

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM RECURSOS HÍDRICOS E SANEAMENTO



CLEBSON CARVALHO DE FARIAS

**RECONHECENDO EVENTOS HIDROLÓGICOS: INDISSOCIANDO MAGNITUDE
EXTREMA, DURAÇÃO E PERÍODO DE OCORRÊNCIA NA ANÁLISE DE
FREQUÊNCIA (RARIDADE)**

Maceió-AL

Março de 2022

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

F224r Farias, Clebson Carvalho de.
Reconhecendo eventos hidrológicos : indissociando magnitude extrema, duração e período de ocorrência na análise de frequência (raridade) / Clebson Carvalho de Farias. – 2022.
31 f. : il. color.

Orientador: Carlos Ruberto Fragoso Júnior.
Co-orientador: Christopher Freire Souza.
Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2022.

Bibliografia: f. 29-31.

1. Cópulas (Estatística matemática). 2. Indicadores de alterações hidrológicas. 3. Análise multivariada. 4. Teoria dos valores extremos. I. Título.

CDU: 556:519.237



Folha de Aprovação

CLEBSON CARVALHO DE FARIAS

Reconhecendo eventos hidrológicos: Indissociando magnitude extrema, duração e período de ocorrência na análise de frequência (raridade)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento, Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Recursos Hídricos e Saneamento.

Em: 31 /03 /2022

Documento assinado digitalmente
gov.br CARLOS RUBERTO FRAGOSO JUNIOR
Data: 29/06/2022 20:38:39-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Carlos Ruberto Fragoso Júnior
(Orientador - PPGRHS/ CTEC/UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br CHRISTOPHER FREIRE SOUZA
Data: 16/06/2022 08:56:05-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Christopher Freire Souza
(Coorientador – CTEC/UFAL)

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br MARLLUS GUSTAVO FERREIRA PASSOS DAS NEVES
Data: 24/06/2022 17:04:37-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Marllus Gustavo Ferreira Passos das Neves
(Examinador Interno – PPGRHS/ CTEC/UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br ANDREA SOUSA FONTES
Data: 22/06/2022 13:41:50-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Profa. Dra. Andrea Sousa Fontes
(Examinadora Externa à Instituição – UFRB)

RESUMO

Com a necessidade de se analisar os aspectos de eventos com métodos que apresentam menores incertezas, este trabalho tem como objetivo propor uma nova abordagem com o intuito de diminuir as incertezas nas análises de eventos hidrológicos considerando as diferentes variáveis de um evento como interdependentes, assim, obtendo mais informações sobre os eventos. O estudo foi aplicado na bacia do Rio São Francisco, a partir da estação de Xingó com os dados de vazões observadas fornecido pela Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF)/SAR da ANA, e as naturais reconstituída pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), os dados observados estão disponíveis no período de 1976-2018 e os dados naturais no período de 1931-2018. As análises de eventos consideram usualmente uma variável, magnitude máximas ou mínimas por ano. Atualmente o uso de funções cópulas vem aumentando em análise multivariada de eventos hidrológicos, pois, é sabido a necessidade de considerar mais informações sobre os eventos. No Indicadores de Alterações Hidrológicas (IHA), método para obter informações sobre alteração de um regime por ações antrópicas, são analisadas as frequências dos aspectos (agregação de variáveis) de um evento considerando as variáveis independentes. Contudo, neste trabalho, foi aplicado funções cópulas para analisar os aspectos (variável agregadora) de um evento considerando as suas variáveis como sendo dependentes. As variáveis vazão, duração e período de ocorrência são as escolhidas para este trabalho, e as distribuições marginais para cada variável, respectivamente, Generalizada de Pareto (GP), Pearson 3, e Von Mises (cheias) e Normal (estiagens). A cópula Gaussiana apresentou os melhores resultados nos testes de bondade de ajustes para modelar os eventos de cheias e estiagens, enquanto as cópulas arquimedianas tiveram resultados satisfatórias para os eventos de cheias e insatisfatórios para os eventos de estiagens. Uma nova abordagem para análise de alteração do regime hidrológica foi introduzida, assim, mostrando as alterações no regime de vazão do rio São Francisco.

Palavras-chaves: Cópulas, Indicadores de alterações hidrológicas, Análise de frequência multivariada, Análise de valores extremos.

ABSTRACT

With the need to analyze the aspects of events with methods that present fewer uncertainties. This work aims to propose a new approach in order to reduce the uncertainties in the analysis of hydrological events considering the different variables of an event as interdependent, thus obtaining more information about the events. The study was applied to the São Francisco River basin, the river of national integration that suffers from different anthropic actions, from the Xingó station with observed flow data provided by the Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF)/SAR of ANA, and natural data reconstituted by the Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), the data are available for the period 1976-2018 for observed data and 1931-2018 for natural data. Event analyses usually consider one variable, maximum or minimum magnitude per year. Currently, the use of copula functions is increasing in multivariate analysis of hydrological events, as it is known that it is necessary to consider more information about the events. In Hydrological Alteration Indicators (HAI), a method to obtain information about alteration of a regime by anthropic actions, the frequencies of the aspects (aggregation of variables) of an event are analyzed considering the independent variables. However, in this work, copula functions were applied to analyze the aspects (aggregating variable) of an event considering its variables as being dependent. The variables flow, duration and period of occurrence are the ones chosen for this work, and the marginal distributions for each variable, respectively, Generalized Pareto (GP), Pearson 3, and Von Mises (floods) and Normal (droughts). The Gaussian copula showed the best results in the goodness of fit tests for modeling the flood and drought events, while the Archimedean copulas had satisfactory results for the flood events and unsatisfactory results for the drought events. A new approach for hydrological regime change analysis was introduced, thus showing changes in the flow regime of the São Francisco River.

Keywords: Copulas, Indicators of hydrologic alteration (IHA), Multivariate frequency analysis; Extreme value analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Fluxograma para obtenção da função conjunta (cópula) e aplicações.	10
Figura 2 – Identificação das Variáveis de cada evento	13
Figura 3 – Localização da área de estudo, bacia do rio São Francisco	14
Figura 4 – Diagrama de Gantt dos dados observados e naturais.	15
Figura 5 – Hidrograma Natural: Dados utilizados em cada etapa.	15
Figura 6 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais: Utilizado na modelagem da função cópula.	16
Figura 7 – Hidrograma Natural: Dados utilizados em cada etapa.	17
Figura 8 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais: Eventos utilizados na análise de recorrência e alteração do regime	17
Figura 9 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados observa- dos: Dados utilizados na análise de recorrência e alteração do regime	18
Figura 10 – Gráficos da função de distribuição acumulada(CDF) dos eventos de cheias .	19
Figura 11 – Gráficos da função de distribuição acumulada(CDF) dos eventos de cheias .	20
Figura 12 – Gráfico de dispersão das pseudo-observações das variáveis de cheias e estiagens	21
Figura 13 – Dados de calibração e validação.	22
Figura 14 – Dados observados e simulados para diferentes funções cópulas	23
Figura 15 – QQ-Plot das funções cópula selecionadas para os eventos de cheias.	24
Figura 16 – Dados observados e simulados para diferentes funções cópulas	24
Figura 17 – QQ-Plot das funções cópula selecionadas para os eventos de estiagens.	25
Figura 18 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais e observados	27

TABELAS

Tabela 1 – Variáveis do IHA consideradas para o estudo.	11
Tabela 2 – Coeficientes de correlação das variáveis de cheias	20
Tabela 3 – Coeficientes de correlação das variáveis de estiagens	21
Tabela 4 – Testes de melhor ajuste e para as funções cópula selecionadas.	22
Tabela 5 – Testes de melhor ajuste e para as funções cópula selecionadas.	25
Tabela 6 – Comparação entre tempo de recorrência de alguns eventos entre os anos de 1994 e 2018	26

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	MATERIAIS E MÉTODOS	10
2.1	Indicadores de Alterações Hidrológicas	11
2.2	Cópulas	11
2.2.1	Cópulas Arquimedes	11
2.2.2	Cópula Gaussiana	12
2.2.3	Variáveis e suas distribuições marginais.	13
2.2.4	Bondade de ajuste	14
2.3	Caso de Estudo	14
2.3.1	Dados	15
2.3.2	Eventos de cheias e estiagens	16
3	RESULTADOS	19
3.1	Cópulas	19
3.1.1	Distribuições marginais dos eventos de cheias	19
3.1.2	Distribuições marginais dos eventos de estiagens	20
3.1.3	Estrutura de dependência entre variáveis	20
3.1.4	Dados de calibração e validação dos eventos de cheias e estiagens	21
3.1.5	Escolha do Modelo	22
3.1.5.1	Escolha do modelo para os eventos de cheias	22
3.1.5.2	Escolha do modelo para os eventos de estiagens	24
3.2	Análise de período de recorrência: Trivariado x Univariado	26
3.3	Análise de alteração do regime hidrológico a partir do tempo de retorno multivariado	27
4	DISCUSSÕES	28
5	CONCLUSÕES	29
	REFERÊNCIAS	30

1 INTRODUÇÃO

Com a necessidade de armazenar água para atender a demanda em período de estiagem, essa atividade de armazenamento, altera o regime de vazão do rio, fazendo com que os ecossistemas aquáticos sofram com essas alterações (POFF et al., 1997; BUNN; ARTHINGTON, 2002; GODINHO; SANTOS; SATO, 2003).

Existem vários métodos para caracterizar as alterações no regime de vazão, sendo os Indicadores de Alterações Hidrológicas (sigla no inglês IHA), método desenvolvido por Richter et al. (1996), o mais aplicado (OLDEN; POFF, 2003). IHA caracteriza eventos/regimes e suas alterações, a partir da percepção da relevância da magnitude, duração, frequência, período de ocorrência e forma dos eventos, para a manutenção dos ecossistemas aquáticos (SANTOS; SOUZA, 2015; SOJKA et al., 2016; FREDERICE et al., 2016). O método caracteriza-se pela investigação de regularidade e variabilidade anuais de aspectos. A consideração de janelas anuais para separação de eventos do regime em séries no IHA provavelmente se deu devido: à regularidade de fenômenos físicos (efeito da translação da Terra), da ação antrópica (calendário civil) e da agregação de análises independentes de variáveis que caracterizam eventos.

