

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

JONATHAN HENRIQUE CORDEIRO NUNES

**ANÁLISE CONFIABILÍSTICA DOS ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO DE VIGAS  
DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE EM CONCRETO ARMADO**

MACEIÓ  
2022

JONATHAN HENRIQUE CORDEIRO NUNES

**ANÁLISE CONFIABILÍSTICA DOS ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO DE VIGAS  
DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Alagoas – CTEC/UFAL, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior

Coorientador: Prof. Dr. Flávio Barboza de Lima

MACEIÓ  
2022

**Catálogo na Fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

- N972a Nunes, Jonathan Henrique Cordeiro.  
Análise confiabilística dos estados limites de serviço de vigas de um edifício de pequeno porte em concreto armado / Jonathan Henrique Cordeiro Nunes. – Maceió, 2022.  
117 f. : il., graf. e tabs. color.
- Orientador: Eduardo Toledo de Lima Junior.  
Coorientador: Flávio Barboza de Lima.  
Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2022.
- Bibliografia: f. 97-99.  
Anexos: f. 100-117.
1. Confiabilidade (Engenharia). 2. Monte Carlo, Método de. 3. Abertura de fissuras - Estado limite. 4. Deformações excessivas - Estado limite. I. Título.

CDU: 62-192

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, eu agradeço a Deus por me abençoar com saúde, por me proteger e me guiar durante toda a trajetória de graduação.

Aos meus pais, Eliane e Joseilton, por terem me incentivado desde a infância a buscar o conhecimento e sempre ser a melhor versão de mim, servindo de inspiração e dando educação, amor, direcionamento na tomada de decisão e suporte psicológico para finalizar essa etapa tão importante.

A minha namorada, Andressa Bruna, por ter contribuído imensamente no meu crescimento pessoal e profissional, dando suporte emocional e sendo compreensiva nos momentos mais difíceis da graduação.

A todos os meus familiares por terem dado apoio de forma direta ou indireta, facilitando o alcance dos meus objetivos.

Aos meus amigos por todo o afeto e lealdade ao longo desses anos, contribuindo para que essa importante etapa da minha vida fosse realizada de forma leve e proveitosa, propiciando momentos de alegria.

Aos meus amigos e colegas de graduação, por terem compartilhado momentos de estresse, de descontração e, principalmente, de solidariedade durante toda a trajetória de graduação.

Aos meus orientadores, Eduardo Toledo de Lima Junior e Flávio Barboza de Lima, por terem aceitado o desafio de ajudar na elaboração do presente trabalho, contribuindo com suas experiências e conhecimentos para o sucesso dos resultados obtidos.

A todos os professores que contribuíram para minha formação profissional, por meio da transmissão dos seus conhecimentos, em especial ao Lucas Pereira de Gouveia por ter me orientado durante dois anos na iniciação científica, aumentando meu arcabouço teórico.

A toda equipe do LCCV, pela infraestrutura e suporte técnico oferecidos no início de minha graduação, viabilizando minha formação na universidade.

E a todos os servidores da UFAL, que colaboram para o crescimento do estado de Alagoas e contribuem na formação de novos profissionais.

## RESUMO

NUNES, J. H. C. **Análise confiabilística dos estados limites de serviço de vigas de um edifício de pequeno porte em concreto armado.** 2022. 115 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL, 2021.

Os sistemas construtivos em concreto armado possuem como característica incertezas intrínsecas ao seu método executivo, aos fenômenos físicos, químicos e biológicos, bem como às ações atuantes nas edificações. Com isso, o conhecimento e caracterização das variáveis aleatórias dos projetos de estruturas de concreto armado são de suma importância para o desenvolvimento de soluções eficientes e que atendam os requisitos de segurança e serviço para a qual foram projetadas. Para o desenvolvimento de análises de segurança, são utilizadas equações de estado limite determinadas a partir dos diversos modos de falha existentes nas estruturas. Para uma melhor avaliação das estruturas, são utilizados conceitos de probabilidade e estatística atrelados aos métodos confiabilísticos para determinação da probabilidade de falha e, por conseguinte, a avaliação do risco de ruína estrutural dos elementos analisados. Nesse contexto, o presente trabalho buscou a implementação de modelos para a avaliação dos níveis de confiabilidade de vigas em concreto armado de um edifício de pequeno porte para os estados limites de deformação excessiva e abertura de fissuras. O cálculo da probabilidade de falha é realizado por meio do método de simulação de Monte Carlo e pelo método de transformação de primeira ordem (FORM). Com isso, foi avaliada a integridade estrutural das vigas, onde os resultados se mostraram adequados quando comparados com os índices de confiabilidade alvo preconizados pelas normas internacionais. Na maior parte dos casos analisados foram encontradas baixas probabilidades de falha. Contudo, as vigas mais solicitadas apresentaram resultados mais próximos aos níveis admissíveis. Por fim, com o conteúdo do trabalho espera-se favorecer com a disseminação da incorporação de análises de confiabilidade nos projetos de estruturas de concreto armado.

**Palavras-Chave:** Confiabilidade estrutural; Simulação de Monte Carlo; Estado limite de abertura de fissuras; Estado limite de deformações excessivas.

## ABSTRACT

NUNES, J. H. C. **Reliability analysis of serviceability limit states of beams of a small building in reinforced concrete.** 2022. 115 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió-AL, 2021.

The constructive systems of reinforced concrete have inherent uncertainties in relation to its executive method, to physical, chemical and biological phenomena, as well as to the loads acting on buildings. Thus, the knowledge and characterization of the random variables of the projects of reinforced concrete structures are extremely important for the development of efficient solutions that meet the safety and service requirements for which they were designed. For the development of safety analyses, are used different limit state equations determined from the failure modes existing in the structures. Concepts of probability and statistics linked to reliability methods are used to determine the probability of failure, allowing the evaluation of the structural ruin risk of the analyzed elements. In this context, the present work aimed to implement models for the evaluation of the reliability levels of reinforced concrete beams of a small building for the limit states of excessive deflection and excessive crack width. The failure probability calculation is performed using the Monte Carlo simulation method and the first-order reliability method (FORM). The structural integrity of the beams was evaluated, where the results were adequate when compared with the target reliability indices recommended by international codes. In most of the analyzed cases, low failure probabilities were found. However, the most requested beams showed results close to the admissible safety levels. Finally, with the content of this work it is expected to corroborate for the dissemination of reliability routines in the design practice of reinforced concrete structures.

**Keywords:** Structural reliability; Monte Carlo simulation; Limit state of excessive crack width; Limit state of excessive deflection.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 01</b> - Diagrama tensão-deformação idealizado.....	26
<b>Figura 02</b> - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. ....	28
<b>Figura 03</b> - Diagramas de tensões no concreto no estado limite último (até a classe C50). ...	35
<b>Figura 04</b> – Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal. ....	35
<b>Figura 05</b> - Transformação das variáveis de projeto no método FORM. ....	48
<b>Figura 06</b> – Planta baixa do pavimento inferior. ....	67
<b>Figura 07</b> – Planta baixa do pavimento superior. ....	67
<b>Figura 08</b> – Fôrma do pavimento superior. ....	68
<b>Figura 09</b> – Vista tridimensional da estrutura do edifício. ....	68
<b>Figura 10</b> – Isopletas da velocidade básica $v_0$ (m/s).....	71
<b>Figura 11</b> – Diagramas de momentos fletores do pórtico do edifício modelo. ....	75
<b>Figura 12</b> – Detalhamento da viga V205.....	81
<b>Figura 13</b> – Fôrma do Pavimento Fundação. ....	101
<b>Figura 14</b> – Fôrma do Pavimento Superior. ....	101
<b>Figura 15</b> – Fôrma do Pavimento Coberta. ....	102
<b>Figura 16</b> – Planta de Armação da viga V101.....	104
<b>Figura 17</b> – Planta de Armação da viga V102.....	104
<b>Figura 18</b> – Planta de Armação da viga V103.....	105
<b>Figura 19</b> – Planta de Armação da viga V104.....	105
<b>Figura 20</b> – Planta de Armação da viga V105.....	106
<b>Figura 21</b> – Planta de Armação da viga V106.....	106
<b>Figura 22</b> – Planta de Armação da viga V107.....	107
<b>Figura 23</b> – Planta de Armação da viga V108.....	107
<b>Figura 24</b> – Planta de Armação da viga V109.....	108
<b>Figura 25</b> – Planta de Armação da viga V201.....	108

<b>Figura 26</b> – Planta de Armação da viga V202.....	109
<b>Figura 27</b> – Planta de Armação da viga V203.....	109
<b>Figura 28</b> – Planta de Armação da viga V204.....	110
<b>Figura 29</b> – Planta de Armação da viga V205.....	110
<b>Figura 30</b> – Planta de Armação da viga V206.....	111
<b>Figura 31</b> – Planta de Armação da viga V207.....	111
<b>Figura 32</b> – Planta de Armação da viga V208.....	112
<b>Figura 33</b> – Planta de Armação da viga V209.....	112
<b>Figura 34</b> – Planta de Armação da viga V301.....	113
<b>Figura 35</b> – Planta de Armação da viga V302.....	113
<b>Figura 36</b> – Planta de Armação da viga V303.....	114
<b>Figura 37</b> – Planta de Armação da viga V304.....	114
<b>Figura 38</b> – Planta de Armação da viga V305.....	115
<b>Figura 39</b> – Planta de Armação da viga V306.....	115
<b>Figura 40</b> – Planta de Armação da viga V307.....	116
<b>Figura 41</b> – Planta de Armação da viga V308.....	116
<b>Figura 42</b> – Planta de Armação da viga V309.....	117

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 01</b> - Combinações Últimas.....	31
<b>Tabela 02</b> – Combinações de Serviço.....	33
<b>Tabela 03</b> – Distribuições de probabilidade utilizadas no trabalho.....	43
<b>Tabela 04</b> - Idade fictícia para carregamento ( $t_0$ ).....	56
<b>Tabela 05</b> – Variáveis aleatórias utilizadas no trabalho.....	63
<b>Tabela 06</b> – Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.....	69
<b>Tabela 07</b> – Valores dos coeficientes de arrasto para cada direção de vento.....	72
<b>Tabela 08</b> – Deslocamentos das vigas e lajes do Edifício Modelo.....	76
<b>Tabela 09</b> – Fissuração das vigas do Edifício Modelo.....	78
<b>Tabela 10</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento fundação (Momento Positivo). ...	82
<b>Tabela 11</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento fundação (Momento Negativo). ..	83
<b>Tabela 12</b> – Comparação dos resultados de confiabilidade das vigas V204 e V303 pelo método FORM e Simulação de Monte Carlo.....	84
<b>Tabela 13</b> – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento fundação.....	84
<b>Tabela 14</b> – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento fundação.....	85
<b>Tabela 15</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento superior (Momento Positivo).....	86
<b>Tabela 16</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento superior (Momento Negativo). ...	86
<b>Tabela 17</b> – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento superior.....	87
<b>Tabela 18</b> – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento superior. ..	88
<b>Tabela 19</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento coberta (Momento Positivo).....	88
<b>Tabela 20</b> – Valores das variáveis das vigas do pavimento coberta (Momento Negativo).....	89
<b>Tabela 21</b> – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento coberta.....	90
<b>Tabela 22</b> – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento coberta. ..	90
<b>Tabela 23</b> – Índices de confiabilidade alvos recomendados pelo JCSS (2000) para o ELS.....	93

