



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
ENGENHARIA CIVIL



**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS PARA DIMENSIONAMENTO AO
CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÃO
CIRCULAR MACIÇA**

JOÃO VICTOR ROSA CRUZ

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques

Maceió/AL

2023

JOÃO VICTOR ROSA CRUZ

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS PARA DIMENSIONAMENTO AO
CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÃO
CIRCULAR MACIÇA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Colegiado do Curso de
Engenharia Civil do Centro de Tecnologia
da Universidade Federal de Alagoas,
como parte dos requisitos para obtenção
do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Maceió/AL

2023

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Girlaine da Silva Santos – CRB-4 – 1127

C955e Cruz, João Victor Rosa.

Estudo comparativo de modelos para dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado de seção circular maciça /João Victor Rosa Cruz. – 2023.

71 f. : il. color.

Orientador: Severino Pereira Cavalcanti Marques.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil)
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2023.

Bibliografia: f. 69-71.

1. Concreto armado. 2. Vigas. 3. Resistência ao cisalhamento. 4. Seção circular. I. Título.

CDU: 666.98

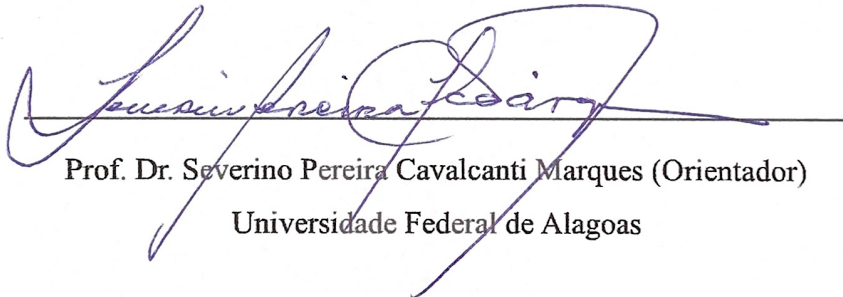
FOLHA DE APROVAÇÃO

JOÃO VICTOR ROSA CRUZ

Estudo Comparativo de Modelos para Dimensionamento ao Cisalhamento de Vigas de Concreto Armado de Seção Circular Maciça

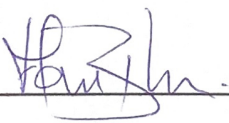
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho aprovado em 27 de setembro de 2023

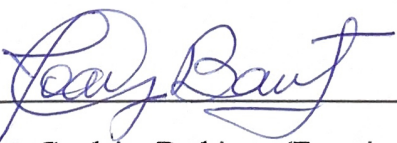


Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques (Orientador)
Universidade Federal de Alagoas

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Flávio Barboza de Lima (Examinador Interno)
Universidade Federal de Alagoas



Prof. Dr. João Carlos Cordeiro Barbirato (Examinador Interno)
Universidade Federal de Alagoas

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, Selma e Douglas, por todo o incentivo relacionado aos estudos e apoio aos meus sonhos. Estes que nunca deixaram faltar recursos e meios para que eu obtivesse conhecimento. Agradeço também ao meu irmão Pedro, principalmente pelos momentos de descontração que permitiram o alívio da minha rotina enquanto universitário. Agradeço à minha avó Vailde por acreditar quase que cegamente em mim, não somente no âmbito dos estudos. Agradeço imensuravelmente por suas palavras de conforto e conselhos.

Agradeço especialmente à minha namorada, Maria Luiza, que esteve comigo em quase todo o meu trajeto da vida. Acompanhou-me desde o primeiro ano do ensino médio até o presente momento. Não existem palavras que traduzam o meu sentimento de satisfação e conforto por compartilhar a vida e os meus sonhos com uma pessoa tão especial. Obrigado por acreditar em mim e por todos os momentos que temos compartilhado.

Outrossim, não poderia deixar de agradecer aos meus amigos Helder, João Ricardo, Matheus, Milton e Leonardo. Estes que estiveram comigo desde o ensino fundamental e compartilham até hoje vivências importantes em minha vida.

No meio universitário, gostaria de agradecer, com muito amor, às amizades que a universidade me proporcionou. Primeiramente, agradeço à Marcelo e Nívea. Tenho certeza que estas duas pessoas sabem da importância que é tê-las em minha vida. Agradeço aos demais alunos mais próximos da minha turma que viveram a trajetória acadêmica comigo: Agda, Fellipe, João, Letícia, Paulo, Matheus e Mylena.

Aproveito para agradecer a Universidade Federal de Alagoas (UFAL) e o Centro de Tecnologia (CTEC) por todo o espaço que me proporcionou inúmeras oportunidades, bem como por dispor de Programas que me forneceram uma formação acadêmica ímpar. Agradeço ao Programa de Educação Tutorial (PET) por todo o aprendizado durante o período pelo qual tive a oportunidade de estar no grupo. Especialmente, agradeço às amizades que lá foram formadas. Tenho certeza que levarei não somente os aprendizados do grupo para toda a minha vida, mas também um pouco de cada uma das pessoas que convivi. Por fim, agradeço ao Programa de Monitoria, que me permitiu a identificação

com a área acadêmica e contribuiu para mim talvez muito mais do que eu pude contribuir enquanto monitor.

Acerca do corpo docente, gostaria de agradecer à professora Karoline Melo. Esta que, para além das atribuições da época de tutora do grupo PET, tornou-se amiga e conselheira. Agradeço por todo apoio, paciência, confiança e tudo que me foi proporcionado. Além disso, agradeço ao professor William Wagner por ter me inserido no meio científico e me ensinando a fazer ciência.

Agradeço também ao meu orientador, professor Severino Marques, por aceitar a orientação e por ter me orientado com tanto comprometimento e atenção no desenvolver deste trabalho de conclusão de curso. Além disso, agradeço por todos os seus conselhos que tive a oportunidade de ouvir. Sou muito grato por todo conhecimento adquirido e me sinto muito honrado por ter sido seu aluno e orientando.

Deixo meus agradecimentos à banca avaliadora, professor João Carlos Barbirato e professor Flávio Barboza. Obrigado por todo conhecimento transmitido ao longo das disciplinas e pelas contribuições que foram realizadas neste trabalho.

Enfim, deixo minha gratidão a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, na minha formação de Engenheiro Civil.

RESUMO

CRUZ, J. V. R. **Estudo Comparativo de Modelos para Dimensionamento ao Cisalhamento de Vigas de Concreto Armado de Seção Circular Maciça**. Trabalho de conclusão de curso de graduação – Engenharia Civil – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2023.

No projeto ao cisalhamento de vigas de concreto armado faz-se necessário o cálculo de armaduras transversais, que devem combater o estado de fissuração provocado pelas tensões principais de tração e compressão na estrutura interna do material. No cenário brasileiro, a NBR 6118 (2023) prescreve formulações que determinam, um arranjo resistente à ruína das diagonais comprimidas e tracionadas. Apesar do seu valor, este modelo se restringe a estruturas com seções transversais retangulares ou derivadas desta geometria. Por outro lado, estruturas com seção transversal circular, submetidas a esforços de flexão e cisalhamento, possuem uma gama razoável de aplicações na construção civil, como elementos de contenção de escavação, vigas de túneis rodoviários, postes de iluminação pública, dentre outras. Para além do contexto normativo brasileiro, as normas técnicas estrangeiras omitem ou carecem de métodos precisos que estimem a capacidade resistiva de elementos de concreto armado com seção circular. Na atualidade, as literaturas ainda não apresentam um consenso acerca do melhor modelo de previsão da capacidade resistiva de elementos circulares. Face ao exposto, o presente trabalho possuiu o objetivo de estudar e comparar quatro modelos associados à avaliação da resistência ao cisalhamento no escopo das vigas circulares de concreto armado. A análise comparativa entre os modelos foi realizada por meio de implementações computacionais, em Python, com base em dados experimentais de 68 vigas circulares encontradas na literatura. Foi concluído que todos os modelos conduzem a valores adequados, sendo a acurácia individual a diferença observada entre eles. Ao passo que os modelos aproximados tendem a subestimar a real capacidade resistiva dos elementos circulares, os modelos avançados, quando aplicados os devidos coeficientes de segurança, conduzem a valores de sucesso. Tratam-se de equacionamentos que já poderiam ser contemplados ou utilizados para embasar formulações em documentos técnicos de projeto de estruturas.

Palavras-chave: Concreto Armado; Vigas; Resistência ao Cisalhamento; Seção Circular.

ABSTRACT

CRUZ, J. V. R. **Comparative study of models for shear design of reinforced concrete beams with massive circular section.** Final Paper – Civil Engineering – Federal University of Alagoas, Maceió. 2023.

In the shear design of reinforced concrete beams, it is necessary to calculate transverse reinforcement, which must combat the state of cracking caused by the main tensile and compressive stresses in the internal structure of the material. In the Brazilian scenario, NBR 6118 (2023) prescribes formulations that determine a ruin-resistant arrangement of the compressed and tensioned diagonals. Despite its value, this model is restricted to structures with rectangular cross-sections or those derived from this geometry. On the other hand, structures with circular cross-sections, subjected to bending and shear forces, have a reasonable range of applications in civil construction, such as excavation containment elements, road tunnel beams, street lighting poles, among others. Beyond the Brazilian regulatory context, foreign technical standards omit or lack precise methods for estimating the resistive capacity of reinforced concrete elements with circular cross-sections. Currently, there is still no consensus in the literature on the best model for predicting the resistive capacity of circular elements. In view of the above, the aim of this study was to analyse and compare four models associated with the assessment of shear strength in the field of circular reinforced concrete beams. The comparative analysis between the models was carried out using computer implementations in Python, based on experimental data from 68 circular beams found in the literature. It was concluded that all the models lead to adequate values, with the individual accuracy being the difference observed between them. While the approximate models tend to underestimate the real resistive capacity of the circular elements, the advanced models, when the appropriate safety coefficients are applied, lead to successful values. These are equations that could already be contemplated or used to support formulations in technical design documents for structures.

Keywords: Reinforced Concrete; Beams; Shear Strength; Circular Cross-Section.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esforços internos solicitantes	21
Figura 2: Analogia de treliça proposta por Ritter – Mörsch	23
Figura 3: Resistência ao cisalhamento prevista vs. obtida experimentalmente	26
Figura 4: Distribuição das tensões tangenciais em seções circulares maciças	27
Figura 5: Comparação entre as forças resistidas pela armadura retangular e circular	28
Figura 6: Distribuição das tensões tangenciais em seções circulares vazadas	29
Figura 7: Arranjos confeccionados para estudo experimental no trabalho de Jensen <i>et al.</i>	35
Figura 8: Sistema controlado de introdução de carga utilizado no trabalho de Jensen <i>et al.</i>	37
Figura 9: Comparação entre resultados obtidos utilizando a AASHTO LRFD e os testes	38
Figura 10: Definição da área efetiva da seção circular de concreto armado	40
Figura 11: Cruzamento das fissuras pela armadura transversal	41
Figura 12: Ação das forças em um infinitesimal de armadura e de concreto	42
Figura 13: Capacidade de resistência ao cisalhamento do componente desviador	43
Figura 14: Comparação da acurácia entre os diferentes modelos da literatura	44
Figura 15: Comparação entre os resultados obtidos por Merta e os testes	45
Figura 16: Distribuição de tensões em seção não fissurada e em seção sob fissuramento	46
Figura 17: Padrão de fissuração em elementos de seção circular sólida	46
Figura 18: Variáveis envolvidas no cálculo de estribos circulares em seções maciças	48
Figura 19: Variáveis envolvidas no cálculo de estribos espirais em seções maciças	49
Figura 20: Testes de carga realizados no trabalho de Turmo, Ramos e Aparicio	51
Figura 21: Quadro de tomadas de decisões do MOGA implementado	52
Figura 22: Variação da resistência ao esforço cortante em função de A_{sw}/s	54

Figura 23: Comparação da acurácia das Equações (30) e (31) com outros modelos da literatura	55
Figura 24: Fluxograma desenvolvido para realizado do estudo comparativo	56
Figura 25: Formatação dos dados de entrada no arquivo de texto (.txt)	57
Figura 26: Saída de dados do estudo comparativo via formato tabular	59
Figura 27: Legenda da formatação de cores da tabela de resultados	59
Figura 28: Gráficos gerados no estudo comparativo entre os modelos	62
Figura 29: Gráfico dos modelos mesclados ao modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados experimentais dos arranjos confeccionados no trabalho de Jensen <i>et al.</i>	36
Tabela 2: Resistência ao cisalhamento obtida no trabalho de Jensen <i>et al.</i>	37
Tabela 3: Resistência ao cisalhamento obtido no trabalho de Teixeira, Maffei e Guazzelli	38
Tabela 4: Valores do fator de eficiência (χ)	48
Tabela 5: Valores do coeficiente λ	50
Tabela 6: Resultados do estudo comparativo	59
Tabela 7: Média e Desvio padrão dos erros relativos de cada um dos modelos	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACI	<i>American Concrete Institute</i> (Instituto Americano de Concreto)
AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i> (Associação Americana de Autoridades de Transporte Rodoviário e de Transporte Estadual)
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BSI	<i>British Standards Institution</i> (Instituição Britânica de Padrões Técnicos)
CA	Concreto Armado
EIS	Esforços Internos Solicitantes
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
ELS-F	Estado Limite de Formação de Fissuras
EPR	<i>Evolutionary Polynomial Regression</i> (Regressão Polonomial Evolutiva)
MOGA	<i>Multiobjective Genetic Algorithms</i> (Algoritmos Genéticos Multiobjetivos)
NBR	Norma Brasileira
VDI	<i>Verein Deutscher Ingenieure</i> (Associação Alemã de Engenheiros e Arquitetos)

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

A_g	Área bruta da seção transversal
A_{sw}	Área total da armadura transversal
A_{sw}^{uni}	Área de uma única perna da armadura transversal
A_α	Área de armadura por unidade de comprimento com uma inclinação α
a	Vão solicitado pelo corte
b_w	Largura da seção transversal de uma viga
c	Altura da zona de compressão
cov	Cobrimento da seção transversal
D	Diâmetro da seção transversal circular
D'	Diâmetro até a armadura transversal
d	Altura útil da seção transversal de uma viga
d_{sh}	Diâmetro da armadura transversal
E_r	Erro relativo
f_{cd}	Resistência de projeto do concreto à compressão
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{ctd}	Resistência de projeto do concreto à tração
f_{yd}	Tensão de projeto de escoamento do aço
f_{yk}	Tensão característica de escoamento do aço
$f_{y\alpha,d}$	Resistência de projeto da armadura com uma inclinação α .
I	Momento de inércia
k	Coefficiente de elevação do cisalhamento
n_t	Número de estribos reais
p	Espaçamento entre hélices de estribos espirais
P	Força axial
Q	Momento estático da porção ou Momento de 1ª ordem
r^2	Coefficiente de Correlação de Pearson
R'	Raio da armadura transversal
t	Espessura da seção transversal

V	Esforço cortante
ν	Coefficiente de <i>Poisson</i> do material
V_c	Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça
V_{modelo}	Resistência estimada pelo modelo
V_{Rd2}	Esforço cortante resistido pelas diagonais comprimidas
V_{Rd3}	Esforço cortante resistido pelas diagonais tracionadas
V_{Sd}	Esforço cortante solicitante de projeto
V_{sw}	Parcela de força cortante absorvida pela armadura transversal
V_{teste}	Resistência obtida em teste
z_0	Distância entre o centroide das forças de tração e o centro de massa da seção

Letras gregas

α	Ângulo de inclinação da armadura transversal
α_{v2}	Parâmetro relacionado com o f_{ck} do concreto
θ	Ângulo de inclinação das diagonais comprimidas/bielas
κ	Fator de eficiência do espiral
ρ_l	Taxa de armadura longitudinal
τ	Tensão de cisalhamento
φ	Ângulo central formado pelo arco de estribo
Ψ	Grau de reforço transversal
χ	Fator de eficiência da armadura circular

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Considerações iniciais	15
1.2. Objetivos	16
1.3. Justificativa	16
1.4. Metodologia	17
1.5. Apresentação do trabalho	18
2. CONSIDERAÇÕES SOBRE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	20
2.1. Concreto armado e a construção civil	20
2.2. Dimensionamento ao cisalhamento de vigas segundo a NBR 6118 (2023).....	22
3. FORÇA CORTANTE EM VIGAS DE SEÇÃO CIRCULAR.....	25
3.1. Panorama normativo internacional do projeto de vigas circulares.....	25
3.2. Comportamento ao cisalhamento em vigas circulares maciças	26
3.3. Comportamento ao cisalhamento em vigas circulares vazadas.....	28
3.4. Histórico de estudo do cisalhamento em elementos de seção circular	30
4. MÉTODOS PARA CÁLCULO DE VIGAS CIRCULARES MACIÇAS	34
4.1. Método da Área da Seção Retangular Equivalente	34
4.2. Modelo de Merta (2007)	39
4.2.1. Parcela resistida pelo concreto	39
4.2.2. Parcela resistida pelo reforço de cisalhamento.....	40
4.3. Modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009).....	45
4.3.1. Equacionamento para estribos circulares	47
4.3.2. Equacionamento para estribos espirais.....	49
4.4. Modelo de Fiore <i>et al.</i> (2014).....	51
5. ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS LEVANTADOS	56
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	66
6.1. Conclusões	66
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

O concreto armado (CA) é um material amplamente utilizado na construção civil desde o século XIX. Através do trabalho conjunto de seus materiais constituintes, é possível aliar as qualidades do concreto com as do aço, o que permitir a construção de elementos com maior adaptabilidade e rapidez de construção (Bastos, 2019). Trata-se de um material fundamental para a construção de sistemas estruturais, como vigas, pilares e lajes, essenciais para garantir as condições de estabilidade e segurança de edifícios e outras estruturas.

Dentre os elementos usuais de CA, destacam-se as vigas. O projeto usual destes elementos é baseado na teoria da flexão, que prevê a análise da influência do momento fletor e esforço cortante no elemento estrutural. Para além do dimensionamento à flexão, realizado para determinar as armaduras longitudinais, que devem resistir aos esforços normais de tração, o dimensionamento à força cortante deve ser realizado para evitar à ruína dos pontos materiais sujeitos a tensões principais de compressão e tração. Estas solicitações podem promover a formação de fissuras inclinadas ao longo do comprimento da viga, atingindo, por conseguinte, os limites de serviço (ELS) e, em um caso mais grave, os limites últimos da estrutura (ELU).

O modelo de treliça clássica de Ritter – Morsch foi concebido no início do século XX e, somado a alguns complementos, é o modelo utilizado até os dias atuais para dimensionamento à força cortante de vigas. Através das adaptações e complementos propostos pela NBR 6118 (2023), é prescrita a orientação de projeto de armaduras transversais, comumente denominadas de estribos, que visam o combate do dano proveniente dos esforços cortantes. Entretanto, as expressões brasileiras atuais para dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado são adequadas apenas às vigas com seções retangulares, ou a geometrias que derivem de retângulos. Nesse sentido, o projeto de vigas com seções circulares, utilizando-se os atuais equacionamentos propostos pela mencionada norma brasileira, apresenta limitações de aplicação, uma vez que as variáveis de largura e altura útil da viga devem ser adaptadas à geometria circular. Além disso, existem dúvidas referentes à eficiência das armaduras transversais circulares que precisam ser discutidas e estudadas (Teixeira, Maffei e Guazzelli, 2012).

