

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL  
CENTRO DE TECNOLOGIA - CTEC  
ENGENHARIA CIVIL

**PROCEDIMENTOS PARA REFORÇO DE LAJES NERVURADAS UTILIZANDO  
MANTAS DE FIBRA DE CARBONO**

MYLENA GABRIELA NASCIMENTO DA SILVA

Trabalho de Conclusão de Curso  
Orientador: Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques

Maceió - AL  
2023

MYLENA GABRIELA NASCIMENTO DA SILVA

**PROCEDIMENTOS PARA REFORÇO DE LAJES NERVURADAS UTILIZANDO  
MANTAS DE FIBRA DE CARBONO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido ao Colegiado do Curso de  
Engenharia Civil do Centro de  
Tecnologia da Universidade Federal de  
Alagoas, como exigência para obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia  
Civil.

Maceió - AL

2023

**Catálogo na Fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

T693a Silva, Mylena Gabriela Nascimento da.  
Procedimentos para reforço de lajes nervuradas utilizando mantas de fibra de carbono / Mylena Gabriela Nascimento da Silva. – Maceió, 2023.  
71 f. : il., grafs. e tabs. color.

Orientador: Severino Pereira Cavalcanti Marques.  
Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Civil) –  
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2023.

Bibliografia: f. 68-71.

1. Reforço estrutural. 2. Fibras de carbono. 3. Lajes. 4. Concreto armado. I.  
Título.

CDU: 691.33

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, pois sem ele nada disso seria possível. Ele quem me fortaleceu e me deu toda a coragem para que eu pudesse chegar até aqui.

Agradeço também a minha mãe Maria José, conhecida como Dênis, por ter acreditado em mim, não ter soltado a minha mão em nenhum momento e por ter me apoiado dia e noite em toda a batalha de viver sozinha em uma cidade que não é a minha cidade natal.

Agradeço ao meu pai Marcos, por ter me dado o suporte necessário para conseguir concluir mais esta etapa da minha vida. Agradeço a todo incentivo, confiança e paciência que teve comigo.

Às minhas irmãs Mayara e Maíra, pelo apoio e auxílio em todas as situações que necessitei de ajuda.

Quero agradecer também as minhas lindas e amadas sobrinhas: Maria Eduarda, Maria Clara, Ayla Lorena, Helena Marília e Maria Heloísa, por me lembrar todos os dias pelo o que eu tenho que lutar e me dá a alegria de compartilhar todos os momentos de descontração e divertimento nos horários livres.

Aos meus cunhados Thiago e Dermeval, por todo o apoio e claro, auxílio com deslocamento até a universidade, além de toda e boa reunião de finais de semana para descontração e alegria.

Aos meus amigos de graduação: Lívia Teles, Wesley Bulhões e Emanuelle Barros, por terem partilhado comigo todo o sofrimento nas disciplinas (principalmente o Cálculo 1 unificado) assim como a alegria de superar e concluir cada etapa deste curso.

Agradeço também aos meus supervisores de Estágio, Diogo Jatobá e Rafaella Lima, pela oportunidade no mercado de trabalho ainda como graduanda e por todo o ensinamento e auxílio no crescimento profissional como futura Engenheira Civil.

Gostaria de agradecer também aos meus professores por todo ensinamento e empenho durante esta trajetória, em especial o professor Severino Marques, que além de professor é meu orientador, por toda a disposição, atenção e compreensão durante toda a produção deste trabalho.

Por fim, agradeço a Universidade Federal de Alagoas junto ao Centro de Tecnologia por ter me proporcionado esta experiência incrível, oportunidades e crescimento tanto profissional como pessoal. É, sem dúvida, uma etapa marcante em minha vida.

## RESUMO

DA SILVA, M. G. N. **Procedimentos para reforço de lajes nervuradas utilizando mantas de fibra de carbono.** Trabalho de conclusão de curso de graduação - Engenharia Civil - Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2023.

O concreto armado é, sem dúvidas, um dos principais materiais estruturais utilizados na construção civil no Brasil e no mundo. Assim como acontece com todos os tipos de estruturas, aquelas de concreto armado podem necessitar de reforço em muitas situações, tais como: falha no dimensionamento ou execução, mudança na utilização da construção, deterioração ao longo do tempo, variação do carregamento de utilização, etc. Nestes casos, a adoção de técnicas de reforço visa proporcionar ao sistema estrutural as condições necessárias para garantir estabilidade e segurança. Muitas são as opções de reforço estrutural e dentre estas encontra-se o emprego de mantas de fibra de carbono. Este sistema de reforço tem como principal característica a alta resistência mecânica e o baixo peso específico, além de uma boa adaptação à diferentes geometrias de peças. Neste contexto, o trabalho apresenta procedimentos de execução e dimensionamento relacionados à utilização de mantas de fibra de carbono como reforço em lajes de concreto armado constituídas por nervuras bidirecionais, seguindo recomendações estabelecidas pela ABNT NBR 6118, ABNT NBR 6120 e ACI 440.2R. Os referidos procedimentos são aplicados em um exemplo de laje nervurada reforçada para atender às condições exigidas por um diferente valor de carga acidental correspondente ao novo uso da edificação.

**Palavras-chave:** reforço estrutural, fibras de carbono, laje nervurada, concreto armado.

## ABSTRACT

DA SILVA, M. G. N. **Procedures for reinforcing ribbed slabs using carbon fiber mats.** Undergraduate course completion work - Civil Engineering - Federal University of Alagoas, Maceió. 2023.

Reinforced concrete is undoubtedly one of the main structural materials used in civil construction in Brazil and around the world. As with all types of structures, those made of reinforced concrete may require reinforcement in many situations, such as: failure in design or execution, change in the use of the building, deterioration over time, variation in the load of use, etc. In these cases, the adoption of reinforcement techniques aims to provide the structural system with the necessary conditions to guarantee stability and safety. There are many options for structural reinforcement and among these is the use of carbon fiber blankets. The main characteristics of this reinforcement system are its high mechanical strength and low specific weight, as well as its good adaptation to different part geometries. In this context, the paper presents execution and design procedures related to the use of carbon fiber blankets as reinforcement in reinforced concrete slabs consisting of bidirectional ribs, following recommendations established by ABNT NBR 6118, ABNT NBR 6120 and ACI 440.2R. These procedures are applied to an example of a ribbed slab reinforced to meet the conditions required by a different accidental load value corresponding to the new use of the building.

**Keywords:** structural reinforcement, carbon fibers, ribbed slab, reinforced concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Laje nervurada.....	17
Figura 2: Laje nervurada com o uso de moldes plásticos .....	18
Figura 3: Seções transversais de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas .....	19
Figura 4: Diagrama de momentos para lajes nervuradas contínuas (engastadas).....	22
Figura 5: Laje e grelha equivalente.....	23
Figura 6: Grelha Equivalente .....	23
Figura 7: Aplicação de cargas sobre a grelha .....	26
Figura 8: Malha de grelha para laje nervurada .....	27
Figura 9: Seção T com $0,8x \leq h_f$ , para concretos do Grupo I .....	29
Figura 10: Decomposição da seção T com armadura simples.....	30
Figura 11: Sistema composto estruturado com fibras de carbono .....	35
Figura 12: Ampliação em microscópio eletrônico de um sistema composto estruturado com fibras de carbono.....	36
Figura 13: Diagramas tensão vs. deformação para matrizes poliméricas .....	36
Figura 14: Reforço de vigas à flexão e ao corte.....	38
Figura 15: Reforço de viga de concreto à flexão e ao corte.....	39
Figura 16: Etapas construtivas dos sistemas compostos estruturados com fibras de carbono.40	
Figura 17: Diagrama tensão-deformação idealizado .....	44
Figura 18: Diagrama tensão-deformação do aço .....	44
Figura 19: Configurações possíveis do reforço para cisalhamento .....	48
Figura 20: Indicações de largura, espaçamento e inclinação da fibra de carbono.....	49
Figura 21: Modelo estrutural do pavimento analisado .....	52
Figura 22: Características da forma bidirecional .....	53
Figura 23: Seção T ajustada.....	53
Figura 24: Diagrama de Momento Fletor .....	55
Figura 25: Diagrama de Esforço Cortante .....	55
Figura 26: Grelha equivalente modelada no processador LAGI .....	58
Figura 27: Configurações de análise.....	58
Figura 28: Diagrama de momento fletor em todas as barras da grelha equivalente.....	59
Figura 29: Diagrama de esforço cortante em todas as barras da grelha equivalente.....	59
Figura 30: Diagrama de momento fletor em cada barra da grelha .....	60
Figura 31: Diagrama de esforço cortante em cada barra da grelha.....	60

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Características genéricas de fibra de carbono.....	37
Quadro 2: Coeficientes de dilatação das fibras de carbono .....	37
Quadro 3: Fator de redução $\psi f$ para reforço ao cisalhamento .....	50
Quadro 4: Valores de Momento Fletor na laje.....	56
Quadro 5: Valores de Esforço Cortante na laje .....	56
Quadro 6: Área de aço referente ao dimensionamento à flexão das nervuras na laje .....	57
Quadro 7: Valores de momento fletor obtidos pelo processador “LAGI” .....	61
Quadro 8: Valores de esforço cortante obtidos pelo processador “LAGI” .....	61
Quadro 9: Valores de momento fletor para laje de biblioteca com sala de leitura e estantes..	62
Quadro 10: Valores de esforço cortante para laje de biblioteca com sala de leitura e estantes .....	62
Quadro 11: Verificação de necessidade de reforço.....	63
Quadro 12: Deformações no dimensionamento do reforço com PRFC .....	63
Quadro 13: Quantidade de PRFC necessário para o reforço .....	64
Quadro 14: Verificação de necessidade de reforço.....	64



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABECE – Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

CFC - Compostos estruturados com Fibras de Carbono

CHBDC – Canadian Highway Bridge Design Code

EPS – Poliestireno Expandido

EUA – Estados Unidos da América

IBRACON – Instituto Brasileiro de Concreto

PAN – Poliacrilonitrila

PITCH - Alcatrão proveniente do carvão ou do petróleo

PRF – Polímero Reforçado por Fibra

PRFC – Polímero Reforçado por Fibra de Carbono

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A'_c$  – Área de concreto que sofre compressão;
- $A_{fv}$  – Área transversal do PRFC;
- $A_i$  – Área da porção  $i$  da seção transversal;
- $A_s$  – Área de armadura de flexão;
- $A_{s1}$  – Área de armadura referente ao momento fletor  $M_{1d}$ ;
- $A_{s2}$  – Área de armadura referente ao momento fletor  $M_{2d}$ ;
- $A'_s$  – Área de armadura de compressão;
- $b_f$  – Largura da mesa da seção T;
- $b_i$  – Largura da porção de área  $i$  da seção transversal;
- $b_w$  – Largura da seção transversal;
- $d$  – Altura útil da seção transversal;
- $d_{fv}$  – Profundidade efetiva do PRFC;
- $d_i$  – Distância entre o centro de gravidade da porção  $i$  e o centro de gravidade da seção transversal;
- $E_f$  – Módulo de elasticidade do PRFC;
- $E_{cs}$  – Módulo de elasticidade secante do concreto;
- $e$  – Menor dimensão da seção transversal;
- $e_i$  – Menor dimensão da região  $i$  da seção transversal;
- $f$  – Maior dimensão da seção transversal;
- $f_i$  – Maior dimensão da região  $i$  da seção transversal;
- $f_{ck}$  – Resistência à compressão do concreto;
- $f_{cd}$  – Resistência à compressão de cálculo do concreto;
- $f_{yd}$  – Tensão de cálculo da armadura
- $g$  – Carga permanente;
- $G$  – Módulo de elasticidade transversal;
- $h$  – Altura da seção transversal;
- $h_f$  – Altura da mesa da seção T;
- $h_i$  – Altura da porção de área  $i$  da seção transversal;
- $I$  – Momento de inércia à flexão;
- $J$  – Momento de inércia à torção;
- $\kappa_v$  – Coeficiente de redução aplicado ao cisalhamento;

$k_1$  – Fator de modificação devido ao concreto;

$k_2$  – Fator de modificação devido ao envolvimento da fibra;

$L_e$  – Comprimento efetivo da fibra;

$n$  – Número de camadas de PRFC;

$M_d$  – Momento fletor de cálculo;

$M_{1d}$  – Momento resistente de cálculo proporcionado pela mesa comprimida;

$M_{2d}$  – Momento resistente de cálculo proporcionado pela seção retangular;

$q$  – Carga acidental;

$R_{cd}$  – Força resultante da seção comprimida de concreto;

$R_{ref}$  – Força resultante da seção tracionada do reforço;

$R_{sd}$  – Força resultante da seção tracionada da armadura;

$R'_{sd}$  – Força resultante da seção comprimida da armadura;

$s_f$  – Espaçamento entre as fibras de carbono para o reforço ao cisalhamento;

$t_f$  – Espessura do PRFC;

$V_c$  – Parcela de cortante resistida pelo concreto;

$V_s$  – Parcela de cortante resistida pela armadura transversal;

$V_f$  – Parcela de cortante resistida pelo compósito;

$V_n$  – Resistência do elemento ao esforço cortante;

$V_u$  – Valor característico da força cortante na seção considerada;

$V_{sd}$  – Força cortante solicitante de cálculo;

$V_{Rd1}$  – Resistência de projeto ao cisalhamento;

$V_{Rd2}$  – Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$W_f$  – Largura da faixa de fibra de carbono para reforço ao cisalhamento;

$x$  – Profundidade da linha neutra;

$y$  – Altura do diagrama retangular de tensões de compressão no concreto na seção transversal de uma peça fletida;

$z$  – Braço de alavanca;

$z_1$  – Braço de alavanca (distância entre o centro gravidade da armadura de tração e o centro de gravidade da região comprimida do concreto);

$z_2$  – Braço de alavanca (distância entre o centro de gravidade da seção tracionada de fibra de carbono e o centro de gravidade da região comprimida do concreto);

$\sigma_{cp}$  – Parcela devida à protensão;

$\sigma_{fe}$  – Tensão efetiva do PRFC;

$\sigma_{sd}$  – Tensão de cálculo da armadura tracionada;

$\tau_{Rd}$  – Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$\varepsilon$  – Coeficiente de deformação;

$\varepsilon_b$  – Deformação na fibra considerada no reforço para o carregamento máximo;

$\varepsilon_{bi}$  – Deformação pré-existente na instalação do reforço de fibra de carbono;

$\varepsilon_{fc}$  – Deformação máxima do composto de fibra de carbono;

$\varepsilon_{fe}$  – Deformação efetiva do PRFC;

$\varepsilon_{fu}$  – Deformação última das fibras;

$\phi$  – Fator de redução;

$\psi_f$  – Fator de redução de acordo com o envolvimento do compósito;

$\beta$  – Ângulo de inclinação da faixa de PRFC;

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	14
1.1 Considerações iniciais .....	14
1.2 Objetivos .....	15
1.3 Justificativa .....	15
1.4 Delimitação do trabalho .....	16
2. LAJES NERVURADAS .....	17
2.1 Tipos de lajes nervuradas .....	18
2.1.1 Lajes moldadas no local (“ <i>in loco</i> ”) .....	18
2.1.2 Lajes pré-fabricadas .....	19
2.2 Prescrições Normativas.....	19
2.3 Procedimentos de projeto .....	20
3. ANALOGIA DE GRELHA.....	23
3.1 Discretização da laje .....	24
3.2 Propriedades físicas e geométricas .....	24
3.2.1 Momento de inércia à flexão .....	24
3.2.2 Momento de inércia à torção .....	25
3.3 Distribuição dos carregamentos .....	26
3.4 Considerações à utilização da analogia de grelha para lajes nervuradas .....	26
3.4.1 Criação do modelo .....	27
3.4.2 Propriedade físicas e geométricas.....	27
4. PROCEDIMENTOS PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJE NERVURADA.....	29
4.1 Armadura de Flexão .....	29
4.1.1 Altura $y = 0,8x$ menor ou igual a altura da mesa da seção T .....	29
4.1.2 Altura $y = 0,8x$ maior que a altura da mesa da seção T .....	30

4.2 Armadura de Cisalhamento .....	31
4.2.1 Espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual à 65 cm .....	31
4.2.2 Espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm .....	32
4.2.3 Espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm .....	34
5. REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO .....	35
5.1 Propriedades mecânicas .....	36
5.2 Aplicação dos sistemas compostos do reforço .....	38
5.3 Processo executivo .....	39
5.4 Vantagens e desvantagens .....	41
6. PROCEDIMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM CFC .....	42
6.1 Dimensionamento do reforço à flexão .....	42
6.2 Dimensionamento do reforço ao cisalhamento .....	48
7. ESTUDO DE CASO .....	52
7.1 Dados da laje .....	53
7.2 Caso 1: Laje de sala residencial .....	54
7.2.1 Ações na laje .....	54
7.2.2 Esforços internos solicitantes .....	55
7.2.3 Dimensionamento à flexão .....	56
7.2.4 Dimensionamento ao cisalhamento .....	57
7.3 Caso 2: Laje para biblioteca com sala de leitura e estantes .....	57
7.3.1 Ações na laje .....	57
7.3.2 Esforços internos solicitantes .....	57
7.3.3 Dimensionamento do reforço com PRFC .....	62
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	66
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	68

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações iniciais

Dentre os variados materiais empregados no ramo das estruturas na construção civil, o concreto armado se destaca por apresentar, em geral, um bom desempenho relativo à resistência, rigidez e durabilidade. O concreto apresenta uma alta resistência à compressão, o que permite seu uso como um excelente material aplicado em componentes estruturais primariamente submetidos à compressão. Todavia, sua baixa resistência à tração dificulta o seu uso isolado em elementos sujeitos à flexão com a presença de regiões tracionadas, como, por exemplo, em lajes. Diante disso, a fim de atender esta deficiência, o aço é empregado convenientemente em conjunto com o concreto visando resistir às tensões de tração, o que origina o concreto armado, excelente material a ser utilizado para fins estruturais na construção civil.

