

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
CENTRO DE TECNOLOGIA - CTEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA CIVIL - PPGE

JOÃO PAULO LEÃO LESSA

**ANÁLISE DE RESERVATÓRIOS CILÍNDRICOS APOIADOS SUBMETIDOS A
AÇÕES DIRETAS E INDIRETAS DE RETRAÇÃO E GRADIENTE TÉRMICO**

MACEIÓ - AL

2021

JOÃO PAULO LEÃO LESSA

**ANÁLISE DE RESERVATÓRIOS CILÍNDRICOS APOIADOS SUBMETIDOS A
AÇÕES DIRETAS E INDIRETAS DE RETRAÇÃO E GRADIENTE TÉRMICO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages

Coorientador: Prof. Dr. Flávio Barboza de Lima

MACEIÓ - AL

2021

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

L638a Lessa, João Paulo Leão.
Análise de reservatórios cilíndricos apoiados submetidos a ações diretas e indiretas de retração e gradiente térmico / João Paulo Leão Lessa. - 2021.
137 f. : il.

Orientador: Eduardo Nobre Lages.
Co-orientador: Flávio Barboza de Lima.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2021.

Bibliografia: f. 133-137.

1. Estruturas axissimétricas. 2. Concreto armado. 3. Análise estrutural (Engenharia). I. Título.

CDU: 624.04

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me conceder saúde, paz e a força necessária para que eu tivesse a oportunidade de chegar até aqui.

Agradeço aos meus pais, Walda e Valdenio, por, em todos os momentos, estarem ao meu lado, também por toda a confiança e apoio depositados em mim, sem os quais não seria possível a conclusão de mais esta etapa em minha vida. A minha eterna companheira Samara, por todo o amor e companheirismo, além de me suportar, principalmente nos últimos meses de finalização desta dissertação. Ao meu irmão Guilherme, que sempre entendeu que o esforço dele também contribui com as minhas vitórias.

Aos meus prezados orientadores, Eduardo Nobre e Flávio Barboza, que confiaram em mim, deram-me uma oportunidade e, com bastante zelo e sagacidade, possibilitaram a finalização deste trabalho. Agradeço também ao Prof. Severino Cavalcanti, que me ajudou a desenvolver grande parte do texto, além de todo o tempo e reuniões que foram dedicadas para tal.

Aos amigos que sempre estiveram presentes nesta jornada, e que contribuíram direta ou indiretamente para o desenvolvimento deste trabalho. Obrigado Andressa, Anne, Gustavo, Iva, João Marcos, João P. Correia, Teófanos, Paulo Chagas, Wallison, Francisco Binas e Gabriel Domingos, agradeço o apoio, brincadeiras e bons momentos compartilhados.

Aos colegas da empresa E. M. Uchôa, pelos conhecimentos compartilhados, pelas brincadeiras e por todo o aprendizado que me foi passado.

À UFAL e à CAPES pelo apoio financeiro e pela estrutura disponibilizada para que este trabalho pudesse ser realizado.

RESUMO

Os reservatórios cilíndricos apoiados de concreto são amplamente utilizados para diversos fins, tais como armazenamento de líquidos (como água e esgoto, por exemplo) e grãos, ou até mesmo utilizados em obras que tenham um apelo arquitetônico em que se faz necessária a utilização deste tipo de estrutura. Tais elementos são, geralmente, compostos de paredes delgadas, e devido à sua versatilidade e desempenho são largamente aplicados ao redor do mundo. Apesar de todas as técnicas computacionais disponibilizadas ao estudo de reservatórios, a incidência de problemas estruturais relacionados, por exemplo, à não consideração das ações indiretas, podem ocasionar esforços internos que inviabilizam o seu desempenho estrutural caso não sejam analisados ainda na fase de projeto. Para este problema, em reservatórios de concreto armado, diversos fatores devem ser levados em consideração, como a atuação da retração do concreto e dos gradientes de temperatura, nas situações de armazenamento de líquidos quentes. Para estes casos, o presente trabalho estudou o comportamento mecânico, por meio de teorias clássicas analíticas de estruturas axissimétricas de paredes delgadas confeccionadas em concreto armado e submetidas às ações indiretas causadas pela retração e pelo gradiente de temperatura. Os resultados mostraram que as ações indiretas induzem tensões de grandes magnitudes nos elementos de cascas para os casos em que se faz uma análise puramente elástica. Variáveis como a umidade, em valores baixos (menores que 70%), podem aumentar bastante as deformações por retração, implicando em tensões de tração que ultrapassam a resistência do concreto. Para variações de umidade que vão de 60% até 90%, há uma diminuição de aproximadamente 89% da magnitude das tensões calculadas. Os exemplos estudados também mostraram que as tensões causadas pelo gradiente de temperatura são sensivelmente maiores que as demais ações, tanto diretas quanto indiretas. Para os resultados encontrados neste trabalho, considerando-se uma temperatura ambiente de 30°C, e variando-se a temperatura do líquido armazenado entre 60°C e 90°C, há aumentos de até 56% na magnitude das tensões (apenas causadas pelo gradiente térmico) encontradas ao longo da altura das cascas cilíndricas.

Palavras-chave: Estruturas axissimétricas; concreto armado; ações indiretas; análise estrutural.

ABSTRACT

Cylindrical concrete storage tanks are largely used for many purposes, such as storage of liquids (water and wastewater, for example) and grains, or even used in projects that have stronger architectural appeal. These structures are often composed of thin walls and are commonly explored worldwide due to their versatility and structural performance. Despite many computational techniques developed for the study of storage tanks, there is a high incidence of structural problems related, for example, to neglecting indirect actions, causing internal stresses that may turn the structural performance impractical, if not considered correctly on the design process. In reinforced concrete storage tanks, some indirect actions must be considered to obtain accurate structural performance, such as concrete shrinkage and thermal gradient effects, in the case of hot liquid storage. This work shows that indirect actions induce great stress loads in the shell elements subjected to purely elastic analyses. Variables such as humidity, in lower values (lower than 70%), may increase tension stresses related to concrete shrinkage that may overcome concrete tensile resistance. On variations of humidity between 60% and 90%, there is a reduction of approximately 89% on strain magnitudes. The studied examples also show that stresses generated by thermal gradient effects are even higher than those generated by the other actions, considering both direct and indirect. On the results of this work, which admits a room temperature of 30°C and a variation of the stored liquid temperature between 60°C and 90°C, there is an increase of 56% on the stress loads caused only by the thermal gradient effects.

Key-words: Axisymmetric structures; reinforced concrete; indirect actions; structural analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Discretização de um reservatório apoiado.	16
Figura 2 - Influência da retração e da fluência na fissuração do concreto.	24
Figura 3 - Aparecimento de fissuras em uma laje devido à retração.	26
Figura 4 - Variação de $\beta_s(t)$ em relação ao tempo em dias.	30
Figura 5 - Trecho de anel de uma parede cilíndrica submetida à retração.	33
Figura 6 - Sólido axissimétrico.	35
Figura 7 - Superfície Média de uma casca.	36
Figura 8 - Sobreposição de efeitos para uma casca delgada.	37
Figura 9 - Situação para condicionamento do comportamento de membrana: reação de apoio tangente ao plano.	39
Figura 10 - Esforços de membrana em um elemento diferencial de casca cilíndrica.	40
Figura 11 - Deslocamentos de membrana da casca cilíndrica.	42
Figura 12 - Referencial para a superfície média da parede cilíndrica.	44
Figura 13 - Casca cilíndrica sob carga de peso próprio.	45
Figura 14 - Parede cilíndrica sob pressão interna uniforme.	46
Figura 15 - Parede cilíndrica sob pressão interna com variação linear.	47
Figura 16 - Esforços num elemento infinitesimal de casca cilíndrica oriundos da Teoria de flexão.	48
Figura 17 - Hiperestáticos de bordo atuando sobre a casca cilíndrica.	52
Figura 18 - Casca cilíndrica longa (a) e curta (b).	52
Figura 19 - Deslocamentos induzidos pela retração do concreto.	57
Figura 20 - Imposição de deslocamento para retratar o efeito da retração.	59
Figura 21 - Perfil genérico de uma parede submetida a um gradiente térmico.	63
Figura 22 - Gradiente de temperatura entre a face interna e a face externa de um tanque cilíndrico.	65
Figura 23 - Distribuição das tensões radiais.	68
Figura 24 - Esforços na direção do eixo y	69
Figura 25 - Deslocamento radial e longitudinal em um ponto qualquer de uma casca cilíndrica.	69
Figura 26 - Sistema de coordenadas para uma placa.	73
Figura 27 - Componentes de momentos fletores e esforços cortantes em um elemento de placa.	74

Figura 28 - Sistema de coordenadas polares aplicado a placas circulares.....	75
Figura 29 - Deformação do fundo de um reservatório apoiado sobre base rígida.....	77
Figura 30 - Condições de carregamento para cálculo do comprimento b	78
Figura 31 - Placa de fundo sujeita a hiperestático horizontal de bordo H_0	79
Figura 32 - Geometria da parede cilíndrica do exemplo preliminar.....	82
Figura 33 - Comparação entre os resultados da literatura e os resultados obtidos.....	83
Figura 34 - Reservatório com parede longa engastada na base e sem coberta.....	84
Figura 35 - Faces impermeabilizadas da parede cilíndrica.....	85
Figura 36 - Hiperestáticos de bordo.	87
Figura 37 - Convenção de esforços positivos para o traçado dos diagramas de esforços internos da parede cilíndrica.....	88
Figura 38 - Momento fletor M_y da parede em função da umidade.	89
Figura 39 - Momento fletor M_θ da parede em função da umidade.	89
Figura 40 - Esforço normal N_θ da parede em função da umidade.	90
Figura 41 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da umidade.....	90
Figura 42 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da umidade.....	91
Figura 43 - Momento fletor M_y da parede em função do tempo.....	94
Figura 44 - Momento fletor M_θ da parede em função do tempo.....	94
Figura 45 - Esforço normal N_θ da parede em função do tempo.....	95
Figura 46 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função do tempo.	95
Figura 47 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função do tempo.	96
Figura 48 - Momento fletor M_y da parede em função da temperatura ambiente.	99
Figura 49 - Momento fletor M_θ da parede em função da temperatura ambiente.	99
Figura 50 - Esforço normal N_θ da parede em função do tempo.....	100
Figura 51 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da temperatura.....	100
Figura 52 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da temperatura.....	101
Figura 53 - Momento fletor M_y da parede em função da resistência do concreto.	103
Figura 54 - Momento fletor M_θ da parede em função da resistência do concreto.	104
Figura 55 - Esforço normal N_θ da parede em função da resistência do concreto.	104
Figura 56 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da resistência do concreto.	105
Figura 57 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da resistência do concreto.	105
Figura 58 - Momento fletor M_y da parede em função da taxa de armadura.	108
Figura 59 - Momento fletor M_θ da parede em função da taxa de armadura.	108

Figura 60 - Esforço normal N_θ da parede em função da taxa de armadura.	109
Figura 61 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da taxa de armadura.	109
Figura 62 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da taxa de armadura.	110
Figura 63 - Reservatório com parede longa engastada na base e sem cobertura com armazenamento de líquido quente.	111
Figura 64 - Momento fletor M_y da parede em função do gradiente de temperatura.	113
Figura 65 - Momento fletor M_θ da parede em função do gradiente de temperatura.	114
Figura 66 - Esforço normal N_θ da parede em função do gradiente de temperatura.	114
Figura 67 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função do gradiente térmico.	115
Figura 68 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função do gradiente térmico.	115
Figura 69 - Tensão σ_y na fibra externa da parede.	118
Figura 70 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede.	118
Figura 71 - Reservatório com parede longa com 10 m de altura, engastada na base, sem cobertura e com armazenamento de líquido quente.	120
Figura 72 - Tensão σ_y na fibra externa da parede com 10 m de altura.	120
Figura 73 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede com 10 m de altura.	121
Figura 74 - Situações decorrentes da diferença de retração da placa de fundo e da parede em um reservatório apoiado.	122
Figura 75 - Reservatório apoiado com placa de fundo circular.	123
Figura 76 - Tensões σ_y para $t = 365$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	125
Figura 77 - Tensões σ_θ para $t = 365$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	125
Figura 78 - Tensões σ_y para $t = 730$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	126
Figura 79 - Tensões σ_θ para $t = 730$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	126
Figura 80 - Tensões σ_y para $t = 1460$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	127
Figura 81 - Tensões σ_θ para $t = 1460$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Limitação dos modelos de retração.	28
Tabela 2 - Parâmetros de entrada dos modelos de retração.....	28
Tabela 3 - Valores usuais para a determinação da fluência e da retração.	31
Tabela 4 - Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.	32
Tabela 5 - Deslocamentos e esforços em uma casca cilíndrica de parede longa devido aos hiperestáticos de bordo.	54
Tabela 6 - Valores para condutibilidade térmica do concreto e coeficiente de película do ar.	62
Tabela 7 - Dados utilizados no exemplo preliminar.....	83
Tabela 8 - Comparação dos valores dos esforços do exemplo preliminar.	84
Tabela 9 - Dados utilizados no estudo da influência da umidade na retração.....	86
Tabela 10 - Valores da retração em função da umidade ambiente.....	87
Tabela 11 - Valor dos hiperestáticos de bordo.	88
Tabela 12 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	91
Tabela 13 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.....	91
Tabela 14 - Dados utilizados para o estudo da influência do tempo na retração.	92
Tabela 15 - Valores da retração em função do tempo.	93
Tabela 16 - Valor dos hiperestáticos de bordo.	93
Tabela 17 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	96
Tabela 18 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.....	96
Tabela 19 - Dados utilizados para o estudo da influência da temperatura ambiente na retração.	97
Tabela 20 - Idades fictícias para as respectivas temperaturas.	98
Tabela 21 - Valores da retração em função da Temperatura.	98
Tabela 22 - Valor dos hiperestáticos de bordo.	98
Tabela 23 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	101
Tabela 24 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.....	101
Tabela 25 - Dados utilizados para o estudo da influência da resistência do concreto na retração.	102
Tabela 26 - Valores da retração em função da resistência do concreto.....	103
Tabela 27 - Valor dos hiperestáticos de bordo.	103
Tabela 28 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	106

Tabela 29 - Comparação para as tensões máximas σ_{θ} na face externa da base da parede.....	106
Tabela 30 - Dados utilizados para o estudo da influência da taxa e armadura na retração. ...	106
Tabela 31 - Valores da retração em função da taxa de aço.	107
Tabela 32 - Valor dos hiperestáticos de bordo.	107
Tabela 33 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	110
Tabela 34 - Comparação para as tensões máximas σ_{θ} na face externa da base da parede.....	110
Tabela 35 - Dados para o estudo do gradiente de temperatura.....	112
Tabela 36 - Valores para o fluxo de calor e para a temperatura na face externa da parede. ...	113
Tabela 37 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.....	116
Tabela 38 - Comparação para as tensões máximas σ_{θ} na face externa da base da parede.....	116
Tabela 39 - Dados utilizados para o estudo combinado para as tensões.	117
Tabela 40 - Valor das tensões σ_y e σ_{θ} junto ao engaste.....	119
Tabela 41 - Valor das tensões σ_y e σ_{θ} junto ao engaste.....	121
Tabela 42 - Dados para o Exemplo 7.4.	124
Tabela 43 - Análise das tensões σ_y para os diferentes tempos t , em função da defasagem entre as concretagens dos elementos.	128
Tabela 44 - Análise das tensões σ_{θ} para os diferentes tempos t , em função da defasagem entre as concretagens dos elementos.	128

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	Área da seção transversal de uma peça de concreto
A_s	Área de aço
b	Largura da coroa fletida
C	Força de compressão aplicada pelo concreto sobre o aço
D_c	Constante de rigidez à flexão da casca cilíndrica
D_p	Rigidez à flexão da placa circular
E	Módulo de elasticidade de um material qualquer
E_{cm28}	Módulo de elasticidade médio do concreto aos 28 dias
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
f	Coefficiente de película do ar
$f(y)$	Solução particular da EDO associada ao deslocamento w
f_{cm28}	Resistência média do concreto à compressão aos 28 dias
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
h	Espessura da parede cilíndrica
H	Altura da parede cilíndrica
h_{fic}	Espessura fictícia de uma peça de concreto
I	Momento de inércia
K	Condutibilidade térmica do concreto
M_r	Momento fletor na direção radial
$M_{r\theta}$	Momento torsor na direção θ da placa
M_x	Momento fletor na direção x da placa
M_{xy}	Momento torsor na direção x da placa
M_y	Momento fletor na direção y
M_{yx}	Momento torsor na direção y da placa
$M_{y\theta}$	Momento torsor na direção θ
M_θ	Momento fletor na direção circunferencial
$M_{\theta y}$	Momento torsor na direção y

N_y	Esforço normal de flexão na direção y
N'_y	Esforço normal de membrana na direção y
$N_{y\theta}$	Esforço cisalhante de flexão contido na superfície média
$N'_{y\theta}$	Esforço cisalhante de membrana contido na superfície média
N_θ	Esforço normal de flexão na direção θ
N'_θ	Esforço normal de membrana na direção θ
$N_{\theta y}$	Esforço cisalhante de flexão contido na superfície média
$N'_{\theta y}$	Esforço cisalhante de membrana contido na superfície média
p_y	Componente de carregamento na direção y
p_z	Componente de carregamento na direção z
p_θ	Componente de carregamento na direção θ
Q	Fluxo de calor
$q(x, y)$	Função que define o carregamento aplicado sobre a placa
Q_0 e M_0	Hiperestáticos de bordo
Q_r	Esforço cortante entre duas seções paralelas em relação ao eixo r da placa
Q_x	Esforço cortante entre duas seções paralelas em relação ao eixo x da placa
Q_y	Esforço cortante entre duas seções paralelas em relação ao eixo y da placa
Q_y	Esforço cortante entre duas seções paralelas em relação ao eixo y
Q_θ	Esforço cortante entre duas seções paralelas em relação ao eixo θ
R	Raio da casca cilíndrica
\bar{R}	Raio médio
R_{LN}	Raio da linha neutra
t	Tempo em que é feita a análise da retração
T	Força de tração aplicada pela armadura sobre o concreto
T_i, T_e e T_{fe}	Temperaturas
T_i	Temperatura média diária do ambiente
t_0	Tempo em que se inicia a retração
u	Perímetro externo da seção transversal de concreto em contato com o ar
w e v	Deslocamento da parede cilíndrica

α	Coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento
α	Coeficiente de dilatação térmica do concreto
β	Constante que corresponde a uma rigidez relativa entra a os anéis e as vigas horizontais que formam a parede cilíndrica
$\beta_s(t)$	Coeficiente relativo à retração no instante t
$\beta_s(t_0)$	Coeficiente relativo à retração no instante t_0
γ	Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente
γ_p	Peso específico do material da parede cilíndrica
Δ_H	Deslocamento horizontal do bordo da parede cilíndrica
$\Delta H \varepsilon_R$	Deslocamento horizontal devido à retração
ΔT	Variação de temperatura
$\Delta t_{ef,i}$	Período em que a temperatura média diária do ambiente se mantém constante
$\Delta V \varepsilon_R$	Deslocamento vertical devido à retração
$\Delta \emptyset$	Ângulo de rotação da parede cilíndrica
ε_{1s}	Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto
ε_{2s}	Coeficiente que depende da espessura fictícia da peça
ε_{conc}	Deformação do concreto
$\varepsilon_{aço}$	Deformação no aço
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	Deformação causada pela retração entre os instantes t_0 e t
$\varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s)$	Deformação por retração última
$\varepsilon_y, \varepsilon_\theta$ e ε_I	Deformações
η	Relação entre o módulo de elasticidade do aço e o do concreto
θ	Coordenada circunferencial
ν	Coeficiente de Poisson
ρ_s	Relação entre a área de aço e a área de concreto
σ_r, σ_θ e σ_y	Tensões
σ_θ, σ_y e σ_z	Tensões
ϕ_y	Rotação em um plano yz

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Considerações iniciais	15
1.2	Objetivos.....	20
1.3	Delimitação do trabalho.....	20
1.4	Justificativa	21
1.5	Organização do texto.....	22
2	ESTUDO DA RETRAÇÃO SOBRE O CONCRETO ARMADO	23
2.1	Conceituação de Retração	24
2.1.1	Tipos de Retração	25
2.1.2	Ensaios de Retração.....	27
2.2	Previsão da Retração.....	27
2.3	Influência das armaduras na deformação de retração de uma parede cilíndrica	32
3	EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA CASCAS DE REVOLUÇÃO	35
3.1	Procedimentos para análise de cascas delgadas	37
3.2	Procedimento para análise estrutural de cascas cilíndricas.....	38
3.2.1	Teoria de membrana.....	38
3.2.2	Teoria de flexão.....	48
3.2.3	Efeitos dos hiperestáticos de bordo em cascas cilíndricas	51
4	EFEITOS DA TEMPERATURA E RETRAÇÃO EM CASCAS CILÍNDRICAS DE CONCRETO ARMADO	57
4.1	Efeitos da retração.....	57
4.2	Efeitos do gradiente térmico.....	61
4.2.1	Determinação do gradiente térmico	61
4.2.2	Esforços causados pelo gradiente térmico em paredes cilíndricas segundo a teoria da elasticidade	64
5	CÁLCULO DAS TENSÕES PARA AS CASCAS CIRCULARES	68

5.1	Tensão radial.....	68
5.2	Tensões circunferencial e longitudinal (ao longo do eixo y)	68
6	FORMULAÇÃO ANALÍTICA PARA PLACAS CIRCULARES	73
6.1	Placas circulares com carregamento axissimétrico	75
6.2	Placas de fundo de reservatórios apoiadas em bases rígidas.....	77
7	METODOLOGIA	80
8	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	82
8.1	Exemplo preliminar	82
8.2	Exemplo 1 – Casca cilíndrica longa engastada em sua base e sob o efeito da retração.....	84
8.2.1	Estudo da influência da umidade na retração	86
8.2.2	Estudo da influência do tempo na retração	92
8.2.3	Estudo da influência da temperatura ambiente na retração	97
8.2.4	Estudo da influência da resistência do concreto na retração	102
8.2.5	Estudo da influência da taxa de armadura na retração	106
8.3	Exemplo 2 – Casca cilíndrica longa engastada em sua base e sobre o efeito da retração, carga hidrostática e gradiente de temperatura	111
8.3.1	Estudo da influência do gradiente de temperatura	112
8.3.2	Estudo combinado para as tensões causadas pela retração, gradiente térmico e carga hidrostática	117
8.4	Exemplo 3 – Casca cilíndrica longa com 10 m de altura, engastada em sua base e sobre o efeito da retração, carga hidrostática e gradiente de temperatura	119
8.5	Exemplo 4 – Análise de reservatório com parede cilíndrica e placa de base circular com diferentes tempos de concretagem	122
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	130
9.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	132
	REFERÊNCIAS	133

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

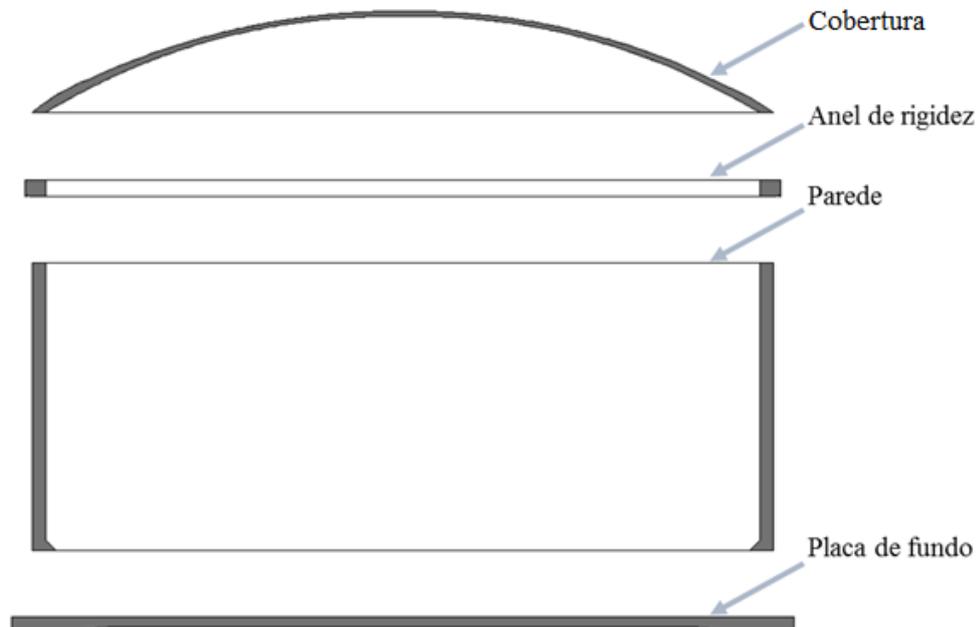
Ao decorrer da história se tem notícia que os primeiros reservatórios são cisternas que foram construídas com rochas sãs, em torno do século 25 a.C, por civilizações que posteriormente vieram a tornar-se a comunidade grega (KIRBY *et al.*, 1956). Relata-se que tais reservatórios foram projetados para compor diversos sistemas de captação da água das chuvas, onde eram construídas valas e escadarias, que captavam a água e a levavam até bases que serviam para a separação de sedimentos, e que também auxiliavam na incidência da luz solar, que ajudava na purificação da água que seria armazenada nas cisternas.

Atualmente, as estruturas de superfície são utilizadas para diversas finalidades, tais como armazenamento de líquidos (como água, esgoto e produtos químicos) e grãos, ou até mesmo utilizadas em obras que tenham um apelo arquitetônico em que se faz necessária a utilização deste tipo de estrutura. Tais elementos são, geralmente, compostos de paredes delgadas e, devido à sua versatilidade e desempenho, são largamente aplicados ao redor do mundo.

Os casos mais comuns vistos no cotidiano são de reservatórios confeccionados em concreto armado, que geralmente assumem geometrias retangulares e circulares. Para este último caso, há um ganho no desempenho estrutural devido à forma de distribuição axissimétrica assumida pelos carregamentos, assim como pelos esforços, resultando em estruturas com melhor aproveitamento de seus elementos estruturais e com um menor consumo de materiais, o que os torna mais econômicos frente a reservatórios retangulares, por exemplo.

Por sua vez, os reservatórios circulares devem apresentar um desempenho estrutural que garanta a sua durabilidade, assim como sua estanqueidade – algo primordial quando se armazena líquidos. De forma geral, há três componentes principais que formam esse tipo de estrutura, que são: placa de fundo, parede e a cobertura. Em alguns casos haverá a presença de um anel de rigidez, localizado no encontro entre a cobertura e a parede do reservatório, segundo a Figura 1. O anel de rigidez, ainda, tem a função de melhorar a transmissão dos esforços oriundos da cobertura para a parede, além de conferir maior rigidez ao sistema.

Figura 1 - Discretização de um reservatório apoiado.



Fonte: Autor (2021).

A parede de um reservatório tem como principal função resistir aos esforços oriundos de pressões hidrostáticas – quando há o armazenamento de líquidos – e, para casos mais específicos, resistir também a esforços de cisalhamento, que surgem quando se armazena grãos, por exemplo. A parede também assume a função de transmitir os esforços verticais devidos ao peso próprio e sobrecargas da cobertura e do anel de rigidez (na hipótese de o reservatório ter tais elementos) para a placa de fundo. A placa de fundo, a princípio, descarrega no solo as cargas originadas do peso da estrutura e das sobrecargas atuantes, tal como aquelas advindas do produto armazenado. Quando as cargas originam tensões no solo tais que este seja incapaz de absorver, pode-se executar uma estrutura de reforço na base do reservatório para melhorar a distribuição de tensões no contato entre a estrutura e seu apoio.

A depender do solo que serve de apoio para a placa de fundo, considerações adicionais de cálculo devem ser levadas em conta. Para solos que apresentam considerável rigidez a recalques, pode-se levar em conta a hipótese de a placa estar apoiada sobre uma base rígida sem que haja grandes discrepâncias entre o comportamento estimado e o real. Já em solos com uma rigidez menor, a deformabilidade do mesmo deve ser levada em conta, sob pena de se ter um efeito contrário à segurança, havendo assim a possibilidade de erros de análise consideráveis.

Há na literatura estudos que mostram que a interação solo-estrutura em reservatórios é de grande importância para a análise estrutural, principalmente quanto à consideração da deformabilidade do solo e sua influência nos deslocamentos e esforços que atuam, em especial, sobre a placa de fundo e a parede do reservatório. Tais assuntos podem ser melhor vistos em Mezaini (2006), Vichare e Inandar (2010), Mistríková e Jendzelovský (2012), Dehadrai e Ingle (2016) e em Silva (2017).

As estruturas de superfície podem assumir variadas geometrias, compostas por diversas partes, que na maioria das vezes são uma mescla de elementos estruturais de casca e de placa. Além disso, o estudo do comportamento estrutural desses elementos de forma individual, assim como do conjunto, faz-se de grande importância para a correta análise e dimensionamento desse tipo de estrutura, que em sua maioria está submetida a diversas condições de carregamento, variações de temperatura e até submetidas a esforços que surgem a partir do comportamento do material que as constituem. Na literatura clássica a respeito desses elementos há trabalhos que abordam os temas de forma analítica, como estudado em Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), Flügge (1960), Novozhilov e Radok (1964), Ugural (1981) e Billington (1982).

Há uma dificuldade matemática intrínseca à análise analítica de estruturas de casca, pois exige a resolução de equações diferenciais complexas, o que torna o trabalho exaustivo. Com isso, autores como Leonhardt e Mönning (1977) citam que a utilização de estruturas em casca com a predominância de esforços de membrana tem como vantagem não apenas o bom desempenho estrutural das mesmas, mas também a possibilidade de se obter os esforços internos de maneira mais fácil, utilizando-se apenas a teoria de membrana, ou até mesmo aplicando-se a teoria de flexão de forma simplificada à análise estrutural.

Com o advento dos computadores, o estudo relativo às placas e cascas torna-se mais acessível, tendo em vista que problemas complexos podem ter soluções bastante viáveis com a aplicação de modelos numéricos, cabendo ao engenheiro a tarefa de analisar cuidadosamente se os resultados em questão retratam de forma adequada o problema estudado. Assim, nesse cenário, há uma gama de métodos numéricos que podem ser aplicados à análise das estruturas de placas e cascas, tais como o método dos elementos de contorno (MEC), o método das diferenças finitas (MDF), o método dos volumes finitos (MVF) e o método dos elementos finitos (MEF). Este último método, por sua vez, é bastante difundido, muito em função do seu leque de aplicações para os mais diversos tipos de problemas a respeito de estruturas de superfície. Zienkiewicz e Taylor (2000) usam a simplificação de Kirchhoff para desenvolver

uma formulação em elementos finitos para a modelagem de placas delgadas, da mesma forma que estes autores fazem o uso da teoria de Reissner-Mindlin para as placas espessas com a aplicação de elementos quadriláteros e triangulares. Ainda, Bathe (1996) apresenta, com o uso de elementos quadriláteros e triangulares, uma formulação em elementos finitos para placas e cascas fletidas.

Contudo, o emprego dos computadores também auxilia na resolução de problemas por meio das teorias analíticas. Como exemplo, programas de linguagem computacional algébrica e simbólica ajudam na resolução de equações diferenciais que regem, por exemplo, o deslocamento ao longo da altura de uma parede cilíndrica, submetida a determinadas condições de apoio e carregamentos, sem que haja a necessidade de cálculos manuais, tornando estas análises muito mais viáveis do ponto de vista prático.

Apesar de todas as técnicas computacionais disponibilizadas ao estudo de reservatórios, a incidência de problemas estruturais nesses elementos vem chamando a atenção devido ao grande número de obras de recuperação e reforço aplicadas nessas estruturas. Em alguns casos, tais procedimentos são bastante onerosos financeiramente e, infelizmente, costumam ser desenvolvidos ainda nos primeiros anos de vida útil da estrutura. Revenet (1978) retratou a ocorrência de sinistros em estruturas de armazenamento. Há também trabalhos que retratam o aparecimento, assim como as consequências, das patologias em reservatórios por diversas regiões do Brasil, tal como visto em Borges (2008), Tinoco e Morais (2013) e em Torres *et al.* (2016).

Com a crescente demanda na exigência da qualidade na construção civil por parte dos consumidores, busca-se cada vez mais aprimorar os métodos de análise para um correto dimensionamento de reservatórios, a fim de garantir a estes uma adequada durabilidade e melhores condições de desempenho em serviço ao longo de sua vida útil. Este processo passa pelo estudo das inúmeras ações que atuarão na estrutura, pois não se pode apenas levar em conta as ações mecânicas, mas também as que surgem por outros meios. De maneira generalizada, segundo a NBR 6118:2014, na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço.

Pode-se citar as ações de líquidos armazenados a altas temperaturas que implicam no aparecimento de fissuras nas paredes do reservatório, de tal maneira que a diferença de temperatura entre as faces do elemento ocasiona um fluxo de calor através da peça – comumente

denominado de gradiente térmico –, que faz surgir esforços que muitas vezes têm a ordem de grandeza semelhantes, ou até maiores, que as solicitações causadas pela própria carga hidrostática do líquido armazenado. A variação da temperatura ao longo da parede do reservatório ocasiona esforços gerados pelo alongamento das fibras internas da parede em contato com o líquido quente, ocasionando concentração de tensões nos locais de interação entre a parede e a placa de fundo, ou da parede com os elementos de cobertura do reservatório e até mesmo pela presença de armadura (GHALI & ELLIOT, 1992).

Logo, o estudo a respeito dos esforços e tensões causados pelo gradiente térmico que surgem em elementos de casca, principalmente cilíndricas, pode ser aplicado em diversas situações, tais como em tanques de armazenamento de produtos químicos, em chaminés de indústrias e até mesmo em usinas nucleares.

Muitas vezes as cargas resultantes das variações térmicas nos reservatórios são desprezadas pelo projetista. Ainda sobre a temperatura, esta é considerada com uma variação linear ao longo da espessura da parede, o que não retrata a realidade. Porém, tal simplificação é diversamente utilizada em inúmeros trabalhos, como visto em Andersen (1966), Carmona (2005) e Meijers *et al.* (2013), onde se chega à conclusão de que os resultados são satisfatórios quando a espessura da parede é pequena frente à dimensão do raio do reservatório, da ordem de 1/20 ou menores.

Outros efeitos importantes devem ser levados em conta na hora da análise estrutural do reservatório, como os causados pela retração do concreto, e que podem assumir relativa importância frente aos esforços totais da estrutura. Assim, muitas vezes negligenciadas na fase de projeto de reservatórios de concreto armado, as ações indiretas são causadoras de diversas patologias – como fissuras que aparecem na base dos tanques – que comprometem sua estanqueidade, de modo que a não observância desses aspectos incorre em insucessos.

Por isso, proceder com o estudo dos efeitos de ações indiretas sobre este tipo de estrutura abrange uma área pouco explorada pela literatura técnica e algumas vezes esquecida nos meios práticos da área de projetos estruturais.

Vale salientar que no Centro de Tecnologia, da Universidade Federal de Alagoas, foram desenvolvidos trabalhos a respeito de reservatórios cilíndricos, como os estudos feitos por Lima Junior (2004) e Silva (2017). Além desses, Marques (2019) desenvolveu um estudo via MEF de estruturas axissimétricas de parede delgada.

1.2 Objetivos

O trabalho em questão tem como objetivo geral o estudo analítico do comportamento de reservatórios apoiados (de concreto armado) axissimétricos de paredes delgadas submetidos a carregamentos oriundos de ações diretas e indiretas de retração e gradiente de temperatura, assim como a avaliação da parcela de influência de cada uma delas.

Os objetivos específicos são:

- a) Conhecer os mecanismos de atuação do efeito da retração sobre o concreto, bem como os métodos para o cálculo da deformação de retração ao longo do tempo segundo as normas nacionais;
- b) Estudar os efeitos da retração sobre os elementos que compõem os reservatórios apoiados, tal como a influência das etapas de construção e utilização da estrutura nas deformações por retração;
- c) Analisar a influência do gradiente de temperatura nas tensões dos elementos estruturais de reservatórios de líquidos quentes;
- d) Implementar rotinas de cálculo para avaliação dos esforços e tensões em elementos de placa e casca que compõem os reservatórios submetidos a ações diretas e indiretas, aplicando-o a estudos de caso;
- e) Avaliar o grau de influência das ações indiretas frente à soma de todos os esforços atuantes, assim como sua importância para algumas geometrias de reservatórios.

1.3 Delimitação do trabalho

O trabalho em questão aborda os efeitos das ações diretas de peso próprio, sobrecarga e carga hidrostática, assim como das ações indiretas de retração e gradiente de temperatura em reservatórios circulares de superfície em paredes delgadas, com geometria axissimétrica, sujeitos também a carregamentos axissimétricos, levando-se em consideração base indeformável. Dessa forma, não fazem parte desse escopo estruturas que não sejam de revolução, assim como carregamentos e vinculações que não sejam axissimétricas. Análises com base deformável, análises dinâmicas, não linear e também os efeitos da fluência não estão presentes nesta abordagem.

1.4 Justificativa

As estruturas de reservatórios axissimétricos, mesmo que não percebidas com frequência, desempenham um importante papel na vida de inúmeras pessoas. Estes elementos são aplicados em estações de tratamento e distribuição de água, em estações de tratamento de esgoto, no armazenamento de grãos, de produtos químicos, dentre diversas outras aplicações. Tendo esses aspectos em vista, observa-se a importância do estudo dessas estruturas e a necessidade de uma constante evolução em suas análises, visando um dimensionamento cada vez mais preciso, fazendo com que a estrutura atenda às condições necessárias de uso durante sua vida útil.

Para tal, é notória a importância do estudo a respeito da influência das ações indiretas nessas estruturas, pois há na literatura poucos trabalhos dedicados ao tema, e, além disso, é natural que reservatórios, de modo geral, sofram tais ações, sejam elas consideradas ou não em sua fase de projeto. Se o modelo estrutural negligencia fatores que podem ser importantes, a análise estrutural torna-se imprecisa, não realista, implicando em um dimensionamento incorreto.

As abordagens a respeito das ações indiretas disponíveis na literatura são vistas em trabalhos que estudam de forma isolada a atuação destas ações sobre os elementos de reservatório, como é o caso de Andersen (1966), Ghali e Elliot (1992), Carmona (2005) e Meijers *et al.* (2013), que disponibilizam análises a respeito da atuação do gradiente térmico em elementos de casca cilíndrica. Há também uma escassez de referências que estudem o efeito da retração em tanques, sendo estes cilíndricos ou até mesmo retangulares, de modo a ser um assunto ainda não dominado totalmente pelo meio técnico da engenharia, e que muitas vezes, quando não levado em conta, implicam em estruturas com desempenho comprometido.

Diante de tais fatos, implementa-se computacionalmente, no software de matemática algébrica Maple, as formulações analíticas de reservatórios de modo a desenvolver rotinas de cálculo que possam representar o comportamento de cascas cilíndricas axissimétricas submetidas às ações diretas e indiretas, com o intuito de verificar o grau de importância de cada tipo de ação, assim como estudar a influência das principais variáveis que são levadas em consideração no desenvolvimento do estudo.

Por fim, o presente trabalho contribuirá com a análise de reservatórios cilíndricos axissimétricos, introduzindo análises que, em alguns casos, são omitidas na fase de projeto e que podem vir a causar patologias que inviabilizam o uso dessas estruturas.

1.5 Organização do texto

O Capítulo 2 apresenta o conceito de retração e as formulações de cálculo presentes na NBR 6118:2014 para a determinação das deformações por retração.

No Capítulo 3 apresenta-se as formulações analíticas para a análise estrutural de cascas de revolução submetidas a diversos tipos de carregamentos. São abordadas as teorias de membrana e flexão para o cálculo de cascas delgadas.

No Capítulo 4 são abordados os efeitos estruturais da retração e do gradiente de temperatura em cascas cilíndricas de revolução.

O Capítulo 5 contém o estudo a respeito da obtenção das tensões nas direções y e θ de uma parede cilíndrica a partir dos esforços internos solicitantes.

O Capítulo 6 apresenta os procedimentos de análise estrutural para elementos de placas circulares apoiadas em base rígida.

O Capítulo 7 descreve a metodologia adotada no desenvolvimento do trabalho.

No Capítulo 8 apresentam-se e analisam-se os resultados dos exemplos, onde são utilizados os procedimentos descritos nos capítulos anteriores, dos quais recorreu-se às soluções analíticas.

Por fim, no Capítulo 9 apresenta-se as considerações finais da dissertação, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 ESTUDO DA RETRAÇÃO SOBRE O CONCRETO ARMADO

As deformações no concreto que levam à fissuração ocorrem como consequência da reação do material às cargas externas, assim como ao ambiente ao qual o concreto é exposto. Com a exposição à temperatura ambiente e à baixa umidade, o concreto recém-endurecido – submetido, ou não, a carregamentos externos – sofre com a retração devida à secagem, que está associada com a perda de umidade para o ambiente.

Ainda nesse contexto, quando há retrações em elementos que estejam, de alguma forma, restritos aos deslocamentos, ocorrem fissuras em função do aparecimento de tensões de tração no elemento. Como o módulo de elasticidade do concreto está intimamente inserido no cálculo das tensões, tendo em vista a Lei de Hooke, este também influencia na determinação das tensões que irão causar fissuração no material. O módulo de elasticidade do concreto também depende das características deste, tal como a dosagem e as propriedades dos componentes utilizados, porém em menor escala que para os efeitos da retração.

