de Conclusão de Curso e também serão publicados em artigos científicos e apresentados em eventos científicos, preservando-se a identidade do participante.

TERMO DE ACEITE

Eu, _____
_____, declaro que dei meu consentimento para que meu
filho(a) _____ participe desta
pesquisa.

Assinatura do responsável legal pelo (a)
participante: _____
Telefone de
contato: _____

CIDADE/ESTADO, _____ de _____ de _____.

APÊNDICE D – Questionário a priori e Avaliação diagnóstica

QUESTIONÁRIO A PRIORI E AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Objetivo: Identificar o perfil dos alunos e suas dificuldades em relação ao ensino de Matemática.

Parte 1 – QUESTIONÁRIO A PRIORI - PERFIL DO ALUNO

Nome:

Idade:

Gênero: () F () M () Outro.

1. Você tem dificuldade na compreensão de conteúdos de Matemática?

- a) Sim b) Não c) Às vezes

2. Quando você tem dúvidas em conteúdos de Matemática, você costuma perguntar para o professor?

- a) Sim b) Não c) Às vezes

3. Você assiste vídeos de Matemática no YOUTUBE para aprender conteúdos que não consegue compreender nas aulas?

- a) Sim b) Não c) Às vezes

4. Em relação aos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental, você considera que adquiriu uma base boa e necessária para compreender os conteúdos de Matemática do Ensino Médio?

- a) Sim, tenho uma boa base e não apresento dificuldades na compreensão dos conteúdos do Ensino Médio
b) Sim, tenho uma boa base e apresento poucas dificuldades na compreensão dos conteúdos do Ensino Médio
c) Não tenho uma boa base e apresento dificuldades na compreensão dos conteúdos do Ensino Médio.

5. Com que frequência o professor usa o livro didático nas aulas de Matemática?

- a) Nunca b) Raramente c) Às vezes d) Sempre

6. Você costuma estudar em casa, fazendo os exercícios extras?

- a) Nunca b) Raramente c) Às vezes d) Sempre

7. Nas aulas de Matemática, em relação à quantidade de exercícios, estes são passados em:

- a) Grande quantidade
b) Média quantidade
c) Baixa quantidade

8. Nas aulas de Matemática, em relação à quantidade de problemas, estes são passados em:

- a) Grande quantidade

- b) Média quantidade
- c) Baixa quantidade

9. Você tem dificuldades para compreender o enunciado dos problemas matemáticos (ou seja, com a leitura e interpretação dos problemas matemáticos)?

- a) Sim
- b) Não
- c) Às vezes

10. Você tem dificuldades para resolver problemas matemáticos?

- a) Sim
- b) Não
- c) Às vezes

11. Os problemas matemáticos que o professor tem trabalhado em sala de aula abordam situações do cotidiano?

- a) Sim
- b) Não
- c) Às vezes

12. Você tem dificuldade com a divisão?

- a) Sim
- b) Não
- c) Às vezes

13. Você tem dificuldade com porcentagem?

- a) Sim
- b) Não
- c) Às vezes

Parte 2 – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA
--

Questão 01: Com suas palavras, explique o que você entende por:

- a) Probabilidade
- b) Amostra.
- c) Casos Favoráveis.

Problema 02 (FCC – 2011): Para disputar a final de um torneio internacional de natação, classificaram-se 8 atletas: 3 norte-americanos, 1 australiano, 1 japonês, 1 francês e 2 brasileiros. Considerando que todos os atletas classificados são ótimos e têm iguais condições de receber uma medalha (de ouro, prata ou bronze), a probabilidade de que pelo menos um brasileiro esteja entre os três primeiros colocados é igual a:

- a) $5/4$
- b) $3/7$
- c) $4/7$
- d) $9/14$
- e) $5/7$

Problema 03 (Enem – 2012): Ao se realizar um lançamento de um par de dados não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, qual é a probabilidade de a soma dos pontos ser 3 ou 7?

- a) $4/9$
- b) $3/11$
- c) $5/7$
- d) $2/11$
- e) $2/9$

Das questões/problemas da Avaliação Diagnóstica, qual você considerou a mais difícil de responder:

- a) questão 01
- b) problema 02
- c) problema 03
- d) todos

APÊNDICE D – Questionário a Posteriori

QUESTIONÁRIO A POSTERIORI

Objetivo: Averiguar se os conceitos desenvolvidos na sequência didática foram assimilados pelos alunos.