As estruturas de concreto armado, embora tenham boas condições de resistência quando bem projetadas e executadas, estão sujeitas a variados fatores que podem levar à necessidade da utilização de algum tipo de reforço estrutural. O processo natural de envelhecimento das construções ou uso indevido, erros de execução ou de projeto, ausência de manutenção, exposição a incêndios, envelhecimento ou até mesmo a modificação da utilização da construção são alguns dos variados fatores que torna essencial a adoção de um reforço estrutural a fim de restabelecer o desempenho das estruturas de concreto armado já existentes (Caires, 2022).

De acordo com Oliveira (2020), alguns dos reforços empregados no intuito de reabilitar tais estruturas ou torná-las capazes de receber maiores sobrecargas são os métodos tradicionais: ancoragem de barras, colagem de chapas metálicas, armaduras de complementação, protensão e adição de perfis metálicos; e os Polímeros Reforçados por Fibra (PRF). Como citado por Beber (2003), o aprimoramento das tecnologias de novos materiais tornou possível a substituição das tradicionais chapas de aço por materiais de alta qualidade para reforço de estruturas o que incentivou a ideia do uso de mantas, tecidos ou laminados de fibras unidirecionais e contínuas em matrizes de resina epóxi. Dentre os variados tipos de PRF, destacam-se os Polímeros Reforçados por Fibra de Carbono (PRFC), devido ao elevado desempenho mecânico das fibras de carbono, possibilitando uma redução significativa nas dimensões dos elementos empregados para este fim.

Embora o Brasil ainda não possua uma norma específica que trate de armaduras ou reforços não metálicos para estruturas de concreto armado, segundo Cordeiro (2022), diversos países no mundo como os Estados Unidos da América (EUA), Holanda, Noruega, Japão e Canadá já possuem códigos e normas voltados para estruturas de concreto utilizando PRF, com especificações que podem divergir uma em relação a outra: ACI 440 IR - EUA, BISE e FIB - Holanda, NS3473 - Noruega, Japan Society of Civil Engineers - Japão, Canadian Highway Bridge Design Code (CHBDC) - Canadá.

Todavia, o Instituto Brasileiro de Concreto (IBRACON) junto à Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural (ABECE) tem desenvolvido trabalhos técnicos através do Comitê Técnico 303 com o intuito de auxiliar a normatização brasileira acerca de temas que envolvem reforços em estruturas de concreto (reforço estrutural, armaduras não metálicas e concreto reforçado com fibras), visando uma atualização técnica de profissionais na área (Cordeiro, 2022).

## **1.2 Objetivos**

O objetivo geral deste trabalho consiste em apresentar e discutir os procedimentos de reforço de lajes nervuradas utilizando mantas de fibra de carbono. Já os específicos, consistem em apresentar as vantagens associadas ao uso de mantas de fibra de carbono como reforço em estruturas de concreto armado assim como o estudo de uma laje nervurada bidirecional reforçada com PRFC e analisada pelo Método das Grelhas.

## **1.3 Justificativa**

Graças ao seu bom desempenho e disponibilidade, o concreto armado é utilizado em muitas estruturas na construção civil. Devido a fatores como: projeto deficiente, utilização de materiais de baixa qualidade, corrosão e falta de manutenção, o concreto armado pode sofrer degradação, afetando diretamente a vida útil da estrutura. Em muitas dessas situações, a utilização de reforços estruturais aparece como uma solução indispensável. Alterações no uso de uma edificação podem também requerer a implementação de reforço estrutural, como evidenciado no estudo de caso apresentado no presente trabalho.

Sendo assim, o emprego do PRFC como reforço estrutural tem sido amplamente adotado em nosso país, além de ser uma técnica já consolidada no exterior. Entre as suas vantagens na construção civil, destacam-se a aplicação simplificada, a leveza, o impacto



mínimo na estrutura existente e a eliminação da necessidade de escoras e manutenções periódicas (Oliveira, 2020).

#### **1.4 Delimitação do trabalho**

Este trabalho se limita ao estudo de reforço de lajes nervuradas de concreto armado com utilização de mantas de fibras de carbono, envolvendo duas etapas: revisão bibliográfica acerca do tema e um estudo de caso tratando de uma laje nervurada bidirecional moldada *in loco*, analisada pelo Método das Grelhas e reforçada com o mencionado sistema.

A etapa inicial do presente trabalho consiste em uma revisão bibliográfica referente ao estudo e dimensionamento de lajes nervuradas em estruturas de concreto armado. Logo em seguida, é discutido o método de analogia de grelha para análise de esforços neste mesmo tipo de laje. Por fim, é apresentada uma discussão a respeito do uso e dimensionamento de PRFC como reforço em estruturas de concreto armado.

O estudo de caso consiste em uma laje nervurada bidirecional do tipo "colmeia", originalmente projetada para uma determinada carga acidental. Admitindo uma mudança na finalidade da edificação, a referida laje será submetida a uma carga acidental superior àquela considerada em seu projeto inicial. Desta forma, a ideia é analisar a laje sob as duas condições: atual e futura. A análise para o estado inicial da estrutura é conduzida através dos métodos convencionais de cálculo de lajes, enquanto que para o novo estado de carregamento, utiliza-se o Método das Grelhas, permitindo a identificação dos elementos que precisam ser reforçados. Para a obtenção do diagnóstico da estrutura, as prescrições da NBR 6118 (2014) são utilizadas no que se diz respeito às propriedades relativas dos materiais e coeficientes de segurança e as prescrições da NBR 6120 (2019) são empregadas para a definição do carregamento.

## 2. LAJES NERVURADAS

Uma laje nervurada é constituída por um conjunto de vigas dispostas em uma ou duas direções, usualmente ortogonais, solidarizadas através de uma laje delgada popularmente conhecida como mesa. Esse elemento estrutural possui um comportamento intermediário entre o de laje maciça e o de grelha (Pinheiro e Razente, 2003). Segundo a ABNT NBR 6118 (2014, p. 97), “lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte.” A Figura 1 mostra uma fotografia de uma laje nervurada bidirecional moldada *in loco*.

Figura 1: Laje nervurada



Fonte: Autora (2023)

Os projetos arquitetônicos contemporâneos vêm apresentando a necessidade de vencer vãos cada vez maiores o que torna a utilização de lajes maciças cada vez mais anti-econômicas. De acordo com Moura (1986, p. 13), “a explicação é simples:

- Os valores mais elevados das espessuras são exigidos quase que apenas para satisfazer às condições de flechas e não às condições de resistência;
- Isto conduz a um mau aproveitamento do concreto, já que a zona comprimida é pequena, além do peso próprio da estrutura que resulta exagerado.”

Em contrapartida, as lajes nervuradas promovem um melhor aproveitamento do concreto e do aço, além de reduzir o peso próprio da estrutura devido à eliminação de grande parte do volume de concreto abaixo da linha neutra. Sendo assim, a resistência à tração é promovida pelas armaduras dispostas nas nervuras, e os materiais utilizados para preenchimento nas zonas vazias têm como única função substituir o concreto que seria tracionado, sem colaborar na resistência (Pinheiro e Razente, 2003).

## 2.1 Tipos de lajes nervuradas

As lajes nervuradas são divididas em dois grupos: as lajes moldadas no local (“*in loco*”), executadas por completo no próprio canteiro de obra onde serão utilizadas; lajes pré-fabricadas, confeccionadas industrialmente, fora da obra. A construção deste tipo de laje pode ser feita em concreto armado ou concreto protendido, sejam elas moldadas *in loco* ou pré-fabricadas (Silva, 2005).

### 2.1.1 Lajes moldadas no local (“*in loco*”)

Os tipos de lajes moldadas *in loco* são denominados dessa forma devido ao seu processo construtivo que se desenvolve no próprio canteiro de obra, especificamente em seu local de aplicação (Lopes, 2015). Para esse tipo de estrutura, faz-se necessária a utilização de formas e de escoramento, além do material de enchimento, quando conveniente. Ao adotar o uso de formas na substituição de enchimento, é preciso utilizar as que se apresentam em polipropileno ou em metal, com dimensões moduladas, o que resulta na necessidade da utilização de desmoldantes iguais aos empregados em lajes maciças (Pinheiro e Razente, 2003). A Figura 2 apresenta uma laje nervurada feita com o emprego de moldes plásticos.

Figura 2: Laje nervurada com o uso de moldes plásticos

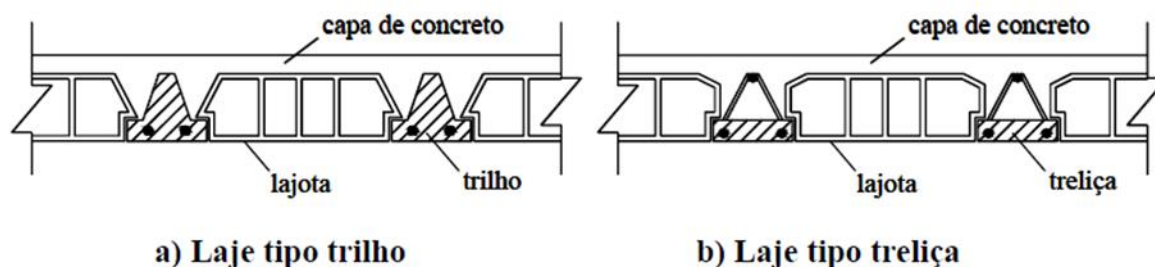


Fonte: Autora (2023)

### 2.1.2 Lajes pré-fabricadas

Os tipos de lajes pré-fabricadas são compostos por vigas previamente moldadas que são alocadas em intervalos regulares ocupados por elementos de material leve, onde, posteriormente, recebem uma camada de concreto sobre o conjunto formado (Gaspar, 1997). Os elementos utilizados neste tipo de laje podem apresentar ou não armaduras salientes, variando sua seção transversal em forma de “T” invertido ou I. Os materiais utilizados para preencher os vazios entre as vigotas se dispõem em: lajotas cerâmicas, concreto celular ou blocos de EPS (Silva, 2005). A Figura 3 mostra seções transversais de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas.

Figura 3: Seções transversais de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas



Fonte: Silva (2005)

### 2.2 Prescrições Normativas

As lajes nervuradas de forma geral são prescritas nos tópicos 14.7.7 e 13.2.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014). Seguindo tal prescrição, esse tipo de laje deve possuir espessura de mesa maior ou igual a  $1/15$  da distância entre as faces das nervuras e não menor que 4 cm, isso para os casos em que não existam tubulações horizontais embutidas. Em casos contrários, o valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser de 5 cm. Ademais, tubulações com diâmetro maior que 10 mm deve possuir uma mesa de espessura mínima igual à soma de 4 cm mais o diâmetro do tubo, ou, caso haja um cruzamento destas, o valor mínimo deve ser de 4 cm mais duas vezes o valor do diâmetro do tubo. Já para as nervuras, a espessura não pode ser inferior a 5 cm, não podendo ter armadura de compressão quando tal dimensão for menor do que 8 cm.

Para fins de projeto, existem três condições normativas que devem ser obedecidas:

- a) Lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm: é permitida a consideração dos critérios de laje para a verificação do cisalhamento da região das nervuras e a verificação da flexão da mesa pode ser dispensada;
- b) Lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm: as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas. Em casos em que o espaçamento entre os eixos de nervuras for de até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm, é permitida essa verificação como lajes. Para a flexão da mesa, a verificação é exigida;
- c) Lajes com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm: respeitando os limites mínimos de espessura, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas.

Ainda de acordo com a própria ABNT NBR 6118 (2014, p. 97),” As lajes com nervuras pré-moldadas devem atender adicionalmente às prescrições das Normas Brasileiras específicas”:

- ABNT NBR 14859-1/2016 - Laje pré-fabricada de concreto parte 1

Esta seção da NBR 14859 estabelece requisitos para o recebimento e utilização de elementos de lajes pré-fabricadas, tais como vigotas, elementos de enchimento e outros componentes adicionados no local da obra. Esses elementos são empregados na execução de estruturas laminares nervuradas unidirecionais, sendo aplicáveis a diversos tipos de edificações, conforme as normas NBR 6118, NBR 7197 e NBR 9062.

- ABNT NBR 14859-2/2016 - Laje pré-fabricadas de concreto parte 2

Esta seção da NBR 14859 estabelece os requisitos para recebimento e utilização dos elementos inertes que serão utilizados na construção de lajes pré-fabricadas nervuradas, sendo aplicável a edificações de diversos tipos.

### **2.3 Procedimentos de projeto**

A concepção do projeto tem como início a escolha do tipo de laje a ser adotada. Para o presente trabalho foi definido laje nervurada tipo “colmeia”, que nada mais é que lajes

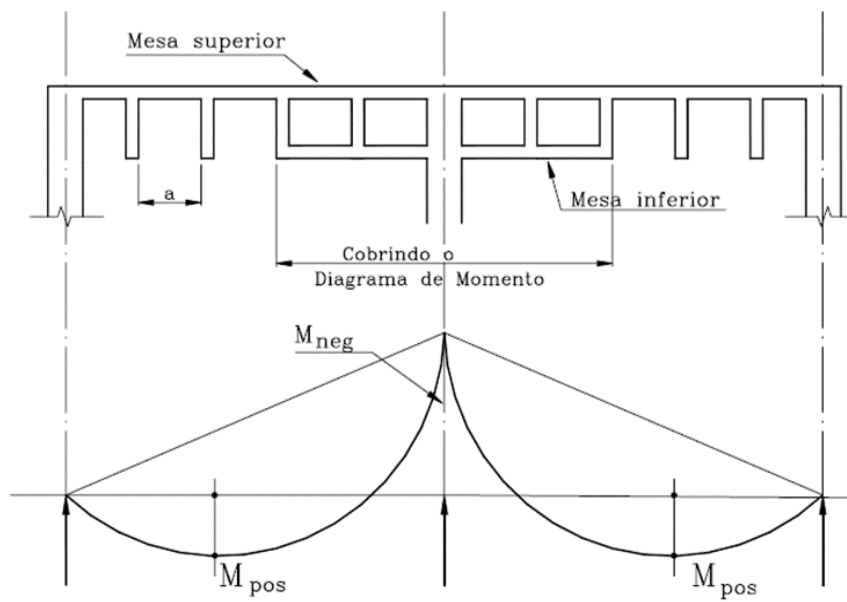
bidirecionais moldadas *in loco* com a ausência de enchimento, utilizando apenas fôrmas e escoramentos para sua viabilidade. A definição da altura da laje, na prática, é estabelecida de acordo com os padrões dos elementos da forma a ser utilizado na obra. Conforme alguns fabricantes de formas plásticas para lajes nervuradas, as alturas de moldes bidirecionais variam entre 15 a 42,5 cm (com altura total variando entre 20 a 52,5 cm). Além disso, as ações presentes na estrutura também são de suma importância e podem ter várias e diferentes causas, distinguindo-se entre cargas permanentes e cargas variáveis.