<b>Tabela 24</b> - Índices de confiabilidade alvos recomendados para novas estruturas de acordo com o período de referência - fib Model Code (2010).....	93
<b>Tabela 25</b> – Índices mínimos de confiabilidade por pavimento para os momentos positivos.	93
<b>Tabela 26</b> – Índices mínimos de confiabilidade por pavimento para os momentos negativos. .....	94

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
CDF	Função de Distribuição Acumulada de Probabilidades
CEB	<i>Comité Européen du Béton</i>
CEN	<i>European Committee for Standardization</i>
COV	Coefficiente de Variação
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
NBR	Norma Brasileira
NLG	Não-linearidade Geométrica
NLF	Não-linearidade Física
PDF	Função Densidade de Probabilidade

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_c$	Área da seção transversal de concreto
$A_s$	Área efetiva de armadura tracionada
$b_w$	Largura da seção transversal
$c$	Cobrimento de concreto
$C_a$	Coefficiente de arrasto
$d$	Altura útil da seção transversal
$d'$	Distância do centro de gravidade das barras à fibra mais tracionada
$E$	Função valor esperado de uma variável aleatória
$E_{ci}$	Módulo de deformação tangente inicial do concreto
$E_{cs}$	Módulo de deformação secante
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão
$f_{cm}$	Resistência média do concreto à compressão
$f_{ct}$	Resistência do concreto à tração direta
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória $X$
$f_{yd}$	Tensão de escoamento de cálculo do aço
$f_{yk}$	Resistência característica de escoamento do aço à tração
$F_c$	Força atuante no concreto
$F_d$	Valores de cálculo das ações
$F_{d,ser}$	Valor de cálculo das ações para combinações de serviço
$F_{gk}$	Valor de cálculo das ações permanentes diretas
$F_{q1k}$	Valor característico das ações variáveis diretas para combinações de serviço
$F_{qjk}$	Valor de cálculo das ações variáveis diretas
$F_s$	Força atuante na armadura

$F_X(x)$	Função de distribuição acumulada de probabilidades da variável aleatória $X$
$F_{\varepsilon gk}$	Valor de cálculo das ações variáveis indiretas
$F_{\varepsilon qk}$	Valor de cálculo das ações permanentes indiretas
$G$	Função de estado limite
$h$	Altura da seção transversal
$h_{fic}$	Espessura fictícia
$I_1$	Momento de inércia da seção bruta de concreto
$I_2$	Momento de inércia no estágio II
$L$	Vão da viga
$l_{s,max}$	Comprimento para que ocorra o deslizamento entre o concreto e o aço
$M$	Variável aleatória margem de segurança definida por uma função de estado limite
$M_a$	Momento fletor máximo ao longo do vão da viga
$M_{cr}$	Momento de fissuração
$M_d$	Momento fletor de cálculo
$N$	Número total de cenários da simulação de Monte Carlo
$N_f$	Número de cenários de falha da simulação de Monte Carlo
$N_{min}$	Número mínimo sugerido de cenários para simulação de Monte Carlo
$P_f$	Probabilidade de Falha
$P_r$	Função probabilidade
$q$	Carga distribuída máxima calculada para combinação quase-permanente
$\bar{q}$	Pressão dinâmica atuante devido ao vento
$R$	Variável aleatória resistência
$S$	Variável aleatória solicitação
$S_1$	Fator topográfico
$S_2$	Fator de rugosidade do terreno
$S_3$	Fator estatístico

$U$	Umidade relativa do ambiente
$u_{ar}$	Perímetro externo da seção transversal da viga em contato com o ar
$u_X$	Parâmetro da distribuição Gumbel para uma variável aleatória $X$
$Var$	Função variância de uma variável aleatória
$v_k$	Velocidade característica do vento
$v_0$	Velocidade básica do vento
$w$	Evento qualquer do domínio $\Omega$
$x$	Distância da fibra mais tracionada à linha neutra
$x^*$	Ponto de referência para a distribuição gaussiana equivalente
$X$	Variável aleatória genérica
$\mathbf{X}_{Def}$	Vetor das variáveis aleatórias do estado limite de deformação excessiva
$\mathbf{X}_{Fis}$	Vetor das variáveis aleatórias do estado limite de abertura de fissuras
$y_t$	Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
$\mathbf{Z}$	Vetor das variáveis aleatórias reduzidas e correlacionadas
$\Psi_0$	Fator de redução de combinação para o estado limite último
$\Psi_{0j}$	Fator de redução de combinação para as ações variáveis diretas
$\Psi_{0\epsilon}$	Fator de redução de combinação para as ações variáveis indiretas
$\Psi_1$	Fator de redução de combinação frequente para ELS
$\Psi_2$	Fator de redução de combinação quase permanente para ELS
$\gamma_g$	Coefficiente de ponderação das ações permanentes
$\gamma_{\epsilon g}$	Coefficiente de ponderação para as ações indiretas permanentes (retração ou fluência)
$\gamma_{\epsilon q}$	Coefficiente de ponderação para as ações indiretas variáveis (temperatura)
$\gamma_q$	Coefficiente de ponderação para as ações variáveis diretas
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
$\alpha$	Fator de correlação entre a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta
$\alpha_c$	Coefficiente que considera o efeito Rüsçh na resistência do concreto

$\alpha_e$	Razão entre os módulos de elasticidade inicial do concreto e do aço
$\alpha_E$	Parâmetro em função da natureza do agregado utilizado no concreto
$\alpha_X$	Parâmetro da distribuição Gumbel para uma variável aleatória $X$
$\varepsilon_{c2}$	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
$\varepsilon_{cd}$	Deformações de cálculo na fibra de concreto mais comprimida
$\varepsilon_{cm}$	Deformação média do concreto para o comprimento $l_{s,max}$
$\varepsilon_{cs}$	Deformação do concreto devido à retração
$\varepsilon_{cs(\infty,t_0)}$	Deformação específica de retração do concreto para um carregamento aplicado em $t_0$
$\varepsilon_{cu}$	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
$\varepsilon_{sd}$	Deformações de cálculo na armadura
$\varepsilon_{sm}$	Deformação média do aço para o comprimento $l_{s,max}$
$\varepsilon_{yd}$	Deformação específica de cálculo do aço
$\varphi_{(\infty,t_0)}$	Coefficiente de fluência do concreto para um carregamento aplicado em $t_0$
$\varphi_a$	Coefficiente de deformação rápida
$\varphi_{f\infty}$	Coefficiente de deformação lenta irreversível
$\varphi_{d\infty}$	Coefficiente de deformação lenta reversível
$\delta_1$	Deflexão calculada considerando a condição não fissurada da viga
$\delta_2$	Deflexão calculada considerando a condição fissurada da viga
$\delta_{lim}$	Limite de deslocamento da viga
$\delta_{max}$	Deflexão máxima da viga para o período de referência (50 anos)
$\sigma$	Desvio padrão de variável aleatória ou amostra
$\sigma_{NE}$	Desvio padrão da distribuição gaussiana equivalente
$\sigma_s$	Tensão do aço em uma trinca
$\sigma_X$	Desvio padrão da variável aleatória $X$
$\theta_E$	Incerteza do modelo de deformação total da peça
$\theta_R$	Incerteza do modelo de resistência para deflexão

$\theta_\omega$	Incerteza do modelo de abertura de fissura máxima
$\mu$	Média de variável aleatória ou amostra
$\mu_{NE}$	Média da distribuição gaussiana equivalente
$\mu_X$	Média da variável aleatória $X$
$\beta$	Índice de confiabilidade
$\beta_t$	Coefficiente que leva em consideração a duração da carga
$\omega_{lim}$	Limite de abertura de fissura da viga
$\omega_{max}$	Abertura de fissura máxima da viga para o período de referência (50 anos)
$\zeta_X$	Parâmetro da distribuição lognormal para uma variável aleatória $X$
$\lambda_X$	Parâmetro da distribuição lognormal para uma variável aleatória $X$
$\phi$	PDF da distribuição gaussiana padrão
$\phi_s$	Diâmetro nominal das barras de aço
$\rho_{s,ef}$	Razão entre a área de aço e a área efetiva de concreto
$\tau_{bms}$	Resistência média de adesão entre aço e concreto
$\eta$	Coefficiente que leva em consideração a contribuição da retração
$\xi$	Coefficiente de distribuição que leva em consideração o grau de fissuração
$\Omega$	Espaço amostral
$\Phi$	CDF da distribuição gaussiana padrão

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	19
<b>1.1. Objetivos</b> .....	21
<b>1.2. Justificativa</b> .....	21
<b>1.3. Delimitações do Trabalho</b> .....	23
<b>1.4. Estrutura do Trabalho</b> .....	23
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	24
<b>2.1. Estruturas de Concreto Armado</b> .....	24
<b>2.1.1. Propriedades do Concreto</b> .....	24
<b>2.1.2. Propriedades do aço</b> .....	27
<b>2.1.3. Estados Limites</b> .....	28
<b>2.1.4. Ações nas Estruturas</b> .....	30
<b>2.1.5. Combinações de Ações</b> .....	30
<b>2.2. Cálculo da Armadura de Flexão</b> .....	33
<b>2.2.1. Estádios de Deformação do Concreto</b> .....	33
<b>2.2.2. Hipóteses Básicas para o Cálculo</b> .....	34
<b>2.2.3. Domínios de Deformação na Seção Transversal</b> .....	35
<b>2.3. Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado</b> .....	38
<b>2.4. Conceitos Básicos de Probabilidade e Estatística</b> .....	40
<b>2.4.1. Variáveis aleatórias</b> .....	40
<b>2.4.2. Momentos de uma Variável Aleatória</b> .....	42
<b>2.4.3. Distribuições de Variáveis Aleatórias Contínuas</b> .....	42
<b>2.4.4. Distribuição Normal Equivalente</b> .....	43
<b>2.4.5. Caracterização de uma Variável Aleatória</b> .....	43
<b>2.5. Teoria da Confiabilidade Estrutural</b> .....	44
<b>2.5.1. Problema Básico da Confiabilidade</b> .....	45
<b>2.6. Métodos de Análise em Confiabilidade Estrutural</b> .....	47
<b>2.6.1. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem – FORM</b> .....	47
<b>2.6.2. Simulação de Monte Carlo</b> .....	48
<b>2.7. Equações de Estado Limite de Serviço</b> .....	49
<b>2.7.1. Deformação Excessiva</b> .....	49
<b>2.7.2. Abertura de Fissuras</b> .....	58
<b>2.7.3. Caracterização Estatística das Variáveis Aleatórias</b> .....	63
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	65
<b>3.1. Projeto Estrutural do Edifício Modelo</b> .....	65
<b>3.1.1. Concepção Estrutural</b> .....	66

3.1.2. Critérios de Projeto .....	69
3.2. Análise Estrutural.....	73
3.2.1. Modelo Estrutural do Edifício.....	74
3.2.2. Análise não-linear .....	75
3.3. Dimensionamento e Detalhamento .....	80
4. RESULTADOS.....	82
4.1. Resultados das análises de confiabilidade por pavimento.....	82
4.2. Valores de probabilidade de falha alvo .....	92
5. CONCLUSÕES.....	95
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	97

## 1. INTRODUÇÃO

O uso crescente da tecnologia do concreto como solução construtiva para os desafios da engenharia faz com que mais pesquisas sejam desenvolvidas, a fim de conhecer melhor e prever com antecedência o seu comportamento. Sendo assim, com os avanços tecnológicos e o aumento da competitividade do mercado da construção, fica evidente a necessidade do desenvolvimento de projetos estruturais otimizados e eficientes para atender a função estrutural desejada, visando sua viabilidade econômica e, principalmente, a confiabilidade quanto à sua segurança.