Nome: _____

1. Em qual dos problemas da sequência didática você apresentou maior dificuldade para resolver:

- a) Problema da 1ª aula: enquete dos internautas
- b) Problema da 2ª aula: contos de Halloween
- c) Problema da 3ª aula: problema da união de 2 eventos
- d) Problema da 4ª aula: problemas em tiras (baralho de 28 cartas)

2. Para você o problema da 1ª aula é de nível:

- a) Fácil b) Mediano c) Difícil

3. Para você o problema da 2ª aula é de nível:

- a) Fácil b) Mediano c) Difícil

4. Para você o problema da 3ª aula é de nível:

- a) Fácil b) Mediano c) Difícil

5. Para você o problema da 4ª aula é de nível:

- a) Fácil b) Mediano c) Difícil

6. Sobre o recurso de problemas em tiras, você considerou:

- A) Uma excelente forma de trabalhar com problemas matemáticos.
- B) Uma ótima forma de trabalhar com problemas matemáticos.
- C) Uma boa forma de trabalhar com problemas matemáticos.
- D) Uma forma regular de trabalhar com problemas matemáticos.
- E) Uma forma ruim de trabalhar com problemas matemáticos.

7. Para resolver os problemas propostos, qual foi a etapa que você teve mais dificuldade?

- a) Ler, interpretar e analisar o problema
- b) Listar o que você já conhece do conteúdo que aparece no problema
- c) Descrever o problema
- d) Listar o que é necessário para resolver o problema
- e) Listar possíveis ações para resolver o problema
- f) Analisar as informações obtidas para resolver o problema
- g) Validar a solução do problema, refletir sobre o processo de resolução e apresentar a solução

8. Para resolver os problemas propostos, qual foi a etapa que você teve mais facilidade?

- a) Ler, interpretar e analisar o problema
- b) Listar o que você já conhece do conteúdo que aparece no problema
- c) Descrever o problema

- d) Listar o que é necessário para resolver o problema
- e) Listar possíveis ações para resolver o problema
- f) Analisar as informações obtidas para resolver o problema
- g) Validar a solução do problema, refletir sobre o processo de resolução e apresentar a solução

9. Você teve dificuldade para ler, interpretar e analisar os problemas?

- a) Sim, em todos problemas
- b) Sim, mas em alguns problemas
- c) Não tive dificuldade

10. Você conseguiu retirar e listar as informações dos problemas, para então refletir e discutir as possíveis formas de resolução (ações para resolver o problema)?

- a) Sim, em todos problemas
- b) Sim, mas em alguns problemas
- c) Não consegui retirar e listar as informações dos problemas

11. Sobre a etapa de listar possíveis ações para resolver o problema, você conseguiu fazer relação com conteúdos e procedimentos já aprendidos e elaborar estratégias para resolver o problema?

- a) Sim, sem dificuldade
- b) Sim, mas alguma dificuldade
- c) Não consegui

12. Você teve dificuldade em validar a solução do problema, refletir sobre o processo de resolução e apresentar a solução?

- a) Sim, sem dificuldade
- b) Sim, mas alguma dificuldade
- c) Não consegui

13. Você teve dificuldade em trabalhar em grupo para resolver os propostos?

- a) Sim, muita dificuldade
- b) Sim, mas alguma dificuldade
- c) Não tive dificuldade em trabalhar em grupo

14. Dos conteúdos abordados nos problemas, qual você teve mais dificuldade de compreender:

- a) Frequência Relativa e Probabilidade;
- b) Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis;
- c) Probabilidade da União de Dois Eventos;
- d) Probabilidade Condicional;
- e) Probabilidade da Interseção de Dois Eventos.

15. Você conseguiu compreender a noção de probabilidade por meio dos problemas?

- a) Sim, sem dificuldade
- b) Sim, mas com alguma dificuldade
- c) Sim, mas compreendi mais ou menos e estou com algumas dúvidas
- c) Não consegui compreender

16. Como você avalia a metodologia de aprendizagem baseada em problemas que foi aplicada nas aulas para trabalhar o conteúdo de probabilidade?