A análise de frequência de eventos teve avanços em diversas etapas, nas variáveis, dados, modelagem, estimação dos parâmetros e predição. Na etapa das variáveis, esses avanços destacam-se como são consideradas na análise, única (pico ou duração) (CUNNANE, 1979; LANG; OUARDA; BOBÉE, 1999; MARTINS; STEDINGER, 2001), agregação de variáveis (diferentes eventos; IHA) (RICHTER et al., 1996; OPPERMAN, 2006; SANTOS; SOUZA, 2015; SOJKA et al., 2016; FREDERICE et al., 2016), e variáveis agregadoras (atributos de eventos; funções cópulas) (FAVRE et al., 2004; SALVADORI; MICHELE, 2004; MICHELE et al., 2013; LI; ZHENG, 2016; TOSUNOGLU; SINGH, 2018).

A análise de eventos extremos é bastante utilizada na hidrologia, uma vez que determinada população pode sofrer algum tipo de dano por esses eventos. Os eventos extremos são usados para fornecer informações sobre estruturas hidráulicas, estratégias de proteção e gerenciamento dos recursos hídricos. Para realizar esta análise podemos considerar as máximas anuais, um evento por ano. Contudo, o uso de um único valor por ano pode levar à perda de informações importantes. Por exemplo, segundo pico de um ano qualquer pode ser mais relevante na análise de eventos de cheias que outros picos considerados em outros anos. Com isso, passou a ser avaliado o uso de séries de durações parciais (SDP). Nesse caso, os eventos passam a ser considerados a partir de um determinado limiar, onde a série de dados contém mais de um pico por ano. Esse tipo de análise apresenta bons resultados na estimativa de magnitudes para tempo de retorno maior que 10 anos (CUNNANE, 1973; LANG; OUARDA; BOBÉE, 1999; MARTINS; STEDINGER, 2001; GORDON, 2004; NAGHETTINI; PINTO, 2007).

Em muitos casos, essas análises consideram somente uma única variável, e.g. máximas

anuais ou séries de durações parciais, podendo, por exemplo, subestimar/superestimar um determinado evento (FAVRE et al., 2004; VOLPI et al., 2019). Assim, perdemos importantes informações práticas sobre os processos e suas consequências.

Os eventos de vazão podem ser considerados multivariados, onde observa-se as seguintes variáveis: pico, duração, período de ocorrência e volume. Neste contexto, funções cópulas são uma excelente alternativa para realizar análises multivariadas. Vários autores (FAVRE et al., 2004; SALVADORI; MICHELE, 2004; MICHELE et al., 2013; LI; ZHENG, 2016; TOSUNOGLU; SINGH, 2018) vêm aplicando funções cópulas em eventos hidrológicos com o objetivo de diminuir (e.g. Favre et al. (2004), Michele et al. (2013)) as incertezas apresentadas nos estudos.

O uso de cópulas (Farlie-Gumbel-Morgenstern, Frank e Clayton) na análise de riscos associados com vazões de pico em um ambiente de barragem, na análise de frequência, considerando que a análise multivariada produz menos incertezas. Fazendo-se com que o uso dessa abordagem apresente bons resultados em aplicações na hidrologia (FAVRE et al., 2004). Uma descrição geral para estudar o período de retorno dos eventos hidrológicos usando cópulas é apresentado por Salvadori e Michele (2004), fazendo uma avaliação sobre os riscos hidrológicos e como as análises univariada fornece uma sub/superestimação dos riscos associados.

A análise de frequência multivariada pra eventos de secas usando cópulas Archimedean e de sobrevivência, assim introduzindo novas ferramentas metodológicas para extrair mais informações a partir dos dados disponíveis, foi abordada por Salvadori e Michele (2015). As estruturas de dependência dos eventos de cheias são modelados para fazer simulações estocásticas dos eventos aplicando cópula de entropia, e comparação entre cópula de entropia e outros tipos de cópulas mais populares. A cópula de entropias apresentou bons resultados na simulação trivariada de inundação (LI; ZHENG, 2016).

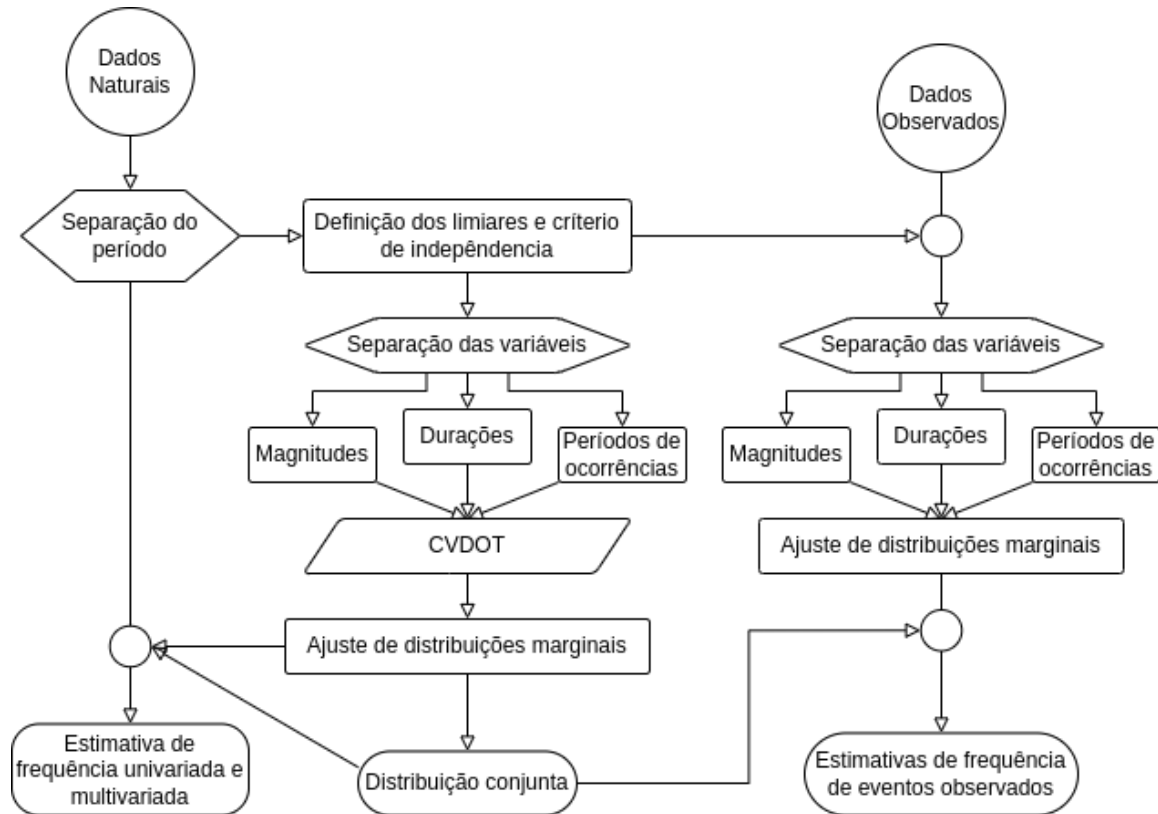
As variáveis analisadas no método IHA são avaliadas de forma independente, assim, perdendo informações importantes sobre os eventos, eventos com os mesmos valores de picos e diferentes durações serem considerados iguais (FAVRE et al., 2004; VOLPI et al., 2019). Será aplicado a função cópula da família elíptica, nas variáveis dos aspectos de magnitude, duração e período de ocorrência do método IHA.

Esse trabalho tem como objetivo, analisar a diferença de percepção de raridades (recorrência) de eventos históricos com o uso de funções cópulas nas variáveis que pertence aos aspectos de magnitude, duração e período de ocorrência do IHA e realizar uma nova abordagem para caracterizar as alterações hidrológicas.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho está dividido em duas etapas: a primeira envolve a análise de frequência usando funções cópulas, e a segunda envolve o uso de cópulas para analisar as mudanças no regime hidrológico. No fluxograma, figura 1, mostra uma visão geral deste trabalho.

Figura 1 – Fluxograma para obtenção da função conjunta (cópula) e aplicações.



Fonte – Autor, 2022

Primeiro, separamos as séries temporais de dados naturais em duas novas séries, que foram depois utilizadas na modelagem e na análise de frequências. Na modelagem da função cópula consideram-se quatro passos: o primeiro é a configuração da série parcial, o segundo é a separação das variáveis para cada evento, o terceiro é o ajuste das distribuições marginais, e o quarto é a obtenção da melhor função cópula que representa os eventos.

Com o conhecimento da melhor função cópulas, estima-se os períodos de recorrências multivariada dos eventos da série que separamos para a análise de frequência. Os períodos de recorrências multivariadas são comparadas com os períodos de recorrências univariadas.

Com as configurações para gerar as séries parciais dos dados naturais, utilizar estas configurações para obter as séries parciais dos dados observados. Em seguida aplica-se as etapas de separação das variáveis e estimativas das probabilidades acumuladas de cada variável para cada evento, após essas etapas, estima-se as frequências conjunta dos eventos observados.

2.1 Indicadores de Alterações Hidrológicas

O IHA é uma metodologia para caracterizar alteração do regime hidrológico, método que contém 33 variáveis eco-hidrológicas distribuídas em 5 categorias. O método IHA, utiliza dados de vazão pré e pós-impactos, as séries de dados podem ser observados/modelados. Para este estudo, consideramos as variáveis dos aspectos de magnitude, duração e período de ocorrência (RICHTER et al., 1996). O Quadro 1, apresenta mais detalhes sobre as variáveis.

Tabela 1 – Variáveis do IHA consideradas para o estudo.

Aspectos	Justificativas	Variáveis
Magnitude	Mede a disponibilidade de habitat e define seus atributos.	- Máximas de cada evento de cheia; - Mínimas de cada evento de estiagem;
Duração	Determina se uma fase de vida pode ser completada ou o grau de estresse.	- Quantidade de dias de cada evento de cheia; - Quantidade de dias de cada evento de estiagem;
Período de Ocorrência	Determina se requisitos específicos de cada fase de vida são atendidos.	- Dia Juliano de início de cada evento de cheia; - Dia Juliano de início de cada evento de estiagem.

2.2 Cópulas

A seguir descrevemos as diferenças das principais famílias de funções cópulas Arquimedes e Elípticas. As cópulas da família Arquimedes descritas aqui, são, Clayton, Frank e Gumbel, e a cópula da família Elíptica descrita é Gaussiana. O ganho ao usar funções cópulas é na agregação de informações na análise do eventos que seriam ignorados utilizando distribuições univariadas, bem como um desenvolvimento mais simples do que as distribuições multivariadas definidas a partir de distribuições univariadas.