De acordo com Beck (2019), os requisitos de segurança (que se referem à capacidade máxima de carga ou deformação da estrutura) e de serviço (referentes às condições normais de uso da estrutura) devem ser cumpridos, com o intuito de garantir a integridade da estrutura e o conforto de seus usuários. Para que sejam realizadas análises de segurança por meio dos métodos de confiabilidade, faz-se necessário o uso de equações de estado limite, modeladas de acordo com o modo de falha de interesse.

Segundo Sagrilo (2003), a confiabilidade estrutural pode ser utilizada pelos engenheiros para a tomada de decisões que envolvam a segurança da estrutura, principalmente para os estados limites últimos. Essa possibilidade ocorre devido ao fato dessa metodologia considerar as incertezas inerentes às variáveis aleatórias de projeto, permitindo a obtenção da probabilidade de falha de elementos isolados ou de sistemas estruturais. (BAROTH et al, 2011).

Por meio da integral da função de densidade de probabilidade conjunta sobre um domínio de falha, a probabilidade de falha pode ser determinada. Essa integral pode ser resolvida de forma direta (analítica) e de forma aproximada pelos métodos de transformação. Para isso, deve ser conhecida previamente a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, bem como a dependência entre elas (correlações) e sua distribuição de probabilidade (SAKAMOTO, 2016 apud SILVA, 2010).

No que diz respeito aos estados limites, a violação destes acarreta maiores impactos nos custos de manutenção e operação das estruturas do que em sua segurança (HONFI, 2014). No entanto, a verificação dos ELS se torna obrigatória uma vez que o seu alcance provoca a inviabilização do uso da edificação, afetando sua durabilidade, aparência, utilização funcional e conforto dos usuários.

Na etapa de dimensionamento estrutural, podem ser adotados diferentes níveis de segurança. Com relação aos métodos de confiabilidade, sua classificação pode ser feita em função da quantidade de informações disponíveis e utilizadas nas análises do problema considerado. Ademais, esses níveis são ordenados numericamente de 0 a 5, conforme o aumento da confiabilidade do método (BADIMUENA, 2017 apud MADSEN et al., 1986).

- a) Nível 0 – Método das Tensões Admissíveis: método que consiste na comparação da tensão admissível, obtida pela razão da tensão limite por um fator de segurança, com a tensão decorrente do carregamento máximo esperado calculada no regime elástico-linear. Neste nível não é determinada a probabilidade de falha;
- b) Nível 1 – Método Semi-Probabilístico: neste método são utilizadas as médias e desvios padrão para determinação dos valores característicos das variáveis aleatórias, bem como os coeficientes parciais de segurança. O dimensionamento segundo a NBR 6118:2014 utilizada esse nível de confiabilidade, onde há o emprego de coeficientes de segurança para a ponderação das cargas e minoração das resistências. O projeto estrutural é dimensionado quanto à sua resistência última, seguida da verificação do estado limite de serviço;
- c) Nível 2 – Método Baseado em Confiabilidade: neste nível de confiabilidade são utilizados dados estatísticos completos das variáveis aleatórias, sendo obtida e controlada a probabilidade de falha. Neste método as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas são especificadas e a probabilidade de falha da estrutura é usada como medida de sua confiabilidade;
- d) Nível 3 – Projeto Ótimo Semi-Probabilístico: o nível de confiabilidade deste método é igual ao do nível 1, sendo adotado o uso de coeficientes parciais de segurança para ponderação das cargas e minoração das resistências, mas buscando a otimização dos custos do projeto;
- e) Nível 4 – Projeto Ótimo Baseado em Confiabilidade: neste nível de confiabilidade, o controle da probabilidade de falha do nível 1 é combinado com a economia buscada pelo método de nível 3, onde o dimensionamento é realizado com base em uma probabilidade de falha alvo;
- f) Nível 5 – Projeto Ótimo Baseado em Risco: neste nível de confiabilidade, além das considerações do nível anterior, são levados em conta no dimensionamento as consequências sociais e econômicas atreladas à falha estrutural.

## 1.1. Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo geral implementar modelos confiabilísticos para a avaliação dos níveis de confiabilidade de vigas em concreto armado. Os objetivos específicos deste trabalho são:

1. Estudo das equações de estado limite para os modos de falha escolhidos;
2. Verificação da probabilidade de falha das vigas em concreto armado para os estados limites de serviço de deformação excessiva e abertura de fissuras;
3. Validação dos métodos utilizados para as análises de confiabilidade das vigas por meio da comparação dos resultados obtidos pelo método de transformação de primeira ordem (FORM) com a simulação de Monte Carlo;
4. Comparação dos índices de confiabilidade calculados para as vigas do edifício modelo com os valores sugeridos pelas normas internacionais.

## 1.2. Justificativa

A NBR 6118: 2014, norma brasileira utilizada para o dimensionamento e verificação de projetos de estruturas de concreto, utiliza procedimentos semi-probabilísticos em seu escopo, com o emprego de coeficientes de segurança para ponderação das cargas e minoração das resistências (método dos coeficientes parciais de segurança). Com isso, os projetos estruturais são dimensionados em relação à sua resistência última, com posterior verificação dos estados limites de serviço.

Todavia, o uso de valores de coeficientes de segurança iguais para projetos com diferentes condições de execução e qualidade de insumos aumentam a probabilidade de superdimensionamento dos projetos, gerando soluções com baixa viabilidade econômica. Em contraponto, fatores como a incorreta consideração das cargas atuantes na estrutura pode acarretar no subdimensionamento da mesma, podendo levar a edificação à ruína.

Dessa forma, o uso de metodologias como as baseadas em confiabilidade estrutural, que levam em consideração o comportamento aleatório das variáveis de projeto, permite aos projetistas uma análise do grau de segurança estrutural do seu projeto de forma mais realista, melhorando o seu processo de tomada de decisão e propiciando o desenvolvimento de projetos mais seguros e eficientes.

Algumas normas técnicas internacionais, como o Eurocode e o ACI (*American Concrete*

*Institute*), bem como pesquisadores estrangeiros, abordam o uso de avaliações probabilísticas de segurança de projetos de estruturas. Stewart (1996) desenvolve um modelo probabilístico para estimar as deflexões imediatas para fluência e retração de vigas de concreto armado, utilizando a simulação de Monte Carlo. Honfi e Mårtensson (2011) em seus estudos investigam a confiabilidade de vigas simplesmente apoiadas e submetidas à flexão, para os materiais aço, concreto e madeira, dimensionadas de acordo com as especificações para o estado limite de serviço do Eurocode. McLeod (2019) avalia em sua pesquisa a incerteza do modelo para o estado limite de serviço de abertura de fissuras em estruturas de concreto armado, onde o estudo confirma que a incerteza do modelo influencia predominantemente nos resultados das análises.

No tocante a autores Brasileiros, são encontrados diversos trabalhos referentes à aplicação dos conceitos de confiabilidade estrutural em diferentes ramos e setores da engenharia. Diniz e Frangopol (1997) em seu trabalho dá ênfase à análise da confiabilidade de pilares de concreto de alta resistência. Na área de projetos de poços de petróleo, Gouveia (2014) realiza avaliações de confiabilidade de tubos de revestimento em poços de petróleo, comparando os resultados dos diferentes métodos de confiabilidade encontrados na literatura e indicando aqueles mais adequados para o problema proposto. Sakamoto (2016) em seu trabalho emprega análises de confiabilidade estrutural em um edifício alto submetido à ação do vento, englobando o conforto humano como parâmetro nos modos de falha. Santiago et al (2020) aborda a calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das normas brasileiras de projeto, de estruturas de aço (NBR8800: 2008) e de estruturas de concreto (NBR6118: 2014), além da norma de carregamento nas estruturas (NBR6120: 2019). Fürst (2020) analisa o impacto do uso das incertezas dos modelos para resistência ao momento fletor e esforço cortante em vigas de concreto armado, com auxílio de um software de elementos finitos e utilizando método de Monte Carlo simples combinado a redes neurais artificiais adaptativas.

No entanto, durante a pesquisa bibliográfica para elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso foram encontradas poucas produções com o uso da teoria da confiabilidade estrutural para avaliação dos estados limites de serviço de estruturas de concreto armado. Destaca-se o trabalho de Coelho (2011), que investiga a variabilidade das flechas e calcula as probabilidades de falha em serviço de uma série de vigas, utilizando simulação de Monte Carlo como ferramenta. Dessa forma, essa revisão de literatura corrobora para a construção da monografia.

### **1.3. Delimitações do Trabalho**

No presente trabalho, foi considerada uma edificação composta por fundações, lajes maciças e treliçadas, vigas e pilares em concreto armado. Desses elementos, foram aplicados os modelos confiabilísticos somente para as vigas da edificação. Com isso, foram avaliados os níveis de segurança para dois estados limites de serviço: deformações excessivas e abertura de fissuras. Nas análises foram consideradas como variáveis aleatórias a resistência dos materiais, a geometria das vigas, as cargas atuantes na estrutura e os erros dos modelos adotados. Os dados estatísticos das variáveis aleatórias foram obtidos por meio de pesquisa na literatura. Por fim, não foram consideradas as correlações entre as variáveis aleatórias nas análises de confiabilidade realizadas.

### **1.4. Estrutura do Trabalho**

Neste tópico introdutório, apresenta-se uma síntese dos capítulos da monografia.