- a) Excelente
- b) Ótima
- c) Boa
- d) Regular
- e) Ruim

APÊNDICE E – Sequência Didática - Probabilidade

Sequência Didática - Probabilidade

Introdução

O ensino pautado na resolução de problemas de Probabilidade e principalmente de Probabilidade Condicional, tem se mostrado cada vez mais defasado, como afirma Silva (2016), explicando que este conteúdo tem sido pouco abordado nas aulas de Matemática, mas que vem aparecendo cada vez mais em concursos públicos e no Exame Nacional do Ensino Médio.

Segundo Noronha (2011), o conteúdo de probabilidade tem sido tão relevante quanto os conteúdos de Geometria, Álgebra e Aritmética nas aulas de Matemática, a compreender que ao ensinar este conteúdo, o professor contribui para desenvolver as habilidades de analisar, criticar e argumentar, o que muito tem contribuído para pesquisas na área de Educação Matemática, devido à inserção de novas formas de construir conhecimentos previsto no currículo.

Além disso, Mendonza e Swift (1981) afirmam que o ensino de probabilidade deve ser visto como uma estratégia para se trabalhar em sala de aula atividades que tratem de tomada de decisões que são inerentes às situações da vida social por meio de análises, comparações, hipóteses e amostras.

Pensando em auxiliar o professor nessa tarefa, a presente sequência didática se apresenta com uma proposta metodológica para ensinar os conteúdos de probabilidade com uma nova perspectiva: a da utilização da aprendizagem baseada em problemas (ABP), na qual o aluno se torna ativamente responsável pelo seu processo de aprendizagem, com a finalidade de estudar os tipos de da probabilidade, formalizar os conceitos e suas aplicações e desenvolver o raciocínio lógico.

Os passos para o desenvolvimento da ABP são de autoria de Bufrem e Sakakima (2003):

Quadro 1. Sete Passos da Aprendizagem Bancada em Problemas.

Ação	Questões / Uso	Questões/Uso
1. Ler e analisar o problema	Identificar e esclarecer os termos desconhecidos.	Quais são os problemas?
2. Listar o que já é conhecido	Escrever o que o grupo conhece sobre o assunto, dividir as questões pertinentes, criar hipóteses.	Por onde começar?
3. Desenvolver um relatório do problema	Analisar e descrever o que o grupo está tentando resolver, produzir, responder, ou encontrar.	Uso do <i>brainstorm</i> para encontrar possíveis explicações, de acordo com os conhecimentos prévios.
4. Formular os objetivos de aprendizagem	Preparar uma lista das necessidades para resolver os problemas, dos conceitos e princípios que devem ser aprendidos e do que deve ser estudado para aprofundar os conhecimentos. Essas questões irão guiar as buscas nas bibliotecas e outras fontes.	O que é necessário aprender?
5. Listar possíveis ações	Listar recomendações, ações, hipóteses, identificar fontes, recursos e ações individuais.	O Por quê fazer? Quem faz o quê? Utilizar-se do estudo individual.
6. Analisar as informações obtidas	Retornar ao grupo, discutir diante dos novos conhecimentos adquiridos, revisar os problemas, identificar outros, formular e testar as hipóteses criadas para explicar o problema, ou encaminhar possíveis soluções, baseados nos dados de pesquisa levantados.	O objetivo foi alcançado? O que foi aprendido?
7. Apresentar veredictos e soluções	Preparar um relatório com as recomendações, inferências ou outra solução apropriada ao problema, baseando-se nos dados levantados e já questionados. Não é necessário esgotar os temas discutidos, deve-se refletir sobre o processo, questionando os novos conhecimentos adquiridos. Se possível, realizar uma avaliação de cada um e do grupo como um todo (auto-avaliação).	Apresentar relatório.