A análise da capacidade resistente ao cisalhamento de vigas de CA com seção transversal circular é uma temática que precisa de aprofundamento e validações experimentais. Os atuais estudos mostram que, ainda que não haja uma forma ideal que não subestime tanto a capacidade resistiva desses elementos, existem métodos suficientemente adequados para combater os esforços cortantes.

Por fim, salienta-se que a presente monografia de conclusão de curso possui o foco de analisar o comportamento à força cortante de vigas com seções circulares sólidas. Entretanto, uma outra temática de grande relevância para este ramo de estudo diz respeito a análise de vigas circulares vazadas. Mais adiante, uma breve introdução é apresentada sobre as estruturas com esta característica geométrica.

1.2. Objetivos

O presente trabalho possui o objetivo geral de estudar e comparar os modelos associados à avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado com seção circular sólida. Sendo assim, busca-se, por meio de uma análise quantitativa, confrontar os modelos levantados e observar o grau de confiabilidade de cada um dos equacionamentos propostos.

Outrossim, o trabalho possui o objetivo específico de gerar levantamentos e discussões acerca dos principais métodos disponíveis na atualidade, evidenciando a forma com a qual os pesquisadores e as normas internacionais lidam com esta temática. Dessa forma, o trabalho também almeja chamar atenção para a necessidade e importância de adaptação das atuais normas brasileiras de concreto armado, de modo a contemplar as vigas de seções circulares.

1.3. Justificativa

Na engenharia civil, observam-se diferentes aplicações de elementos de concreto armado com seção transversal circular. Dentre elas, destacam-se as estruturas de contenção de escavações, vigas tubos utilizadas em obra de túneis rodoviários de baixa cobertura, postes de iluminação pública, mastros de bandeiras, entre outras. Ainda que nem todas estas estruturas sejam caracterizadas como vigas, correntemente podem ser

dimensionadas como tal, uma vez que são submetidas a esforços de flexão e força cortante, provenientes de esforços como o vento, por exemplo.

Apesar da aplicabilidade deste tipo de estrutura, a norma brasileira responsável pela prescrição do dimensionamento de vigas de concreto armado não possui adaptabilidade para elementos com seções circulares. Dessa forma, os profissionais da área tornam-se reféns de metodologias não normativas.

Além disso, de maneira a agravar a situação, a temática em questão é pouco difundida no país. A grande parte dos estudos desta área provém de pesquisadores estrangeiros que desenvolvem equacionamentos empíricos e estudos experimentais sobre as vigas de seções circulares. Ainda assim, tais estudos mostram resultados conservadores quanto à estimativa da real capacidade de resistência à força cortante dos elementos estruturais. Nesse sentido, mesmo que as condições do ELU e ELS sejam atendidas, é comum que haja o superdimensionamento das armaduras transversais, resultando em um aumento dos custos da obra.

Dessa forma, em razão das problemáticas apresentadas anteriormente, é preciso que sejam realizados novos estudos sobre esta temática. Acerca dos estudos já realizados, faz-se necessário comparar os modelos existentes, evidenciando aqueles que apresentam resultados mais aproximados e, portanto, mais econômicos. Uma vez que ainda não existem prescrições da norma brasileira sobre o cálculo da capacidade de vigas circulares à força cortante, é relevante gerar discussões sobre o tema, permitindo a capacitação dos profissionais da área neste assunto.

1.4. Metodologia

Para alcançar os objetivos propostos neste trabalho, a metodologia de desenvolvimento é baseada em duas atividades: a) extensa revisão bibliográfica sobre modelos que descrevem o dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado com seção transversal circular; b) análise comparativa entre os modelos levantados.

Na primeira etapa, realiza-se o levantamento dos modelos mais difundidos na literatura brasileira e estrangeira. Configura-se como uma etapa inicial, que possibilita o

aprofundamento na temática através de revisão bibliográfica e permite a seleção dos métodos mais adequados para o estudo comparativo a ser realizado no trabalho.

A última etapa corresponde a elaboração de um estudo comparativo acerca dos principais modelos de avaliação do cisalhamento em vigas circulares. Este estudo é construído a partir de implementações computacionais, desenvolvidas utilizando a linguagem de programação *Python* (Van Rossum e Drake, 2009). Nesse sentido, são selecionados e implementados os principais modelos matemáticos, obtidos a partir das avaliações realizadas na primeira etapa deste trabalho. Por meio dos resultados de ensaios experimentais de vigas circulares obtidos nas literaturas pesquisadas, compara-se os valores alcançados da resistência à força cortante pelos equacionamentos implementados com os reais valores obtidos no estudo experimental. Dessa forma, os modelos são confrontados e obtêm-se uma noção geral daqueles que estimam com uma maior acurácia a capacidade resistiva de vigas circulares.

1.5. Apresentação do trabalho

Ao longo deste primeiro capítulo foi apresentada uma conceituação inicial da temática abordada no trabalho. Além disso, o primeiro capítulo foi exposto de modo a incluir a proposta, objetivos, justificativa e a metodologia utilizada no trabalho.

O capítulo 2 trata de fundamentos teóricos acerca das vigas de concreto armado, que são indispensáveis para o entendimento global do tema em discussão. Sendo assim, são abordados conceitos elementares sobre os esforços internos solicitantes, bem como a influência destes no projeto de vigas de seções retangulares. Além disso, o capítulo apresenta as atuais prescrições da norma brasileira para dimensionamento à força cortante de vigas de concreto armado no ELU.

O capítulo 3 é dedicado a apresentação de um panorama sobre o estudo do cisalhamento em vigas de seções circulares. Nesse sentido, é apresentado o cenário normativo internacional da atualidade e são introduzidas conceituações acerca do comportamento de vigas circulares de seção maciça e vazada. Por fim, o capítulo resgata um histórico de alguns dos diferentes modelos levantados até a atualidade

O capítulo 4 possui o objetivo de apresentar os principais modelos que avaliam a capacidade resistiva de vigas circulares maciças e que foram selecionados e implementados no estudo comparativo o qual o trabalho se propõe.

As implementações desenvolvidas, assim como o detalhamento e a realização do estudo experimental, são apresentadas no capítulo 5. Sendo assim, o capítulo expõe os resultados obtidos no trabalho.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, as referências bibliográficas são apresentadas ao final do trabalho.

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

2.1. Concreto armado e a construção civil

Historicamente, as primeiras publicações relativas ao concreto armado (outrora denominado de Cimento Armado) ocorreram em meados do século XIX, na França. As primeiras experiências práticas de utilização de armaduras embutidas nas estruturas de concreto foram realizadas pelo francês Joseph Lambot. Contudo, a primeira patente constatada de utilização deste material ocorreu por Joesph Monier, em 1867, com a construção de reservatórios de água. Posteriormente, o material teve sua evolução propagada pelos mais diversos autores: desde William Ward, com a primeira casa construída completamente em concreto armado, à publicação do livro de Mörsch, representado a maior contribuição para o progresso deste material (Kaefer, 1998).

Entende-se por concreto armado o material composto pela associação entre o concreto simples e a armadura de aço, de modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes na peça (Carvalho e Figueiredo Filho, 2014). Estes dois materiais constituintes possuem coeficientes de dilatação térmica semelhantes, o que permite a aderência e trabalhabilidade conjunta de ambos durante a deformação. Sendo assim, o aço presente na composição do concreto armado possui a função de suprir a fragilidade do concreto em relação aos esforços de tração.

As primeiras normas de orientação acerca da utilização do concreto armado foram desenvolvidas na Europa, no final do século XIX. Em 1904, a Associação Alemã de Engenheiros e Arquitetos (*Verein Deutscher Ingenieure* – VDI) publicou o conjunto de diretrizes prescritivas para uso do concreto armado.

No Brasil, foi desenvolvida, em 1940, a primeira norma para dimensionamento das estruturas de concreto armado, intitulada NB-1: cálculo e execução de obras de concreto armado. Atualmente, a norma que rege tal temática é a NBR 6118 (2023), que estabelece os requisitos para projeto de estruturas de concreto armado e pretendido, por meio de critérios de segurança e desempenho.

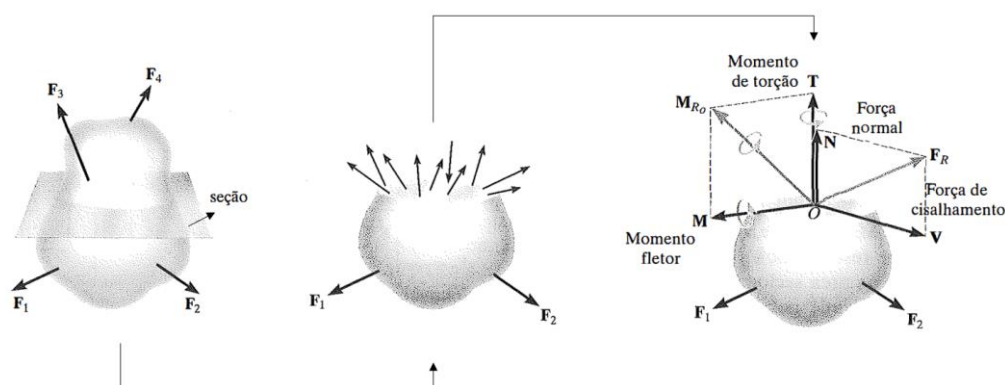
Historicamente, para além das orientações de projeto, esta norma apresentava aspectos de controle e execução de estruturas de concreto armado. Com a evolução dos processos construtivos, a revisão do ano de 2003 representou um grande marco para o

projeto de estruturas de concreto armado, uma vez que passou a abordar individualmente os aspectos de desenvolvimento de projetos, sendo criada uma norma para controle e outra norma para execução deste tipo de estrutura. Nesse sentido, destaca-se a introdução do conceito de ELU como critério de dimensionamento das estruturas, utilizado ainda hoje na versão mais atualizada da norma.

No projeto de uma estrutura faz-se necessário determinar as forças que agem sobre os elementos que a compõem, sejam estas solicitações externas ou internas ao elemento. Nesse sentido, define-se como carga externa qualquer força que seja causada pelo contato direto de um corpo com outro (forças de superfície) ou que é causada pela atração indireta entre corpos, como é o caso das forças resultantes dos efeitos de gravitação.

Por outro lado, as forças internas estão relacionadas com os esforços necessários para manter a integridade de um corpo quando submetido a cargas externas (Hibbeler, 2010). Nesse sentido, quando um corpo é seccionado, observa-se uma distribuição de forças internas agindo sobre a área exposta, que interliga os infinitos pontos que compõem o material. Uma vez que estas forças possuem diferentes direções e sentidos, torna-se útil simplificar mecanicamente esta análise por meio da substituição das forças atuantes por um sistema força-binário. Dessa forma, é possível decompor o sistema-força binário em uma configuração mais elementar, que é convencionalmente adotada nos projetos estruturais, como é ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Esforços internos solicitantes



Fonte: Adaptado de Hibbeler (2010)

Os denominados esforços normais são caracterizados pelas solicitações de tração ou compressão sob a estrutura interna de um corpo. Por outro lado, os esforços de

cisalhamento, também chamados de esforços cortantes, atuam nos infinitos planos de corte de um corpo. Estes esforços são caracterizados por provocar deslizamentos entre as partes de uma estrutura. Por fim, observam-se outros esforços internos que solicitam uma estrutura: momentos fletores (esforços que tendem a fletir o corpo em torno de eixos) e esforços de torção (esforços que tendem a torcer os infinitos segmentos de um corpo).

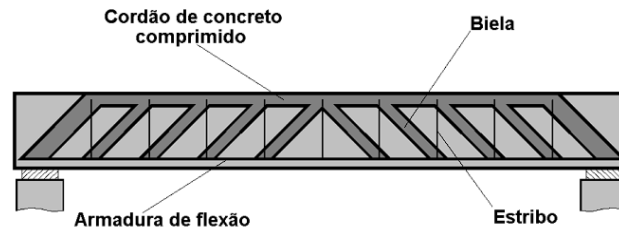
Para além das aplicações de estudo da mecânica dos materiais, os esforços internos solicitantes são variáveis que devem ser analisadas durante um projeto estrutural. No dimensionamento de vigas, o projeto é baseado na resistência do elemento aos momentos fletores e ao cisalhamento. Nesse sentido, as vigas são calculadas para conter dois tipos de armadura: as armaduras de flexão, que resistem aos esforços de tração provenientes da flexão, e as armaduras de cisalhamento, projetadas e dimensionadas para resistir aos esforços cortantes (Pinheiro, Muzardo e Santos, 2007).

O dimensionamento à flexão de vigas de concreto armado é feito considerando a análise dos domínios propostos pela NBR 6118 (2023), tal que as vigas devem ser projetadas à flexão simples nos domínios 2 ou 3, considerados como domínios *subarmados*. A partir de então, substituindo o diagrama parábola-retângulo de tensões na seção por um retângulo equivalente, desenvolvem-se equacionamentos que permitem o cálculo das armaduras longitudinais para seções retangulares. A norma apresenta também o procedimento para seções em T, adaptando a geometria dessa seção como a composição de retângulos.

2.2. Dimensionamento ao cisalhamento de vigas segundo a NBR 6118 (2023)

Nas prescrições atuais da NBR 6118 (2023), os equacionamentos propostos para dimensionamento à força cortante de vigas de CA são baseados no modelo de treliça clássica proposto por Ritter – Mörsch, idealizado no início do século XX. Sob a égide destes autores, o comportamento de uma viga fissurada pode ser analisado a partir da analogia de um modelo de treliça isostática, como ilustrado na Figura 2. Observa-se que o banzo superior e inferior da treliça é composto, respectivamente, pela parcela comprimida do concreto e pela armadura longitudinal de tração. Além disso, a treliça possui diagonais comprimidas, nomeadas de bielas de compressão, e as diagonais tracionadas, representadas pela armadura de cisalhamento ou estribo.

Figura 2: Analogia de treliça proposta por Ritter – Mörsch



Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2007)

Sendo assim, por meio de adaptações empíricas, a NBR 6118 (2023) admite dois modelos de cálculo para do dimensionamento à força cortante: bielas de compressão com inclinação de $\theta = 45^\circ$ (treliça clássica) e com inclinação de θ entre 30° e 45° (treliça generalizada).

Ambos os modelos verificam a resistência de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas do concreto e à ruína por tração diagonal. Dessa forma, para atender às condições de segurança do elemento estrutural, é necessário que o esforço cortante solicitante de projeto (V_{Sd}) seja simultaneamente menor que a resistência das diagonais comprimidas (V_{Rd2}) e tracionadas (V_{Rd3}).

Para o modelo de cálculo da treliça clássica, a norma apresenta os seguintes equacionamentos:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}b_wd , \quad (1)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} , \quad (2)$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6f_{ctd}b_wd , \quad (3)$$

$$V_{sw} = 0,9df_{yd} \frac{A_{sw}}{s} (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) . \quad (4)$$

Já para o modelo de cálculo da treliça generalizada, com θ entre 30° e 45° , os equacionamentos anteriores são adaptados para:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0,54\alpha_{v2}f_{cd}b_wd(\text{cot}\alpha + \text{cot}\theta)\text{sen}^2\theta , \quad (5)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_{c1} + V_{sw} , \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V_{c1} = V_{c0} = 0,6f_{ctd}b_wd , & \quad \text{se } V_{Sd} \leq V_{c0} , \\ V_{c1} = 0 , & \quad \text{se } V_{Sd} \leq V_{Rd2} , \end{aligned} \quad (7)$$

$$V_{sw} = 0,9df_{yd} \frac{A_{sw}}{s} (\cot\alpha + \cot\theta) \text{sen}\alpha . \quad (8)$$

Nas Equações (1) a (8), α_{v2} representa o coeficiente dado pela norma em função do f_{ck} do concreto, f_{cd} a resistência de projeto do concreto à compressão, f_{ctd} é a resistência de projeto do concreto à tração, b_w a largura da viga, d a altura útil, V_c a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça, V_{sw} a parcela de força cortante absorvida pela armadura transversal, α a inclinação da armadura transversal (comumente adotada em 90°) e θ o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas.

São muitos os fatores que influenciam a resistência de vigas à força cortante: tipo de carregamento, posição da carga e esbelteza, tipo de introdução da carga, influência da armadura longitudinal, altura da viga, forma da seção transversal, entre outros. Dentre estes fatores, destaca-se a forma geométrica da seção transversal do elemento. As vigas de seções retangulares se adaptam mais adequadamente às inclinações do banzo comprimido e, com isso, absorvem com um maior grau de eficiência a força transversal das bielas comprimidas (Leonhardt e Mönnig, 1982).

Dessa forma, o projeto ao cisalhamento de vigas de concreto armado com outras geometrias de seções transversais deve ser analisado de maneira adequada, de modo a considerar os diferentes fatores de influência envolvidos no projeto. No caso das seções circulares, observa-se que os atuais equacionamentos prescritos pela NBR 6118 (2023) não possuem adaptabilidade para inserção de dados relacionados a este tipo de geometria. Dessa forma, reitera-se a necessidade de realização de estudos e discussões em prol da compreensão do comportamento e eficiência destes elementos estruturais.

3. FORÇA CORTANTE EM VIGAS DE SEÇÃO CIRCULAR

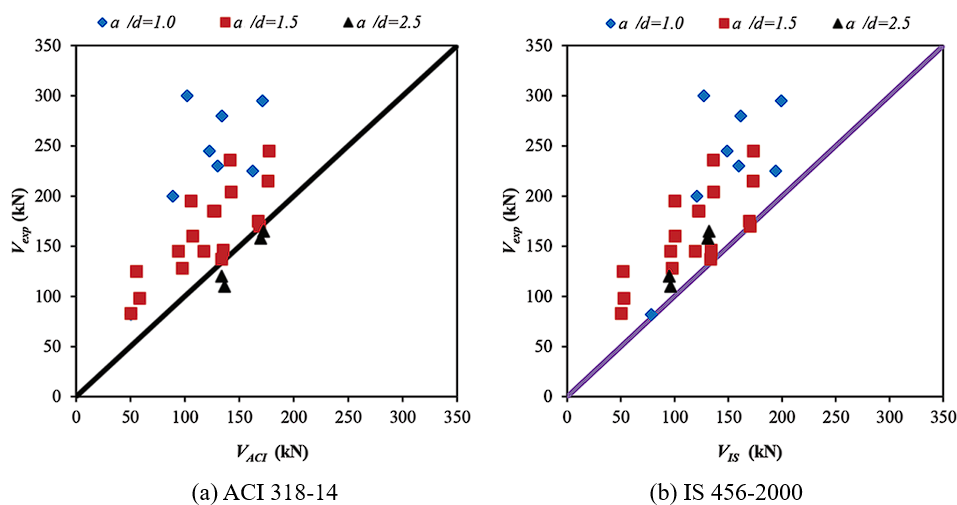
3.1. Panorama normativo internacional do projeto de vigas circulares

A falta de equacionamentos para previsão da real capacidade resistiva à força cortante de vigas de concreto armado com seção circular é uma problemática enfrentada no contexto mundial. Como citado anteriormente, as prescrições normativas brasileiras ainda não abordam esta temática. Em contrapartida, algumas normas de referência internacional já apresentam documentos que orientam os engenheiros para o projeto ao cisalhamento de vigas circulares, seja por meio de equacionamentos simplificados ou por meio de formulações desenvolvidas.