Estabelecidas tais definições de projeto, é possível determinar os esforços solicitantes (forças cortantes, momentos fletores e reações de apoio) e deslocamentos (flechas) presentes na laje. Para tanto, segundo Bastos (2023), os momentos fletores são determinados a partir de cada nervura, o que está diretamente associado à distância entre elas. Além disso, para análise de flexão nas nervuras, quando a mesa sofre compressão, no dimensionamento da armadura de flexão é permitida a consideração da contribuição da mesa, o que reflete em um cálculo para seção T. Ainda na análise de flexão nas nervuras, devem ser observados: fissuração, ancoragem da armadura longitudinal nos apoios, extensão da armadura longitudinal e taxas mínimas de armadura.

Para o caso da análise de força cortante, o dimensionamento é feito em função do espaçamento entre as nervuras. Em situações em que a distância entre eixos das nervuras for menor que 65 cm, a força cortante deverá ser verificada como uma laje maciça. Já em situações em que essa distância está entre 65 e 110 cm, a força cortante deverá ser verificada como vigas de concreto armado, contendo armadura transversal nas nervuras, ainda que mínima, em todo o seu comprimento. Neste caso, sempre haverá uma armadura transversal nas nervuras, mesmo que mínima, ao longo de todo o comprimento da nervura.

Ainda para procedimentos de projeto, para esse tipo de laje, é recomendado evitar engastes e balanços, uma vez que, nesses casos, apresentam-se esforços de compressão na face inferior, onde a porção de concreto é reduzida. De acordo com Pinheiro e Razente (2003), nos casos em que for inevitável o engastamento, duas alternativas são possíveis: tomar como limite para o valor de momento fletor o valor correspondente à resistência da nervura à compressão; adotar laje dupla que corresponde à utilização de mesa na parte inferior, como apresentado em Figura 4.

Figura 4: Diagrama de momentos para lajes nervuradas contínuas (engastadas)

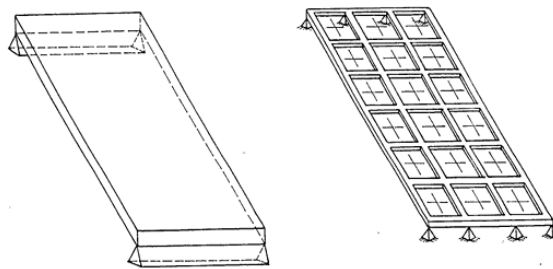


Fonte: Pinheiro e Razente (2003)

### 3. ANALOGIA DE GRELHA

De acordo com Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), o processo de analogia de grelha foi utilizado primeiramente em 1932 por Marcus com o intuito de analisar os esforços de placas com bordas impossibilitadas de se deslocarem verticalmente. A teoria considerava que uma placa seria representada por uma malha de viga denominada grelha equivalente, onde, foi estendida para o uso em lajes maciças (com ou sem vigas) e nervuradas (Barboza, 1992).

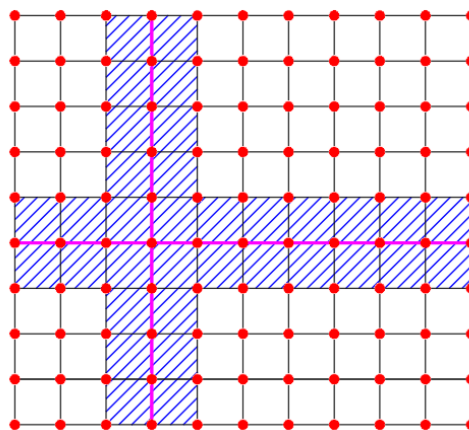
Figura 5: Laje e grelha equivalente



Fonte: Hambly (1976)

A fim de analisar uma laje por Analogia de Grelha, é necessário discretizá-la em faixas com suas respectivas larguras. É possível obter uma grelha de barras planas quando admitimos que essas faixas podem ser representadas por elementos estruturais de barras exatamente em seus eixos. Sendo assim, a grelha é entendida como um conjunto de vigas individuais, interligadas em seus nós, como exemplificado abaixo.

Figura 6: Grelha Equivalente



Fonte: Autora (2023)



As cargas presentes na malha são divididas entre os seus elementos de acordo com as respectivas áreas de influência, onde, de forma aproximada, podem ser concentradas nos nós ou uniformemente distribuídas ao longo de cada elemento. Quanto à rigidez à torção e à flexão, são consideradas concentradas nos elementos correspondentes da grelha, onde cada uma deve possuir valores que possibilitem obter o mesmo estado de deformação e os mesmos esforços ao se carregar a estrutura real e a grelha equivalente. Vale ressaltar que os resultados coincidem de forma aproximada em virtude da diferença de características de ambas as estruturas (Carvalho e Filho, 2021).

### **3.1 Discretização da laje**

A fim de dar origem à grelha equivalente, é necessário, primordialmente, discretizar a laje em elementos de barras. Para que essa discretização seja eficiente, as barras da grelha devem possuir seções transversais idênticas e equidistantes entre si. De acordo com Oliveira (2022), o distanciamento entre as barras do elemento reticulado equivalente interfere consideravelmente nos resultados obtidos. No entanto, malhas menores apresentam comportamentos semelhantes aos de placas delgadas, já as malhas mais espaçadas se comportam como grelhas. Ademais, o autor afirma que se faz necessário estudos que objetivem a definição de valores otimizados para o espaçamento da respectiva malha, onde devem considerar condições de contorno da laje, direção dos esforços atuantes e sua continuidade.

### **3.2 Propriedades físicas e geométricas**

#### **3.2.1 Momento de inércia à flexão**

O momento de inércia à flexão é obtido considerando que cada barra representa a largura  $b$  de uma laje de respectiva altura  $h$ , representada pela clássica equação de Mecânica dos Sólidos:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (1)$$

### 3.2.2 Momento de inércia à torção

Segundo Hambly (1976), seja uma peça submetida a uma a torção constante, o momento de inércia à torção  $J$  não é apenas uma propriedade geométrica da seção transversal, como ocorre com o momento de inércia à flexão  $I$ . Exceto na seção transversal de um cilindro, o valor de  $J$  é totalmente diferente ao de  $I$ . Sendo assim, o autor complementa que, para elementos lineares, o momento de inércia à torção é dado por:

$$J = \beta \cdot e^3 \cdot f \quad (2)$$

onde  $\beta$  é obtido através de:

$$\beta = \frac{1}{3} - \left(0,21 \cdot \frac{e}{f}\right) \cdot \left(1 - \frac{e^4}{12 \cdot f^4}\right) \quad (3)$$

no qual  $e$  e  $f$  representam a menor e maior dimensão da seção transversal, respectivamente. Adiante, o autor sugere que, para uma barra de grelha que representa uma largura  $b$  de uma laje isótropa, o momento de inércia à torção seja obtido através de:

$$J = \frac{b \cdot h^3}{6} \quad (4)$$

Este equacionamento conclui que o valor de  $J$  corresponde ao dobro do valor de  $I$  ( $J = 2 \cdot I$ ).

Ademais, é certo afirmar que o parâmetro de rigidez à torção é dado pelo produto entre o momento de inércia à torção ( $J$ ) e o módulo de elasticidade transversal do material ( $G$ ). Para os casos de elementos em concreto armado, a NBR 6118 (2014) permite a determinação de  $G$  a partir da seguinte equação:

$$G = \frac{E_{CS}}{2,4} \quad (5)$$

na qual  $E_{CS}$  representa o módulo de elasticidade secante do concreto.

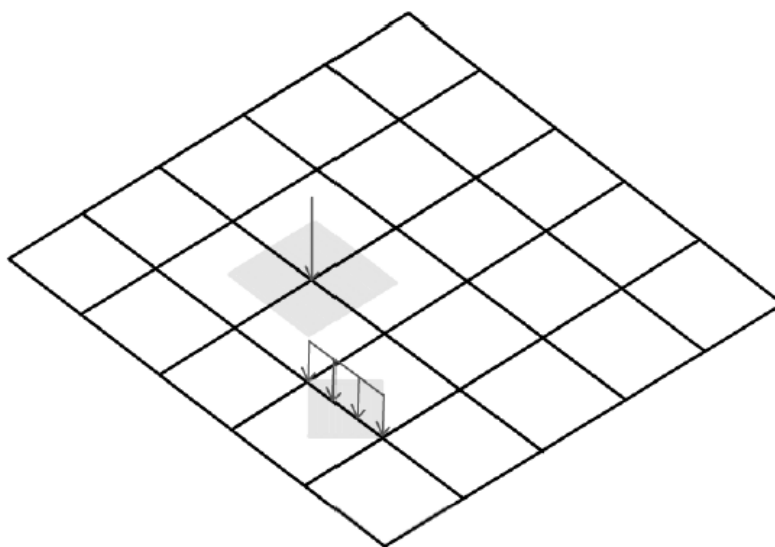
### 3.3 Distribuição dos carregamentos

O processo através de analogia de grelha permite a consideração de cargas pontuais e lineares, além de carregamento distribuído sobre toda ou parte da laje. Todo esse carregamento pode ser considerado como cargas pontuais sobre os nós ou cargas lineares sobre as barras, contanto que obedecem às áreas de influência de cada elemento, conforme a Figura 7. O equacionamento que determina esse carregamento é dado por:

$$Q_i = (g + q) \cdot A_i \quad (6)$$

na qual  $g$  e  $q$  são as cargas permanentes e acidentais, respectivamente, por  $m^2$  de laje e  $A_i$  é a área de influência do nó ou da barra.

Figura 7: Aplicação de cargas sobre a grelha



Fonte: Oliveira (2022)

### 3.4 Considerações à utilização da analogia de grelha para lajes nervuradas

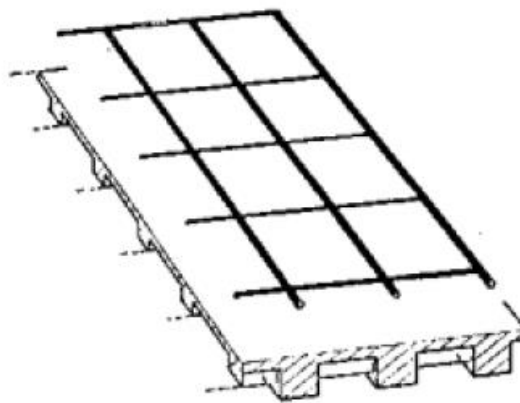
O método de analogia de grelha é bastante compatível com o sistema de lajes nervuradas já que a discretização resulta em algo semelhante a uma espécie de “colmeia”. Esta compatibilização produz resultados coerentes com a teoria da elasticidade o que justifica a sua superioridade quando comparados a outros métodos numéricos de análise estrutural. Sendo

assim, algumas considerações são necessárias para que possibilite uma maior eficiência em sua aplicação.

### 3.4.1 Criação do modelo

Quando se associa uma laje nervurada a um sistema de grelha formada por vigas transversais e longitudinais, é perceptível que a modelagem da grelha equivalente é mais eficiente, uma vez que os eixos das barras coincidem com os centros de gravidade das nervuras da laje, como representado na Figura 8.

Figura 8: Malha de grelha para laje nervurada



Fonte: Hambly (1976)

### 3.4.2 Propriedade físicas e geométricas

#### 3.4.2.1 Rigidez à flexão das barras

Para os casos de lajes nervuradas, o momento de inércia à flexão  $I$  deve ser obtido levando em consideração uma seção T das barras, que é representado pela seguinte equação:

$$I = \sum_{i=1}^n \frac{b_i \cdot h_i^3}{12} + A_i \cdot d_i^2 \quad (7)$$

na qual:

$b_i$  é a largura da porção de área  $i$  da seção transversal;

$h_i$  é a altura da porção de área  $i$  da seção transversal;

$A_i$  é a área da porção  $i$  da seção transversal;

$d_i$  é a distância entre o centro de gravidade da porção  $i$  e o centro de gravidade da seção transversal.

### 3.4.2.2 Rigidez à torção das barras

De acordo com Oliveira (2022), o valor do módulo de elasticidade transversal ( $G$ ), apresentado na Eq. 5, deve ser reduzido para a sua centésima parte, a fim de desprezar os efeitos provenientes da torção ou adotar a seguinte expressão:

$$G = 0,15 \cdot E_c \quad (8)$$

Quanto ao valor do momento de inércia à torção ( $J$ ), a Eq. 2 é adaptada para que seja possível a composição de áreas de seção transversal, resultando na seguinte equação:

$$J = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot e_i^3 \cdot f_i \quad (9)$$

na qual:

$$\beta_i = \frac{1}{3} - \left(0,21 \cdot \frac{e_i}{f_i}\right) \cdot \left(1 - \frac{e_i^4}{f_i^4}\right);$$

$e_i$  é a menor dimensão da região  $i$  da seção transversal;

$f_i$  é a maior dimensão da região  $i$  da seção transversal.

Semelhante ao que foi feito com o valor de  $G$ , o autor também sugere que o valor  $J$  seja reduzido, desta vez pela metade. O motivo desta redução se dá pelo fato de que a mesa em questão representa uma laje o que difere de uma mesa de seção T isolada. Desta forma, o valor de  $J$  é determinado por:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot e_i^3 \cdot f_i \quad (10)$$

## 4. PROCEDIMENTOS PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJE NERVURADA

### 4.1 Armadura de Flexão

Obtidos os valores de momentos fletores em cada nervura da laje, o dimensionamento da armadura necessária deve respeitar alguns critérios normativos. Quando a mesa está submetida à compressão, que é a configuração mais comum, a seção a ser considerada deve ser do tipo T. Em casos de mesa tracionada sem laje dupla, a seção resistente deve ser uma seção retangular com largura  $b_w$  e altura  $h$ .

Desta forma, para os cálculos de armadura de flexão, Bastos (2020) descreve que, no estudo da seção T com concretos no Grupo I de resistência ( $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ), utilizando o diagrama retangular simplificado com profundidade  $y = 0,8x$ , é possível observar a existência de dois casos em função da posição da linha neutra: caso 1 – a altura  $y = 0,8x$  é menor ou igual a altura da mesa da seção T; caso 2 – a altura  $y = 0,8x$  é maior que a altura da mesa da seção T.