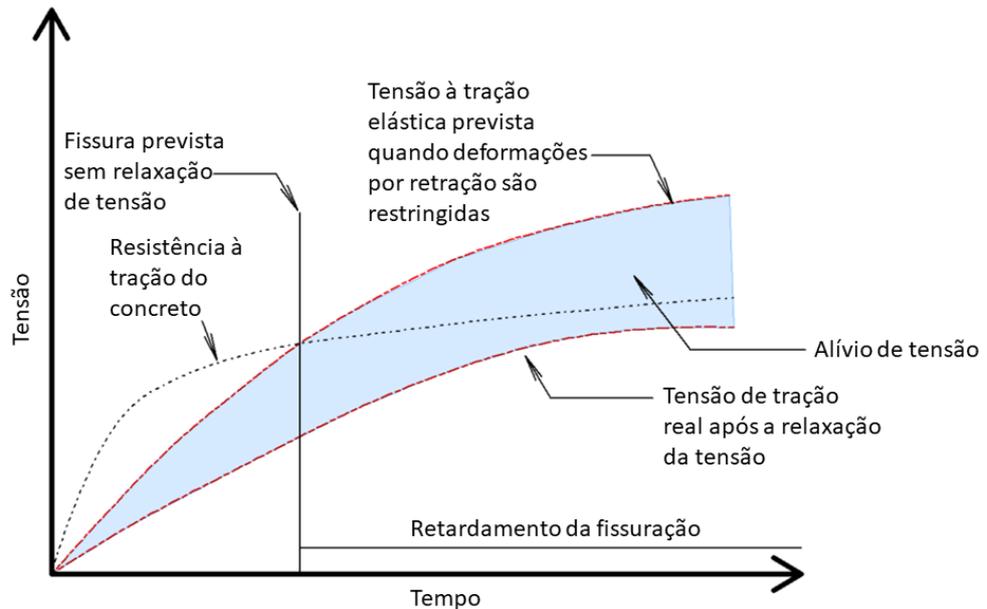
Com isso, espera-se o surgimento de fissuras quando há uma combinação entre valores do módulo de elasticidade e as deformações por retração que, dada a baixa resistência do concreto à tração, tendem a acontecer em praticamente todos os casos de peças de concreto recém-endurecidas.

Contudo, tais tensões causadas pela retração podem não ser tão altas quanto as previstas pelos modelos elásticos. Isso se deve, em grande parte, à resposta do material a cargas aplicadas ao longo do tempo. Assim, para se entender o motivo pelo qual o concreto, sob as condições previstas pelo modelo da elasticidade, não apresenta, ou apresenta de forma muito menor, fissuras ao longo do tempo, deve-se observar com maior atenção os efeitos da fluência.

A fluência pode ser definida como o aumento gradual da deformação ao longo do tempo quando o elemento de concreto é submetido a um estado de tensão constante. Ao fenômeno que descreve a diminuição gradual da tensão ao longo do tempo sob um determinado nível de deformação constante é dado o nome de relaxação da tensão. Estas duas propriedades estão relacionadas com a viscoelasticidade do material, que sob condições de restrição ao deslocamento, possibilitam a interação entre as tensões de tração elásticas induzidas pelas deformações causadas pela retração e o alívio de tensões devido ao comportamento viscoelástico, fator que age na diminuição do surgimento de fissuras nas estruturas de concreto.

A figura seguinte resume o que foi descrito anteriormente quanto ao comportamento do concreto frente ao aparecimento dos efeitos da fluência devido às tensões causadas pela retração.

Figura 2 - Influência da retração e da fluência na fissuração do concreto.



Fonte: Adaptado de Mehta e Monteiro (2014).

Na prática, as relações de tensão-deformação são mais complexas do que as vistas na Figura 2. Primeiramente, o concreto não é um material elástico; segundo, que as condições de apoio das peças de concreto (restrições a qual ela está submetida) não são uniformes ao longo dela, o que faz variar o estado de tensão ponto a ponto do elemento. É de grande importância o conhecimento destes mecanismos para o estudo da análise e dimensionamento de elementos em concreto armado ao custo de ter seu uso inviabilizado devido ao surgimento de fissuras que comprometam seu desempenho estrutural, tal como em reservatórios e estruturas de armazenamento em geral.

2.1 Conceituação de Retração

A retração no concreto está associada a deformações em pastas de cimento (principalmente, devido a sua perda de água), argamassas e concreto, sem que haja qualquer tipo de carregamento, reações químicas deletérias e expansivas ou variações térmicas (DINIZ *et al.*, 2011).

Uma pasta de cimento que está saturada, quando exposta a umidades ambientes que estejam com valores abaixo desta saturação, não irá manter constantes suas dimensões originais, pois a perda de água fisicamente adsorvida dos silicatos de cálcio hidratados (C-S-H) causa deformações por retração. Assim, a remoção da água adsorvida da pasta de cimento é uma das principais causas que contribuem para a deformação por retração.

2.1.1 Tipos de Retração

As deformações citadas anteriormente são causadas pela combinação de alguns tipos de retração, dentre eles as retrações plástica, autógena, hidráulica e por carbonatação.

Primeiramente, a retração plástica refere-se à perda de água presente na superfície do concreto que ainda se encontra no estado plástico (NEVILLE, 2016). Neste caso, há o surgimento de fissuras nos casos em que não seja executada uma cura adequada, assim como pela maior velocidade de evaporação da água das superfícies expostas das peças de concreto em relação à taxa de água que sobe à superfície por meio da exsudação. De forma geral, este tipo de retração está relacionado com deficiências presentes da execução do concreto, não se tratando, em si, de um problema intrínseco do material.

Já a retração autógena, devida à contração química, também conhecida como deformação autógena, ocorre com a redução de volume por meio das reações químicas entre o cimento e a água, em que a água quimicamente combinada pode sofrer uma contração em torno de 25% de seu volume original. Há uma acentuação dos efeitos deste tipo de retração para os casos de concretos expostos a ambientes com temperaturas elevadas, assim como em materiais com maiores teores de cimento.

Este fenômeno ocorre com maior frequência em concretos de alto desempenho pelo fato de possuírem baixa relação água/cimento, o que resulta na diminuição da reserva de água para a hidratação do cimento. As consequências seriam a redução da resistência à compressão do material endurecido, uma grande redução de sua durabilidade e até mesmo problemas de ordem estética.

Já a retração hidráulica, ou por secagem, está relacionada com a perda de umidade do material para o ambiente ao qual ele está exposto, sendo esta uma das principais causas do aparecimento de fissuras nas peças de concreto, podendo afetar diretamente a durabilidade dos elementos, sendo esta um dos tipos de retração mais importantes e que devem ser levadas em

conta nos projetos estruturais. Uma das causas mais vistas cotidianamente são as fissuras superficiais em lajes (Figura 3), quando há uma retração hidráulica somada à falta de uma taxa de armadura adequada para combater este fenômeno.

Figura 3 - Aparecimento de fissuras em uma laje devido à retração.



Fonte: Autor (2021).

Há uma dificuldade em se evitar a retração por secagem do concreto em elementos de superfície, tendo em vista que os meios para se evitar a retração nem sempre encontram viabilidade para serem empregados em obra, e na maioria absoluta dos casos o material estará exposto a um ambiente com umidade abaixo da condição de saturação. Logo, a retração por secagem é uma característica constante nas estruturas de concreto, e ocorre ao longo dos anos, podendo manifestar o aparecimento de fissuras pouco tempo após a concretagem do elemento, assim como para idades mais avançadas. Observa-se também que a granulometria dos agregados que compõem o concreto, tal como a dimensão máxima, a forma e a textura influenciam na retração hidráulica. O módulo de deformação do agregado é tido como um dos fatores mais relevantes com relação a este tipo de retração do material (CABRAL *et al.*, 2010).

Outra forma seria a retração por carbonatação, que é causada pelas reações químicas entre o CO_2 presente na atmosfera e os compostos hidratados do cimento, em especial o Ca(OH)_2 . Estas reações de carbonatação produzem água, que ao se evaporar intensificam a retração por secagem. Em situações extremas de umidade a retração por carbonatação é bastante diminuída.

Em ambientes com baixíssima umidade, em torno de 25%, não haverá água suficiente nos poros do concreto para que haja a possibilidade das reações químicas de carbonatação. Já para umidades muito elevadas, os poros do material estarão cheios de água, diminuindo bastante a difusão do CO₂ e impedido em grande parte a carbonatação.

2.1.2 Ensaios de Retração

A determinação da retração hidráulica livre, tanto para a argamassa quanto para o concreto, baseia-se na medição da variação do comprimento dos corpos-de-prova ao longo do tempo. Inicialmente são moldados corpos-de-prova, geralmente prismáticos, e ao passar dos dias são verificadas as variações dos comprimentos dos diversos corpos-de-prova tendo em vista também fatores ambientais, como a temperatura e a umidade, que por sua vez influenciam na retração por secagem.

Já para a retração autógena, também são moldados corpos-de-prova, onde estes devem ser mantidos em ambientes muito saturados, em pelo menos 95%. Pode-se também envolver os corpos-de-prova com um material que impeça a perda de água do concreto para o ambiente.

Há normas, nacionais e internacionais, que tratam a respeito dos ensaios de retração do concreto. No Brasil, tem-se a norma ABNT NBR 12650:2012, e para o MERCOSUL há a norma NM 131:1998. Há também uma disponibilidade a respeito das normas americanas que tratam do assunto, como por exemplo as normas ASTM C157M-04, ASTM C596-01 e AASHTO PP34 (1999) – Standard Practice for Estimating the Crack Tendency of Concrete.

2.2 Previsão da Retração

As discussões a respeito das melhores equações analíticas calibradas que representem a retração no concreto foram iniciadas há muito tempo. Periodicamente, surgem novas tentativas de obtenção de uma equação que mais se aproxime da realidade (DINIZ *et al.*, 2011).

Como a retração no concreto é o resultado da interação de diversos mecanismos físicos e químicos, que são influenciados por muitos parâmetros, torna-se difícil a sua previsão. Diversos modelos foram propostos para a previsão da retração, em que os estudos mais disseminados são (entre parênteses as siglas dos modelos, que serão descritos na Tabela 1 e Tabela 2): ACI 209R-92 (2008) (ACI), EUROCODE 2 (2003) (EC2), BAZANT e BAWEJA (2000) (BBW), GARDNER e LOCKMAN (2001) (GLK) e ABNT 6118:2014 (NBR). Tais modelos

distinguem-se uns dos outros tanto pela complexidade quanto para a entrada de dados, que podem ser as propriedades do concreto fresco e endurecido, dimensões dos corpos-de-prova, condições de carregamento e as condições ambientais.

A Tabela 1 descreve com detalhes as limitações dos modelos de retração, onde infere-se que quanto maiores as informações de entrada, melhor será a aproximação deste modelo com relação aos dados obtidos experimentalmente. A Tabela 2 apresenta os dados de entrada para cada um dos modelos de retração citados anteriormente.

Tabela 1 - Limitação dos modelos de retração.

Dados	ACI	EC2	BBW	GLK	NBR
f_{cm28} (MPa)	-	20 a 90	17 a 70	0 a 70	-
f_{ck} (MPa)	-	-	-	-	20 a 50
Tensão aplicada (%)	0 - 40	0 - 45	0 - 45	0 - 40	0 - 40
Consumo de cimento (kg/m ³)	-	-	160 - 720	-	300 a -
Água/cimento	-	-	0,35 - 0,85	0,4 - 0,6	-
Umidade relativa (%)	40 a 100	40 a 100	40 a 100	40 a 100	40 a 90
Tempo de cura úmida (dias)	> 7	< 14	-	> 2	-

Fonte: Adaptado de Diniz *et al.* (2011).

Tabela 2 - Parâmetros de entrada dos modelos de retração.

Parâmetros	ACI	EC2	BBW	GLK	NBR
Tipo de cimento		X	X	X	
Umidade relativa (%)	X	X	X	X	X
Idade do carregamento/fim da cura (dias)	X	X	X	X	X
Método de cura	X		X		
Volume/superfície	X		X	X	
Área/perímetro		X			X
Dimensões do corpo-de-prova (cm)	X	X	X	X	X
Secagem antes do carregamento (dias)		X		X	
f_{ck} (MPa)		X			
f_{cm28} (MPa)		X	X	X	
E_{cm28} (MPa)			X		

Tabela 2 - Parâmetros de entrada dos modelos de retração (continuação).

Parâmetros	ACI	EC2	BBW	GLK	NBR
Consumo de cimento (kg/m ³)	X				
Quantidade de água (kg/m ³)			X		
Agregado miúdo (%)	X				
Abatimento (mm)	X				X
Temperatura (°C)		X			X
Volume de ar (%)	X				

Fonte: Adaptado de Diniz *et al.* (2011).

Os modelos da NBR 6118:2014 relacionados à retração são descritos a seguir. O valor da retração do concreto depende de certos parâmetros, dentre eles:

- Umidade relativa do ambiente;
- Consistência do concreto no lançamento;
- Espessura fictícia da peça.

Com isso, a deformação causada pela retração entre os instantes t_0 e t é expressa pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s) [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (2.1)$$

de tal forma que $\varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s)$ é a deformação por retração última, dada por

$$\varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s) = \varepsilon_{1s} \varepsilon_{2s} \quad (2.2)$$

em que

ε_{1s} – coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto apresentado na Tabela 3

ε_{2s} – coeficiente que depende da espessura fictícia da peça, dado por

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 h_{fic}}{20,8 + 3 h_{fic}} \quad (2.3)$$

h_{fic} – espessura fictícia, expressa em centímetros (cm), dada pela equação seguinte

$$h_{fic} = \gamma \frac{2 A_c}{u} \quad (2.4)$$

em que

A_c – área da seção transversal da peça.

γ – coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente, conforme Tabela 3.

u – perímetro externo da seção transversal em contato com o ar.

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ – coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0 (em dias), dado por

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D \left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (2.5)$$

em que

$$A = 40$$

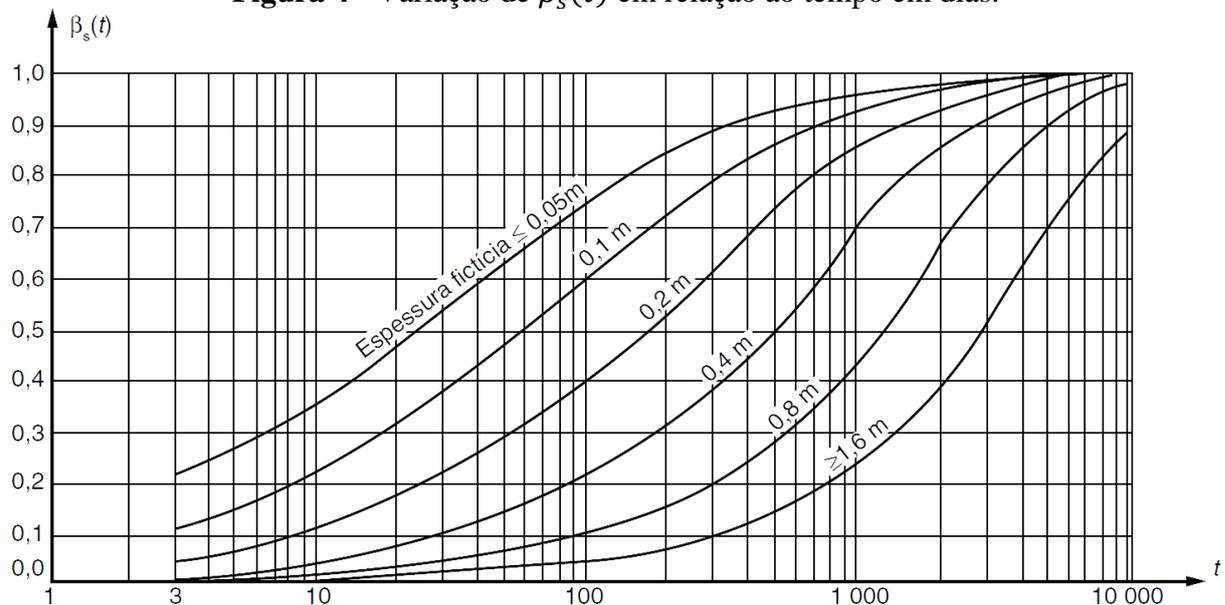
$$B = 116h_{fic}^3 - 282h_{fic}^2 + 220h_{fic} - 4,8$$

$$C = 2,5h_{fic}^3 - 8,8h_{fic}^2 + 40,7$$

$$D = -75h_{fic}^3 + 585h_{fic}^2 + 496h_{fic} - 6,8$$

$$E = -169h_{fic}^4 + 88h_{fic}^3 + 584h_{fic}^2 - 39h_{fic} + 0,8$$

Figura 4 - Variação de $\beta_s(t)$ em relação ao tempo em dias.



Fonte: NBR 6118:2014.

Tabela 3 - Valores usuais para a determinação da fluência e da retração.

Ambiente	Umidade U %	Fluência φ_{1c} ^{a, c}			Retração $10^4 \varepsilon_{1s}$ ^{b, c}			γ ^d
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67 cm						
		0 – 4	5 – 9	10 – 15	0 – 4	5 – 9	10 – 15	
Na água	–	0,6	0,8	1,0	+ 1,0	+ 1,0	+ 1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	– 1,9	– 2,5	– 3,1	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	– 3,8	– 5,0	– 6,2	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	– 4,7	– 6,3	– 7,9	1,0

^a $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$ para abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e $U \leq 90$ %.
^b $10^4 \varepsilon_{1s} = - 8,09 + (U/15) - (U^2/ 2 284) - (U^3/ 133 765) + (U^4/ 7 608 150)$ para abatimentos de 5 cm a 9 cm e $40 \% \leq U \leq 90$ %.
^c Os valores de φ_{1c} e ε_{1s} para $U \leq 90$ % e abatimento entre 0 cm e 4 cm são 25 % menores e, para abatimentos entre 10 cm e 15 cm, são 25 % maiores.
^d $\gamma = 1 + \exp(- 7,8 + 0,1 U)$ para $U \leq 90$ %.

NOTA 1 Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados, no caso de tração.

NOTA 2 Para o cálculo dos valores de fluência e retração, a consistência do concreto é aquela correspondente à obtida com o mesmo traço, sem a adição de superplastificantes e superfluidificantes.

Fonte: NBR 6118:2014.

A idade fictícia do concreto (dias), por sua vez, é dada por

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \cdot \Delta t_{ef,i} \quad (2.6)$$

α – coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento dado pela Tabela 4.

T_i – temperatura média diária do ambiente (°C).

$\Delta t_{ef,i}$ – período em que a temperatura média diária do ambiente se manteve constante (dias).

Tabela 4 - Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	
Legenda: CP I e CP I-S – Cimento Portland comum CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto CP III – Cimento Portland de alto forno CP IV – Cimento Portland pozolânico CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial RS – Cimento Portland resistente a sulfatos (propriedade específica de alguns dos tipos de cimento citados)		

Fonte: NBR 6118:2014.

Nota-se que a espessura fictícia é utilizada nos modelos de previsão da retração, porém com unidades distintas para determinação de cada parâmetro ($\beta_f(t)$ – metros, ε_{2s} – centímetros).

2.3 Influência das armaduras na deformação de retração de uma parede cilíndrica

A presença de armadura nas paredes cilíndricas exerce efeito favorável à diminuição das deformações oriundas da retração, pois esta age como um impedimento à tendência de diminuição do comprimento original da peça de concreto que está ligada à armadura. Imaginando um trecho de anel de uma parede cilíndrica de raio R , com área de concreto da seção transversal A_c , armado com uma barra de aço de área A_s , de acordo como o ilustrado na Figura 5, em que T é a força de tração aplicada pela armadura sobre o concreto quando este tende a retrair – levando-se em consideração a aderência entre os materiais. Sendo ε_{cs} a deformação do concreto devido à retração e E_c o módulo de elasticidade do concreto, tem-se que a deformação do concreto (ε_{conc}) é dada por

$$\varepsilon_{conc} = -|\varepsilon_{cs}| + \frac{T}{A_c \cdot E_c} \quad (2.7)$$

Ainda, C é a força de compressão aplicada pelo concreto sobre o aço. Então, pela condição de equilíbrio

$$-C = T \quad (2.8)$$

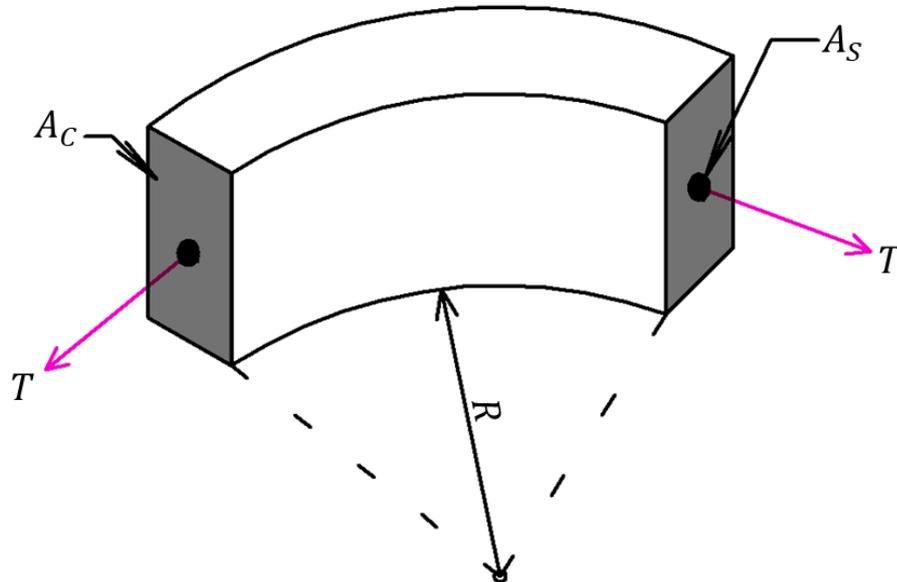
Em função da aderência entre o aço e o concreto, tem-se a seguinte condição de compatibilidade

$$\varepsilon_{aço} = \varepsilon_{conc} \quad (2.9)$$

e assim, a deformação no aço é dada por

$$\varepsilon_{aço} = \frac{C}{A_s \cdot E_s} = -\frac{T}{A_s \cdot E_s} \quad (2.10)$$

Figura 5 - Trecho de anel de uma parede cilíndrica submetida à retração.



Fonte: Autor (2020).

Como o aço está aderido ao concreto, a condição de compatibilidade é dada por $\varepsilon_{aço} = \varepsilon_{conc}$. Igualando as Equações 2.7 e 2.10, tem-se

$$-|\varepsilon_{cs}| + \frac{T}{A_c E_c} = -\frac{T}{A_s E_s} \quad (2.11)$$

$$T = \frac{|\varepsilon_{cs}|}{\frac{1}{A_c \cdot E_c} + \frac{1}{A_s \cdot E_s}}$$

Substituindo a Equação 2.11 na Equação 2.7, obtém-se

$$\varepsilon_{conc} = -|\varepsilon_{cs}| \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{A_c}{A_s}} \right) \quad (2.12)$$

Adotando-se $\rho_s = \frac{A_s}{A_c}$ e $\eta = \frac{E_s}{E_c}$, pode-se reescrever a Equação 2.12 da seguinte forma,

$$\varepsilon_{conc} = -|\varepsilon_{cs}| \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\rho_s \cdot \eta}} \right) \quad (2.13)$$

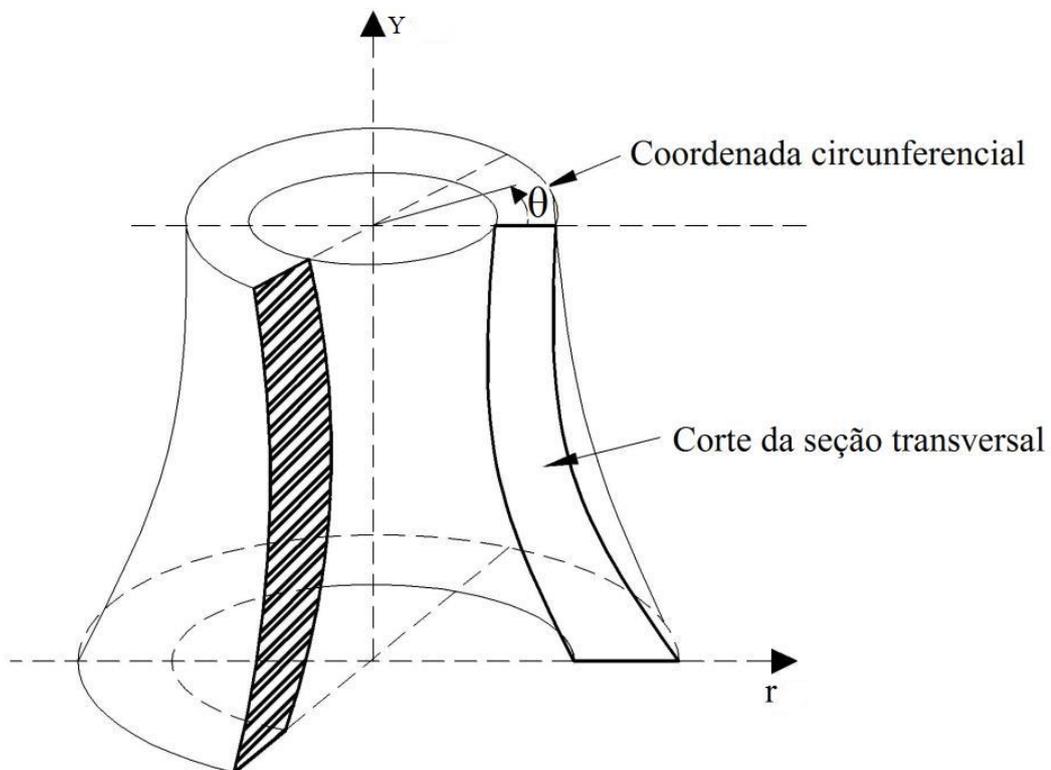
em que a Equação 2.13 representa a deformação no concreto devido à retração, levando-se em consideração a taxa de armadura no elemento a ser analisado. Portanto, quanto maior a taxa de armadura, menor será a deformação por retração efetiva. Da mesma forma, quanto maior for o módulo de elasticidade do aço frente ao do concreto, menor será esta deformação, dado que a armadura irá ter maior resistência frente à tendência de diminuição de seu comprimento original.

3 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA CASCAS DE REVOLUÇÃO

As cascas são elementos estruturais representados por uma superfície média tomada no eixo que divide em partes iguais sua espessura. Fundamentalmente, as cascas possuem sua superfície média curva e tem uma grande abrangência de aplicações em, por exemplo, reservatórios. Geralmente, nessas estruturas a espessura apresenta uma dimensão pequena frente às outras dimensões, tal como o raio do reservatório e sua altura. Hauso (2014) registra que as cascas combinam o comportamento de membrana com o de placa, obtendo-se, assim, grande rigidez que possibilita vencer grandes vãos com pouco gasto de material.

As cascas de revolução, ou axissimétricas, são aquelas definidas por uma superfície média mapeada por coordenadas cilíndricas com relação a um eixo de revolução. Com isso, tais estruturas podem ser representadas por meio de uma dada seção transversal, que por sua vez sofre uma revolução em torno de seu eixo de simetria. Quando os carregamentos também são axissimétricos, o campo de deslocamentos depende apenas das coordenadas r e z , dado que inexistente deslocamento circunferencial, pois há simetria tanto na geometria da casca quanto no seu carregamento.

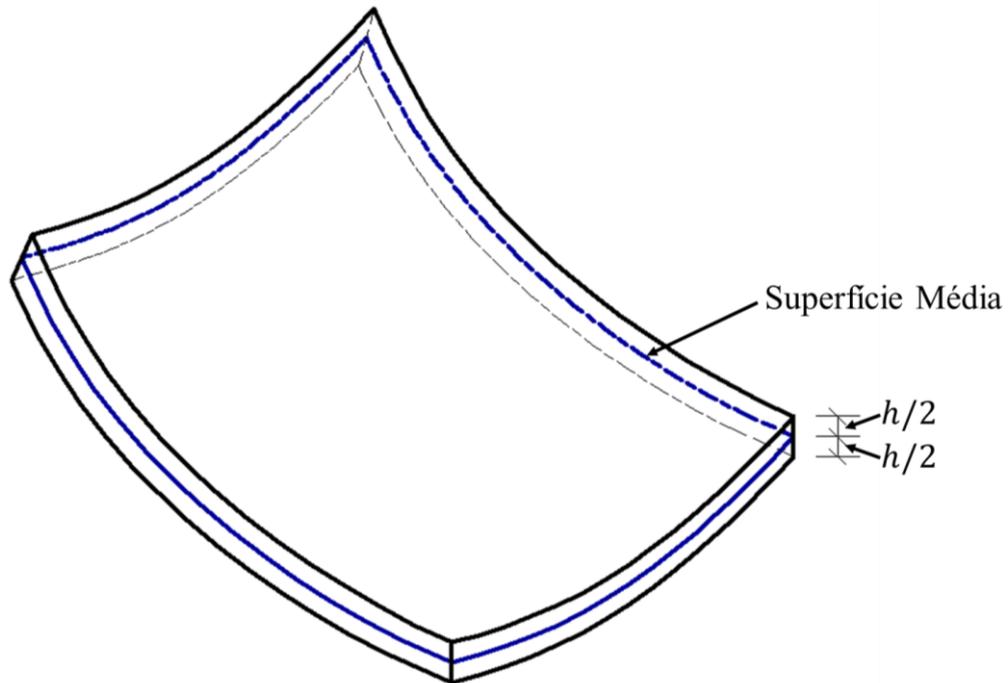
Figura 6 - Sólido axissimétrico.



Fonte: Adaptado de Ferreira (2017).

O trabalho em questão tem por objetivo o estudo analítico de cascas delgadas, com relação entre a espessura e o raio da casca menor que $1/20$, segundo Novozhilov e Radok (1964). Por conta de algumas simplificações das equações gerais da teoria da elasticidade, admite-se que, como dito anteriormente, a análise do comportamento deste tipo de estrutura seja feita em sua superfície média (Figura 7).

Figura 7 - Superfície Média de uma casca.



Fonte: Autor (2021).

Para o estudo dessas estruturas algumas hipóteses básicas devem ser atendidas, visto que a teoria a ser considerada neste trabalho se baseia nas hipóteses cinemáticas de Kirchhoff-Love (BILLINGTON, 1982), que foi desenvolvida para cascas finas e que assume:

- a) O material constituinte da casca é isotrópico e atende à lei de Hooke;
- b) A espessura da casca é tida com pequena dimensão quando comparada às demais dimensões assumidas na superfície média;
- c) As tensões normais à superfície média são assumidas muito pequenas frente às demais tensões atuantes na casca, e por isso são desprezíveis;
- d) Linhas retas perpendiculares à superfície média no estado não deformado permanecem retas e perpendiculares após a deformação da casca;

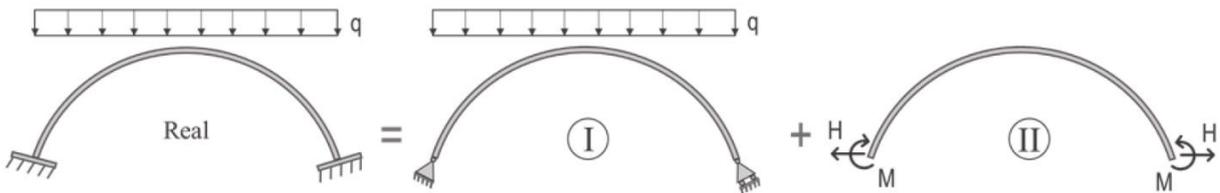
- e) Os deslocamentos são admitidos muito pequenos com relação à dimensão da espessura da casca, sendo desprezados quanto à sua influência nas condições de equilíbrio do elemento;
- f) Deformações oriundas dos esforços cisalhantes são desprezadas na análise.

3.1 Procedimentos para análise de cascas delgadas

De maneira geral, em um elemento de casca, para suas diversas geometrias, atuam os diversos tipos de esforços, como por exemplo esforços normais no plano tangente da superfície, esforços cortantes perpendiculares à superfície média, momentos fletores e momentos torsores. Segundo Marques (2019), há uma possibilidade de se obter a solução para uma estrutura de casca delgada por meio da Teoria Geral, ou Teoria de Flexão. Contudo, esta abordagem implica em complexidades na resolução do sistema de equações diferenciais que regem o problema, o que pode dificultar a adoção deste tipo de análise.

Na prática, com a finalidade de facilitar a análise estrutural, se faz uso da sobreposição de efeitos para a determinação dos esforços internos do elemento estrutural.

Figura 8 - Sobreposição de efeitos para uma casca delgada.



Fonte: Marques (2019).

Observa-se, conforme ilustrado na Figura 8, que o sistema estrutural I recebe ações de forças externas, e apresenta apoios tangentes à sua superfície. Neste caso, os esforços internos presentes, provocados pelo carregamento e pelas reações de apoio, encontram-se na superfície média do elemento. Esforços cortantes perpendiculares à superfície média e os momentos fletores são muito pequenos, e podem, sem prejuízos maiores, serem desprezados. Tão logo, conclui-se que a estrutura do sistema I é compatível com o regime de membrana, podendo a solução ser obtida por meio da Teoria de Membrana.

Ainda, de acordo com a Figura 8, observa-se que no sistema II não há atuação de carregamentos externos. Neste sentido, os hiperestáticos de bordo H e M atuam provocando deslocamentos e esforços internos no elemento. De maneira contrária ao descrito para o sistema

I, nesse segundo caso os esforços cortantes perpendiculares à superfície média, assim como os momentos fletores, não podem ser desprezados, de maneira que na situação da atuação dos hiperestáticos de bordo estes esforços se apresentam com valores significativos. Tão logo, o segundo sistema não é compatível com o regime de membrana, e deve ser desenvolvida sua solução por meio da Teoria de Flexão.

Havendo a sobreposição dos esforços encontrados no sistema I e no sistema II, o resultado é o mesmo que o calculado para o caso real. Portanto, de acordo com Marques (2019), este tipo de análise realizada por meio do método das forças pode ser feita pelas seguintes etapas:

- a) Obtenção dos esforços e deslocamentos do sistema primário, compatível com o regime de membrana, baseada na Teoria de Membrana;
- b) Cálculo dos deslocamentos de bordo em função dos hiperestáticos para o sistema secundário baseado na Teoria de Flexão;
- c) Compatibilização dos deslocamentos obtidos pela sobreposição dos efeitos calculados para os sistemas I e II com o sistema real, obtendo-se os valores dos hiperestáticos de bordo;
- d) Sobreposição dos esforços e deslocamentos dos sistemas I e II, obtendo-se os esforços e deslocamentos da estrutura real.

3.2 Procedimento para análise estrutural de cascas cilíndricas

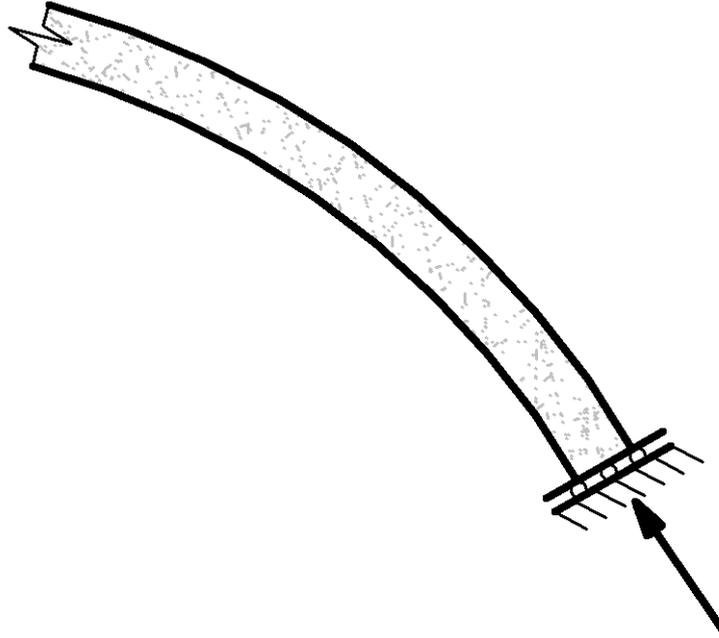
3.2.1 Teoria de membrana

É de grande conveniência a utilização de cascas cilíndricas para resistir a esforços de armazenamento, em que se pode idealizar tal estrutura por meio de sucessivos anéis de bordo livre que estão sob a ação de pressões internas que desenvolvem nestes anéis esforços de tração. Isso, por sua vez, resulta em esforços de membrana, em que tal regime de solicitações prevalece para a maior parte da extensão da casca. A teoria de membrana considera a atuação dos esforços na superfície média da casca. De acordo com Gravina (1958 *apud* CRUZ, 2009), algumas condições precisam ser observadas para que o elemento esteja submetido apenas a esforços de membrana.

- a) Os apoios devem aplicar reações com linha de ação tangencial ao plano médio da casca;

- b) Ao elemento de superfície não podem ser aplicadas cargas concentradas;
- c) Não pode haver mudanças bruscas na direção da casca.

Figura 9 - Situação para condicionamento do comportamento de membrana: reação de apoio tangente ao plano.



Fonte: Autor (2021).

Quando há condições diferentes das citadas, pode ocorrer à estrutura o surgimento de momentos fletores que, para a correta análise estrutural, lança-se mão do uso a respeito da teoria de flexão com vistas a determinação dos esforços.

Os esforços solicitantes sobre a casca cilíndrica podem ser obtidos por meio da equação diferencial de 4ª ordem do deslocamento longitudinal do tubo:

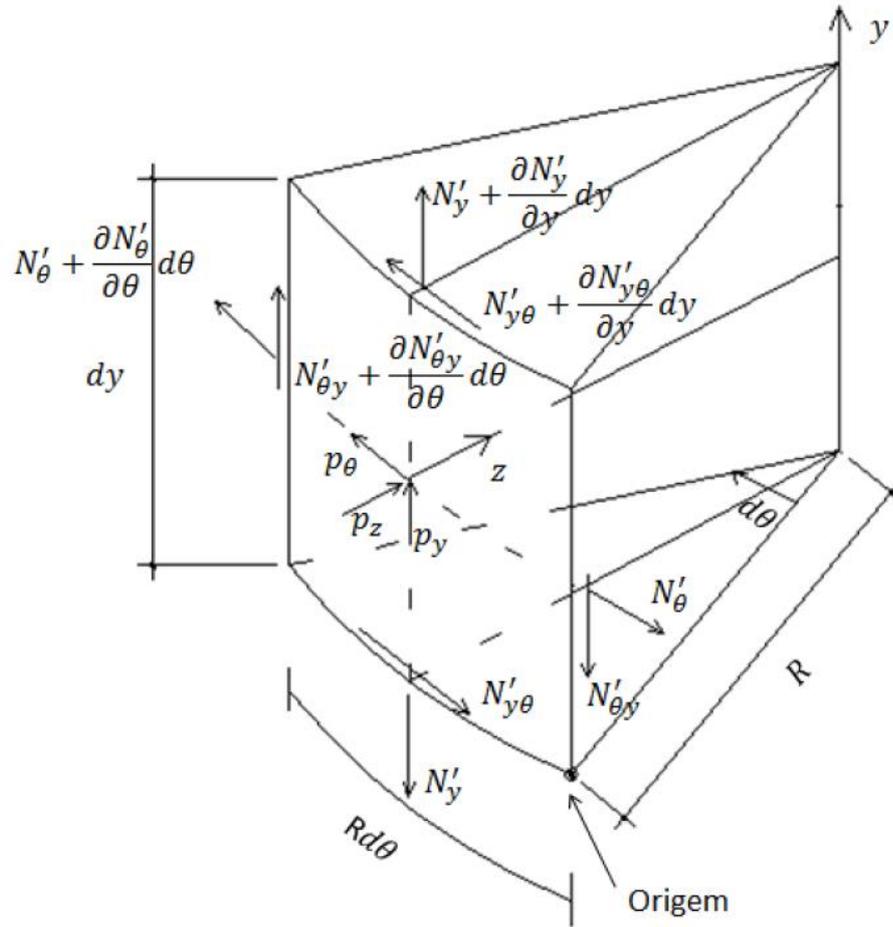
$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 4\beta^4 w = \frac{p}{EI} \quad (3.1)$$

de tal maneira que β é tido como um coeficiente de amortecimento, que por sua vez é dado por

$$\beta = \frac{[3(1 - \nu^2)]^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{rh}} \quad (3.2)$$

A Figura 10 apresenta os carregamentos e os esforços de membrana que podem agir em um elemento infinitesimal de uma casca cilíndrica.

Figura 10 - Esforços de membrana em um elemento diferencial de casca cilíndrica.



Fonte: Silva (2017).