A norma americana LFRG *Bridge Design Specifications*, da Associação Americana de Autoridades de Transporte Rodoviário e de Transporte Estadual (AASHTO), e a norma britânica BS 8100, da Instituição Britânica de Padrões Técnicos (*British Standards Institution* – BSI), assim como documentos do *Eurocode 2*, apresentam métodos simplificados para o cálculo da resistência à força cortante em vigas circulares de concreto armado. De maneira geral, estas prescrições orientam os projetistas a adotarem uma seção transversal equivalente durante a aplicação dos equacionamentos propostos para vigas retangulares, onde $b_w = D$ e $d = 0,72D$. Por outro lado, documentos técnicos como os observados pela ACI 318, do Instituto Americano de Concreto (*American Concrete Institute* – ACI), e pela norma indiana IS 456, apresentam equações desenvolvidas empiricamente que estimam o comportamento das vigas circulares sob ação do cisalhamento.

Ainda que os equacionamentos simplificados ou aproximados apresentem condições para o projeto de vigas circulares, estudos indicam que há a ocorrência de dispersão entre os valores calculados pelas formulações e a real capacidade resistiva do elemento estrutural (Balakrishnan, Hussain e Menon, 2016; Jensen *et al.*, 2010). Apesar disto, estas formulações enquadram-se dentro dos critérios de segurança de projeto, uma vez que na maior parte dos casos ocorre apenas a subestimação da capacidade resistiva do elemento. A Figura 3 apresenta gráficos que evidenciam a acurácia de alguns dos métodos normativos citados anteriormente, por meio da comparação destes métodos com resultados experimentais de vigas circulares.

Figura 3: Resistência ao cisalhamento prevista vs. obtida experimentalmente



Fonte: Adaptado de Balakrishnan, Hussain e Menon (2016)

Os gráficos apresentados na Figura 3 foram desenvolvidos a partir das aplicações dos equacionamentos da ACI 318 e da IS 456 para previsão da capacidade resistiva à força cortante de vigas circulares. De maneira ampla, observa-se uma dispersão dos valores apresentados. A variável (a/d) é uma razão que expressa a relação entre o vão solicitado pelo corte e a altura útil da seção do elemento estrutural.

Diante do exposto até então, é razoável compreender que o desenvolvimento de pesquisas dentro desta temática se faz imprescindível para que haja a atualização dos equacionamentos propostos pelas normas, de modo a prever de maneira adequada a capacidade resistiva de elementos circulares. No contexto brasileiro, o conhecimento das diferentes abordagens observadas em documentos técnicos internacionais e dos principais estudos acerca do comportamento ao cisalhamento de vigas circulares constituem etapas fundamentais para que haja a contemplação destes elementos estruturais na norma do país.

3.2. Comportamento ao cisalhamento em vigas circulares maciças

Os elementos de concreto armado com seção circular possuem características que influenciam diretamente na distribuição interna das tensões solicitantes. Dessa forma, sendo a geometria da seção transversal um dos fatores que influenciam a resistência de vigas à força cortante (Leonhardt e Mönnig, 1982), faz-se necessário observar e quantificar o grau de influência da geometria circular no dimensionamento de vigas.

A equação de *Jouráviski* é uma relação fundamental da resistência dos materiais que descreve o valor da tensão de cisalhamento na seção transversal de vigas. Esta formulação é exposta na Equação (9), na sequência.

$$\tau_{xy}(y) = \frac{Q(y) V}{Iz b_w}. \quad (9)$$

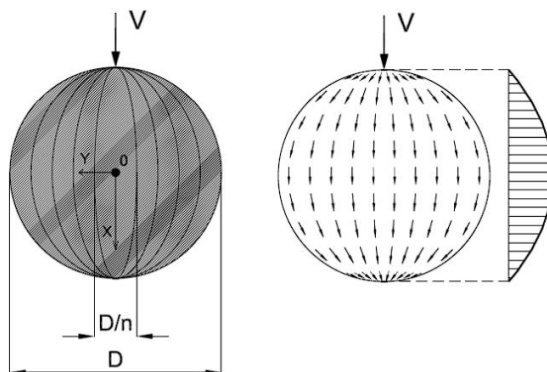
Na Equação (9), τ é a tensão de cisalhamento na seção transversal, Q é o momento de primeira ordem ou momento estático da porção, V é o esforço cortante, I o momento de inércia e b_w é a largura da seção transversal.

A aplicação desta fórmula a seções circulares maciças pode representar uma boa indicação de como as tensões de cisalhamento oriundas da força cortante são distribuídas pela seção (Teixeira, Maffei e Guazzelli, 2012). Mediante a uma simplificação da equação de *Jouráviski*, é possível obter um processo simplificado que permite a visualização da orientação das tensões tangenciais em seções transversais circulares. Este processo é dado pela Equação (10), que se origina a partir da Teoria da Elasticidade, com coeficiente de *Poisson* (ν) do concreto igual a 0,2 e A representando a área da seção circular.

$$\tau_{xy}(y) = \frac{1,42 V}{A}. \quad (10)$$

A partir disto, a seção transversal é dividida em elipses, com eixo maior paralelo à direção da força cortante. Na Figura 4 é possível observar a orientação das tensões tangenciais na seção transversal segundo este procedimento, onde D representa o diâmetro da seção, n o número de elipses e V a força cortante.

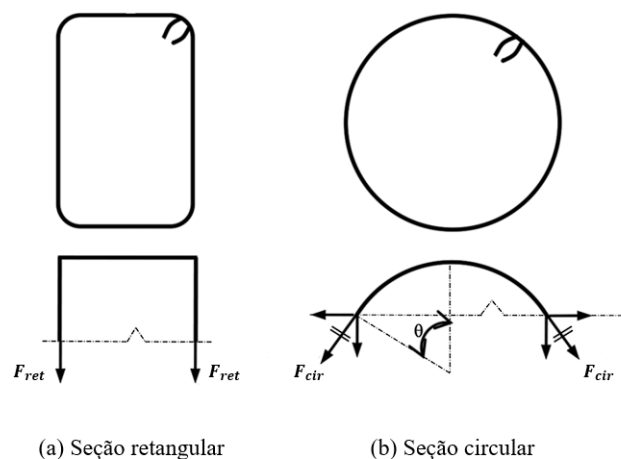
Figura 4: Distribuição das tensões tangenciais em seções circulares maciças



Fonte: Adaptado de Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012)

Além de apresentar distribuições de tensões diferentes das seções retangulares, as seções circulares apresentam outras características que influem no projeto de vigas de concreto armado. As armaduras transversais destes elementos não possuem a mesma eficiência ao combate da força cortante como as armaduras retangulares (ver Figura 5). Quando a fissura solicita a armadura no meio da seção transversal ($\theta = 90^\circ$), a armadura circular apresenta a mesma eficiência a armadura retangular neste ponto da seção. Contudo, as fissuras diagonais que surgem nas vigas de concreto armado podem solicitar a armadura transversal em qualquer ângulo entre 0 e 180 graus. Isto significa que na maior parte dos casos, apenas o componente vertical da força resistida pela armadura estará atuando contra os esforços de cisalhamento, diferentemente do que ocorre nas armaduras retangulares (Balakrishnan, Hussain e Menon, 2016).

Figura 5: Comparação entre as forças resistidas pela armadura retangular e circular



Fonte: Adaptado de Balakrishnan, Hussain e Menon (2016)

Face ao apresentado, entende-se algumas das diferenças primordiais entre o comportamento das vigas de concreto armado de seção retangular e circular. Nesse sentido, as adaptações de equações já existentes para seções retangulares e o desenvolvimento de novas formulações representa um cenário complexo, que necessita de grandes estudos analíticos e experimentais para que haja a previsão adequada da capacidade resistente do elemento estrutural.

3.3. Comportamento ao cisalhamento em vigas circulares vazadas

Ainda que menos utilizados na construção civil, elementos circulares de concreto armado com seções transversais vazadas são observados na construção de chaminés,

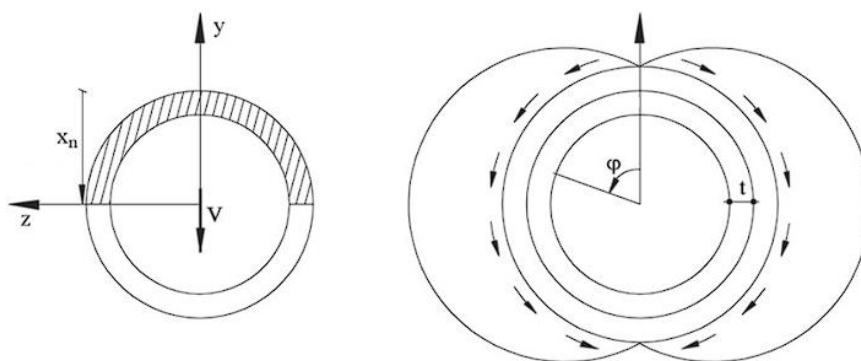
tubos, reservatórios de águas, pilares de pontes, plataformas marítimas, entre outros. Se para as estruturas com seções transversais circulares maciças os estudos acerca da resistência ao cisalhamento já são escassos, literaturas que descrevem o comportamento de elementos com seções vazadas sujeitos à força cortante são praticamente raras.

Apesar disto, os elementos circulares vazados possuem uma grande vantagem quando comparados aos elementos de seções sólidas: a redução da área da seção transversal. Esta redução pode ocorrer em até 70% do valor total da área da seção (Turmo, Ramos e Aparicio, 2009). Sendo assim, tal vantagem se traduz tanto financeiramente quanto em relação ao peso final de uma estrutura, uma vez que a utilização de estruturas vazadas está relacionada com a redução do volume de material utilizado.

Da mesma forma que as vigas circulares de seções maciças, os elementos de seções vazadas apresentam comportamentos diferentes dos elementos estruturais de seções retangulares e que devem ser considerados no desenvolvimento de equacionamentos de projeto. Segundo Turmo, Ramos e Aparicio (2009), a distribuição de tensões de cisalhamento em elementos de seção circular vazada é representada por um padrão circular duplo, como se pode observar na Figura 6. Por meio de adaptações, esta distribuição é realizada conforme a simplificação da equação de *Jouráviski*, apresentada no tópico anterior deste trabalho. Nesse sentido, a Equação (11) representa a formulação necessária para geração do diagrama proposto pelos autores referenciados anteriormente. Tem-se x_n equivalente a altura da zona de compressão.

$$\tau_{xy}(y) = \frac{V \sin \varphi}{\pi R t}. \quad (11)$$

Figura 6: Distribuição das tensões tangenciais em seções circulares vazadas



Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

De maneira geral, o comportamento deste tipo de estrutura apresenta uma maior complexidade quando comparado ao comportamento das estruturas sólidas. Acerca das literaturas existentes que tratam desta temática, Ruiz, Turmo e Ramos (2004) apresentam um método aproximado para o cálculo destas estruturas. Segundo os autores, a aplicação destes elementos nos equacionamentos propostos por norma pode ser realizada a partir da utilização de b_w equivalente a espessura da seção circular (t) e da utilização da altura útil (d) equivalente a 90% da metade do perímetro externo formado pelo cilindro que representa a viga. Assim como as aproximações realizadas para previsão da resistência ao cisalhamento em vigas circulares maciças, este método apresenta dispersões com relação a real capacidade de resistência do elemento.

Ademais, existem outras literaturas que apresentam o desenvolvimento de equacionamentos de maior acurácia para o cálculo de elementos circulares vazados. Regis (1990) apresentou um estudo experimental por meio de implementações computacionais que estimam a capacidade resistiva de elementos circulares com seção vazada. Recentemente, realizaram-se estudos a partir da proposição de um modelo de cálculo da resistência última ao cisalhamento em função das diferentes variáveis envolvidas no projeto destes elementos e se concluiu importantes relações entre estas (Völgyi, Farkas e Windisch, 2014). Por fim, nota-se que são necessários mais estudos e discussões acerca da temática para que haja a correta implementação dos equacionamentos em normas técnicas. Nesta monografia de conclusão de curso, a introdução sobre estes elementos possui caráter apenas informativo. O trabalho abordará de maneira ampla apenas as seções sólidas.

3.4. Histórico de estudo do cisalhamento em elementos de seção circular

Historicamente, relata-se que os primeiros estudos realizados acerca do comportamento ao cisalhamento de elementos estruturais de seção circular ocorreram após os terremotos da Cidade do México (1957) e de Jáltipan (1959). Após os ocorridos, constatou-se um grande número de elementos estruturais de seção circular que falharam especificamente no que diz respeito a resistência à força cortante (Orr *et al.*, 2010). Desde então, a comunidade científica internacional se mobilizou para o desenvolvimento de estudos experimentais e analíticos acerca da temática.

De acordo com Clarke e Bijandi (1993), primeiros ensaios experimentais realizados acerca da resistência ao cisalhamento com elementos de seção transversal circular foram da autoria de Capon e Cossio (1965). Os autores testaram 21 destes elementos, armados tanto com armaduras longitudinais quanto com armaduras transversais. Do total de elementos ensaiados, 11 falharam à força cortante (sendo 9 destes elementos sem estribos). Nesta mesma linha de raciocínio, Khalifa e Collins (1981) realizaram testes experimentais com elementos circulares que falharam em sua totalidade na resistência ao cisalhamento. Com estes primeiros estudos experimentais, ressaltou-se a importância de adequação do projeto de elementos estruturais frente aos esforços cisalhantes e a temática passou a ser cada vez mais difundida no contexto internacional.

Com o passar dos anos, os primeiros modelos analíticos equacionados para previsão da resistência ao cisalhamento em elementos circulares foram surgindo. Ghee, Priestley e Paulay (1989) realizaram um estudo experimental com elementos circulares a fim de equacionar variáveis como a relação da armadura longitudinal e transversal, bem como a razão entre o vão solicitado pelo corte e a altura útil (a/d). Após os ensaios, os autores apresentaram a primeira equação para previsão da capacidade de resistência à força cortante pelas armaduras transversais circulares. No princípio, a formulação apresentada pressupunha fissuras diagonais com angulação de 45°. Posteriormente, o trabalho foi adaptado e a formulação proposta passou a abranger angulações mais acentuadas de fissuras.

Clarke e Bijandi (1993) realizaram 50 testes com elementos circulares visando o estudo da falha destas estruturas ao cisalhamento. Nesta época, algumas normas técnicas como as normas britânicas BS 8110 e BS 5400 já apresentavam em seus documentos métodos aproximativos para projeto à força cortante de elementos estruturais circulares. Com base nos ensaios realizados, os autores propuseram modificações para os equacionamentos propostos pelas normas e estudaram a eficiência de armaduras transversais helicoidais. Nesta mesma ideia, Kim (2000) apresentou uma tese de doutorado centrada na análise comparativa entre os resultados obtidos por três modelos analíticos e valores observados em ensaios experimentais de elementos circulares submetidos ao cisalhamento.

Merta (2007) desenvolveu um modelo de cálculo da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção transversal circular, reforçados com armaduras

transversais circulares. O modelo proposto apresentou um componente inédito de contribuição à resistência da peça, denominado de componente desviador. Este componente surge a partir da tensão na armadura de geometria circular, que induz à uma parcela de compressão na direção radial. O modelo proposto foi comparado com outras literaturas e verificou-se que os equacionamentos preveem razoavelmente bem a capacidade de cisalhamento das seções circulares.

Turmo, Ramos e Aparicio (2009) apresentaram o desenvolvimento de equacionamentos que prescrevem o dimensionamento ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção transversal circular sólida e vazada. Para além das equações apresentadas, o estudo apresenta contribuições na determinação da eficiência de estribos circulares e espirais. Ainda que não foram apresentadas equações para determinação da parcela resistida por mecanismos complementares à treliça, o trabalho apresenta bons resultados no cálculo dos esforços resistidos pela armadura transversal e serve como referência no estudo desta temática.

Em 2010, Jensen *et al.* realizaram ensaios com 16 vigas de seção transversal circular a fim de comparar os resultados obtidos com um modelo proposto para previsão da capacidade de resistência ao cisalhamento de estruturas com seção circular. O método consiste em adaptar os valores de b_w e d para as seções de geometria circular e foi aplicado nas expressões da norma americana para projeto de pontes. Foi concluído que este modelo, ainda que apresente dispersões em relação aos resultados experimentais, conduz a valores a favor da segurança. O referido estudo foi reiterado por Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012), que realizaram as mesmas adaptações, porém com aplicação nas expressões da NBR 6118, em sua versão de 2003.

Em um contexto mais atual, Fiore *et al.* (2014) abordaram o cisalhamento em elementos circulares por meio de equacionamentos evolutivos desenvolvidos através de uma técnica baseada em dados, chamada de Regressão Polinomial Evolutiva (*Evolutionary Polynomial Regression – EPR*). Além disso, os equacionamentos foram apresentados em função não somente da armadura transversal, mas também levando em consideração a influência da armadura longitudinal no cálculo da resistência ao cisalhamento. As formulações foram comparadas com os modelos disponíveis em normas técnicas, bem como com equacionamentos propostos por literaturas de referência nesta temática. Como conclusão, o trabalho evidencia que as formulações propostas podem

prever suficientemente o comportamento ao cisalhamento de elementos circulares, muitas vezes com uma melhor acurácia do que outros métodos já apresentados.

Ainda, Balakrishnan, Hussain e Menon (2016) propuseram um coeficiente de multiplicação para as atuais formulações da norma americana ACI 318. O estudo foi validado a partir de 30 testes experimentais apresentados no trabalho, bem como a partir de 27 outros testes já realizados em outras literaturas. Por meio da modificação dos equacionamentos, os autores concluíram que os modelos propostos para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas circulares obtiveram, aproximadamente, o mesmo grau de conservadorismo que modelos equacionados pela norma técnica para análise de vigas retangulares.

Por fim, apesar deste amplo cenário de estudos apresentado, os equacionamentos continuam sendo aperfeiçoados até os dias atuais e observa-se que a grande parte das normas técnicas ainda apresentam apenas métodos aproximados para estimar a resistência ao cisalhamento de elementos circulares. No cenário brasileiro, onde ainda não há uma abordagem em norma técnica acerca dos elementos circulares, faz-se necessário o conhecimento dos estudos científicos já realizados para que futuramente sejam implementadas prescrições normativas no projeto de vigas circulares.

4. MÉTODOS PARA CÁLCULO DE VIGAS CIRCULARES MACIÇAS

Neste capítulo, são apresentados os modelos da literatura que estimam o valor da resistência ao cisalhamento em vigas de seção transversal circular maciça. Todos os modelos apresentados adiante serão utilizados para o estudo comparativo proposto por este trabalho, a fim de verificar a aplicabilidade dos equacionamentos propostos, bem como observar a precisão dos valores obtidos.

4.1. Método da Área da Seção Retangular Equivalente

Como abordado anteriormente, com o passar dos anos, a temática de projeto de elementos circulares passou a ser cada vez mais difundida no meio técnico-científico e as normas técnicas passaram a apresentar métodos para previsão da resistência ao cisalhamento destes elementos, sejam estes métodos aproximados ou equacionamentos empíricos desenvolvidos. Neste meio, a Associação Americana de Autoridades de Transporte Rodoviário e de Transporte Estadual (*American Association of State Highway and Transportation Officials - AASHTO*) rege um conjunto de especificações de projetos de pontes, intitulado de *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*. Tais prescrições fornecem orientações para projetistas que visam garantir a segurança e funcionalidade das pontes. Assim como a norma brasileira, a AASHTO não apresenta formulações específicas para elementos de concreto armado de seção circular. Contudo, uma vez que é comum a utilização de elementos circulares em estruturas de pontes, esta norma técnica aborda um método aproximado que adapta as atuais formulações de elementos retangulares para elementos com seção transversal circular.