#### 4.1.1 Altura $y = 0,8x$ menor ou igual a altura da mesa da seção T

Quando a altura  $y$  do diagrama retangular é menor ou igual à altura da mesa da seção T ( $0,8x \leq h_f$ ), a seção de concreto que sob compressão ( $A'_c$ ) é retangular, com área correspondente à  $b_f \cdot 0,8x$ , o que, conseqüentemente, leva ao dimensionamento como seção retangular, com largura  $b_f$  e altura  $h$ , como descrito na Figura 9 a seguir:

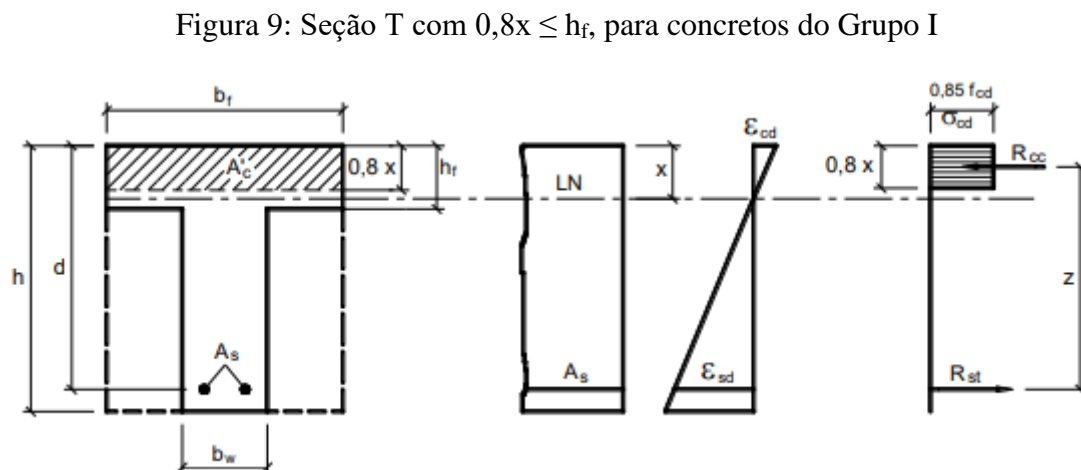


Figura 9: Seção T com  $0,8x \leq h_f$ , para concretos do Grupo I

Fonte: Bastos (2020)

Ainda segundo Bastos (2020), o dimensionamento é dado pelas Equações 11 e 12:

$$M_d = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (11)$$

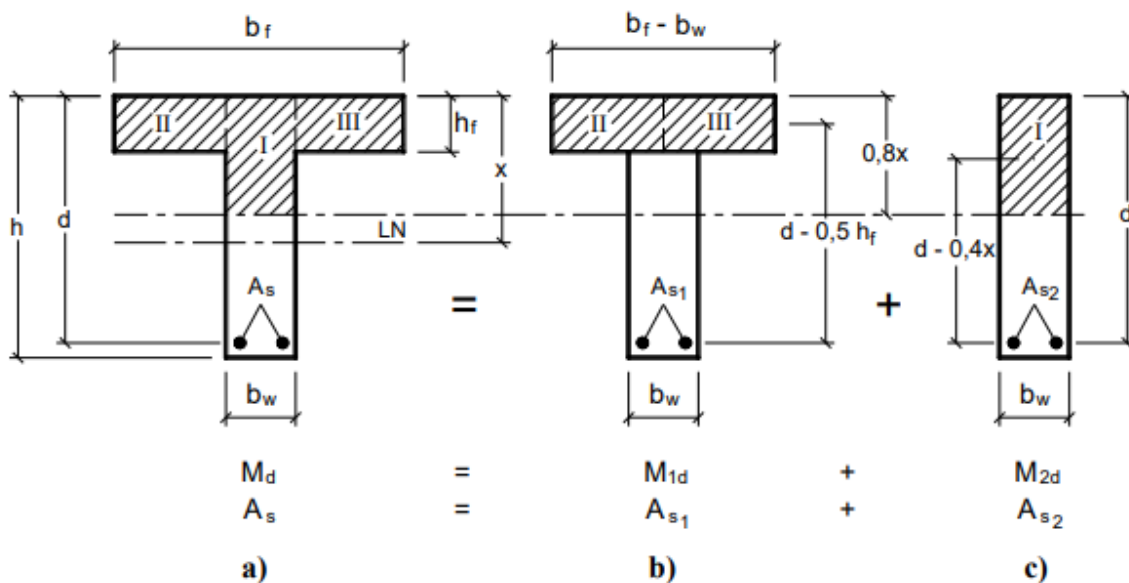
$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad (12)$$

Este é o caso mais usado na prática, onde escolhem-se os materiais (concreto e aço) e as dimensões da seção transversal ( $b_w$  e  $h$ ). Com o momento fletor solicitante já conhecido, ficam apenas como valores a serem descobertos a posição da linha neutra ( $x$ ) e a área de armadura de flexão ( $A_s$ ).

#### 4.1.2 Altura $y = 0,8x$ maior que a altura da mesa da seção T

Quando a altura  $y$  do diagrama retangular é maior que a altura da mesa da seção T ( $0,8x > h_f$ ), a seção de concreto submetida à compressão ( $A'_c$ ) não será retangular, mas sim uma seção T composta pelos retângulos I, II e III, como descrito na Figura 10 abaixo:

Figura 10: Decomposição da seção T com armadura simples



Fonte: Bastos (2020)

De acordo com Bastos (2020), a seção T deve ser repartida em duas regiões equivalentes. Estas regiões gerarão momentos fletores respectivos que serão somados a fim de

estabelecer o momento fletor total da seção. Consecutivamente, para cada sub-região com seus respectivos momentos, existe uma área de armadura à flexão, que, quando somadas, resultam na área de armadura total da seção, como descrito nas Equações 13 e 17:

$$M_{1d} = (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,5 \cdot h_f) \quad (13)$$

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot h_f)} \quad (14)$$

$$M_{2d} = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (15)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad (16)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (17)$$

nas quais:

$M_{1d}$  é o momento resistente de cálculo proporcionado pela mesa comprimida (Figura 10-b);

$M_{2d}$  é o momento resistente de cálculo proporcionado pela seção retangular (Figura 10-c);

$A_{s1}$  é a área de armadura referente ao momento  $M_{1d}$ ;

$A_{s2}$  é a área de armadura referente ao momento  $M_{2d}$ ;

## 4.2 Armadura de Cisalhamento

A necessidade de armadura referente à força cortante é determinada por meio do valor de espaçamento entre o eixo das nervuras.

### 4.2.1 Espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual à 65 cm

Segundo NBR 6118 (2014), para os casos em que o espaçamento entre os eixos das nervuras não ultrapassa o valor de 65 cm, a verificação do cisalhamento nesta condição pode seguir os critérios de laje, descritos no item 19.4.1 desta mesma norma. Ademais, esta norma



acrescenta que as lajes podem não precisar de armadura transversal, isto quando a força cortante de cálculo for menor igual que a resistência de projeto ao cisalhamento, como expresso nas Equações 18 e 19:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (18)$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (19)$$

onde:

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento, que corresponde à:  $\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$ ;

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c};$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}, \text{ não maior que } |0,02|;$$

$\kappa$  é um coeficiente que possui os seguintes valores:

$\kappa = |I|$  para elementos nos quais 50% da armadura inferior não chega até o apoio;

$\kappa = |1,6 - d|$  para os demais casos, não sendo menor que 1, com  $d$  em metros.

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b,nec}$ .

Considerando que a protensão não faz parte do conteúdo abordado neste trabalho, o valor de  $\sigma_{cp}$  presente na Eq. 19 é nulo.

#### 4.2.2 Espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm

De acordo com a NBR 6118 (2014), para os casos em que o espaçamento entre os eixos das nervuras varia entre 65 cm a 110 cm, a verificação do cisalhamento nesta condição deve seguir os critérios de vigas. Ademais, o item 17.4.2.1 da mesma norma descreve que um elemento estrutural resiste à força cortante quando em todas as suas seções transversais são verificadas as seguintes condições simultaneamente, nas Equações 20 e 21:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (20)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (21)$$

nas quais:

$V_{Rd2}$  corresponde à força cortante resistente relativa à ruína das diagonais de concreto comprimidas.

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  é a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal,  $V_c$  é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  é a parcela resistida pela armadura transversal.

Considerando o modelo de cálculo I da NBR 6118 (2014), o valor da resistência  $V_{Rd2}$  é dado pela Equação 22:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (22)$$

na qual:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em megapascal (MPa).}$$

A referida norma ainda acrescenta que:

$$V_{sw} = \left( \frac{A_s}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha);$$

$V_c = 0$  nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$  na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = V_{c0} \cdot \left( 1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}} \right) \leq 2 \cdot V_{c0} \text{ na flexo-compressão;}$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d;$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c};$$

$\alpha$  é o ângulo de inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

De acordo ainda com a NBR 6118 (2014), nos casos em que o espaçamento entre os eixos da nervura for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm, é permitida a verificação ao cisalhamento utilizando os critérios de laje.

### **4.2.3 Espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm**

Segundo NBR 6118 (2014), para os casos em que o espaçamento entre os eixos das nervuras for maior que 110 cm, a mesa da laje deve ser projetada como laje maciça apoiada numa grelha de vigas, respeitando os valores mínimos de espessura.

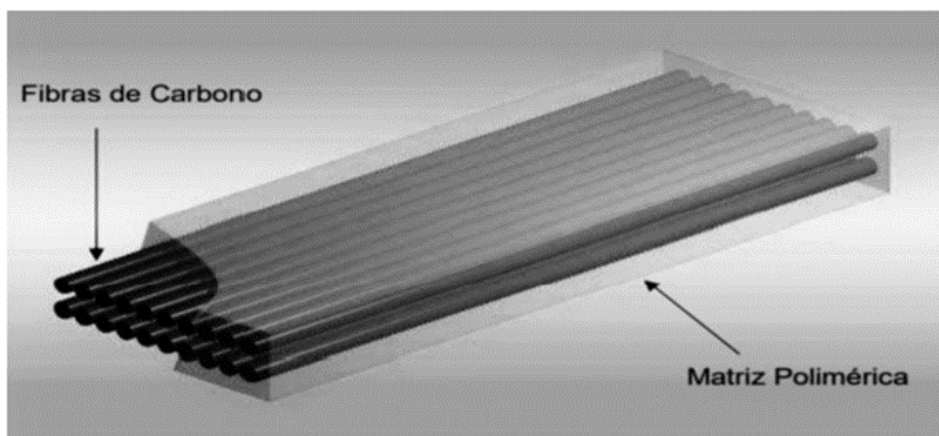
## 5. REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO

Segundo Balaguru, Nanni e Giancaspro (2009, p. 1): “O polímero reforçado com fibra (FRP) é um composto feito de fibras de alta resistência e uma matriz para ligar essas fibras para fabricar formas estruturais. Os tipos comuns de fibras incluem aramida, carbono, vidro e aço de alta resistência”. As fibras de carbono são resultados da carbonização de fibras orgânicas pioneiras como o poliacrilonitrila (PAN) ou através do alcatrão proveniente do carvão ou do petróleo (PITCH) em um espaço inerte e, também, através de fibras de rayon (Machado, 2002).

De acordo com Beber (2003), as fibras de carbono têm características provenientes da junção entre baixo peso, grande rigidez e alta resistência. O autor ainda acrescenta que o seu módulo de elasticidade e também a sua alta resistência provém do paralelismo entre os eixos das fibras. Assim como mostrado nas Figuras 11 e 12, Machado (2002) preconiza dois elementos distintos e fundamentais que são responsáveis pela construção dos compostos estruturados com fibras de carbono (CFC):

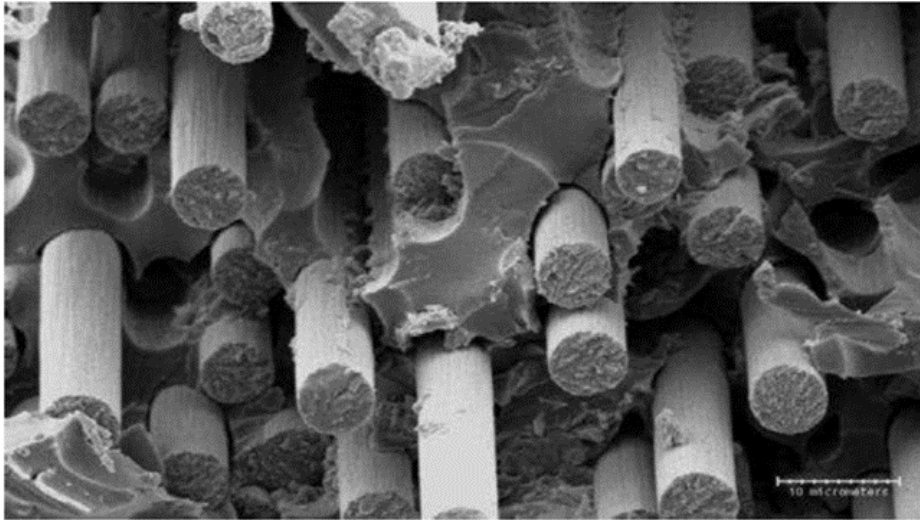
- a) A matriz polimérica, que possui a tarefa de manter as fibras coesas, resultando em uma transferência de tensões cisalhantes entre o concreto e a fibra de carbono;
- b) O elemento estrutural caracterizado pelas fibras de carbono, que, dispostas unidirecionalmente no interior das matrizes poliméricas, consomem as tensões de tração provenientes dos esforços solicitantes atuantes.

Figura 11: Sistema composto estruturado com fibras de carbono



Fonte: Machado (2002)

Figura 12: Ampliação em microscópio eletrônico de um sistema composto estruturado com fibras de carbono

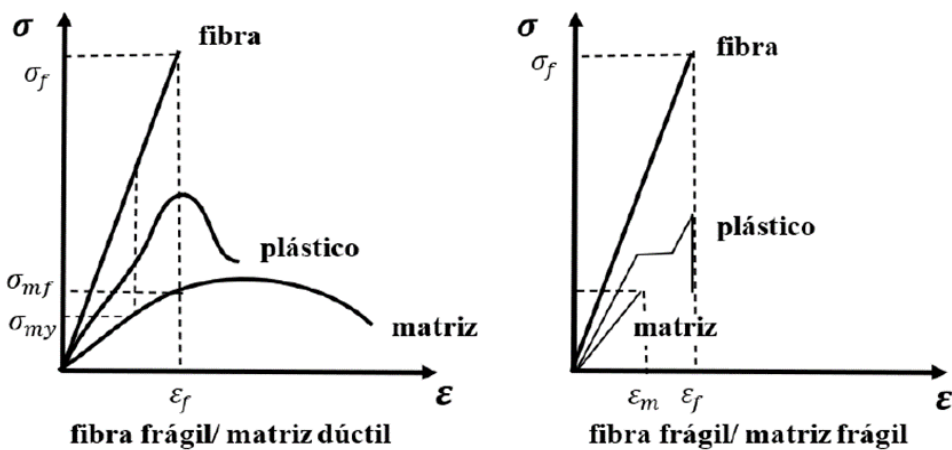


Fonte: Machado (2002)

### 5.1 Propriedades mecânicas

De acordo com Machado (2002), a matriz polimérica deve possuir um alongamento de ruptura muito superior ao alongamento que ocorre na fibra de carbono, na intenção de permitir que ela continue apresentando capacidade de carga após a tensão da fibra ter atingido seu limite de resistência. O autor ainda acrescenta que, os sistemas compostos com fibra de carbono devem seguir o critério fibra com ruptura frágil e matriz polimérica com ruptura dúctil, como apresentado na Figura 13 abaixo.

Figura 13: Diagramas tensão vs. deformação para matrizes poliméricas



Fonte: Adaptada de Machado (2002)

As fibras de carbono são divididas em fibras de alta resistência e fibras de alto módulo de elasticidade. De acordo com o Quadro 1 apresentado a seguir, essas fibras apresentam um módulo de elasticidade que varia de 220 GPa a 690 GPa e resistência que varia de 1380 MPa a 6200 MPa.

Quadro 1: Características genéricas de fibra de carbono

<b>Tipo de fibra de carbono</b>	<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>	<b>Resistência Máxima de Tração (MPa)</b>	<b>Deformação de Ruptura (%)</b>
<b>De uso geral</b>	220 - 235	< 3790	> 1,2
<b>Alta resistência</b>	220 - 235	3790 - 4825	> 1,4
<b>Ultra alta resistência</b>	220 - 235	4825 - 6200	> 1,5
<b>Alto módulo</b>	345 - 515	> 3100	> 0,5
<b>Ultra alto módulo</b>	515 - 690	> 2410	> 0,2

Fonte: Adaptada de Machado (2002)

Já o coeficiente de dilatação térmica varia de acordo com as direções longitudinal e transversal e dependem do tipo, da resina e do volume da fibra (Machado, 2002). De acordo com o Quadro 2, é perceptível que as fibras de carbono que possuem uma direção longitudinal apresentam um coeficiente de dilatação térmica negativo, o que presume que o material sofre contração com o aumento da temperatura e dilatação no processo inverso (Caires, 2022).

Quadro 2: Coeficientes de dilatação das fibras de carbono

<b>Direção</b>	<b>Coeficiente de Dilatação Térmica</b>
<b>Longitudinal (<math>\infty L</math>)</b>	$-10^{-6}/^{\circ}C$ a 0
<b>Transversal (<math>\infty T</math>)</b>	$22 \times 10^{-6}/^{\circ}C$ a $23 \times 10^{-6}/^{\circ}C$

Fonte: Adaptada de Machado (2002)

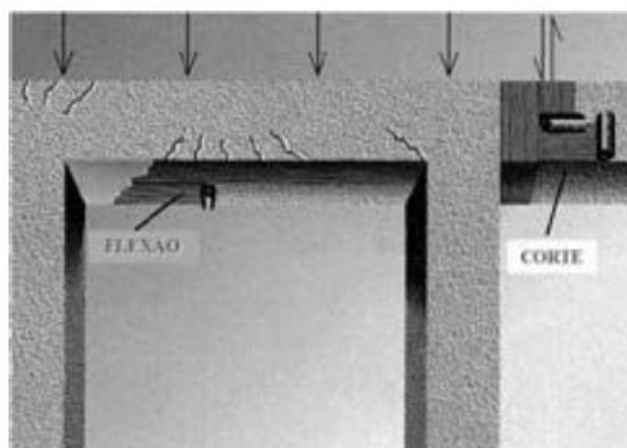
## 5.2 Aplicação dos sistemas compostos do reforço

Vários são os elementos de concreto armado em que os sistemas compostos estruturados com fibras de carbono são aplicados como reforço estrutural. Essencialmente, em elementos estruturais os quais ocorrem momentos fletores com suas respectivas tensões de tração e compressão, esforços cortantes e de torção com suas correspondentes tensões tangenciais, até mesmo em casos específicos de confinamento, de acordo com Machado (2002), o PRFC pode ser utilizado para:

- Reforço de vigas à flexão e ao corte;
- Reforço de lajes à flexão;
- Reforço de pilares e colunas;
- Reforço de tanques, silos e reservatórios;
- Reforço de muros de arrimo, vigas-parede, alvenarias e melhoria de resistência a impactos e explosões;
- Reforço de tubulações de concreto de grande diâmetro;
- Aumento da ductibilidade de colunas para a prevenção de efeitos sísmicos.