2.2.1 Cópulas Arquimedes

As cópulas bivariadas de Arquimedes são dadas pela seguinte equação:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \begin{cases} \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2) + \varphi(u_3)) & \text{se } (\varphi(u_1) + \varphi(u_2) + \varphi(u_3)) \leq \varphi(0) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.1)$$

Elas apresentam várias propriedades (C pode ser simétrico, associativo). Esse tipo de cópula foi aplicado usando variáveis hidrológicas (FAVRE et al., 2004; SALVADORI; MICHELE, 2004; CHEN; GUO, 2019). Onde φ é a função de gerador de função cópula, u_1 e u_2 são funções

de distribuições marginais, $u \in [0, 1]$. A cópula de Arquimedes, dependendo do resultado do gerador de cópulas, pode-se assumir diferentes funções cópulas. Essas funções são as seguintes:

Cópula Clayton:

$$\varphi = t^{-\alpha} - 1 \quad (2.2)$$

$$C(u_1, u_2, u_3) = (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} + u_3^{-\alpha} - 2)^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (2.3)$$

Cópula Gumbel:

$$\varphi = (-\ln t)^\alpha \quad (2.4)$$

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp\{-[(-\ln u_1)^\alpha + (-\ln u_2)^\alpha + (-\ln u_3)^\alpha]\} \quad (2.5)$$

Cópula Frank:

$$\varphi = \ln \left(\frac{e^{\alpha t} - 1}{e^\alpha - 1} \right) \quad (2.6)$$

$$C(u_1, u_2, u_3) = \frac{-1}{\alpha} \ln \left(1 + \frac{\prod_{i=1}^3 (e^{-\alpha u_i} - 1)}{(e^{-\alpha} - 1)^2} \right) \quad (2.7)$$

onde α é o parâmetro de dependência. Em cópulas Arquimedes, o cálculo para o parâmetro de dependência a partir do Kendall's tau (τ) é simplificado por Favre et al. (2004). Onde $\hat{\alpha}_C = \frac{2\tau}{1-\tau}$ e $\hat{\alpha}_G = \frac{1}{1-\tau}$, para cópulas Clayton e Gumbel, respectivamente.

2.2.2 Cópula Gaussiana

A Cópula Gaussiana é membro da família das cópulas elípticas, sendo uma cópula muito utilizada em aplicações práticas (FAVRE et al., 2004). Cópulas Gaussianas possuem algumas vantagens na análise de cheias, pois permite de forma simplificada uma análise com maiores dimensões comparadas a outras funções cópulas. A cópula Gaussiana pode ser ajustada diretamente aos eventos de trivariada, ao mesmo tempo que, as cópulas Arquimedes apresentam problemas quando o número de variáveis for superior a duas (RENARD; LANG, 2007). A cópula Gaussiana é definida a seguir:

$$C(u_1, \dots, u_p; \rho) = \phi_\rho(\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_p)) \quad (2.8)$$

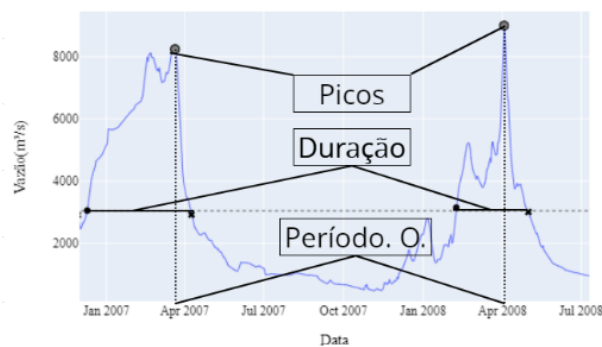
onde ϕ_p é a distribuição normal padronizada com matriz de correlação ρ . a matriz ρ é simétrica, positiva e com $diag\rho = 1$, (FAVRE et al., 2004; TOSUNOGLU; SINGH, 2018).

$$\int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{e^{-\frac{1}{2}t'\rho^{-1}t}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|\rho|^{\frac{1}{2}}} dt_3 \dots dt_1 \therefore \rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.2.3 Variáveis e suas distribuições marginais.

As variáveis consideradas dos aspectos de magnitude, duração e período de ocorrência do IHA foram apresentadas no Quadro 1, sendo essas representadas no hidrograma da Figura 2. Os dados de duração foram modelados com a distribuição de probabilidade Pearson III. Os dados de magnitudes das séries de durações parciais, é melhor representada pela distribuição de probabilidade Generalizada de Pareto (LANG; OUARDA; BOBÉE, 1999; NAGHETTINI; PINTO, 2007). Para os dados de período de ocorrências, foram utilizadas duas distribuições de probabilidade: Von-Mises para os dados dos eventos de cheias e Normal para os dados dos eventos de estiagens. Previamente os dados de período de ocorrência foram transformado usando o estatística direcional, para mais detalhes ver (CHEN; GUO, 2019).

Figura 2 – Identificação das Variáveis de cada evento



Fonte – Autor, 2022

As distribuições marginais foram ajustadas pelo o método de momentos-L (ML). O método ML é similar aos momentos convencionais, sendo menos sensível a outliers em relação a outros métodos, retornando parâmetros com bons ajustes para dados assimétricos e pequenas amostras (MARTINS; STEDINGER, 2001; BEZAK; BRILLY; ŠRAJ, 2014).

O período de recorrência multivariado pode ser calculado a partir das equações 2.10 e 2.11 (SALVADORI; MICHELE, 2004; RENARD; LANG, 2007; CHEN et al., 2013). A equação 2.10 estima o período de recorrência onde qualquer variável pode ser superado e a equação 2.11 estima o período de retorno de forma condicional (TOSUNOGLU; SINGH, 2018).

$$T_{X,Y,Z}^V = \frac{\mu_T}{1 - C(F_X(x), G_Y(y), H_Z(z))} \quad (2.10)$$

$$T_{(X|Y \leq y, Z \leq z)} = \frac{\mu_T}{1 - \frac{C(F_X(x), G_Y(y), H_Z(z))}{C(G_Y(y), H_Z(z))}} \quad (2.11)$$

2.2.4 Bondade de ajuste

Existem vários métodos para determinar qual a função cópula que melhor representa os eventos; estes métodos são classificados como métodos gráficos e estatísticos. Para este estudo, foi aplicado o teste estatístico de Cramér-von Mises (GENEST; RÉMILLARD; BEAUDOIN, 2009). Esse teste é expresso pela equação 2.12. A partir dos teste de bondade de ajuste, consegue-se identificar qual função cópula descreve melhor a dependência entre as variáveis dos eventos.

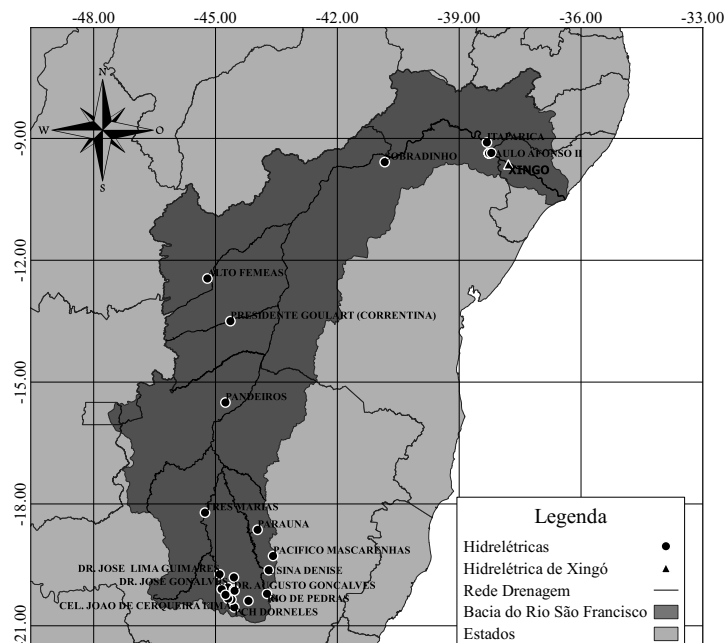
$$S_n = \sum_{i=1}^n \left\{ C_n \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) - C_\theta \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad (2.12)$$

onde C_n é a função cópula empírica e C_θ é a função cópula teórica.

2.3 Caso de Estudo

A bacia hidrográfica do Rio São Francisco possui uma área de aproximadamente 630.000 km^2 e o seu canal principal possui uma extensão de 3.200 km. Na figura 3, podemos observar a quantidade de barragens de grande porte existentes a partir da nascente à foz. As estações consideradas para esse estudo encontra-se a jusante da hidrelétrica de Xingó, última barragem existente na calha do rio principal, localizada no baixo São Francisco, entre os estados de Alagoas e Sergipe.

Figura 3 – Localização da área de estudo, bacia do rio São Francisco

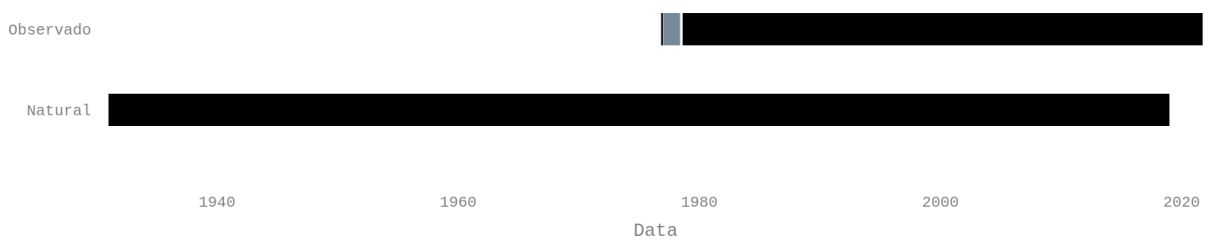


Fonte – Autor, 2022

2.3.1 Dados

Os dados obtidos são da estação fluviométrica localizada nas proximidades da Hidrelétrica de Xingó ($9^{\circ} 37' S$, $37^{\circ} 47' W$). Esses dados possuem duas fontes, os dados de vazões naturais reconstituídas, fornecida pela ONS, com um período disponível de 87 anos (1931-2018), e os dados de vazões observadas, fornecidas pela CHESF e SAR-ANA, com um período disponível de 45 anos (1976-2021). De acordo com o diagrama de Gantt, a mudança de cores no gráfico representa a ocorrência de falhas, figura 4, o período comum sem falhas é de 40 anos (1978-2018).