Fazendo-se o equilíbrio de esforços para a direção y , tem-se

$$\begin{aligned} \left(N'_y + \frac{\partial N'_y}{\partial y} dy \right) Rd\theta - N'_y Rd\theta + \left(N'_{\theta y} + \frac{\partial N'_{\theta y}}{\partial \theta} d\theta \right) dy \\ - N'_{\theta y} dy + p_y Rd\theta dy = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$R \frac{\partial N'_y}{\partial y} + \frac{\partial N'_{\theta y}}{\partial \theta} + p_y R = 0 \quad (3.4)$$

Já na direção θ , o equilíbrio de forças é dado pela equação seguinte.

$$\begin{aligned} \left(N'_{\theta} + \frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} d\theta \right) dy \cdot \cos(d\theta) - N'_{\theta} dy + \left(N'_{y\theta} + \frac{\partial N'_{y\theta}}{\partial y} dy \right) R d\theta \\ - N'_{y\theta} R d\theta + p_{\theta} R dy d\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dado que $\cos(d\theta)$ apresenta a projeção de $\left(N'_{\theta} + \frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} d\theta \right)$ na direção de N'_{θ} , então se pode reescrever a Equação 3.5 da seguinte maneira:

$$\frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial N'_{y\theta}}{\partial y} R + p_{\theta} R = 0 \quad (3.6)$$

Por fim, para a direção z , o somatório das forças é tomado com relação ao ponto de origem, tendo assim uma projeção de $N'_{\theta} + \frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} d\theta$ para esta direção, em que

$$\left(N'_{\theta} + \frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} d\theta \right) dy \cdot \sin(d\theta) + p_z R dy d\theta = 0 \quad (3.7)$$

Como $d\theta \ll 1$, então $\sin(d\theta) \approx d\theta$, e com isso

$$N'_{\theta} dy d\theta + \frac{\partial N'_{\theta}}{\partial \theta} d\theta dy d\theta + p_z R dy d\theta = 0 \quad (3.8)$$

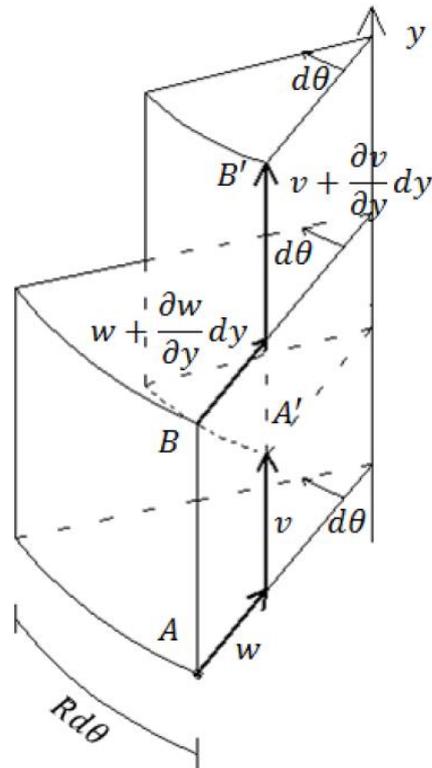
Desprezando-se os termos de ordem superior e simplificando a Equação 3.8, pode-se reescrevê-la da seguinte maneira:

$$N'_{\theta} + p_z R = 0 \quad (3.9)$$

Assim, o equilíbrio da casca cilíndrica é representado por meio das Equações 3.4, 3.6 e 3.9. Em Billington (1982) são consideradas algumas consequências naturais de equilíbrio de momento em torno do eixo z , em que se toma $N'_{\theta y} = N'_{y\theta}$, resultando, assim, em um problema estaticamente determinado, de modo que o número de equações se equivale ao número de incógnitas.

Ainda, pode-se definir as relações entre esforços e deslocamentos de membrana em um dado elemento infinitesimal, tal como mostrado na figura seguinte.

Figura 11 - Deslocamentos de membrana da casca cilíndrica.



Fonte: Silva (2017).

Acerca disso, pode-se escrever as deformações vertical e circunferencial, respectivamente, da seguinte forma:

$$\varepsilon_y = \frac{v + \frac{dv}{dy} dy - v}{dy} = \frac{dv}{dy} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{(R - w)d\theta - Rd\theta}{Rd\theta} = -\frac{w}{R} \quad (3.11)$$

Já a rotação em um plano yz , pode ser dada por

$$\phi_y = \frac{w + \frac{dw}{dy} dy - w}{dy} = \frac{dw}{dy} \quad (3.12)$$

Pela Lei de Hooke pode-se, portanto, determinar as deformações em termos das tensões, como segue:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] \quad (3.14)$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{1}{G} \tau_{\theta y} \quad (3.15)$$

De acordo com a hipótese c) de Kirchhoff-Love, na qual se diz que as tensões normais à superfície média (σ_z) são assumidas muito pequenas frente às demais tensões atuantes na casca, e por isso são desprezíveis, pode-se determinar as deformações em função dos esforços da seguinte maneira:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{Eh} (N'_\theta - \nu N'_y) \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{Eh} (N'_y - \nu N'_\theta) \quad (3.17)$$

Dadas as Equações 3.16 e 3.17, pode-se escrever os esforços em termos das deformações na casca. Assim, escreve-se:

$$N'_\theta = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_y) \quad (3.18)$$

Ainda,

$$N'_y = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_\theta) \quad (3.19)$$

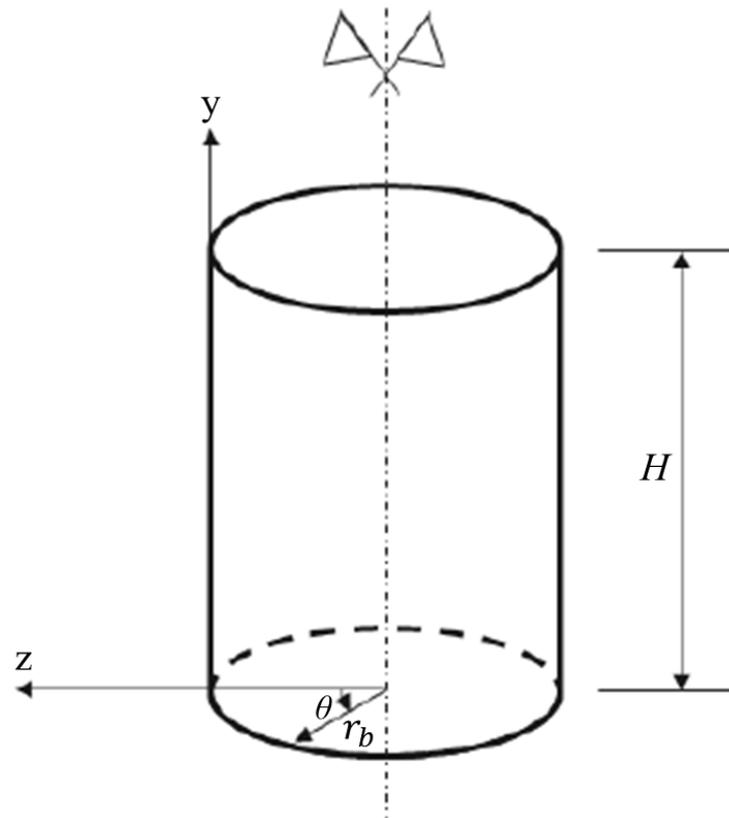
Substituindo-se, respectivamente, as Equações 3.13 e 3.14 nas Equações 3.18 e 3.19, obtêm-se:

$$N'_\theta = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left(-\frac{w}{R} + \nu \frac{dv}{dy} \right) \quad (3.20)$$

$$N'_y = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left(\frac{dv}{dy} - \nu \frac{w}{R} \right) \quad (3.21)$$

A casca cilíndrica possui o ângulo ϕ constante igual a $\pi/2$, de modo que seu raio $r_1 \rightarrow \infty$. Com isso, pode-se dizer que $dy = r_1 d\phi$, em que a coordenada y tem como sua origem a base do cilindro, onde o raio deste é R e também $r_0 = r_2 \cdot \sin\phi = r_b$, como ilustrado na Figura 12 a seguir:

Figura 12 - Referencial para a superfície média da parede cilíndrica.



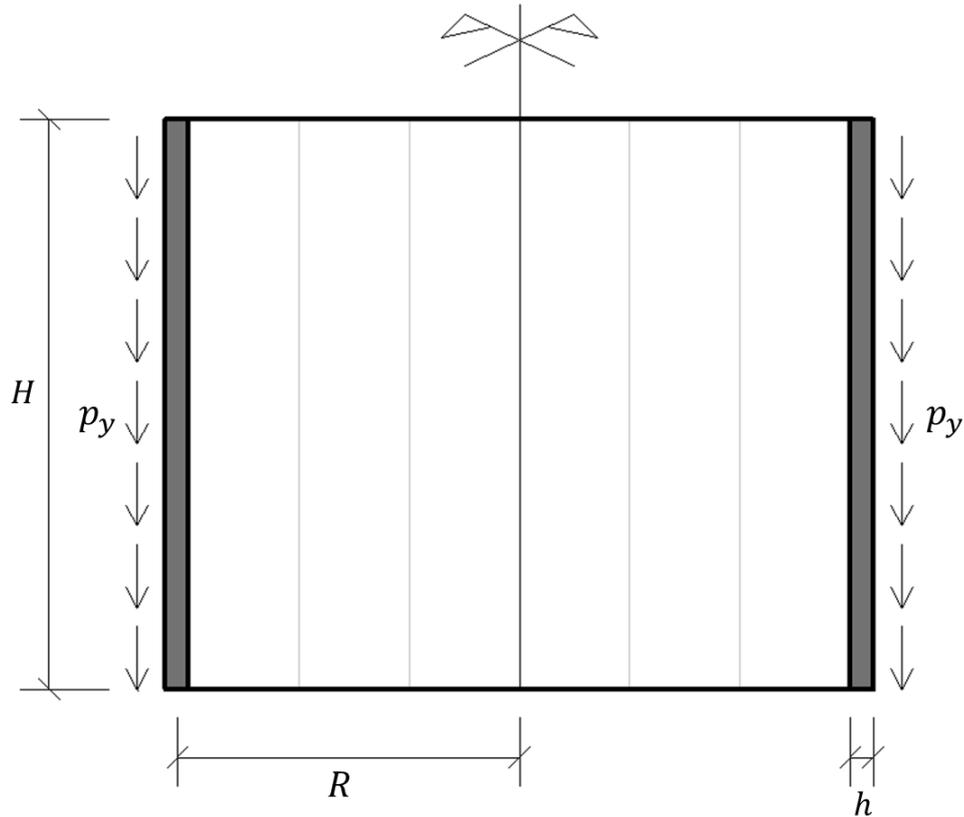
Fonte: Adaptado de Sabe (1986).

Com isso, pode-se definir a distribuição de esforços para alguns casos de carregamentos:

a) Peso próprio

Tem-se a seguinte situação de carregamento para uma parede cilíndrica, conforme mostrada na Figura 13.

Figura 13 - Casca cilíndrica sob carga de peso próprio.



Fonte: Autor (2021).

Sob a ação da gravidade há atuação do peso próprio da estrutura. Para o caso de uma parede cilíndrica, $p_z = 0$, $p_y = -\gamma_p \cdot h$ e $p_\theta = 0$. Assim:

$$P = 2\pi \int_y^H R \gamma_p h dy = 2\pi R(H - y)\gamma_p h \quad (3.22)$$

$$N'_y = -\frac{P}{2\pi R} = -h(H - y)\gamma_p \quad (3.23)$$

Como $\gamma_p \cdot h = p_y$, em que γ_p é o peso específico do material e h é a espessura da parede da casca cilíndrica, então a Equação 3.23 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$N'_y = -p_y(H - y) \quad (3.24)$$

Sabe-se também que, para o caso de carregamento devido ao peso próprio, tem-se

$$N'_\theta = 0 \quad (3.25)$$

Para este caso de carregamento, os deslocamentos de bordo na parede do cilindro são desprezados.

b) Pressão interna uniforme

Para o caso em que a casca cilíndrica é submetida à pressão interna uniforme em toda a altura do cilindro, como mostrado na Figura 14, tem-se $p_z = -p, p_y = 0$ e $p_\theta = 0$. Assim, pode-se obter os esforços internos por meio de:

$$N'_y = 0 \quad (3.26)$$

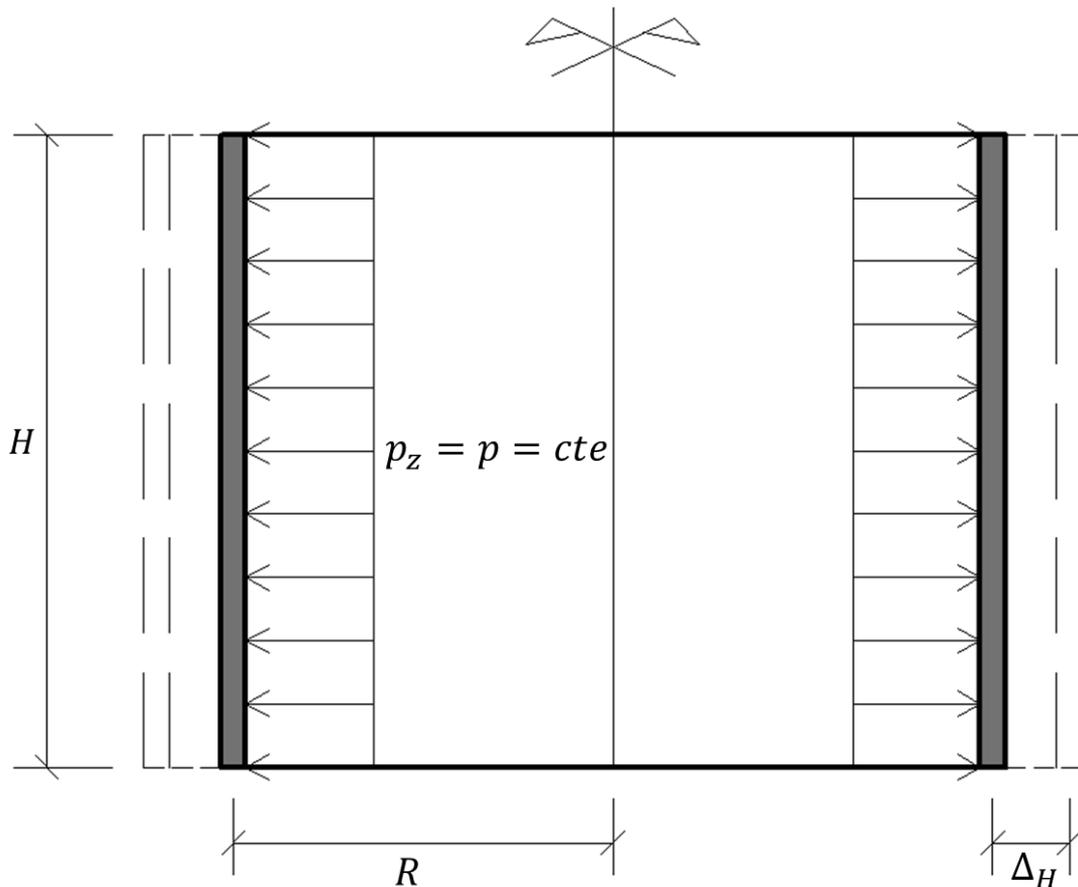
$$N'_\theta = p \cdot R \quad (3.27)$$

Como a pressão é assumida uniforme na parede, haverá, portanto, um deslocamento radial na mesma, não havendo, porém, distorções angulares. Assim:

$$\Delta_H = \frac{p R^2}{E h} \quad (3.28)$$

$$\Delta_\theta = 0 \quad (3.29)$$

Figura 14 - Parede cilíndrica sob pressão interna uniforme.



Fonte: Autor (2021).

c) Pressão interna com variação linear

Dada uma casca cilíndrica submetida a uma pressão interna que varia linearmente ao longo da altura da parede, de modo que se assume valor nulo no extremo superior e valor máximo no bordo inferior (a exemplo de uma carga hidrostática), conforme ilustrado na Figura 15, têm-se $p_z = -\gamma_L(H - y)$, $p_y = 0$ e $p_\theta = 0$, sendo γ_L o peso específico do líquido que está sendo armazenado no cilindro. Para isso, determina-se os esforços da seguinte maneira:

$$N'_y = 0 \quad (3.30)$$

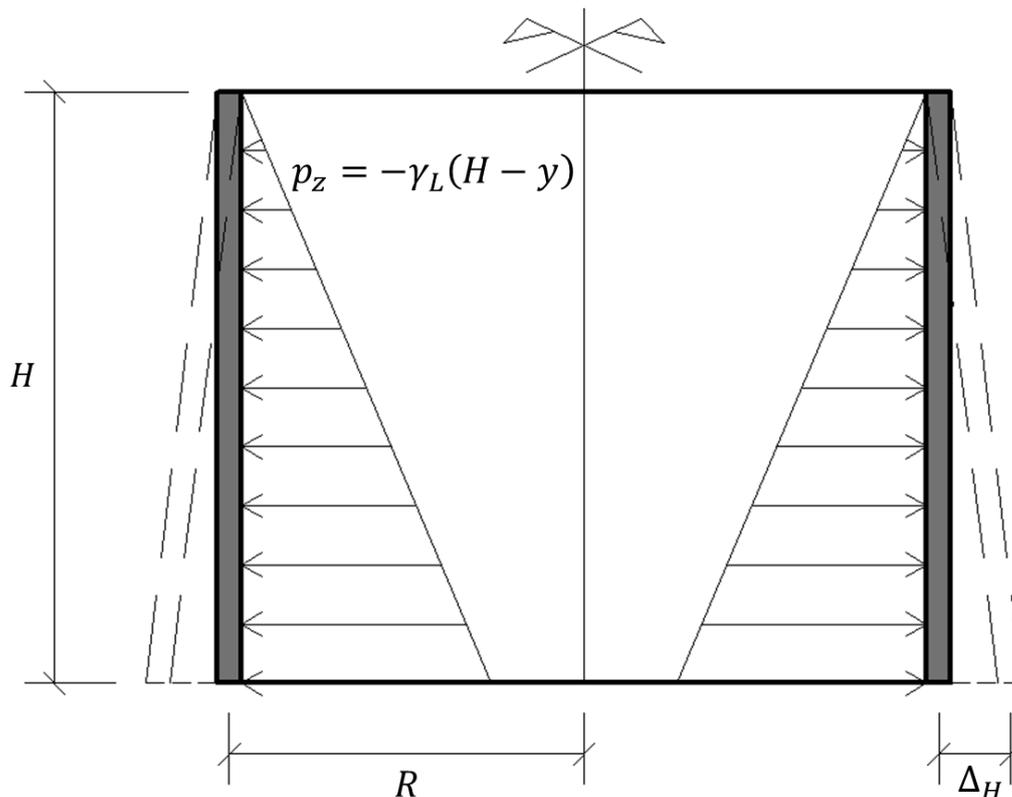
$$N'_\theta = \gamma_L(H - y)R \quad (3.31)$$

Já o deslocamento horizontal na base da parede do cilindro, assim como a rotação da mesma são dadas, respectivamente, por

$$\Delta_H = \frac{\gamma_L R^2 H}{E \cdot h} \quad (3.32)$$

$$\Delta_\phi = \frac{\gamma_L R^2}{E \cdot h} \quad (3.33)$$

Figura 15 - Parede cilíndrica sob pressão interna com variação linear.



Fonte: Autor (2021).

3.2.2 Teoria de flexão

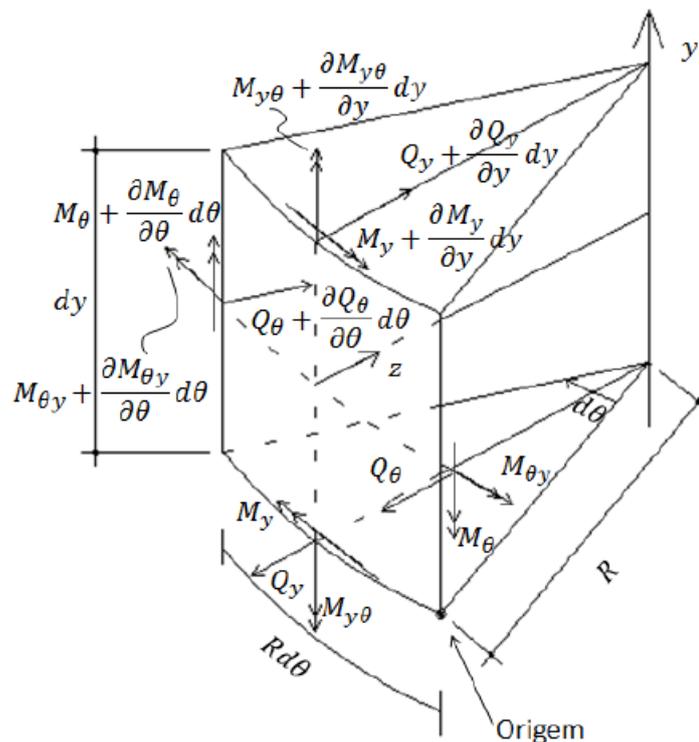
Para situações diferentes das mencionadas na teoria de membrana para cascas cilíndricas, onde, por exemplo, pode haver a atuação de momentos fletores neste tipo de elemento, faz-se necessário o uso da teoria de flexão para descrever a distribuição de esforços na estrutura.

De maneira geral, para os sistemas de equações formados pela análise do equilíbrio das cascas há uma grande complexidade na obtenção das soluções desses referidos sistemas de equações. Tais soluções podem ser encontradas para alguns casos particulares, porém na maioria das vezes há de se fazer uso de procedimentos aproximados para a obtenção das soluções.

Dentre os procedimentos disponíveis na literatura, um dos mais utilizados é a aproximação de Geckeler, aplicável à análise de cascas de revolução com carregamentos axissimétricos.

A Figura 16 apresenta os esforços oriundos da teoria de flexão atuantes em um elemento infinitesimal de uma casca cilíndrica, em que os esforços e carregamentos originários da teoria de membrana são suprimidos para melhor visualização.

Figura 16 - Esforços num elemento infinitesimal de casca cilíndrica oriundos da Teoria de flexão.



Fonte: Silva (2017).

As equações de equilíbrio aqui descritas são análogas às vistas na Seção 3.2.1, exceto o fato de agora serem estudados termos referentes aos esforços cortantes perpendiculares à superfície média, assim como as equações dos momentos fletores atuantes. A imposição do equilíbrio na direção y leva a uma equação idêntica à Equação 3.4.

Para o equilíbrio da direção θ , adiciona-se a parcela $Q_\theta + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} d\theta$ de esforço cortante à Equação 3.6, tal que

$$\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{y\theta}}{\partial y} R - Q_\theta + p_\theta R = 0 \quad (3.34)$$

Já o equilíbrio na direção z é tomado como sendo a Equação 3.9 acrescida das parcelas referentes às forças cortantes $Q_\theta + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} d\theta$ e $Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy$. Com isso,

$$\frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} R + N_\theta + p_z R = 0 \quad (3.35)$$

Agora, tomando-se o equilíbrio de momentos fletores nas direções y e θ , respectivamente, tem-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial M_{y\theta}}{\partial y} R - Q_\theta R = 0 \quad (3.36)$$

$$-\frac{\partial M_y}{\partial y} R + \frac{\partial M_{\theta y}}{\partial \theta} - Q_y R = 0 \quad (3.37)$$

Em resumo, a adição dos termos referentes aos esforços cortantes perpendiculares à superfície e das duas equações de momentos fletores à análise do equilíbrio do elemento infinitesimal para a teoria de flexão resulta em um total de cinco equações para a casca cilíndrica, dadas em seguida.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{y\theta}}{\partial y} R - Q_\theta + p_\theta R &= 0 \\
\frac{\partial N_y}{\partial y} R + \frac{\partial N_{\theta y}}{\partial \theta} + p_y R &= 0 \\
\frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} R + N_\theta + p_z R &= 0 \\
\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial M_{y\theta}}{\partial y} R - Q_\theta R &= 0 \\
-\frac{\partial M_y}{\partial y} R + \frac{\partial M_{\theta y}}{\partial \theta} - Q_y R &= 0
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Para os casos em que o carregamento aplicado é axissimétrico, anulam-se os esforços cisalhantes tangentes à superfície, assim como os momentos torsores, de modo que $N_{y\theta} = N_{\theta y} = M_{y\theta} = M_{\theta y} = 0$. Logo, para esta situação de carregamento, simplificando as equações vistas em 3.38, têm-se

$$\begin{aligned}
\frac{dN_y}{dy} R + p_y R &= 0 \\
\frac{dQ_y}{dy} R + N_\theta + p_z R &= 0 \\
-\frac{dM_y}{dy} R - Q_y R &= 0
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Como há cinco incógnitas nas Equações 3.39, o sistema por sua vez é indeterminado, onde se faz uso de relações de esforços-deslocamento e da relação momento-curvatura para resolução do problema, que é dado por

$$M_y = D_c \frac{d\phi_y}{dy} \tag{3.40}$$

Ainda, D_c é tomada como a constante de rigidez à flexão da casca cilíndrica:

$$D_c = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \tag{3.41}$$

Resolvendo-se o sistema visto nas Equações 3.39, com o auxílio das Equações 3.20, 3.21 e 3.40, obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$D_c \frac{d^4 w}{dy^4} + \frac{Eh}{r^2} w = p_z \quad (3.42)$$

Haja vista a Equação 3.1, em que se apresenta o parâmetro β , a Equação 3.42 pode ser escrita de forma análoga à Equação 3.1, onde se incorpora a constante de rigidez à flexão. Assim,

$$\frac{d^4 w}{dy^4} + 4\beta^4 w = \frac{p_z}{D_c} \quad (3.43)$$

De modo que a solução geral é dada por

$$w = e^{\beta y} [C_1 \cos \beta y + C_2 \sin \beta y] + e^{-\beta y} [C_3 \cos \beta y + C_4 \sin \beta y] + f(y) \quad (3.44)$$

em que w é tido como sendo a equação que descreve a linha elástica da parede cilíndrica, e C_1, C_2, C_3 e C_4 são as constantes de integração da equação diferencial. Tais constantes são obtidas pela aplicação das condições de contorno do problema. Ainda, $f(y)$ é a solução particular da EDO, que por sua vez está associada ao deslocamento w do regime de membrana. Vide Billington (1982) para maiores detalhes.

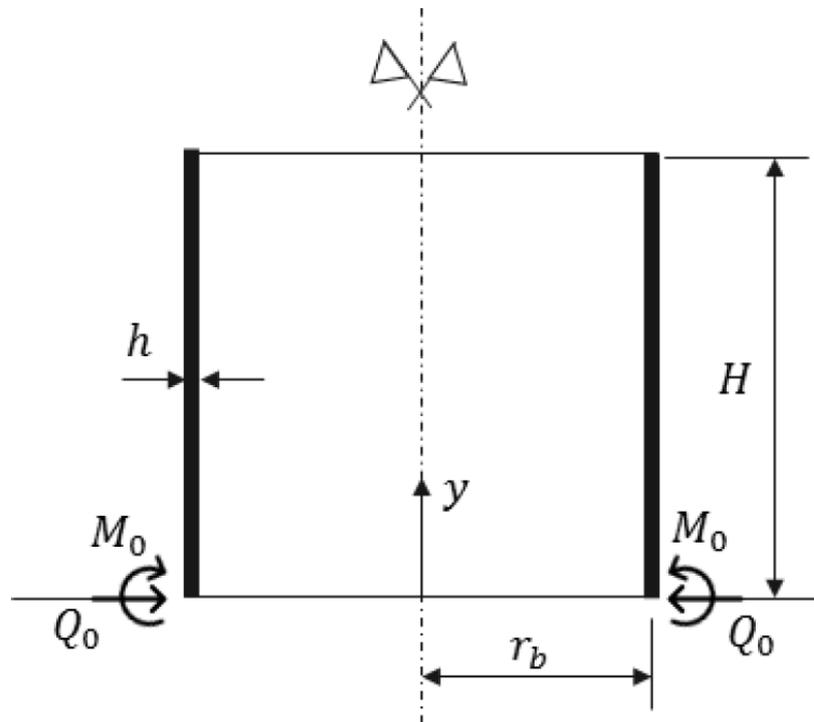
3.2.3 Efeitos dos hiperestáticos de bordo em cascas cilíndricas

Para paredes cilíndricas onde há atuação dos hiperestáticos, dadas as condições em que as forças axissimétricas atuantes sejam autoequilibradas, os efeitos destes hiperestáticos tendem a ocorrer próximos às bordas em que atuam, diminuindo gradativamente ao longo da altura.

Ainda, o fato deste fenômeno acontecer se deve à própria geometria do cilindro, onde esta diminuição dos efeitos dos hiperestáticos age como um atenuante de esforços e deformações ao longo de sua altura, à medida que se distancia da borda carregada. Tal amortecimento se dá, majoritariamente, devido ao fato dos anéis paralelos que formam a casca cilíndrica absorverem boa parte das tensões que agem segundo os meridianos.

A Figura 17 apresenta os hiperestáticos Q_0 e M_0 atuando sobre a casca cilíndrica.

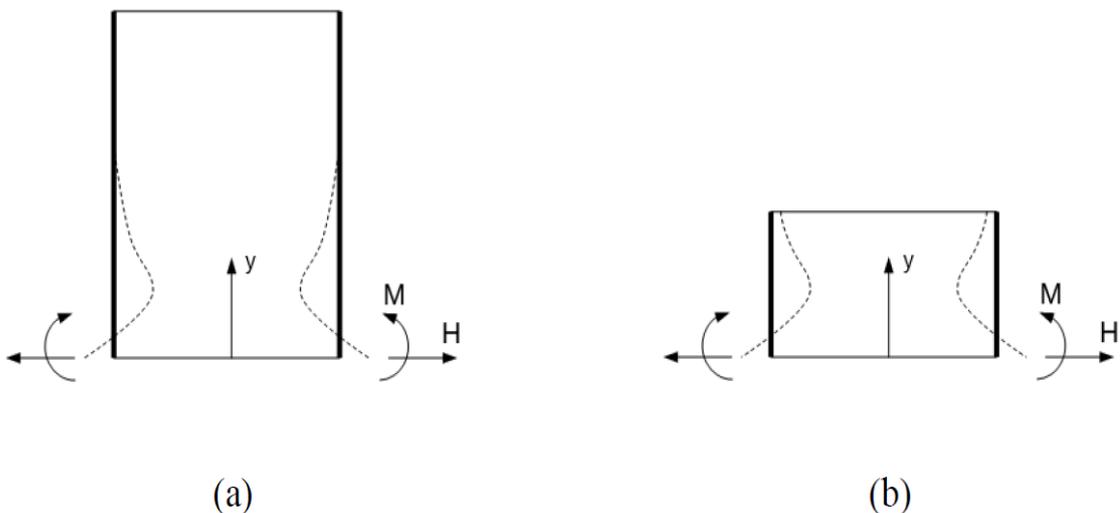
Figura 17 - Hiperestáticos de bordo atuando sobre a casca cilíndrica.



Fonte: Marques (2018).

Para os casos em que os cilindros têm altura grande em relação ao raio (Figura 18a) as consequências do amortecimento de esforços e deformações, que são causados pelos hiperestáticos atuando em um bordo, em nada influenciam o outro, podendo, dessa forma, tratar as extremidades da casca de forma independente. Já para cascas cilíndricas curtas, com altura pequena em relação ao raio (Figura 18b), os efeitos de um bordo influenciam o outro.

Figura 18 - Casca cilíndrica longa (a) e curta (b).



Fonte: Silva (2017).

Há na literatura disponível autores que fornecem o cálculo de alguns parâmetros para definir se há ou não a independência de bordo conforme a geometria da casca cilíndrica. Conforme Hoefakker (2010), para cascas com a relação entre a espessura da parede e o raio do cilindro $\frac{H}{r} \ll \frac{1}{50}$, têm-se os seguintes parâmetros:

- Para $H \geq 0,339r$ não existe dependência de bordo.
- Para $H < 0,339r$ existe dependência de bordo.

De acordo com Hauso (2014), sugere-se que, para haver independência entre os bordos da casca cilíndrica, a seguinte inequação precisa ser atendida:

$$\beta H > \pi \quad (3.45)$$

Ainda, de acordo com Venturini (1977), a independência de bordo existirá quando

$$\beta H > 5 \quad (3.46)$$

Conforme a Equação 3.44, observa-se que o primeiro termo após a igualdade cresce de forma exponencial conforme cresce a variável y (ao longo da altura da casca cilíndrica). Fisicamente, tal observação não faz sentido dado que os carregamentos devidos aos hiperestáticos estão sendo aplicados na borda inferior, com ordenada nula, e concomitantemente as deformações crescem com valores de y maiores. Dessa maneira, em cascas longas toma-se as constantes de integração da Equação 3.44 $C_1 = C_2 = 0$, fazendo com que a equação da linha elástica para a casca cilíndrica seja dada apenas em função dos hiperestáticos de bordo, como segue:

$$w = e^{-\beta y} [C_3 \cos(\beta y) + C_4 \sin(\beta y)] + f(y) \quad (3.47)$$

Segundo Billington (1982), para uma casca cilíndrica longa submetida exclusivamente aos hiperestáticos de bordo M_0 e Q_0 , conforme Figura 17, consegue-se obter o deslocamento horizontal Δ_H e a rotação Δ_ϕ utilizando-se as expressões do esforço cortante e momento fletor em função de w (Equação 3.47). Tais deslocamentos horizontais e as rotações no bordo são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Deslocamentos e esforços em uma casca cilíndrica de parede longa devido aos hiperestáticos de bordo.

	Parcela correspondente à Q_0	Parcela correspondente à M_0
$\Delta_H^{(b)}$	$2\beta \frac{r^2}{Eh} Q_0$	$-2\beta^2 \frac{r^2}{Eh} M_0$
$\Delta_\phi^{(b)}$	$-2\beta^2 \frac{r^2}{Eh} Q_0$	$4\beta^3 \frac{r^2}{Eh} M_0$
N_θ	$-2\beta r Q_0 \theta(\beta y)$	$2\Psi(\beta y) \beta^2 r M_0$
M_θ	$-v \frac{\zeta(\beta y)}{\beta} Q_0$	$v\phi(\beta y) M_0$
N_y	$-\Psi(\beta y) Q_0$	$-2\zeta(\beta y) \beta M_0$
M_y	$-\frac{\zeta(\beta y)}{\beta} Q_0$	$\phi(\beta y) M_0$

Fonte: Autor (2021).

de tal maneira que

$$\theta(\beta y) = e^{-\beta y} [\cos(\beta y)] \quad (3.48)$$

$$\Psi(\beta y) = e^{-\beta y} [\cos(\beta y) - \sin(\beta y)] \quad (3.49)$$

$$\zeta(\beta y) = e^{-\beta y} [\sin(\beta y)] \quad (3.50)$$

$$\phi(\beta y) = e^{-\beta y} [\cos(\beta y) + \sin(\beta y)] \quad (3.51)$$

Para os casos em que se tem a situação de cascas cilíndricas curtas, o procedimento para obtenção dos deslocamentos e rotações no bordo é semelhante ao visto para as cascas longas. Neste caso, pode-se calcular tais informações por meio das equações de esforço cortante e momento fletor, porém fazendo-se o uso da expressão de w dada pela Equação 3.44, onde é necessário a determinação de quatro constantes de integração.

Em Belluzzi (1967), podem ser encontradas as expressões para os deslocamentos horizontais e rotações em cascas curtas na borda carregada, onde estas dependem das condições de apoio da borda oposta. Nestas expressões também podem ser observados os deslocamentos horizontais e rotações da borda oposta à borda carregada.

A seguir, apresentam-se as expressões dos deslocamentos horizontais e rotações na borda carregada para os casos mais usuais de apoio da borda oposta. Define-se também as expressões de deslocamento horizontal e rotação na borda oposta à carregada.

Os deslocamentos horizontais e rotações na borda carregada da parede cilíndrica curta com a borda oposta livre são.

$$\Delta_H^{Q_0} = 2\beta \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.52)$$

$$\Delta_H^{M_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh^2(\beta H) + \sin^2(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} M_0 \quad (3.53)$$

$$\Delta_\phi^{Q_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh^2(\beta H) + \sin^2(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.54)$$

$$\Delta_\phi^{M_0} = 4\beta^3 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) + \sin(\beta H) \cos(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} M_0 \quad (3.55)$$

Já os deslocamentos horizontais e rotações na borda carregada da parede cilíndrica curta com a borda oposta apoiada são dados pelas seguintes equações.

$$\Delta_H^{Q_0} = 2\beta \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh^2(\beta H) + \sin^2(\beta H)}{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)} Q_0 \quad (3.56)$$

$$\Delta_H^{M_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) + \sin(\beta H) \cos(\beta H)}{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)} M_0 \quad (3.57)$$

$$\Delta_\phi^{Q_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) + \sin(\beta H) \cos(\beta H)}{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)} Q_0 \quad (3.58)$$

$$\Delta_\phi^{M_0} = 4\beta^3 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)}{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)} M_0 \quad (3.59)$$

Ainda, os cálculos dos deslocamentos horizontais e rotações na borda carregada da parede cilíndrica curta com a borda oposta engastada, são feitos pelas equações seguintes:

$$\Delta_H^{Q_0} = 2\beta \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh(\beta H) \cosh(\beta H) - \sin(\beta H) \cos(\beta H)}{\cosh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.60)$$

$$\Delta_H^{M_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\cosh^2(\beta H) - \cos^2(\beta H)}{\cosh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)} M_0 \quad (3.61)$$

$$\Delta_{\phi}^{Q_0} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\cosh^2(\beta H) - \cos^2(\beta H)}{\cosh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.62)$$

$$\Delta_{\phi}^{M_0} = 4\beta^3 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\sinh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)}{\cosh^2(\beta H) + \cos^2(\beta H)} M_0 \quad (3.63)$$

Por fim, as expressões utilizadas para o cálculo dos deslocamentos horizontais e rotações na borda oposta à carregada de parede cilíndrica curta, são:

$$\Delta_H^{Q_0'} = 2\beta \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\cos(\beta H) \sinh(\beta H) - \sin(\beta H) \cosh(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.64)$$

$$\Delta_H^{M_0'} = 2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{2\sin(\beta H) \sinh(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} M_0 \quad (3.65)$$

$$\Delta_{\phi}^{Q_0'} = -2\beta^2 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{2\sin(\beta H) \sinh(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} Q_0 \quad (3.66)$$

$$\Delta_{\phi}^{M_0} = 4\beta^3 \frac{R^2}{Eh} \cdot \frac{\cos(\beta H) \sinh(\beta H) + \sin(\beta H) \cosh(\beta H)}{\sinh^2(\beta H) - \sin^2(\beta H)} M_0 \quad (3.67)$$

4 EFEITOS DA TEMPERATURA E RETRAÇÃO EM CASCAS CILÍNDRICAS DE CONCRETO ARMADO

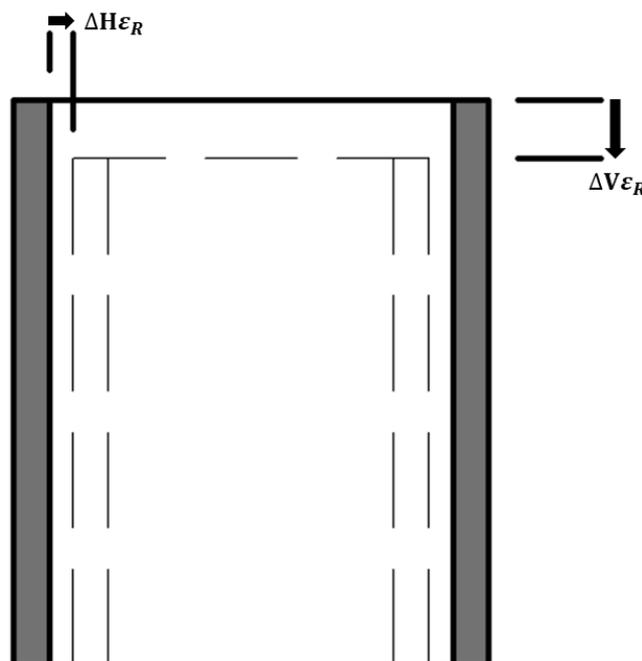
Inicialmente cabe o estudo da atuação dos efeitos da retração em cascas cilíndricas de concreto armado, e posteriormente o estudo a respeito da distribuição de temperatura ao longo da espessura da parede, assim como a determinação dos esforços causados pelo gradiente de temperatura entre a face interna e a face externa do elemento.

4.1 Efeitos da retração

O concreto pode apresentar deformações elásticas e inelásticas do carregamento, assim como deformações relacionadas à retração por seus diversos meios de surgimento. Quando restringidas, as deformações causadas pelas retrações resultam em padrões de tensão complexos, que costumam causar fissuração na parede cilíndrica, caso não sejam estudados tais comportamentos na fase de projeto.

A retração no concreto está associada a deformações nos concretos sem que haja qualquer tipo de carregamento, reações químicas deletérias e expansivas ou variações na temperatura. Em uma parede cilíndrica, como pode ser visto na Figura 19, a retração pode causar deslocamentos tanto na direção horizontal ($\Delta H\epsilon_R$) quanto na direção vertical ($\Delta V\epsilon_R$).

Figura 19 - Deslocamentos induzidos pela retração do concreto.



Fonte: Autor (2021).

Observa-se que as cascas cilíndricas muitas vezes sofrem algum tipo de restrição ao deslocamento, seja por atrito em sua base, por engastamento em suas extremidades, pela ligação com elementos que compõem o sistema estrutural ao qual ela pertença ou até mesmo pela presença de armadura. Quando a deformação por retração em uma casca cilíndrica é restringida, resulta no aparecimento de tensões de tração, cuja magnitude é determinada pelo produto da deformação pelo módulo de elasticidade do material ($\sigma = E \cdot \varepsilon$).

Como, para a maioria dos casos, as paredes cilíndricas apresentam restrições aos deslocamentos horizontais, a análise em tal direção torna-se prioritária frente à direção de sua altura. Para a Equação 4.1, que trata do deslocamento horizontal em uma parede cilíndrica sob pressão interna constante ao longo de sua altura, pode-se reescrevê-la da seguinte maneira, adicionando o termo referente à retração:

$$\Delta_H = \frac{p \cdot R^2}{E \cdot h} + \Delta H \varepsilon_R \quad (4.1)$$

Já para a Equação 4.2, que calcula o deslocamento na base de uma parede cilíndrica submetida à pressão interna variando linearmente, pode-se escrever, adicionando o termo referente à retração:

$$\Delta_H = \frac{\gamma_L \cdot R^2 \cdot H}{E \cdot h} + \Delta H \varepsilon_R \quad (4.2)$$

Para este último caso, observa-se que, considerando apenas a pressão interna variando linearmente, o deslocamento na parte superior da parede será nulo. Com o advento da retração à análise, passa o deslocamento no topo superior da parede a valer $\Delta H \varepsilon_R$.