Para os casos das lajes nervuradas, onde suas nervuras se comportam como vigas T, o compósito pode ser utilizado para absorver os esforços de tração provenientes dos momentos fletores positivos e negativos, como também as tensões tangenciais provocadas pelos esforços cortantes, como apresentado na Figura 14 e na Figura 15.

Figura 14: Reforço de vigas à flexão e ao corte



Fonte: Machado (2002)

Figura 15: Reforço de viga de concreto à flexão e ao corte



Fonte: Machado (2002)

### 5.3 Processo executivo

O processo executivo para a aplicação do PRFC varia de acordo com o sistema adotado, o tipo e as condições da estrutura que receberá o reforço. Cada fabricante desenvolveu sistemas de instalação próprio com manuais, procedimentos e especificações técnicas para a utilização de seu material em estruturas. No presente trabalho são abordadas questões gerais imprescindíveis para uma boa aplicação de lâminas e tecidos compostos de fibra de carbono em estruturas de concreto armado. Segundo Machado (2002), o modo de execução para a aplicação adequada do PRFC segue a sequência a seguir:

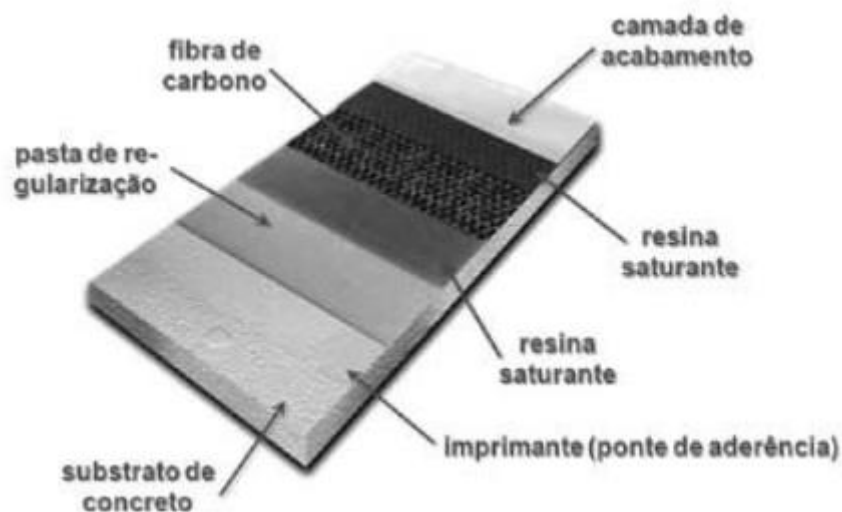
1. Recuperação do substrato de concreto armado para que seja garantida a instalação do compósito de forma que as transferências de esforços presentes na interface do concreto armado com o PRFC seja efetiva;
2. Imprimação da superfície que receberá o reforço a fim de estabelecer uma ponte de aderência entre o substrato de concreto e o compósito, utilizando um imprimador epoxídico (primer) com alto teor de sólidos que, ao adentrar nos poros de concreto e estabelecer uma fina camada sobre a superfície do substrato, gera uma interface com elevado grau de eficiência para a transmissão de esforços entre a peça de concreto e o PRFC;



3. Regularização e correção de imperfeições superficiais presentes no substrato de concreto com o intuito de estabelecer um plano nivelado. Para tanto, é utilizada uma pasta epoxídica com teor elevado de sólidos para corrigir eventuais imperfeições superficiais e gerar um plano adequado para o recebimento do compósito;
4. Aplicação da primeira camada de resina saturante com elevado teor de sólidos. Essa resina tem a finalidade de saturar a lâmina de fibra de carbono e efetuar a aderência entre o PRFC e a superfície do substrato de concreto;
5. Aplicação da lâmina de PRFC que reforçará a estrutura. Esta aplicação deve ocorrer de forma imediata, uma vez que o tempo de aplicação da resina saturante (pot-life) é muito curto, com limite máximo de 25 a 30 minutos;
6. Aplicação da segunda camada de resina saturante sobre a lâmina de PRFC instalada, a fim de garantir que a fibra de carbono fique totalmente imersa;
7. Aplicação de película de acabamento com alto teor de sólidos, intenso brilho e com resistência à corrosão. Esta aplicação é opcional e tem o objetivo de proteger e/ou realizar um acabamento estético para o sistema.

A Figura 16 mostra detalhes relativos às etapas construtivas dos sistemas de reforço com fibras de carbono.

Figura 16: Etapas construtivas dos sistemas compostos estruturados com fibras de carbono



Fonte: Machado (2002)

#### **5.4 Vantagens e desvantagens**

De acordo com Camargo, Lopes e Motta (2018), os polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) apresentam várias vantagens como: leveza, rapidez na execução, alta resistência mecânica e não-alteração das dimensões do elemento estrutural. Ainda, segundo o autor, o PRFC apresenta algumas desvantagens, sendo o alto custo a que mais se destaca, isso quando comparado aos reforços convencionais, assim como também a falta de norma regulamentadora no Brasil, fazendo com que a utilização dessa tecnologia seja dificultada.

## **6. PROCEDIMENTOS PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM CFC**

A análise e a determinação das ações da estrutura são realizadas de acordo com as orientações prescritas, respectivamente, nas normas NBR 6118 (2014) e NBR 6120 (2019). Devido à ausência de normas nacionais que prescrevem métodos de cálculo para reforço estrutural utilizando fibras de carbono, neste estudo serão adotadas as recomendações da ACI 440.2R (ACI, 2008), assim como a metodologia apresentada por Machado (2002) para o dimensionamento do reforço à flexão e ao cisalhamento de estruturas de concreto armado. Tendo em vista que as nervuras de lajes nervuradas se comportam como vigas de seção T, o dimensionamento será baseado nesta premissa.

### **6.1 Dimensionamento do reforço à flexão**

Segundo Machado (2002), é necessário considerar algumas hipóteses e conceitos para o cálculo de resistência à flexão de uma estrutura de concreto armado reforçado com fibras de carbono, tais como:

- O dimensionamento deverá ser feito considerando as dimensões existentes do elemento estrutural assim como a quantidade e distribuição das armaduras. Ademais, deverá ser considerado também as propriedades e características mecânicas dos materiais presentes no elemento estrutural antes do reforço em questão;
- Seções planas permanecerão planas após o carregamento e as deformações tem comportamento linear proporcionais à posição da linha neutra (critérios de Bernoulli);
- A resistência à tração será desprezada;
- A deformação específica de compressão do concreto tem limite 3,5‰ (0,0035 cm/cm) segundo NBR 6118 (2014) ou 3,0‰ (0,003) segundo recomendações da ACI 440.2R (2008);
- A aderência presente entre o compósito e o substrato de concreto é perfeita;
- O diagrama tensão-deformação do compósito se comportará de forma linear até a sua ruptura.

No momento de sua aplicação, o compósito não está submetido a nenhum tipo de tensão inicial, enquanto que o substrato ao qual o mesmo está sendo aderido já se encontra sob as

tensões decorrentes de carregamentos pré-existent na estrutura. Sendo assim, os níveis de deformação existentes na fibra de carbono e no substrato são diferentes. Para que se possa identificar as tensões que o reforço será submetido, é necessário, previamente, conhecer as deformações existentes na superfície do substrato antes do carregamento que será adicionado. A deformação efetiva do compósito, depois da aplicação do carregamento subsequente, é definida pela diferença entre a deformação total do substrato e aquela existente no mesmo na fase de aplicação do reforço. O resultado desta diferença equivale ao valor da deformação real no PRFC, como descrito abaixo (Machado, 2002):

$$\varepsilon_{fc} = (\varepsilon_b - \varepsilon_{bi}) \leq \varepsilon_{fu} \quad (23)$$

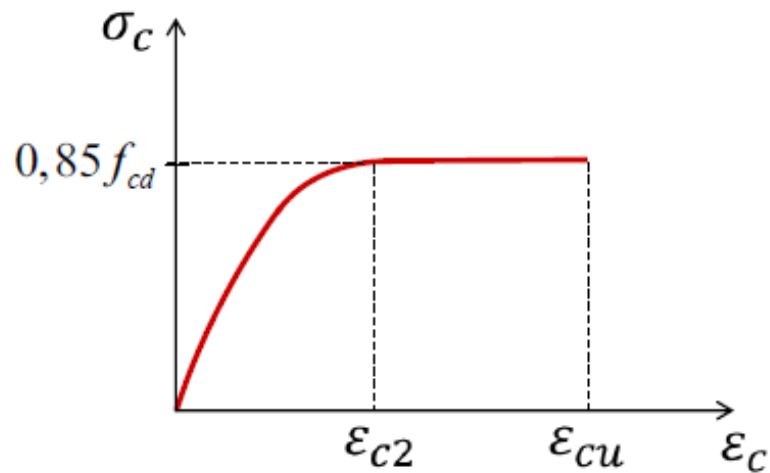
Segundo as recomendações da ACI 440.2R (2008) para o dimensionamento do reforço em questão, parte-se do princípio de que a estrutura foi projetada no Estado Limite Último (ELU). Ademais, é necessário obter o valor do momento fletor de cálculo máximo da estrutura antes do recebimento do reforço e o valor do momento resistente em função dos materiais e características geométricas da seção. Se o valor do momento resistente superar o valor do momento fletor atuante naquelas condições de utilização, não será necessária a adoção de reforço estrutural, caso contrário, o reforço à flexão deverá ser considerado.

Para qualquer tipo de flexão, a análise no ELU determina que a ruína da seção transversal é caracterizada pelas deformações específicas de cálculo, tanto do concreto como do aço, que atingem seus valores máximos

O dimensionamento de peças de estruturas de concreto que resistam aos esforços de flexão, de acordo com as deformações específicas, estabelece alguns domínios de deformação que caracterizam as diversas formas de ruína de elementos estruturais em concreto armado. Ao longo de uma seção retangular apresentando apenas armaduras de tração (armadura simples) submetidas às ações normais, os conjuntos de deformações específicas do concreto e do aço definem seis domínios de deformações. Considerando o dimensionamento à flexão simples, o presente trabalho abordou apenas os domínios 2 e 3, onde o concreto apresenta uma deformação máxima de encurtamento de  $\varepsilon_{cu}$  de 3,5‰ (concretos de classe até C50) e o aço tracionado apresenta a máxima deformação ao alongamento de 10‰, conforme apresentados nas Figuras 17 e 18 respectivamente. Apesar do domínio 4 representar flexão, ele caracteriza um rompimento da peça por esmagamento do concreto sem que haja escoamento do aço, o que, conseqüentemente, ocasiona uma ruptura frágil e sem grandes deformações e fissuras prévias,

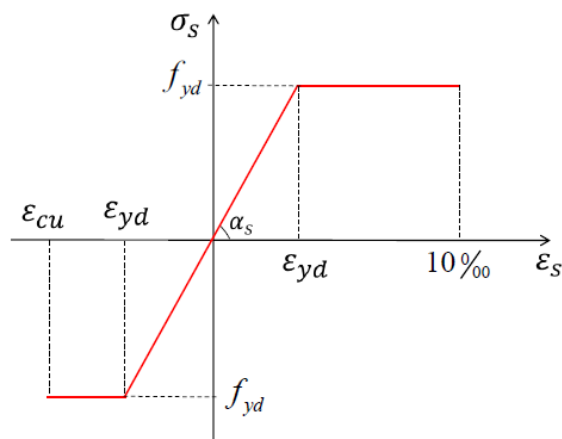
ou seja, um rompimento abrupto. Por esse motivo, é importante ressaltar que não é indicado dimensionar peças à flexão nesse domínio.

Figura 17: Diagrama tensão-deformação idealizado



Fonte: Autora (2023)

Figura 18: Diagrama tensão-deformação do aço



Fonte: Autora (2023)

O domínio 2 descreve a situação de flexão simples ou composta com o aço atingindo o seu limite de deformação de 10‰ ( $\epsilon_s = 10\text{‰}$ ) e o concreto apresentando uma deformação que varia de 0 a 3,5‰ ( $0 \leq \epsilon_{cu} \leq 3,5\text{‰}$ ). Usando uma semelhança de triângulos, quando as deformações do concreto e do aço atingem seus valores extremos, a profundidade da linha neutra é obtida pela Equação 24:

$$x = 0,259d \quad (24)$$

Ainda no domínio 2, o estado limite é atingido através da deformação do aço, onde a linha neutra é localizada dentro da seção que é formada pelo aço tracionado e pelo concreto comprimido. Em termos práticos, o escoamento total do aço provoca o surgimento de grandes deformações e fissuras na peça antes do seu rompimento, fazendo com que a falha ocorra com “avisos” prévios. Isso permite que medidas sejam tomadas antes que a estrutura venha a desmoronar.

Já o domínio 3 descreve uma flexão simples com seção subarmada ou composta com o concreto apresentando deformação de 3,5‰ e o aço com deformação variando de 10‰ até um estágio de deformação específica de escoamento ( $\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$ ). A linha neutra intercepta a seção transversal no limite entre os domínios 3 e 4 com uma profundidade que varia em função do tipo do aço. A seção resistente é caracterizada pelo aço tracionado e o concreto comprimido. Neste domínio, a ruptura do concreto ocorre paralela ao escoamento da armadura, o que proporciona uma situação ideal, uma vez que os dois materiais conseguem atingir sua capacidade resistente máxima. Como o escoamento do aço está presente neste domínio, há também “aviso” prévio no rompimento da estrutura, apresentando grandes deformações e intensas fissuras.

Tanto para o domínio 2 como para o domínio 3, a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo que, para efeitos de análise da seção, pode ser simplificado por um diagrama retangular de altura  $y$  e tensão máxima  $\sigma_c$ , conforme as Equações 25 e 26, respectivamente, admitindo um concreto com  $f_{ck} \leq 50 \text{ Mpa}$ .

$$y = 0,8x \quad (25)$$

$$\sigma_c = 0,85f_{cd} \quad (26)$$

Desta forma, segundo Machado (2002), o momento resistente de uma peça em concreto armado reforçada é resultado das combinações de esforços na seção comprimida do concreto, seção comprimida da armadura, seção tracionada da armadura e seção tracionada do reforço. Caso não exista armadura de aço para compressão, o esforço correspondente é descartado.