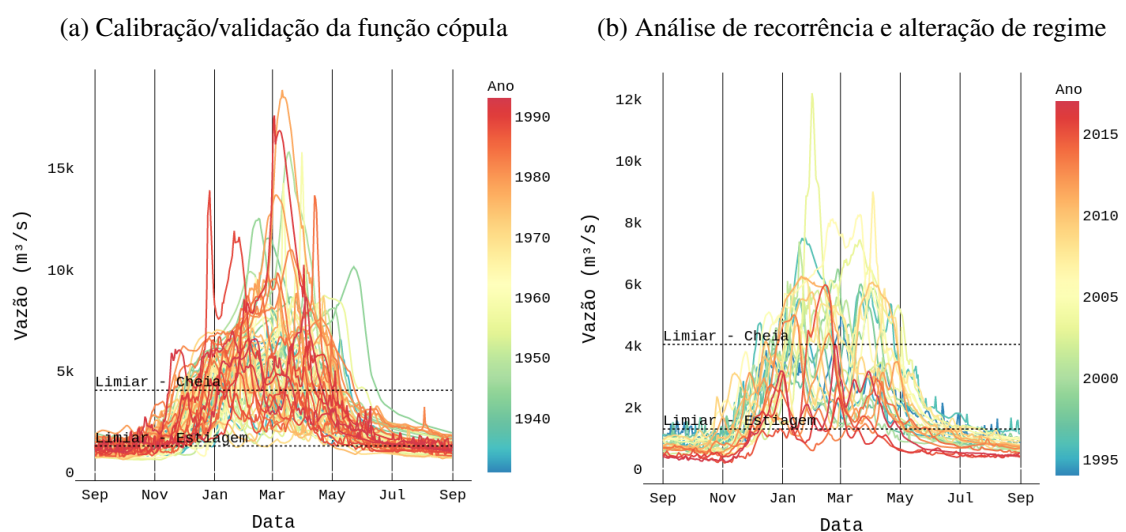
Figura 4 – Diagrama de Gantt dos dados observados e naturais.



Fonte – Autor, 2022

Foram utilizados os dados naturais para calibrar e validar a função cópula; o período de calibração e validação decorreu entre 01/09/1931 e 31/08/1994. O método de seleção de dados de validação foi realizado de forma aleatória e sem reposição, tendo sido escolhidos 25% dos eventos de cheias e estiagens.

Figura 5 – Hidrograma Natural: Dados utilizados em cada etapa.



Fonte – Autor, 2022

O período considerado para a análise de frequência e alteração de regime foi o ano de início de operação da usina hidrelétrica de Xingó e o mês de início do ano hidrológico, 1994

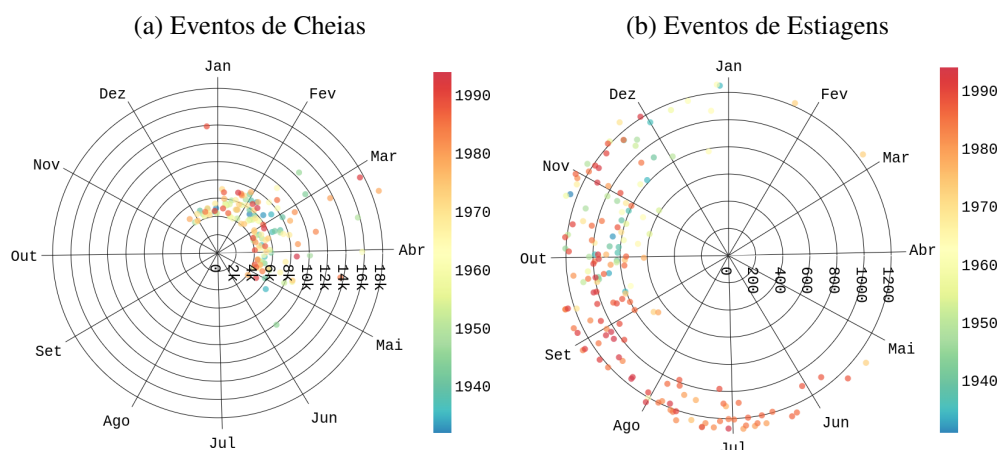
e setembro, respectivamente. Assim, o intervalo considerado na análise foi entre as datas de 01/09/1994 e 31/08/2018, como podemos observar na figura 5.

Os critério de independência e o valor do limiar para a selecionar os eventos que compõem a série de duração parcial, foi respectivamente, o teste para o coeficiente de autocorrelação lag1 e lag2 (Miquel 1984, apud LANG; OUARDA; BOBÉE, 1999), e quantil 75^o para os eventos de cheias e o quantil 25^o para os eventos de estiagens.

2.3.2 Eventos de cheias e estiagens

Com base nas características mencionadas para a construção da série de durações parciais, 142 eventos de cheias e 168 eventos de estiagens foram selecionados, estes eventos são utilizados na modelação da função cópula.

Figura 6 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais: Utilizado na modelagem da função cópula.



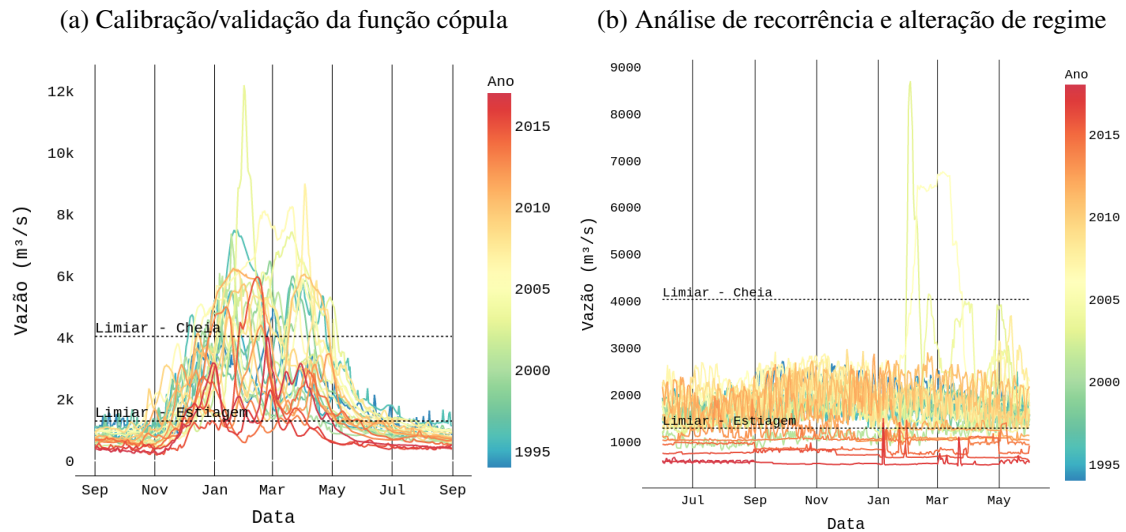
Fonte – Autor, 2022

De acordo com a figura 6, podemos distinguir a distribuição desses eventos ao longo dos meses do ano e também a evolução das magnitudes ao longo das décadas. Os eventos de cheias ocorreram em um intervalo distinto, entre os meses de dezembro e junho, já alguns eventos de estiagens ocorrerem fora do intervalo com maior frequência, entre os meses de junho e dezembro.

A partir do período considerado para análise do tempo de recorrência, 01/09/1994 à 31/08/2018, foram selecionados 40 eventos de cheias. A figura 7 mostra o hidrograma anual e os limiares definidos a partir dos dados utilizados para a modelagem.

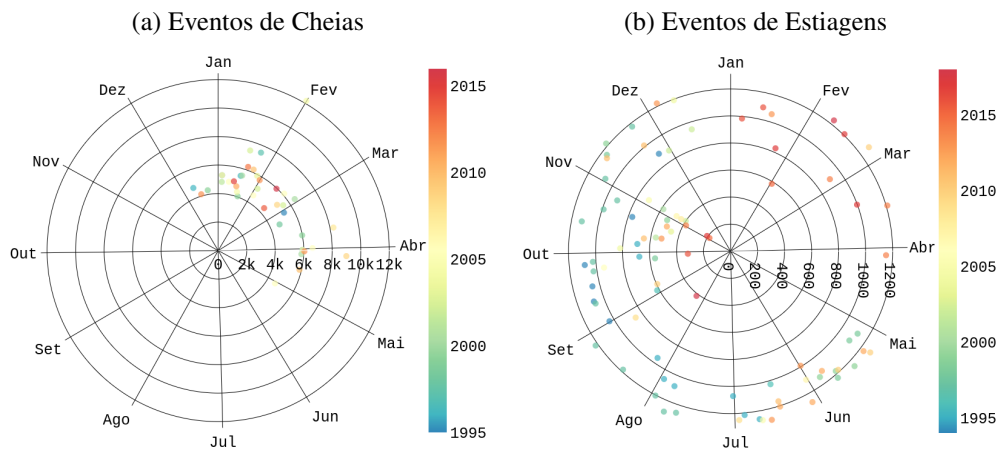
Os eventos de cheias selecionados mantiveram-se no mesmo intervalo que os eventos aplicados na modelagem, entre Dezembro e Junho, contudo os eventos de estiagens não apresentaram um período do ano com maior frequência, os eventos de estiagem são vistos em qualquer parte do ano.

Figura 7 – Hidrograma Natural: Dados utilizados em cada etapa.



Fonte – Autor, 2022

Figura 8 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais: Eventos utilizados na análise de recorrência e alteração do regime

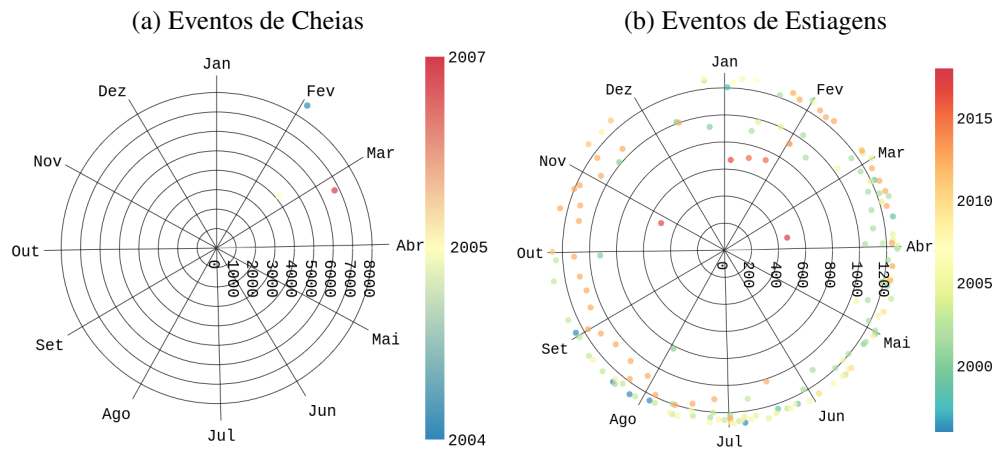


Fonte – Autor, 2022

Aplicando as definições da série de durações parciais natural para obtenção da série de durações parciais dos dados observado, foram selecionados 3 eventos de cheias e 163 eventos de estiagens. Na figura 8, podemos ver como estes eventos são distribuídos ao longo do ano, bem como o ano de ocorrência. Também podemos ver uma pequena variação de cores no gráfico dos eventos de estiagens.