Conteúdo: Probabilidade
Autores: Sidney Leandro da Silva Viana
Ano Escolar: 2ª ano do Ensino Médio
Ementa:
Frequência Relativa e Probabilidade; Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis; Probabilidade da União de Dois Eventos; Probabilidade Condicional; Probabilidade da Interseção de Dois Eventos.
Objetivo Geral e Objetivos Específicos:
<p>Objetivo Geral: Verificar a efetividade da metodologia de aprendizagem baseada em problemas no ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com vistas a desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).</p> <p>Objetivos Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Introduzir as noções básicas de probabilidade; - Caracterizar a probabilidade em espaços amostrais equiprováveis, união de dois eventos, condicional e interseção de dois eventos por meio de situações-problema contextualizados.
Formas previstas de Avaliação: Avaliação formativa
Referências:
<p>BUFREM, L. S.; SAKAKIMA, A. M. O ensino, a pesquisa e a aprendizagem baseada em problemas. Transinformação, Campinas , v. 15, n. 3, p. 351361, Dec. 2003 .</p> <p>MENDOZA, L. P.; SWIFT, J. Why teach statistics and probability: a rationale. In: SHULTE, A. P.; SMART, J. R. (Ed). Teaching statistics and probability. Reston: Year book national Council of Teachers of Mathematics, 1981. P. 90100.</p> <p>NORONHA, C. H., Editorial. Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, vol. 24, n. 40,p. 7-9, dez. 2011.</p>

SILVA, A. L. B. **Probabilidade no Ensino Médio e suas aplicações no cotidiano.** Disponível em:

<https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/07/PROBABILIDADE-NO-ENSINO-M%C3%89DIO-E-SUAS-APLICA%C3%87%C3%95ES-NO-COTIDIANO.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2019.

Questões do ENEM

Questões de Concurso

PARTE 1 – NOÇÕES BÁSICAS DE PROBABILIDADE

Uma determinada coleta de dados em qualquer pesquisa deve ter por objetivo analisar certa situação, na qual as informações coletadas devem ser organizadas de modo que venha se ter um melhor entendimento das opções que foram escolhidas por quem foi pesquisado, como o uso de tabelas. Baseado nisso, surge o conceito de **frequência absoluta**, que serve para registrar exatamente a quantidade de vezes em que determinada realização ocorreu, não sendo possível comparar. Esta, é feita através de dados percentuais, definidos como a razão entre a frequência absoluta e o número total de observações. Ademais, deve-se ter em mente ainda que a frequência relativa fornece uma melhor visualização, já que os dados percentuais traduzem melhor a situação de cada caso.

Além disso, uma outra forma de analisar de forma probabilística uma coleta de dados, é utilizando-se de um cenário em que os espaços amostrais são equiprováveis, e neles se tem que os eventos possuem probabilidades iguais de ocorrência. Outra forma de analisar essa coleta de dados é quando se pretende determinar a possibilidade de ocorrer um evento A ou um evento B, sendo necessário calcular a probabilidade da união desses dois eventos. Por outro lado, se ocorrer a possibilidade de dois eventos acontecerem de forma simultânea ou sucessivamente, estaremos trabalhando o que matematicamente é chamado de probabilidade da intersecção de dois eventos ou probabilidade de

eventos sucessivos. Agora, se acontecer de visar calcular a possibilidade de um evento ocorrer depois que algum outro já tenha ocorrido, trabalha-se a probabilidade condicional.

Nas atividades propostas, serão seguidos os passos da ABP, conforme Bufrem e Sakakima (2003).

1.1.

AS ATIVIDADES PROPOSTAS

1ª aula:

Conteúdo abordado: Frequência Relativa e Probabilidade

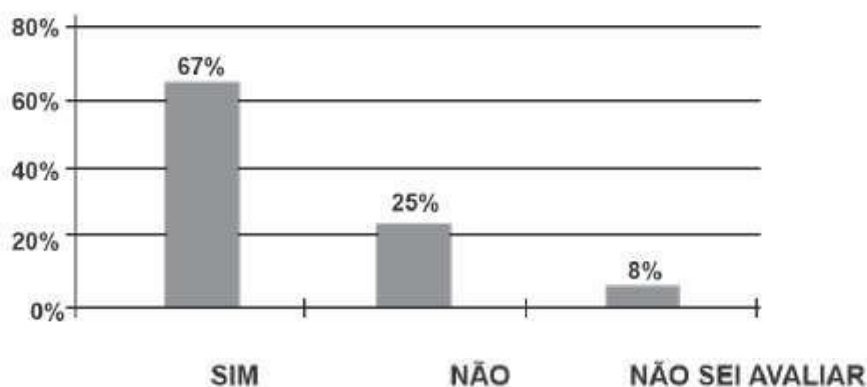
Tempo estimado: 2 horas/aula

Atividade Proposta: Aprendizagem Baseada em Problemas

Nessa aula, os alunos estarão divididos em grupos de até 4 pessoas e cada um desses grupos receberá um problema¹ e deverá respondê-lo em determinado tempo. Acabado esse tempo, os alunos irão debater entre si as estratégias utilizadas e, a partir daí, começarão a surgir as conjecturas envolvidas na teoria conceitual de Frequência Relativa e Probabilidade.