O capítulo 2 trata da fundamentação teórica utilizada para embasar e validar a temática do Trabalho de Conclusão de Curso. Nele são apresentados conceitos referentes ao dimensionamento das estruturas de concreto armado, bem como as principais ferramentas da estatística e probabilidade para a aplicação da confiabilidade. Além disso, são apresentadas as equações de estado limite e as variáveis aleatórias utilizadas nas análises.

O capítulo 3 apresenta a metodologia escolhida e as principais etapas para o desenvolvimento do estudo, abordando os conceitos e critérios referentes à elaboração do projeto estrutural do edifício modelo.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos por meio da aplicação da confiabilidade na análise das vigas do projeto em estudo, demonstrando uma aplicação prática dos conceitos abordados nos capítulos anteriores. Dessa forma, são determinadas as probabilidades de falha para os estados limites de serviço analisados e são discutidos os resultados.

Por fim, o capítulo 5 exhibe as principais conclusões provenientes da análise dos resultados, discutindo as contribuições do trabalho para a temática abordada e as recomendações para futuros estudos relacionados ao tema.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Nesta seção do trabalho está descrita toda a fundamentação teórica, onde a mesma foi construída por meio dos estudos bibliográficos para o desenvolvimento da monografia. Sendo assim, são abordados assuntos relacionados às estruturas de concreto armado, bem como os conceitos sobre probabilidade e estatística que são essenciais para o desenvolvimento do trabalho, além da descrição da teoria da confiabilidade estrutural e o desenvolvimento das equações de estado limite dos modos de falhas propostos.

### **2.1. Estruturas de Concreto Armado**

Dentre os inúmeros materiais construtivos disponíveis a nível mundial, o concreto é aquele mais consumido pelo homem. Uma de suas propriedades mais importantes é a trabalhabilidade, possibilitando seu uso para diferentes formas e dando maior liberdade ao projetista. O concreto armado é obtido por meio da associação entre o concreto simples (composto por água, cimento, agregado graúdo e agregado miúdo) e as armaduras de aço. Tal associação resulta em um material com elevada resistência à compressão, boa resistência ao fogo, baixo custo de manutenção e boa durabilidade (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015).

#### **2.1.1. Propriedades do Concreto**

Nas estruturas de concreto armado, o material concreto possui duas funções principais, sendo elas resistir à compressão submetida nas estruturas e proteger o aço por meio de cobrimentos adequados. Na seção 8.2 da NBR 6118:2014 são estabelecidas as principais propriedades do concreto.

##### **2.1.1.1. Classes**

De acordo com a NBR 8953:2015, os concretos utilizados para fins estruturais são divididos em dois grupos e com diferentes classes de resistência: Grupo I com classes de concreto C20 até C50 (concretos usuais) e Grupo II com classes de concreto C55 até C90 (concretos de alta resistência). A numeração refere-se à resistência, em MPa, do material para a idade aos 28 dias.

##### **2.1.1.2. Massa Específica**

No item 8.2.2 da NBR 6118:2014 fica estimada como a massa específica do concreto um

intervalo entre 2000 kg/m<sup>3</sup> e 2800 kg/m<sup>3</sup>. Caso a massa específica real não seja conhecida, pode-se adotar para o concreto simples o valor 2400 kg/m<sup>3</sup> e para o concreto armado, 2500 kg/m<sup>3</sup>.

### 2.1.1.3. Resistência característica à Compressão

A resistência à compressão do concreto é obtida por meio de ensaios com corpos de prova cilíndricos, moldados de acordo com a NBR 5738:2015 e rompidos conforme a NBR 5739:2018.

Após os ensaios, calcula-se a resistência média à compressão ( $f_{cm}$ ) por meio da média aritmética dos valores obtidos. Admitindo-se uma distribuição estatística normal dos resultados, a resistência característica ( $f_{ck}$ ) é calculada por meio da Equação 2.1.

$$f_{ck} = f_{cm} \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \quad (2.1)$$

Sendo  $\delta$  o coeficiente de variação da série de valores, calculado pela Equação 2.2.

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}} \right)^2} \quad (2.2)$$

### 2.1.1.4. Módulo de Elasticidade

Conforme descrito na seção 8.2.8 da NBR 6118:2014, no caso de não serem realizados ensaios para determinação do módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci}$ ), o mesmo pode ser estimado pela Equação 2.3.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa}$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 21500 \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90 MPa} \quad (2.3)$$

Em que:

$$\alpha_E = 1,2 \text{ para basalto e diabásio;}$$

$$\alpha_E = 1,0 \text{ para granito e gnaisse;}$$

$$\alpha_E = 0,9 \text{ para calcário;}$$

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

Já o módulo de deformação secante do concreto ( $E_{cs}$ ) pode ser estimado pela Equação 2.4.

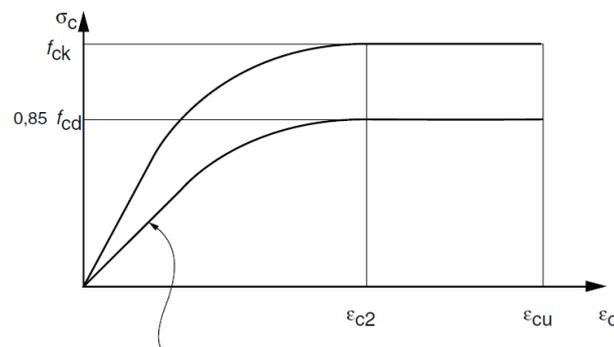
$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} = \left( 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (2.4)$$

Vale ressaltar que os valores de  $f_{ck}$  devem ser expressos em MPa, sendo o resultado, por conseguinte, também dado em MPa.

### 2.1.1.5. Diagramas tensão-deformação

Nas análises de estado limite último, a NBR 6118:2014 fornece um diagrama tensão-deformação idealizado (Figura 01).

**Figura 01** - Diagrama tensão-deformação idealizado.



$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \begin{array}{l} \text{Para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa: } n=2 \\ \text{Para } f_{ck} > 50 \text{ MPa:} \\ n = 1,4 + 23,4 [(90 - f_{ck})/100]^4 \end{array}$$

**Fonte:** Figura 8.2 da NBR 6118:2014.

A resistência de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) é calculada por meio da razão entre a resistência característica ( $f_{ck}$ ) pelo coeficiente de ponderação da resistência do concreto ( $\gamma_c$ ), por meio da Equação 2.5.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.5)$$

Os parâmetros  $\epsilon_{c2}$  (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e  $\epsilon_{cu}$  (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) são definidos da seguinte forma:

- para concretos de classes até C50:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰};$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}.$$

- para concretos de classes C55 até C90:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53};$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4.$$

### 2.1.2. Propriedades do aço

Os aços são classificados de acordo com seu valor característico da resistência ao escoamento. Com relação às estruturas de concreto armado, podem ser utilizadas tanto barras (CA 25 e CA50) como fios (CA60), conforme classificação da NBR 7480:2007. As barras são obtidas pelo processo de laminação a quente e os fios pelo processo de trefilação.

A principal propriedade mecânica do aço no que diz respeito às estruturas de concreto armado é a resistência característica de escoamento à tração ( $f_{yk}$ ), onde a mesma delimita a máxima tensão que o aço suporta sem sofrer deformações permanentes. Quando o aço não apresenta patamar de escoamento,  $f_{yk}$  é a tensão correspondente à deformação permanente de 0,2%. Para os aços com patamar de escoamento, a deformação específica destes é dada pela Equação 2.6.

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.6)$$

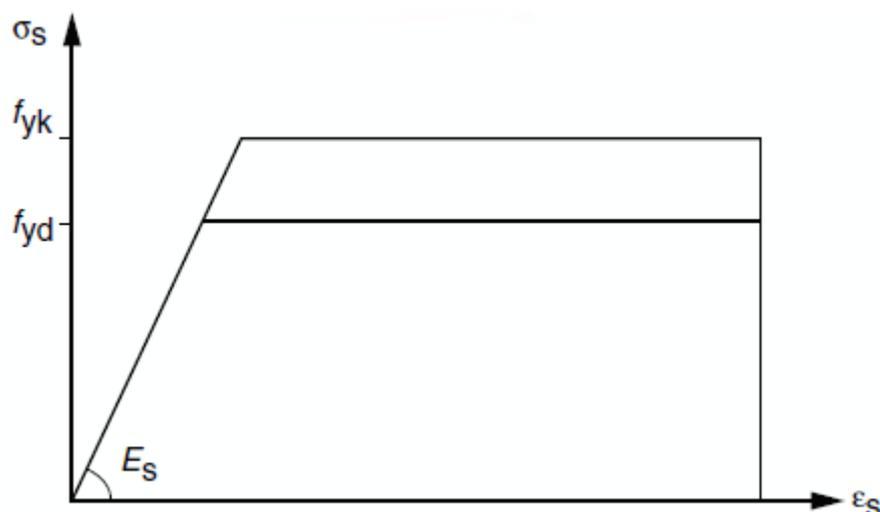
Em que:

$f_{yd}$  é a tensão de escoamento de cálculo do aço, igual a  $f_{yk}/1,15$ ;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço.

Para o cálculo nos estados-limite de serviço e último, a NBR 6118:2014 dispõe do diagrama simplificado de tensão-deformação (Figura 02):

**Figura 02** - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.



**Fonte:** Figura 8.4 da NBR 6118:2014.

Por fim, a NBR 6118:2014 estabelece como módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) o valor de 210 GPa quando não houver dados dos fabricantes ou na falta de ensaios. Além disso, fica definida a massa específica da armadura passiva como 7850 kg/m<sup>3</sup>.

### 2.1.3.Estados Limites

Segundo Beck (2019), as estruturas e elementos estruturais são projetados, confeccionados e utilizados com o intuito de proporcionar uma determinada função, nesse caso estrutural. Dessa forma, alguns requisitos básicos devem ser cumpridos no que diz respeito à segurança, economia, atendimento das necessidades dos seus usuários e garantia da sua integridade e funcionalidade. Quando os requisitos relacionados à segurança e serviço do elemento estrutural não são atendidos, fica caracterizado um estado indesejável. As distintas maneiras que acarretam um estado indesejável são chamadas de modos de falha e, por conseguinte, dão origem aos estados limites.

A NBR 6118:2014 recomenda a adoção dos estados limites últimos (ELU) e dos estados limites de serviço (ELS) para o dimensionamento e a verificação do atendimento dos requisitos básicos das estruturas em concreto armado.

#### 2.1.3.1.Estados Limites Últimos

Os estados limites últimos correspondem aos requisitos de segurança, onde a sua violação geralmente é irreversível e sua ocorrência caracteriza uma falha da estrutura. Sua violação

está relacionada à perda de equilíbrio ou o esgotamento da capacidade resistente da estrutura, levando-a ao colapso.