Na primeira etapa deste trabalho, foi explorado as diferenças na percepção da raridade (recorrência) dos eventos históricos, com o objetivo de identificar quais são as mudanças na estimativa de tempo de retorno do evento aplicando funções cópulas. Na segunda etapa, a partir do conhecimento obtido na primeira etapa, utilizando funções copulas para mais informações

Figura 9 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados observados: Dados utilizados na análise de recorrência e alteração do regime



Fonte – Autor, 2022

sobre as variáveis existentes nos aspectos da IHA, com o objetivo de analisar as alterações de regime hidrológico considerando as variáveis dos eventos de forma dependente.

3 RESULTADOS

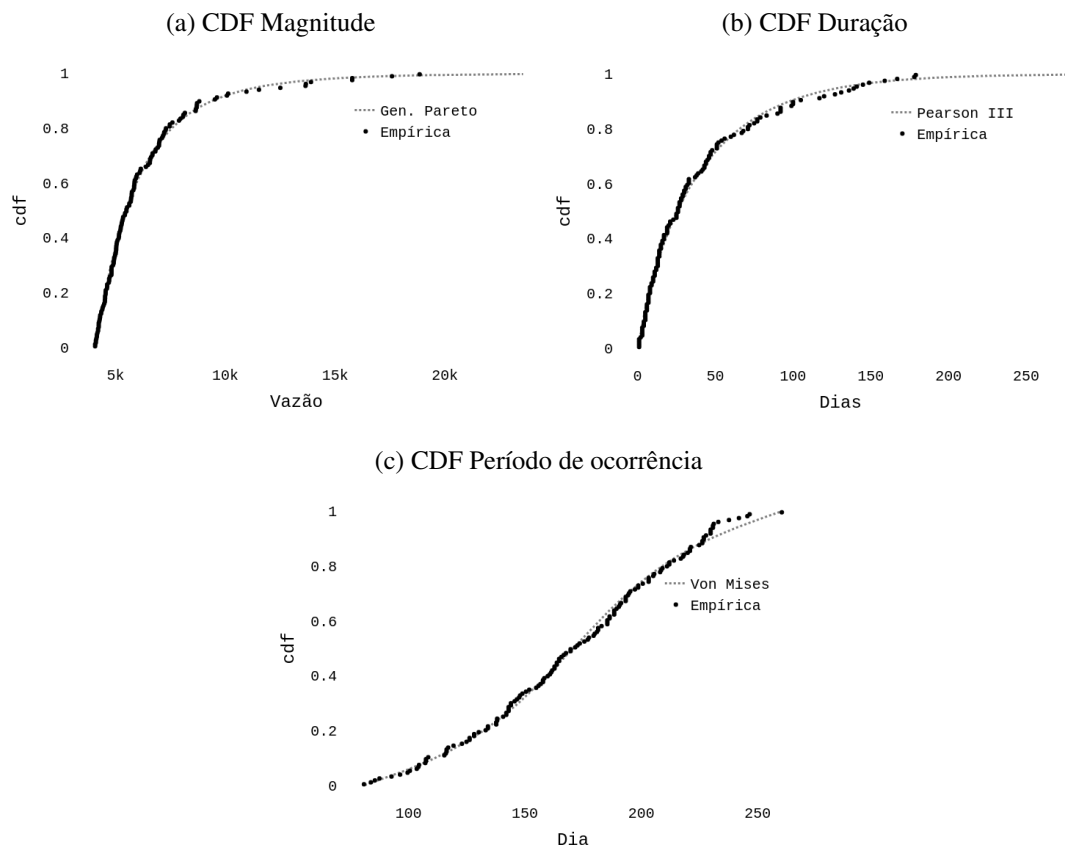
3.1 Cópulas

Como uma das vantagens das funções cópulas é a independência na escolha das distribuições marginais; as distribuições marginais escolhidas para compor a função copula são: Pareto Generalizado (GP) para ajustar aos dados de magnitudes, Pearson III para ajustar aos dados de duração, e Von-Mises e Normal para ajustar aos dados de período de ocorrência.

3.1.1 Distribuições marginais dos eventos de cheias

Na figura 10, apresentam-se os gráficos de distribuição acumulada teórica e empírica das diferentes variáveis. As distribuições acumuladas empíricas foram obtidas através da equação de Gringorten (NAGHETTINI; PINTO, 2007). Os valores dos parâmetros da distribuição GP são, forma(κ) = 0,19, localização(β) = 4112,91 e escala(α) = 1835,72. Os parâmetros da distribuição Pe3 são, forma(κ) = 2,25, localização(β) = 40,5 e escala(α) = 44,57. Os parâmetros da distribuição Von-Mises são, forma(κ) = 0,56, localização(β) = 170,67 e escala(α) = 28,58.

Figura 10 – Gráficos da função de distribuição acumulada(CDF) dos eventos de cheias

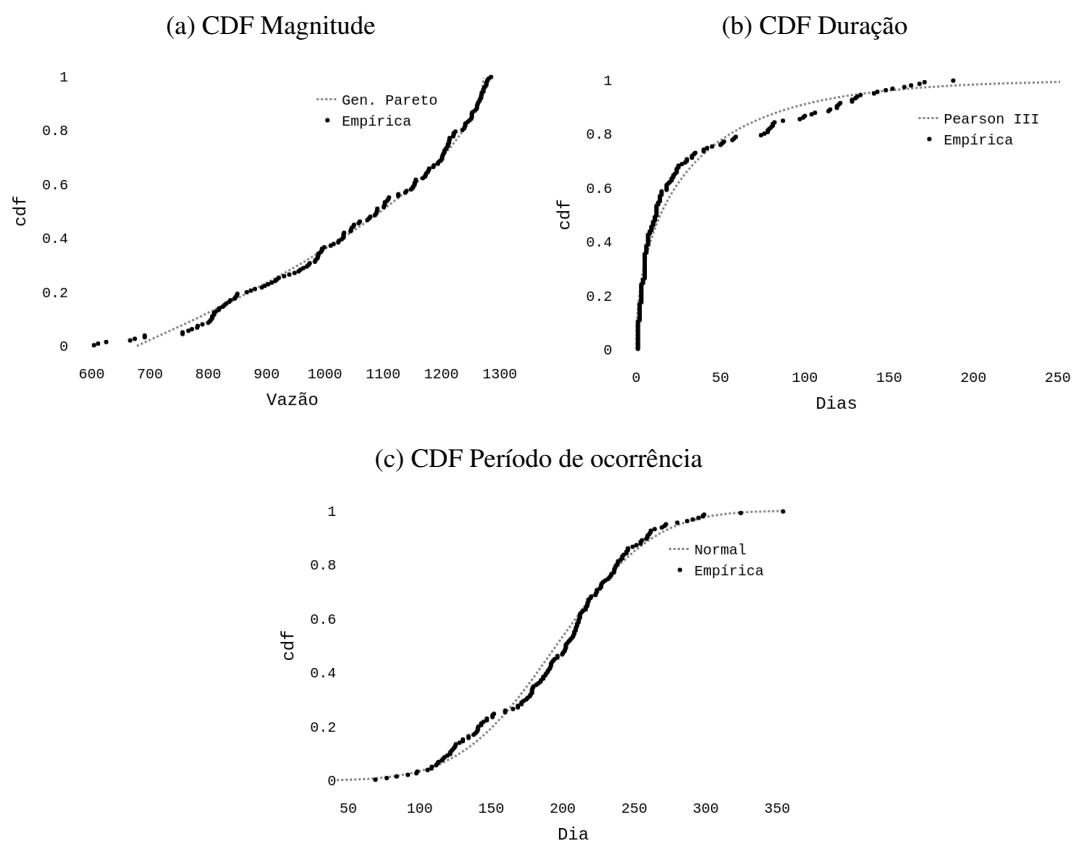


Fonte – Autor, 2021

3.1.2 Distribuições marginais dos eventos de estiagens

Os valores dos parâmetros da distribuição GP são, forma(κ) = -1,7621, localização(β) = 676,7939 e escala(α) = 1049,6380. Os parâmetros da distribuição Pe3 são, forma(κ) = 2,953, localização(β) = 34,1905 e escala(α) = 50,5638. Os parâmetros da distribuição Normal são, localização(β) = 195,5154 e escala(α) = 52,7259.

Figura 11 – Gráficos da função de distribuição acumulada(CDF) dos eventos de cheias



Fonte – Autor, 2021

3.1.3 Estrutura de dependência entre variáveis

Tabela 2 – Coeficientes de correlação das variáveis de cheias

Coeficiente	Magnitude x Duração	Magnitude x Período	Duração x Período
Kendall	0,787	0,164	0,117
Spearman	0,941	0,232	0,155
Pearson	0,944	0,221	0,153

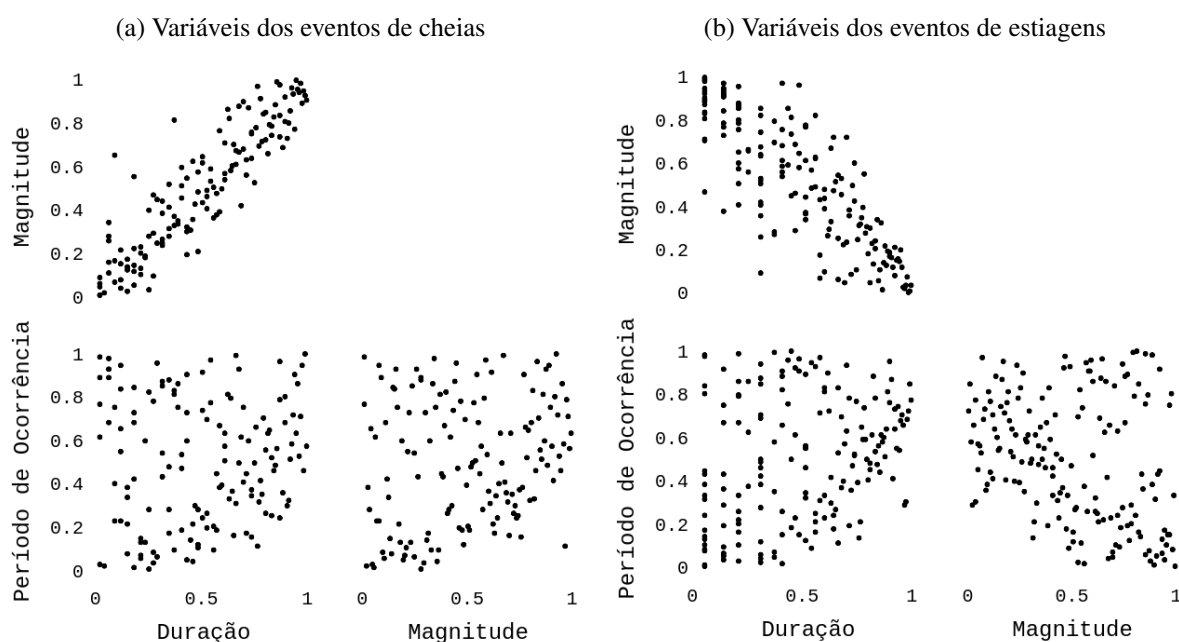
A estrutura de dependência entre as variáveis foi investigada após a modelagem dos dados de cada variável com as suas respectivas distribuições marginais, onde aprendemos sobre os seus comportamentos estatísticos. Nas tabelas (2 e 3) estão os valores dos coeficientes de correlação de Kendall, Spearman e Pearson das variáveis de cheias e estiagens.