PROBLEMA (Enem – 2011):

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

Resposta do problema proposto:

Nesse problema, o aluno deverá se ater ao cálculo percentual de 25% do total de entrevistados, já que esse é o percentual de pessoas que responderam “Não”.

$25\% \text{ de } 279 = 69,75.$

Resposta: aproximadamente 70 pessoas.

2ª aula:

¹ O termo problema é utilizado nesta sequência didática de modo genérico, mas refere-se à situação-problema.

Conteúdo abordado: Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis e Probabilidade Condicional.

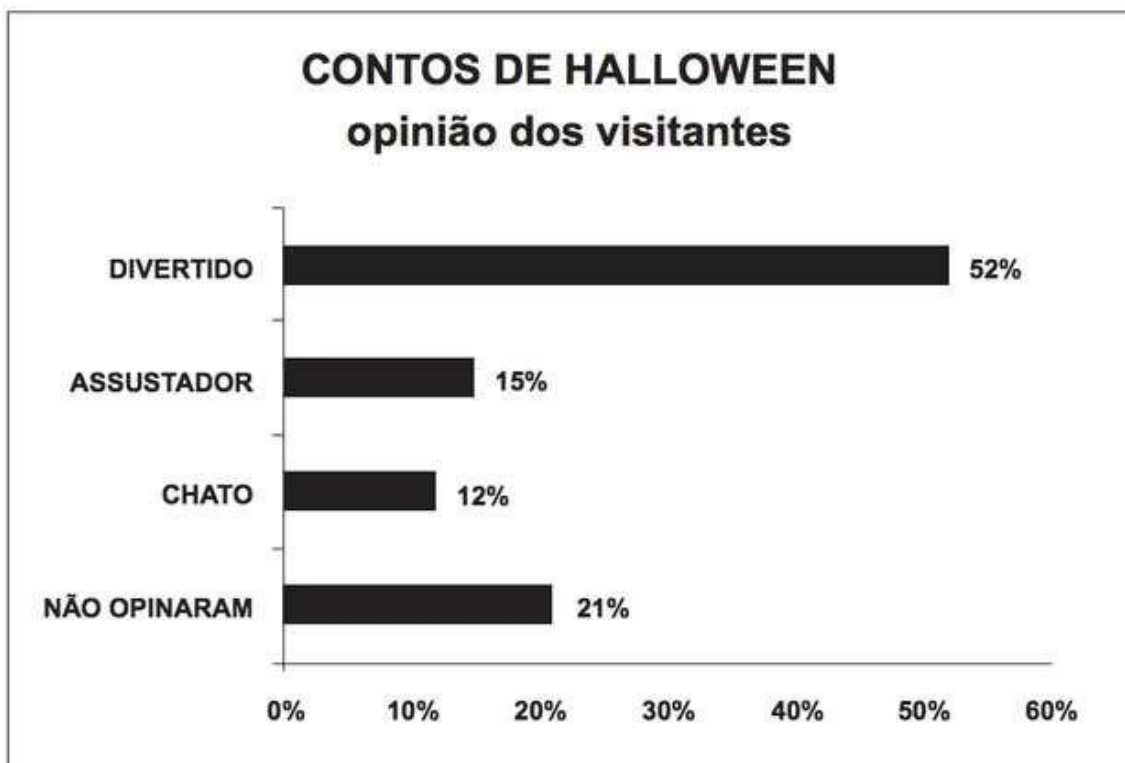
Tempo estimado: 1 hora/aula

Atividade Proposta: Aprendizagem Baseada em Problema

Nessa aula, os alunos novamente irão se dispor em grupos de até 4 pessoas e receberão um novo problema a fim de que ao término do tempo estimado, eles possam debater as estratégias utilizadas para que se chegue às conjecturas formais, no que diz respeito a Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis e Probabilidade Condicional.