A NBR 6118:2014, em seu escopo, informa os principais estados limites últimos que devem ser verificados para garantir a segurança das estruturas:

- a) estado limite último da perda do equilíbrio da estrutura;
- b) estado limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- c) estado limite de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em partes, considerando efeitos de segunda ordem;
- d) estado limite relacionados à formação de mecanismos plásticos;
- e) estado limite último de colapso progressivo.

### **2.1.3.2.Estados Limites de Serviço**

Os estados limites de serviço correspondem aos requisitos de serviço da estrutura e de suas condições de uso cotidiano, como conforto do usuário, durabilidade e aparência.

Segundo Beck (2019), sua ocorrência podem trazer danos reversíveis e irreversíveis à estrutura, sendo que no último caso a falha fica caracterizada em sua primeira ocorrência. Todavia, quando esses danos são reversíveis a falha poderá ser dada quando a passagem ao estado limite indesejado acontecer em momento inoportuno, por períodos prologados de tempo, em um número excessivo de vezes. Alguns exemplos de estados limites de serviço são:

- a) estado limite de formação de fissuras;
- b) estado limite de abertura de fissuras;
- c) estado limite de deformações excessivas;
- d) estado limite de vibrações excessivas.

Nos projetos estruturais de concreto armado, geralmente são verificados os estados limites de deformações excessivas e de abertura de fissuras. A ocorrência de deformações excessivas pode ocasionar patologias como o esmagamento de blocos cerâmicos e aparecimento de fissuras nas alvenarias, além da flecha excessiva causando desconforto visual ao usuário. No

caso da abertura de fissuras, quando elas ultrapassam os valores limites podem comprometer a durabilidade da estrutura, aumentando a probabilidade de deterioração do concreto e a corrosão das armaduras de aço.

O estado limite de abertura de fissuras corresponde ao estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos limites máximos especificados por normas e que podem prejudicar o uso e a durabilidade da peça de concreto. Já o estado limite de deformação excessiva é o estado em que as deformações ultrapassam os limites máximos definidos por norma.

#### **2.1.4. Ações nas Estruturas**

Segundo Carvalho e Figueiredo (2015), define-se ação como qualquer intervenção ou conjunto de intervenções na estrutura que ocasionem estados de tensão ou de deformação. Nas análises estruturais, devem ser consideradas aquelas ações que produzam efeitos significativos para a segurança e serviço da estrutura. A NBR 8681:2003 classifica as ações em permanentes, variáveis e excepcionais.

Ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Elas são classificadas em diretas (como o peso próprio, as instalações e empuxos permanentes, além dos elementos construtivos fixos) e indiretas (imperfeições geométricas e globais, além da retração e fluência do concreto).

Já as ações variáveis são aquelas que variam de intensidade significativamente ao longo da vida útil da estrutura. Elas podem ser do tipo direta (as cargas acidentais como as verticais de uso da construção, vento ou cargas móveis) ou indireta (ações dinâmicas e provenientes da variação de temperatura).

Por fim, as ações excepcionais são aquelas de probabilidade baixa de ocorrência ao longo da vida útil da estrutura, ou seja, que atuam em curtos períodos de tempo.

#### **2.1.5. Combinações de Ações**

Ao longo de sua vida útil, as edificações estão sujeitas à aplicação combinada de ações, tanto permanentes como variáveis. Logo, define-se um carregamento por meio da combinação de ações que possuam probabilidades não desprezíveis de atuarem sobre a estrutura. Dessa forma, os carregamentos empregados nas edificações devem ser determinados considerando

todas as combinações de ações que possam acarretar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. Por fim, a verificações para os estados limites últimos e para os estados limites de serviço são realizadas por meio das combinações últimas e combinações de serviço, respectivamente.

### 2.1.5.1. Combinações Últimas

As combinações últimas são utilizadas para definir os esforços solicitantes a serem adotados no dimensionamento dos elementos. Conforme descrito na NBR 6118:2014, elas podem ser classificadas como normal, especial ou de construção e excepcional. As ações permanentes devem figurar em todas as combinações e admite-se uma ação variável como principal e as demais como secundárias (sendo seus valores reduzidos pelo coeficiente  $\Psi_o$ ). As combinações especiais ou de construção são avaliadas quando existirem ações variáveis especiais. Da mesma forma, as combinações especiais serão verificadas quando da ocorrência de ações variáveis excepcionais.

**Tabela 01 - Combinações Últimas.**

Combinações Últimas (ELU)	Cálculo das Solicitações
Normal – Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado <sup>a</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \Psi_{o\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$
Especiais ou de construção <sup>b</sup>	
Excepcionais <sup>b</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \Psi_{oj} F_{qjk} + \gamma_{\varepsilon q} \Psi_{o\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$
<p>onde</p> <p><math>F_d</math> é o valor de cálculo das ações para combinação última;</p> <p><math>F_{gk}</math> representa as ações permanentes diretas;</p>	

**Tabela 01 - Combinações Últimas (continuação).**

$F_{\varepsilon k}$	representa as ações indiretas permanentes como a retração $F_{\varepsilon g k}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon q k}$ ;
$F_{q k}$	representa as ações variáveis diretas das quais $F_{q 1 k}$ é escolhida principal;
$\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$	ver Tabela 11.1 da NBR 6118:2014;
$\Psi_{o j}, \Psi_{o \varepsilon}$	ver Tabela 11.2 da NBR 6118:2014;
<p><sup>a</sup> No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de <math>\gamma_g = 1,0</math>. No caso de estruturas usuais de edifícios, essas combinações que consideram <math>\gamma_g</math> reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.</p> <p><sup>b</sup> Quando <math>F_{q 1 k}</math> ou <math>F_{q 1 exc}</math> atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa, <math>\Psi_{o j}</math> pode ser substituído por <math>\Psi_{2 j}</math>. Este pode ser o caso para ações sísmicas e situação de incêndio.</p>	

**Fonte:** Tabela 11.3 adaptada da NBR 6118:2014.

### 2.1.5.2. Combinações de Serviço

As combinações de serviços são utilizadas para a verificação de flechas, fissuração e vibrações que a estrutura estará sujeita no seu dia a dia. De acordo com a NBR 6118:2014, elas são classificadas de acordo com sua permanência na estrutura, sendo divididas em: quase permanentes, frequentes e raras. Com isso, as combinações de serviço devem ser verificadas como estabelecido a seguir:

- a) Quase permanentes: podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas;
- b) Frequentes: repetem-se muitas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados-limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados-limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;

- c) Raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras.

**Tabela 02 - Combinações de Serviço.**

Combinações de serviço (ELS)	Cálculo das Solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações raras de serviço (CR)	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qj,k}$
<p>onde</p> <p><math>F_{d,ser}</math> é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;</p> <p><math>F_{q1k}</math> é o valor característico das ações variáveis principais diretas;</p> <p><math>\Psi_1</math> é o fator de redução de combinação frequente para ELS;</p> <p><math>\Psi_2</math> é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.</p>	

**Fonte:** Tabela 11.4 adaptada da NBR 6118:2014.

## 2.2. Cálculo da Armadura de Flexão

No que diz respeito aos esforços de flexão em elementos estruturais, para as vigas e lajes de um edifício de pequeno porte os esforços atuantes são, em sua maioria, de flexão normal simples, sendo desprezado o esforço normal (com exceção às vigas e lajes protendidas). Com relação aos pilares, os esforços de flexo-compressão oblíqua atuam predominantemente, ocorrendo momentos fletores nos eixos principais das peças e esforços normais. Para o dimensionamento desses elementos utiliza-se o estado limite último de ruína, sendo identificada a seção mais solicitada e impondo a ela deformações limites dos materiais, ocorrendo a ruptura do concreto comprimido ou a deformação excessiva da armadura tracionada (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015).

### 2.2.1. Estádios de Deformação do Concreto

Ainda de acordo com Carvalho e Figueiredo (2015), considerando uma viga de concreto armado simplesmente apoiada, submetida a um carregamento crescente que gera uma flexão pura, também crescente, na região central da viga. Ao medir as deformações, é possível notar

que a estrutura passa por três níveis de deformações (estádios) que determinam o comportamento da peça até sua ruína, sendo eles:

- a) Estádio I (elástico): submetido a um momento fletor de pequena intensidade, onde a tração no concreto não ultrapassa sua resistência à tração, ou seja, não há fissuras nesse nível de sollicitação;
- b) Estádio II (fissuração): com o aumento do momento fletor atuante na peça, a tração no concreto ultrapassa a sua resistência característica à tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN), ocasionando a aparição de fissuras na peça. Com isso, somente o aço resiste ao esforço de tração.
- c) Estádio III: o momento fletor atuante aumenta de tal forma que a peça beira a ruína. Aparecem bastante fissuras, onde elas se aproximam da linha neutra (LN).

Dessa forma, o estágio I e II correspondem às situações de serviço da peça. Ainda, o estágio III corresponde ao estado limite último, onde o mesmo é utilizado para o dimensionamento das estruturas de modo que esta resista ao colapso.

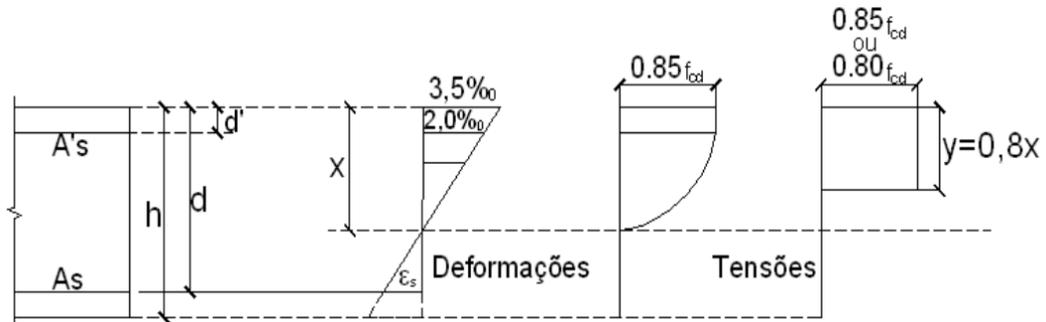
### **2.2.2. Hipóteses Básicas para o Cálculo**

No item 17.2.2 da NBR 6118:2014 são apresentadas as hipóteses básicas para o dimensionamento de elementos lineares (vigas e pilares) no estado limite último, para estruturas submetidas a sollicitações normais. Com isso, essas hipóteses básicas são:

- a) Hipótese da seção plana: mesmo com as deformações impostas às estruturas, sua seção transversal permanece plana e normal ao eixo da peça até sua ruína;
- b) Admite-se a aderência perfeita entre o concreto e o aço, impossibilitando o escorregamento da armadura. Logo, a deformação específica de uma barra de aço, em tração ou compressão, será igual à deformação do concreto;
- c) As tensões de tração no concreto devem ser desprezadas no ELU, sendo esse esforço resistido pelas armaduras;
- d) O alongamento último das armaduras de 10%;
- e) Adoção dos valores de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\epsilon_{c2}$ ) e de encurtamento do concreto na ruptura ( $\epsilon_{cu}$ ) conforme o tópico 2.1.1.5, observando a classe do concreto;
- f) A tensão nas armaduras é obtida a partir dos diagramas de tensão x deformação (Figura 02);

- g) Para os concretos até a classe C50, a distribuição de tensões é determinada de acordo com o diagrama parábola-retângulo (Figura 03), baseado no diagrama simplificado de tensão x deformação para o concreto (Figura 01). Com isso, utiliza-se como tensão máxima um valor de  $0,85 \cdot f_{cd}$ , sendo considerado um retângulo equivalente de altura ( $y$ ) igual ao produto da profundidade da linha neutra por 0,8;

**Figura 03** - Diagramas de tensões no concreto no estado limite último (até a classe C50).

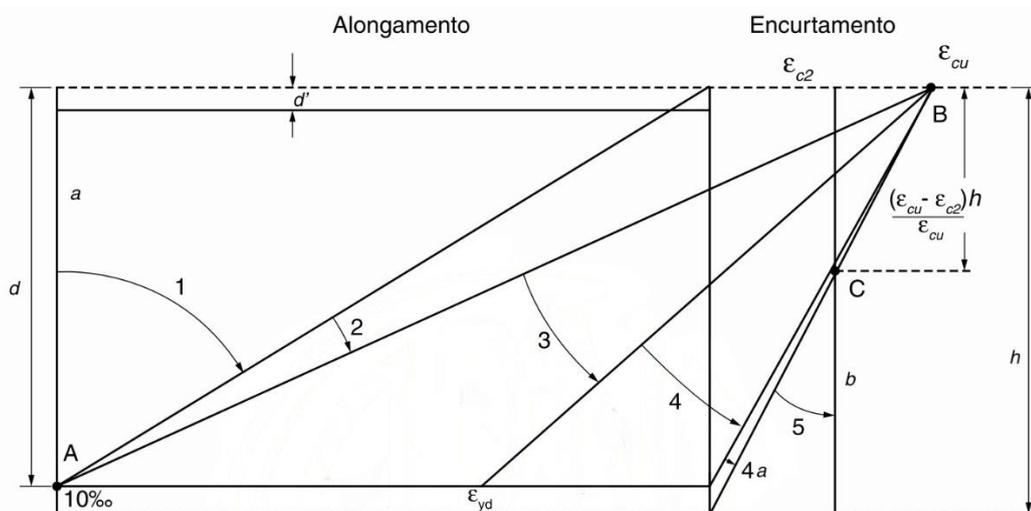


Fonte: CARVALHO E FIGUEIREDO, 2015.

### 2.2.3. Domínios de Deformação na Seção Transversal

De acordo com a NBR 6118:2014, a ruína da seção transversal para qualquer tipo de flexão no estado limite último, ocorre quando a estrutura alcança o limite de deformação do concreto e/ou do aço. Com isso, os domínios de deformação representam as diversas possibilidades de distribuição das deformações, sendo eles esquematizados na Figura 04.

**Figura 04** – Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal.



Fonte: Figura 17.1 da NBR 6118:2014.

A reta “a” e os domínios 1 e 2 da Figura 17.1 correspondem a ruptura convencional por deformação plástica excessiva, ou seja, o aço apresenta um alongamento máximo de 10%. Por conseguinte, os domínios 3, 4, 4a, 5 e a reta “b” correspondem a ruptura convencional por encurtamento limite do concreto. De acordo com Bastos (2019), são descritos os domínios de deformação:

#### **2.2.3.1.Reta “a”**

Representa a seção transversal submetida a uma tração uniforme, onde toda a seção é tracionada de modo uniforme. A posição da linha neutra é dada por  $x = -\infty$  e a seção resistente é constituída somente pelas armaduras, pois o concreto tracionado é considerado fissurado.

#### **2.2.3.2.Domínio 1**

No domínio 1 ocorre a tração não uniforme. A posição da linha neutra é externa à seção transversal, cobrindo o intervalo de  $x > -\infty$  até  $x \leq 0$ . A seção resistente é composta apenas pelo aço, devido ao fato do concreto está tracionado e fissurado.

#### **2.2.3.3.Domínio 2**

O domínio 2 é caracterizado pela ocorrência da flexão simples e composta. A posição da linha neutra é interna à seção transversal, com o concreto deformando sem atingir a ruptura ( $\varepsilon_c < 3,5\text{‰}$ ). A seção resistente é composta pelo aço tracionado e o concreto comprimido, cobrindo o intervalo de  $x > 0$  até  $x < 0,259d$  para concretos até classe C50.

#### **2.2.3.4.Domínio 3**

Com relação ao domínio 3, o mesmo é caracterizado pela ocorrência de flexão simples (seção subarmada) ou composta. A linha neutra corta a seção no limite dos domínios 3 e 4, cobrindo o intervalo de  $x = 0,259d$  até  $x = x_y$ . A deformação do concreto é pontual e igual a  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ , com a deformação do aço variando entre 10% e  $\varepsilon_{yd}$ . O estado limite último acontece pela ruptura do concreto comprimido após o escoamento do aço. Devido a isso, o dimensionamento nesse domínio aproveita ao máximo os materiais, sendo que a estrutura avisa quando irá ruir, apresentando fissuras. A seção resistente é composta pelo aço tracionado e o concreto comprimido.

### 2.2.3.5.Domínio 4

No que diz respeito ao domínio 4, o mesmo é caracterizado pela ocorrência de flexão simples (seção superarmada) ou composta. A posição da linha neutra é interna à seção transversal, cobrindo o intervalo de  $x > x_y$  até  $x < d$ . A deformação do concreto é pontual e igual a  $\varepsilon_c = 3,5\%$ , com a deformação do aço variando entre  $\varepsilon_{yd}$  e 0. O estado limite último acontece pela ruptura do concreto comprimido sem o escoamento do aço. Antes da ruptura, o concreto apresenta fissuras de pequena abertura, sendo que o colapso ocorre de maneira brusca na zona comprimida do concreto e sem o escoamento da armadura. Denominadas de superarmadas, deve ser evitado o dimensionamento de peças de concreto nesse domínio.

### 2.2.3.6.Domínio 4a

O domínio 4a é caracterizado pela ocorrência da flexão composta com armaduras comprimidas. Esse domínio só ocorre com a flexo-compressão. A posição da linha neutra é interna à seção transversal, situando-se entre  $x \geq d$  até  $x < h$ . O estado limite último acontece pela ruptura do concreto comprimido, sem o escoamento do aço e o aparecimento de fissuras.

### 2.2.3.7.Domínio 5

No domínio 5 ocorre a compressão não uniforme, onde toda a seção de concreto está comprimida. A posição da linha neutra é externa à seção transversal, cobrindo o intervalo de  $x \geq h$  até  $x < +\infty$ . O estado limite último ocorre para flexo-compressão com  $\varepsilon_c = 3,5\%$  ou para compressão uniforme com  $\varepsilon_c = 2\%$ , onde o colapso frágil e sem a presença de fissuras.

### 2.2.3.8.Reta “b”

Representa a seção transversal submetida a uma compressão uniforme, onde toda a seção é comprimida de modo uniforme. A posição da linha neutra é dada por  $x = +\infty$  e a seção resistente é constituída pelo concreto e pelas armaduras, apresentando, em ambos os casos, uma deformação de  $-2\%$  para concretos até a classe C50. O estado limite último é atingido por ruptura do concreto com um encurtamento de  $2\%$ .

### 2.2.3.9.Análise do Domínio de Dimensionamento

A partir da descrição dos domínios, o dimensionamento estrutural ocorrerá considerando os

domínios 2 e 3, sendo que para o domínio 4 a ruptura da peça é de forma brusca, onde se faz necessária a adoção de armadura dupla, tornando o projeto antieconômico. Apesar de existir a possibilidade do uso do domínio 2 para o dimensionamento, essa situação não é a mais econômica, haja visto que a armadura estará beirando a deformação plástica pelo esforço de tração e, do outro lado, o concreto começando a ser comprimido.

### 2.3. Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado

Durante o dimensionamento estrutural, ao obter a altura da linha neutra e o valor da altura útil, pode-se avaliar o domínio de deformação da estrutura e, por conseguinte, como a peça irá atingir o estado limite último. Conforme dito no tópico anterior, o dimensionamento realizado no presente trabalho se limitará aos domínios 2 e 3. Ademais, de acordo com a NBR 6118:2014 as condições de ductilidade devem respeitar o domínio 3 de deformações. A norma aborda essa situação no item 14.6.4.3:

*“A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade. Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:*

- a)  $x/d \leq 0,45$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq 0,35$  para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa.

Sendo escolhidas as características geométricas da seção transversal da viga ( $h$ ,  $b_w$  e  $d$ ), além do tipo de aço utilizado ( $f_{yd}$  e  $\varepsilon_{yd}$ ) e determinada a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ), o cálculo da área de aço longitudinal é realizado por meio do equilíbrio das forças atuantes na seção. Como não há força externa, deve-se igualar a força atuante no concreto ( $F_c$ ) com a que atua na armadura ( $F_s$ ). Logo, o equilíbrio das forças normais atuantes na seção transversal será dado pela Equação 2.7:

$$\sum F = 0 \rightarrow F_s - F_c = 0 \rightarrow F_s = F_c \quad (2.7)$$

De acordo com Carvalho e Figueiredo (2015), para o equilíbrio dos momentos na seção transversal, deve ser igualado o momento externo atuante de cálculo com o momento gerado pelas forças internas em relação ao centro de gravidade das armaduras ( $z$ ). Logo, o equilíbrio

dos momentos atuantes na seção transversal será dado pela Equação 2.8:

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_c \cdot z = F_s \cdot z \quad (2.8)$$

Adotando o domínio 3 para o dimensionamento, fixando as dimensões da seção transversal, as propriedades dos materiais e conhecendo o momento fletor solicitante, fica faltando determinar a posição da linha neutra ( $x$ ) e a área de aço necessária para resistir a flexão ( $A_s$ ). Sendo assim, a resultante das tensões de compressão no concreto ( $F_c$ ) e o braço de alavanca ( $z$ ) são expressos pelas Equações 2.9 e 2.10, respectivamente:

$$F_c = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot b_w \cdot (\lambda \cdot x) \quad (2.9)$$

$$z = d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x \quad (2.10)$$

Substituindo as Equações 2.9 e 2.10 na Equação 2.8, tem-se a Equação 2.11:

$$M_d = F_c \cdot z = (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot b_w \cdot (\lambda \cdot x) \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \quad (2.11)$$

Isolando a posição da linha neutra ( $x$ ), é possível determinar seu valor por meio da Equação 2.12:

$$x = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 2 \cdot \left( \frac{M_d}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}} \right)}}{\lambda} \quad (2.12)$$

Por meio da hipótese básica da seção plana, as deformações de cálculo na armadura ( $\varepsilon_{sd}$ ) e a fibra de concreto mais comprimida ( $\varepsilon_{cd}$ ) podem ser relacionadas trigonometricamente pela Equação 2.13:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{sd}} = \frac{x}{d - x} \quad (2.13)$$

A partir da Equação 2.13, é possível determinar a relação entre a posição da linha neutra ( $x$ ) com a altura útil ( $d$ ), obtendo a Equação 2.14:

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{sd}} \quad (2.14)$$

Por fim, a área necessária de armadura ( $A_s$ ) é obtida por meio da Equação 2.15:

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} = \frac{M_d}{(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) \cdot f_{yd}} \quad (2.15)$$

## 2.4. Conceitos Básicos de Probabilidade e Estatística

O sistema construtivo do concreto armado está sujeito a incertezas intrínsecas ao processo executivo, dos fenômenos físicos, químicos e biológicos, bem como as incertezas decorrentes do erro humano ou dos modelos adotados para o dimensionamento das estruturas. Essas incertezas, de natureza aleatória, podem ser associadas a variáveis aleatórias contínuas, sendo sua variabilidade modelada por uma função densidade de probabilidade. Essa função, ao ser integrada, permite o cálculo da probabilidade da variável assumir um valor dentro de determinado intervalo.