Sendo assim, tem-se as seguintes equações para determinações desses esforços (Equações 27 a 29):

$$R_{cd} = 0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot y \quad (27)$$

$$R'_{sd} = A'_s \cdot f_{yd} \quad (28)$$

$$R_{sd} = A_s \cdot f_{yd} \quad (29)$$

Admitindo que não existe armadura de compressão, pode-se simplificar o dimensionamento a partir das seguintes três equações de equilíbrio (Equações 30 a 31):

$$M_d = R_{cd} \cdot z \quad (30)$$

$$M_d = R_{sd} \cdot z \quad (31)$$

$$R_{cd} = R_{sd} \quad (32)$$

na qual:

$$z = d - 0,5 \cdot y \quad (33)$$

Sendo assim, fazendo as substituições cabíveis, obtém-se as Equações 34 a 36:

$$M_d = 0,85 \cdot b_w \cdot y \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,5 \cdot y) \quad (34)$$

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot y) \quad (35)$$

$$0,85 \cdot b_w \cdot y \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd} \quad (36)$$

O dimensionamento das peças reforçadas é elaborado a partir dos conceitos e critérios abordados no dimensionamento à flexão de elementos utilizando armadura convencional no ELU. No caso em questão, é acrescido um material que colaborará para o combate à tração,

trabalhando junto com a armadura já existente. Desta forma, as equações de equilíbrio para a estrutura com a presença do reforço são obtidas a partir das Equações 37 a 39:

$$M_d = R_{cd} \cdot z \quad (37)$$

$$M_d = R_{sd} \cdot z_1 + R_{ref} \cdot z_2 \quad (38)$$

$$R_{cd} = R_{sd} + R_{ref} \quad (39)$$

nas quais:

$$z_1 = d - 0,5 \cdot y \quad (40)$$

$$z_2 = h - 0,5 \cdot y \quad (41)$$

A força resultante atuante no reforço de fibra de carbono,  $R_{ref}$ , é definida pelo produto entre a área necessária de reforço,  $A_{ref}$ , e a tensão de tração do mesmo,  $F_{ref}$ , ou seja,

$$R_{ref} = A_{ref} \cdot F_{ref} \quad (42)$$

Admitindo-se que o reforço se comporta como elástico linear e está submetido a uma deformação de tração  $\varepsilon_{ref}$ , tem-se:

$$F_{ref} = E_f \cdot \varepsilon_{ref} \quad (43)$$

Fazendo as substituições cabíveis, tem-se as Equações 44 e 45:

$$M_d = 0,85 \cdot b_w \cdot y \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,5 \cdot y) \quad (44)$$

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot y) + A_{ref} \cdot F_{ref} \cdot (h - 0,5 \cdot y) \quad (45)$$

E, por fim, chega-se à definição da área necessária de fibra de carbono a ser utilizada como reforço à flexão, descrita na Equação 46:

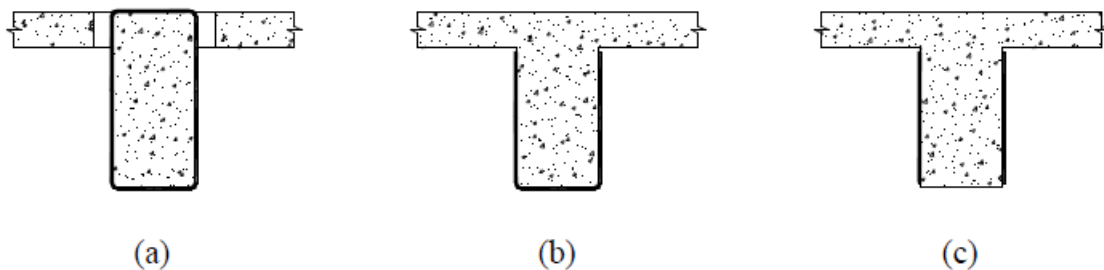


$$A_{ref} = \frac{M_d - A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot y)}{F_{ref} \cdot (h - 0,5 \cdot y)} \quad (46)$$

## 6.2 Dimensionamento do reforço ao cisalhamento

O sistema de reforço de fibra de carbono para esforços cortantes funciona de forma semelhante ao desenvolvido convencionalmente em estruturas de concreto armado, com estribos de aço. As fibras são dispostas na face externa da peça com faixas de largura e espaçamentos definidos. Segundo Machado (2002), existem três possibilidades de disposições para o envolvimento da peça, como mostrado na Figura 19:

Figura 19: Configurações possíveis do reforço para cisalhamento



Fonte: Machado (2002)

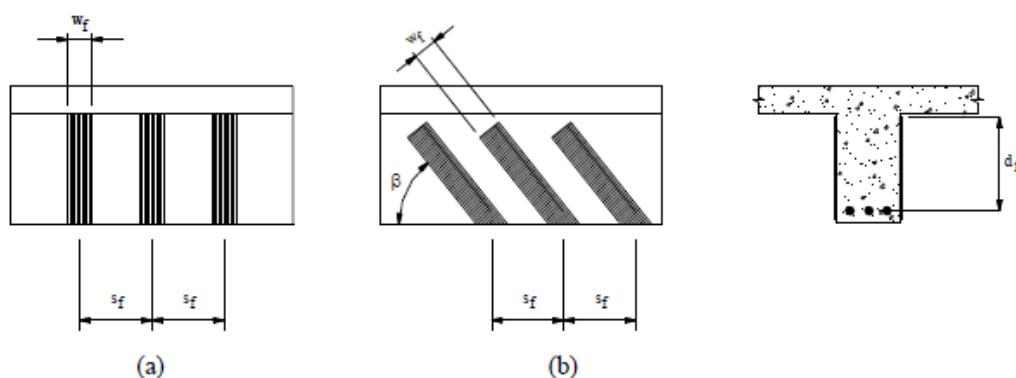
A disposição ilustrada na Figura 19-a configura o envolvimento total da seção transversal com lâminas de fibras de carbono. Já o esquema mostrado na Figura 19-b corresponde ao envolvimento caracterizado como “U”, que abrange apenas três lados da seção transversal (faces laterais e face inferior) da peça de concreto. Na configuração ilustrada na Figura 19-c o reforço de cisalhamento é disposto apenas nas faces laterais da seção transversal.

O reforço transversal pode ser aplicado continuamente ou com tiras espaçadas, de forma semelhante aos estribos. No entanto, o ACI 440-2R (2008) indica a utilização das faixas dispostas como tiras espaçadas, com a justificativa de que a disposição de forma contínua dificulta a migração de umidade da peça. O espaçamento entre os elementos do reforço transversal é definido a pela Equação 47:

$$s_f \leq \frac{d}{4} + W_f \quad (47)$$

De acordo com Oliveira (2020), a orientação de aplicação das faixas da fibra de carbono na peça é um fator determinante na eficiência do reforço. Elas podem ser aplicadas de forma inclinada com um ângulo  $\beta$  ou na vertical, conforme a Figura 20.

Figura 20: Indicações de largura, espaçamento e inclinação da fibra de carbono



Fonte: Machado (2002)

Para o dimensionamento, segundo o ACI 440-2R (2008), a seguinte condição, envolvendo a resistência da seção ao esforço cortante  $V_n$  e o valor característico da força cortante atuante  $V_u$ , deve ser obedecida:

$$\phi V_n \geq V_u \quad (48)$$

O fator de redução  $\phi$  é definido a fim de considerar a variação das forças e da geometria dos materiais, levar em conta a imprecisão das equações de projeto, garantir a ductilidade e refletir a sua importância na estrutura. Em particular, para peças que apresentam esforços cortantes e torção, o fator de redução  $\phi$  é igual a 0,75.

O esforço cortante resistente de uma viga de concreto armado reforçada com PRFC é dado pelo somatório das parcelas resistentes do concreto, do aço e do compósito, conforme a Equação 49:

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad (49)$$

O fator de redução  $\psi_f$  é definido de acordo com a disposição de envolvimento da peça, como indicado no Quadro 3:

Quadro 3: Fator de redução  $\psi_f$  para reforço ao cisalhamento

Esquema de envolvimento	Coefficiente $\psi_f$
Envolvimento completo	0,95
Envolvimento em “U” ou lateral	0,85

Fonte: Adaptada de ACI (2008)

A soma das parcelas da força cortante resistida pelo aço  $V_s$  e pelo reforço  $V_f$  é limitada pela Equação 50:

$$V_s + V_f \leq 0,66 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (50)$$

A resistência ao esforço cortante  $V_f$  é definida pela relação expressa na Equação 51:

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot \sigma_{fe} \cdot (\sin \beta + \cos \beta) \cdot d_{fv}}{s_f} \quad (51)$$

nas quais

$$A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot W_f \quad (52)$$

$$\sigma_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f \quad (53)$$

A deformação efetiva do reforço é definida em função da disposição do envolvimento. Para os casos em que o envolvimento é completo, a deformação é descrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75 \cdot \varepsilon_{fu} \quad (54)$$

Já para os casos em que o envolvimento é em “U” ou lateral, segundo Motta e Camargo (2018), considera-se a ocorrência de delaminação antes da perda de coesão dos agregados. Desta forma, foi determinado um coeficiente de redução  $\kappa_v$  associado a deformação efetiva, descrita na Equação 55:

$$\varepsilon_{fe} = \kappa_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (55)$$

na qual

$$\kappa_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (56)$$

Os fatores de modificação  $k_1$  e  $k_2$  estão dispostos abaixo:

$$k_1 = \left( \frac{f'_c}{27} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (57)$$

Para envolvimento em “U”, temos que:

$$k_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} \quad (58)$$

Já para envolvimento lateral, temos que:

$$k_2 = \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}} \quad (59)$$

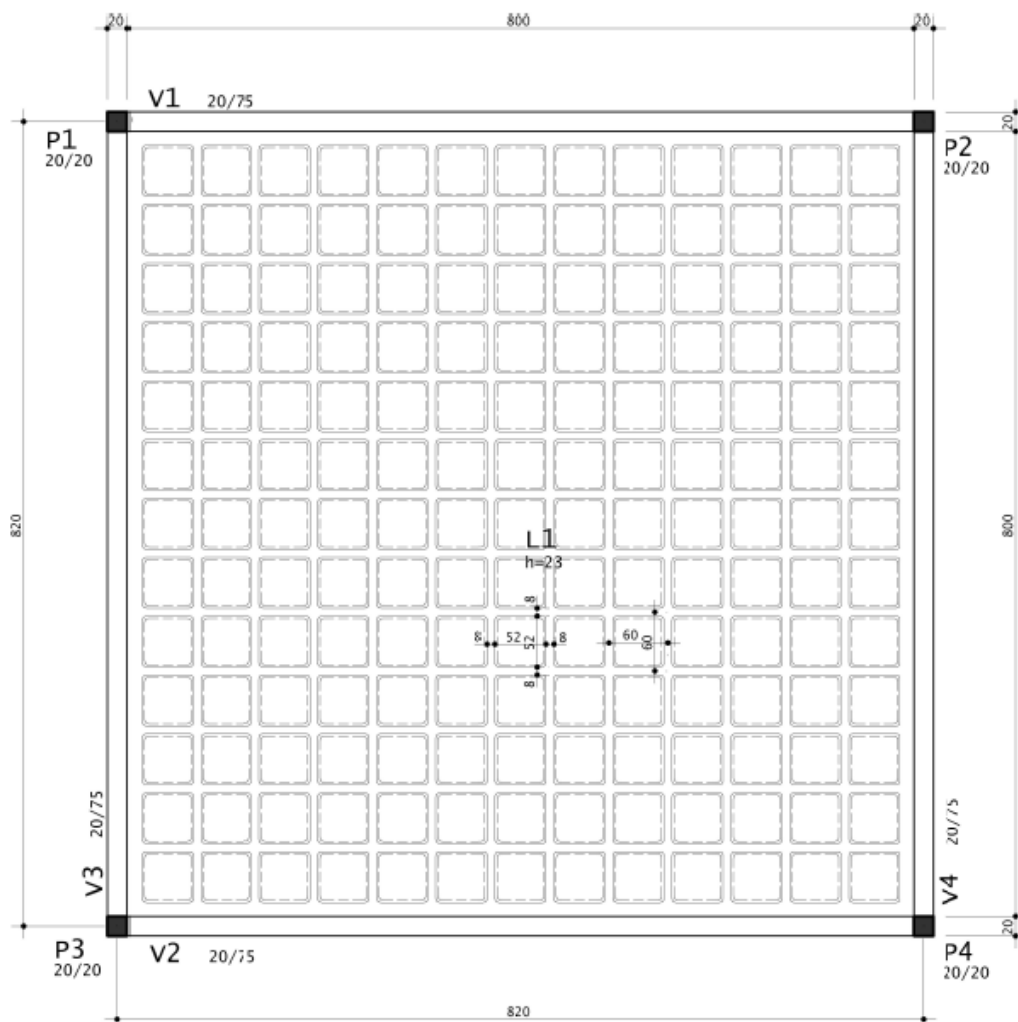
Vale ressaltar que é ao longo do comprimento efetivo da fibra ( $L_e$ ) que a maior parte das tensões de aderência está presente, e é definido pela Equação 60:

$$L_e = \frac{23300}{(n \cdot t_f \cdot E_f)^{0,58}} \quad (60)$$

## 7. ESTUDO DE CASO

Os procedimentos apresentados anteriormente são aplicados neste tópico para o dimensionamento do reforço de uma laje nervurada bidirecional utilizando PRFC. Desta forma, considera-se uma laje com dimensões de 8,0 metros de largura por 8,0 metros de comprimento, apoiada em vigas nos seus quatro lados que, por sua vez, são suportadas por quatro pilares de dimensões 20 x 20 cm. As vigas têm seção transversal retangular com dimensões de 20 cm x 75 cm e a laje nervurada bidirecional apresenta uma altura de 23 cm. O esquema estrutural encontra-se ilustrado na Figura 21. A laje foi inicialmente dimensionada para uma carga acidental de sala residencial e, posteriormente, seu uso foi modificado para servir de piso de uma biblioteca com sala de leitura e estantes. Neste contexto, o presente trabalho é restringido à verificação e ao dimensionamento do reforço para a laje.

Figura 21: Modelo estrutural do pavimento analisado



Fonte: Autora (2023)

A resistência à compressão do concreto utilizado na estrutura é  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e as armaduras de flexão e de cisalhamento são de aço do tipo CA – 50. A estrutura também foi dimensionada considerando uma classe de agressividade ambiental II, o que implica em um cobrimento nominal de 25 mm para lajes e 30 mm para vigas, de acordo com a Tabela 7.2 da NBR 6118 (2014) para concreto armado.

## 7.1 Dados da laje

A laje nervurada analisada é do tipo colmeia, construída usando um sistema de formas de polipropileno (cubetas plásticas) e exibindo as características indicadas na tabela abaixo (Figura 22):

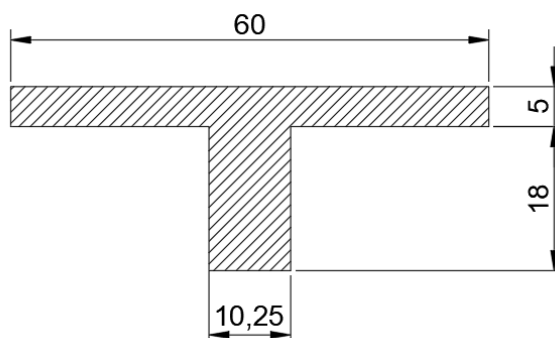
Figura 22: Características da forma bidirecional

Altura do Molde	Espessura da Lâmina	Altura Total	Largura das Nervuras			Área da Seção	Distância do C.G. à		Inércia		Volume do Vazio		Peso Próprio	Volume de Concreto
			Inferior	Superior	Média		Face superior	Face inferior	Inércia para nervurada	Altura equivalente	$\text{m}^3$	$\text{m}^3/\text{m}^2$		
cm	cm	cm	cm	cm	cm	$\text{cm}^2$	cm	cm	$\text{cm}^4$	cm	$\text{m}^3$	$\text{m}^3/\text{m}^2$	$\text{kN}/\text{m}^2$	$\text{m}^3/\text{m}^2$
18,0	5,0	23,0	8,0	12,5	10,3	485	6,6	16,4	18954	15,6	0,045	0,124	2,65	0,106
dl	ds	D	bi	bs	br	A	rs	ri	I	heq	v/v		Concreto 25 $\text{kN}/\text{m}^3$	

Fonte: Adaptado de ATEX (2023)

Com base nos dados apresentados na Figura 22, as nervuras da laje são assumidas com seção transversal em T com as dimensões (em cm) ilustradas na Figura 23. Vale ressaltar que a largura ( $b_w$ ) da nervura é, de forma simplificada, adotada como constante e igual ao valor médio das larguras inferior e superior da alma.

Figura 23: Seção T ajustada



Fonte: Autora (2023)

Como a laje possui vãos internos de 8,00 metros, seus vãos efetivos, definidos pelas distâncias entre os eixos das vigas, valem 8,20 metros.