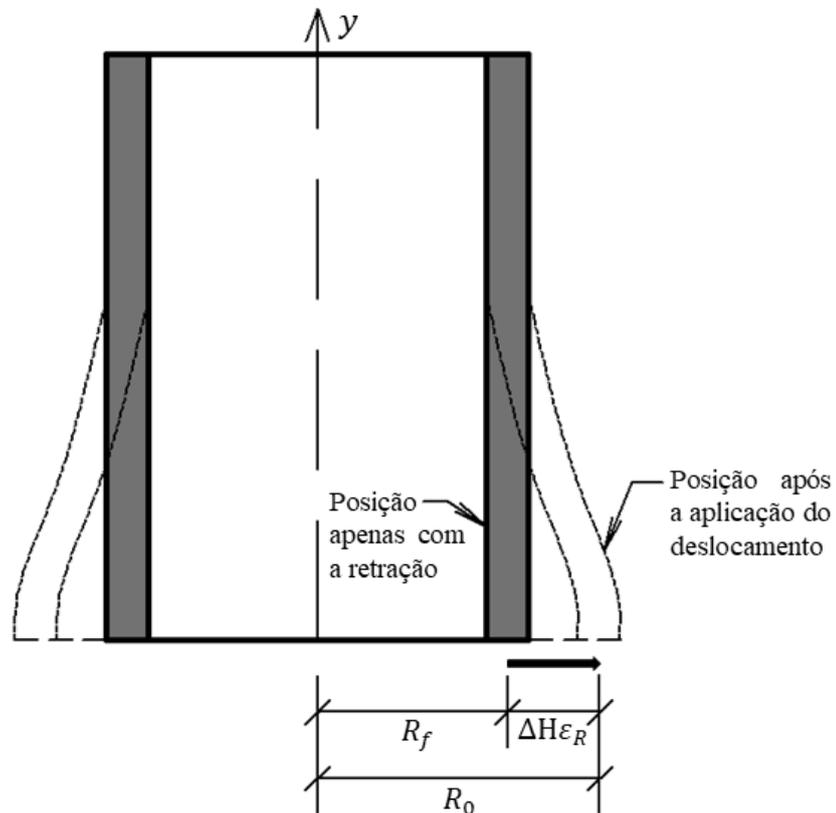
Para uma análise mais fidedigna da atuação da retração sobre a parede cilíndrica, a princípio não é válido simular seu efeito por uma pressão uniformemente distribuída ao longo da altura da parede, pois este tipo de análise implicaria em tensões normais circunferenciais que inexistem para a consideração apenas da retração. De forma simplificada, imaginando-se uma parede cilíndrica livre para se deformar, com a atuação da retração haverá uma diminuição do raio do cilindro, porém não serão observados esforços normais circunferenciais de compressão.

Nesse sentido, para simular corretamente os esforços causados pela retração, deve-se verificar, a priori, as dimensões do elemento em estudo em um determinado instante de tempo no qual há a atuação da retração, de tal forma que para esta primeira análise imagina-se o elemento estrutural livre para se movimentar. Posteriormente, impõem-se deslocamentos

localizados nas partes em que haja restrições ao movimento da estrutura no intuito de que esse deslocamento recupere a dimensão original (sem a consideração da retração) nos pontos em que se restringe a movimentação.

Para exemplificação, imagina-se a parede cilíndrica da Figura 19, que tem a dimensão de seu raio reduzida por $\Delta H\varepsilon_R$ em um determinado instante de tempo, para o caso de não haver restrições à sua deformação. Considerando, agora, que neste problema se tenha a parede engastada em sua base, impõe-se um deslocamento de tal forma que a base deste cilindro volte a ter o raio original, antes da atuação da retração, na região de seu bordo (onde há restrição ao deslocamento) como ilustrado na Figura 20.

Figura 20 - Imposição de deslocamento para retratar o efeito da retração.



Fonte: Autor (2021).

Este tratamento acerca da análise do comportamento da parede cilíndrica frente à atuação da retração faz surgir hiperestáticos de bordo na região da base da parede, de tal maneira que estes retratam os esforços atuantes quando há uma tendência à diminuição do raio inicial R_0 .

Ainda, de forma semelhante à retração, a variação da temperatura também induz deslocamentos na casca cilíndrica, tanto em variações negativas de temperatura tal como na

retração térmica, no caso da perda de calor após as reações exotérmicas entre os compostos do cimento e a água, assim como em variações positivas das temperaturas ambientes. Considerando, portanto, uma variação constante de temperatura ΔT ao longo da espessura da parede cilíndrica, de forma análoga à retração, pode-se reescrever as Equações 4.1 e 4.2 da seguinte maneira:

$$\Delta_H = \frac{p \cdot r_b^2}{E \cdot h} + \Delta H \varepsilon_T \quad (4.3)$$

$$\Delta_H = \frac{\gamma_L \cdot R^2 \cdot H}{E \cdot h} + \Delta H \varepsilon_T \quad (4.4)$$

em que o termo $\Delta H \varepsilon_T$ refere-se ao deslocamento horizontal devido à variação térmica constante ao longo da parede.

Desta maneira, pode-se considerar na análise as deformações causadas por retração e temperatura conforme as prescrições normativas e estudos disponíveis na literatura.

O deslocamento horizontal devido à retração em uma parede cilíndrica de raio R é calculado por

$$\Delta H \varepsilon_R = \varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s) \cdot R \quad (4.5)$$

em que $\varepsilon_{s\infty}(\infty, t_s)$ é a deformação por retração última, que pode ser calculada por meio de prescrições normativas dadas na NBR 6118:2014, como já disposto no Capítulo 2.

Admitindo-se que a parede se encontra sob a mesma temperatura em ambas as faces, o deslocamento horizontal é dado por:

$$\Delta H \varepsilon_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot R \quad (4.6)$$

de modo que α é o coeficiente de dilatação térmica do concreto, que é definido como sendo uma variação adimensional do comprimento do elemento para uma unidade de temperatura sobre o concreto.

Quando vistos apenas em relação à teoria de membrana, os deslocamentos causados tanto pela retração quanto pela temperatura não causam esforços internos, dado que uma das condições para esta teoria é a não restrição de deslocamentos. Contudo, para as situações vistas no dia a dia, sabe-se que na maioria dos casos há restrições de deslocamento nas paredes cilíndricas, as quais, quando somadas à teoria de membrana, fazem com que os deslocamentos por retração e variação térmica causem esforços que podem ser significativos.

Por fim, verifica-se também que a situação na qual há uma variação de temperatura uniforme ao longo da parede se apresenta como um caso bastante específico para as cascas cilíndricas, não sendo convencional este tipo de situação. Em seguida, descreve-se a respeito de casos em que há uma variação da temperatura ao longo da espessura da parede, sendo esta uma situação bastante comum em, por exemplo, tanques de armazenamento de líquidos quentes.

4.2 Efeitos do gradiente térmico

O objeto de estudo deste trabalho diz respeito a análise da atuação do gradiente térmico em estruturas de casca cilíndrica constituída por paredes delgadas. Há na literatura trabalhos que indicam uma variação não-linear da temperatura ao longo da espessura da parede de concreto. Porém, em cascas de paredes delgadas, em que a relação entre o raio e a espessura da parede é maior que 20, permite-se a simplificação para uma forma linear de distribuição da temperatura.

Esta simplificação é bastante cômoda para a análise das estruturas geralmente concebidas no dia a dia, em que a relação R/h atende ao critério para uma casca cilíndrica de paredes delgadas. Segundo Carmona (2005), esta simplificação é bastante difundida, sendo adotada, inclusive, por normas internacionais.

4.2.1 Determinação do gradiente térmico

Levando-se em consideração a situação em que há um reservatório armazenando um líquido quente, com temperaturas relativamente superiores à do ambiente externo, a diferença de temperatura entre a face interna da parede do tanque e a face externa depende diretamente do coeficiente de transferência de calor do material que constitui o elemento. Essa propriedade denomina-se condutibilidade térmica (K), que se caracteriza por indicar a quantidade de calor que flui ao longo do tempo em uma área unitária.

A condutibilidade térmica pode variar conforme a temperatura aplicada, porém nos exemplos em estudo, esta variação é suficientemente pequena para que possa ser desprezada, de modo a considerar a condutibilidade térmica constante. Em materiais com condutibilidade térmica elevada, denomina-se materiais condutores, já para aqueles com condutibilidade térmica pequena, nomeia-se como materiais isolantes.

Na maioria dos casos, para os problemas que envolvem a definição do gradiente térmico, as seções dos elementos são compostas, ou seja, apresentam diversas camadas constituídas por diferentes materiais e espessuras. Há outro fator a se levar em conta, que é a formação de uma pequena película aderente que se forma entre o fluido armazenado e a parede do tanque, fornecendo uma resistência adicional ao fluxo de calor. A definição dessa resistência é de difícil quantificação, e é avaliada por meio de métodos empíricos.

Em sua definição, para o valor do coeficiente que leva em conta a resistência da película já é considerada sua pequena espessura, e denomina-se por condutância ou coeficiente de película (f). A seguir, mostra-se valores de condutibilidade térmica para o concreto, assim como para os coeficientes de película para o ar.

Tabela 6 - Valores para condutibilidade térmica do concreto e coeficiente de película do ar.

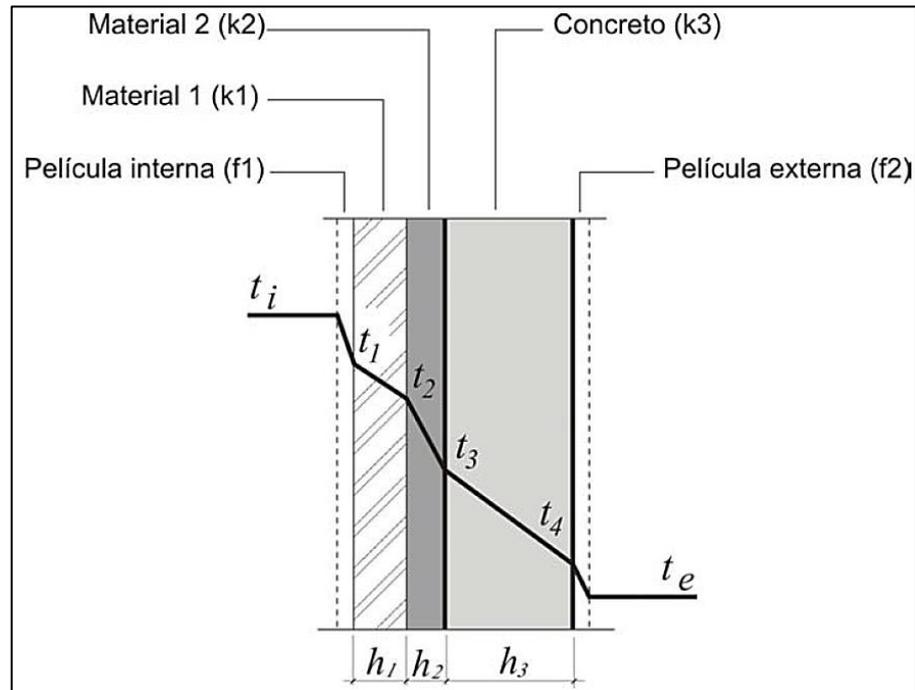
Referência	K – concreto $\left[\frac{\text{cal} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}} \right]$	f – ar externo $\left[\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}} \right]$
ACI 307 (1998)	$4,12 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-3}$
Gray <i>et al.</i> (1973)	$2,10 \cdot 10^{-3}$ a $6,00 \cdot 10^{-3}$	$1,80 \cdot 10^{-4}$ a $3,30 \cdot 10^{-4}$
Sarafian (1985)	$5,60 \cdot 10^{-3}$	$4,17 \cdot 10^{-4}$
Priestley (1976)	$4,80 \cdot 10^{-3}$	$2,10 \cdot 10^{-4}$
Kreith (1973)	$4,50 \cdot 10^{-3}$	$1,35 \cdot 10^{-4}$ a $6,75 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Adaptado de Carmona (2005).

Levando em consideração a hipótese de que a parede separa dois ambientes com temperaturas distintas (T_i e T_e), apresenta-se em seguida uma seção genérica de concreto. Este por sua vez possui uma condutibilidade térmica K_3 , e os materiais 1 e 2, que compõem o revestimento interno da parede apresentam condutibilidade K_1 e K_2 , respectivamente.

É tomado para esta situação que internamente há a presença de ar aquecido, onde pode-se observar a presença de uma película interna de ar, junto ao primeiro revestimento da parede.

Figura 21 - Perfil genérico de uma parede submetida a um gradiente térmico.



Fonte: Carmona (2005).

A diferença de temperatura entre a face interna e a externa ($T_i - T_{fe}$) influencia diretamente na quantidade de calor (Q) que transita através do elemento. Com isso, o cálculo do gradiente térmico parte da hipótese de um fluxo constante de calor entre as faces da parede.

Ainda, a quantidade de calor é calculada em função da contribuição das diversas camadas que compõem a seção, cada uma com seus respectivos materiais. Assim, o fluxo de calor que passa por uma área A deve ser o mesmo para todas as camadas, e assim:

$$T_i - T_1 = \frac{Q}{f_i \cdot A} \quad (4.7)$$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q \cdot h_1}{K_1 \cdot A} \quad (4.8)$$

$$T_2 - T_3 = \frac{Q \cdot h_2}{K_2 \cdot A} \quad (4.9)$$

$$T_3 - T_4 = \frac{Q \cdot h_3}{K_3 \cdot A} \quad (4.10)$$

$$T_4 - T_e = \frac{Q}{f_e \cdot A} \quad (4.11)$$

Somando os primeiros e segundos membros das Equações 4.7 a 4.11, e considerando a área A unitária, tem-se:

$$T_i - T_e = Q \left(\frac{1}{f_i} + \frac{h_1}{K_1} + \frac{h_2}{K_2} + \frac{h_3}{K_3} + \frac{1}{f_e} \right) \quad (4.12)$$

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{\sum \frac{1}{f} + \sum \frac{h_i}{K}} \quad (4.13)$$

A Equação 4.13 mostra que o fluxo de calor que passa através das diversas camadas que formam uma determinada seção é dado pelo potencial global de temperatura, dividido pela somatória das resistências térmicas ao longo da espessura.

Levando em consideração a situação em que há apenas a parede de concreto com espessura h , sem revestimentos, armazenando um líquido quente (não havendo a película de ar interna), se são conhecidas as temperaturas do líquido e do ambiente externo, consegue-se determinar a quantidade de calor que flui através do elemento por meio da Equação 4.13. Nisso, para este caso em particular, a temperatura na face externa da parede (T_{fe}), considerando a temperatura do líquido armazenado como sendo T_i , será:

$$T_{fe} = T_i - Q \frac{h}{K} \quad (4.14)$$

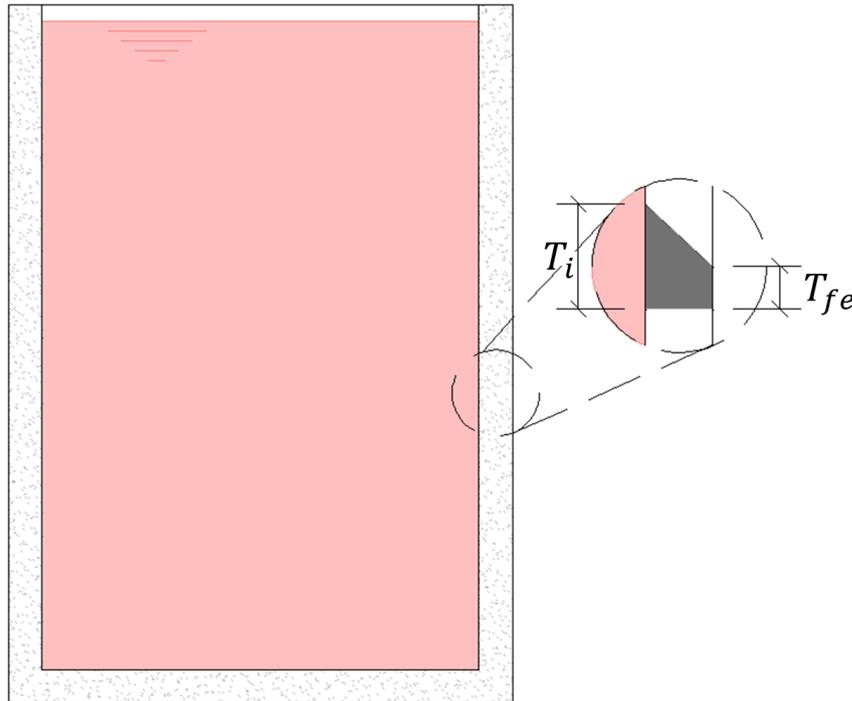
4.2.2 Esforços causados pelo gradiente térmico em paredes cilíndricas segundo a teoria da elasticidade

A variação de temperatura produz tensões em uma parede cilíndrica quando o alongamento ou encurtamento do elemento é restringido. Quando as tensões térmicas se desenvolvem por um período de tempo suficientemente longo, estas tensões tendem a ter seus valores diminuídos em função do efeito da fluência ao longo do tempo.

Para tanques de concreto armado, as restrições da parede podem ser dadas entre a placa de fundo e a tampa, ou por algum outro elemento que impeça sua livre movimentação. Nesse sentido, para o caso em que se desenvolvem variações de temperatura ao longo da espessura da parede, as restrições ao deslocamento podem produzir tensões consideráveis. Mesmo para o caso em que não há restrições de movimento da casca cilíndrica, o simples fato de haver um gradiente de temperaturas entre a face interna e a externa já possibilita o surgimento de tensões.

Imaginando o caso em que há um líquido quente em um tanque cilíndrico de concreto armado, onde a temperatura do fluido (T_i) é relativamente mais alta que a temperatura ambiente externa, naturalmente haverá um gradiente de temperatura para este elemento, onde a face interna, conseqüentemente, terá temperatura maior que a face externa (T_{fe}).

Figura 22 - Gradiente de temperatura entre a face interna e a face externa de um tanque cilíndrico.



Fonte: Autor (2021).

Essa situação faz com que as fibras internas da parede tenham a tendência de se dilatarem mais que as fibras externas, resultando em esforços internos nas direções do eixo y e circunferencial, mesmo que a parede não tenha restrição ao deslocamento por não estar unida a um outro elemento. Assumindo uma variação de temperatura axissimétrica na casca cilíndrica, estes esforços se distribuem também de forma axissimétrica, e resultam em tensões consideráveis, válidas até o momento em que haja o desenvolvimento de fissuras na peça de concreto, o que diminuirá a magnitude das tensões térmicas.

Levando-se em conta uma distribuição genérica axissimétrica de temperatura na parede cilíndrica, representada por uma função $T(r)$, que mostra a temperatura em qualquer fibra da parede a partir do plano médio da casca, obtém-se uma força normal correspondente N_y e um

momento M_y na direção do eixo y , assim como uma força normal N_θ e um momento M_θ na direção circunferencial:

$$N_y = N_\theta = -\frac{E \cdot \alpha}{1 - \nu} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} T(r) dr \quad (4.15)$$

$$M_y = M_\theta = -\frac{E \cdot \alpha}{1 - \nu} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} T(r) \cdot r dr \quad (4.16)$$

Para o caso em que a variação da temperatura na parede varia linearmente,

$$N_y = N_\theta = -\frac{E \cdot \alpha \cdot h}{2(1 - \nu)} (T_{fe} + T_i) \quad (4.17)$$

$$M_y = M_\theta = -\frac{E \cdot \alpha \cdot h^2}{12(1 - \nu)} (T_{fe} - T_i) \quad (4.18)$$

Maiores detalhes podem ser vistos em Ghali (2000). Para paredes classificadas como longas, sujeitas a um aumento de temperatura variando linearmente ao longo da espessura, apresenta-se os momentos ao longo do eixo y e circunferenciais, assim como o esforço normal circunferencial para alguns casos de vinculação no topo e na base, que surgem a partir da existência de vínculos nas extremidades da parede.

a) Base engastada e topo livre:

$$N_\theta = -E \cdot \alpha \left[\frac{h}{2} (T_{fe} + T_i) Z_1 + \frac{1 + \nu}{2 \cdot R \cdot \beta^2} (T_{fe} - T_i) \bar{Z}_3 \right] \quad (4.19)$$

$$M_\theta = -E \cdot \alpha \left[\frac{\nu \cdot R \cdot \beta^2 \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} (T_{fe} + T_i) Z_3 + \frac{h^2}{12(1 - \nu)} (T_{fe} - T_i) (1 - \nu \cdot \bar{Z}_1) \right] \quad (4.20)$$

$$M_y = -E \cdot \alpha \left[\frac{R \cdot \beta^2 \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} (T_{fe} + T_i) Z_3 + \frac{h^2}{12(1 - \nu)} (T_{fe} - T_i) (1 - \bar{Z}_1) \right] \quad (4.21)$$

b) Base com apoio fixo e topo livre:

$$N_\theta = -E \cdot \alpha \left[\frac{h}{2} (T_{fe} + T_i) Z_4 + \frac{1 + \nu}{2 \cdot R \cdot \beta^2} (T_{fe} - T_i) (Z_3 + \bar{Z}_3 - Z_4) \right] \quad (4.22)$$

$$M_{\theta} = -E \cdot \alpha \left[-\frac{\nu \cdot R \cdot \beta^2 \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} (T_{fe} + T_i) Z_2 + \frac{h^2}{12(1-\nu)} (T_{fe} - T_i) [1 - \nu(Z_1 - Z_2 + \bar{Z}_1)] \right] \quad (4.23)$$

$$M_y = -E \cdot \alpha \left[-\frac{R \cdot \beta^2 \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} (T_{fe} + T_i) Z_2 + \frac{h^2}{12(1-\nu)} (T_{fe} - T_i) (1 - Z_1 + Z_2 - \bar{Z}_1) \right] \quad (4.24)$$

c) Base com apoio móvel e topo livre:

$$N_{\theta} = -E \cdot \alpha \cdot \frac{1 + \nu}{2 \cdot R \cdot \beta^2} (T_{fe} - T_i) (Z_3 + \bar{Z}_3) \quad (4.25)$$

$$M_{\theta} = -E \cdot \alpha \cdot \frac{h^2}{12(1-\nu)} (T_{fe} - T_i) (1 - \nu \cdot Z_1 - \nu \cdot \bar{Z}_1) \quad (4.26)$$

$$M_y = -E \cdot \alpha \cdot \frac{h^2}{12(1-\nu)} (T_{fe} - T_i) (1 - Z_1 - \bar{Z}_1) \quad (4.27)$$

em quem,

$$Z_1 = e^{-\beta \cdot y} (\cos(\beta \cdot y) + \sin(\beta \cdot y)) \quad (4.28)$$

$$Z_2 = e^{-\beta \cdot y} \sin(\beta \cdot y) \quad (4.29)$$

$$Z_3 = e^{-\beta \cdot y} (\cos(\beta \cdot y) - \sin(\beta \cdot y)) \quad (4.30)$$

$$Z_4 = e^{-\beta \cdot y} \cos(\beta \cdot y) \quad (4.31)$$

Como $\bar{y} = H - y$, de modo que H é a altura da parede cilíndrica e y é a coordenada que parte da base, então:

$$\bar{Z}_1 = e^{-\beta \cdot \bar{y}} (\cos(\beta \cdot \bar{y}) + \sin(\beta \cdot \bar{y})) \quad (4.32)$$

$$\bar{Z}_2 = e^{-\beta \cdot \bar{y}} \sin(\beta \cdot \bar{y}) \quad (4.33)$$

$$\bar{Z}_3 = e^{-\beta \cdot \bar{y}} (\cos(\beta \cdot \bar{y}) - \sin(\beta \cdot \bar{y})) \quad (4.34)$$

$$\bar{Z}_4 = e^{-\beta \cdot \bar{y}} \cos(\beta \cdot \bar{y}) \quad (4.35)$$

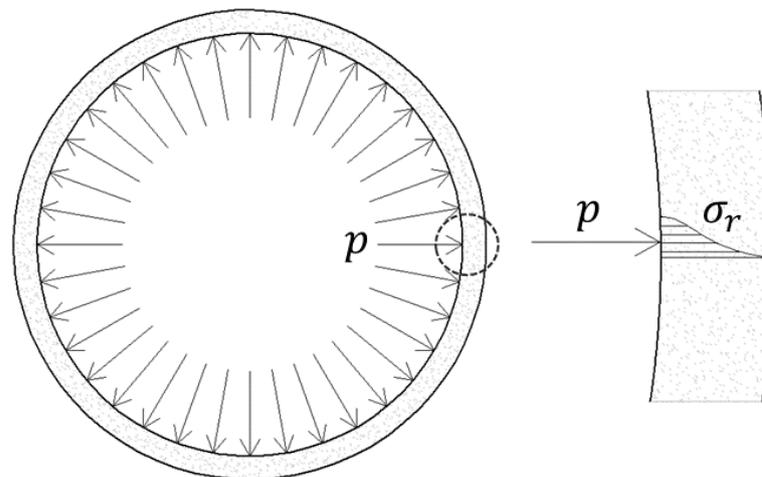
5 CÁLCULO DAS TENSÕES PARA AS CASCAS CIRCULARES

Com a obtenção dos esforços que agem em uma casca cilíndrica, possibilita-se o cálculo das tensões radiais, circunferenciais e as que surgem ao longo do eixo y (longitudinais). Observa-se que, para as duas últimas direções de tensões, lida-se com casos de flexão composta, em que o cálculo das tensões estará em função do momento fletor atuante e também do esforço normal.

5.1 Tensão radial

Tomando-se um cilindro solicitado por uma pressão interna axissimétrica de valor p , haverá o surgimento de tensões radiais ao longo da espessura da parede da casca. Por sua vez, a tensão radial σ_r terá valor nulo da superfície externa e valor máximo na superfície interna, sendo esta tensão de pequeno valor e importância para as estruturas analisadas cotidianamente, podendo esta ser desprezada nas análises.

Figura 23 - Distribuição das tensões radiais.

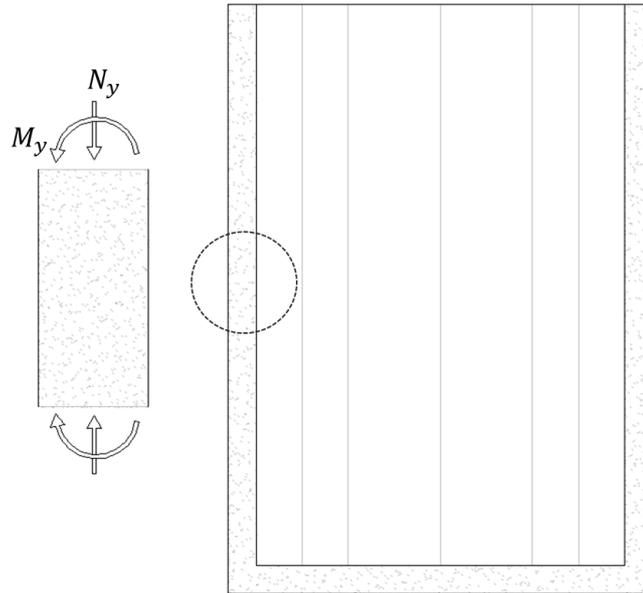


Fonte: Autor (2021).

5.2 Tensões circunferencial e longitudinal (ao longo do eixo y)

As tensões que se desenvolvem ao longo do eixo y são dadas em um elemento de seção reta, onde há o aparecimento de flexão composta em função do momento M_y e do esforço normal N_y , este último causado tanto pelo peso próprio da parede, como também pelo peso de elementos estruturais de cobertura que venham a compor o reservatório.

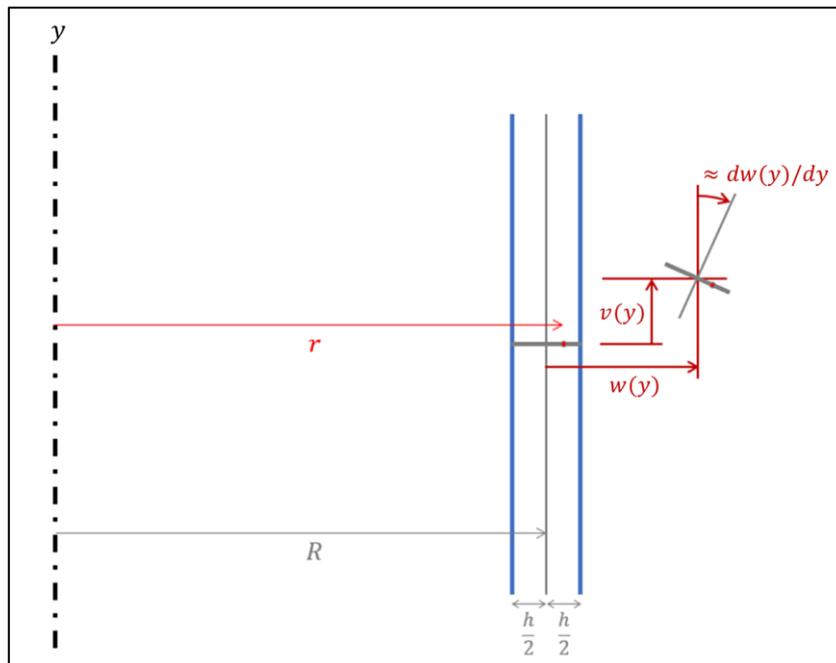
Figura 24 - Esforços na direção do eixo y .



Fonte: Autor (2021).

Tomando deslocamentos radial e longitudinal em um ponto qualquer a partir dos deslocamentos do correspondente ponto médio na espessura da casca cilíndrica, conforme Figura 25, assumidos positivos radialmente para dentro e longitudinalmente para cima, tem-se:

Figura 25 - Deslocamento radial e longitudinal em um ponto qualquer de uma casca cilíndrica.



Fonte: Autor (2021).

As deformações específicas longitudinal e circunferencial em um ponto qualquer em coordenadas cilíndricas podem ser escritas como:

$$\varepsilon_y = \frac{dv(y)}{dy} - \left(\frac{d^2w(y)}{dy^2} \right) (R - r) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_\theta = -\frac{w(y)}{r} \quad (5.2)$$

Para o desenvolvimento dos cálculos, pode-se tomar $\varepsilon_{yy} = \frac{dv(y)}{dy}$, $\chi_{yy} = \left(\frac{d^2w(y)}{dy^2} \right)$, de tal maneira que a Equação 5.1 pode ser reescrita como segue:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{yy} - \chi_{yy}(R - r) \quad (5.3)$$

Assumindo a hipótese de que a casca cilíndrica seja considerada de parede delgada, em que o raio r ao longo da espessura pode ser assumido como o raio médio R , a Equação 5.2 pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_\theta = -\frac{w(y)}{R} \quad (5.4)$$

Já as deformações específicas inelásticas, a exemplo da de retração e térmica, variando linearmente ao longo da espessura da parede, sendo a mesma nas direções longitudinal e circunferencial pode ser escrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_I = \varepsilon_{II} - (R - r)d\varepsilon_{II} \cdot dr \quad (5.5)$$

As tensões de membrana nas direções longitudinal e circunferencial em um ponto qualquer, considerando que as deformações elásticas são resultantes das deformações totais descontadas das inelásticas, são dadas por:

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} - \left((\varepsilon_y - \varepsilon_I) + \nu(\varepsilon_\theta - \varepsilon_I) \right) \quad (5.6)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1 - \nu^2} - \left((\varepsilon_\theta - \varepsilon_I) + \nu(\varepsilon_y - \varepsilon_I) \right) \quad (5.7)$$

A partir das Equações 5.6 e 5.7, e também se levando em consideração as Equações 5.3, 5.4 e 5.5, calcula-se os esforços normais longitudinal e circunferencial,

$$N_y = \frac{E \cdot h(\nu \cdot \varepsilon_{II} - \nu \cdot \varepsilon_\theta + \varepsilon_{II} - \varepsilon_{yy})}{1 - \nu^2} \quad (5.8)$$

$$N_{\theta} = \frac{E \cdot h(\nu \cdot \varepsilon_{II} - \nu \cdot \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{II} - \varepsilon_{\theta})}{1 - \nu^2} \quad (5.9)$$

assim como os momentos fletores,

$$M_y = -\frac{1}{12} \frac{E \cdot h^3(\nu \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr + \chi_{yy} + d\varepsilon_{II} \cdot dr)}{\nu^2 - 1} \quad (5.10)$$

$$M_{\theta} = -\frac{1}{12} \frac{E \cdot h^3(\nu \cdot \chi_{yy} + \nu \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr + d\varepsilon_{II} \cdot dr)}{\nu^2 - 1} \quad (5.11)$$

Resolvendo o sistema de equações composto pelas Equações 5.8, 5.9 e 5.10, obtêm-se as seguintes variáveis:

$$\chi_{yy} = -\frac{E \cdot h^3 \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr(\nu + 1) + 12M_y(\nu^2 - 1)}{E \cdot h^3} \quad (5.12)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{E \cdot h \cdot \varepsilon_{II} - \nu \cdot N_{\theta} + N_y}{E \cdot h} \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{E \cdot h \cdot \varepsilon_{II} - \nu \cdot N_y + N_{\theta}}{E \cdot h} \quad (5.14)$$

Substituindo as Equações 5.12, 5.13 e 5.14 na Equação 5.6, tendo em vista as Equações 5.3 e 5.5, obtêm-se a expressão para a tensão normal longitudinal na face externa, em que $r = R - \frac{h}{2}$, assim como na face interna, de maneira que $r = R + \frac{h}{2}$:

$$\sigma_y^{ext} = \frac{N_y}{h} - \frac{6M_y}{h^2} \quad (5.15)$$

$$\sigma_y^{int} = \frac{N_y}{h} + \frac{6M_y}{h^2} \quad (5.16)$$

A mesma lógica pode ser aplicada para a obtenção das expressões para as tensões normais circunferenciais:

$$\sigma_{\theta}^{ext} = -\frac{h \cdot E \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr}{2} + \frac{N_{\theta}}{h} - \frac{6\nu \cdot M_y}{h^2} \quad (5.17)$$

$$\sigma_{\theta}^{int} = \frac{h \cdot E \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr}{2} + \frac{N_{\theta}}{h} + \frac{6\nu \cdot M_y}{h^2} \quad (5.18)$$

Como há uma relação entre M_y e M_{θ} ,

$$M_y = \frac{1}{\nu} \left(M_\theta - \frac{E \cdot h^3 \cdot d\varepsilon_{II} \cdot dr}{12} \right) \quad (5.19)$$

de modo que substituindo a Equação 5.19 nas Equações 5.17 e 5.18, obtêm-se,

$$\sigma_\theta^{ext} = \frac{N_\theta}{h} - \frac{6M_\theta}{h^2} \quad (5.20)$$

$$\sigma_\theta^{int} = \frac{N_\theta}{h} + \frac{6M_\theta}{h^2} \quad (5.21)$$

Portanto, observa-se que para cascas cilíndricas delgadas, o equacionamento para as tensões circunferenciais pode ser tomado como igual ao equacionamento para barras retas.

6 FORMULAÇÃO ANALÍTICA PARA PLACAS CIRCULARES

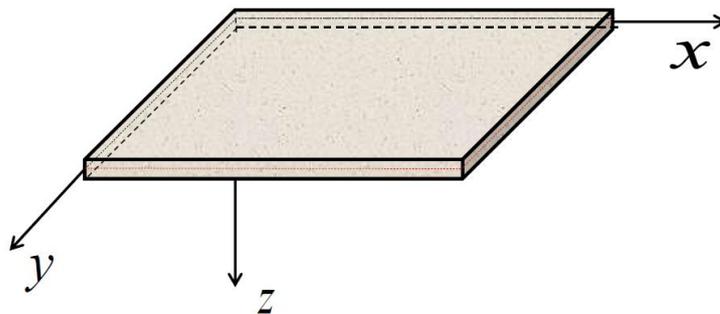
As placas são elementos estruturais comumente utilizados para as mais diversas aplicações, tais como as lajes de pavimentos e até mesmo para estruturas de fundações como os Radiers. Tais elementos apresentam superfície média plana, onde, claramente, duas de suas dimensões prevalecem sobre a terceira, que, para o caso em questão, é sua espessura.

Para as placas finas, que apresentam espessura pequena frente às demais dimensões, Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959) colocam que, quando há pequenas deflexões w comparadas à espessura h da placa, uma aproximação à Teoria de Flexão pode ser aplicada conforme a placa atenda às seguintes hipóteses:

- a) Não há deformações específicas no plano médio da placa;
- b) Segmentos de reta ortogonais ao plano médio da placa em estado não deformado permanecem retos e ortogonais à superfície após a deformação, além de apresentar o seu comprimento inalterado;
- c) Tensões normais ao plano médio da placa são muito menores em comparação aos demais componentes de tensão, de maneira que elas podem ser desprezadas nas análises.

Quando estas hipóteses são atendidas, os componentes de tensões podem ser expressos em termos da deflexão w . Como a placa é um elemento de superfície, a deflexão por sua vez é expressa em função de duas coordenadas no plano. Conforme pode ser visto na Figura 26, a deflexão pode ficar em função das variáveis x e y , em que a função resultante é solução de uma equação diferencial parcial, que tem seus coeficientes definidos conforme as condições de carregamento e apoio.

Figura 26 - Sistema de coordenadas para uma placa.



Fonte: Adaptado de Marques (2019).

Baseando-se nas hipóteses de Kirchhoff (UGURAL, 1981) para placas delgadas, pode-se obter a deflexão w a partir da seguinte equação diferencial:

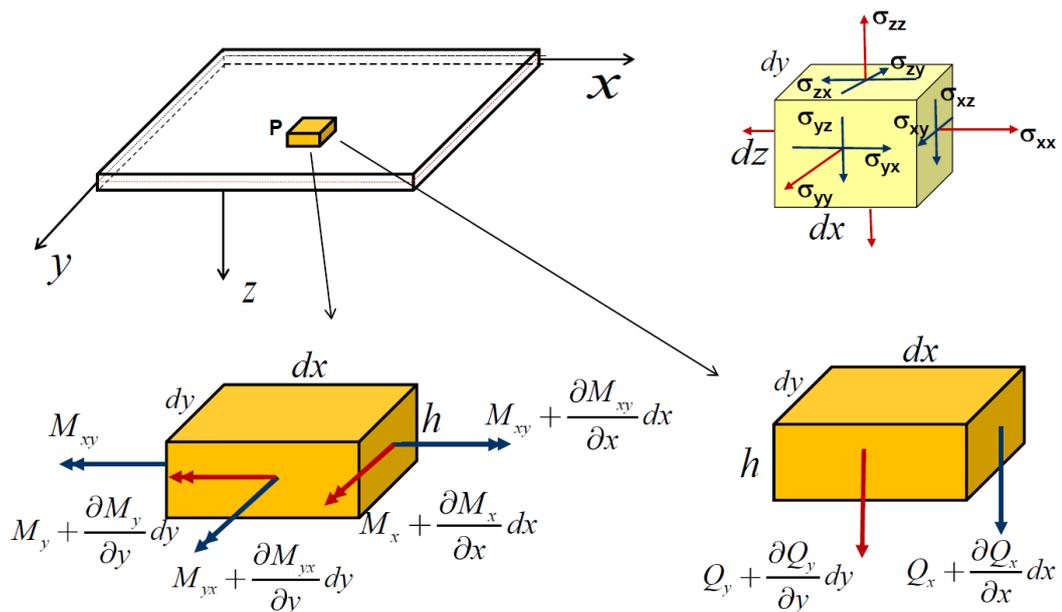
$$\nabla^4 w = \frac{q(x, y)}{D} \quad (6.1)$$

Dado que $q(x, y)$ é a função que define o carregamento aplicado sobre a placa, D é definida como sendo a rigidez à flexão da placa e ∇ é o operador bi-harmônico dado por:

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (6.2)$$

de tal forma que, conforme a Figura 27, os esforços na placa podem ser definidos em função da deflexão.

Figura 27 - Componentes de momentos fletores e esforços cortantes em um elemento de placa.



Fonte: Adaptado de Marques (2019).

Os esforços cortantes que atuam perpendicularmente à superfície média são:

$$Q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (6.3)$$

$$Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (6.4)$$

Os momentos fletores nas direções x e y são, respectivamente,

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (6.5)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (6.6)$$

Por fim, os momentos torsores são

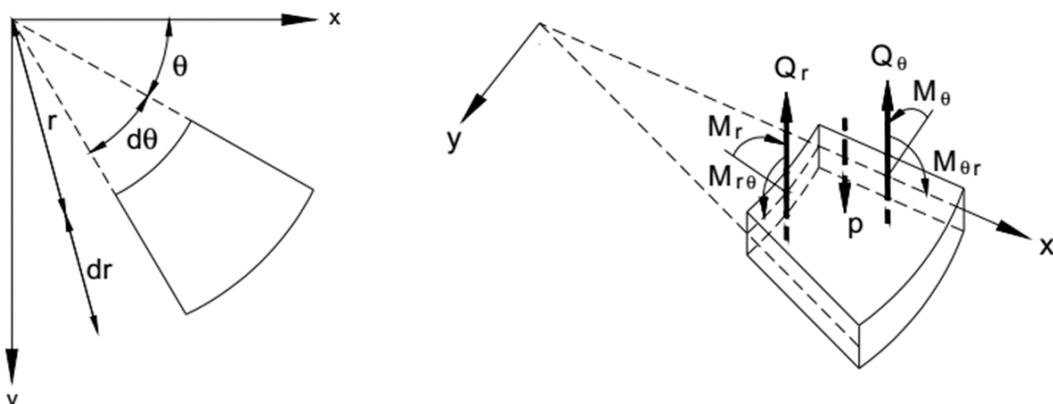
$$M_{xy} = D(1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (6.7)$$

$$M_{xy} = -M_{yx} \quad (6.8)$$

6.1 Placas circulares com carregamento axissimétrico

Para os casos em que se tem carregamento axissimétrico em placas circulares, a geometria do elemento e a distribuição do carregamento são simétricas em torno de uma geratriz. Logo, na maioria dos casos é adequado fazer a utilização do sistema de coordenadas polares, o qual é definido na Figura 28, tal como os esforços em relação à este, em que as sollicitações cortantes são Q_r e Q_θ e os momentos fletores, por sua vez, nas direções r e θ , são M_r e M_θ . Ainda, $M_{r\theta}$ é o momento torsor que age segundo a direção θ .