Nesta seção do trabalho é apresentada uma breve revisão dos conceitos básicos de probabilidade e estatística que são necessários para os estudos de confiabilidade estrutural. Dessa forma, serão descritos conceitos como o de variáveis aleatórias, distribuições de probabilidade e distribuição normal equivalente, além de como fazer a caracterização estatística de uma variável aleatória.

### 2.4.1. Variáveis aleatórias

Seja  $\Omega$  o espaço amostral formado por um conjunto de pontos amostrais  $w$  obtidos por meio de experimento. Uma variável aleatória real  $X_{(w)}$  é obtida através da atribuição de um número real  $x$  para cada ponto amostral. De acordo com Beck (2019), define-se como uma variável aleatória uma função que associa um valor real a cada resultado de um experimento aleatório, podendo ela ser classificada como discreta ou contínua.

Uma variável aleatória discreta é definida quando o domínio de  $\Omega$  é formado por uma quantidade contável de pontos. Já uma variável aleatória é denominada como contínua quando o domínio de  $\Omega$  é formado por um número não contável de pontos. No presente trabalho, os parâmetros utilizados apresentam o domínio característico de uma variável aleatória contínua,

não sendo utilizadas variáveis aleatórias discretas.

Por meio da *Teoria Matemática de Probabilidades* (ANG; TANG, 2007), fica definida como probabilidade a função de um evento  $w$  em um espaço amostral  $\Omega$ , dada por ( $Pr(w)$ ), que atenda os seguintes axiomas:

- a)  $0 \leq Pr(w) \leq 1$  para todo  $w \in \Omega$ ;
- b) Se  $w_1, w_2, \dots, w_n$  são  $n$  eventos mutuamente exclusivos de  $\Omega$ , então  $Pr(\cup_{i=1}^n w_i) = \sum_{i=1}^n Pr(w_i)$ ;
- c)  $Pr(\Omega) = 1$ .

Dessa forma, pode-se descrever a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória  $X$  por meio de sua Função de Distribuição Acumulada de Probabilidades (CDF),  $F_X(x)$ , dada pela Equação 2.16.

$$F_X(x) = Pr(X \leq x) \quad (2.16)$$

Além disso, define-se matematicamente como Função Densidade de Probabilidade (PDF),  $f_X(x)$ , de uma variável aleatória contínua  $X$  por meio da Equação 2.17.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.17)$$

Com isso, é possível calcular a CDF através da Equação 2.18.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\tau) d\tau \quad (2.18)$$

Tendo em vista essas formulações, a probabilidade pode ser calculada por meio de um intervalo de eventos da variável analisada, como pode ser visto na Equação 2.19, devendo o resultado da integração no intervalo de  $-\infty$  até  $\infty$  ser igual a um.

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (2.19)$$

### 2.4.2.Momentos de uma Variável Aleatória

Para a caracterização de uma variável aleatória em relação à sua tendência central, dispersão e assimetria da distribuição de probabilidades, faz-se necessária a determinação de seus momentos.

O valor esperado, também conhecido como primeiro momento ou média de uma variável aleatória  $X$ , denominado por  $E(X)$  ou  $\mu_X$ , é dado pela Equação 2.20 (ANG; TANG, 2007).

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.20)$$

Já a variância  $Var(X)$ , também conhecida como segundo momento de uma variável aleatória  $X$ , é determinada pela Equação 2.21.

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f_X(x) dx \quad (2.21)$$

Todavia, é corriqueira a adoção do conceito de desvio padrão  $\sigma_X$ , obtido por meio da raiz quadrada da variância, onde o mesmo representa uma medida de dispersão da variável aleatória (Equação 2.22). Além disso, pode ser utilizado o coeficiente de variação como medida de dispersão, por meio da média da variável aleatória ( $\mu_X$ ), conforme a Equação 2.23 (ANG; TANG, 2007).

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} \quad (2.22)$$

$$COV = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.23)$$

### 2.4.3.Distribuições de Variáveis Aleatórias Contínuas

As distribuições de probabilidade, de forma prática, podem ser utilizadas quando possuem capacidade de representar estatisticamente um determinado fenômeno que está sendo investigado. Todavia, para o uso nos problemas de engenharia já existem na literatura distribuições que atendem às condições supracitadas, como as citadas em Ang e Tang (2007) e Sagrilo (2003). As principais funções serão apresentadas na tabela a seguir:

**Tabela 03** – Distribuições de probabilidade utilizadas no trabalho.

Distribuição	$f_X(x)$	Média $\mu_X$	Desvio padrão $\sigma_X$
<b>Gaussiana (Normal)</b>	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$ $-\infty < x < \infty$	$\mu$	$\sigma$
<b>Lognormal</b>	$\frac{1}{\zeta x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right]$ $x \geq 0$	$\exp\left(\lambda + \frac{1}{2}\zeta^2\right)$	$\mu_X\sqrt{[\exp(\zeta^2) - 1]}$
<b>Gumbel (Tipo I)</b>	$\alpha \cdot \exp[-\alpha \cdot (x - u) - e^{-\alpha \cdot (x - u)}]$	$u + \frac{0.5772}{\alpha}$	$\frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}$

**Fonte:** Autor.

#### 2.4.4. Distribuição Normal Equivalente

Uma distribuição de probabilidades qualquer pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana equivalente NE em um determinado ponto  $x^*$ . Para isso, iguala-se a PDF e a CDF de uma distribuição normal à PDF e CDF da distribuição real num determinado ponto (MELCHERS; BECK, 2018).

$$\begin{cases} f_X(x^*) = \frac{1}{\sigma_{NE}} \phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right), \\ F_X(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mu_{NE}}{\sigma_{NE}}\right). \end{cases} \quad (2.24)$$

Resolvendo o sistema de equações acima para isolar  $\mu_{NE}$  e  $\sigma_{NE}$ , podemos definir os parâmetros por meio da Equação 2.25.

$$\begin{cases} \sigma_{NE} = \frac{\phi\left(\Phi^{-1}(F_X(x^*))\right)}{f_X(x^*)}, \\ \mu_{NE} = x^* - \sigma_{NE}\Phi^{-1}(F_X(x^*)). \end{cases} \quad (2.25)$$

#### 2.4.5. Caracterização de uma Variável Aleatória

Para a caracterização de uma variável aleatória de um fenômeno, a coleta de dados para a amostra deve apresentar as mesmas condições de ocorrência. Por meio da amostra, os

parâmetros média e desvio padrão podem ser determinados pela Equação 2.26 e Equação 2.27, respectivamente (BECK, 2019).

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2.26)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2. \quad (2.27)$$

Sendo  $N$  o tamanho da amostra.

Todavia, uma amostra consiste em um conjunto de ocorrências de uma população, ou seja, ela não é uma variável aleatória. No entanto, a média e desvio padrão de uma amostra são estimadores da média e desvio padrão de uma variável aleatória.

Tendo em mãos esses parâmetros da amostra, faz-se necessária a escolha do modelo de distribuição de probabilidades hipotético e o cálculo dos seus respectivos parâmetros. Podem ser utilizados diferentes métodos para cálculo dos parâmetros, a exemplo do método dos momentos, do método dos mínimos quadrados e do método da máxima verossimilhança.

Sendo conhecidos os modelos hipotéticos de distribuição de probabilidades junto com seus parâmetros estimados, verifica-se qual deles se ajusta melhor aos dados das amostras através de testes de aderência. De forma simplificada, pode ser feita uma comparação visual entre o modelo e o histograma da amostra (análise qualitativa) ou podem ser utilizados testes que também fazem uma análise quantitativa, como por exemplo o Komolgorov-Smirnov e Chi-Quadrado (ANG; TANG, 2007).

## 2.5. Teoria da Confiabilidade Estrutural

Conforme visto, as estruturas de concreto armado possuem incertezas atreladas ao seu método construtivo, aos seus métodos de dimensionamento, aos fenômenos físicos ou ao erro humano. Com isso, a confiabilidade estrutural tem como principal objetivo a avaliação da segurança da estrutura ou da probabilidade de que a mesma viole requisitos os quais se espera que sejam satisfeitos, como por exemplo deslocamentos inadmissíveis, instabilidade e abertura inadmissível de fissuras.

Alguns órgãos internacionais estabelecem valores aceitáveis de probabilidade de falha em diversas aplicações referentes à mecânica estrutural, como por exemplo o Joint Committee on Structural Safety (JCSS) e o European Committee for Standardization (CEN).

De acordo com Gouveia (2014), são necessários três requisitos básicos para avaliação da probabilidade de falha:

- a) a caracterização estatística das variáveis de projeto, bem como seu comportamento individual e em conjunto;
- b) uma equação de estado limite;
- c) um método de análise de confiabilidade.