## **7.2 Caso 1: Laje de sala residencial**

### **7.2.1 Ações na laje**

As cargas por unidade de área consideradas como atuantes sobre a laje no caso de piso de sala residencial são as seguintes:

a) **Peso próprio**

De acordo com as dimensões mostradas na Figura 22, considerando um concreto com peso específico de  $25 \text{ kN/m}^3$ , o peso próprio da laje vale  $2,65 \text{ kN/m}^2$ .

b) **Revestimento**

De acordo com a NBR 6120 (2019), o revestimento de pisos de edifícios residenciais e comerciais, com espessura de  $5 \text{ cm}$ , a carga uniformemente distribuída referente ao revestimento pode ser adotada como  $1 \text{ kN/m}^2$ .

c) **Ações variáveis**

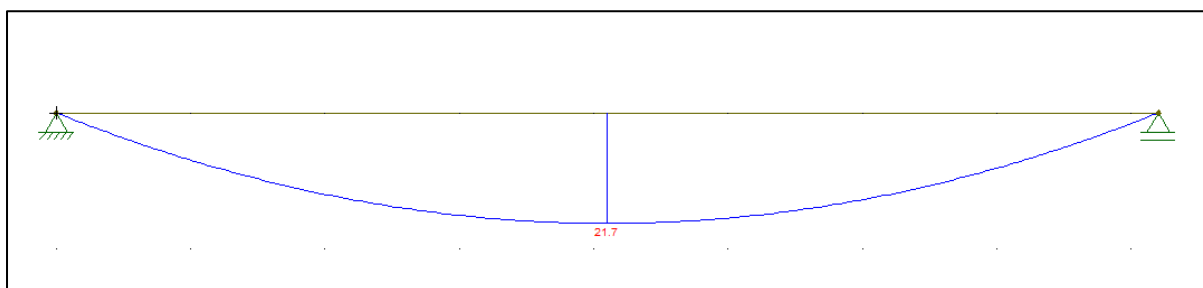
De acordo com a Tabela 10 da NBR 6120 (2019), o carregamento uniformemente distribuído correspondente a uma laje residencial para cômodos como sala, copa e cozinha possui o valor mínimo de  $1,5 \text{ kN/m}^2$ .

Então, a soma das cargas uniformemente distribuídas atuantes sobre a laje perfaz um total de  $5,15 \text{ kN/m}^2$ .

### 7.2.2 Esforços internos solicitantes

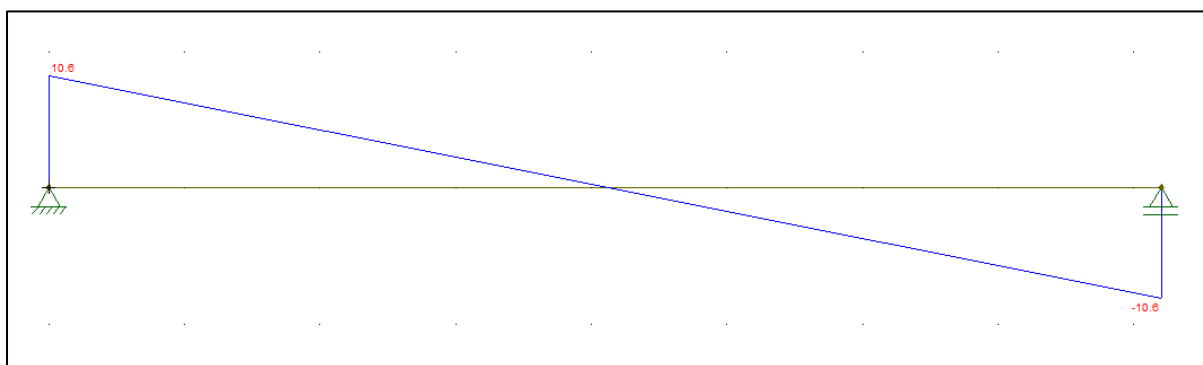
Considerando que a laje é simétrica e está apoiada nas quatro vigas do seu contorno, a parcela do carregamento correspondente a cada direção  $x$  e  $y$  vale a metade do carregamento total ( $q_x = q_y = q/2 \cong 2,58 \text{ kN/m}^2$ ). Admitindo faixas ortogonais de larguras unitárias nas duas direções, os diagramas de momento fletor ( $\text{kN.m/m}$ ) e de força cortante ( $\text{kN/m}$ ) mostrados na Figura 24 e 25 são facilmente obtidos.

Figura 24: Diagrama de Momento Fletor



Fonte: FTOOL (2023)

Figura 25: Diagrama de Esforço Cortante



Fonte: FTOOL (2023)

Como a laje tem uma configuração quadrada, ou seja, sua largura é igual ao seu comprimento, temos que os esforços são iguais nas direções  $x$  e  $y$ . Admitindo uma distância entre os eixos das nervuras de  $0,60 \text{ m}$ , os valores de esforços por nervuras e de cálculo são apresentados a seguir nos Quadros 4 e 5:



Quadro 4: Valores de Momento Fletor na laje

Momento Fletor (kN.m/m)	Momento Fletor por Nervura (kN.m/nerv)	Momento Fletor de Cálculo (kN.m)
21,7	13,02	18,228

Fonte: Autora (2023)

Quadro 5: Valores de Esforço Cortante na laje

Esforço Cortante (kN/m)	Esforço Cortante por Nervura (kN/nerv)	Esforço Cortante de Cálculo (kN)
10,6	6,36	8,904

Fonte: Autora (2023)

### 7.2.3 Dimensionamento à flexão

A altura útil da seção transversal de uma nervura, definida como a distância entre o centro geométrico das armaduras longitudinais e a fibra mais comprimida do concreto, pode ser estimada como  $d = 19 \text{ cm}$ .

A profundidade  $x$  da linha neutra na seção transversal de uma nervura submetida a um momento fletor de cálculo  $M_d$  pode ser avaliada pela expressão:

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) \quad (61)$$

Como a mesa da seção T das nervuras da laje está comprimida, supondo uma seção retangular com largura com  $b_f = 60 \text{ cm}$ , obtém-se:

$$x = 1,25 \cdot 19 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1822,8}{0,425 \cdot 60 \cdot 19^2 \cdot 2,143}} \right)$$

$$x = 1,12 \text{ cm} < h_f = 5 \text{ cm}$$

caracterizando o Caso I de seção T de concreto armado.

Sendo assim, através de Eq. 12, tem-se que a área de aço da armadura de flexão, calculada para o momento fletor máximo de cálculo em cada nervura, vale  $A_s = 2,26 \text{ cm}^2$ . O Quadro 6 mostra as armaduras de flexão das nervuras dispostas nas duas direções da laje.

Quadro 6: Área de aço referente ao dimensionamento à flexão das nervuras na laje

Área de aço calculada $A_s$ ( $\text{cm}^2$ )	Barras de aço longitudinais	Área de aço efetiva $A_{s\text{ef}}$ ( $\text{cm}^2$ )
2,26	3 $\phi$ 10 mm	2,40

Fonte: Autora (2023)

### 7.2.4 Dimensionamento ao cisalhamento

O valor de cálculo do esforço cortante solicitante na nervura é  $V_{sd} = 8,904 \text{ kN}$  e o esforço cortante resistente obtido pela Equação 22 vale  $V_{Rd2} = 16,85 \text{ kN}$ . Como tais valores satisfazem a condição apresentada em Eq. 20, a laje não exige armadura transversal.

## 7.3 Caso 2: Laje para biblioteca com sala de leitura e estantes

### 7.3.1 Ações na laje

Como a laje mudou apenas a sua finalidade de utilização, ou seja, as suas ações variáveis, os valores de peso próprio e de revestimento continuam os mesmos do caso 1, ou seja, peso próprio =  $2,65 \text{ kN/m}^2$  e carga de revestimento =  $1 \text{ kN/m}^2$ .

De acordo com a Tabela 10 da NBR 6120 (2019), o carregamento acidental uniformemente distribuído correspondente a uma laje de biblioteca com sala de estudo e estantes possui o valor de  $4,0 \text{ kN/m}^2$ .

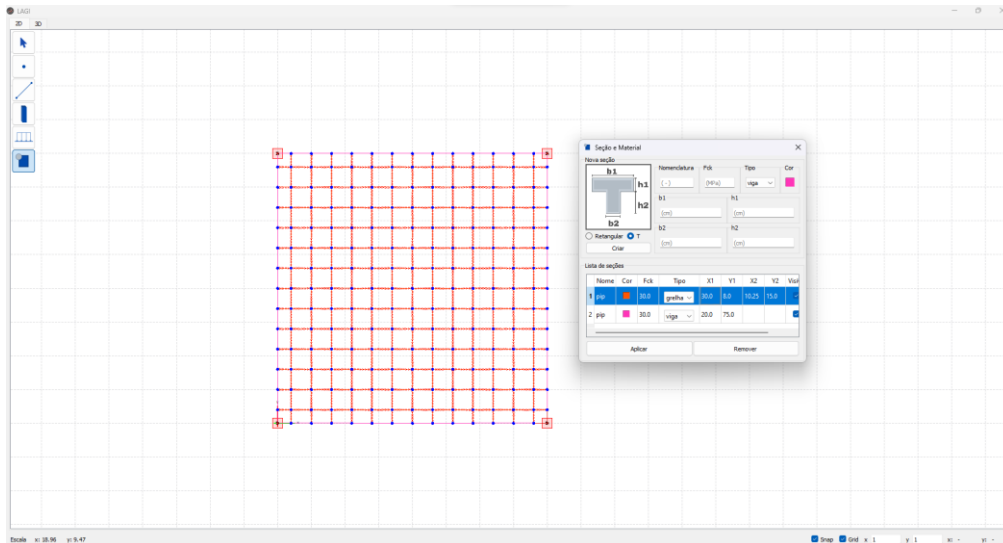
Fazendo o somatório das ações atuantes na laje, conclui-se que o carregamento total uniformemente distribuído equivale à  $7,65 \text{ kN/m}^2$ .

### 7.3.2 Esforços internos solicitantes

Visando uma economia na utilização de um possível reforço na laje, a análise dos esforços foi realizada a partir do Método de Analogia de Grelhas utilizando o processador

“LAGI” desenvolvido por Oliveira (2022). A modelagem da grelha equivalente, apresentada na Figura 26, foi elaborada seguindo as dimensões e considerações supracitadas neste capítulo.

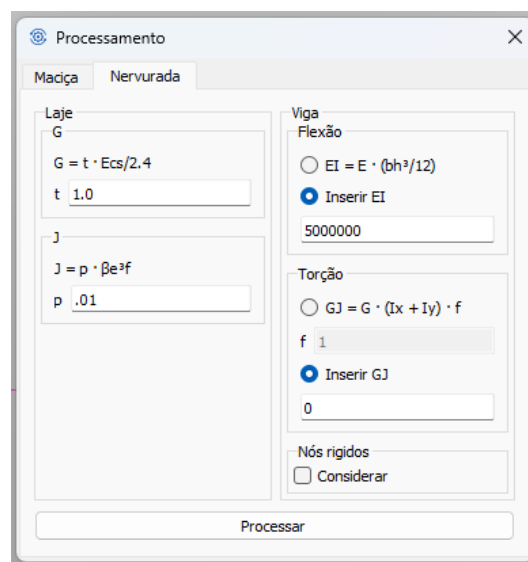
Figura 26: Grelha equivalente modelada no processador LAGI



Fonte: Oliveira (2022)

A análise, inicialmente, considerou um carregamento unitário ( $1 \text{ kN/m}^2$ ) distribuído igualmente ao longo da laje, rigidez à torção das faixas de grelha  $GJ = 1\%$ , uma rigidez à torção das vigas nula ao passo que rigidez à flexão superdimensionada, como descrito na Figura 27.

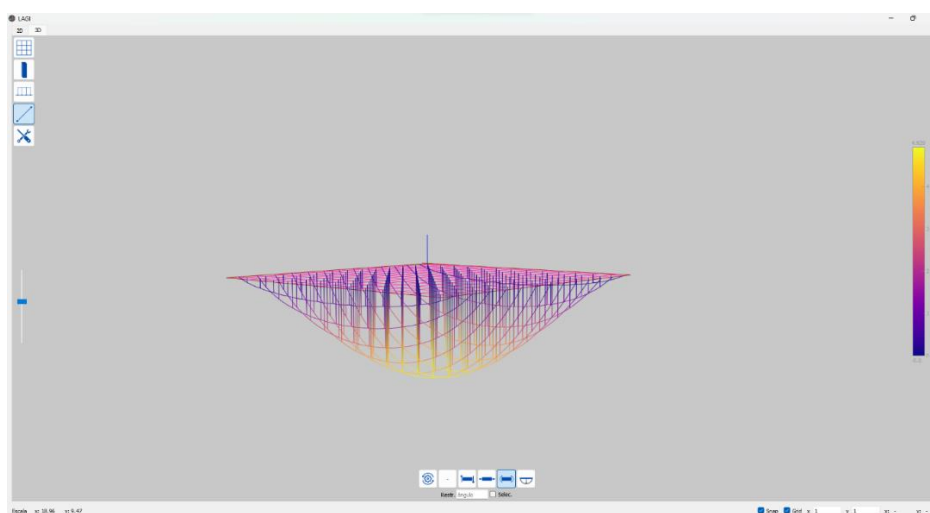
Figura 27: Configurações de análise



Fonte: Oliveira (2022)

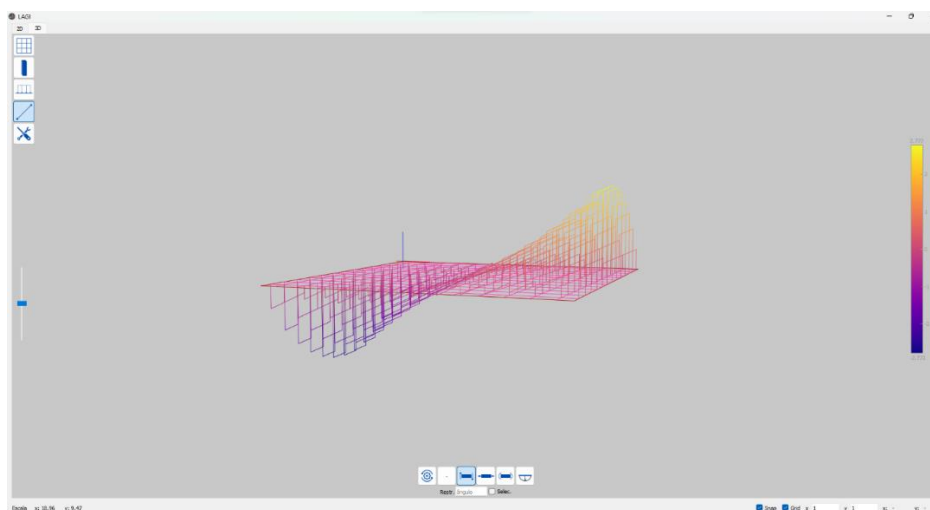
Sendo assim, o processador retornou valores de momento fletor e esforço cortante em cada nervura de forma individual, proporcionando uma análise mais precisa e um dimensionamento de reforço mais pontual.