Figura 28 - Sistema de coordenadas polares aplicado a placas circulares.



Fonte: Marques (2019).

O sistema de coordenadas cartesiano se relaciona ao sistema de coordenadas polares por meio das seguintes equações:

$$x = r \cdot \cos(\theta) \quad (6.9)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) \quad (6.10)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (6.11)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (6.12)$$

Dessa forma, de acordo com Ugural (1981), a Equação 6.1 torna-se, para coordenadas polares,

$$\nabla^4 w = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = \frac{q(r)}{D} \quad (6.13)$$

Ainda, os esforços cortantes para o sistema de coordenadas polares são dados por

$$Q_r = -D \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w) \quad (6.14)$$

$$Q_\theta = -D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\nabla^2 w) \quad (6.15)$$

Já os momentos fletores são escritos como

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \quad (6.16)$$

$$M_\theta = -D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \quad (6.17)$$

Por fim, para o momento torsor tem-se:

$$M_{r\theta} = -(1 - \nu) D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \quad (6.18)$$

Na maioria dos casos das estruturas vista cotidianamente, os carregamentos, assim como as condições de contorno, são independentes do ângulo θ , o que implica em dizer que a deflexão

w dependerá apenas da variável r . Para este caso, a Equação 6.13 pode ser simplificada da seguinte maneira:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \right] \right\} = \frac{q(r)}{D} \quad (6.19)$$

Neste caso, irão agir sobre a placa apenas os esforços M_r , M_θ e Q_r , que podem ser reescritos da seguinte forma:

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (6.20)$$

$$M_\theta = -D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (6.21)$$

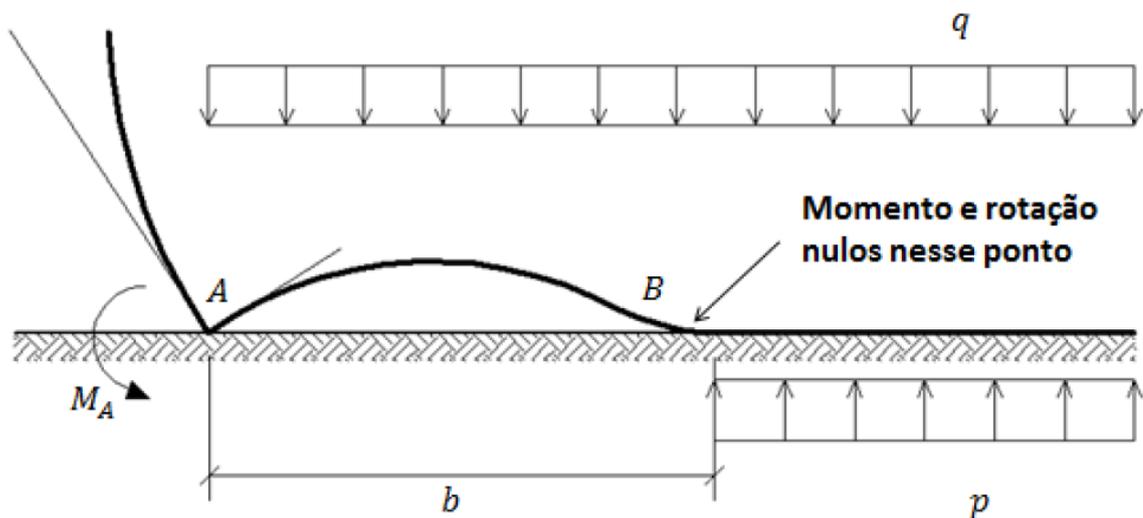
$$Q_r = -D \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \right] \quad (6.22)$$

Casos particulares de carregamento e apoio podem ser vistos em Marques (2019).

6.2 Placas de fundo de reservatórios apoiadas em bases rígidas

Para o caso em que um reservatório cilíndrico se apoia em uma base infinitamente rígida, o comportamento da placa de fundo assume um comportamento deformado conforme a figura seguinte.

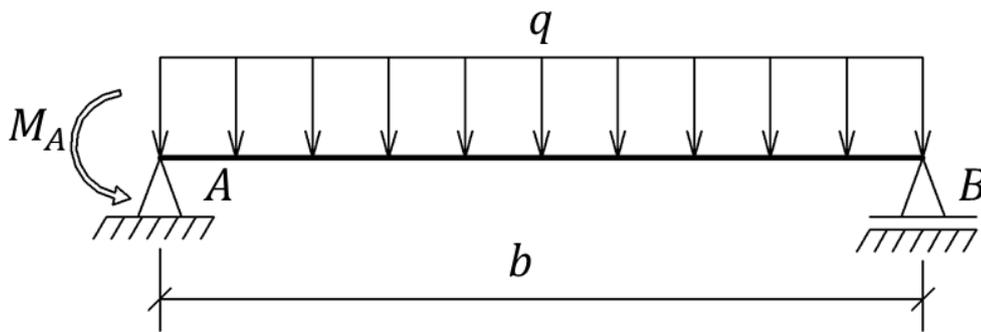
Figura 29 - Deformação do fundo de um reservatório apoiado sobre base rígida.



Fonte: Silva (2017).

Observa-se que sofre flexão uma região de coroa circular adjacente à borda, enquanto a região central da placa permanece plana sobre o solo. Nisso, no ponto B , tanto o momento fletor quanto a rotação são nulos. Para a determinação da região de coroa circular que sofre flexão, conforme descrito, pode ser feito de forma estimada levando em consideração que o segmento AB se comporta como uma viga biapoada, submetida a um momento fletor concentrado no ponto A , no encontro entre a parede e o fundo do reservatório, e também sob a atuação de uma carga q vertical, referente ao líquido armazenado.

Figura 30 - Condições de carregamento para cálculo do comprimento b .



Fonte: Autor (2021).

Com isso, por meio da resistência dos materiais e impondo a condição de que tanto a rotação como o momento fletor em B são nulos, tem-se:

$$\theta_B = -\frac{q \cdot b^3}{24 E \cdot I} + \frac{M_a \cdot b}{6 E \cdot I} = 0 \quad (6.23)$$

isolando b ,

$$b = 2 \sqrt{\frac{M_a}{q}} \quad (6.24)$$

Com isso, considerando que a placa circular de fundo apresenta um raio R e espessura t , submetida a hiperestáticos de bordo como um momento fletor M_0 distribuído axissimetricamente na borda, a rotação no ponto de encontro entre a parede e a placa de fundo será:

$$\Delta_{\phi}^{M_0} = -\frac{M_0 \cdot b}{3 D_p} + \frac{q \cdot b^3}{24 D_p} \quad (6.25)$$

Substituindo a Equação 6.24, onde para este caso M_A será M_0 , na Equação 6.25, obtém-se,

$$\Delta_{\phi}^{M_0} = -\frac{M_0 \cdot 2 \sqrt{\frac{M_0}{q}}}{3 D_p} + \frac{q \cdot 8 \left(\frac{M_0}{q}\right)^{\frac{3}{2}}}{24 D_p} \quad (6.26)$$

desenvolvendo,

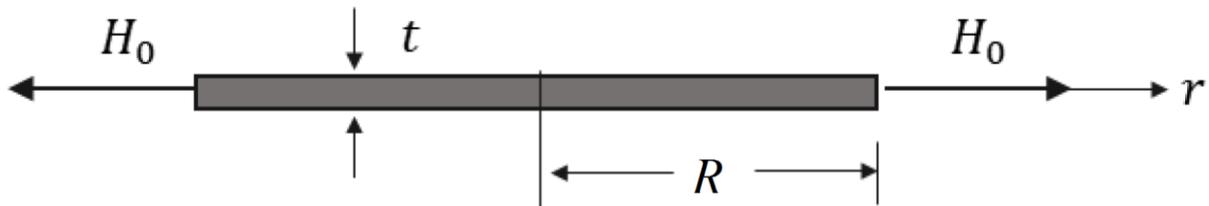
$$\Delta_{\phi}^{M_0} = -\frac{1}{3 D_p} \sqrt{\frac{M_0^3}{q}} \quad (6.27)$$

em que D_p representa a rigidez à flexão da placa, dado por:

$$D_p = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (6.28)$$

Ainda, a placa de fundo pode apresentar um pequeno deslocamento horizontal causado pelo hiperestático H_0 , que se caracteriza como uma força horizontal que surge, assim como M_0 , da ligação da placa de fundo com a parede do reservatório.

Figura 31 - Placa de fundo sujeita a hiperestático horizontal de bordo H_0 .



Fonte: Adaptado de Marques (2019).

Nisso, o deslocamento horizontal na borda da placa provocado pelo hiperestático H_0 , desconsiderando as forças de atrito presentes entre o solo e a placa, é:

$$\Delta_h^{H_0} = \frac{(1 - \nu)R}{E \cdot t} H_0 \quad (6.29)$$

De maneira geral, para as estruturas civis vistas na maioria dos casos, o deslocamento horizontal resultante do hiperestático de bordo devido às ações diretas pode ser desprezado, tendo em vista sua pequena influência na análise dos esforços dos reservatórios apoiados.

Para os casos em que a placa está apoiada em bases deformáveis, maiores detalhes podem ser vistos em Silva (2017).

7 METODOLOGIA

O desenvolvimento do trabalho baseia-se no estudo das ações diretas e indiretas de retração e gradiente de temperatura que venham a incidir nas estruturas de reservatórios apoiados axissimétricos de concreto armado.

Primeiramente faz-se um estudo bibliográfico a respeito da origem e dos tipos de retração que surgem nas peças de concreto armado, como descrito no Capítulo 2. Neste estudo, observa-se as normas (nacionais e internacionais) e trabalhos que tratam a respeito da previsão das deformações por retração. No desenvolvimento deste texto, é utilizada a formulação descrita na NBR 6118:2014, em que todo o seu detalhamento foi tratado anteriormente, no capítulo supracitado.

Nas análises dos esforços em reservatórios de revolução, de acordo com o estudo bibliográfico apresentado, são utilizadas as teorias clássicas de placas e cascas delgadas. Logo, faz-se o uso do método das forças no estudo, realizando-se, portanto, a compatibilização dos deslocamentos para as ligações entre os elementos que compõem as estruturas a serem analisadas. Desta forma, são modeladas estruturas simples de cascas cilíndricas, bem como reservatórios compostos por placas de fundo e paredes cilíndricas. Considera-se, quando utilizadas, que a placa de base das estruturas se apoia em base rígida.

Para a modelagem são criadas rotinas de cálculo automatizadas por meio do software de matemática simbólica Maple, de modo que é implementada a determinação das deformações por retração, tanto de paredes cilíndricas como de placas circulares. Também são implementadas no software as formulações a respeito dos esforços internos originados pelo gradiente de temperatura em paredes cilíndricas, bem como as formulações correspondentes à atuação das cargas hidrostáticas, segundo o Capítulo 3 e o Capítulo 4.

Com tais informações, são desenvolvidos nestas rotinas os cálculos analíticos dos esforços internos solicitantes que atuam nas cascas cilíndricas, assim como são calculadas as tensões em função das flexões compostas existentes tanto na direção vertical, como na direção circunferencial da casca, em que a formulação utilizada foi implementada segundo a teoria mostrada no Capítulo 5.

Tão logo, os resultados obtidos pelas rotinas de cálculo são apresentados por meio de gráficos que representam os esforços internos solicitantes e tensões atuantes nas cascas cilíndricas, bem como por tabelas comparativas das análises realizadas.

Nos exemplos desenvolvidos, primeiramente se faz um estudo a respeito da influência de diversas variáveis na determinação das deformações por retração, e como isto implica nos esforços e tensões atuantes na parede cilíndrica. Para este caso, a geometria do reservatório é mantida constante, com o raio da casca cilíndrica com 5 m e altura também de 5 m, em que sua base é considerada engastada, e assim são feitas variações na umidade, tempo em que é feita a análise da retração, resistência do concreto e na taxa de armadura.

Desenvolve-se também um exemplo a respeito da influência do gradiente térmico em situações em que há o armazenamento de líquidos quentes. A geometria utilizada é a mesma apresentada no primeiro exemplo, assim como suas condições de apoio. Com isso, apresenta-se não somente as tensões causadas pelo gradiente térmico, mas sim sua importância frente às outras solicitações levadas em consideração, como as tensões originadas pelas cargas hidrostáticas assim como pela atuação da retração.

Posteriormente desenvolve-se um exemplo semelhante ao anterior, porém aumentando-se a altura da parede para 10 m e mantendo-se as demais dimensões iguais, assim como o engastamento na base. Tal exemplo mostra, além da influência do gradiente térmico em relação às outras solicitações, a forma como se desenvolvem as tensões térmicas em reservatórios com paredes cilíndricas de maior altura em relação ao seu raio.

Faz-se também um exemplo a respeito de um reservatório composto por uma parede cilíndrica e uma placa de base circular. A interação entre os elementos é feita pelo método das forças, conforme discutido anteriormente, e é estudada a influência da defasagem entre as concretagens da placa de fundo e da parede no desenvolvimento das retrações para ambos os elementos, e como isto implica no cálculo das tensões de retração para o caso em estudo.

8 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

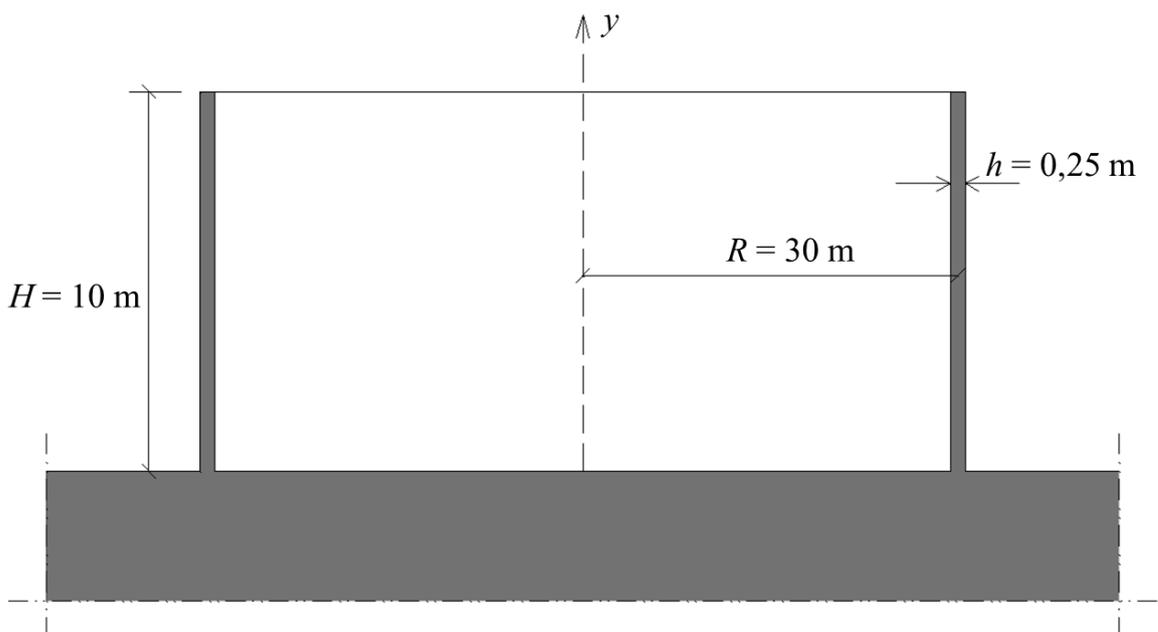
Neste capítulo apresentam-se alguns exemplos de aplicação a respeito dos efeitos das ações indiretas de retração e gradiente de temperatura em cascas cilíndricas delgadas axissimétricas, com a base engastada ou vinculada a uma placa de fundo, os quais serão analisados conforme os procedimentos vistos nos capítulos anteriores. Para o desenvolvimento dos exemplos, atenta-se para o uso das teorias clássicas analíticas de placas e cascas.

8.1 Exemplo preliminar

A fim de haver uma observação na corroboração da coerência dos resultados dos esforços e tensões causadas pelo gradiente térmico, obtidos por meio das rotinas de cálculo implementadas no software Maple, procede-se com o desenvolvimento do Exemplo 7.1 disponível em Ghali (2000).

O problema em questão faz o estudo dos esforços desenvolvidos em uma parede cilíndrica de concreto armado em função de um gradiente térmico existente entre o ambiente interno e externo do elemento, de modo que se considera a base da parede tanto livre quanto engastada. A geometria da casca é dada segundo a figura seguinte, assim como os dados utilizados no exemplo são mostrados na Tabela 7.

Figura 32 - Geometria da parede cilíndrica do exemplo preliminar.



Fonte: Autor (2021).

Tabela 7 - Dados utilizados no exemplo preliminar.

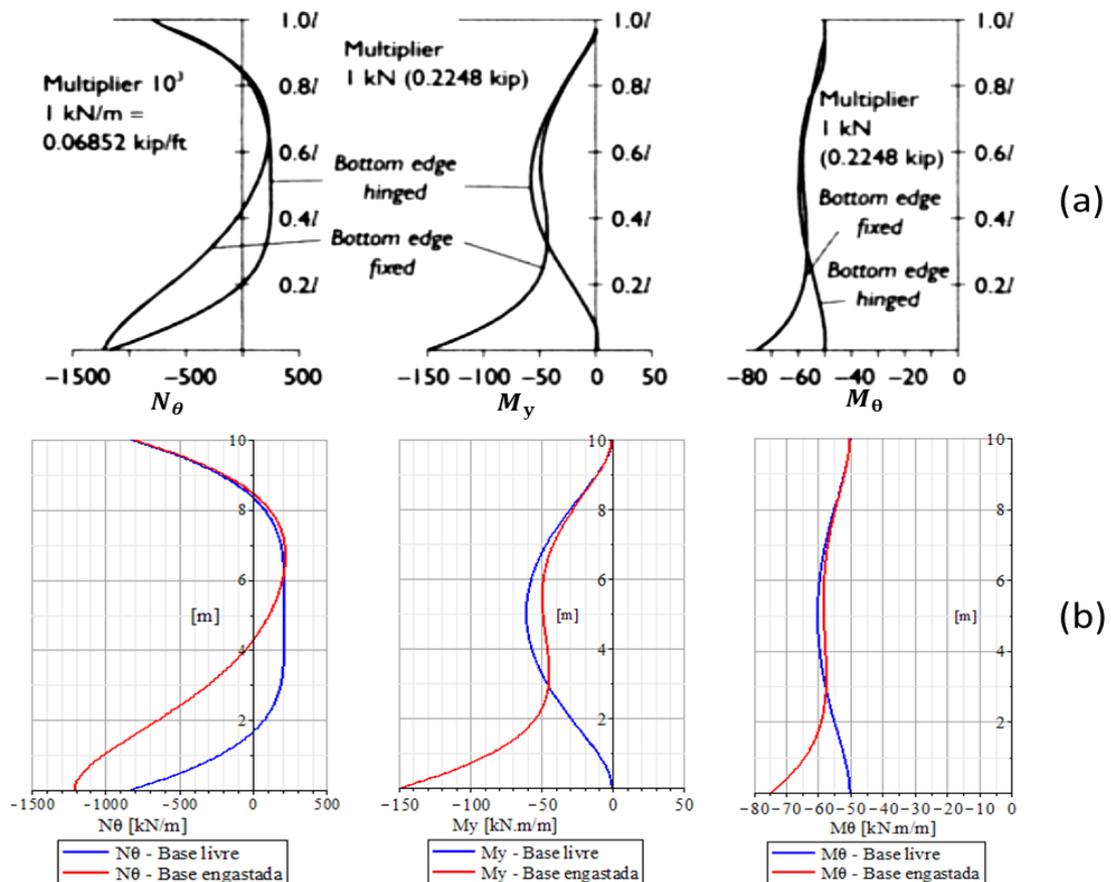
Variável	Símbolo	Valor
Coefficiente de Poisson	ν	1/6
Coefficiente de dilatação térmica do concreto	α	$1 \cdot 10^{-5} \text{°C}^{-1}$
Módulo de elasticidade	E	32 GPa
Temperatura ambiente externa	T_e	30°C
Temperatura ambiente interna	T_i	0°C

Fonte: Autor (2021).

Pode-se observar que para este exemplo a temperatura externa é maior que a interna. Com isso, faz-se uma análise do esforço normal circunferencial (N_θ), do momento fletor circunferencial (M_θ), bem como do momento fletor ao longo do eixo y (M_y).

Na Figura 33a observa-se os resultados dos diagramas mostrados na literatura. Já na Figura 33b, apresenta-se os diagramas obtidos por meio das rotinas de cálculo implementadas.

Figura 33 - Comparação entre os resultados da literatura e os resultados obtidos.



Fonte: Adaptado de Ghali (2000).

Nota-se uma clara semelhança entre os diagramas dos esforços, tanto no perfil quanto nos valores encontrados para as extremidades do elemento. Para efeito de comparação, na Tabela 8 confronta-se os valores dos esforços na base da parede disponíveis em Ghali (2000) com aqueles obtidos por meio das rotinas de cálculo, na situação em que a base esteja engastada.

Tabela 8 - Comparação dos valores dos esforços do exemplo preliminar.

Esforço	Ghali (2000)	Calculado
N_{θ}	-1200,0 kN/m	-1207,3 kN/m
M_{θ}	-74,6 kN · m/m	-74,7 kN · m/m
M_y	-147,8 kN · m/m	-148,3 kN · m/m

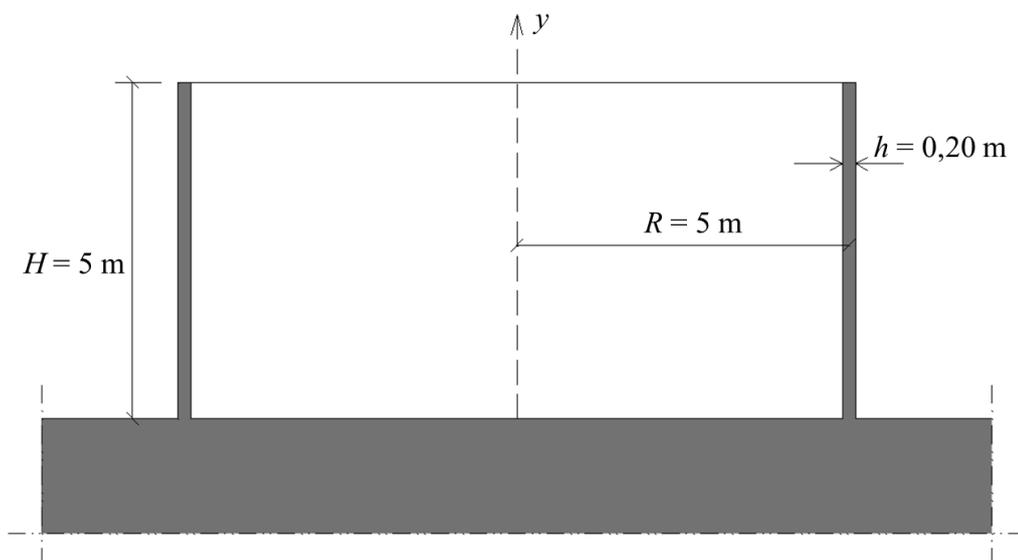
Fonte: Autor (2021).

Conclui-se, a partir dos dados observados, que há uma confiabilidade nos resultados obtidos por meio das rotinas de cálculo, o que implica na obtenção de resultados coerentes, que são desenvolvidos nos exemplos seguintes.

8.2 Exemplo 1 – Casca cilíndrica longa engastada em sua base e sob o efeito da retração

Neste caso em estudo, com geometria definida na Figura 34, faz-se uma análise das principais variáveis que influenciam o efeito da retração sobre uma casca cilíndrica engastada em sua base e bordo superior livre, sem que haja o armazenamento de líquidos.

Figura 34 - Reservatório com parede longa engastada na base e sem coberta.



Fonte: Autor (2021).

A priori serão analisadas as seguintes variáveis, e como estas influenciam no efeito da retração:

- Umidade;
- Tempo em que é feito o cálculo da retração;
- Temperatura;
- Resistência do concreto;
- Taxa de armadura.

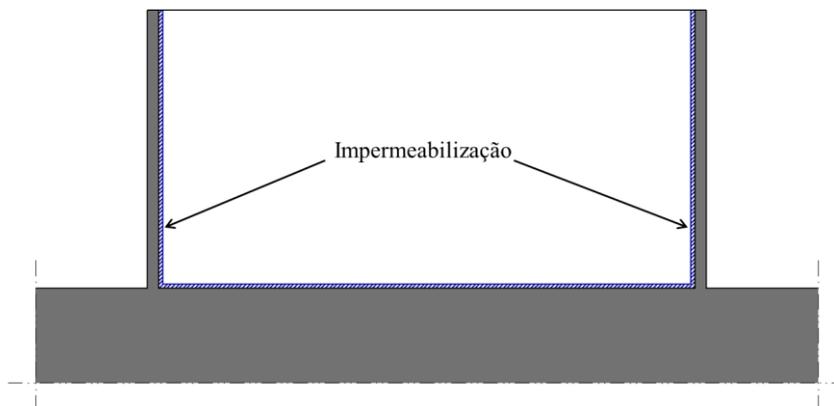
Em seguida, é feita uma análise conjunta entre os efeitos da retração e do gradiente de temperatura para a parede cilíndrica na situação em que há o armazenamento de um líquido quente.

Um aspecto importante a ser considerado diz respeito à classificação da parede cilíndrica, se esta é considerada longa ou curta, como visto no Capítulo 3. Segundo Hauso (2014), sugere-se que para haver independência entre os bordos da casca cilíndrica deve-se ter $\beta H > \pi$. Para o exemplo em questão, calcula-se a partir da Equação 3.2 o valor de $\beta = 1,30$. Como $H = 5$ m, então $1,30 \cdot 5 > \pi$.

Portanto, a casca cilíndrica deste exemplo é considerada longa, que por sua vez assume que os hiperestáticos do bordo inferior não influenciam o bordo superior.

Por fim, considerando o tanque de armazenamento em estudo, a prática de obras indica a aplicação de impermeabilização na face interna da parede, a qual irá entrar em contato com o líquido armazenado. Isso faz com que a evaporação através da face interna seja impossibilitada, o que por sua vez influencia na tendência de surgimento da deformação por retração por meio da espessura fictícia da peça.

Figura 35 - Faces impermeabilizadas da parede cilíndrica.



Fonte: Autor (2021).

8.2.1 Estudo da influência da umidade na retração

Nas análises desenvolvidas adiante utiliza-se as formulações da NBR 6118:2014 para a previsão da retração. Nisso, em primeiro momento, são fixadas algumas variáveis, de acordo com a Tabela 9, e aumenta-se gradativamente o valor da umidade do ambiente em que se encontra a parede cilíndrica.

Tabela 9 - Dados utilizados no estudo da influência da umidade na retração.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Taxa de aço	ρ_s	1%
Início da retração	t_0	5 dias
Tempo do cálculo da retração	t	370 dias

Fonte: Autor (2021).

Para esta análise, aplica-se uma variação da umidade ambiente para os valores de 60%, 70%, 80% e 90%. A priori, faz-se o estudo sem que haja líquido armazenado no reservatório, não havendo a atuação de cargas externas sobre a estrutura, apenas seu peso próprio. Levando-se em consideração os efeitos da retração, deformações são impostas à casca cilíndrica, e devido ao engaste em sua base, esforços internos surgem no elemento.

Para o exemplo em questão, adota-se uma temperatura de 30°C. De acordo com a formulação estabelecida na NBR 6118:2014, para temperaturas diferentes de 20°C, deve-se corrigir a idade do concreto para uma idade fictícia, visto na Equação 2.6. Este aspecto é considerado no desenvolvimento do exemplo.

Levando em conta que, após a concretagem, os efeitos da retração começam a surgir a partir do 5º dia, conforme Tabela 9, faz-se uma análise 1 ano após o início do aparecimento da retração. Nisso, de acordo as expressões vistas no Capítulo 2, $t_0 = 5$ dias e $t = 370$ dias. Porém, como a temperatura ambiente considerada para o exemplo é maior que 20°C, as idades fictícias calculadas são $t_0 = 6,7$ dias e $t = 493,3$ dias.

A Tabela 10 apresenta o valor calculado das deformações por retração em função das informações que constam na Tabela 9, assim como para os valores de umidade ambiente ditos anteriormente.

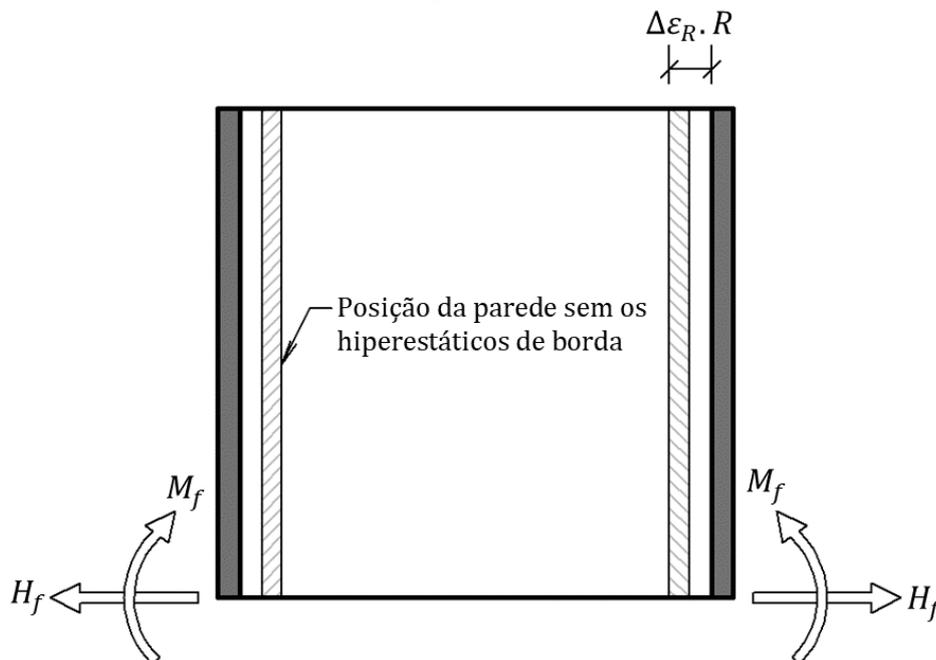
Tabela 10 - Valores da retração em função da umidade ambiente.

Umidade	Deformação por retração (ϵ_R) com $t = 493,3$ dias
60%	$-2,02 \cdot 10^{-4}$
70%	$-1,37 \cdot 10^{-4}$
80%	$-6,72 \cdot 10^{-5}$
90%	$-2,22 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autor (2021).

À medida que o efeito da retração age, há uma tendência de diminuição do raio da casca cilíndrica, dada por $\Delta\epsilon_R \cdot R$ conforme Figura 36. Porém, como a parede é engastada em sua base, esforços surgirão na tendência de impedir o deslocamento no apoio. Portanto, M_f e H_f são, respectivamente, o momento fletor hiperestático e a reação horizontal hiperestática.

Figura 36 - Hiperestáticos de bordo.



Fonte: Autor (2021).

Pela aplicação das teorias clássicas de cascas, obtêm-se os seguintes resultados para os hiperestáticos de bordo:

Tabela 11 - Valor dos hiperestáticos de bordo.

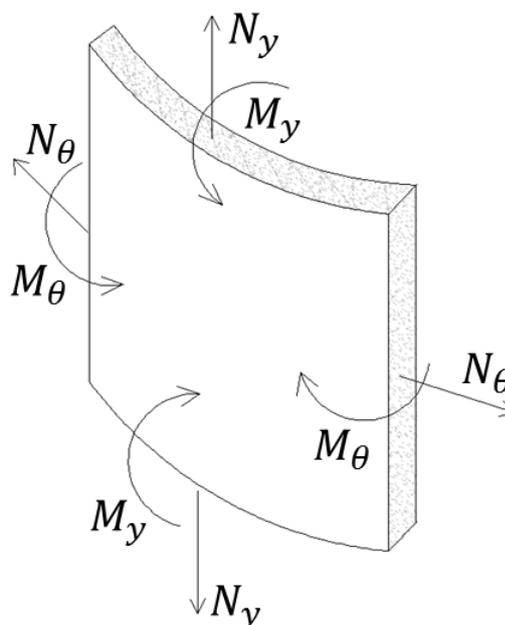
Umidade	H_f [kN/m]	M_f [kN.m/m]
60%	154,68	-59,36
70%	112,53	-43,19
80%	55,40	-21,26
90%	17,00	-6,53

Fonte: Autor (2021).

Observa-se uma tendência de crescimento dos hiperestáticos de bordo conforme há uma diminuição da umidade ambiente. Tal relato torna-se razoável pelo fato de que para umidades menores a taxa de evaporação da água contida no elemento estrutural aumenta, aumentando também a retração, onde haverá maiores deformações impostas à parede, que resultará em maiores esforços em sua base para manter o equilíbrio da estrutura.

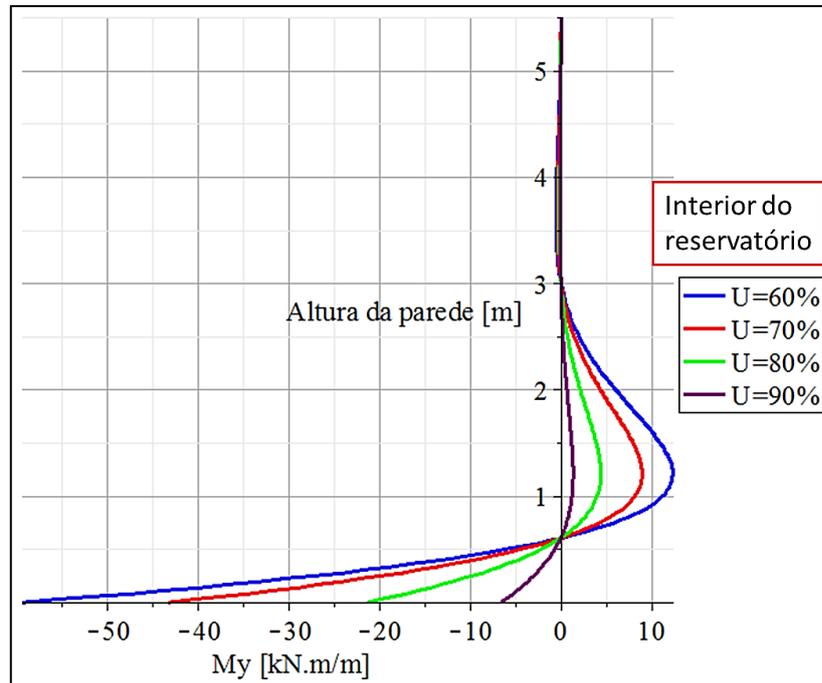
Os diagramas de esforços internos e seus traçados em função da umidade ambiente estão representados da Figura 38 a Figura 40. Ressalta-se que para efeito do traçado dos diagramas da parede cilíndrica, convencionou-se como positivo os esforços orientados segundo a Figura 37.

Figura 37 - Convenção de esforços positivos para o traçado dos diagramas de esforços internos da parede cilíndrica.



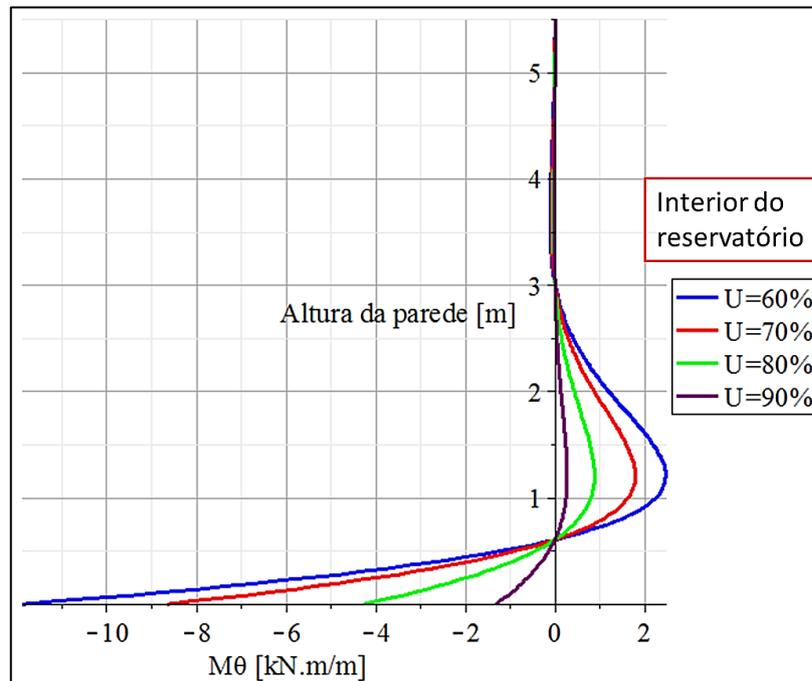
Fonte: Autor (2021).

Figura 38 - Momento fletor M_y da parede em função da umidade.



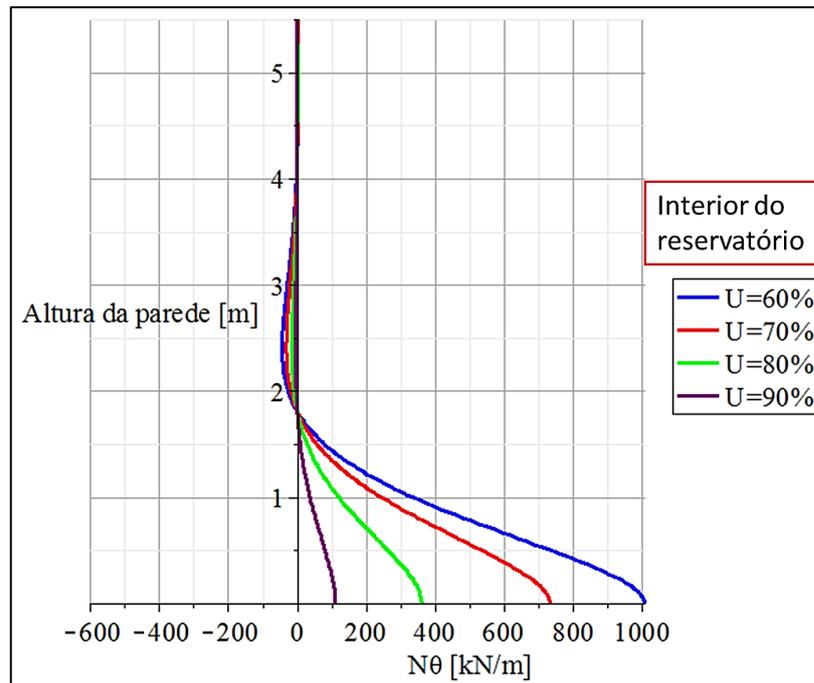
Fonte: Autor (2021).

Figura 39 - Momento fletor M_θ da parede em função da umidade.



Fonte: Autor (2021).

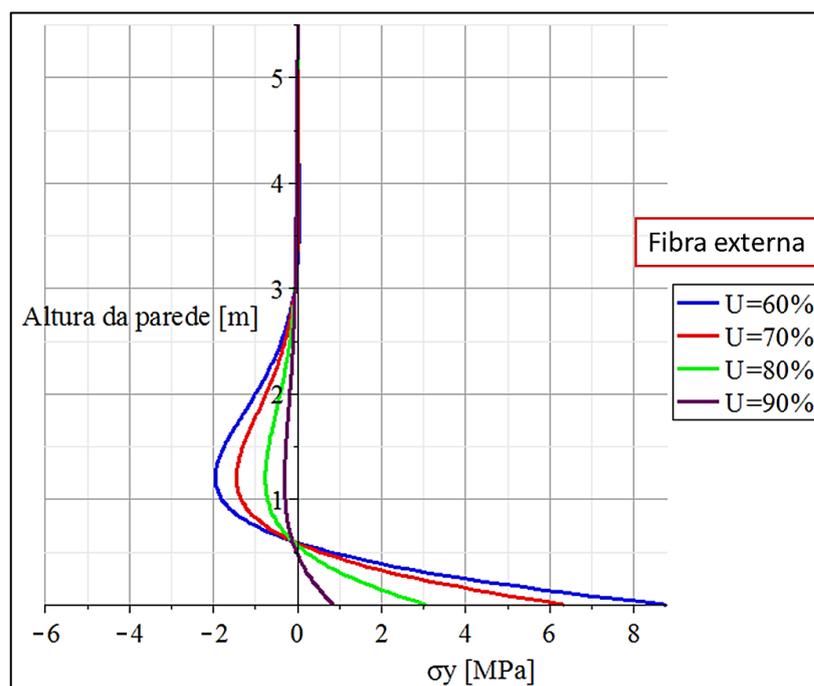
Figura 40 - Esforço normal N_θ da parede em função da umidade.



Fonte: Autor (2021).