Nesta monografia de conclusão de curso, este método é intitulado de Método da Área da Seção Retangular Equivalente. Segundo a referência apresentada anteriormente, o método consiste em aplicar as adaptações expressas pelas Equações (12) e (13), a fim de permitir a aplicação dos parâmetros referentes à geometria circular no dimensionamento ao cisalhamento de vigas circulares.

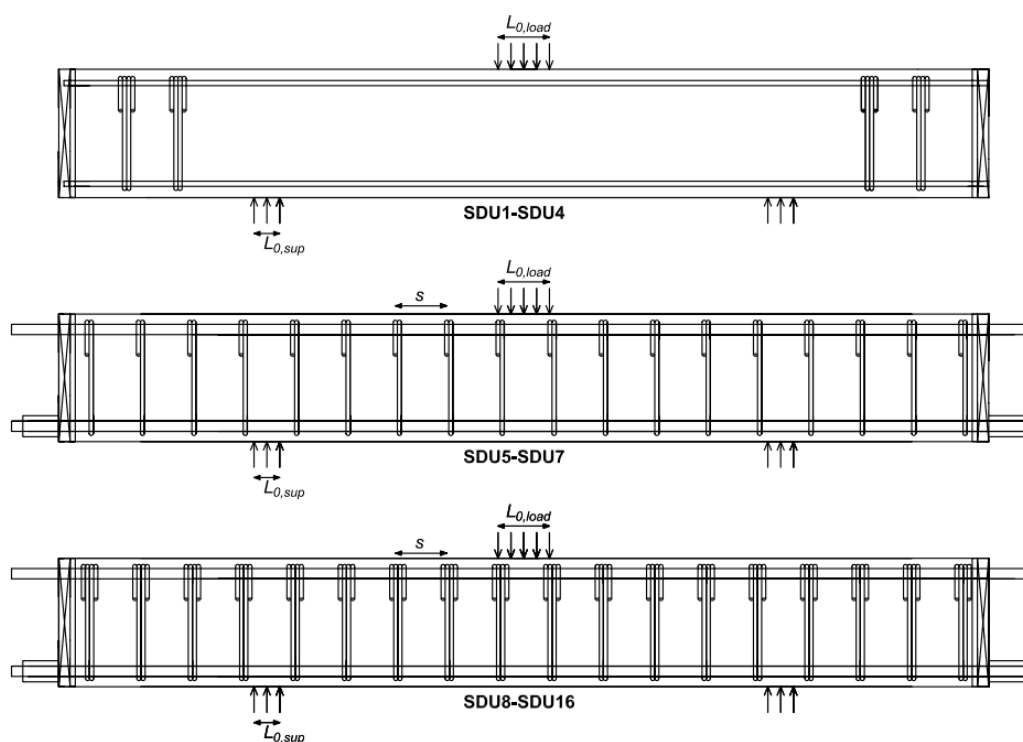
$$b_w = D , \quad (12)$$

$$d = 0,72D . \quad (13)$$

Nas Equações (12) e (13), b_w representa a largura da seção transversal, D o diâmetro da seção transversal circular e d a altura útil, conhecida por ser a distância entre as fibras mais comprimidas da seção transversal e o centroide das armaduras longitudinais de tração.

Como forma de quantificar o grau de conservadorismo do método aproximativo proposto pela AASHTO, Jensen *et al.* (2010) apresentam os resultados de testes realizados com elementos de concreto armado com seção transversal circular e expõem uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelo ensaio e os resultados obtidos pela aplicação do método proposto pela norma americana. Para isto, foram ensaiadas 16 vigas de seção transversal circular de 250 mm de diâmetro. Os elementos foram montados com diferentes arranjos, sendo 3 vigas armadas com estribos circulares simples (SDU5-SDU7), 9 com estribos circulares duplos (SDU8-SDU16) e as demais sem armaduras transversais (SDU1-SDU4). Estes arranjos estão ilustrados na Figura 7 e evidenciam as diferentes taxas de armadura utilizadas na confecção dos elementos.

Figura 7: Arranjos confeccionados para estudo experimental no trabalho de Jensen *et al.*



Fonte: Adaptado de Jensen *et al.* (2010)

Para além do estudo da acurácia do método proposto pela AASHTO, os autores buscaram responder as indagações realizadas por Feltham (2004) acerca da influência da taxa de armadura na obtenção da capacidade resistiva dos elementos circulares. Esta ideia surge a partir da observação de que a maior diferença entre a capacidade resistiva à força cortante dos elementos retangulares e a capacidade dos elementos circulares encontra-se justamente na forma de distribuição de tensões nas armaduras, como foi evidenciado no tópico 3 deste presente trabalho. Assim, presume-se que quanto maior for a presença de armadura transversal, maior será o erro associado às formulações. Os dados de ensaio que apresentam as diferentes relações de taxa de armadura, bem como as demais informações de teste, são apresentados na Tabela 1. Nesta tabela, Ψ é o grau de reforço transversal, ρ_l é a taxa de armadura longitudinal e d_{sh} representa o diâmetro da perna do estribo.

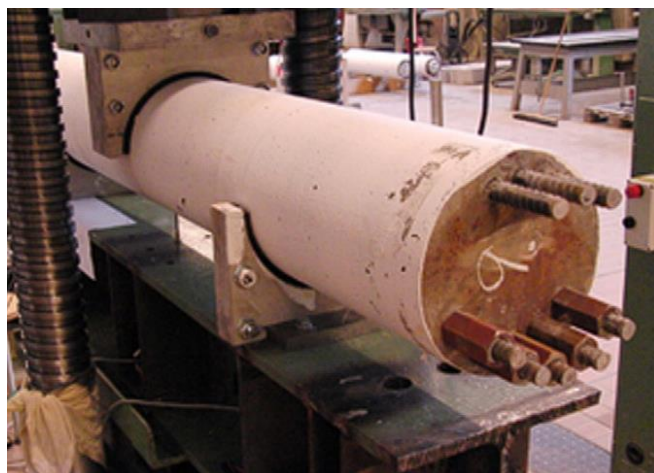
Tabela 1: Dados experimentais dos arranjos confeccionados no trabalho de Jensen *et al.*

Arranjo	Ψ	ρ_l (%)	s (mm)	d_{sh} (mm)	f_{ck} (Mpa)	f_{yw} (Mpa)
SDU 1 – 4	0	2,56	-	-	31,7	-
SDU 5	0,075	6,40	100	8 ^a	31,7	587
SDU 6	0,114	6,40	100	10 ^a	31,7	573
SDU 7	0,167	6,40	100	12 ^a	31,7	584
SDU 8	0,149	6,40	100	8 ^b	31,7	587
SDU 9	0,227	6,40	100	10 ^b	31,7	573
SDU 10 – 11	0,333	6,40	100	12 ^b	31,7	584
SDU 12	0,198	6,40	115	10 ^b	31,7	573
SDU 13	0,290	6,40	115	12 ^b	31,7	584
SDU 14	0,119	6,40	125	8 ^b	31,7	587
SDU 15	0,182	6,40	125	10 ^b	31,7	573
SDU 16	0,267	6,40	125	12 ^b	31,7	584
<i>a</i>	Estribos simples					
<i>b</i>	Estribos duplos					

Fonte: Adaptado de Jensen *et al.* (2010)

Ademais, os ensaios foram realizados em um sistema controlado de introdução de cargas com estruturas de apoio alumínio para acomodar as vigas circulares. Além disso, foram utilizadas folhas de borracha de 10 mm de espessura como camada intermediária entre a viga e o apoio, como forma permitir uma distribuição de pressão mais adequada. Este sistema pode ser observado no registro fotográfico apresentado na Figura 8.

Figura 8: Sistema controlado de introdução de carga utilizado no trabalho de Jensen *et al.*



Fonte: Jensen *et al.* (2010)

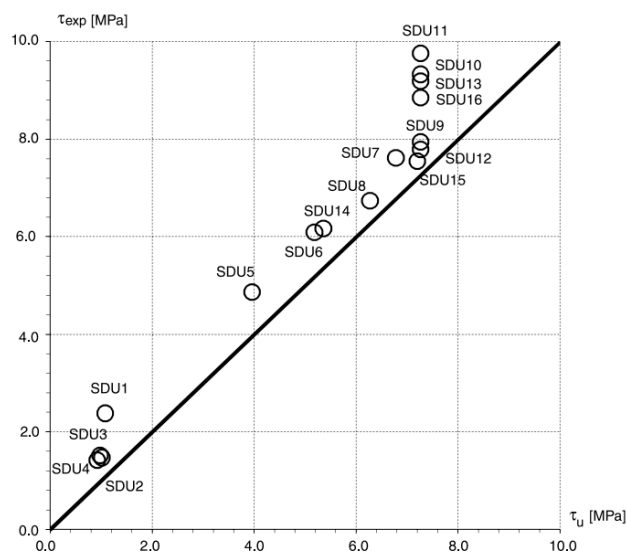
Por meio dos ensaios realizados, os autores obtiveram os reais valores limites de resistência ao cisalhamento dos elementos estudados. Além disso, o trabalho apresenta o cálculo da capacidade resistiva dos mesmos elementos por meio de estimativas com base nas formulações apresentadas pela AASHTO. Estes resultados são expostos na Tabela 2 e a comparação entre eles é apresentada na Figura 9.

Tabela 2: Resistência ao cisalhamento obtida no trabalho de Jensen *et al.*

Arranjo	Ψ	AAHSTO LRFD (kN)	Testes (kN)	Erro relativo (%)
SDU 1	0	51	117	56,41
SDU 5	0,075	194	239	18,83
SDU 6	0,114	254	299	15,05
SDU 7	0,167	333	374	10,96
SDU 8	0,149	308	331	6,95
SDU 9	0,227	356	390	8,72
SDU 10	0,333	356	458	22,27
SDU 12	0,198	356	383	7,05
SDU 13	0,290	356	451	21,06
SDU 14	0,119	263	303	13,20
SDU 15	0,182	353	371	4,85
SDU 16	0,267	356	435	18,16

Fonte: Adaptado de Jensen *et al.* (2010)

Figura 9: Comparação entre resultados obtidos utilizando a AASHTO LRFD e os testes



Fonte: Jensen *et al.* (2010)

Por meio da observação dos resultados, os autores concluíram que o método aproximativo proposto pela AASHTO conduz a valores seguros estimados para a capacidade resistiva de elementos circulares. Ainda, observou-se que, com uma maior taxa de armadura no elemento, maior é a dispersão observada. Isto é, para elevadas taxas, os equacionamentos conduzem a valores que subestimam a capacidade de resistência ao cisalhamento das estruturas de seção circular.

No contexto brasileiro, Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012) utilizaram dos mesmos embasamentos propostos por Jensen *et al.* (2010), porém aplicando as Equações (12) e (13) nas prescrições normativas brasileiras para dimensionamento de vigas à força cortante. Os autores fizeram uso dos dados de ensaios já realizados no trabalho de Jensen *et al.* Observa-se na Tabela 3 alguns dos resultados obtidos neste trabalho.

Tabela 3: Resistência ao cisalhamento obtida no trabalho de Teixeira, Maffei e Guazzelli

Arranjo	A_{sw}	NBR 6118 (kN)	Testes (kN)	Erro relativo (%)
SDU 5	Ø8 c. 10	151,7	239	36,53
SDU 6	Ø10 c. 10	205,2	299	31,37
SDU 7	Ø12.5 c. 10	293,2	374	21,60
SDU 8	2Ø8 c. 10	246,9	331	25,41

Fonte: Adaptado de Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012)

Face ao exposto, o Método da Área da Seção Retangular Equivalente, apresentado pela AASHTO e estudado, dentre outros pesquisadores, por Jensen *et al.* (2010) e Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012), representa um método valioso, de simples aplicação e adaptação das atuais normas técnicas. Apesar da sua simplicidade, os estudos mostram que os resultados estimados por este método são seguros, ainda que apresentem uma menor acurácia para elementos com altas taxas de armadura transversal.

4.2. Modelo de Merta (2007)

Merta (2007) apresentou um modelo de cálculo da capacidade de resistência ao cisalhamento para elementos de concreto armado com seção transversal circular e reforçados com estribos circulares. Este modelo baseia-se na analogia de treliça, onde é acrescentado um termo de contribuição do concreto à capacidade de resistência ao cisalhamento pela armadura transversal, chamado de componente desviador. Os equacionamentos desenvolvidos foram validados através da comparação dos resultados obtidos com testes experimentais.

4.2.1. Parcela resistida pelo concreto

Segundo a autora, a parcela do esforço cortante resistida pelo concreto (V_c) é expressa de acordo com a Equação (14). Observa-se que a equação possibilita a inserção de cargas axiais. No estudo de vigas, esta parcela é desprezada, uma vez que nestes elementos não existe a presença de forças normais.

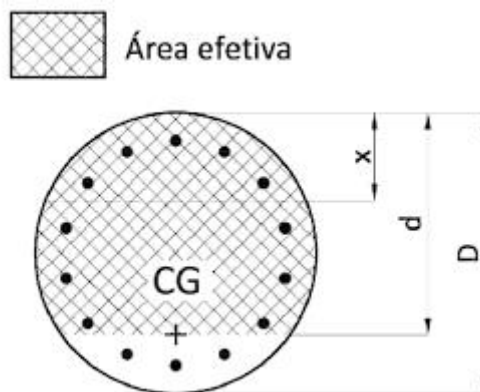
$$V_c = \left[3,7\rho_l + 0,18 + 0,08 \left(\frac{P}{A_g} \right) 0,3 \right] k \sqrt{f_{ck}} 0,7 A_g . \quad (14)$$

Na Equação (14), ρ_l representa a taxa de armadura longitudinal, P a força axial, k o coeficiente de elevação do cisalhamento ($k = 1$ se $a/D > 2,5$ e $k = 1,25$ se $a/D \leq 2,5$), a o vão solicitado pelo corte, D o diâmetro da seção transversal, f_{ck} a resistência a compressão do concreto e A_g a área bruta da seção circular.

Os valores encontrados para k foram determinados empiricamente no trabalho de Merta (2006), por meio do ensaio de 44 amostras de seção transversal circular. Além disso, o termo $0,7A_g$ representa a área efetiva da seção circular solicitada pelo

cisalhamento, sendo um parâmetro determinado no trabalho de Merta e Kolbitsch (2006). A Figura 10 ilustra a representação da área efetiva concebida pelos autores.

Figura 10: Definição da área efetiva da seção circular de concreto armado



Fonte: Merta e Kolbitsch (2006).

4.2.2. Parcela resistida pelo reforço de cisalhamento

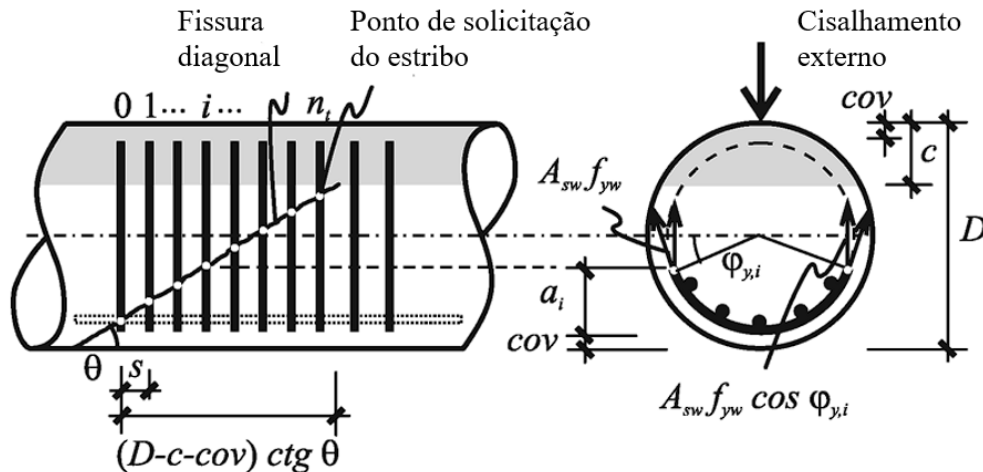
Assim como a NBR 6118 (2023), o modelo proposto pela autora baseia-se na analogia de treliça. Mediante a aproximação do Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F), forma-se uma grande fissura diagonal e a seção falha por ruptura da armadura de cisalhamento. Na região fissurada, a ligação entre o concreto e a armadura de corte é gradualmente destruída (Merta, 2007). Uma das formas utilizadas para combater as diagonais tracionadas são as armaduras transversais.

Outrossim, para além das tensões resistidas pela armadura transversal, a curvatura das armaduras produz um desvio na direção das forças de tração no estribo e induz uma pressão lateral no concreto. Assim, a componente da tensão de desvio na direção da força cortante representa um mecanismo adicional de resistência ao corte da armadura de reforço de cisalhamento. Esta parcela contribuinte é denominada de componente desviador e deve ser somada à parcela resistida propriamente pela armadura transversal. Salienta-se que este componente não possui relação com o componente desviador estudado na resistência dos materiais, responsável por quantificar os efeitos de distorção nos infinitos pontos materiais que compõem uma estrutura.

a) Tensão resistida pela armadura transversal

Segundo Merta (2007), no estado limite, assume-se que toda armadura transversal que cruza uma fissura diagonal resiste à força de tração. A Figura 11 representa um número n de estribos que atravessam uma fissura.

Figura 11: Cruzamento das armaduras transversais por uma linha de fissura



Fonte: Adaptado de Merta (2007)

Os arcos de armadura que resistem às tensões são variáveis ao longo do eixo axial, a depender do ponto de cruzamento da fissura. Nesse sentido, apenas os arcos fora da zona de compressão são considerados, uma vez que o cisalhamento não pode ser transferido através da zona de compressão (Kowalsky e Priestley, 2000). Dessa forma, toda armadura transversal atravessada por uma fissura diagonal resiste a uma força de tração dada por $A_{sw} f_{yw}$. Uma vez que esta representa uma força inclinada, apenas a componente vertical resiste efetivamente ao esforço cortante. Nesse sentido, a parcela da armadura que resiste ao corte é obtida por meio do somatório de todas as componentes verticais das armaduras que são solicitadas, como é exposto na Equação (15).

$$V_{sw} = 2 A_{sw}^{uni} f_{yk} \sum_{i=1}^{n_t} \cos \varphi_{y,i} \quad (15)$$

Por meio de adaptações empíricas propostas por Kowalsky e Priestley (2000) e da substituição do somatório por uma função contínua, a autora obtém uma expressão simplificada que estima a força resistente ao cisalhamento resultante das armaduras transversais que cruzam as fissuras (V_{sw}), apresentada pela Equação (16).

$$V_{sw} = 1,8 A_{sw}^{uni} f_{yk} n_t, \quad (16)$$

sendo:

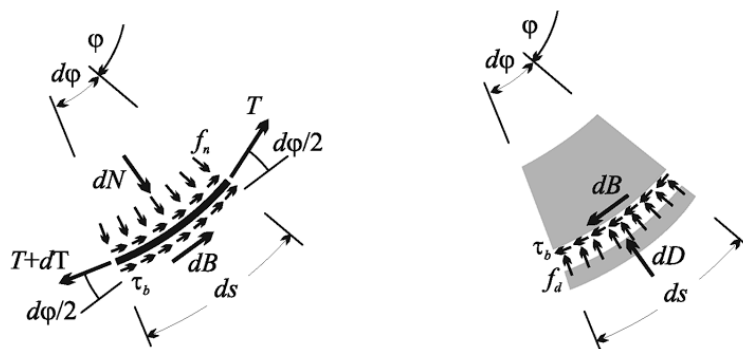
$$n_t = \frac{(D - c - cov)}{s} \cot g \theta. \quad (17)$$

Nas Equações (15) a (17), φ é o ângulo central formado pelo arco de estribo, i é o índice que representa o estribo em análise, A_{sw}^{uni} é a área de uma única perna da armadura transversal, f_{yk} é a tensão característica de escoamento do aço, n_t o número de estribos, D o diâmetro da seção, c a altura da zona de compressão (equivalente a $0,3D$), cov a espessura de cobrimento, s o espaçamento entre estribos e θ o ângulo de inclinação da físsura.

b) Tensão resistida pelo componente desviador

No caso das armaduras curvas, a mudança de direção da força de tração no elemento induz uma pressão lateral no núcleo de concreto, as chamadas tensões de desvio (Merta, 2007). Por ação-reação, o concreto atua sobre a armadura transversal com uma pressão normal, de mesma intensidade que as tensões de desvio, mas na direção oposta, como é ilustrado na Figura 12. Dessa forma, o componente vertical desta força pode ser equacionado como um termo contribuinte da capacidade resistiva do elemento.