Figura 28: Diagrama de momento fletor em todas as barras da grelha equivalente



Fonte: Oliveira (2022)

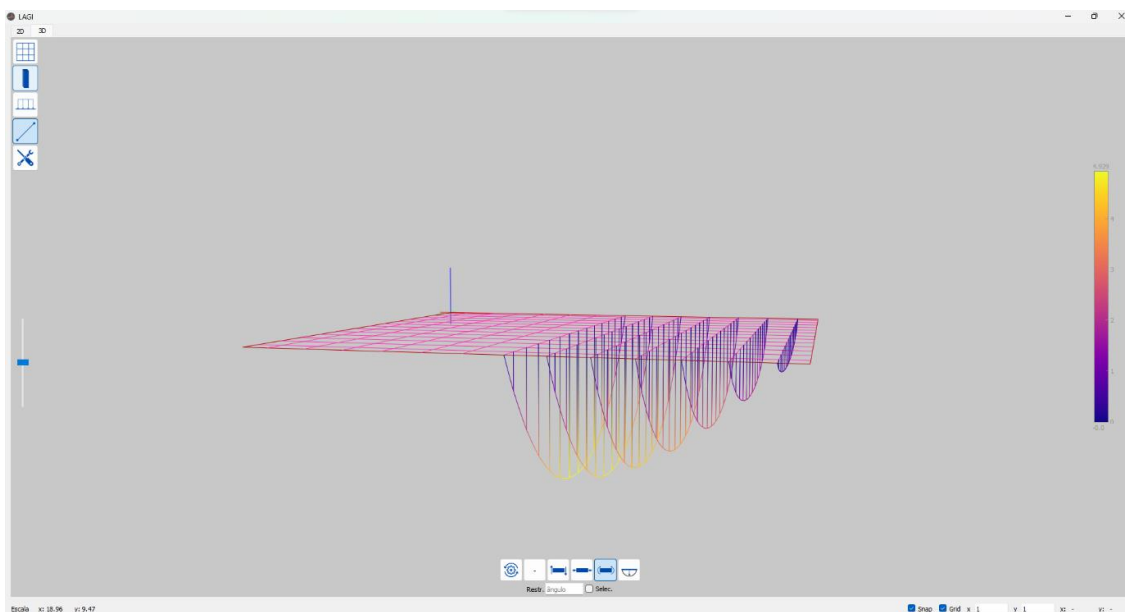
Figura 29: Diagrama de esforço cortante em todas as barras da grelha equivalente



Fonte: Oliveira (2022)

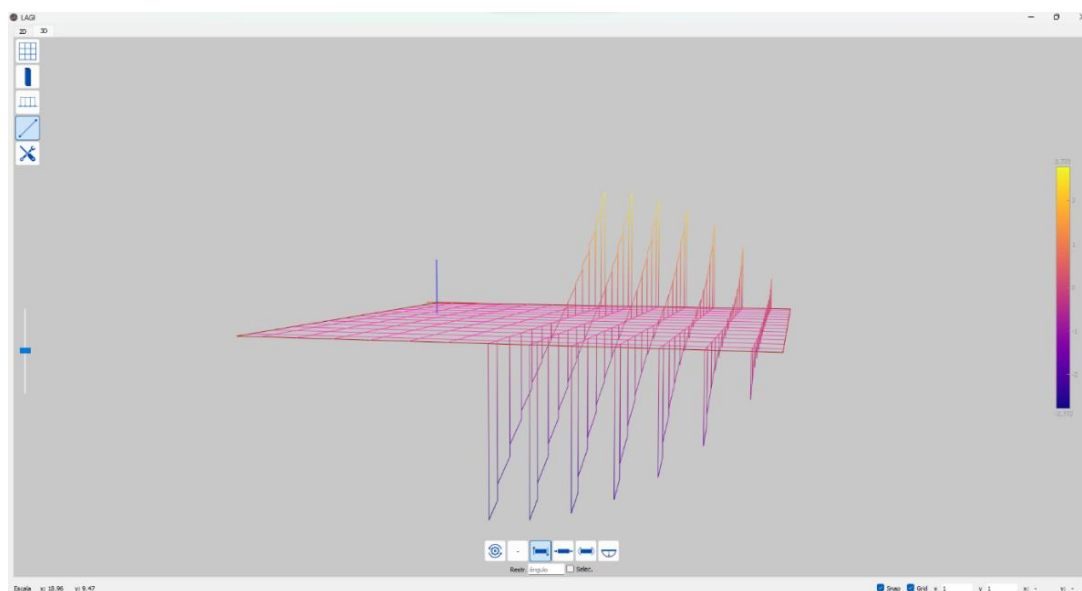
Sabendo que a laje possui simetria entre os seus eixos, com vãos efetivos iguais, para melhor visualização dos esforços na grelha, as Figuras 30 e 31 apresentam os diagramas de momento fletor e esforço cortante nas barras que correspondem as nervuras da laje em uma só direção até o seu ponto de simetria.

Figura 30: Diagrama de momento fletor em cada barra da grelha



Fonte: Oliveira (2022)

Figura 31: Diagrama de esforço cortante em cada barra da grelha



Fonte: Oliveira (2022)

Sendo assim, assumindo que a barra central da grelha corresponde à barra de número 1 e a da extremidade número 7, os Quadros 7 e 8 apresentam valores numéricos referentes ao momento fletor e esforço cortante em cada nervura, respectivamente, obtidos através do processador para uma carga  $1 \text{ kN/m}^2$ .

Quadro 7: Valores de momento fletor obtidos pelo processador “LAGI”

Barra	Momento fletor por metro linear (kN.m/m)	Momento fletor por nervura (kN.m/nerv)	Momento fletor de cálculo (kN.m)
1	4,929	2,96	4,14
2	4,792	2,88	4,032
3	4,391	2,63	3,68
4	3,749	2,25	3,15
5	2,903	1,74	2,44
6	1,902	1,14	1,60
7	0,801	0,48	0,67

Fonte: Autora (2023)

Quadro 8: Valores de esforço cortante obtidos pelo processador “LAGI”

Barra	Esforço cortante por metro linear (kN/m)	Esforço cortante por nervura (kN/nerv)	Esforço cortante de cálculo (kN)
1	2,772	1,66	2,33
2	2,721	1,63	2,28
3	2,565	1,54	2,16
4	2,301	1,38	1,93
5	1,924	1,15	1,61
6	1,409	0,85	1,19
7	0,694	0,42	0,59

Fonte: Autora (2023)

Como o carregamento da laje em questão é de  $7,65 \text{ kN/m}^2$ , a partir do produto entre o carregamento e os esforços obtidos para um carregamento unitário, os Quadros 9 e 10 apresentam os valores correspondentes aos esforços da laje para fins de biblioteca com sala de leitura e estantes.

Quadro 9: Valores de momento fletor para laje de biblioteca com sala de leitura e estantes

Barra	Momento fletor por metro linear (kN.m/m)	Momento fletor por nervura (kN.m/nerv)	Momento fletor de cálculo (kN.m)
1	37,71	22,64	31,70
2	36,66	22,00	30,80
3	33,59	20,15	28,21
4	28,68	17,21	24,10
5	22,21	13,33	18,66
6	14,55	8,73	12,22
7	6,13	3,68	5,15

Fonte: Autora (2023)

Quadro 10: Valores de esforço cortante para laje de biblioteca com sala de leitura e estantes

Barra	Esforço cortante por metro linear (kN/m)	Esforço cortante por nervura (kN/nerv)	Esforço cortante de cálculo (kN)
1	21,21	12,73	17,82
2	20,82	12,49	17,49
3	19,62	11,77	16,48
4	17,60	10,56	14,75
5	14,72	8,83	12,36
6	10,78	6,47	9,06
7	5,31	3,19	4,47

Fonte: Autora (2023)

### 7.3.3 Dimensionamento do reforço com PRFC

#### 7.3.3.1 Características do PRFC

Material: Fibra (Carbon CFW 300).

Espessura: 0,166 mm.

Tensão de ruptura: 2100 MPa.

Módulo de elasticidade: 230 GPa.

### 7.3.3.2 Dimensionamento à Flexão

O Quadro 11 reúne os valores dos momentos fletores solicitantes de cálculo das nervuras e do momento fletor máximo resistido pelas mesmas sem o reforço. A comparação entre tais valores permite concluir sobre a necessidade ou não de reforço de flexão, como apresentado na última coluna da mencionada tabela.

Quadro 11: Verificação de necessidade de reforço

<b>Barra</b>	<b>Momento Resistente (kN.cm)</b>	<b>Momento Solicitante (kN.cm)</b>	<b>Reforço</b>
1	1380,57	2264,0	Sim
2	1380,57	2200,0	Sim
3	1380,57	2015,0	Sim
4	1380,57	1721,0	Sim
5	1380,57	1333,0	Não
6	1380,57	873,0	Não
7	1380,57	368,0	Não

Fonte: Autora (2023)

Como o momento solicitante é maior que o momento resistente nas nervuras 1, 2, 3 e 4, estas exigem reforço à flexão. É perceptível que, à medida que as nervuras vão se aproximando dos apoios, o esforço solicitante diminui, o que é coerente, uma vez que a laje está disposta de forma apoiada nas vigas de contorno. Para estas nervuras que exigem reforço de flexão, o Quadro 12 apresenta os valores de deformação necessários para os procedimentos de dimensionamento do reforço.

Quadro 12: Deformações no dimensionamento do reforço com PRFC

<b>Barra</b>	<b><math>\epsilon_{bi}</math></b>	<b><math>\epsilon_b</math></b>	<b><math>\epsilon_{fc}</math></b>
1	0,0024	0,037	0,0346
2	0,0024	0,038	0,0357
3	0,0024	0,042	0,0398



4	0,0024	0,050	0,0478
---	--------	-------	--------

Fonte: Autora (2023)

Por fim, baseando-se nas deformações supracitadas no Quadro 12, é possível calcular a área do compósito necessária para resistir aos momentos fletores solicitantes do novo carregamento. Tais valores estão apresentados no Quadro 13.

Quadro 13: Quantidade de PRFC necessário para o reforço

Barra	Área de PRFC (cm <sup>2</sup> )	Largura da faixa (cm)	Quantidade de camadas
1	0,072	4,50	1
2	0,065	4,00	1
3	0,045	3,00	1
4	0,020	1,50	1

Fonte: Autora (2023)

As larguras das faixas resultantes da necessidade de reforço à flexão de cada barra possibilitam a determinação da quantidade de camada a ser aplicada em cada nervura, a fim de atender às exigências dos esforços. Visto que as larguras das faixas não excederam as larguras das nervuras, podemos concluir que apenas uma camada de PRFC por barra será necessária na laje que demanda reforço à flexão.

### 7.3.3.3 Dimensionamento ao Cisalhamento

Tendo em vista que o esforço cortante resistente para todas as nervuras da laje é  $V_{Rd2} = 16,85 \text{ kN}$ , chega-se à conclusão apresentada na última coluna do Quadro 14.

Quadro 14: Verificação de necessidade de reforço

Barra	Cortante Resistente (kN)	Cortante Solicitante (kN)	Reforço
1	16,85	12,73	Não
2	16,85	12,49	Não

3	16,85	11,77	Não
4	16,85	10,56	Não
5	16,85	8,83	Não
6	16,85	6,47	Não
7	16,85	3,19	Não

Fonte: Autora (2023)

Da mesma forma que observado no Caso 1, no cenário de uma biblioteca com sala de leitura e estantes, não é necessário reforçar o cisalhamento nas nervuras. Isso ocorre devido aos resultados que atendem à condição estabelecida na Equação 20, na qual a capacidade resistente supera a solicitação de esforço cortante. Portanto, a laje não requer reforço de cisalhamento em suas nervuras.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi abordado e discutido sobre o procedimento de reforço de lajes nervuradas de concreto armado utilizando Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono. Inicialmente, foram explanadas as características de uma estrutura de concreto e as razões que justificam a necessidade da utilização de um reforço estrutural. Consecutivamente, foram discutidas as características do compósito, suas vantagens e desvantagens assim como a sua forma de utilização, dimensionamento à flexão e ao cisalhamento em estruturas.

Apesar de ser uma prática recente aqui no Brasil e, por conseguinte, a ausência de uma norma brasileira sobre o tema, a utilização de PRFC estrutura um acervo imenso de estudos teóricos e experimentais acerca da referida temática. No presente trabalho, os modelos de dimensionamento de lajes nervuradas de concreto armado reforçados com PRFC prescritos pelo ACI 440.2R (2008) foram descritos e aplicados a um estudo de caso de um pavimento residencial que, posteriormente, seria utilizado para uso de uma biblioteca. A partir deste estudo de caso, foi possível descrever e utilizar os roteiros propostos pelos referenciais teóricos para o dimensionamento à flexão e ao cisalhamento em lajes nervuradas.

No caso para o carregamento inicial, empregamos métodos convencionais para dimensionar a estrutura, com o propósito de demonstrar como os projetos eram elaborados no passado, antes da disseminação dos métodos computacionais. Com a alteração da função da laje e, conseqüentemente, um aumento na carga aplicada, optamos por utilizar o Método das Grelhas para analisar os esforços. Atualmente, esse método é amplamente adotado pelos softwares de dimensionamento de lajes de concreto armado disponíveis no mercado devido à sua capacidade de proporcionar uma análise mais precisa do elemento estrutural.

Desta forma, como esperado, evidenciou-se que a estrutura inicial, com o auxílio do reforço com fibra de carbono, poderia ser utilizada para a nova finalidade, mantendo as suas dimensões originais e com um pequeno acréscimo em seu peso próprio. Ademais, a utilização do Método das Grelhas na obtenção e análise dos esforços na estrutura fez com que a aplicação do reforço fosse pontual, gerando uma possível economia de material e custo da atividade. Sendo assim, é perceptível a importância de um aprofundamento nos estudos referentes a essa técnica, proporcionando mais confiança e segurança aos profissionais que queiram utilizá-la.

Como sugestão para trabalhos futuros e para complementar este estudo, propõe-se seguintes tópicos: realizar uma análise comparativa com o presente trabalho, empregando o Método das Grelhas tanto no dimensionamento inicial da laje nervurada quanto no

dimensionamento do reforço com PRFC; dimensionamento de pilares reforçados com fibra de carbono e o dimensionamento de lajes nervuradas utilizando diferentes tipos de fibras, como aramida, vidro e aço de alta resistência, com ênfase na avaliação dos custos envolvidos e no comportamento mecânico dessas estruturas. Estes temas constituem campos de pesquisa altamente promissores, capazes de contribuir significativamente para o avanço do conhecimento de reforço estrutural com o uso de Polímeros Reforçados por Fibras.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. ABNT NBR 6120. **Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440-2R. **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures**. Farmington Hills: ACI, 2008.

BALAGURU, P.; NANNI, A.; GIANCASPRO, J. **FRP composites for reinforced and prestressed concrete structures: a guide to fundamentals and design for repair and retrofit**. New York: CRC Press, 2009.

BARBOZA, A. da S. R. **Contribuição à análise estrutural de sistemas lajes-vigas de concreto armado mediante analogia de grelha**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Universidade Estadual Paulista - UNESP - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Bauru, 2019.

BASTOS, P. S. **Flexão normal simples – Vigas**. Universidade Estadual Paulista – UNESP – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Bauru, 2020.

BASTOS, P. S. **Lajes de concreto armado**. Universidade Estadual Paulista - UNESP - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Bauru, 2023.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

CAIRES, D. M. P. **Reforço de vigas de concreto armado pela técnica NSM-FRP**. Trabalho de conclusão de curso de graduação – Engenharia Civil – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2022.

CAMARGO, M. V.; LOPES, L. A. M.; MOTTA, G. M. **Dimensionamento de reforço à flexão em vigas de concreto armado com polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC): comparativo entre as normas NBR 6118:2014 E ACI 318**. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, 2018.

CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2021.

CORDEIRO, A. C. L. **Dimensionamento de vigas de concreto armado com Polímeros Reforçados com Fibras (PRF)**. Trabalho de conclusão de curso de graduação – Engenharia Civil – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2022.

FRANCA, A. B. M.; FUSCO, P. B. **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo, AFALA & ABRAPEX, 1997.

GASPAR, R. **Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção**. Dissertação apresentada à Escola Politécnica - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

**FTOOL**. Programa gráfico-interativo para ensino do comportamento de estruturas. Versão educacional. Disponível em: <https://www.ftool.com.br/Ftool/>. Acessado em agosto de 2023.

HAMBLY, E. C. **Bridge deck behavior**. London, Chapman and Hall, 1976.

KARZAD A. S. et al. **Repair and strengthening of shear-deficient reinforced concrete beams using Carbon Fiber Reinforced Polymer**. Sharjah: Composite Structures, 2019.

LOPES, A. F. O. **Estudo comparativo entre lajes nervuradas moldadas no local com fôrmas de polipropileno e lajes pré-fabricadas treliçadas**. Dissertação apresentada ao

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.

MACHADO, A. P. **Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. Disponível em: <manual-fibra-de-carbono.pdf (viapol.com.br)>. Acesso em 27 de Abril de 2023.

MACHADO, A. P. **Reforço de Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono**. 1. ed. São Paulo: PINI, 2002.

MOTTA, G. M.; CAMARGO M. V. **Planilha para dimensionamento de reforço estrutural com Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (PRFC) em vigas de concreto armado submetidas à flexão simples no Estado-Limite Último**. Revista Técnico-Científica do CREA-PR, 2018.

OLIVEIRA, C. C. **Contribuição à análise de pavimentos em concreto: implementação de ambiente computacional com emprego da analogia de grelha e da rigidez de pilares**. Trabalho de conclusão de curso de graduação - Engenharia Civil - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2022.

OLIVEIRA, P. D. **Reforço de um pavimento de concreto armado usando fibras de carbono: estudo de caso**. Trabalho de conclusão de curso de graduação - Engenharia Civil - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

MOURA, J. R. B. **Lajes nervuradas**. Revista Tecnologia, 1986.

MOURA, M. **Reforço estrutural em estruturas de concreto armado**. Trabalho de conclusão de curso de graduação – Engenharia Civil – Universidade Federal do Pampa, Alegreste, 2013.

PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. **Lajes nervuradas**. Estruturas de concreto - Capítulo 17. USP - EESC - Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, 2003.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Construção Civil - Engenharia Civil - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

TIMOSHENKO, S.P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of Plates and Shells**. McGraw-Hill, New York, 1959.