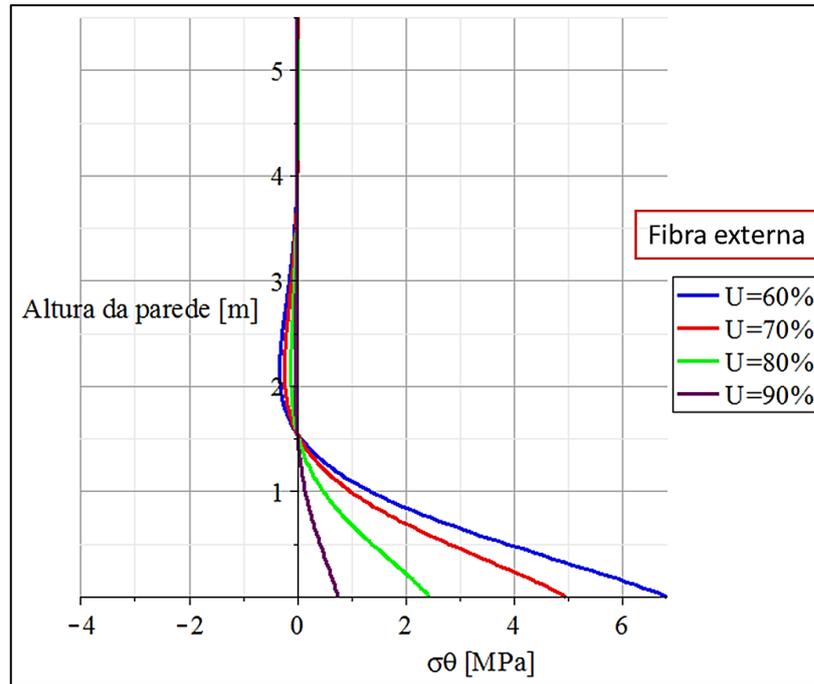
Na Figura 41 e na Figura 42, dispõe-se os diagramas das tensões σ_y e σ_θ , calculadas a partir da flexão composta atuante nas direções y e θ , em que não foram considerados os efeitos da curvatura da placa para esta última direção, dado que $R/h \geq 20$, como visto no capítulo 5.

Figura 41 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da umidade.



Fonte: Autor (2021).

Figura 42 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da umidade.



Nas tabelas seguintes há uma comparação entre os maiores valores de tensões de tração σ_y e σ_θ encontradas na fibra externa na base da parede cilíndrica, causadas pela retração.

Tabela 12 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Umidade [%]	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a U=60%	Variação [%] em relação a U=60%
60	8,78	-	-
70	6,35	2,43	-27%
80	3,06	5,71	-65,1%
90	0,85	7,93	-90,3%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 13 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Umidade [%]	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a U=60%	Variação [%] em relação a U=60%
60	6,82	-	-
70	4,96	1,86	-27,2%
80	2,44	4,38	-64,2%
90	0,75	6,07	-89%

Fonte: Autor (2021).

Nota-se que a intensidade dos diagramas, tanto de esforços quanto de tensões, também se altera. É interessante ressaltar que o ponto de virada dos diagramas entre valores positivos e negativos é o mesmo, dado em função da forma linear de como é tratada a atuação da retração.

Observa-se que a tendência de queda nas tensões é semelhante para σ_y e σ_θ . Para variações relativamente pequenas com relação à umidade, há um acréscimo ou decréscimo notadamente maior nas tensões, evidenciando que a umidade ambiente se faz bastante relevante no momento de se levar em conta os efeitos da retração na situação em estudo. Em uma variação de 30% na umidade, de 60% para 90%, houve um decréscimo de aproximadamente 90% na magnitude de ambas as tensões.

Levando-se em conta que o concreto utilizado para o exemplo em estudo é da classe C30, e que a resistência à tração do material é de aproximadamente 10% de sua resistência à compressão, observa-se que para umidades menores que aproximadamente 80%, há tendência para o aparecimento de fissuras devido aos efeitos da retração para o exemplo em questão.

8.2.2 Estudo da influência do tempo na retração

De maneira análoga ao que foi feito para a umidade, estuda-se agora a influência do tempo no desenvolvimento das tensões geradas pela retração. Para isso, fixa-se a umidade em 80%, de acordo com os dados que são mostrados na seguinte tabela:

Tabela 14 - Dados utilizados para o estudo da influência do tempo na retração.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Taxa de aço	ρ_s	1%
Início da retração	t_0	5 dias
Umidade	U	80%

Fonte: Autor (2021).

Faz-se as análises para os tempos t iguais a 188, 370, 735 e 1465 dias. Como a temperatura ambiente está definida em 30°C, devem ser calculadas as idades fictícias para o concreto. Tão logo, as respectivas idades fictícias são 250,7, 493,3, 980 e 1953,3 dias.

A Tabela 15 apresenta o valor calculado das deformações por retração em função das informações que constam na Tabela 14, assim como para os dias em que serão feitas as análises.

Tabela 15 - Valores da retração em função do tempo.

Tempo t	Deformação por retração (ϵ_R)
250,7 dias	$-3,90 \cdot 10^{-5}$
493,3 dias	$-6,72 \cdot 10^{-5}$
980 dias	$-1,13 \cdot 10^{-4}$
1953,3 dias	$-1,74 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Autor (2021).

Pela aplicação das teorias clássicas de cascas, obtêm-se os seguintes resultados para os hiperestáticos de bordo:

Tabela 16 - Valor dos hiperestáticos de bordo.

Tempo t	H_f [kN/m]	M_f [kN·m/m]
250,7 dias	32,11	-12,32
493,3 dias	55,40	-21,26
980 dias	93,37	-35,84
1953,3 dias	143,62	-55,12

Fonte: Autor (2021).

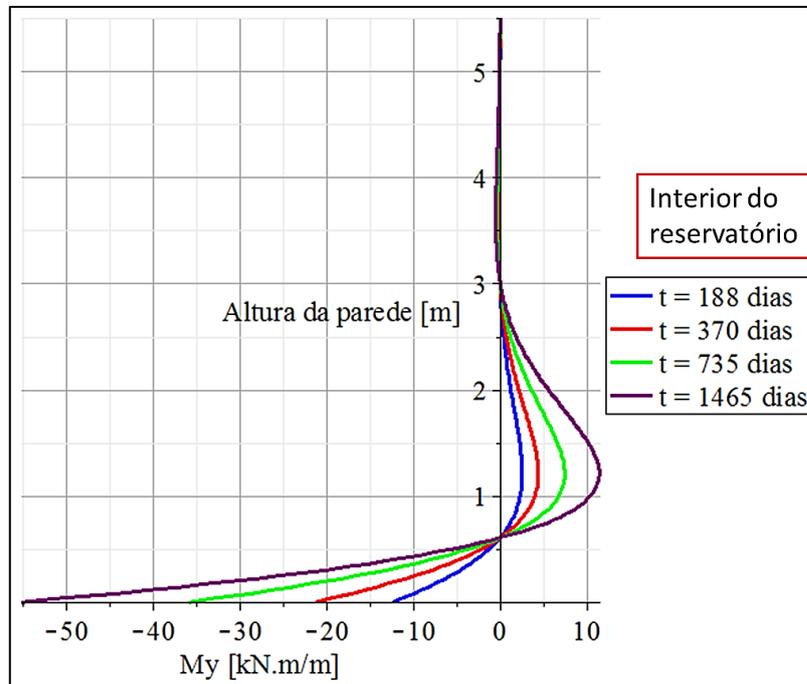
Pela tabela acima, observa-se uma coerência nos resultados a partir do fato de que os hiperestáticos de bordo crescem conforme o passar do tempo. Quanto maior o número de dias em que se faz a análise da retração, maiores serão os valores das deformações causadas por esta.

Ressalta-se que as deformações por retração se desenvolvem ao longo de anos, com um crescimento mais elevado nas primeiras idades do material, passando por uma estabilização para idades mais avançadas. Os tempos para a estabilização das deformações por retração, de acordo com a formulação encontrada na NBR 6118:2014, encontram-se acima das idades adotadas para as análises desenvolvidas neste trabalho.

Ainda, com o passar do tempo, a atuação da fluência do material e a relaxação das tensões nele atuantes atenuaria os esforços pronunciados encontrados nos resultados apresentados.

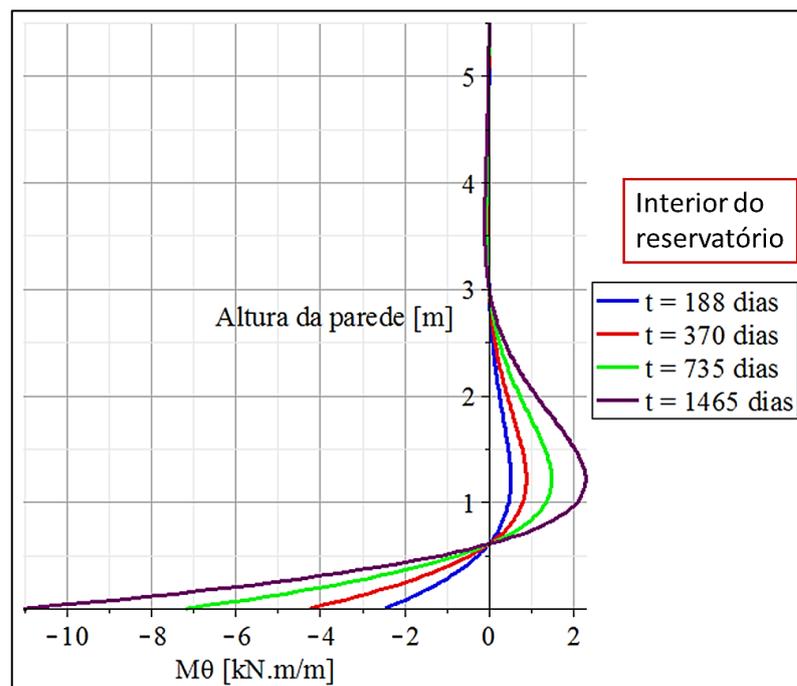
Os diagramas de esforços internos e seus traçados em função do tempo estão representados da Figura 43 a Figura 45.

Figura 43 - Momento fletor M_y da parede em função do tempo.



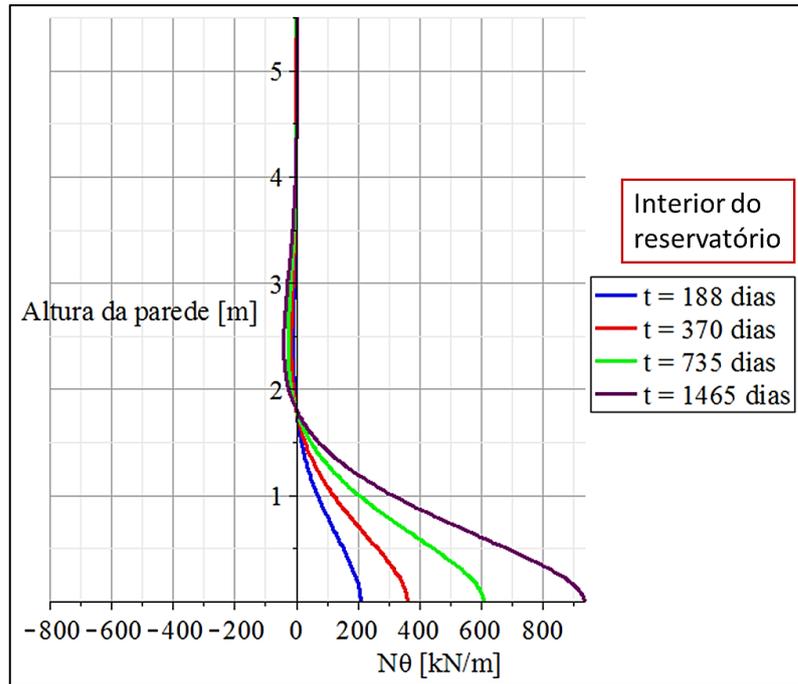
Fonte: Autor (2021).

Figura 44 - Momento fletor M_θ da parede em função do tempo.



Fonte: Autor (2021).

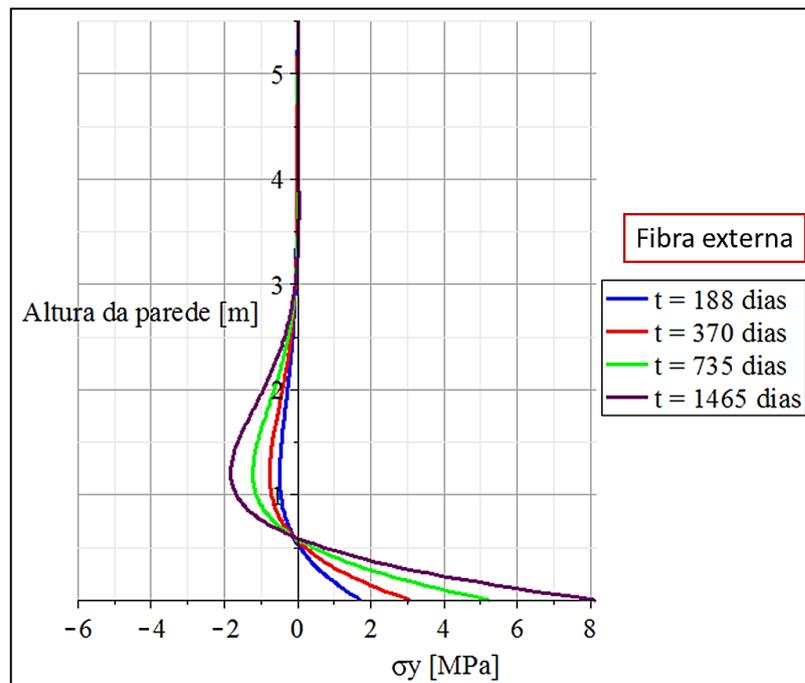
Figura 45 - Esforço normal N_θ da parede em função do tempo.



Fonte: Autor (2021).

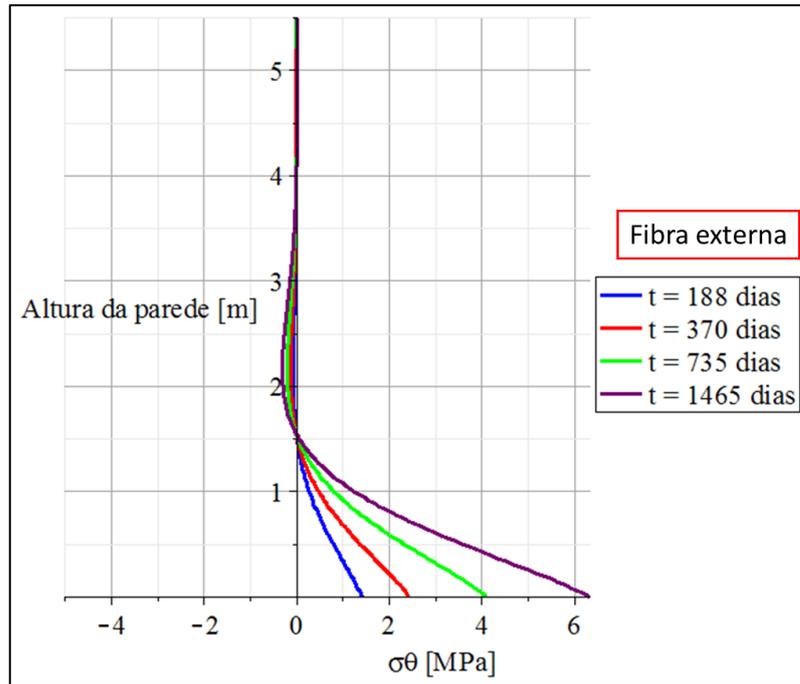
Na Figura 46 e Figura 47, apresentam-se os diagramas das tensões σ_y e σ_θ , calculados em função do tempo.

Figura 46 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função do tempo.



Fonte: Autor (2021).

Figura 47 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função do tempo.



Fonte: Autor (2021).

Logo, na Tabela 17 e na Tabela 18, pode-se observar a tendência de crescimento das tensões conforme a progressão do tempo.

Tabela 17 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Tempo [dias]	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $t = 250,7$ dias	Variação [%] em relação a $t = 250,7$ dias
250,7	1,72	-	-
493,3	3,06	1,34	77,8%
980	5,25	3,53	204,6%
1953,3	8,14	6,42	372,5%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 18 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Tempo [dias]	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $t = 250,7$ dias	Variação [%] em relação a $t = 250,7$ dias
250,7	1,42	-	-
493,3	2,44	1,02	72,6%
980	4,12	2,70	190,8%
1953,3	6,33	4,91	347,3%

Fonte: Autor (2021).

Para ambas as tensões, há um crescimento em torno de 3,5 vezes entre o primeiro tempo em que é feita a análise e o último, em um intervalo de aproximadamente 3,49 anos. Tal crescimento das tensões acompanha a evolução da retração na peça, ou seja, quanto maiores forem as deformações, maiores serão as tensões causadas. Ao longo do tempo, a retração tende a atingir valores de deformação constantes, implicando em uma tendência de diminuição do crescimento das tensões, o que acontece a partir de aproximadamente 3000 dias.

8.2.3 Estudo da influência da temperatura ambiente na retração

De acordo com a formulação disposta na NBR 6118:2014, um dos fatores que influenciam no desenvolvimento das deformações por retração é a temperatura ambiente. A consequência de maiores temperaturas são maiores deformações por retração.

Para a análise em questão, varia-se a temperatura ambiente em 20, 25, 30 e 35°C, mantendo-se os demais dados constantes, conforme a seguinte tabela:

Tabela 19 - Dados utilizados para o estudo da influência da temperatura ambiente na retração.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coeficiente de Poisson	ν	0,2
Taxa de aço	ρ_s	1%
Início da retração	t_0	5 dias
Tempo do cálculo da retração	t	370 dias
Umidade	U	80%

Fonte: Autor (2021).

A idade fictícia do concreto está diretamente ligada com o valor da temperatura ambiente. Maiores temperaturas resultam em idades fictícias maiores. Com isso, para as temperaturas ambientais levantadas, têm-se as seguintes idades fictícias:

Tabela 20 - Idades fictícias para as respectivas temperaturas.

Temperatura	t_0	t
20°C	5 dias	370 dias
25°C	5,83 dias	431,67 dias
30°C	6,67 dias	493,33 dias
35°C	7,5 dias	555 dias

Fonte: Autor (2021).

As deformações calculadas em função das temperaturas informadas, de acordo com as idades fictícias vistas na Tabela 20, são:

Tabela 21 - Valores da retração em função da Temperatura.

Temperatura T_e	Deformação por retração (ϵ_R)
20°C	$-5,39 \cdot 10^{-5}$
25°C	$-6,07 \cdot 10^{-5}$
30°C	$-6,72 \cdot 10^{-5}$
35°C	$-7,35 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autor (2021).

Os valores dos hiperestáticos de bordo, calculados para a análise em questão, são:

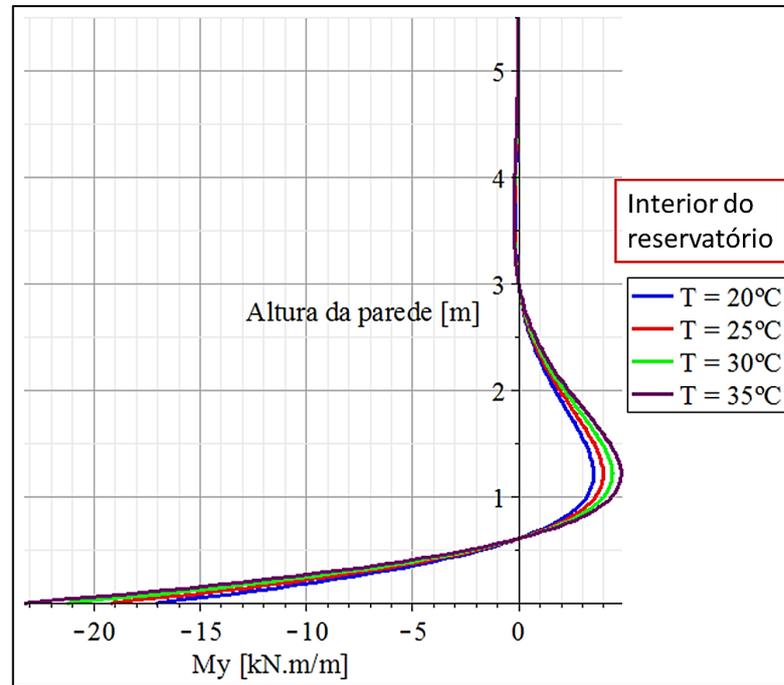
Tabela 22 - Valor dos hiperestáticos de bordo.

Temperatura T_e	H_f [kN/m]	M_f [kN·m/m]
20°C	44,44	-17,06
25°C	50,02	-19,20
30°C	55,40	-21,26
35°C	60,60	-23,26

Fonte: Autor (2021).

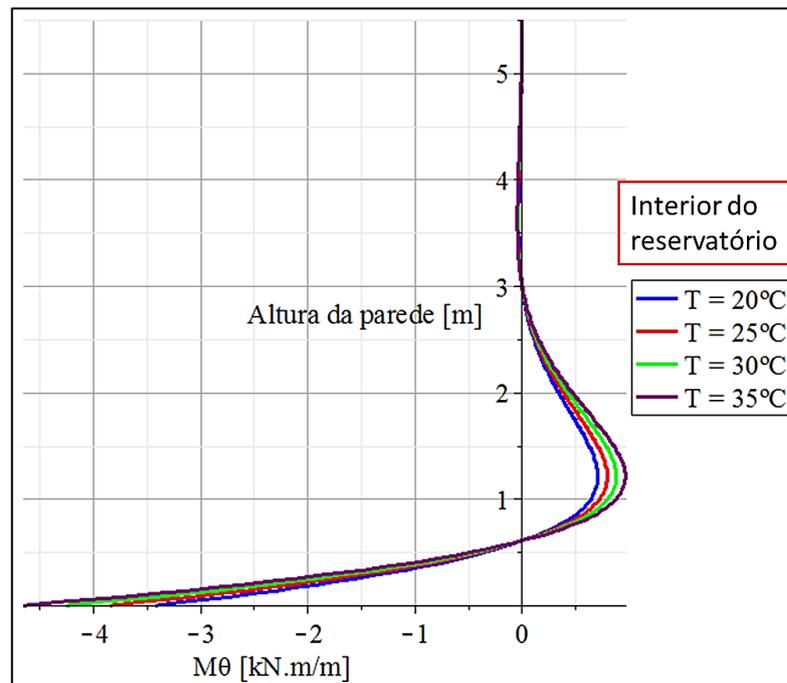
Com o aumento da temperatura, há um aumento das magnitudes dos hiperestáticos de bordo. Os diagramas de esforços internos e seus traçados em função da temperatura estão representados da Figura 48 a Figura 50.

Figura 48 - Momento fletor M_y da parede em função da temperatura ambiente.



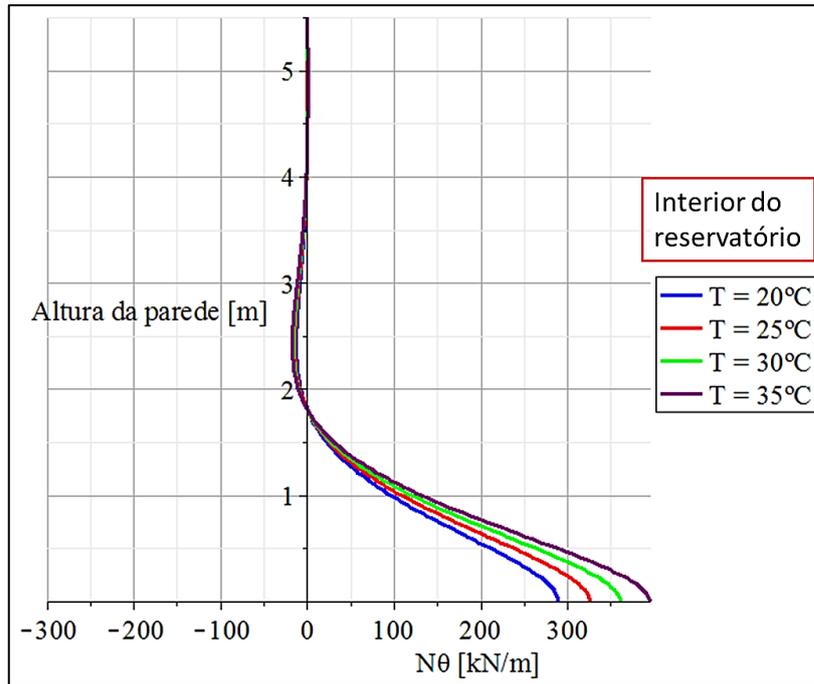
Fonte: Autor (2021).

Figura 49 - Momento fletor M_θ da parede em função da temperatura ambiente.



Fonte: Autor (2021).

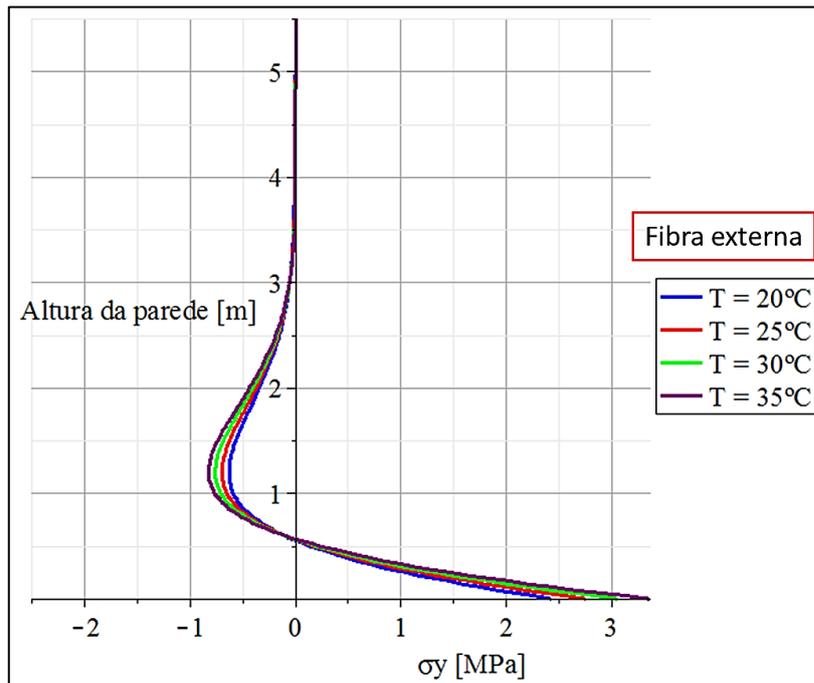
Figura 50 - Esforço normal N_θ da parede em função do tempo.



Fonte: Autor (2021).

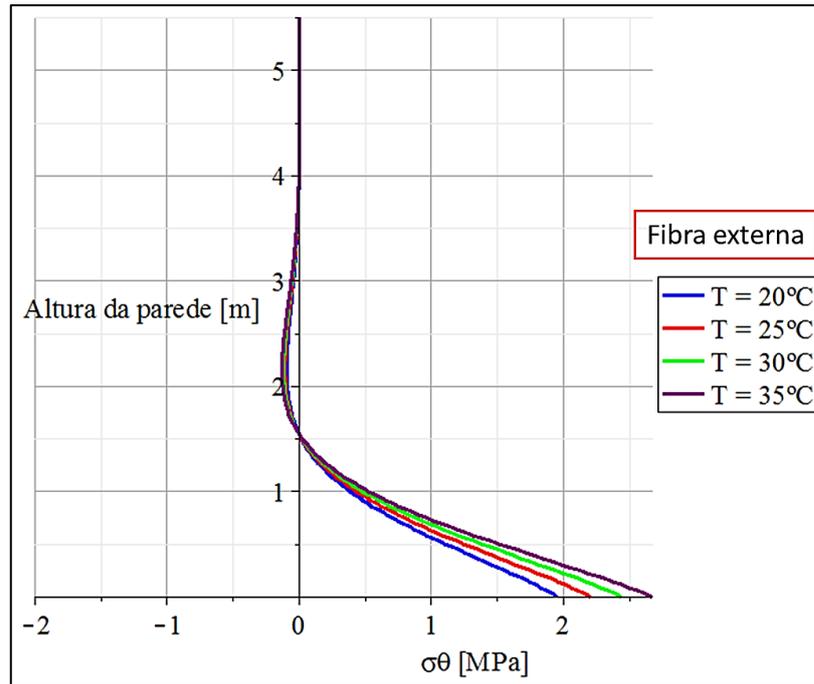
Já na Figura 51 e na Figura 52, apresenta-se os diagramas das tensões σ_y e σ_θ ao longo da altura da parede.

Figura 51 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da temperatura.



Fonte: Autor (2021).

Figura 52 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da temperatura.



Fonte: Autor (2021).

Nas tabelas seguintes verifica-se a tendência de crescimento das tensões conforme o aumento da temperatura ambiente.

Tabela 23 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Temperatura [°C]	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $T_e = 20^\circ\text{C}$	Variação [%] em relação a $T_e = 20^\circ\text{C}$
20	2,43	-	-
25	2,75	0,32	13,2%
30	3,06	0,63	25,9%
35	3,36	0,93	38,2%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 24 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Temperatura [°C]	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $T_e = 20^\circ\text{C}$	Variação [%] em relação a $T_e = 20^\circ\text{C}$
20	1,96	-	-
25	2,21	0,25	12,6%
30	2,44	0,48	24,7%
35	2,67	0,71	36,3%

Fonte: Autor (2021).

Notadamente há, segundo a Tabela 23 e a Tabela 24, um crescimento das tensões na parede conforme há um aumento da temperatura. Contudo, sobre um intervalo razoável de temperaturas ambiente, percebe-se um aumento claramente menor que as variações de tensões observadas nas análises feitas para as mudanças na umidade.

8.2.4 Estudo da influência da resistência do concreto na retração

A influência do aumento da resistência do concreto na análise dos efeitos da retração sobre a parede cilíndrica recai sobre mais elevados valores do módulo de elasticidade do material, o que implica em maiores valores de rigidez a flexão da casca, alterando-se o valor dos esforços causados pelas deformações impostas. Na NBR 6118:2014, considera-se que a formulação nela disposta acerca da estimativa da retração é válida para o intervalo de resistência de 20 a 50 MPa para o concreto.

Para a análise em questão, varia-se a resistência do concreto em 20, 25, 30 e 35 MPa, mantendo-se os demais dados constantes, conforme a seguinte tabela:

Tabela 25 - Dados utilizados para o estudo da influência da resistência do concreto na retração.

Variável	Símbolo	Valor
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Taxa de aço	ρ_s	1%
Início da retração	t_0	5 dias
Tempo do cálculo da retração	t	370 dias
Umidade	U	80%

Fonte: Autor (2021).

Como para os demais casos, segue tabela que resume o valor das deformações no que tange o aumento da classe de resistência do concreto. Neste caso em específico, a resistência do concreto influencia no módulo de elasticidade do material quando para o cálculo da diminuição da deformação por retração em função da taxa de aço da parede. Quanto maiores forem as relações entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto (E_s/E_c), menor será a influência da taxa de armadura, conforme formulação vista no capítulo 2.

Tabela 26 - Valores da retração em função da resistência do concreto.

Resistência do concreto	Deformação por retração (ϵ_R)
20 MPa	$-6,60 \cdot 10^{-5}$
25 MPa	$-6,67 \cdot 10^{-5}$
30 MPa	$-6,72 \cdot 10^{-5}$
35 MPa	$-6,77 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autor (2021).

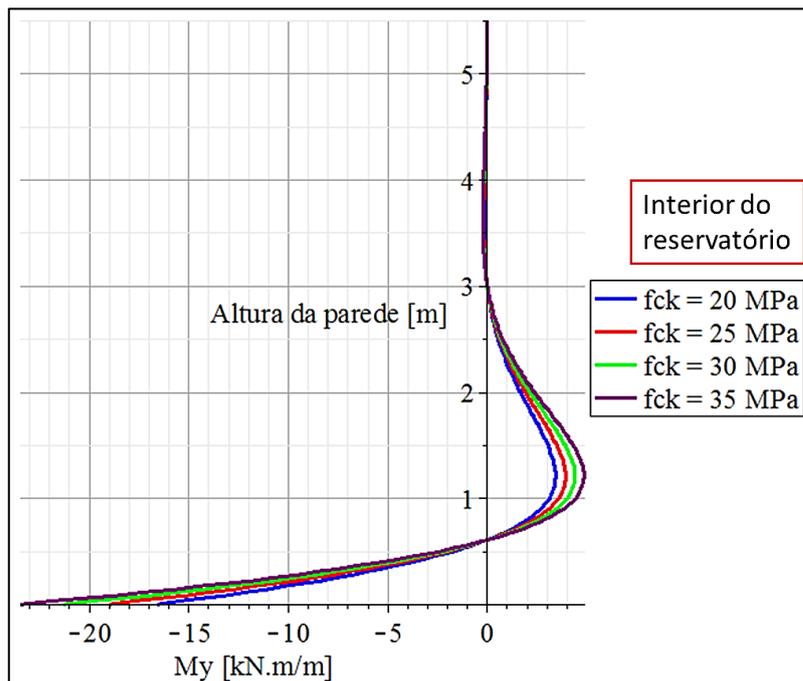
Os hiperestáticos de bordo, para esta análise, são:

Tabela 27 - Valor dos hiperestáticos de bordo.

Resistência do concreto	H_f [kN/m]	M_f [kN·m/m]
20 MPa	43,13	-16,55
25 MPa	49,45	-18,98
30 MPa	55,40	-21,26
35 MPa	61,09	-23,44

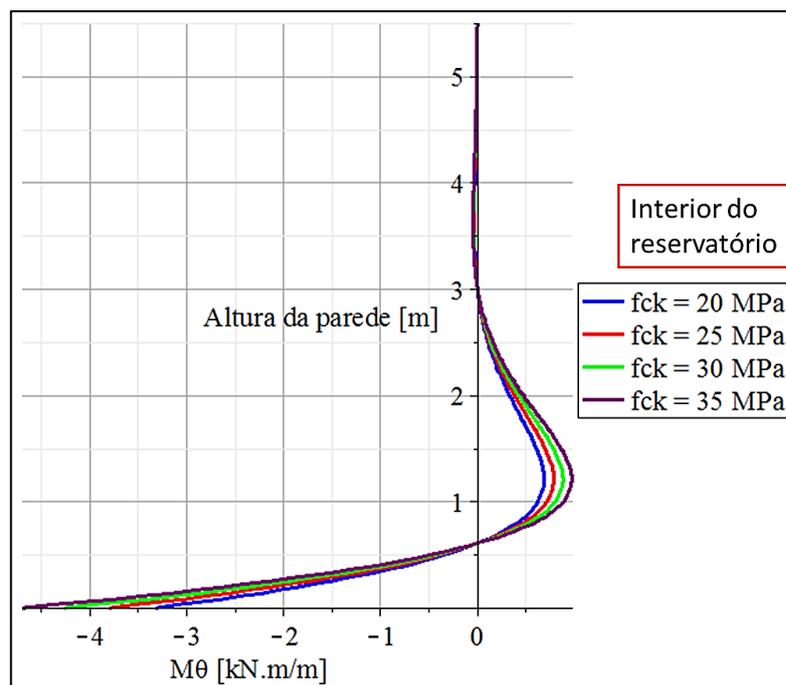
Fonte: Autor (2021).

Da Figura 53 a Figura 55 estão mostrados os diagramas dos esforços internos da parede.

Figura 53 - Momento fletor M_y da parede em função da resistência do concreto.

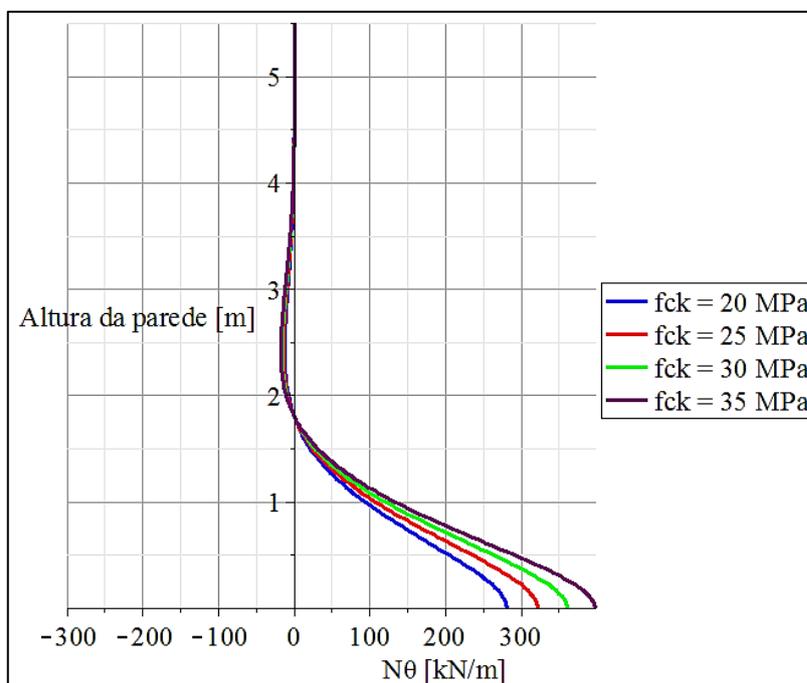
Fonte: Autor (2021).

Figura 54 - Momento fletor M_θ da parede em função da resistência do concreto.



Fonte: Autor (2021).

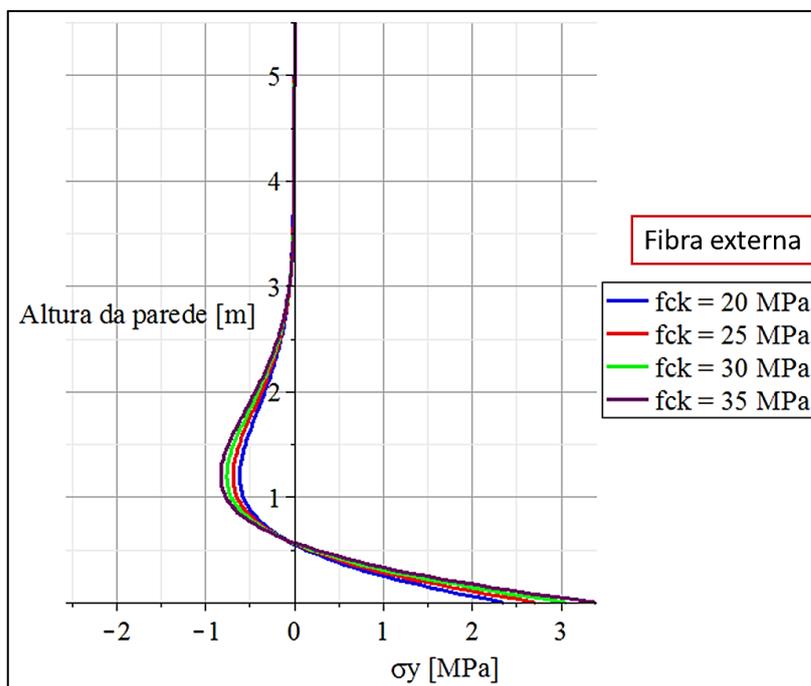
Figura 55 - Esforço normal N_θ da parede em função da resistência do concreto.



Fonte: Autor (2021).

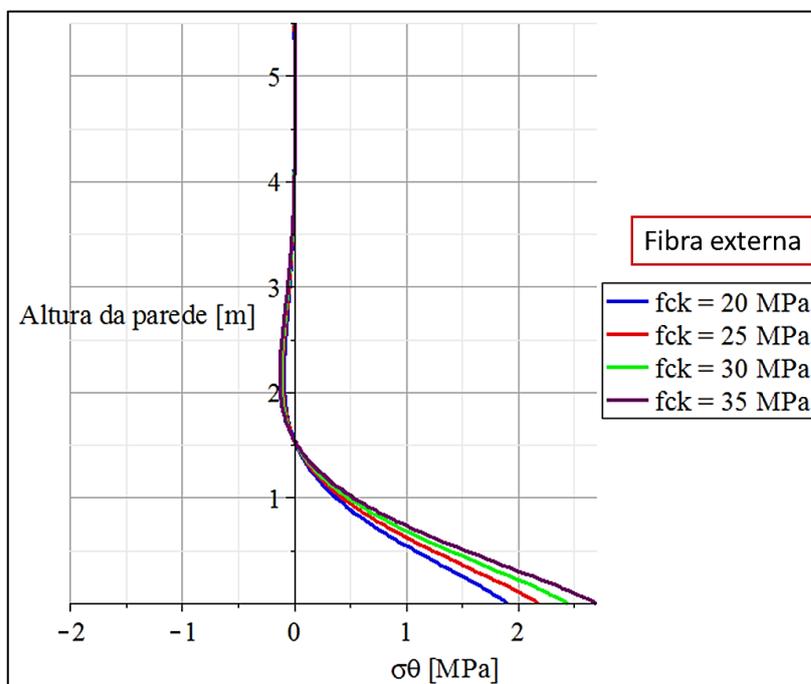
Ainda, na Figura 56 e na Figura 57 estão os respectivos diagramas para as tensões σ_y e σ_θ , tendo em vista a análise em questão.

Figura 56 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da resistência do concreto.



Fonte: Autor (2021).

Figura 57 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da resistência do concreto.



Fonte: Autor (2021).

Nas tabelas seguintes pode-se observar a tendência de crescimento das tensões na face externa, junto à base da parede, quando se aumenta a classe de resistência do concreto.