Figura 12: Ação das forças em um infinitesimal de armadura e de concreto



Fonte: Adaptado de Merta, (2007)

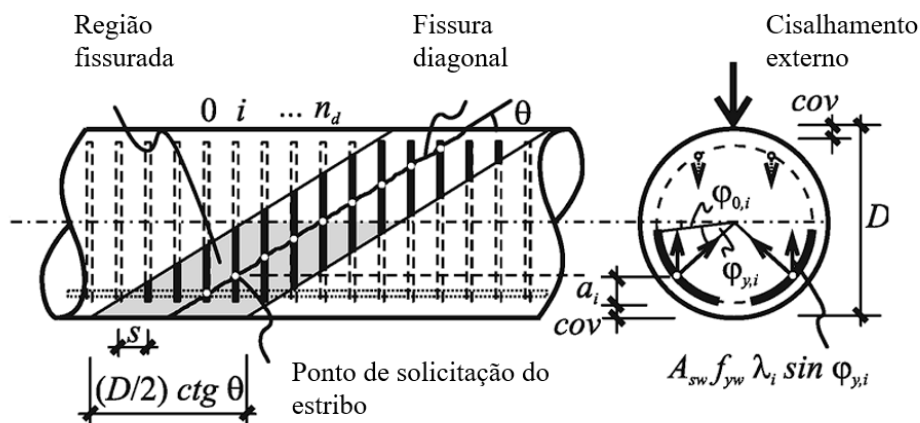
Nesse sentido, a autora apresenta analiticamente a Equação (18), representando o desvio $D(\varphi)$ em função do ângulo φ , que descreve o arco de armadura transversal.

$$D(\varphi) = \frac{A_{sw}^{uni} f_{yk}}{\mu} e^{-\mu(\varphi_y - \varphi)}. \quad (18)$$

Para além dos parâmetros já apresentados anteriormente, μ representa o coeficiente de atrito. De modo a simplificar a problemática, assumiu-se um coeficiente de atrito constante ao longo de todo o comprimento do estribo, com valor de 1,5.

Cada estribo na região fissurada atua com uma força de desvio resultante no concreto de magnitude diferente, resultante de um comprimento de arco diferente dentro da região fissurada (Merta, 2007). Dessa forma, para obter o valor de resistência da componente de desvio, integra-se a função de desvio e soma-se a força de desvio resultante de cada estribo da direção da força cortante. Assim, a força de desvio total é obtida através da soma das componentes da força de desvio de um determinado arco de armadura transversal na direção do esforço cortante, como é ilustrado na Figura 13.

Figura 13: Capacidade de resistência ao cisalhamento do componente desviador



Fonte: Adaptado de Merta (2007)

Sendo assim, a força de desvio total que resiste ao cisalhamento pode ser obtida através da soma dos componentes desviadores resultantes de cada um dos estribos solicitados pela fissura, como é expresso na Equação (19).

$$V_{sd} = 2 A_{sw}^{uni} f_{yk} \sum_{i=0}^{n_d} \lambda_i \sin \varphi_{y,i}. \quad (19)$$

Na Equação (19), $\lambda_i = 2(1 - e^{-\mu(\varphi_{y,i} - \varphi_{0,i})})/\mu^2$. Assumindo o coeficiente de atrito como 1,5 ao longo de todo o comprimento do estribo, é possível aplicar simplificações

apresentadas por Merta (2006). Assim, a capacidade de resistência ao corte do componente desviador da armadura (V_{sd}) pode ser expressa segundo a Equação (20).

$$V_{sd} = 2 A_{sw}^{uni} f_{yk} \lambda (0,5n_d + 0,5), \quad (20)$$

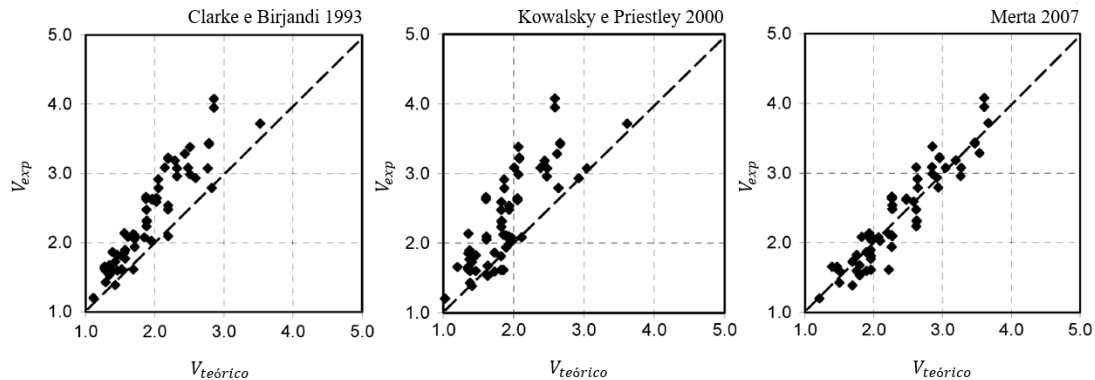
sendo:

$$n_d = INT \left[\frac{\left(\frac{D}{2} - cov\right)}{s} \cot g \theta \right]. \quad (21)$$

Por fim, o esforço cortante absorvido pela armadura transversal (V_{Rd3}) é dado pelo somatório das Equações (16) e (20).

O modelo proposto por Merta (2007) foi comparado com resultados experimentais e analíticos obtidos nas literaturas de Clarke e Birjandi (1993) e Kowalsky e Priestley (2000). Por meio da Figura 14 é possível observar a acurácia de cada um dos métodos propostos em comparação com o modelo desenvolvido por Merta.

Figura 14: Comparação da acurácia entre os diferentes modelos da literatura

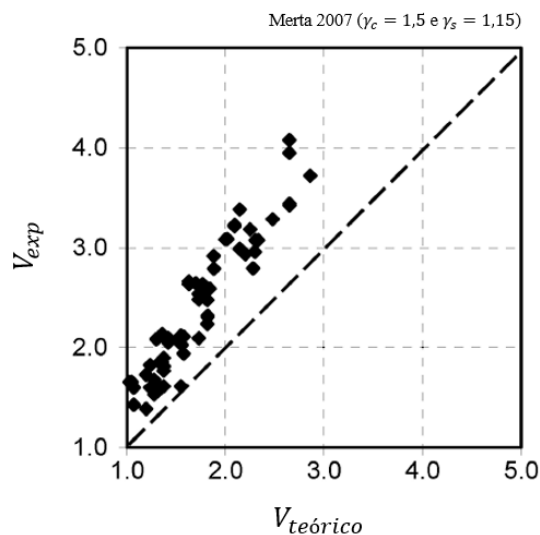


Fonte: Adaptado de Merta (2007)

Observa-se, portanto, que o modelo proposto por Merta (2007) apresenta menores índices de dispersão em relação aos resultados obtidos por outros modelos da literatura. Ressalta-se que o modelo proposto pela autora é um modelo de previsão, que não leva em conta os coeficientes de projeto dos materiais. Ao aplicar o fator de redução da resistência do concreto (γ_c) igual a 1,5, segundo a norma americana, e o fator de redução da resistência do aço (γ_s) igual a 1,15, são obtidos resultados mais adequados e seguros para o modelo de proposto. A Figura 15 expõe o gráfico entre a resistência obtida por meio das

formulações de Merta (2007), com aplicação dos fatores de projeto, e a resistência obtida nos ensaios.

Figura 15: Comparação entre resultados obtidos por Merta e os testes



Fonte: Adaptado de Merta (2007)

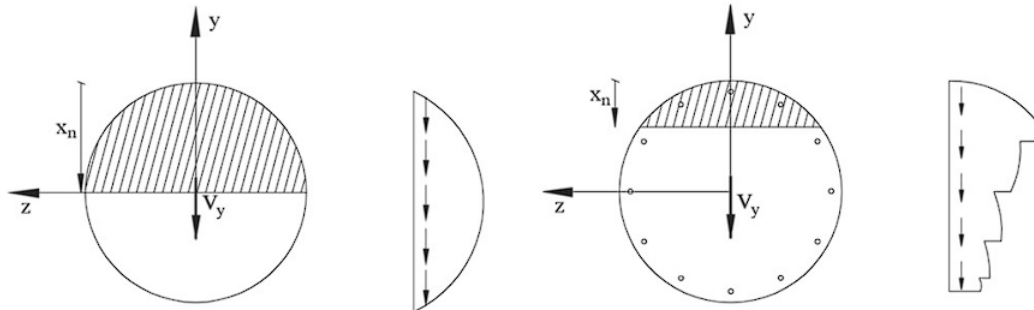
4.3. Modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Turmo, Ramos e Aparicio (2009) apresentam um modelo analítico para avaliar a contribuição da armadura transversal em elementos de concreto armado de seção circular maciça e vazada. O trabalho apresenta conceitos e formulações para reforços de geometria circular e espiral. Sendo assim, foi apresentado pela primeira vez na literatura equacionamentos de previsão da resistência à força cortante por armaduras em espirais.

Como apresentado na Equação (9), a estimativa da tensão de cisalhamento em uma seção transversal pode ser obtida através do cálculo de poucos parâmetros. Assim, é razoavelmente simples elaborar o esboço da distribuição de tensões cisalhantes em uma seção. Para seções transversais circulares, a equação de *Jouraviski* fornece um modelo de distribuição de tensões baseado em elipses. Portanto, em uma seção circular sólida não fissurada, as tensões máximas de cisalhamento surgem no centro de massa da seção do elemento e é quantificada por $\tau_{m\acute{a}x} = 4V/3\pi R^2$. Contudo, com a ocorrência do aparecimento de fissuras na região, a distribuição dessas tensões será alterada e induzida por um padrão de fissuramento (Turmo, Ramos e Aparicio, 2009). Observa-se na Figura

16 a comparação entre a distribuição de tensões em uma seção circular não fissurada e em uma seção afetada pelas fissuras.

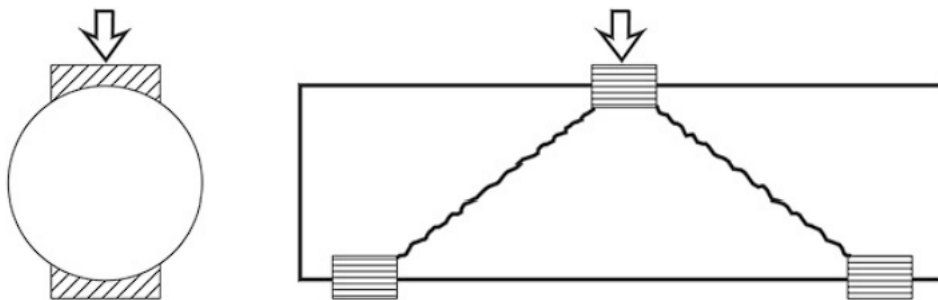
Figura 16: Distribuição de tensões em seção não fissurada e em seção sob fissuramento



Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

O padrão de fissuração foi analisado pelos autores mediante ao estudo de ensaios experimentais e é ilustrado na Figura 17.

Figura 17: Padrão de fissuração em elementos de seção circular sólida



Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Por fim, ressalta-se que, uma vez que ocorre esta mudança na distribuição de tensões, faz-se necessário uma abordagem diferente dos elementos de seção circular. Nesse sentido, são apresentadas a seguir as formulações propostas pelos autores para o cálculo dos esforços resistidos por estribos circulares e estribos de geometria espiral. O trabalho não apresenta considerações para o cálculo do esforço resistido por mecanismos complementares a treliça (V_c).

4.3.1. Equacionamento para estribos circulares

Para deduzir as formulações para armaduras transversais de geometria circular, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) utilizaram a análise de eficiência individual dos estribos que atravessam uma fissura. Esta formulação, baseia-se na evolução das equações desenvolvidas por Ghee, Priestley e Paulay (1989) e aprimoradas por Kowalsky e Priestley (2000). Historicamente, esta formulação é dada pela Equação (22) e utiliza-se de um fator de eficiência (χ), considerando a inclinação média dos estribos que são atravessados pelas fissuras.

$$V_{sw} = z \cot\theta \frac{A_{sw}}{s} f_{y\alpha,d} \chi . \quad (22)$$

Na Equação (22), z é o braço de alavanca entre a resultante das forças de tração e compressão, θ é o ângulo de inclinação das fissuras e $f_{y\alpha,d}$ é a resistência de projeto da armadura com uma inclinação α .

Ghee, Priestley e Paulay (1989) adotaram um valor de eficiência $\chi = 0,785$, assumindo que os estribos possuem total eficiência em toda a sua altura. Contudo, Kowalsky e Priestley (2000) defenderam que os estribos eram eficazes apenas até a altura a qual estão solicitados pelas fissuras e, portanto, definiram o fator de eficiência da armadura transversal como é exposto na Equação (23). Nesta equação, z_0 é a distância entre o centroide das forças de tração até o centro de massa da seção e R' é o raio da armadura transversal.

$$\chi = \int_0^1 \sqrt{1 - \left(\frac{z_0 - z X}{R'}\right)^2} dX . \quad (23)$$

A Tabela 4 apresenta os diferentes valores de χ , onde D' é o diâmetro até a armadura transversal. Apesar da exatidão promovida pelo equacionamento do fator de eficiência, a formulação carece de simplicidade. Em um cenário realista, é muito complexa a obtenção dos valores observados na tabela.

Tabela 4: Valores do fator de eficiência (χ)

		z/D'									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
z_0/D'	0,05	0,998	0,988	0,964	0,922	0,856	-	-	-	-	-
	0,10	0,993	0,993	0,980	0,951	0,902	0,820	-	-	-	-
	0,15	0,978	0,988	0,985	0,967	0,933	0,876	-	-	-	-
	0,20	0,952	0,973	0,980	0,973	0,951	0,911	0,839	-	-	-
	0,25	0,914	0,946	0,964	0,967	0,957	0,930	0,882	-	-	-
	0,30	0,863	0,908	0,936	0,951	0,951	0,936	0,904	0,842	-	-
	0,35	0,797	0,856	0,896	0,922	0,933	0,930	0,911	0,871	-	-
	0,40	0,709	0,786	0,842	0,880	0,902	0,911	0,904	0,880	0,827	-
	0,45	0,592	0,694	0,786	0,820	0,856	0,876	0,882	0,871	0,840	-
	0,50	0,409	0,559	0,661	0,733	0,785	0,820	0,839	0,842	0,827	0,785

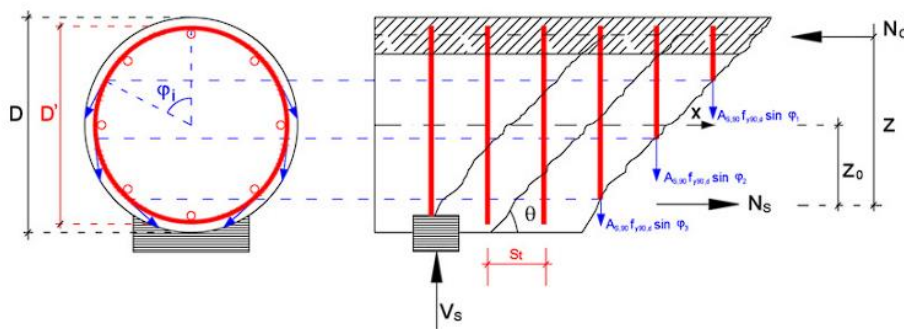
Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Em virtude da falta de simplicidade do equacionamento para previsão do esforço resistido pela armadura de cisalhamento, os autores fizeram o uso de algumas simplificações. Primeiramente, o braço de alavanca z é considerado constante ao longo de todo o comprimento do elemento e pode ser dado por $z = 0,8 D$. Além disso, o fator de eficiência pode ser adotado como $\chi = 0,85$. Por fim, a equação proposta pelos autores para prever a resistência ao cisalhamento das armaduras (V_{sw}) é dada pela Equação (24).

$$V_{sw} = z \cot\theta \frac{A_{sw}}{s} f_{y\alpha,d} 0,85. \quad (24)$$

A Figura 18 é apresentada para ilustrar alguns dos parâmetros utilizados no desenvolvimento dos equacionamentos apresentados anteriormente.