Tabela 3 – Coeficientes de correlação das variáveis de estiagens

Coeficiente	Magnitude x Duração	Magnitude x Período	Duração x Período
Kendall	-0,624	-0,280	0,215
Spearman	-0,799	-0,394	0,307
Pearson	-0,784	-0,408	0,297

A figura 12 ilustra um gráfico de dispersão das pseudo-observações das variáveis de cheias e estiagens. O gráfico revela uma boa correlação entre as variáveis de magnitude e duração, com uma correlação positiva e negativa para as variáveis de cheias e estiagens, respectivamente. Já para a variável de período de ocorrência e as outras variáveis, mostra um baixo relacionamento.

Figura 12 – Gráfico de dispersão das pseudo-observações das variáveis de cheias e estiagens

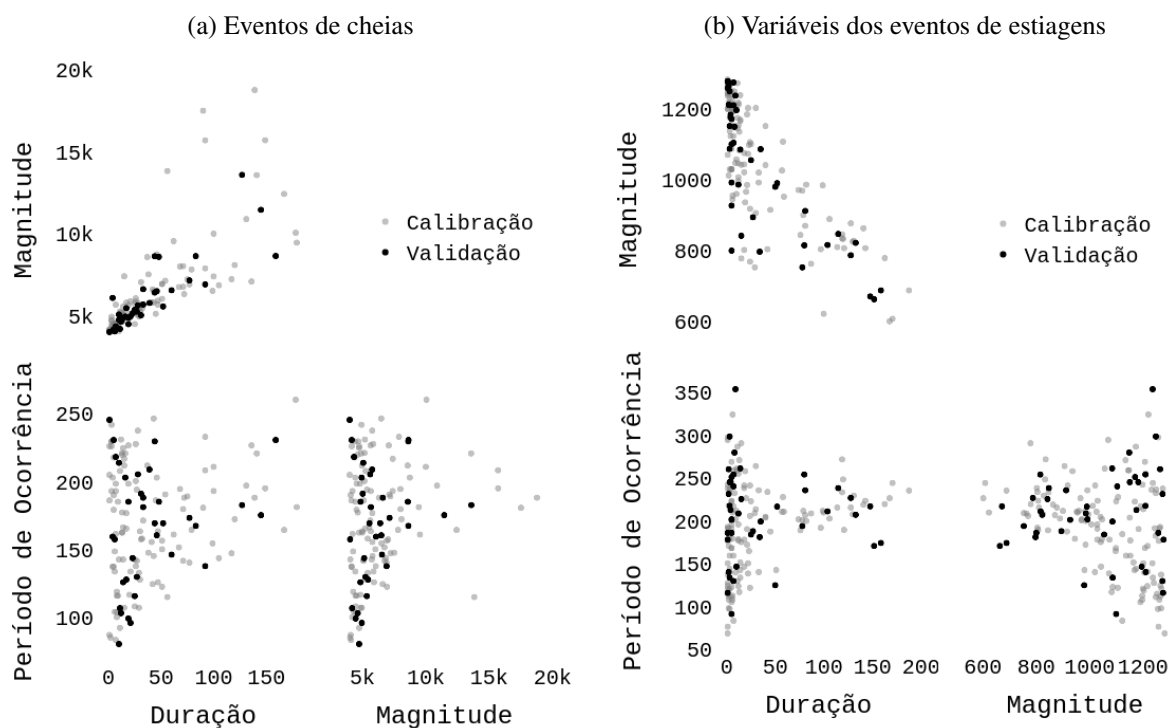


Fonte – Autor, 2022

3.1.4 Dados de calibração e validação dos eventos de cheias e estiagens

Os conjuntos de dados de validação incluíram 51 eventos de cheias e 55 eventos de estiagens, enquanto que os conjuntos de dados de calibração incluíram 155 eventos de cheias e 165 eventos de estiagens. A figura 13 representa os eventos de calibração e validação, e podemos ver que os dados de calibração têm uma cobertura adequada sobre os dados de validação.

Figura 13 – Dados de calibração e validação.



Fonte – Autor, 2022

3.1.5 Escolha do Modelo

Foram avaliadas 4 funções cópulas para os eventos de cheias e 2 cópulas para os eventos de estiagens. As cópulas aplicadas nos eventos de cheias foram, Frank, Clayton, Gumbel e Gaussiana, e para os eventos de estiagens foram, Gumbel e Gaussiana.

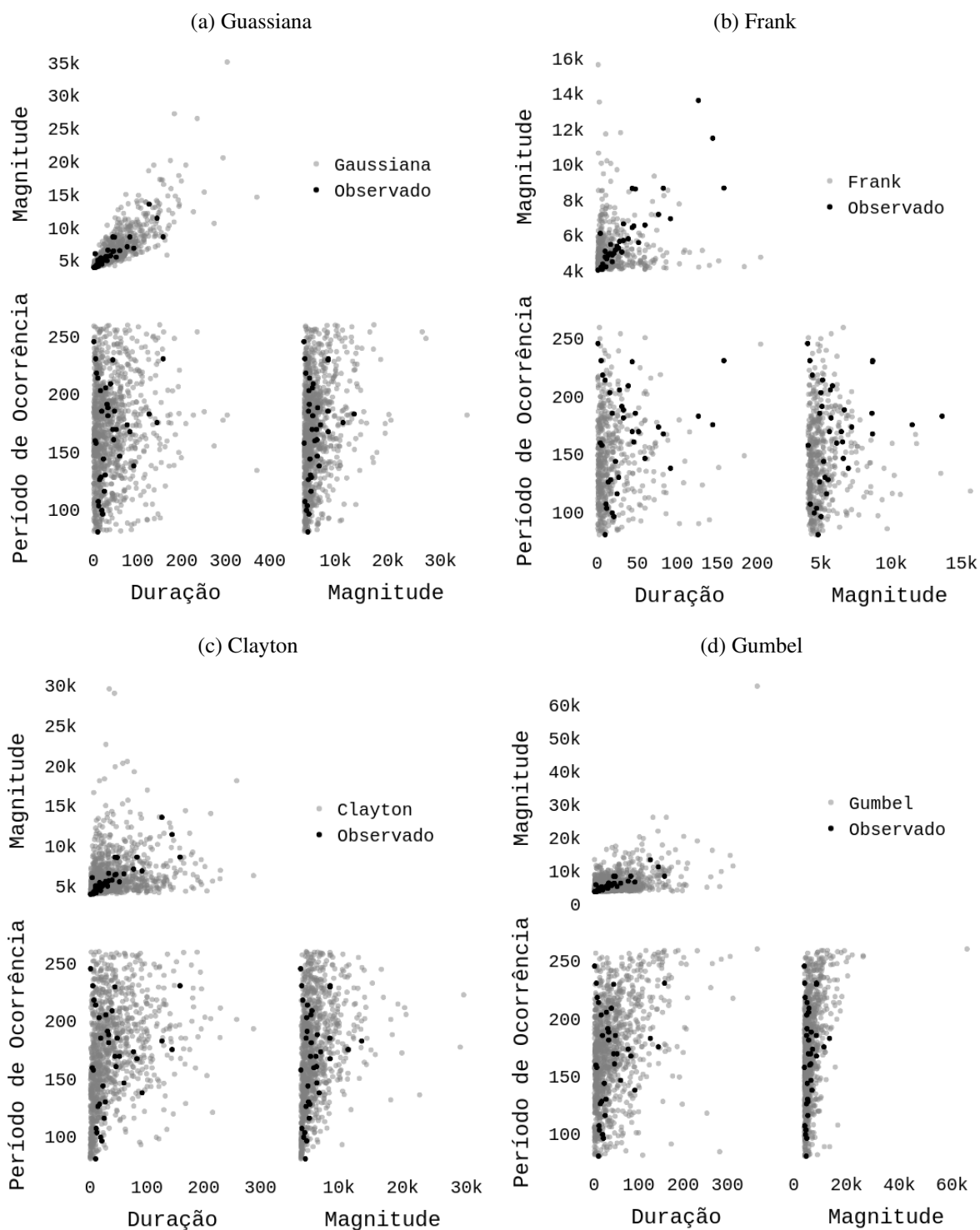
3.1.5.1 Escolha do modelo para os eventos de cheias

A figura 14 representa os dados sintéticos com 1000 simulações em comparação com os dados observados. Com o intuito de obter uma comparação numérica da qualidade de ajuste, aplicamos o teste de Crámer-von Mises, uma vez que Genest e Favre (2007) aplicou esse teste em cópulas bivariadas. Na tabela 4 mostra esses valores e a figura 15 plota os valores da CDF dos dados observados, estimados a partir da cópula empírica e teórica.

Tabela 4 – Testes de melhor ajuste e para as funções cópula selecionadas.