Tabela 28 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Resistência do concreto [MPa]	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a C20	Variação [%] em relação a C20
20	2,36	-	-
25	2,72	0,36	15,4%
30	3,06	0,70	30,0%
35	3,39	1,03	43,8%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 29 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Resistência do concreto [MPa]	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a C20	Variação [%] em relação a C20
20	1,90	-	-
25	2,18	0,28	14,67%
30	2,44	0,54	28,46%
35	2,69	0,79	41,63%

Fonte: Autor (2021).

Em comparação com as outras variáveis que influenciam no desenvolvimento da retração, a resistência do concreto atua de maneira mais discreta nas tensões resultantes ao longo da altura da parede, tal como visto para a análise da temperatura ambiente.

8.2.5 Estudo da influência da taxa de armadura na retração

Por fim, para a análise da influência da taxa de armadura nas deformações por retração, conforme Capítulo 2, faz-se a utilização dos seguintes dados para os cálculos:

Tabela 30 - Dados utilizados para o estudo da influência da taxa e armadura na retração.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coeficiente de Poisson	ν	0,2
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Início da retração	t_0	5 dias
Tempo do cálculo da retração	t	370 dias
Umidade	U	80%

Fonte: Autor (2021).

Segundo o que já foi apresentado, à medida em que se aumenta a taxa de armadura na casca cilíndrica de concreto armado, tende-se a diminuir a magnitude das deformações por retração, em que a armadura surge como um elemento impeditivo da tendência de diminuição das dimensões da peça de concreto. Esta influência pode ser observada conforme a tabela seguinte, que mostra a retração calculada no elemento para taxas de 0,5%, 1,0%, 1,5% e 2,0%:

Tabela 31 - Valores da retração em função da taxa de aço.

Taxa de aço	Deformação por retração (ϵ_R)
0,5%	$-6,98 \cdot 10^{-5}$
1,0%	$-6,72 \cdot 10^{-5}$
1,5%	$-6,49 \cdot 10^{-5}$
2,0%	$-6,27 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autor (2021).

Nisso, determinando-se os valores dos hiperestáticos que surgem no bordo inferior, de modo que se leva em consideração da influência da taxa de armadura, tem-se:

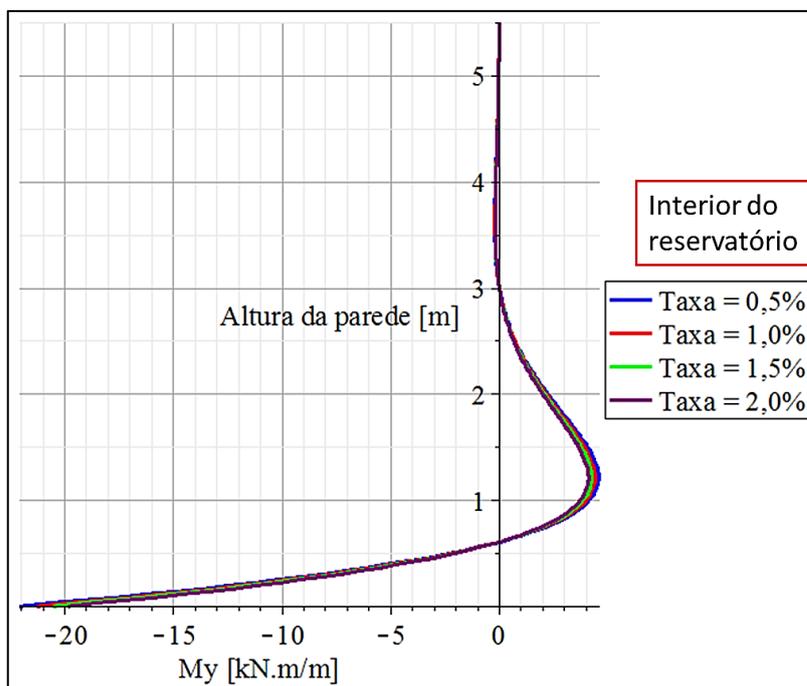
Tabela 32 - Valor dos hiperestáticos de bordo.

Taxa de aço	H_f [kN/m]	M_f [kN·m/m]
0,5%	57,49	-22,06
1,0%	55,40	-21,26
1,5%	53,46	-20,52
2,0%	51,66	-19,83

Fonte: Autor (2021).

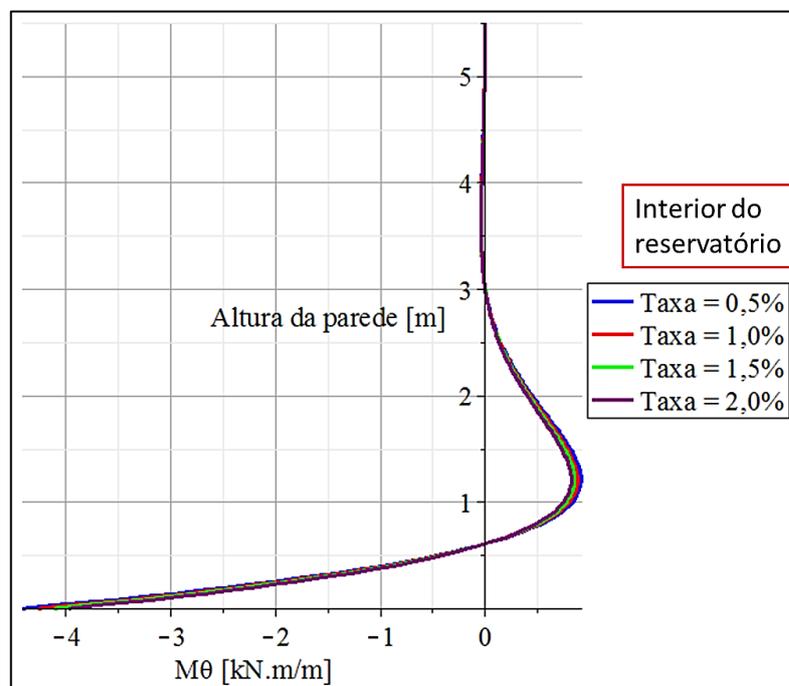
Tão logo, da Figura 58 a Figura 60 pode-se observar os diagramas dos esforços internos da parede cilíndrica para a análise em questão.

Figura 58 - Momento fletor M_y da parede em função da taxa de armadura.



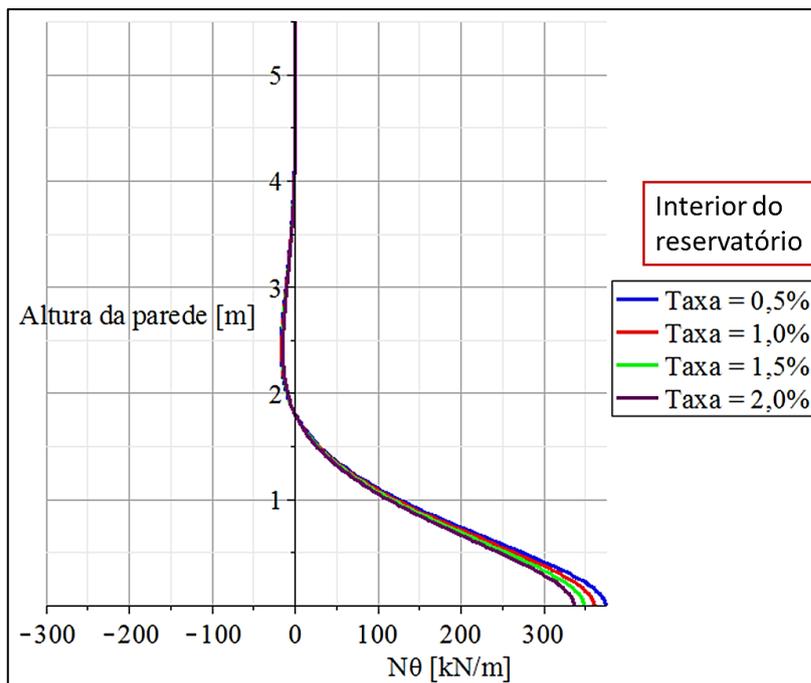
Fonte: Autor (2021).

Figura 59 - Momento fletor M_θ da parede em função da taxa de armadura.



Fonte: Autor (2021).

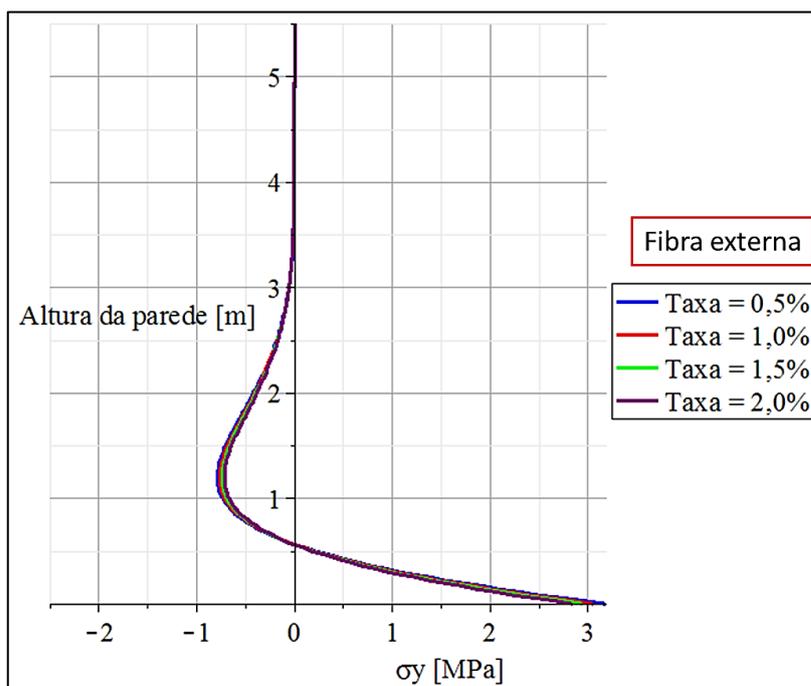
Figura 60 - Esforço normal N_θ da parede em função da taxa de armadura.



Fonte: Autor (2021).

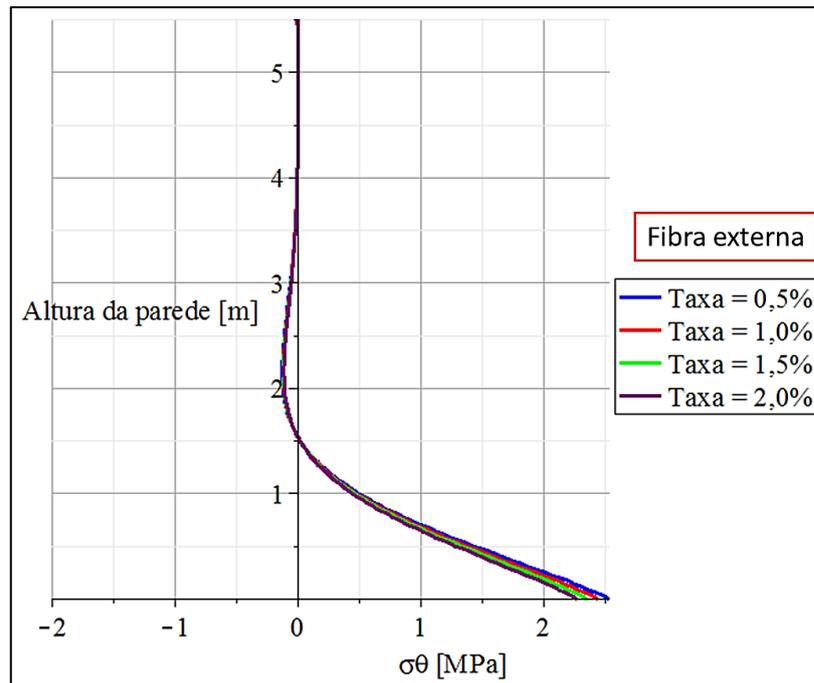
Já na Figura 61 e na Figura 62 dispõe-se os traçados dos diagramas correspondentes às tensões σ_y e σ_θ que atuam no elemento de casca.

Figura 61 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função da taxa de armadura.



Fonte: Autor (2021).

Figura 62 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função da taxa de armadura.



Fonte: Autor (2021).

Com isso, na Tabela 33 e na Tabela 34 é possível observar a tendência de diminuição das tensões conforme o aumento da taxa de armadura do elemento estrutural.

Tabela 33 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Taxa de armadura	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a taxa de 0,5%	Variação [%] em relação a taxa de 0,5%
0,5%	2,53	-	-
1,0%	2,44	-0,09	-3,8%
1,5%	2,36	-0,17	-7,3%
2,0%	2,28	-0,25	-10,5%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 34 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Taxa de armadura	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a taxa de 0,5%	Variação [%] em relação a taxa de 0,5%
0,5%	3,18	-	-
1,0%	3,06	-0,12	-3,6%
1,5%	2,95	-0,23	-7,0%
2,0%	2,85	-0,33	-10,1%

Fonte: Autor (2021).

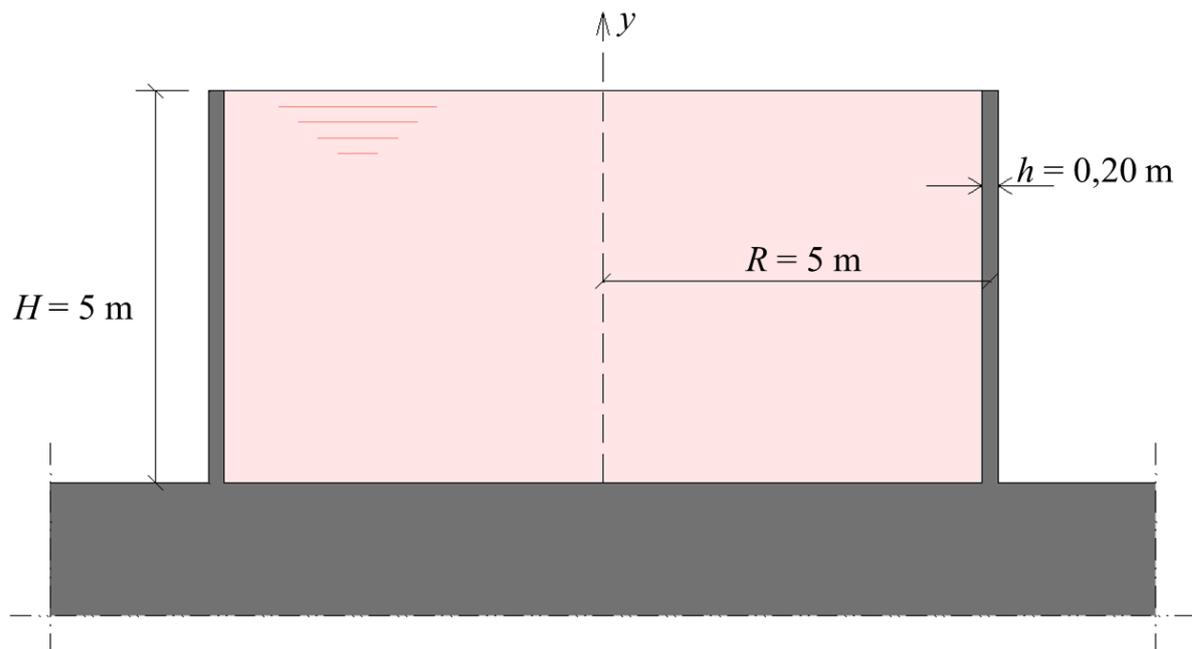
Pode-se concluir, de acordo com os dados levantados, que o aumento da taxa de armadura para a diminuição das tensões causadas pela retração tem uma efetividade relativamente baixa, em que para se atingir diminuições na ordem de 10% deve-se trabalhar com taxas de aço em torno de 2%, o que pode implicar em um custo financeiro alto.

Porém, para os outros estudos feitos, os fatores levados em conta de certa forma não são de controle por parte do projetista, como a umidade e temperatura ambiente. Daí, mesmo onerando de certa forma o custo do elemento estrutural, muitas vezes o aumento da taxa de armadura se apresenta como uma alternativa relativamente fácil de ser adotada com vistas a diminuir a influência da retração no aparecimento de fissuras em reservatórios.

8.3 Exemplo 2 – Casca cilíndrica longa engastada em sua base e sobre o efeito da retração, carga hidrostática e gradiente de temperatura

Neste caso em questão estuda-se também a influência da carga hidrostática e do gradiente de temperatura sobre o reservatório mostrado no exemplo anterior, em que há o armazenamento de um líquido quente (Figura 63).

Figura 63 - Reservatório com parede longa engastada na base e sem cobertura com armazenamento de líquido quente.



Fonte: Autor (2021).

Primeiramente faz-se uma análise a respeito do crescimento das tensões ao longo da parede conforme o aumento do gradiente de temperatura, e em seguida é feita uma análise conjunta entre os diversos fatores que causam tensões na parede cilíndrica do exemplo em questão, como as tensões hidrostáticas, as que são causadas pela retração e também as que surgem devido a diferença de temperatura entre o líquido quente armazenado e a temperatura ambiente externa.

8.3.1 Estudo da influência do gradiente de temperatura

Considera-se para esta análise, a princípio, apenas o efeito do gradiente térmico (sem o efeito da carga hidrostática) causado pela diferença entre a temperatura interna (T_i) do líquido quente e a temperatura ambiente externa (T_e). Para isso, se atribui as temperaturas para o líquido de 60°C, 70°C, 80°C e 90°C. Já os demais dados estão dispostos na tabela a seguir:

Tabela 35 - Dados para o estudo do gradiente de temperatura.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Coefficiente de dilatação térmica do concreto	α	$1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Temperatura ambiente	T_e	30°C

Fonte: Autor (2021).

Em Gray *et al.* (1973) é indicado que, quando o concreto se encontra em contato direto com a água armazenada, pode-se assumir que a temperatura da superfície do concreto é a mesma do líquido. Já para o cálculo do fluxo de calor (Q), na definição da temperatura da face externa da parede (T_{fe}), adota-se, respectivamente, os seguintes valores para o coeficiente de condutibilidade térmica do concreto e do ar:

$$k = 6 \cdot 10^{-3} \text{ cal} \cdot \text{cm}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (concreto)}$$

$$f = 4 \cdot 10^{-4} \text{ cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C} \text{ (ar aquecido)}$$

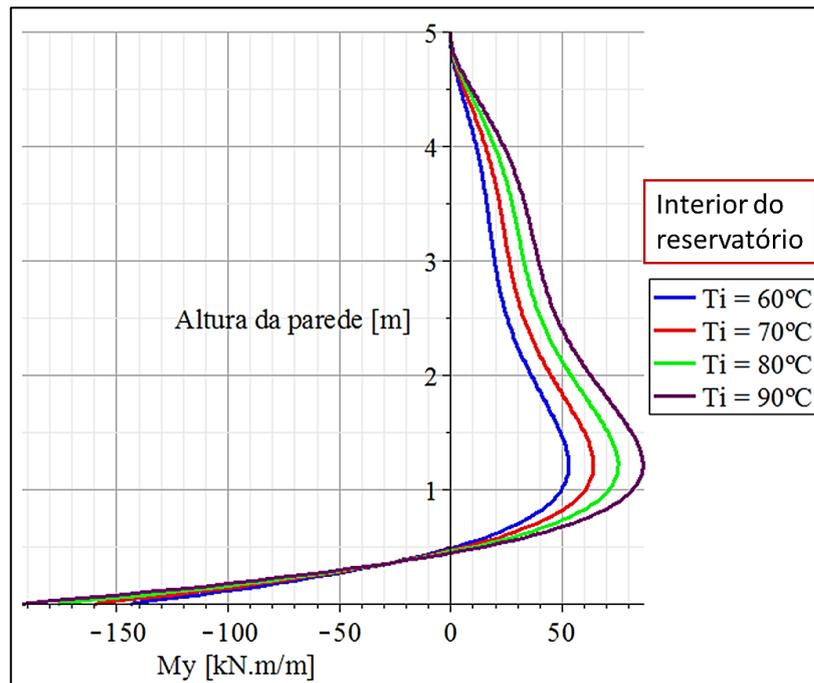
Utilizando-se a formulação apresentada no Capítulo 4, obtém-se os seguintes valores para o fluxo de calor e para a temperatura da face externa da parede:

Tabela 36 - Valores para o fluxo de calor e para a temperatura na face externa da parede.

Temperatura interna da parede	Temperatura externa do ambiente	Fluxo de calor Q	Temperatura na face externa da parede
60°C	30°C	0,0051 cal/cm ² ·s	42,86°C
70°C	30°C	0,0069 cal/cm ² ·s	47,14°C
80°C	30°C	0,0086 cal/cm ² ·s	51,43°C
90°C	30°C	0,0102 cal/cm ² ·s	55,71°C

Fonte: Autor (2021).

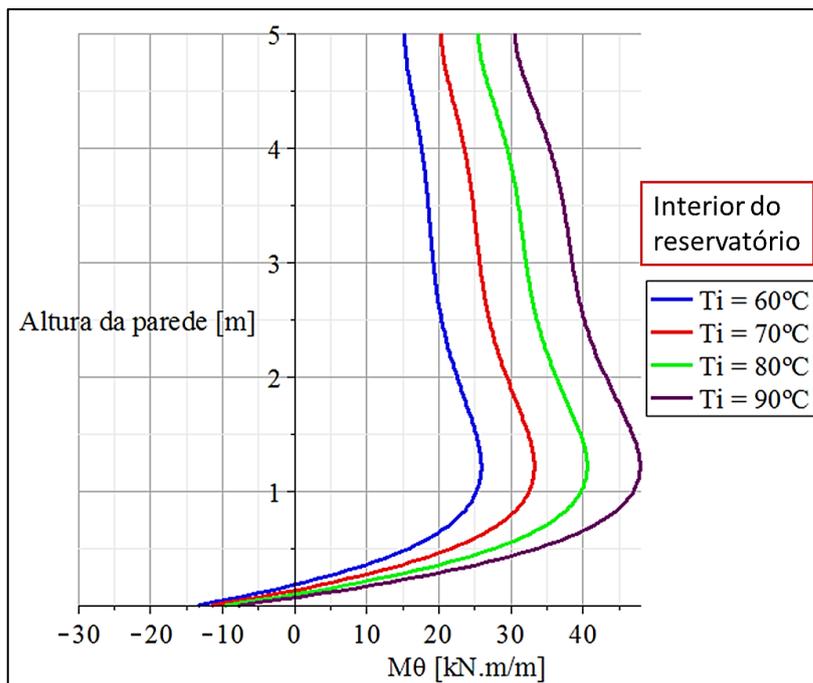
Da Figura 64 a Figura 66, apresenta-se os diagramas dos esforços internos solicitantes traçados em função da diferença de temperatura entre a face interna e a externa da parede.

Figura 64 - Momento fletor M_y da parede em função do gradiente de temperatura.

Fonte: Autor (2021).

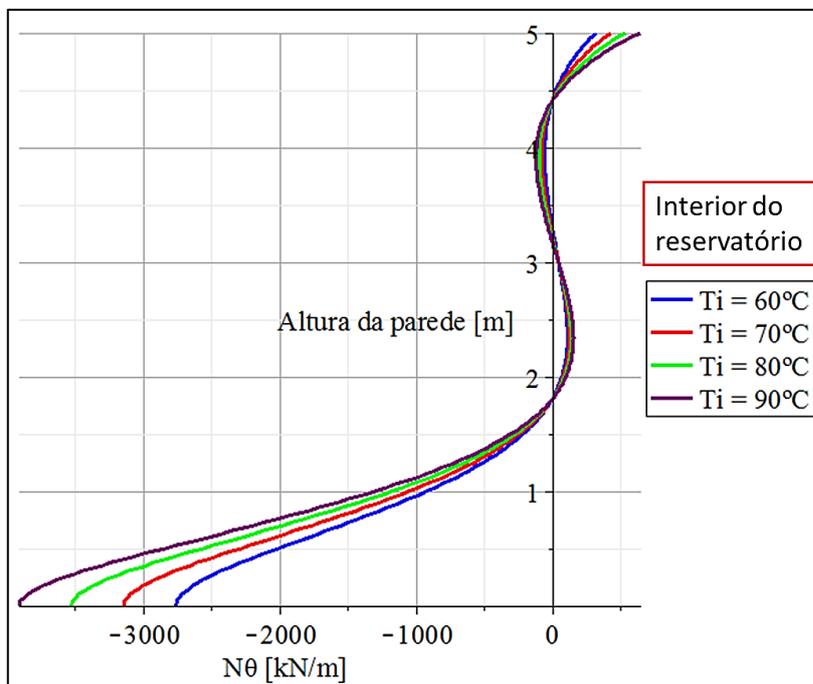
Nota-se que a atuação do gradiente térmico influencia diretamente na intensidade dos diagramas do momento M_y , assim como dos demais esforços que são apresentados em seguida. Isso se deve ao fato de que a atuação do gradiente térmico se desenvolve ao longo de toda a altura da parede, ao contrário das demais ações, tanto diretas quanto indiretas, que têm influência, principalmente, na região do bordo engastado da casca, e perdem importância para alturas maiores em função da geometria da casca, que a classifica como longa.

Figura 65 - Momento fletor M_θ da parede em função do gradiente de temperatura.



Fonte: Autor (2021).

Figura 66 - Esforço normal N_θ da parede em função do gradiente de temperatura.



Fonte: Autor (2021).

Nota-se um comportamento bastante distinto dos diagramas do esforço normal N_θ , que são diretamente influenciados pela perturbação causada pelo engaste inferior, tal como dos hiperestáticos no bordo superior da casca em função da atuação do gradiente térmico.

Vistos os diagramas referentes aos esforços, têm-se os diagramas correspondentes às tensões σ_y e σ_θ , causadas exclusivamente pelos gradientes térmicos levados em consideração.

Figura 67 - Tensão σ_y na fibra externa da parede em função do gradiente térmico.

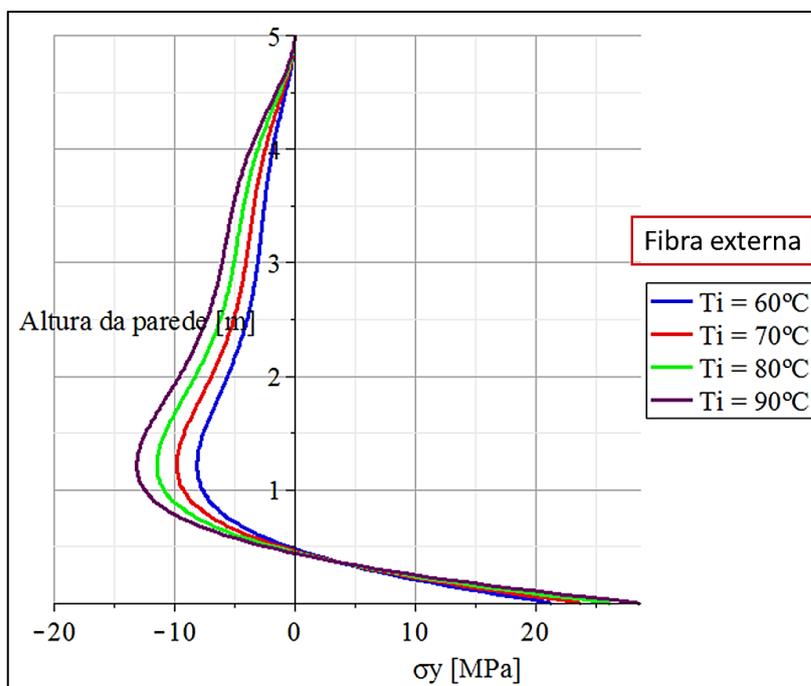
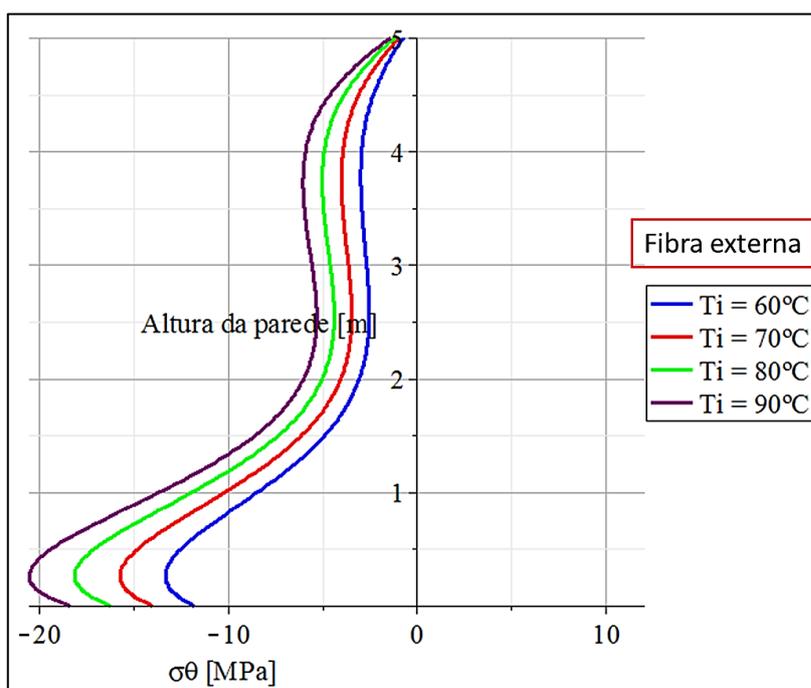


Figura 68 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede em função do gradiente térmico.



Nas tabelas a seguir pode-se constatar o crescimento das tensões de tração σ_y e das tensões de compressão σ_θ junto à base da parede, ao passo que a temperatura do líquido armazenado se eleva.

Tabela 37 - Comparação para as tensões máximas σ_y na face externa da base da parede.

Temperatura interna (T_i)	Tensão σ_y [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $T_i = 60^\circ\text{C}$	Variação [%] em relação a $T_i = 60^\circ\text{C}$
60°C	21,41	-	-
70°C	23,84	2,43	11,4%
80°C	26,27	4,86	22,7%
90°C	28,70	7,29	34,1%

Fonte: Autor (2021).

Tabela 38 - Comparação para as tensões máximas σ_θ na face externa da base da parede.

Temperatura interna (T_i)	Tensão σ_θ [MPa] na fibra externa	Diferença [MPa] em relação a $T_i = 60^\circ\text{C}$	Variação [%] em relação a $T_i = 60^\circ\text{C}$
60°C	-11,80	-	-
70°C	-14,00	-2,20	-18,6%
80°C	-16,19	-4,39	-37,2%
90°C	-18,39	-6,59	-55,9%

Fonte: Autor (2021).

Analisando os dados levantados na Tabela 37 e Tabela 38, observa-se que o gradiente térmico impõe à parede cilíndrica tensões elevadas, muito acima dos limites de resistência à tração do concreto, quando calculadas apenas por uma análise elástica (estudo feito em questão), sem considerar possíveis efeitos de fissuração e fluência na diminuição das tensões.

Observa-se também que há uma razoável variação das tensões conforme o aumento da temperatura do líquido armazenado, como pode ser observado na Figura 67 e Figura 68. A tensão σ_y apresenta tração na face externa no engaste junto à base, e a partir de aproximadamente 0,5 m de altura da parede, tais tensões mudam para compressão. Já para a tensão σ_θ , esta se desenvolve toda como compressão na fibra externa da parede, ao longo de toda a sua altura da parede.

Tal fato é explicado pela maior perturbação do engaste nos momentos M_y junto à base da parede. Observa-se também que os esforços N_θ se apresentam com grandes valores negativos (compressão), principalmente junto à base, o que explica o comportamento encontrado para σ_θ .

8.3.2 Estudo combinado para as tensões causadas pela retração, gradiente térmico e carga hidrostática

Para o estudo a respeito da magnitude de cada um dos tipos de solicitações estudadas que causam tensões, frente à resultante final, desenvolve-se uma análise combinada a respeito de todos estes efeitos. Nesta análise em questão, observa-se o desenvolvimento dos esforços internos e das tensões causadas pela retração, pelo gradiente térmico e pela carga hidrostática.

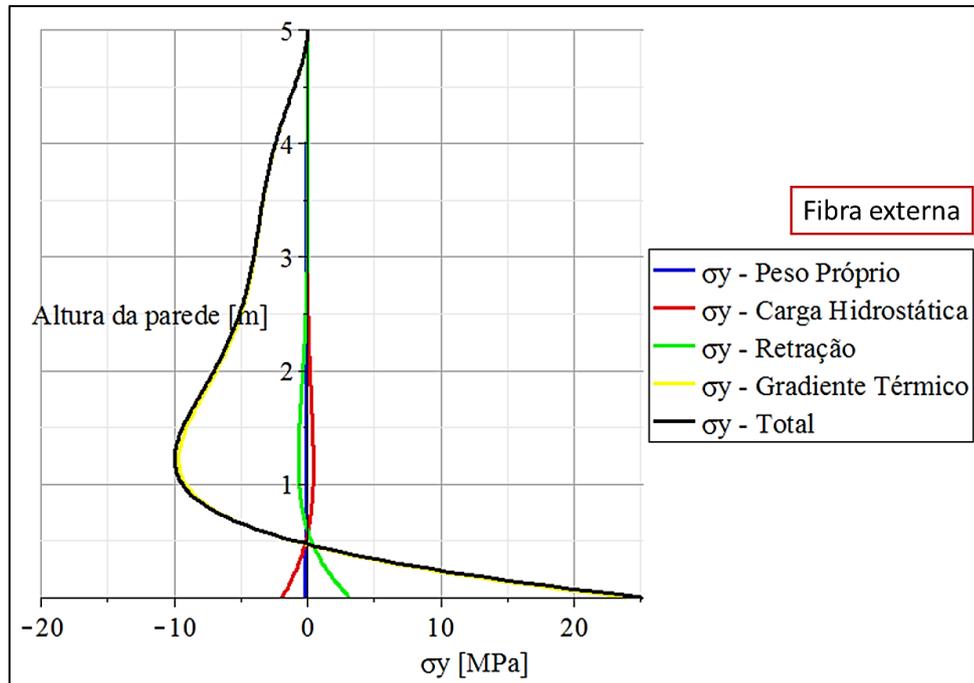
Os dados a serem utilizados estão descritos na Tabela 39, assim como os diagramas das tensões σ_y e σ_θ que estão disponíveis na Figura 69 e Figura 70.

Tabela 39 - Dados utilizados para o estudo combinado para as tensões.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Coefficiente de dilatação térmica do concreto	α	$1 \cdot 10^{-5}$
Taxa de aço	ρ_s	1%
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Início da retração	t_0	5 dias
Tempo do cálculo da retração	t	370 dias
Umidade	U	80%
Temperatura do líquido	T_i	70°C

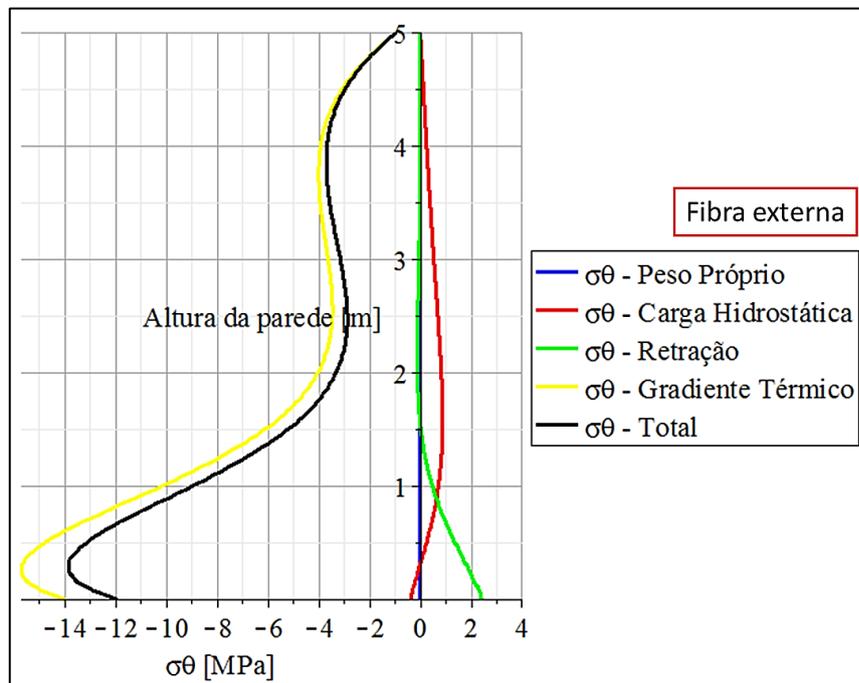
Fonte: Autor (2021).

Figura 69 - Tensão σ_y na fibra externa da parede.



Fonte: Autor (2021).

Figura 70 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede.



Fonte: Autor (2021).

Conforme tais diagramas, é evidente uma maior predominância das tensões decorrentes do gradiente térmico, o que poderá ser melhor observada na Tabela 40. Vale ressaltar que as tensões σ_θ são críticas um pouco acima do engaste, diferentemente do que é visto para σ_y .

Tabela 40 - Valor das tensões σ_y e σ_θ junto ao engaste.

Origem das tensões	Valor de σ_y [MPa] na fibra externa	Valor de σ_θ [MPa] na fibra externa
Peso Próprio	-0,13	0
Carga Hidrostática	-1,87	-0,37
Retração	3,19	2,44
Gradiente Térmico	23,96	-14,00

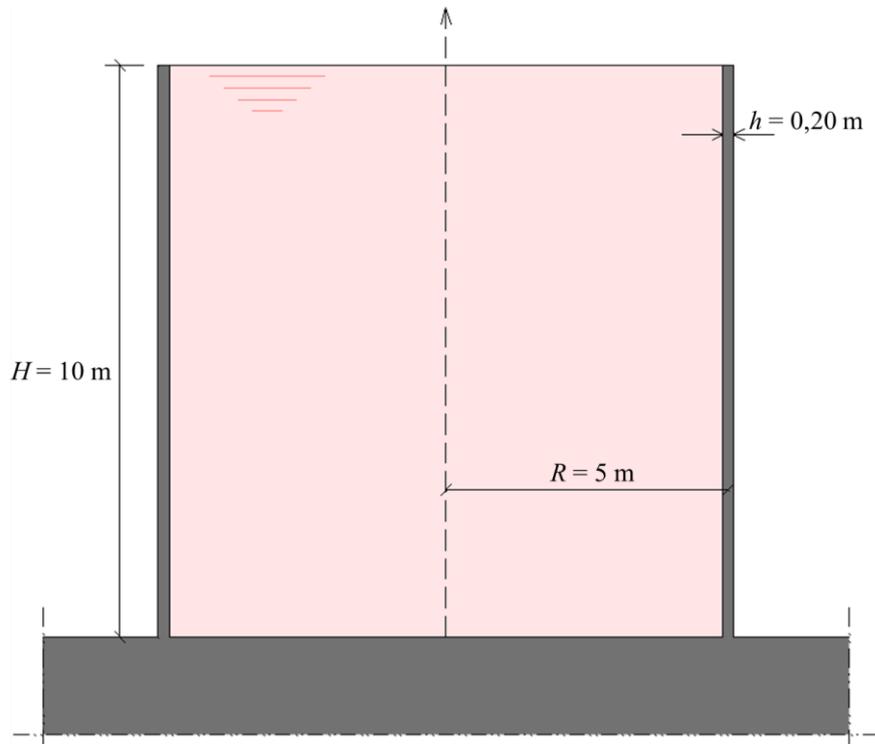
Fonte: Autor (2021).

O valor total para σ_y junto ao engaste foi uma tração de 25,15 MPa. Já a tensão σ_θ se mostra com um valor de -11,93 MPa para compressão. Ambas as tensões são fortemente influenciadas pelo gradiente térmico, evidenciando sua importância no estudo em questão.

8.4 Exemplo 3 – Casca cilíndrica longa com 10 m de altura, engastada em sua base e sobre o efeito da retração, carga hidrostática e gradiente de temperatura

Como observado anteriormente, os exemplos feitos mostram a importância do gradiente térmico em tanques que armazenam líquidos quentes. Assim, para o exemplo em questão objetiva-se o estudo a respeito dos efeitos anteriormente analisados em situações de paredes com comprimentos maiores. Aumenta-se a altura da parede para 10 m, e mantém-se as demais dimensões, conforme seguinte figura:

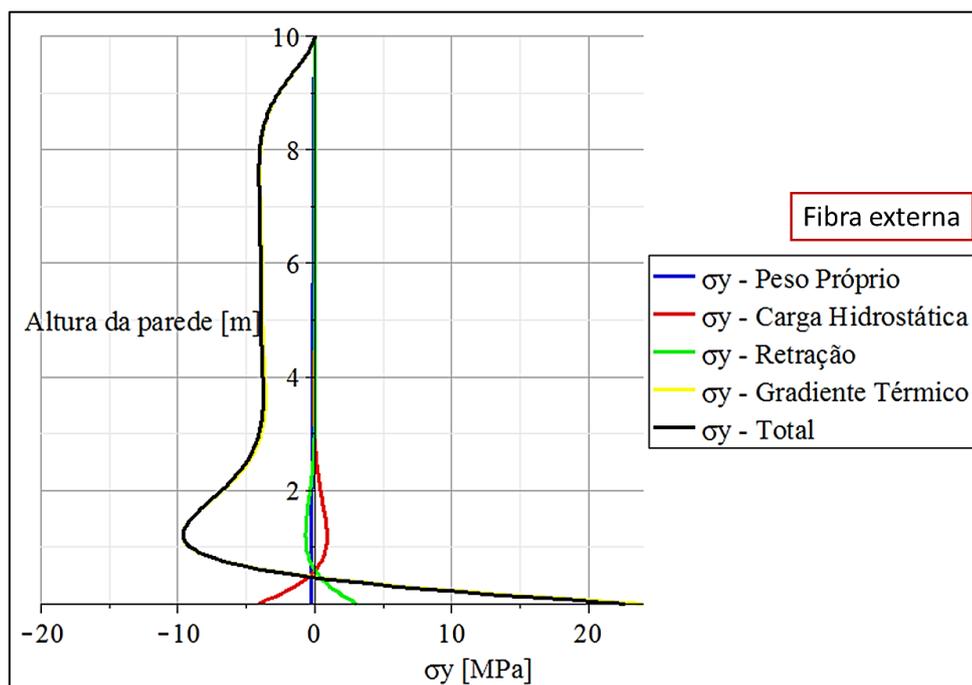
Figura 71 - Reservatório com parede longa com 10 m de altura, engastada na base, sem cobertura e com armazenamento de líquido quente.