Figura 18: Variáveis envolvidas no cálculo de estribos circulares em seções maciças



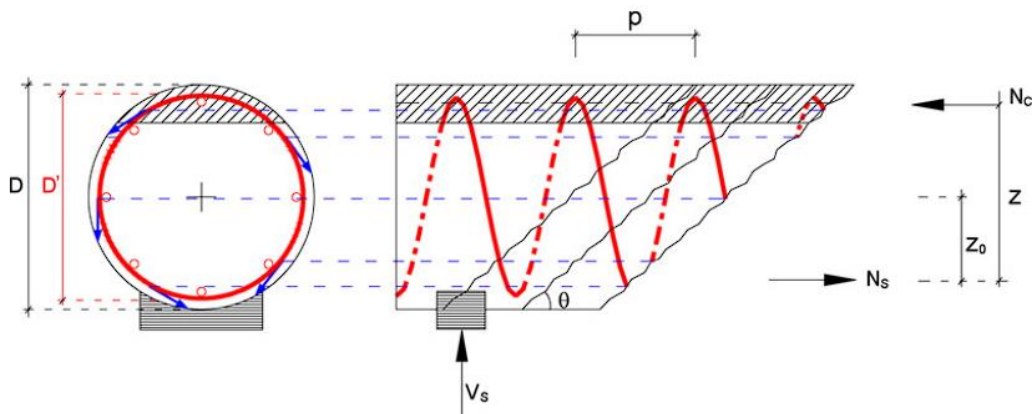
Fonte: Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

4.3.2. Equacionamento para estribos espirais

Até então, a eficiência de armaduras em espirais era abordada por meio de métodos simplificados. Para o cálculo da contribuição de reforços com este tipo de geometria, a armadura transversal deve ser analisada por meio da descrição de uma curva no espaço (Turmo, Ramos e Aparicio, 2009). Sendo assim, os autores apresentam a Equação (25), que é deduzida com base nos parâmetros observados na Figura 19.

$$V_{sw} = z \cot\theta \frac{A_{sw}}{p/2} f_{yt,d} \kappa. \quad (25)$$

Figura 19: Variáveis envolvidas no cálculo de estribos espirais em seções maciças



Fonte: Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Na Equação (25), A_{sw} representa a área de uma haste única de diâmetro ϕ , p representa o espaçamento entre duas hélices, $f_{yt,d}$ é a resistência de projeto da armadura transversal e κ é o fator de eficiência dos espirais. Este fator é dado pelo produto entre a o fator de eficiência χ e o coeficiente λ . Os valores de λ foram obtidos através de ensaios e são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Valores do coeficiente λ

Razão p/D'	Coeficiente λ
0,0	1,000
0,1	0,999
0,2	0,998
0,3	0,995
0,4	0,992
0,5	0,988
0,6	0,982
0,7	0,976
0,8	0,969
0,9	0,961
1,0	0,953

Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Mais uma vez, a obtenção dos parâmetros necessários para avaliação da resistência dos estribos de geometria espiral carece de simplicidade. Partindo da mesma premissa discutida anteriormente para estribos circulares, o fator de eficiência χ pode ser adotado como 0,85. Adotando o coeficiente λ como 1, a eficiência do estribo espiral κ é simplificada para 0,85. Por fim, os autores deduzem o equacionamento para cálculo da parcela do esforço cortante resistida pela armadura transversal (V_{sw}), Equação (26).

$$V_{sw} = z \cot\theta \frac{A_{sw}}{p/2} f_{yt,d} 0,85. \quad (26)$$

Apesar do modelo proposto não apresentar equacionamentos para o cálculo da parcela de esforço cortante resistida por mecanismos complementares à treliça, o trabalho possui grande importância na determinação do esforço resistente pela armadura transversal, uma vez que leva em conta a eficiência do tipo de estribo utilizado, seja ele de geometria circular ou espiral. Para validar os equacionamentos propostos, os autores realizam estudos experimentais (ver Figura 20).

Figura 20: Testes de carga realizados no trabalho de Turmo, Ramos e Aparicio



Fonte: Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

Ainda que não seja apresentado nesta monografia de conclusão de curso, o trabalho dos autores citados anteriormente também apresenta um amplo estudo sobre estruturas de seção circular vazada. Nesse sentido, uma importante conclusão obtida é que o reforço transversal é mais eficiente quanto maior o alinhamento entre a distribuição de tensões no elemento e o esforço de cisalhamento. Assim, os estribos de geometria circular ou espiral são mais eficientes em seções vazadas do que em seções maciças (Turmo, Ramos e Aparicio, 2009).

4.4. Modelo de Fiore *et al.* (2014)

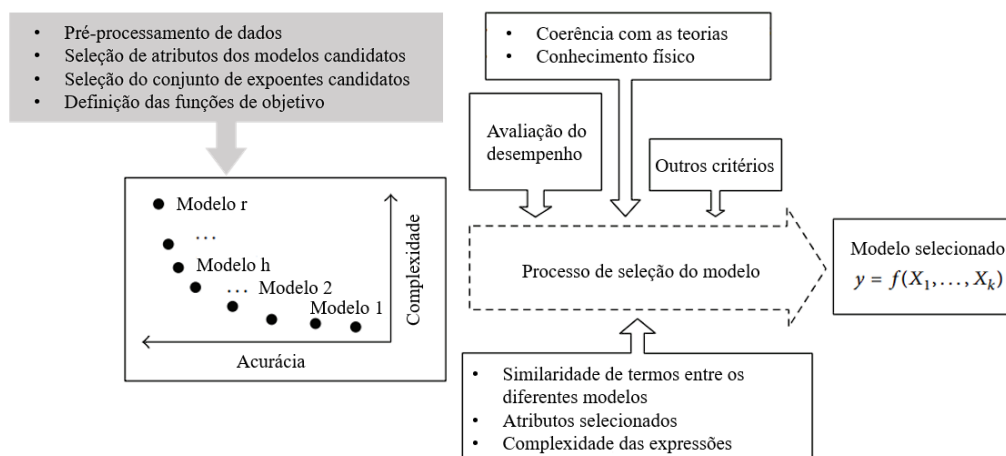
Frente a dificuldade de equacionar analiticamente os diversos fatores envolvidos no projeto ao cisalhamento de elementos de seção circular, Fiore *et al.* (2014) utilizaram de um modelo de Regressão Polinomial Evolutiva (*Evolutionary Polynomial Regression – EPR*), desenvolvido por Giustolisi e Savic (2009), para estimar uma formulação polinomial que avalia a resistência destes elementos. Este modelo trata-se de uma técnica híbrida que combina dados evolutivos de pesquisas experimentais realizadas na literatura com métodos computacionais de regressão numérica clássica (relações de *input* e *output*) para criação de expressões matemáticas que traduzam o comportamento em estudo (Fiore *et al.*, 2014). É uma técnica que tem sido aplicada em uma vasta gama de problemas de Engenharia, como modelagem constitutiva de solos, estabilidade de taludes, assentamento de fundações, entre outras.

O modelo EPR é um paradigma de otimização de algoritmos genéticos multiobjetivos (*Multiobjective Genetic Algorithms – MOGA*) que estabelece expressões com o objetivo de maneira a adequar os dados e as formulações matemáticas complexas.

Sendo assim, é uma técnica que apresenta o ajuste numérico mais adequado para um conjunto de dados analisados. No trabalho de Fiore *et al.* (2014), as análises com o paradigma MOGA foram realizadas utilizando o EPR MOGA-XL v.1, disponível em funções extras do *software Excel* (Microsoft, 2023).

Com o advento tecnológico, os modelos de regressão numérica estão cada vez mais aprimorados. A programação genética, por exemplo, utiliza táticas de Inteligência Artificial que permitem o aprendizado de máquina durante a procura pelo modelo matemático mais ideal de ajuste do conjunto de pontos. Observa-se na Figura 21 a esquematização do quadro de tomadas de decisões do MOGA implementado no trabalho dos autores.

Figura 21: Quadro de tomadas de decisões do MOGA implementado



Fonte: Adaptado de Fiore *et al.* (2014)

Com relação aos dados utilizados, os autores coletaram estudos experimentais realizados em literaturas como Capon e Cossio (1965), Khalifa e Collins (1981), Clarke e Birjandi (1993) e Merta (2007). No total, foram selecionados os dados de 61 elementos de seção transversal circular. O objetivo principal do trabalho é estudar a obtenção de uma formulação para capacidade resistiva de elementos circulares por meio do método EPR MOGA.

Nessa perspectiva, o Coeficiente de Correlação de Pearson (r^2) é um parâmetro utilizado para medir a acurácia de equações. Quanto mais próximo de 100% é este índice, maior a precisão da equação em análise. No contexto de dimensionamento de projeto de estruturas circulares, alguns métodos normativos existentes como os da ACI 318 e da BS 8100 apresentam este coeficiente no valor de 90,15% e 76,92%, respectivamente.

Como resultado, o trabalho de Fiore *et al.* (2014) apresenta 5 formulações diferentes para previsão da capacidade de resistência de elementos com seção circular, cada um deles com um Coeficiente de Correlação de Pearson diferente. Estes equacionamentos são expostos nas Equações (27) a (31) e possuem variáveis já apresentadas nesta presente monografia de conclusão de curso.

$$V_{Rd3}^1 = 4,1525 d \rho_h f_{yk} + 0,14552 A_g \sqrt{f_{ck}} \rho_l , \quad (27)$$

$$V_{Rd3}^2 = 7,121 \sqrt{A_g f_{yk}} + 0,043393 \rho_h A_g \sqrt{f_{yk} f_{ck}} + 0,013495 \rho_l A_g \sqrt{D} , \quad (28)$$

$$V_{Rd3}^3 = 1,0737 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yk} + 0,25274 D d \sqrt{f_{ck}} , \quad (29)$$

$$V_{Rd3}^4 = 0,98243 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yk} + 0,086185 D d \sqrt{f_{ck}} \left(1 + 56,2 \frac{A_{sl}}{Dd} \right) , \quad (30)$$

$$V_{Rd3}^5 = 1,0072 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yk} + 2,393 d D \left(\frac{A_{sl}}{A_g} \right)^3 \sqrt{f_{ck}^2} + 0,0987 D d \sqrt{f_{ck}} . \quad (31)$$

Ressalta-se que A_{sl} é a área de aço da armadura longitudinal. As taxas de armadura transversal (ρ_h) e longitudinal (ρ_l) são expressas nas Equações (32) e (33).

$$\rho_h = \frac{A_{sw}}{sD} 100 , \quad (32)$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{A_g} 100 . \quad (33)$$

Com relação ao Coeficiente de Correlação de Pearson de cada um dos equacionamentos propostos nas Equações (27) a (31), o valor de r^2 é, respectivamente, 95,61%, 97,84%, 91,53%, 95,98% e 95,39%. Sendo assim, a Equação (28) é a formulação que apresenta a maior acurácia dentre todas as outras expostas no trabalho. Entretanto, segundo os autores, esta formulação apresenta uma complexidade de parâmetros práticos que desencoraja o seu uso em projeto.

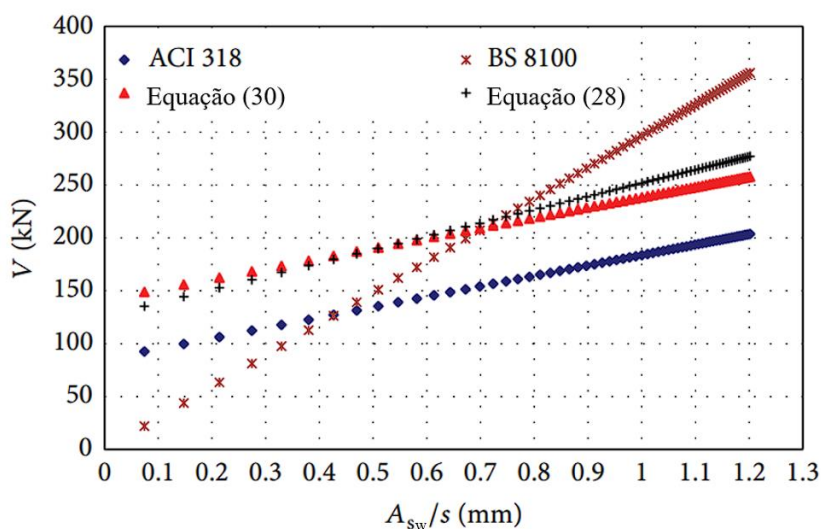
A Equação (29) indica que a resistência do elemento circular é dada pelo somatório entre a força resistida pelo concreto e pela armadura transversal. Contudo, exclui a influência da armadura longitudinal na problemática. Por outro lado, observa-se que os

equacionamentos que consideram este parâmetro apresentam resultados menos conservadores. Isso ocorre porque a armadura longitudinal afeta o estado de fissuração do elemento submetido ao cisalhamento, influenciando na contribuição do concreto por meio do intertravamento dos agregados.

Ainda que não apresentem o maior Coeficiente de Correlação de Pearson dentre os equacionamentos apresentados, as Equações (30) e (31) indicam uma maior conformidade com outros modelos da literatura e permitem um melhor entendimento do comportamento físico envolvido no estudo desta temática (Fiore *et al.*, 2014). Representam formulações adequadamente conservativas e seguras para implementação destas em prescrições de projeto.

Nesse sentido, uma das maiores vantagens do estudo desta temática por meio do método EPR é a capacidade de apresentação em equacionamentos polinomiais da relação entre os diversos parâmetros envolvidos no projeto de elementos circulares. Sendo assim, os parâmetros são alterados para valores mínimos e máximos, de modo a estudar o grau de influência individual de cada um destes fatores. Além disso, estes fatores podem ser comparados com as diferentes formulações existentes na literatura. Por meio da Figura 22 é possível observar a variação da resistência à força cortante a depender do parâmetro A_{sw}/s sob a concepção de diferentes modelos.

Figura 22: Variação da resistência ao esforço cortante em função de A_{sw}/s



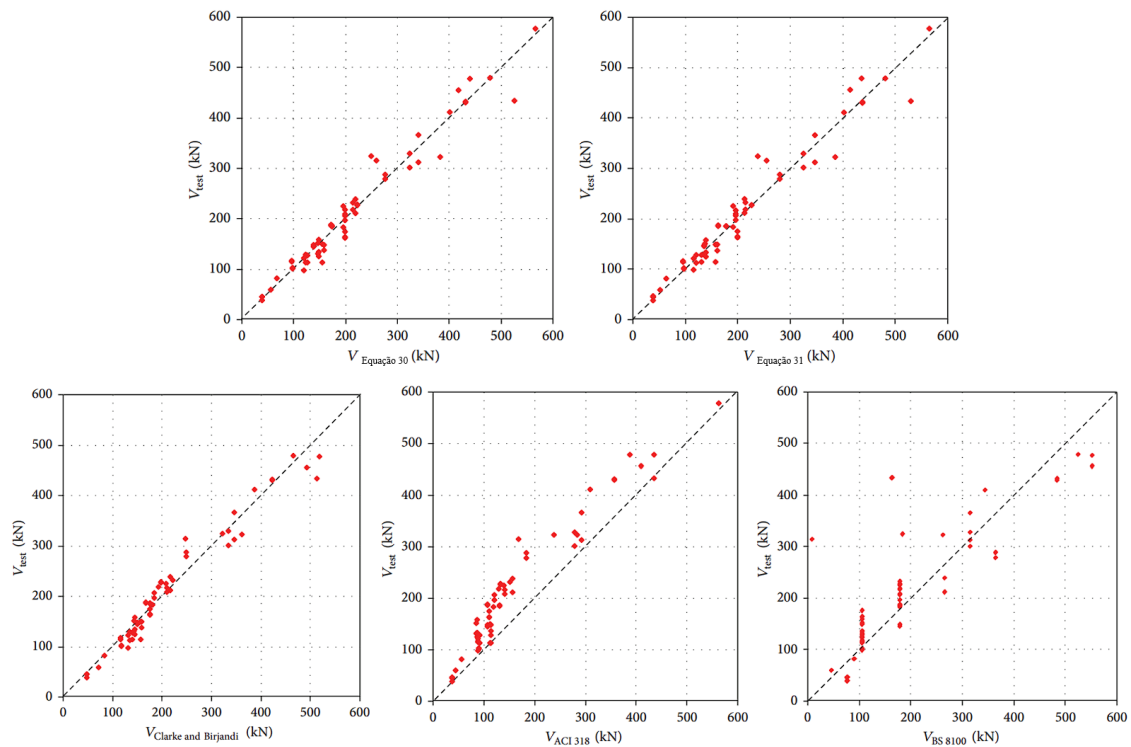
Fonte: Adaptado de Fiore *et al.* (2014)

Dessa forma, os estudos indicam que a resistência à força cortante aumenta com a elevação da resistência a compressão do concreto, da quantidade de aço utilizado tanto

armadura longitudinal quanto transversal e com o aumento do diâmetro da seção. Ressalta-se que a armadura longitudinal é um parâmetro que não é considerado na maioria das normas técnicas no projeto de elementos de concreto armado ao cisalhamento. Entretanto, os autores explicam que este é um parâmetro fundamental, uma vez que, à medida que a armadura longitudinal diminui, as tensões e deformações provenientes da flexão no concreto aumentam, gerando fissuras mais largas.

Por fim, alguns dos gráficos gerados no trabalho dos autores são apresentados na Figura 23. Nela, é possível observar o nível de acurácia das Equações (30) e (31) em comparação com outras formulações encontradas na literatura.

Figura 23: Comparação da acurácia das Equações (30) e (31) com outros modelos da literatura

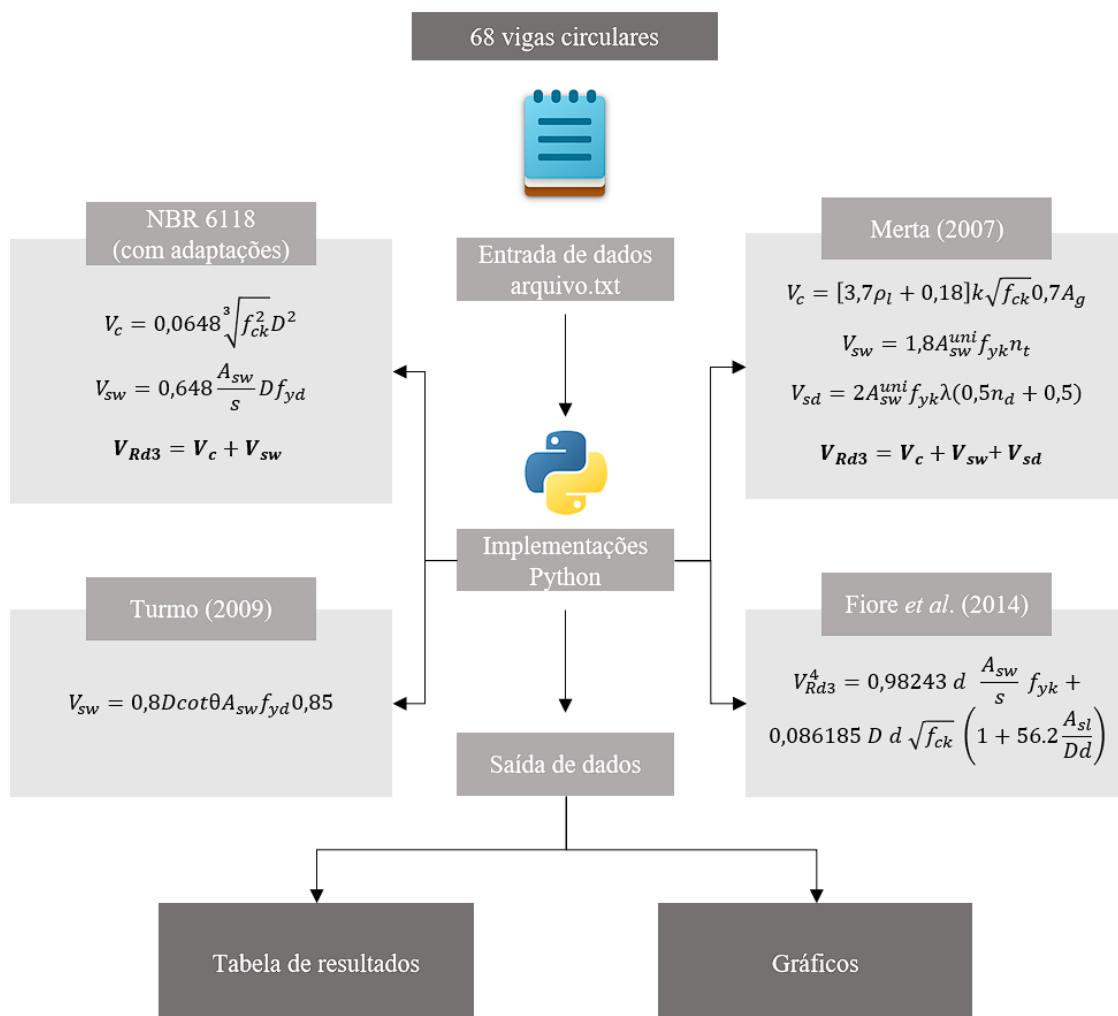


Fonte: Adaptado de Fiore *et al.* (2014)

5. ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS LEVANTADOS

Para realização do estudo comparativo, os modelos apresentados no capítulo 4 foram implementados computacionalmente, por meio da linguagem de programação *Python*. No total, foram coletados dados experimentais de 68 vigas circulares ensaiadas nos trabalhos de Capon e Cossio (1965), Clarke e Birjandi (1993), Kim (2000), Merta (2007) e Jensen *et al.* (2010). O objetivo deste estudo comparativo é aplicar estes dados no algoritmo desenvolvido, gerando a resistência estimada por cada um dos modelos, bem como gráficos que ilustrem a acurácia dos métodos. O esquema exposto na Figura 24 apresenta um resumo da metodologia utilizada para concretização do estudo proposto, além de recapitular os equacionamentos implementados.