PROBLEMA (Enem - 2012):

Em um blog de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados “Contos de Halloween”. Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: “Divertido”, “Assustador” ou “Chato”. Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem “Contos de Halloween”.

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por A) 0,09.

B) 0,12.

C) 0,14.

D) 0,15.

E) 0,18.

Resposta do problema proposto:

Trata-se de um problema de probabilidade condicional, onde o espaço amostral não é o total de entrevistados, mas sim o total de pessoas que opinaram, já que esta foi a condição imposta pelo problema. Sendo 12% os casos favoráveis (responderam “chato”) e o espaço amostral de $100\% - 21\% = 79\%$, retirando-se do total de entrevistados aqueles que não opinaram, a probabilidade pedida pode ser calculada (melhor aproximação com duas casas decimais).

3ª aula:

Conteúdo abordado: Probabilidade da União de Dois Eventos e Probabilidade da Interseção de Dois Eventos.

Tempo estimado: 2 horas/aula

Atividade Proposta: Aprendizagem Baseada em Problemas

Nessa aula, os alunos novamente irão se dispor em grupos de até 4 pessoas e receberão um novo problema afim de que ao término do tempo estimado, eles possam debater as estratégias utilizadas para que se chegue às conjecturas formais no que diz respeito à Probabilidade da União de Dois Eventos e Probabilidade da Interseção de Dois Eventos.

Problema (TJ BA – FGV 2015): A probabilidade da união de dois eventos, A e B, é conhecida, sendo igual a 80%, enquanto a probabilidade da união de seus complementares é igual a 70%. Assim, se a probabilidade de A é igual a 40%, então:

- a) $P(B) = 0,70$;
- b) $P(B) = 0,25$.
- c) $P(B) = 0,30$;
- d) $P(B) = 0,50$;
- e) $P(B) = 0,60$.

Resposta do problema proposto:

Se montarmos o diagrama de conjuntos, como sugere a Matemática, iremos perceber que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Como $P(A) = 40\%$, $P(A \cup B) = 80\%$ e que $P(A \cap B) = 100 - 70\% = 30\%$, encontramos que:

$$80\% = 40\% + P(B) - 30\%$$

Logo, $P(B) = 70\%$

4ª aula:

Conteúdo abordado: Todos os listados na ementa

Tempo estimado: 1 hora/aula

Atividade Proposta: Problema em tiras

Nessa aula, os alunos irão receber um problema de probabilidade com o enunciado em tiras e deverão montar o problema, de modo que classifiquem o problema segundo o seu conteúdo e, em seguida, consigam responder.

Problema (Fuvest – 2015):

De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

a) $\frac{1}{130}$

b) $\frac{1}{420}$

c) $\frac{10}{1771}$

d) $\frac{25}{7117}$

e) $\frac{52}{8117}$

Resposta do problema proposto:

Após Luís receber as respectivas cartas ($2o + 1e + 1c + 1p$). Considerando $o =$ ouro; $e =$ espadas; $c =$ copas; $p =$ paus; baralho, que continha 7 de cada naipe, ficou no total: $5o + 6e + 6c + 6p$, totalizando 23 cartas.

As que ele descartou ele não irá devolver no baralho. Portanto, basta calcular a probabilidade de cada evento (cada carta pegada) e multiplicar as probabilidades.

1º evento: Retirar um dos 5 ouros do baralho de 23.

$$P = \frac{5}{23}$$

2º evento: Retirar um dos 4 ouros do baralho de 22.

*Observe que no segundo evento, um ouro já não está mais no baralho, mas sim, nas mãos de Luís, assim, é subtraído uma unidade da quantidade de ouros e, conseqüentemente, das cartas totais.

$$O = 4/22 = 2/11$$

3º evento: Retirar um dos 3 ouros restantes do baralho de 21.

$$P = 3/21 = 1/7$$

Para unir eventos independentes, basta multiplicar as probabilidades desses.

Portanto, a probabilidade de, ao final, Luís conseguir as 5 cartas de ouro é de 10/1771 ou 0,56%