Fonte: Autor (2021).

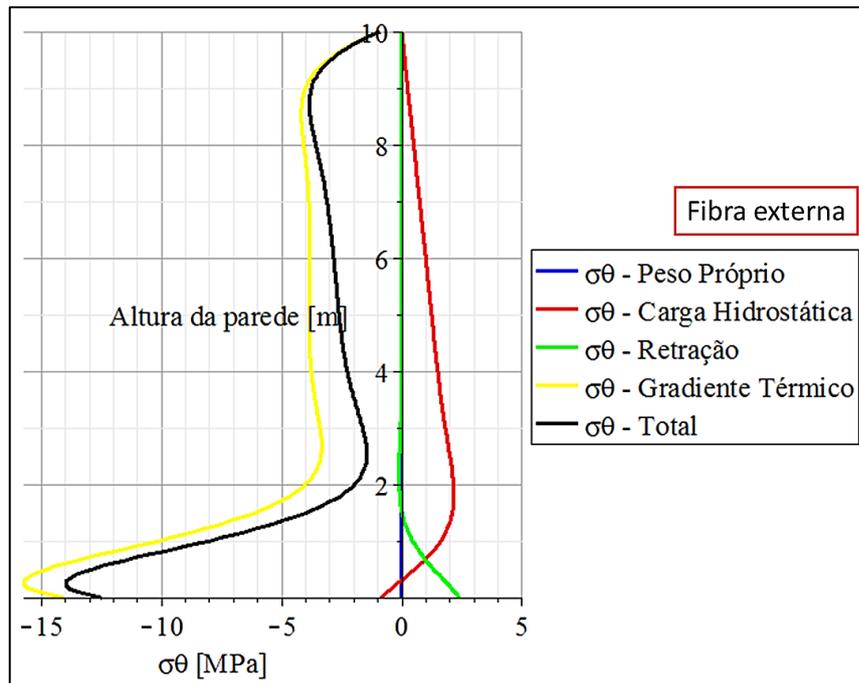
Os dados utilizados para o desenvolvimento deste exemplo são os mesmos vistos na Tabela 39. Na Figura 72 e na Figura 73, mostra-se os diagramas das tensões na parede.

Figura 72 - Tensão σ_y na fibra externa da parede com 10 m de altura.



Fonte: Autor (2021).

Figura 73 - Tensão σ_θ na fibra externa da parede com 10 m de altura.



Fonte: Autor (2021).

Percebe-se pelos gráficos das tensões σ_y e σ_θ um comportamento constante das tensões térmicas ao longo da altura da parede após a perturbação ocorrida na região próxima ao engaste localizado em sua base. Este comportamento fica bastante evidente em situações de paredes cilíndricas com dimensão de altura relativamente grande tendo em vista seu raio. Para a tensão σ_y , a partir de uma altura estimada de 3 m a partir de sua base, observa-se que há praticamente uma atuação apenas da tensão de compressão na fibra externa causada pelo gradiente térmico.

Já a tensão σ_θ tem uma diminuição da compressão na fibra externa devido à atuação da carga hidrostática, onde esta última tende a aumentar o raio da casca, causando trações principalmente próximas a uma altura de 2 m a partir o engaste. A Tabela 41 mostra os valores das tensões junto à base da parede:

Tabela 41 - Valor das tensões σ_y e σ_θ junto ao engaste.

Origem das tensões	Valor de σ_y [MPa] na fibra externa	Valor de σ_θ [MPa] na fibra externa
Peso Próprio	-0,25	0
Carga Hidrostática	-4,08	-0,82
Retração	3,11	2,38
Gradiente Térmico	23,96	-14,00

Fonte: Autor (2021).

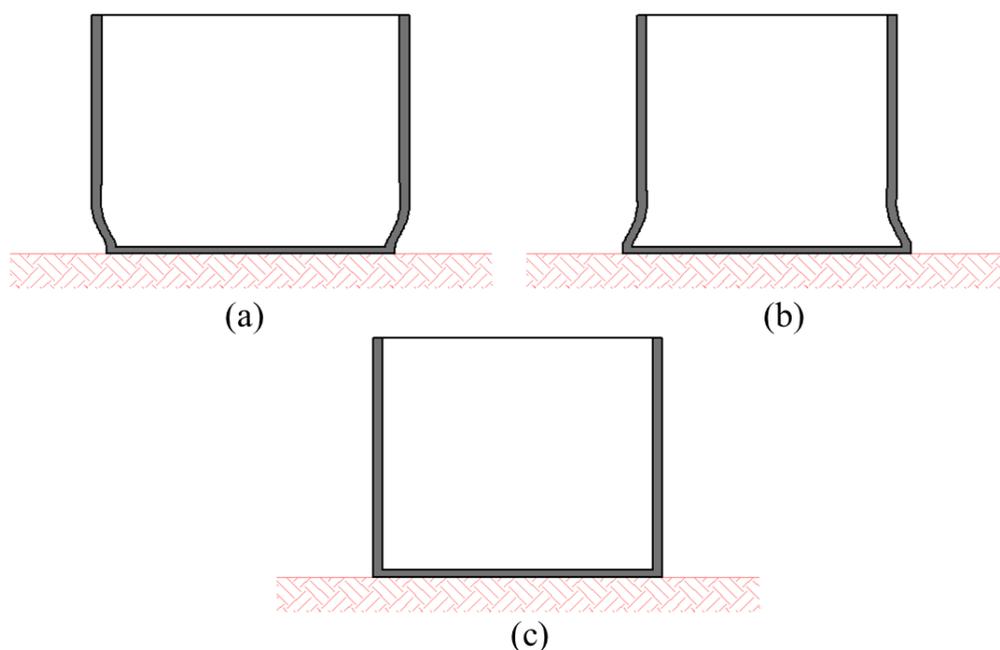
8.5 Exemplo 4 – Análise de reservatório com parede cilíndrica e placa de base circular com diferentes tempos de concretagem

Para a execução de reservatórios apoiados há, logicamente, uma sequência de execução no que tange os tempos em que se farão as concretagens dos elementos que compõem a estrutura. Para um tanque em que se tem uma parede cilíndrica com o fundo sendo uma placa de base circular, haverá primeiramente a concretagem da base, para posteriormente executar a concretagem das paredes.

Nesse sentido, a atuação da retração para ambos os elementos se dará de formas diferentes devido a própria geometria de cada elemento, pela diferença do modo de cura das peças e também pelo fato de que há, naturalmente, idades diferentes de cada elemento em função da defasagem do tempo de concretagem entre o fundo e a parede.

Haverá três situações possíveis nesta interação entre a placa de fundo e a parede. A primeira situação (Figura 74a) se dará quando a deformação de retração da placa de fundo for maior que a deformação da parede. Já quando a deformação de retração da parede é maior que a da placa de fundo, tem-se a situação ilustrada na Figura 74b. Porém, quando em um determinado momento as deformações se igualam, haverá a situação ilustrada na Figura 74c.

Figura 74 - Situações decorrentes da diferença de retração da placa de fundo e da parede em um reservatório apoiado.

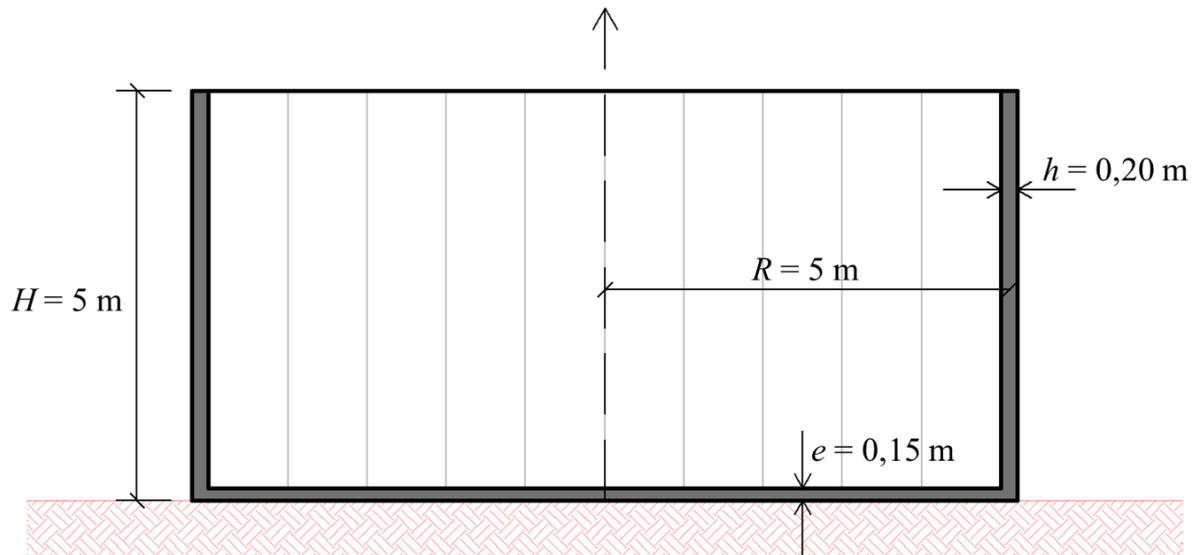


Fonte: Autor (2021).

Para cada uma dessas situações, a atuação dos esforços internos e o tipo de tensão atuante serão diferentes. Na primeira situação vista na Figura 74, haverá tensões de compressão na face externa da parede nos pontos próximos à ligação entre a casca e a placa de fundo. Já para a segunda situação hipotética, o tipo de tensão se inverte, havendo neste caso tração na face externa.

Como exemplificação, faz-se o desenvolvimento a respeito das tensões geradas pela interação entre a placa de fundo e a parede, em um reservatório com a geometria definida na Figura 75.

Figura 75 - Reservatório apoiado com placa de fundo circular.



Fonte: Autor (2021).

Neste exemplo não é considerada a resistência do solo ao deslocamento horizontal da placa, assim como a formulação utilizada é para o caso de base rígida, conforme Capítulo 6. Também não é considerada a deformação horizontal da placa de fundo em função dos hiperestáticos horizontais que surgem no encontro entre a parede e a placa.

O histórico da interação entre os elementos de fundo e de parede não é levantado, o que implicaria no estudo da diminuição das tensões apresentadas em função da atuação da fluência ao longo do tempo. No caso do exemplo em questão, é considerada apenas a interação levando-se em conta um comportamento puramente elástico do material concreto armado que compõe o reservatório.

Os dados utilizados nesta análise estão dispostos na Tabela 42.

Tabela 42 - Dados para o Exemplo 7.4.

Variável	Símbolo	Valor
Resistência do concreto	f_{ck}	30 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,2
Taxa de aço	ρ_s	1%
Temperatura ambiente	T_e	30°C
Início da retração	t_0	3 dias
Umidade	U	70%

Fonte: Autor (2021).

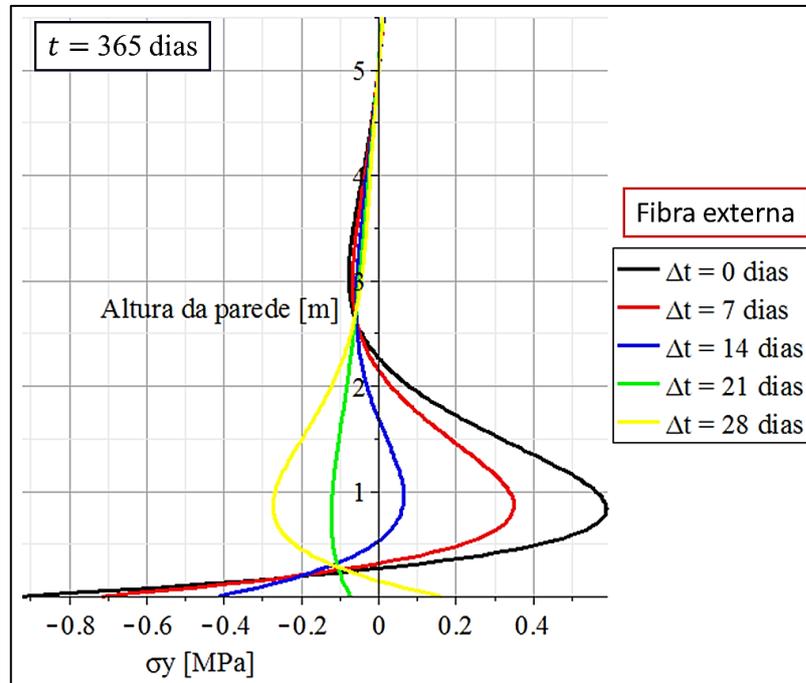
Serão analisadas as tensões apenas em decorrência da retração para os valores de t de 365 dias, 730 dias e 1460 dias, o que resulta em idades fictícias – tendo em vista a temperatura ambiente de 30°C – de, respectivamente, 486,67 dias, 973,33 dias e 1946,67 dias. Nisso, para cada momento de análise da retração, serão avaliadas as tensões para diferentes defasagens de concretagem entre os elementos.

São considerados 0, 7, 14, 21 e 28 dias de diferença (Δt) entre a concretagem da placa de base e da parede, de modo que para os cálculos são corrigidos os dias para a consideração das idades fictícias. Em consequência disso, a idade fictícia da placa de base será maior ou igual (para a situação em que os elementos são concretados paralelamente) que a idade fictícia da parede para os momentos em que serão feitas as análises, que são contadas a partir da concretagem da parede. Isso, por sua vez, é levado em conta no desenvolvimento dos resultados.

Algumas etapas para o desenvolvimento dos cálculos analíticos foram estabelecidas, que são:

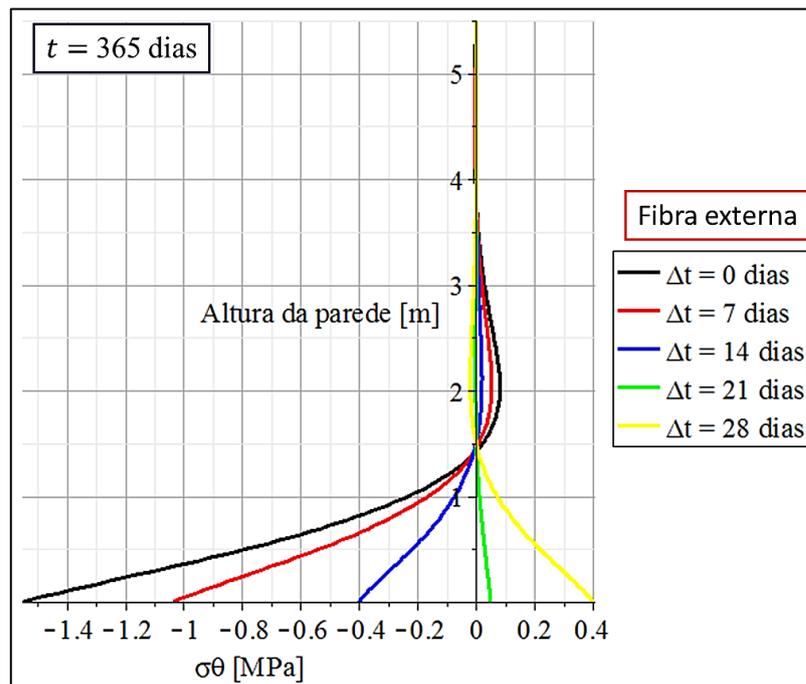
1. Calcula-se a retração da placa de base no momento da concretagem da parede;
2. Iguala-se o raio da parede com o da placa de base, já se levando em conta a retração ocorrida entre o momento da concretagem da placa e a concretagem da parede (Δt);
3. Calcula-se, para um tempo t , os raios da placa de base e da parede, considerando o avanço da retração para ambos os elementos de forma separada, em função de suas especificidades;
4. Impõe-se um deslocamento à parede, dado pela diferença entre os raios da placa e da parede no tempo t ;
5. Faz-se a análise das tensões conforme visto nos capítulos anteriores.

Figura 76 - Tensões σ_y para $t = 365$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

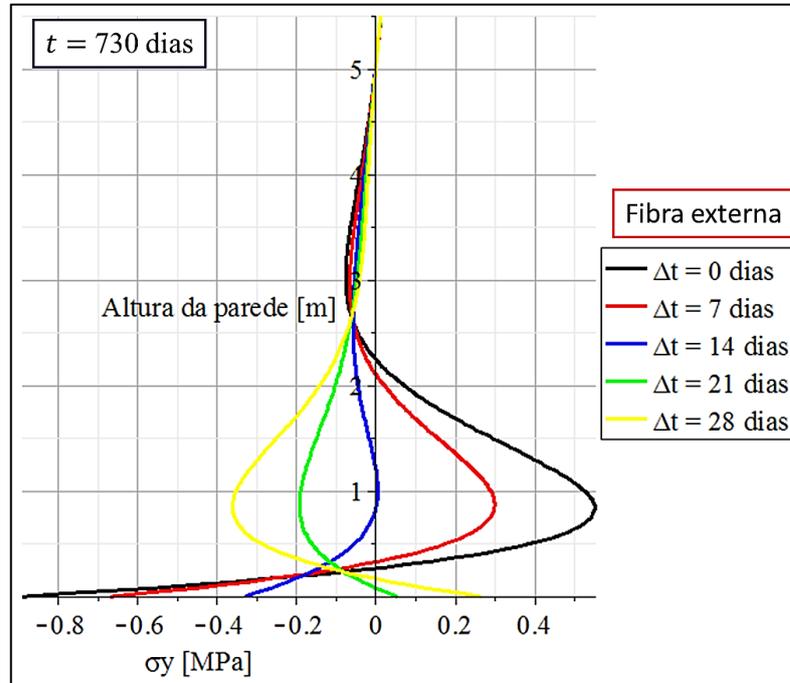
Figura 77 - Tensões σ_θ para $t = 365$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

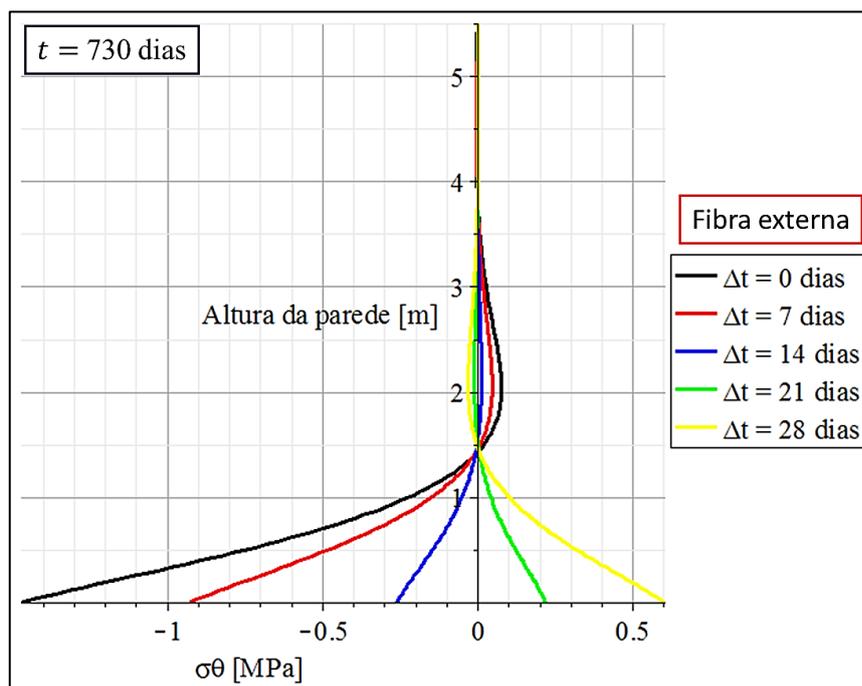
Na Figura 78 e na Figura 79 encontram-se os diagramas de tensões quando $t = 730$ dias.

Figura 78 - Tensões σ_y para $t = 730$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

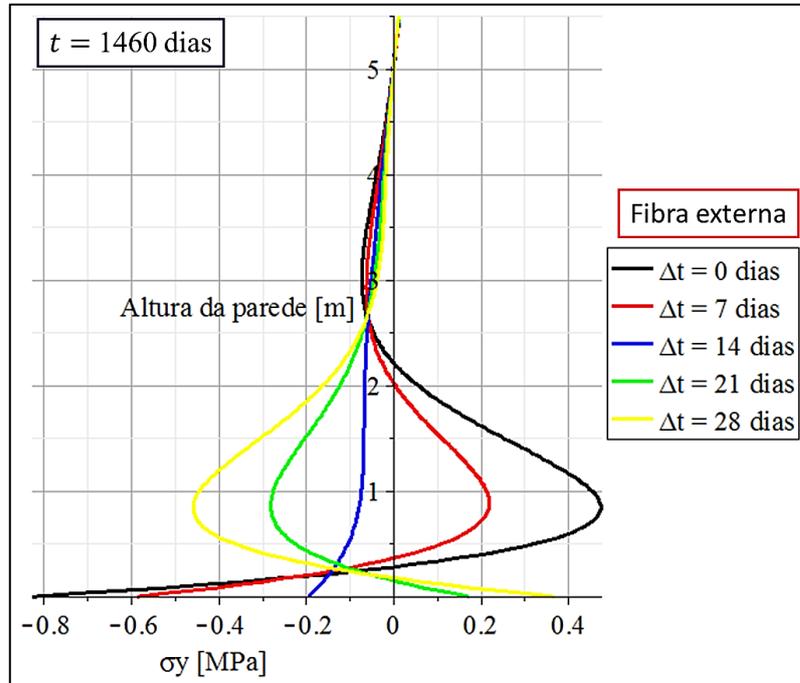
Figura 79 - Tensões σ_θ para $t = 730$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

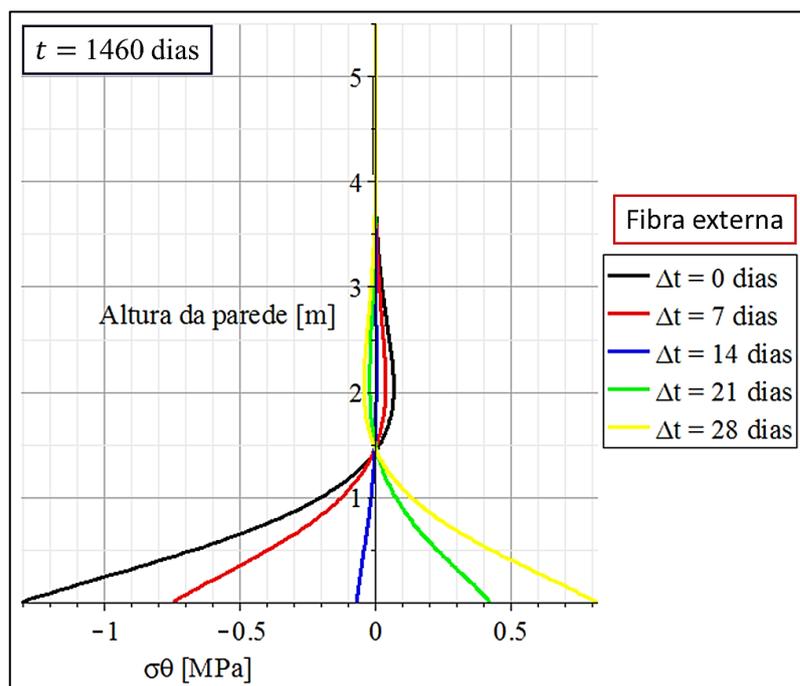
Por fim, na Figura 80 e na Figura 81 as tensões para quando $t = 1460$ dias.

Figura 80 - Tensões σ_y para $t = 1460$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

Figura 81 - Tensões σ_θ para $t = 1460$ dias, em função da diferença do tempo de concretagem entre a placa de fundo e a parede.



Fonte: Autor (2021).

Na Tabela 43 e na Tabela 44, mostra-se o valor das tensões junto à base da parede, e a evolução destas ao longo do tempo.

Tabela 43 - Análise das tensões σ_y para os diferentes tempos t , em função da defasagem entre as concretagens dos elementos.

Diferença de dias entre as concretagens	σ_y [MPa] com 365 dias	σ_y [MPa] com 730 dias	Diferença [MPa] em relação aos 365 dias	σ_y [MPa] com 1460 dias	Diferença [MPa] em relação aos 365 dias
0	-0,92	-0,89	0,03	-0,82	0,10
7	-0,71	-0,67	0,04	-0,59	0,12
14	-0,41	-0,33	0,08	-0,19	0,22
21	-0,07	0,05	0,12	0,17	0,24
28	0,16	0,27	0,11	0,37	0,21

Fonte: Autor (2021).

Tabela 44 - Análise das tensões σ_θ para os diferentes tempos t , em função da defasagem entre as concretagens dos elementos.

Diferença de dias entre as concretagens	σ_θ [MPa] com 365 dias	σ_θ [MPa] com 730 dias	Diferença [MPa] em relação aos 365 dias	σ_θ [MPa] com 1460 dias	Diferença [MPa] em relação aos 365 dias
0	-1,55	-1,47	0,08	-1,31	0,24
7	-1,04	-0,92	0,12	-0,75	0,29
14	-0,40	-0,26	0,14	-0,07	0,33
21	0,05	0,22	0,17	0,42	0,47
28	0,40	0,60	0,20	0,82	0,42

Fonte: Autor (2021).

Com os resultados apresentados, infere-se que as tensões são sensivelmente menores que para a situação em que a parede está engastada em sua base. Isso se deve ao fato de que o apoio da parede, no caso a placa de base, também sofre retração aproximadamente na mesma ordem que a casca cilíndrica, onde a diferença de deslocamento entre elas é muito baixa, incidindo em esforços e tensões consideravelmente menores. Ressalta-se também que nesta análise não foi

levado em conta o efeito de gradientes térmicos, que por sua vez é o fator de maior impacto nos esforços e tensões dos exemplos anteriores.

Outro fato a ser levantado é que para todos os tempos t analisados há uma inversão do tipo de tensão atuante na base da parede quando se aumenta a defasagem de tempo entre as concretagens dos elementos. Percebe-se que, para defasagens de tempo menores, de aproximadamente 14 dias ou menos, há tensões de compressão atuantes na fibra externa junto à base da parede. Já para defasagens de tempo superiores, observa-se a atuação de tensões de tração.

Ainda, deve-se esse comportamento ao fato de que a retração assumida pela placa de fundo neste tempo de defasagem entre as concretagens tende a diminuir com o passar dos dias, pois grande parte das deformações por retração acontecem já nos primeiros momentos após a concretagem do elemento estrutural.

Percebe-se também que, quanto maior o valor de t , maior é a tendência de que as tensões assumam valores maiores positivamente (tração), ou seja, as tensões que surgem como compressão diminuem, e as que surgem como tração aumentam. Isso mostra que, com o passar do tempo, há uma tendência maior de retração da parede em relação à placa de fundo.

Nota-se que tal exemplo envolve diversas variáveis, que por sua vez podem alterar o tipo de comportamento encontrado neste exemplo, a depender das dimensões dos elementos que compõem o reservatório, assim como as superfícies que estarão em contato com o solo, ou que serão impermeabilizadas, que por sua vez são fatores que alteram o cálculo da espessura fictícia da peça, segundo a formulação disposta na NBR 6118:2014, e que alteram significativamente o cálculo da retração.

Por fim, observa-se também que para as condições em que a espessura da placa de base for maior, maiores serão as tensões que aparecerão na parede. Também à medida em que a defasagem de tempo entre a concretagem da placa de base e da parede se distancia, maior será a tendência de a placa de base trabalhar como um engaste, visto que esta já terá sofrido boa parte de sua retração.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou um estudo acerca da atuação da retração e gradiente térmico em reservatórios cilíndricos apoiados de revolução com paredes delgadas por meio do uso das teorias clássicas de placas e cascas. Quando considerado, o comportamento do solo foi admitido rígido.

Para os casos de reservatórios analisados, foi visto que a consideração da atuação da retração e do gradiente térmico produz esforços e tensões consideráveis, que devem ser levadas em conta na fase de análise estrutural dos elementos. Observou-se, por exemplo, que para a retração a umidade se torna uma das variáveis mais importantes, visto que pequenas variações desta podem aumentar bastante a magnitude dos esforços e tensões para um determinado momento em que é feita a análise da retração.

Ainda, outros fatores foram analisados quanto a suas influências no cálculo da retração do elemento, tais como a temperatura, a resistência do concreto e até mesmo a taxa de armadura da peça. Esta última, por sua vez, apresenta uma efetividade na diminuição das tensões causadas pela retração para taxas acima de 1,5%, o que é relativamente alta em comparação com as taxas que são encontradas nas estruturas correntes, podendo vir a onerar o custo de execução do elemento estrutural. Em contrapartida, aplicar uma quantidade maior de armadura se apresenta como uma alternativa relativamente simples de ser adotada, e que mesmo levando a custos financeiros maiores, algumas vezes pode vir a viabilizar o dimensionamento da estrutura.

Foi visto que para análise feita em função do tempo, em que são estudadas as deformações para determinados dias após a concretagem da peça, observa-se um grande crescimento das tensões causadas pela retração devido ao fato de uma maior tendência da diminuição do raio da parede cilíndrica, que por conseguinte, tende a aumentar os hiperestáticos de bordo no elemento.

Foi observada a importância dos resultados a partir do cálculo da flexão composta, em que para as tensões σ_y foi considerado o momento fletor M_y , além do esforço normal N_y . Este último com influência mínima no cálculo das tensões, pois se levava em conta apenas o peso próprio da parede, sendo o M_y preponderante.

Já as tensões σ_θ foram definidas em função do momento fletor circunferencial (M_θ), assim como do esforço normal circunferencial (N_θ). Estes, por sua vez, tinham bastante relevância no

valor final da tensão na direção circunferencial, principalmente N_θ . Também para as tensões na direção θ , foi visto os parâmetros para se levar em conta ou não a curvatura inicial da peça no cálculo das tensões a partir de M_θ .

Foram analisadas as tensões causadas pelo efeito do gradiente térmico, e também uma análise conjunta entre o gradiente térmico, o efeito da retração assim como as tensões advindas das pressões hidrostáticas em função do líquido quente armazenado no reservatório. Observou-se que, com um aumento relativamente pequeno da temperatura do líquido, há aumentos expressivos das tensões (principalmente σ_θ) ao longo da altura da parede.

Ainda, as tensões originadas pelo gradiente térmico são bastante significativas tendo em vista a sobreposição dos efeitos. Esta maior influência é notadamente percebida principalmente nas regiões próximas ao engaste, em que há uma grande perturbação das tensões devido a esse tipo de apoio. Observa-se a partir dos exemplos apresentados que as tensões σ_y causadas pela retração são praticamente anuladas pelo efeito das pressões hidrostáticas, em que, de forma geral, prevalece de forma quase absoluta o efeito do gradiente térmico ao longo da parede.

Para um maior detalhamento dos efeitos do gradiente térmico em parede cilíndrica, foi elaborado um estudo em que se aumentou a altura da parede para 10 m, mantendo-se as demais dimensões conforme os exemplos anteriores. Percebe-se que à medida em que há um aumento da altura da peça, mantendo-se o raio constante, as tensões σ_y causadas pelo gradiente térmico apresentam comportamento praticamente constante acima da perturbação causada pelo apoio, visto que pelo fato da casca ser considerada longa, os efeitos da retração e da pressão hidrostática tendem a zerar conforme há um distanciamento em relação ao engaste da parede.

Quanto às tensões σ_θ , quando em função apenas do gradiente térmico, também apresentam um comportamento praticamente constante ao longo da altura. Contudo, por haver maior altura da parede, de maneira que haverá também maior altura do nível do líquido armazenado, as tensões causadas em função das pressões hidrostáticas influenciam de maior forma as tensões totais σ_θ em comparação com as geometrias em que a relação entre a altura da parede e o raio era menor.

Também foi feita uma análise em que foi visto o efeito da retração ao longo do tempo em um reservatório com o fundo composto por uma placa circular, sobre base rígida, em que se considera uma defasagem entre os momentos de concretagem entre a placa de fundo e a parede.

Neste caso, foi considerado apenas o comportamento elástico do material, sem levar em conta o histórico de tensões que surgem na interação entre a placa e a parede. Com isso, foi observado que, a depender da quantidade de dias que distanciam o tempo de concretagem da placa para a concretagem da parede, o tipo de tensão atuante pode mudar. Foi visto que para a situação levantada, para defasagens de tempo menores, em torno de 14 dias ou menos, há uma tendência do aparecimento de tensões de compressão na face externa do cilindro, que com o passar do tempo esta compressão tende a diminuir. Já quando o tempo de defasagem é maior que os 14 dias, se observa o aparecimento de tensões de tração na face externa, o que tende a aumentar com o passar dos dias.

Isso se deve ao comportamento diferenciado de cada elemento em relação à retração. A parede, por exemplo, tende a exercer uma maior deformação por retração tendo em vista a placa de fundo, dado um maior perímetro em que pode ser perdida a umidade do concreto para o ambiente externo.

De acordo com o que foi visto, os exemplos desenvolvidos mostram a importância do assunto pesquisado, concluindo-se que os efeitos das ações indiretas em reservatórios cilíndricos apoiados devem ser considerados no desenvolvimento do projeto estrutural desses elementos, levando-se em consideração as especificidades de cada situação, a fim de criar modelos de análise que retratem com maior fidelidade a situação real da estrutura em relação às solicitações das quais estará exposta durante sua vida útil, possibilitando a criação de projetos mais confiáveis e que garantam a durabilidade.

9.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com a finalidade de dar continuidade ao tema estudado neste trabalho, sugerem-se o desenvolvimento de um estudo numérico via Método dos Elementos Finitos (MEF), visando a determinação da influência da retração e do gradiente térmico em projetos de reservatórios, além da consideração do efeito da fluência na relaxação das tensões ao longo do tempo para os efeitos da retração e gradiente térmico, caso estes sejam considerados como ações indiretas que atuam de forma contínua.

Sugere-se, também, a aplicação dos efeitos estudados neste trabalho em reservatórios com variadas geometrias, levando-se em conta a presença de elementos de cobertura e até mesmo variando o tipo de apoio da parede com o fundo, observando a influência das ações indiretas em tais estruturas. Considerar também tais situações com a interação solo-estrutura.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. 209R-92: **Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures**. Farmington Hills: ACI, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 307 - **Design and Construction of Reinforced Concrete Chimneys**. 1998.

ANDERSEN, P. **Temperature Stress in Steel Grain-Storage Tanks**. Civil Engineering – ASCE, 1966.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Materiais pozolânicos - Determinação da variação da retração por secagem devido à utilização de materiais pozolânicos — Método de ensaio**, NBR 12650. Rio de Janeiro, ABNT, 4p, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 238p, 2014.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

BAZANT, Z. P.; BAWEJA, S. **Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures**. Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage of Concrete – Structural and Design Effects. ACI Special Publication Sp194, Michigan, USA: Farmington Hills. p.1-73, 2000.

BELLUZZI, O. **Ciência de la construccion**. Madrid: Aguilar, Vol. 3, 1967.

BILLINGTON, D. P. **Thin shell concrete structures**. 2 ed. McGraw-Hill, 1982.

BORGES, M. G. **Manifestações patológicas incidentes em reservatórios de água elevados executados em concreto armado**. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS, Feira de Santana, 2008.

CARMONA, T. G. **Esforços circunferenciais em tanques de concreto armado com seção circular – tensões originadas por gradiente térmico**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, 2005.

CABRAL, A. E. B.; SCHALCH, V.; DAL MOLIN, D. C. C.; RIBEIRO, J. L. D.; RAVINDRARAJAH, R. S. **Modelagem da retração por secagem de concretos produzidos com agregados reciclados**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais – RIEM, v. 3, n. 1, 2010.

CRUZ, F. O. **Aspectos de análise e concepção para reservatórios de betão armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Aveiro, Aveiro, 2009.

DEHADRAI, V. P.; INGLE, R. K. Cylindrical water tanks resting on soil of varying stiffness. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 21, n. 3, p. 04016006-1 - 04016006-6, 2016.

DINIZ, J. Z. F.; FERNANDES, J. F.; KUPERMAN, S. C. **Retração e Fluência**. In: **Concreto: Ciência e Tecnologia**. Ed. ISAIA, G. C. 1ª ed. v.1. IBRACON, São Paulo, 2011.

EUROCODE 2. **Projeto de estruturas de betão – parte 1: Regras gerais e regras para edifícios**. 2003.

FERREIRA, T. J. **Análise Numérica de Sólidos Axissimétricos via MEF: Aplicação em elementos de concreto, aço e mistos de aço e concreto**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, 2017.

FLÜGGE, W. **Stresses in shells**. First ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1960.

GARDNER, N. J.; LOCKMAN, M. J. **Design provisions for Drying Shrinkage and creep for normal-strength concrete**. ACI Materials Journal, n. 98, p. 159-167, 2001.

GRAY, W. S.; MANNING, G. P. **Concrete Water Towers Bunkers Silos & Other Elevated Structures**. 5 ed. London. Cement and Concrete Association, 1973.

GHALI, A. **Circular storage tanks and silos**. 2 ed. Taylor & Francis Routledge, 2000.

GHALI, A.; ELLIOT, E. **Serviceability of Circular Prestressed Concrete Tanks**. ACI Structural Journal, May-June 1992.

HAUSO, A. **Analysis methods for thin concrete shells of revolution**. Master's Thesis – Norwegian University of Science and Technology, Thodheim, 2014.

HOEFAKKER, J. H. **Theory Review for Cylindrical Shells and Parametric Study of Chimneys and Tanks**. Eburon Academic Publishers, 2010.

KIRBY, R. S. et al. **Engineering in history**. New York, McGraw-Hill, 1956.

KREITH, F. **Princípios da transmissão de calor**. São Paulo. Edgard Blücher, 1973.

LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. **Construções de concreto Volume 1**. Primeira ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

LIMA JUNIOR, E. T. **Contribuição ao projeto estrutural de reservatórios cilíndricos elevados em concreto armado**. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2004.

MARQUES, G. B. **Análise de estruturas axissimétricas de parede delgada via método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

MARQUES, S. P. C. **Cascas cilíndricas**. Notas de aula, Universidade Federal de Alagoas, 2018.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 2ª ed. IBRACON, São Paulo, 2014.

MEIJERS, S.; SLOTEN, J. V.; KRAUS, J. **Design of Prestressed Concrete Structures Subject to Severe Thermal Loading**. FIB Symposium, 2013.

MEZAINI, N. **Effects of Soil-Structure Interaction on the Analysis of Cylindrical Tanks**, v. 11, n. February, p. 50–57, 2006.

MISTRICOVÁ, Z.; JENDZELOVSKÝ, N. Static analysis of the cylindrical tank resting various types of subsoil. **Journal of Civil Engineering and Management**, v. 18, n. 5, p. 744-751, 2012.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do Concreto**. 5 ed. Bookman, Porto Alegre, 2016.

NOVOZHILOV, V. V.; RADOK, J. M. R. **Thin Shell Theory**. First ed. [s.l.] : Springer Verlag, 1964. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9789401753548>>. Acesso em: 28 de março de 2020.

PRIESTLEY M. J. N. **Ambient Thermal Stresses in Circular Prestressed Concrete Tanks**. ACI Structural Journal. October 1976.

RAVENET, R. **Silos – Deformaciones, Fallas, Explosiones, Prevencion de Accidentes.** Editores Técnicos Asociados. Barcelona, Espanha, S.A., 1978.

SABE, Y. L. F. **Aplicação do processo dos deslocamentos no cálculo dos esforços em tanques cilíndricos circulares.** 1986. Universidade de São Paulo, [s. l.], 1986.

SAFARIAN, S. S.; HARRIS, E. C. **Design and Construction of Silos and Bunkers.** Van Nostrand Reinhold Company Inc. New York, 1985.

SILVA, R. L. C. **Contribuição ao projeto de reservatórios cilíndricos de concreto armado apoiados em base elástica.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Teoría de la Elasticidad.** Espanha. Artes Gráficas Grijelmo S. A.; 1968.

TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells.** Second ed. New York: McGraw-Hill Kogakusha LTDA, 1959.

TINOCO, H. F. F.; MORAIS, A. S. **Reservatórios em concreto armado: principais manifestações patológicas, diagnóstico e soluções para reabilitação e reforço.** IX Congresso Internacional sobre Patologia e Recuperação de Estruturas – CINPAR, João Pessoa, 2013.

TORRES, A. S.; SILVA, V. M. B.; PALIGA, C. M. **Análise das manifestações patológicas em reservatórios elevados na cidade de Pelotas/RS.** Revista Eletrônica de Engenharia Civil – REEC. Vol. 12, Nº 1, 12-22, 2016.

UGURAL, A. **Stresses In Plates and Shells.** Second ed. New York: McGraw-Hill Inc., US, 1981.

VENTURINI, W. S. **Contribuição ao dimensionamento de reservatórios cilíndricos protendidos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1977.

VICHARE, S.; INAMDAR, M. M. An Analytical Solution for Cylindrical Concrete Tank on Deformable Soil. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, v. 2, n. 1, p. 69–90, 2010. Disponível em: <<https://doaj.org/article/189bd9cbb69e4ea4b48dfa4a591c8367>>. Acesso em: 28 de março de 2020.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method: Solid Mechanics**. Fifth ed. Butterworth-Heinemann, 2000.