Cópula	S_n
Gaussiana	0,0222
Fank	0,0704
Clayton	0,0353
Gumbel	0,0622

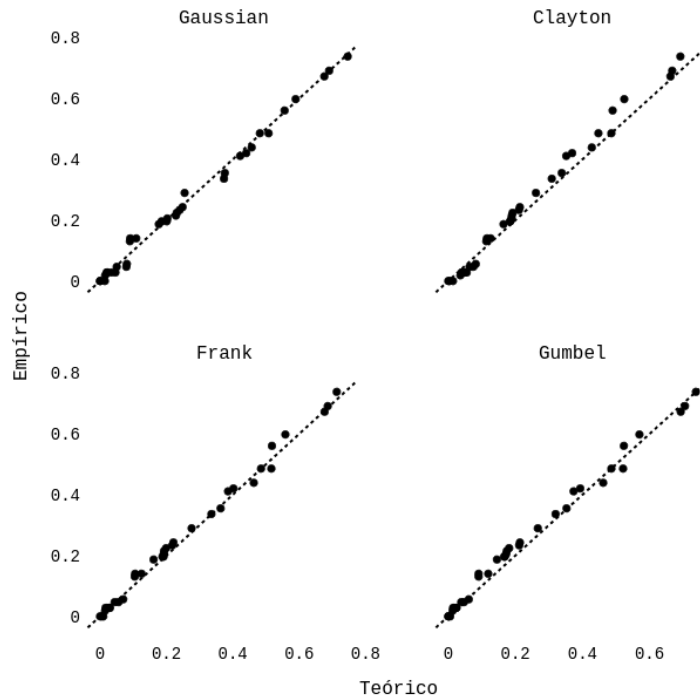
Figura 14 – Dados observados e simulados para diferentes funções cópulas



Fonte – Autor, 2022

De acordo com a figura 15 e a tabela 4, as cópulas Gaussiana e Clayton, apresentaram um melhor ajuste em relação as cópulas Frank e Gumbel. Mas Gaussiana apresentou um melhor resultado no teste de Crámer-von Mises, sendo assim, a cópula Gaussiana foi selecionada como a cópula que melhor representa os eventos de cheias.

Figura 15 – QQ-Plot das funções cópula selecionadas para os eventos de cheias.

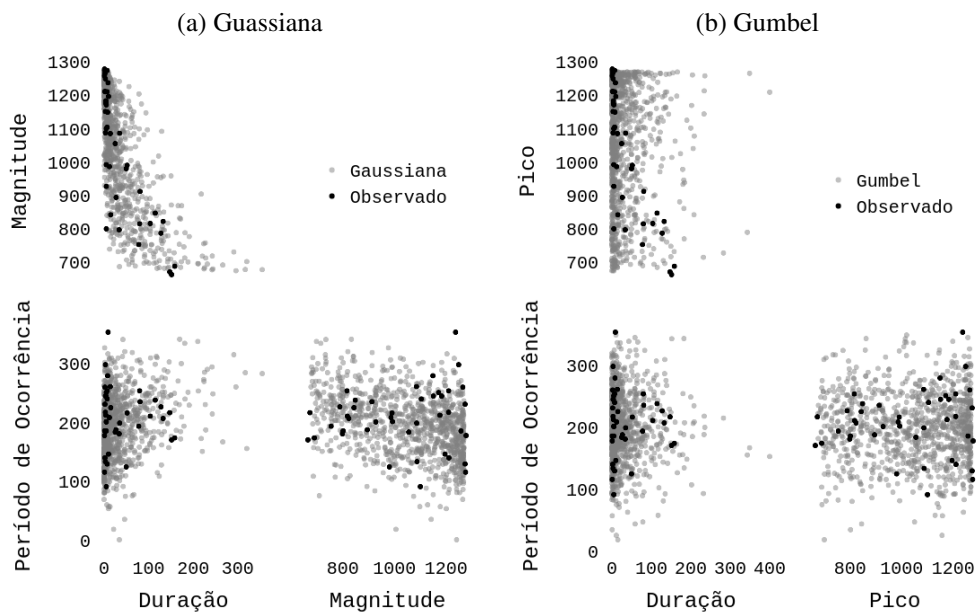


Fonte – Autor, 2022

3.1.5.2 Escolha do modelo para os eventos de estiagens

Diferente da escolha do melhor modelo para os eventos de cheias, aplicamos duas cópulas no estudos dos eventos de estiagens. Isto deveu-se ao fato de o ajuste trivariado das

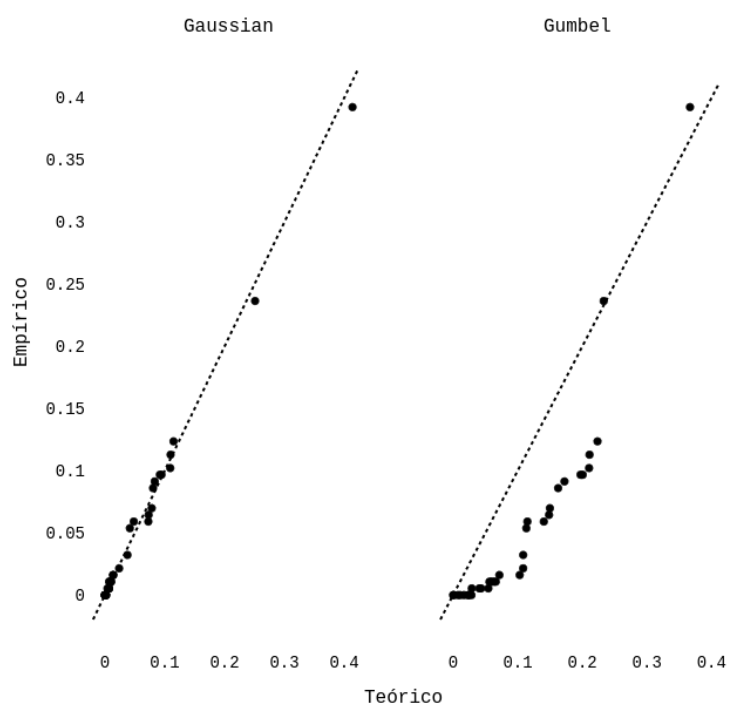
Figura 16 – Dados observados e simulados para diferentes funções cópulas



Fonte – Autor, 2022

cópuas de Frank e Clayton não ter sido possível, uma vez que o valor do parâmetro era negativo.

Figura 17 – QQ-Plot das funções cópula selecionadas para os eventos de estiagens.



Fonte – Autor, 2022

De acordo com a figura 17 e a tabela 5, a cópula Gaussiana apresentou o melhor ajuste, a cópula Gumbel não apresentou ser uma cópula candidata para representar os eventos de estiagens. Sendo assim, a cópula Gaussiana foi selecionada como a cópula que melhor representa os eventos de estiagens.

Tabela 5 – Testes de melhor ajuste e para as funções cópula selecionadas.

Cópula	S_n
Gaussiana	0,2119
Gumbel	1,0060

As cópulas com as melhores performances foram utilizadas nas análises de tempo de recorrência e alteração do regime hidrológico a partir de cópulas.

3.2 Análise de período de recorrência: Trivariado x Univariado

De acordo com a análise de frequência univariada, foram calculados os tempos de recorrência para a variável de vazão máxima de cada evento de cheia. Os tempos de recorrência trivariados foram obtidos a partir das informações existente em cada evento de cheia. Os tempos de recorrência trivariados foram condicionados com as variáveis de data de início e duração de cada evento, assim, conseguindo uma comparação entre o tempo de recorrência para a vazão máximas.

Tabela 6 – Comparação entre tempo de recorrência de alguns eventos entre os anos de 1994 e 2018

Data	Data Radiano	Duração	Magnitude	Multivariado	Univariado
17/01/1996	135,7377	34	5471	12,4741	3,4044
03/01/1998	122,3014	13	5297	52,3822	3,1159
18/01/2000	136,7213	18	5527	42,1364	3,4798
03/04/2000	211,4754	27	5843	22,0663	4,0352
18/01/2002	137,0959	23	7373	1104,5248	7,8331
18/01/2004	136,7213	1	4326	324,8210	1,9020
31/01/2004	149,5082	108	12194	575,7672	41,5675
02/05/2005	239,6712	1	4602	4781,2504	2,1989

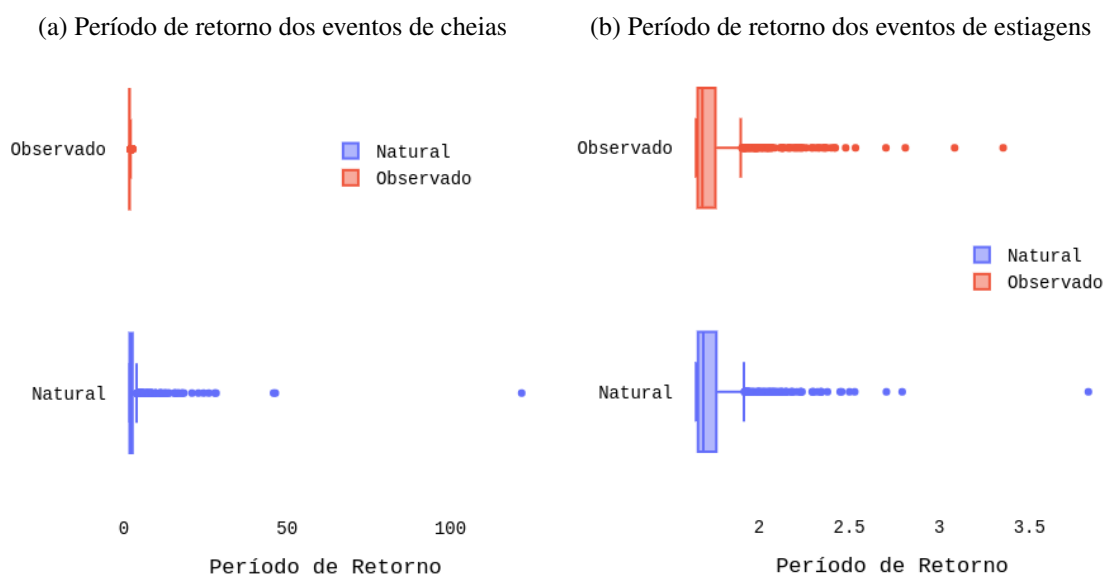
A tabela 6 mostra as estimativas de tempo de recorrência para alguns eventos. Observa-se que os tempos de recorrência univariado apresentaram valores menores, algumas vazões máximas com valores próximos tiveram o tempo de recorrência bem diferente, e evento com maior magnitude e com o tempo de recorrência menor.

Como observado na tabela 6, os tempos de retornos multivariados apresentaram valores diferentes dos tempos de retornos univariados, pois essas estimativas não depende de uma única dimensão, fazendo assim, que os tempos de retornos sofram influencia das raridades das outras variáveis, consequentemente alterando as suas estimativas de tempo de retorno.

3.3 Análise de alteração do regime hidrológico a partir do tempo de retorno multivariado

Os períodos de retornos dos eventos de cheias apresentaram um intervalo de confiança de $[1,6572, 11,1556]$ para os dados naturais e $[1,6507, 2,2100]$ para os dados observados. Para os eventos de estiagens, o intervalo de confiança dos períodos de retornos foram $[1,6504, 2,1510]$ para os dados naturais e $[1,6503, 2,1981]$ para os dados observados. O intervalos de confianças, foram obtidos a partir de uma simulação com 1000 períodos de retornos. A figura 18 mostra um boxplot dos períodos de retornos simulados a partir das funções cópulas dos dados naturais e observados.