Figura 24: Esquema desenvolvido para realização do estudo comparativo



Fonte: Autor (2023)

Os dados de entrada são lidos por meio de um arquivo de texto (de extensão *.txt*). Neste, devem constar os seguintes dados: *ID* (trata-se de um título de identificação do elemento estrutural), diâmetro (*D*) em mm, área total de armadura transversal (A_{sw}) em mm², espaçamento (*s*) em mm, cobertura (*cov*) em mm, taxa de armadura longitudinal (ρ_l) em porcentagem (%), resistência característica a compressão do concreto (f_{ck}) e tensão característica de escoamento do aço (f_{yk}), ambos em megapascal (MPa), e resistência ao cisalhamento obtida experimentalmente (V_{teste}) em quilonewtons (kN). Todos estes dados devem ser postos na ordem a qual foi apresentada. Além disso, deve haver um espaçamento entre cada uma das variáveis. Por fim, os números decimais podem ser separados por ponto ou vírgula. Observa-se na Figura 25 um exemplo de inserção dos dados de entrada no arquivo de texto.

Figura 25: Formatação dos dados de entrada no arquivo de texto (*.txt*)

Arquivo	Editar		Exibir					
SDU1	250,00	0,00	0,00	22,00	2,56	31,70	0,0	117,00
SDU2	250,00	0,00	0,00	22,00	2,56	31,70	0,0	73,00
SDU3	250,00	0,00	0,00	22,00	2,56	31,70	0,0	75,00
SDU4	250,00	0,00	0,00	22,00	2,56	31,70	0,0	70,00
<i>ID</i> (sem espaçamento)	<i>D (mm)</i>	A_{sw} (mm ²)	<i>s (mm)</i>	<i>cov (mm)</i>	ρ_l (%)	f_{ck} (MPa)	f_{yk} (MPa)	V_{teste} (kN)

Fonte: Autor (2023)

As formulações da NBR 6118 (2023) apresentadas na Figura 24 tratam-se dos equacionamentos propostos pela norma brasileira, Equações (3) e (4), para dimensionamento à força cortante pela treliça clássica ($\theta = 45^\circ$). Contudo, foram utilizadas as adaptações do Método da Área da Seção Retangular Equivalente, apresentadas nas Equações (12) e (13). O objetivo é verificar o grau de confiabilidade das formulações da norma brasileira após as adaptações sugeridas.

As formulações do método proposto por Merta (2007) foram apresentadas nas Equações (14), (16), (17), (20) e (21). Nestas, é possível observar que existem variáveis que consideram os valores característicos das propriedades dos materiais. Priorizando um projeto mais seguro, os equacionamentos implementados na monografia consideram uma minoração destas variáveis por meio dos respectivos coeficientes de segurança do material ($\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$).

O modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) também foi contemplado nas implementações computacionais realizadas neste trabalho. Por meio da Equação (24) estima-se a resistência ao cisalhamento por armaduras transversais de geometria circular. Contudo, uma vez que o modelo carece de formulações para o cálculo da parcela do esforço cortante resistida pelo concreto, não seria eficiente compará-lo com os demais modelos levantados. Sendo assim, de maneira a complementar o equacionamento apresentado, utiliza-se a Equação (34) para estimar a resistência pelo concreto, que é extraída da norma americana ACI 318 (2014). Trata-se de um equacionamento similar ao observado pela NBR 6118 (2023) com as devidas adaptações.

$$V_c = 0,136 \lambda \sqrt{f_{ck}} D^2 . \quad (34)$$

Na Equação (34), a variável λ é o fator de modificação do concreto. Segundo a ACI 318, trata-se de um coeficiente que varia de acordo com a composição de agregados utilizada na confecção do concreto. Sendo assim, a norma apresenta cinco tipos de concreto. Para concretos comuns, o fator λ é igual a 1.

Outrossim, o modelo de Fiore *et al.* (2014) também é implementado. Como visto no capítulo 4, seção 4.4, os autores apresentam 5 equações analíticas diferentes para o cálculo da resistência total do elemento ao esforço cortante. Dentre elas, há a recomendação de utilização das Equações (30) e (31). Segundo os autores, estes dois equacionamentos apresentam um grau de acurácia parecido. Assim, a Equação (30) é implementada nesta monografia, com a justificativa de que esta apresenta um maior Coeficiente de Correlação de Pearson. Além disso, observa-se novamente a presença de variáveis que consideram os valores característicos das propriedades dos materiais. Sob a mesma justificativa prestada anteriormente para o modelo de Merta (2007), a Equação (30) é implementada computacionalmente nesta monografia com base nos coeficientes de segurança do material ($\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$).

Por fim, as 68 vigas circulares foram cadastradas para serem lidas pelo programa desenvolvido. Em grande parte, tratam-se de vigas confeccionadas com concretos comuns e com armaduras transversais circulares, armadas a 90°. Contudo, há também o estudo de algumas vigas sem armaduras de cisalhamento. Ao executar o código, o resultado é exposto via formatação tabular, como é ilustrado na Figura 26.

Figura 26: Saída de dados do estudo comparativo via formato tabular

ID	D(mm)	Asw(mm ²)	s(mm)	ph(%)	pl(%)	fck(MPa)	fyk(MPa)	Vexp(MPa)	Vnbr(MPa)	Vmerta(MPa)	Vturmo(MPa)	Vfiore(MPa)	
0	SDU1	250.0	0.00	0.0	0.0000	2.56	31.7	0.0	117.0	40.5659	56.1479	40.4468	49.4684
1	SDU2	250.0	0.00	0.0	0.0000	2.56	31.7	0.0	73.0	40.5659	56.1479	40.4468	49.4684
2	SDU3	250.0	0.00	0.0	0.0000	2.56	31.7	0.0	75.0	40.5659	56.1479	40.4468	49.4684
3	SDU4	250.0	0.00	0.0	0.0000	2.56	31.7	0.0	70.0	40.5659	56.1479	40.4468	49.4684
4	SDU5	250.0	100.53	100.0	0.4021	6.40	31.7	587.0	239.0	123.6946	183.0424	127.6806	193.7377
5	SDU6	250.0	157.08	100.0	0.6283	6.40	31.7	573.0	299.0	167.3582	234.4414	173.5004	246.6962
6	SDU7	250.0	226.19	100.0	0.9048	6.40	31.7	584.0	374.0	226.6475	304.2345	235.7176	318.6068
7	SDU8	250.0	201.06	100.0	0.8042	6.40	31.7	587.0	331.0	206.8233	280.8982	214.9145	294.5625

Fonte: Autor (2023)

Os resultados das 68 vigas são apresentados na Tabela 6. Nesta, observa-se que há uma formatação de cor indicando as amostras que apresentaram resultados do modelo (V_{modelo}) superiores a resistência obtida em teste (V_{teste}) e para as amostras que apresentaram erro relativo (E_r) maior que 30% (ver equação 35). A legenda é exposta na Figura 27.

$$E_r = \left| \frac{V_{teste} - V_{modelo}}{V_{exp}} \right| 100. \quad (35)$$

Figura 27: Legenda da formatação de cores da tabela de resultados

Valor	Resistência obtida experimentalmente
Valor	Resistência obtida acima do valor experimental
Valor	Resistência obtida apresenta erro relativo maior que 30% em relação ao valor experimental
Valor	Resistência obtida apresenta erro relativo menor que 30% em relação ao valor experimental
Valor	Dados do experimento

Fonte: Autor (2023)

Tabela 6: Resultados do estudo comparativo

ID	D	A _{sw}	s	ρ _h	ρ _l	f _{ck}	f _{yk}	V _{exp}	V _{NBR(*)}	V _{Merta}	V _{Turmo(*)}	V _{Fiore}
	mm	mm ²	mm	%	%	Mpa	Mpa	kN	kN	kN	kN	kN
Dados experimentais de Jensen <i>et al.</i> (2010)												
SDU1	250,00	0,00	0,00	0,00	2,56	31,70	0,00	117,00	40,57	56,15	40,45	49,47
SDU2	250,00	0,00	0,00	0,00	2,56	31,70	0,00	73,00	40,57	56,15	40,45	49,47
SDU3	250,00	0,00	0,00	0,00	2,56	31,70	0,00	75,00	40,57	56,15	40,45	49,47
SDU4	250,00	0,00	0,00	0,00	2,56	31,70	0,00	70,00	40,57	56,15	40,45	49,47
SDU5	250,00	100,53	100,00	0,40	6,40	31,70	587,00	239,00	123,69	183,04	127,68	193,74
SDU6	250,00	157,08	100,00	0,63	6,40	31,70	573,00	299,00	167,36	234,44	173,50	246,70
SDU7	250,00	226,19	100,00	0,90	6,40	31,70	584,00	374,00	226,65	304,23	235,72	318,61
SDU8	250,00	201,06	100,00	0,80	6,40	31,70	587,00	331,00	206,82	280,90	214,91	294,56
SDU9	250,00	314,16	100,00	1,26	6,40	31,70	573,00	390,00	294,15	383,70	306,55	400,48
SDU10	250,00	452,39	100,00	1,81	6,40	31,70	584,00	458,00	412,74	523,29	431,00	544,31

ID	D mm	A_{sw} mm ²	s mm	ρ_h %	ρ_l %	f_{ck} Mpa	f_{yk} Mpa	V_{exp} kN	$V_{NBR(*)}$ kN	V_{Merta} kN	$V_{Turmo(*)}$ kN	V_{Fiore} kN
Dados experimentais de Jensen <i>et al.</i> (2010)												
SDU11	250,00	452,39	100,00	1,81	6,40	31,70	584,00	479,00	412,74	523,29	431,00	544,31
SDU12	250,00	314,16	115,00	1,09	6,40	31,70	573,00	383,00	261,07	314,10	271,84	360,36
SDU13	250,00	452,39	115,00	1,57	6,40	31,70	584,00	451,00	364,19	421,15	380,06	485,43
SDU14	250,00	201,06	125,00	0,64	6,40	31,70	587,00	303,00	173,57	225,44	180,02	254,23
SDU15	250,00	314,16	125,00	1,01	6,40	31,70	573,00	371,00	243,43	299,11	253,33	338,97
SDU16	250,00	452,39	125,00	1,45	6,40	31,70	584,00	435,00	338,30	399,14	352,89	454,03
Dados experimentais de Merta (2007)												
Merta1	400,00	57,60	60,00	0,24	3,75	42,20	700,00	430,00	277,13	376,84	278,41	369,59
Merta2	400,00	57,60	60,00	0,24	3,75	42,20	700,00	432,00	277,13	376,84	278,41	369,59
Dados experimentais de Clarke e Birjandi (1993)												
M1/2	152,00	56,24	100,00	0,37	2,19	28,00	300,00	45,00	28,26	35,15	29,22	33,26
M1/3	152,00	56,24	100,00	0,37	2,19	28,00	300,00	46,00	28,26	35,15	29,22	33,26
M1/4	152,00	56,24	100,00	0,37	2,19	28,00	300,00	38,00	28,26	33,83	29,22	33,26
11-1	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	24,10	300,00	186,00	82,13	135,65	85,91	145,89
11-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	24,10	300,00	188,00	82,13	135,65	85,91	145,89
12-1	300,00	101,25	75,00	0,45	5,60	23,80	300,00	211,00	116,72	172,96	122,31	187,67
12-2	300,00	101,25	75,00	0,45	5,60	23,80	300,00	239,00	116,72	172,96	122,31	187,67
13-1	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	48,40	300,00	227,00	110,93	177,10	107,09	189,81
13-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	48,40	300,00	228,00	110,93	177,10	107,09	189,81
14-1	300,00	101,25	75,00	0,45	5,60	50,50	300,00	279,00	145,95	218,05	145,36	235,46
14-2	300,00	99,00	75,00	0,44	5,60	50,50	300,00	288,00	144,43	216,40	143,76	233,61
15-1	300,00	99,00	150,00	0,22	3,60	24,30	300,00	145,00	82,40	116,99	86,12	117,80
15-2	300,00	99,00	150,00	0,22	3,60	24,30	300,00	148,00	82,40	116,99	86,12	117,80
16-1	300,00	99,00	150,00	0,22	3,60	46,70	300,00	185,00	109,10	148,17	105,82	147,62
16-2	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	46,70	300,00	186,00	95,41	133,32	91,45	131,01
17-1	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	23,70	300,00	117,00	67,90	88,90	71,12	81,92
17-2	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	23,70	300,00	115,00	67,90	88,90	71,12	81,92
19-1	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	26,60	300,00	113,00	71,75	105,88	74,11	104,76
19-2	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	26,60	300,00	129,00	71,75	105,88	74,11	104,76
20-1	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	49,30	300,00	149,00	98,19	136,39	93,39	133,95
20-2	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	49,30	300,00	137,00	98,19	136,39	93,39	133,95
21-1	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	22,20	300,00	131,00	65,84	116,81	69,50	125,05
21-2	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	22,20	300,00	151,00	65,84	116,81	69,50	125,05
22-1	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	45,50	300,00	163,00	94,11	157,97	90,53	168,67
22-2	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	45,50	300,00	164,00	94,11	157,97	90,53	168,67
23-1	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	25,10	300,00	101,00	69,77	90,87	72,58	83,61
23-2	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	25,10	300,00	103,00	69,77	90,87	72,58	83,61
24-1	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	48,90	300,00	114,00	97,77	118,35	93,09	107,20
24-2	300,00	58,50	150,00	0,13	2,30	48,90	300,00	128,00	97,77	118,35	93,09	107,20
25-1	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	24,30	300,00	98,00	68,71	102,15	71,75	101,19
25-2	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	24,30	300,00	122,00	68,71	102,15	71,75	101,19
26-1	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	47,10	300,00	114,00	95,84	133,80	91,75	131,47
26-2	300,00	58,50	150,00	0,13	3,60	47,10	300,00	150,00	95,84	133,80	91,75	131,47

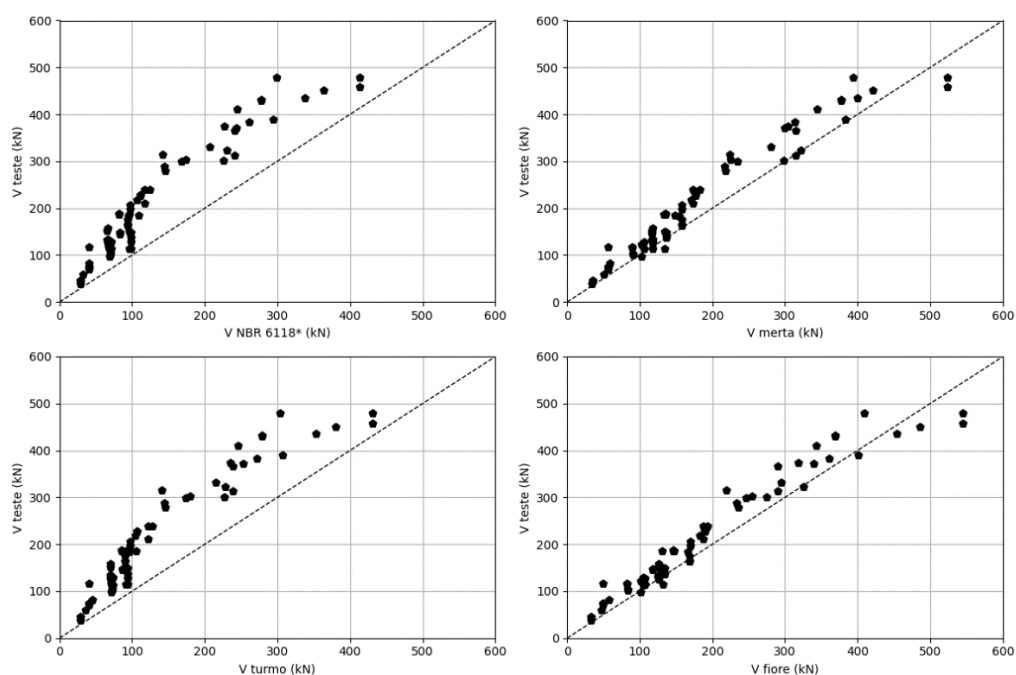
ID	D mm	A_{sw} mm ²	s mm	ρ_h %	ρ_l %	f_{ck} Mpa	f_{yk} Mpa	V_{exp} kN	$V_{NBR(*)}$ kN	V_{Merta} kN	$V_{Turmo(*)}$ kN	V_{Fiore} kN
Dados experimentais de Clarke e Birjandi (1993)												
27-1	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	22,80	300,00	125,00	66,67	118,09	70,15	126,40
27-2	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	22,80	300,00	134,00	66,67	118,09	70,15	126,40
28-1	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	22,80	300,00	158,00	66,67	118,09	70,15	126,40
28-2	300,00	58,50	150,00	0,13	5,60	45,30	300,00	175,00	93,89	157,67	90,38	168,35
37-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	43,90	300,00	218,00	106,05	170,39	103,66	182,71
38-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	36,10	300,00	206,00	97,17	157,89	97,28	169,47
39-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	36,30	300,00	197,00	97,41	158,23	97,45	169,82
40-2	300,00	99,00	150,00	0,22	5,60	34,10	300,00	183,00	94,80	154,48	95,53	165,84
43-1	500,00	98,00	140,00	0,14	2,60	37,80	300,00	313,00	241,63	314,36	238,76	289,81
43-2	500,00	98,00	140,00	0,14	2,60	37,80	300,00	366,00	241,63	314,36	238,76	289,81
44-1	500,00	98,00	140,00	0,14	2,60	32,90	300,00	301,00	225,50	297,82	226,91	275,19
Dados experimentais de Capon e Cossio (1965)												
F12.5	251,00	62,75	250,00	0,10	3,08	13,20	250,00	59,50	31,68	50,59	35,62	46,77
F12.5	251,00	62,75	125,00	0,20	3,08	13,20	250,00	82,00	40,55	58,48	44,94	57,53
Dados experimentais de Kim (2000)												
Y200R	445,00	142,40	200,00	0,16	3,86	40,40	445,00	323,00	230,53	321,64	228,04	325,91
Y150R	445,00	140,18	150,00	0,21	3,86	36,00	445,00	411,00	244,18	344,77	245,99	343,16
Y100R	445,00	142,40	100,00	0,32	3,86	36,00	445,00	479,00	298,80	394,06	303,31	409,41
Y200W	445,00	4,45	200,00	0,01	3,86	33,20	1728,0	315,00	142,19	224,33	141,27	219,78

(*) Com as adequações propostas.

Fonte: Autor (2023)

Ainda na execução do algoritmo, os resultados obtidos são utilizados para gerar gráficos comparativos entre os valores calculados pelo modelo em análise e o valor experimental (ver Figura 28). Nestes gráficos, a bissetriz indica a reta ideal, onde os valores estimados por um modelo são iguais aos valores últimos reais da resistência do elemento.

Figura 28: Gráficos gerados no estudo comparativo entre os modelos



Fonte: Autor (2023)

Diante dos resultados apresentados, observa-se naturalmente que há uma divergência entre os valores obtidos para cada um dos métodos apresentados. As adaptações impostas para os equacionamentos da NBR 6118 (2023) resultam em um método funcional e seguro para estimar a capacidade resistiva ao cisalhamento de elementos circulares. Nesse sentido, das 68 vigas contempladas, nenhum resultado consta-se acima da real capacidade de resistência da amostra. Por outro lado, apenas 13 amostras (19,12% do total) apresentaram um erro relativo menor que 30%, enquanto que 55 (80,88% do total) apresentaram erros maiores que 30%. Dessa forma, entende-se que este método apresenta um maior grau de subestimação da capacidade resistiva do elemento circular de concreto armado, sobretudo para as amostras que apresentam resistência maior que 100 kN.

Por sua vez, o método de Merta (2007) apresenta os resultados com um grau de acurácia maior. Das 68 vigas estudadas, 67 amostras (98,53% do total) apresentaram erro relativo menor que 30%. Enquanto apenas 1 amostra, apresentou erro maior que 30%, sendo esta uma amostra onde não há armação transversal. Contudo, observa-se, em contrapartida à assertividade deste modelo, que 6 vigas (8,82% do total) apresentaram uma estimativa de resistência maior do que a resistência real do elemento, estando contra a segurança. Apesar disto, nota-se que estes casos ocorreram com uma acurácia de tal

forma que os valores obtidos pelo modelo ultrapassaram por pouco a capacidade real do elemento, com exceção das amostras de ID SDU10 e SDU11, possivelmente devido às elevadas taxas de armadura transversal, como observado por Jensen *et al.* (2010).

O modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009), somado às contribuições da ACI 314 para cálculo da parcela do esforço cortante resistida pelo concreto, confere um modelo parecido com o modelo adaptado da NBR 6118 (2023). Assim como neste referido método, 100% dos resultados obtidos não ultrapassam a real capacidade de resistência do elemento circular. Além disso, observa-se que 16 vigas (23,53% do total) apresentam erro relativo menor que 30%. Assim, 52 amostras (76,47% do total) apresentaram erro maior que 30%.

Por fim, o modelo de Fiore *et al.* (2014) apresenta 64 amostras (94,12% do total) com erro relativo menor que 30%. Assim como o modelo de Merta (2007), apesar da acurácia satisfatória, observa-se em alguns resultados, que a capacidade de resistência estimada foi maior do que a capacidade real. Das 68 amostras, 11 (16,18% do total) apresentam resultados contra a segurança.

A Tabela 7 apresenta uma análise probabilística dos quatro modelos implementados no estudo, através do cálculo da média aritmética dos erros relativos obtidos em cada uma das 68 amostras.

Tabela 7: Média e Desvio padrão dos erros relativos de cada um dos modelos

Modelo analisado	Média (μ)
NBR 6118 (2023) (*)	39,87
Merta (2007)	16,43
Turmo, Ramos e Aparicio (2009) (*)	38,95
Fiore <i>et al.</i> (2014)	16,04

(*) Com as adequações propostas.

Fonte: Autor (2023)

Os modelos de adequação dos equacionamentos da NBR 6118 (2023) e de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) apresentam as menores acurácias. Sendo este último modelo ligeiramente mais preciso que o modelo de adaptação da norma brasileira. Ainda que sejam caracterizados como modelos conservativos, uma vez que os resultados em sua maior parte subestimam a real capacidade de resistência de elementos circulares, são

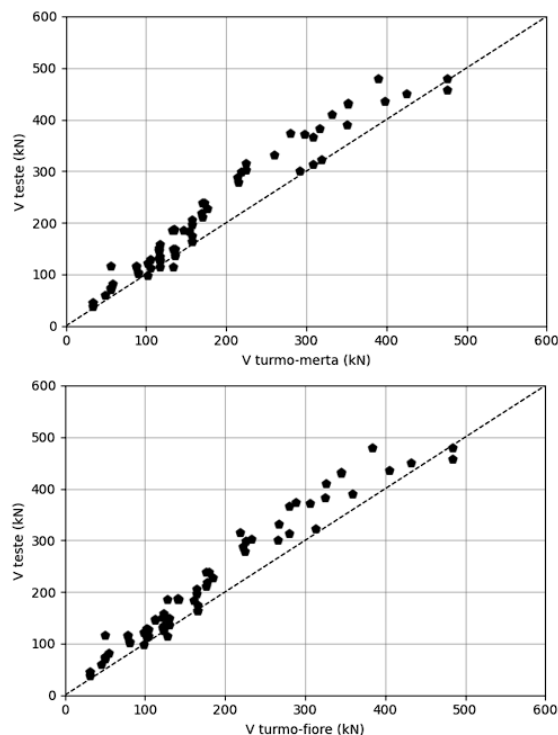
métodos que conduzem a resultados a favor da segurança. Esta observação reitera os estudos de Jensen *et al.* (2010) e Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012).

Uma vez que o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) carece de formulações para o cálculo da parcela do esforço cortante resistida pelo concreto, é possível realizar diferentes combinações deste modelo com outros da literatura. Na presente monografia, analisou-se a combinação deste modelo com as prescrições da ACI 314, a fim de contemplar esta referencia normativa no estudo comparativo. Contudo, uma outra possibilidade seria considerar a parcela do equacionamento de Fiore *et al.* (2014) que apresenta variáveis de resistência do concreto (ver Equação (36)). Ou ainda, os equacionamentos de Merta (2007) para o cálculo da parcela resistida pelo concreto.

$$V_c = 0,086185 D d \sqrt{f_{ck}} \left(1 + 56.2 \frac{A_{sl}}{Dd} \right). \quad (36)$$

Neste raciocínio, obtêm-se modelos mesclados que oferecem um grau maior de precisão para o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009). A Figura 29 é apresentada para ilustrar os gráficos dos resultados destes modelos quando combinados.

Figura 29: Gráfico dos modelos mesclados ao modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)



Fonte: Autor (2023)

Outrossim, os modelos de Merta (2007) e de Fiore *et al.* (2014) caracterizam-se como os modelos mais precisos, apresentando entre si ligeiras diferenças. A problemática observada por ambos os modelos diz respeito a superestimação da capacidade resistiva em algumas amostras. Contudo, em defesa destes modelos, é preciso levar em conta o procedimento usual de projeto de estruturas. É evidente que, em se tratando de testes realizados experimentalmente, o valor obtido da capacidade resistente da estrutura configura-se como o valor real. Ainda assim, uma vez que se trabalha com incertezas intrínsecas, é possível que hajam erros na realização do experimento que alterem a real capacidade de resistência à força cortante, como variabilidade da resistência dos materiais, defeitos de montagem, preparação inadequada das amostras, falhas de aderência, etc. De modo a contornar estas incertezas e promover projetos seguros, utilizam-se coeficientes de segurança para minorar as resistências características dos materiais e para majorar as solicitações atuantes na estrutura. Nesse sentido, a minoração da resistência dos materiais foi aplicada na implementação dos modelos propostos no estudo comparativo desta monografia. Isto pode conduzir a implicações, por exemplo, que tornam os modelos de Merta (2007) e Fiore *et al.* (2014) seguros, principalmente visto que os resultados envolvidos na problemática ultrapassam não muito a real capacidade resistiva do elemento circular.

Face ao exposto, os equacionamentos da NBR 6118 (2023) e o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009), ambos com as devidas adaptações do Método da Área da Seção Retangular Equivalente e da ACI 314, respectivamente, configuram-se como modelos indicados para análises mais conservadoras. De modo a contemplar resultados mais precisos, indicam-se os modelos de Merta (2007) e Fiore *et al.* (2014), onde estes apresentam ligeiras diferenças entre si. Ainda, é possível utilizar modelos mesclados com os equacionamentos de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) para gerar resultados tão precisos quanto os de Merta e Fiore *et al.*

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1. Conclusões

A presente monografia de conclusão de curso apresentou um panorama geral do estudo de vigas de seção transversal circular submetidas aos efeitos de esforços cisalhantes. No atual cenário brasileiro, observou-se que esta temática ainda não possui atenção suficiente, de modo que as orientações normativas não abordam equacionamentos ou sequer indicam metodologias simplificadas de projeto para estimar a capacidade resistiva destes elementos a força cortante. Por outro lado, internacionalmente, o tema já é debatido com alguma frequência. Desde 1965, estes elementos estruturais vêm sendo estudados e diferentes modelos experimentais e analíticos foram surgindo com o passar das décadas, assim como diferentes associações normativas passaram a implementar em seus documentos técnicos métodos para o cálculo do esforço cortante resistido por elementos circulares, ainda que de maneira simplificada.

Em contraste a este cenário otimista, foi possível observar, dentre a comunidade científica, que ainda não há um consenso acerca do modelo mais adequado para estimar a resistência de elementos circulares. Além disso, no contexto atual, ainda não é possível quantificar precisamente e completamente a influência das diferentes variáveis envolvidas no projeto destes elementos. Como consequência disto, os atuais métodos presentes nas literaturas acabam por apresentar certo grau de conservadorismo em seus resultados, quando não resultados que superestimam a real capacidade resistiva do elemento e atuam contra a segurança de projeto.

Nesse sentido, de forma a ampliar o conhecimento desta temática, o presente trabalho apresentou quatro métodos para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas circulares. De maneira a validar os modelos apresentados e estudar a acurácia de cada um deles individualmente, foi realizado um estudo comparativo entre estes métodos. Assim, foram estudadas 68 vigas de concreto armado com seção transversal circular, cujos dados experimentais foram retirados de diferentes literaturas.

O modelo intitulado de Método da Área da Seção Retangular Equivalente, contemplado em referências técnicas como a AASHTO e a BS 8100, mostrou-se uma ferramenta prática e de simples aplicação no âmbito de projeto. Ainda que possua a tendência de apresentar resultados que subestimem a real capacidade do elemento

estrutural, sobretudo para altas taxas de armadura transversal, confere um modelo seguro para projeto. Sua aplicação nos atuais equacionamentos da NBR 6118 (2023) é simples e poderia constituir um método simplificado a ser contemplado nos documentos técnicos brasileiros.

Acerca do modelo de Merta (2007), foram apresentados equacionamentos que consideram, para além dos componentes habituais de absorção de esforços, a influência de tensões de desvios. As formulações deste método indicaram resultados satisfatórios, que se sobressaem em relação aos métodos simplificados. No âmbito do projeto de estruturas, com a aplicação dos devidos coeficientes de segurança, este método pode ser utilizado para fornecer resultados precisos e que respeitam a segurança.

Além disso, foi apresentado o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009). Este método contemplou armações de geometrias circulares e espirais. Entretanto, não foi apresentada uma equação da parcela do esforço cortante absorvido pelo concreto, apenas da armadura transversal. Sendo assim, na presente monografia de conclusão de curso, discutiu-se sobre a viabilidade de mesclar este método com outros presentes na literatura, de modo a gerar diferentes métodos mistos, cada qual com sua particularidade de precisão. Somando-se as contribuições da ACI 314, o modelo gerado apresentou resultados parecidos com o Método da Área da Seção Retangular Equivalente aplicado à NBR 6118 (2023), sendo ligeiramente mais preciso que este. Outrossim, o trabalho apresentou duas sugestões, utilizando parte das formulações de Merta (2007) e Fiore *et al.* (2014) para suprir a carência de equações para V_c . Como resultado, foram observados resultados mais precisos e adequadamente satisfatórios.

Ainda, apresentou-se um modelo numérico para o cálculo do esforço cisalhante resistido pelos elementos circulares. Por meio de um modelo MOGA de Regressão Polinomial Evolutiva, Fiore *et al.* (2014) apresentam cinco equações diferentes para previsão da capacidade resistiva destes elementos. Por recomendação dos autores, escolheu-se para analisar nesta monografia uma das equações. Os resultados obtidos estão próximos daqueles encontrados pelo modelo de Merta (2007), porém apresentando uma média ligeiramente menor dos erros relativos observados em cada uma das 68 vigas. Dessa forma, sob o critério de precisão, o método de Fiore *et al.* apresenta os melhores resultados dentre os demais modelos estudados. Entretanto, tanto este modelo quanto o

de Merta, devem ser utilizados com cautela, sobretudo no que diz respeito aos resultados excepcionais que superestimam a capacidade resistiva do elemento.

Por fim, entende-se que as discussões levantadas neste trabalho de conclusão de curso, bem como a exploração dos métodos apresentados, servem como forma de propagar a temática, principalmente, no meio científico nacional. Tais orientações técnicas acerca do projeto de elementos de seção circular submetidos ao cisalhamento já poderiam estar contempladas na revisão mais recente da NBR 6118 (2023). No mínimo, já é possível adotar métodos simplificados que conduzem a resultados suficientemente seguros. Para métodos mais avançados, faz-se necessário um estudo mais apurado, que pode levar em consideração importantes embasamentos teóricos e analíticos apresentados pelas referências discutidas nesta monografia.

6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros e complementações deste, sugere-se a ampliação do escopo de estudo dos elementos circulares de maneira a contemplar seções vazadas. O trabalho de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) confere um pontapé inicial recomendado para o desenvolvimento de pesquisa nesta área. Ainda, este trabalho estimula o estudo da influência de armações em espiral, que é um outro tópico relevante a ser investigado. Outro viés a ser explorado é o estudo analítico e experimental do comportamento de resistência ao cisalhamento de pilares de geometria circular. Literaturas como Merta (2007) apresentam termos adicionais às equações já apresentadas, que contabilizam os esforços axiais envolvidos nestes elementos. Sendo assim, este e outros modelos podem ser utilizados para realização de um estudo comparativo com dados experimentais de pilares, objetivando o estudo da acurácia do modelo em referência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI COMMITTEE. Building code requirements for structural concrete (ACI 318) and commentary (ACI 318R). **American Concrete Institute**. Farmington Hills, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO LRFD Bridge Design Specifications**. Washington, 2007.

BALAKRISHNAN, B.; HUSSAIN, S.; MENON, D. Assessment of shear strength of circular reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, v. 113, n. 6, 2016.

BASTOS, P. S. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Notas de aula da disciplina Estruturas de Concreto I, do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2019.

BASTOS, P. S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. Notas de aula da disciplina Estruturas de Concreto II, do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2021.

BRITISH STANDARD INSTITUTION. Steel, concrete and composite bridges – Part 4: Code of practice for design of concrete bridges. **BS 5400: Part 4**. Londres, 1990.

BRITISH STANDARD INSTITUTION. Structural use of concrete part 1: Code of practice for design and construction. **BS 8110: Part 1**. Londres, 1985.

CAPON, M. J.; DE COSSIO, R. D. **Tensión diagonal em membros de concreto**. Ingeniería: órgano oficial de la Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, v. 35, p. 257, 1965.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CLARKE, J. L.; BIRJANDI, F. K. The behavior of reinforced circular sections in shear. **Structural Engineer**, v. 71, n. 5, p. 73-78. Inglaterra, 1993.

EUROPÉEN COMMISSION. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. **London: British Standard Institution**, 2004.

FELTHAM, I. Shear in reinforced concrete piles and circular columns. **Structural Journal**, v. 82, n. 11, 2004.

FIORE, A.; MARANO, G. C.; LAUCELLI, D.; MONACO, P. Evolutionary modeling to evaluate the shear behavior of circular reinforced concrete columns. **Advances in Civil Engineering**, 2014.

GHEE, A. B.; PRIESTLEY, M. J. N.; PAULAY, T. S. Shear strength of circular reinforced concrete columns. **Structural Journal**, v. 86, n. 1, p. 45-59, 1989.

GIUSTOLISI, O.; SAVIC, D. A. Advances in data-driven analyses and modelling using EPR-MOGA. **Journal of Hydroinformatics**, v. 11, n. 3-4, p. 225-236, 2009.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7. ed, São Paulo: Pearson, 2010.

INDIAN STANDARD. **IS 456**: Plain and reinforced concrete code of practice. New Delhi: Bureau of Indian Standards, 2000.

JENSEN, U. G.; HOANG, L. C.; JOERGENSEN, H. B.; FABRIN, L. S. Shear strength of heavily reinforced concrete members with circular cross section. **Engineering Structures**, v.32, n. 3, p. 617-626, 2010.

KAEFER, L. F. **A evolução do concreto armado**. São Paulo, v.43, 1998.

KIM, Y. J. **The shear response of circular concrete columns reinforced with high strength steel spirals**. 2000. Tese de Doutorado. Master thesis. Department of Civil Engineering. University of Toronto.

KHALIFA, J. U.; COLLINS, M. P. **Circular reinforced concrete members subjected to shear**. Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1981.

KOWALSKY, M. J.; PRIESTLEY, M. J. N. Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. **Structural Journal**, ACI, v. 97, n. 3, May-June, p. 388-396, 2000.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construção de concreto – Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**, v.1, Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1982, 305p.

MERTA, I. **Analytical Shear Capacity Model of RC Circular Cross-Section Members under Monotonic Load**. Doctoral Thesis. Vienna University of Technology, 2006.

MERTA, I. Shear strength model of reinforced concrete circular cross-section members. **Structural Engineering Mechanics and Computation** 3, A. Zingoni (ed.). Section 22, p. 493-494, 2007.

MERTA, I.; KOLBITSCH, A. **Shear area of reinforced concrete circular cross-section members**. 31st OUR WORLD IN CONCRETE & STRUCTURES: 16-17 Singapura, 2006.

ORR, J. J.; DARBY, A. P.; IBELL, T. J.; DENTON, S. R.; SHAVE, J. D. **Shear design of circular concrete sections using the Eurocode 2 truss model**. 2010.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P.; SARTORTI, A. L. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. Curso de Estruturas de Concreto. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

REGIS, P. **Resistência ao esforço cortante em peças de concreto armado com seção circular vazada**. Tese (Mestrado) – Engenharia Civil. Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia, Rio de Janeiro, 1990.

RUIZ, G.; TURMO, J.; RAMOS, G. **Estudio del comportamiento frente al esfuerzo cortante de pilas cilíndricas huecas para puentes**. Tesina UPC, 182pp. Barcelona, 2004.

TEIXEIRA, P. W. G. N.; MAFFEI, C. E. M.; GUAZZELLI, M. C. Resistência à força cortante de vigas de concreto armado com seção transversal circular. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 5, p.781-797, 2012.

TURMO, J.; RAMOS, G.; APARICIO, A. C. Shear truss analogy for concrete members of solid and hollow circular cross section. **Engineering Structures**, v. 31, n. 2, p. 455-465, 2009.

VAN ROSSUM, G.; DRAKE, F. L.; **Python 3 Reference Manual**. CreateSpace, Scotts Valley, CA. 2009.

VÖLGYI, I. WINDISCH, A. FARKAS, G. Resistance of reinforced concrete members with hollow circular cross-section under combined bending and shear – Part 1: Experimental Investigation. **Structural Concrete**, v. 15, n.1, p. 13-20, 2014.