Figura 18 – Gráfico de relógio/polar dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais e observados



Fonte – Autor, 2022

4 DISCUSSÕES

Podemos observar que as estimativas de tempo de retorno usando uma abordagem univariada contêm maiores incertezas em relação a uma abordagem multivariada, como pode ser observado em outros estudos (TOSUNOGLU; SINGH, 2018; CHEN; GUO, 2019). Na abordagem univariada um valor de vazão máxima representa um tempo de retorno, diferente da abordagem multivariada que pode retorna diferentes tempo de retorno, como podemos observar na tabela 6.

As análises de frequência usando funções cópulas pode produzir vários benefícios em diversas aplicações, como projetos obras hidráulicas, controle de vazão e gestão de reservatórios. Um método multivariado fornece informações mais significativas sobre eventos que uma abordagem univariada não pode fornecer, permitindo uma melhor compreensão do evento e, como resultado, diminuindo os riscos associados aos projetos/planos de ação/operações.

Este estudo descreve um método para analisar as mudanças de regime hidrológico usando funções de cópula. Como um evento hidrológico envolve várias variáveis dependentes, as funções cópulas são uma excelente escolha para este tipo de aplicação.

A análise multivariada das alterações do regime hidrológico teve algumas limitações, tais como a incapacidade de identificar alterações no regime dos eventos de estiagens, mas ao observar a distribuição dos eventos observados, fica claro que o regime apresenta mudança, porque os eventos de estiagem ocorreram em menos anos e com maior magnitude. Com o intuito de suprir essas limitações, pretende-se em estudos futuros adicionar mais informações nas análises do regime hidrológico e com isso elaborar uma forma de classificação do regime hidrológico a partir de funções cópulas.

5 CONCLUSÕES

Neste estudo, foram aplicadas algumas funções cópulas para modelar os eventos de durações parciais de cheias e estiagens, na calha principal do rio São Francisco. Aplicamos quatro cópulas, as três principais cópulas arquimedianas (Frank, Clayton e Gumbel) e a cópula Gaussiana, que faz parte da família das cópulas elípticas.

A cópula Gaussiana apresentou um bom ajuste para os eventos de cheias e estiagens, mostrando uma boa performance para análise com três ou mais variáveis, (RENARD; LANG, 2007; TOSUNOGLU; SINGH, 2018).

As cópulas arquimedianas apresentaram bons resultados para os eventos de cheias, e para os eventos de estiagens, sendo possível modelar a cópula Gumbel que não apresentou um bom resultado, mostrando assim, baixa performance para análise com três variáveis e quando o relacionamento entre as variáveis são negativos, (FAVRE et al., 2004; CHEN; GUO, 2019).

A cópula Gaussiana obteve os melhores resultados nos testes de bondade de ajuste, assim, a cópula Gaussiana foi utilizada na análise do regime de vazão, onde foram estimados os períodos de ocorrências dos eventos de cheias e estiagens dos dados naturais e observados, assim, introduzindo uma nova forma para analisar o regime hidrológico.

De acordo com os períodos de retornos dos eventos de cheias, os eventos observados apresentou um intervalo de confiança entre [1,6507, 2,2100], mostrando assim que o regime de cheias sofreram alterações em relação dados naturais (intervalo de confiança [1,6572, 11,1556]).

REFERÊNCIAS

- BEZAK, N.; BRILLY, M.; ŠRAJ, M. Comparison between the peaks-over-threshold method and the annual maximum method for flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, Taylor & Francis, v. 59, n. 5, p. 959–977, 5 2014. ISSN 0262-6667. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02626667.2013.831174>>. Citado na página 13.
- BUNN, S. E.; ARTHINGTON, A. H. *Basic principles and ecological consequences of altered flow regimes for aquatic biodiversity*. [S.l.]: Springer, 2002. 492–507 p. Citado na página 8.
- CHEN, L.; GUO, S. *Copulas and Its Application in Hydrology and Water Resources*. Springer Singapore, Singapore, 2019. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-981-13-0574-0>>. Citado 4 vezes nas páginas 11, 13, 28 e 29.
- CHEN, L. et al. Drought analysis using copulas. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 18, n. 7, p. 797–808, 7 2013. ISSN 10840699. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29HE.1943-5584.0000697>>. Citado na página 13.
- CUNNANE, C. A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction. *Journal of Hydrology*, Elsevier, v. 18, n. 3-4, p. 257–271, 3 1973. ISSN 0022-1694. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022169473900516>>. Citado na página 8.
- CUNNANE, C. A note on the Poisson assumption in partial duration series models. *Water Resources Research*, Wiley-Blackwell, v. 15, n. 2, p. 489–494, 4 1979. ISSN 00431397. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1029/WR015i002p00489>>. Citado na página 8.
- FAVRE, A.-C. et al. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, Wiley-Blackwell, v. 40, n. 1, 1 2004. ISSN 00431397. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1029/2003WR002456>>. Citado 5 vezes nas páginas 8, 9, 11, 12 e 29.
- FREDERICE, A. et al. Efeito do Sistema Cantareira sobre o regime de vazões na bacia do rio Piracicaba. *RBRH*, Associação Brasileira de Recursos Hídricos, v. 21, n. 4, p. 797–810, 9 2016. ISSN 2318-0331. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2318-03312016000400797&lng=pt&tlng=pt>. Citado na página 8.
- GENEST, C.; FAVRE, A.-C. Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 12, n. 4, p. 347–368, 7 2007. ISSN 1084-0699. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291084-0699%282007%2912%3A4%28347%29>>. Citado na página 22.
- GENEST, C.; RÉMILLARD, B.; BEAUDOIN, D. Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, North-Holland, v. 44, n. 2, p. 199–213, 4 2009. ISSN 0167-6687. Citado na página 14.
- GODINHO, H. P.; SANTOS, J. E.; SATO, Y. Ontogênese larval de cinco espécies de peixes do São Francisco. *Águas, peixes e pescadores do São Francisco das Minas Gerais*, PUC Minas Belo Horizonte, MG, p. 133–148, 2003. Citado na página 8.
- GORDON, N. D. *Stream hydrology : an introduction for ecologists*. [S.l.]: Wiley, 2004. 429 p. ISBN 0470843578. Citado na página 8.

LANG, M.; OUARDA, T.; BOBÉE, B. Towards operational guidelines for over-threshold modeling. *Journal of Hydrology*, Elsevier, v. 225, n. 3-4, p. 103–117, 12 1999. ISSN 0022-1694. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169499001675>>. Citado 3 vezes nas páginas 8, 13 e 16.

LI, F.; ZHENG, Q. Probabilistic modelling of flood events using the entropy copula. *Advances in Water Resources*, Elsevier Ltd, v. 97, p. 233–240, 11 2016. ISSN 03091708. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.

MARTINS, E. S.; STEDINGER, J. R. Generalized Maximum Likelihood Pareto-Poisson estimators for partial duration series. *Water Resources Research*, Wiley-Blackwell, v. 37, n. 10, p. 2551–2557, 10 2001. ISSN 00431397. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1029/2001WR000367>>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 13.

MICHELE, C. D. et al. Multivariate assessment of droughts: Frequency analysis and dynamic return period. *Water Resources Research*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 49, n. 10, p. 6985–6994, 10 2013. ISSN 00431397. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/wrcr.20551>>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. d. A. *Hidrologia Estatística*. I. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 561 p. ISBN 9788574990231. Disponível em: <<http://rigeo.cprm.gov.br/xmlui/handle/doc/454>>. Citado 3 vezes nas páginas 8, 13 e 19.

OLDEN, J. D.; POFF, N. L. Redundancy and the choice of hydrologic indices for characterizing streamflow regimes. *River Research and Applications*, v. 19, n. 2, p. 101–121, 3 2003. ISSN 15351459. Citado na página 8.

OPPERMAN, J. *Indicators of Hydrologic Alteration Analysis for the Patuca River*. [S.l.], 2006. 19 p. Citado na página 8.

POFF, N. L. et al. The Natural Flow Regime. *BioScience*, Oxford University Press (OUP), v. 47, n. 11, p. 769–784, 12 1997. ISSN 00063568. Citado na página 8.

RENARD, B.; LANG, M. Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis: Some case studies in hydrology. *Advances in Water Resources*, Elsevier, v. 30, n. 4, p. 897–912, 4 2007. ISSN 0309-1708. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0309170806001461?via%3Dihub>>. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 29.

RICHTER, B. D. et al. A Method for Assessing Hydrologic Alteration within Ecosystems. *Conservation Biology*, Wiley/Blackwell (10.1111), v. 10, n. 4, p. 1163–1174, 8 1996. ISSN 0888-8892. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1046/j.1523-1739.1996.10041163.x>>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 11.

SALVADORI, G.; MICHELE, C. D. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 40, n. 12, 12 2004. ISSN 00431397. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1029/2004WR003133>>. Citado 4 vezes nas páginas 8, 9, 11 e 13.

SALVADORI, G.; MICHELE, C. D. Multivariate real-time assessment of droughts via copula-based multi-site Hazard Trajectories and Fans. *Journal of Hydrology*, Elsevier, v. 526, p. 101–115, 7 2015. ISSN 0022-1694. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169414009780?via%3Dihub>>. Citado na página 9.

SANTOS, C. P.; SOUZA, C. F. Efeitos da cascata de reservatórios sobre a variabilidade natural de vazões: o caso do rio Paraná em Porto Primavera Effect of cascade reservoir on the variability of natural flow: the case Paraná River in Porto Primavera ABSTRACT. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 20, n. 3, p. 698–707, 2015. Disponível em: <<http://132.248.9.34/hevila/RBRHRevistabrasileiraderecursoshidricos/2015/vol20/no3/15.pdf>>. Citado na página 8.

SOJKA, M. et al. Assessment of dam construction impact on hydrological regime changes in lowland river – A case of study: the Stare Miasto reservoir located on the Powa River. *Journal of Water and Land Development*, v. 30, n. 1, p. 119–125, 9 2016. ISSN 2083-4535. Disponível em: <<http://content.sciendo.com/view/journals/jwld/30/1/article-p119.xml>>. Citado na página 8.

TOSUNOGLU, F.; SINGH, V. P. Multivariate Modeling of Annual Instantaneous Maximum Flows Using Copulas. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 23, n. 3, 2018. ISSN 1084-0699. Citado 6 vezes nas páginas 8, 9, 12, 13, 28 e 29.

VOLPI, E. et al. Save hydrological observations! Return period estimation without data decimation. *Journal of Hydrology*, Elsevier B.V., v. 571, p. 782–792, 4 2019. ISSN 00221694. Citado na página 9.