Após a caracterização estatística das variáveis aleatórias do projeto, faz-se necessária a definição das equações de estado limite (funções de falha) do problema analisado, por meio dos parâmetros associados ao sistema estrutural em estudo. Essa função de falha  $G(\mathbf{X})$ , onde  $\mathbf{X}$  é o vetor de variáveis aleatórias do modo de falha escolhido para análise, define a fronteira entre o domínio de falha ( $\Omega_f$ ) e a região de segurança da estrutura ( $\Omega_s$ ). Com isso, definem-se eventos de falha e eventos seguros pela Equação 2.28.

$$\begin{cases} G(\mathbf{X}) > 0 \rightarrow \text{Evento Seguro} \\ G(\mathbf{X}) \leq 0 \rightarrow \text{Evento de Falha} \end{cases} \quad (2.28)$$

Por fim, com as funções de falha e suas respectivas variáveis aleatórias, os métodos de análise de confiabilidade permitem o cálculo da ocorrência de eventos de ruína. No presente trabalho, foi escolhido o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e a Simulação de Monte Carlo para avaliação da probabilidade de falha.

### 2.5.1. Problema Básico da Confiabilidade

Sejam  $R$  (resistência) e  $S$  (solicitação) variáveis gaussianas e independentes (não correlacionadas). A formulação básica para a equação de estado limite é dada por meio da capacidade resistente versus demanda solicitante, denominada como margem de segurança ( $M$ ), descrita pela Equação 2.29 (BECK, 2019).

$$G(R, S) = M = R - S \quad (2.29)$$

Valores positivos da equação de estado limite representam observância ao estado limite verificado, enquanto valores negativos indicam sua violação. Para o caso em análise,  $M$  também é uma variável aleatória gaussiana, de média  $\mu_M$  e desvio padrão  $\sigma_M$ , definidos pelas Equações 2.30 e 2.31, respectivamente.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S, \quad (2.30)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}. \quad (2.31)$$

Dessa forma, a probabilidade de falha consiste na probabilidade de  $M \leq 0$ , observada na Equação 2.32.

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(M \leq 0) = F_M(0) \quad (2.32)$$

Com o intuito de definir o índice de confiabilidade,  $M$  será transformada em uma variável aleatória com distribuição gaussiana padrão, ou seja, de forma adimensional, com média nula (centrada na origem) e desvio padrão unitário, definida pela Equação 2.33.

$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (2.33)$$

Com isso, a probabilidade de falha pode ser caracterizada pela função de distribuição cumulativa normal padrão ( $\Phi$ ), conforme Equação 2.34.

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - \mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (2.34)$$

A partir do argumento da função apresentada em (2.34), define-se geometricamente o índice de confiabilidade  $\beta$  como a distância entre a origem do sistema de coordenadas e o ponto correspondente a  $M = 0$  no espaço reduzido segundo a Equação 2.35 (CORNELL, 1969).

$$\beta = \left\| -\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right\| = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (2.35)$$

Logo, a Equação 2.34 pode ser reescrita em função desse novo índice, resultando na Equação 2.36.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.36)$$

## 2.6. Métodos de Análise em Confiabilidade Estrutural

Nesta seção serão apresentados os métodos para análise da confiabilidade estrutural escolhidos para determinação das probabilidades de falha.

### 2.6.1. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem – FORM

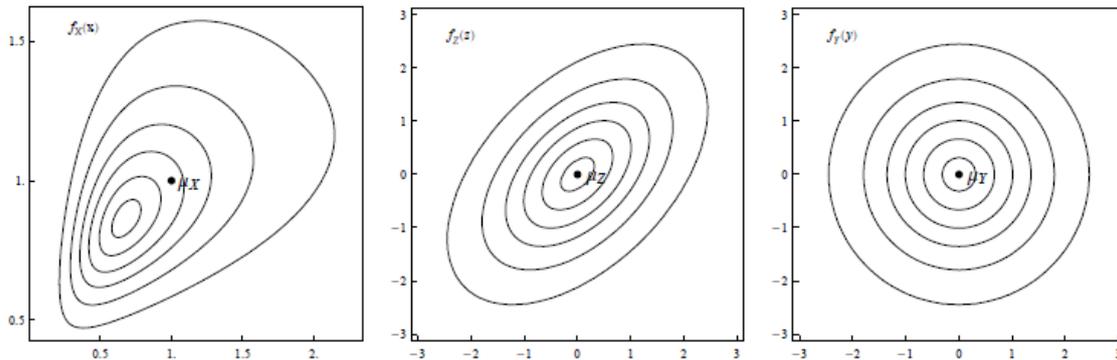
O método de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method* - FORM) é um método semi-analítico iterativo que permite a consideração das funções de distribuição de probabilidades bem como da correlação entre as variáveis aleatórias do problema nas análises de confiabilidade estrutural (SHINOZUKA, 1983). Ele consiste na construção de uma função conjunta de distribuição de probabilidades  $f_X(\mathbf{x})$  e na transformação desta em uma distribuição Gaussiana padrão multivariada  $f_Y(\mathbf{y})$  (com média zero e desvio padrão unitário). Para isso, é utilizada uma transformação composta com o modelo de Nataf (1962), baseada na representação das variáveis com diferentes distribuições de probabilidades em suas versões normais equivalentes, a cada iteração, sendo também a correlação entre as variáveis aleatórias eliminada (BECK, 2019). As etapas dessa transformação são descritas abaixo:

- 1) uma transformação das distribuições marginais originais em distribuições normais equivalentes (em um conjunto de variáveis  $\mathbf{Z}$  correlacionadas);
- 2) determinação de coeficientes de correlação equivalentes para as distribuições marginais normais (modelo de Nataf);
- 3) eliminação da correlação através de decomposição ortogonal ou da fatoração de Cholesky da matriz de correlação.

A Figura 05 demonstra essas etapas de transformação. Na figura à esquerda, têm-se duas variáveis de distribuição lognormal correlacionadas representadas no seu espaço original,

sendo o coeficiente de correlação igual a 0,5. Na figura central, as variáveis são representadas por suas normais equivalentes, ainda correlacionadas (espaço intermediário), tendo sua correlação posteriormente eliminada, chegando ao espaço transformado final, à direita. O processo iterativo pelo chamado ponto de projeto ocorre no espaço transformado. Maiores detalhes acerca da formulação do método podem ser verificados em Melchers e Beck (2018).

**Figura 05** - Transformação das variáveis de projeto no método FORM.



**Fonte:** Beck (2019)

### 2.6.2. Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo consiste na geração de  $N$  cenários randômicos, sendo eles avaliados na função de falha  $G(\mathbf{X})$ . Os cenários que apresentarem  $G(\mathbf{X}) \leq 0$  são contabilizados como falhas ( $N_f$ ), onde a probabilidade de falha é estimada segundo a Equação 2.37 (MELCHERS; BECK, 2018).

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (2.37)$$

Para a geração dos cenários, faz-se necessária a geração de valores randômicos para as variáveis aleatórias do problema analisado, sendo respeitadas suas respectivas distribuições de probabilidade. Para isso, são necessários algoritmos de geração de números aleatórios. Nesse caso, o presente trabalho utilizará os pacotes numéricos *Scipy* e *Numpy*, bem como a linguagem de programação *Python* para implementação dos códigos utilizados nas análises com simulação de Monte Carlo e pelo método de confiabilidade de primeira ordem (FORM).

Ademais, a partir de um erro pré-estabelecido, geralmente o coeficiente de variação ( $COV$ ) da probabilidade de falha, é possível mensurar um número mínimo de cenários ( $N_{min}$ ). Uma

fórmula para o cálculo de  $N_{mín}$  é apresentada por Ang e Tang (2007) por meio da Equação 2.38.

$$N_{mín} = \frac{1}{COV^2} \cdot \frac{1 - P_f}{P_f} \quad (2.38)$$

Conforme pode ser visto, para a determinação do número mínimo de cenários é necessária uma estimativa prévia da probabilidade de falha ( $P_f$ ), a qual pode ser obtida por meio do uso dos métodos semi-analíticos, tais como o FORM, FOSM (*First Order Second Moment*) ou SORM (*Second Order Reliability Method*), além da possibilidade do uso da simulação de Monte Carlo com um número reduzido de simulações. Por fim, o  $COV$  da probabilidade de falha de uma simulação de Monte Carlo pode ser determinado a partir da Equação 2.38, obtendo a Equação 2.39.

$$COV = \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \cdot P_f}} \quad (2.39)$$

## 2.7. Equações de Estado Limite de Serviço

Para facilitar o desenvolvimento das rotinas computacionais implementadas em código Python, será demonstrado como foram obtidas as equações de estado limite de serviço em função das variáveis aleatórias do estudo.

### 2.7.1. Deformação Excessiva

No presente trabalho, a falha para o estado limite de deformação excessiva fica caracterizada quando a deformação total da peça excede o limite de deslocamento estabelecido na Tabela 3.3 da NBR 6118:2014. A função escolhida para esse modo de falha foi a descrita por Honfi et al. (2012), baseada na seção 7.4.3 do Eurocode (2004), representada na Equação 2.40.

$$G(\mathbf{X}_{Def}) = \theta_R \delta_{lim} - \theta_E \delta_{max} \quad (2.40)$$

Em que:

$\mathbf{X}_{Def} = [\theta_R, \theta_E, b, h, d', f_c, E_s, A_s, M_g, M_q, M_w]$  é o vetor de variáveis aleatórias do projeto associadas à avaliação de deformação excessiva;

$\theta_R$  é a incerteza do modelo de resistência (neste caso, o modelo de deflexão);

$\theta_E$  é a incerteza do modelo de deformação total da peça;

$b, h$  são a base e a altura da seção transversal da viga, respectivamente;

$d'$  é a distância entre o centro geométrico das barras tracionadas à fibra mais tracionada da seção transversal;

$f_c$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$A_s$  é a área efetiva de armadura tracionada da seção;

$M_g, M_q, M_w$  são os momentos solicitantes ocasionados pelas cargas permanente, pelas cargas acidentais e pelo vento, respectivamente;

$\delta_{lim}$  é o limite de deslocamento da peça;

$\delta_{max}$  é a deflexão máxima do elemento para o período de referência (50 anos).

Com isso, a probabilidade de falha fica definida como a probabilidade de ultrapassar o estado limite de serviço, descrita pela Equação 2.41.

$$p_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] \quad (2.41)$$

Para o limite de deslocamento, foi escolhido o critério de aceitabilidade sensorial visual presente na Tabela 13.3 da NBR 6118:2014. Sendo assim, será adotado  $\delta_{lim} = L/250$ , sendo  $L$  o vão da viga em análise.

No caso do concreto armado, para o cálculo da deflexão máxima deverão ser levados em conta os efeitos da fluência e da retração. Os elementos estruturais que apresentam fissuras possuem um comportamento intermediário entre uma seção fissurada e não fissurada. Sendo assim, a máxima deflexão pode ser calculada pela Equação 2.42.

$$\delta_{max} = \xi \delta_2 + (1 - \xi) \delta_1 \quad (2.42)$$

Em que:

$\delta_1$  é a deflexão calculada considerando a condição não fissurada da peça;

$\delta_2$  é a deflexão calculada considerando a condição fissurada da peça;

$\xi$  é o coeficiente de distribuição levando em consideração o grau de fissuração, definida pela Equação 2.43.

$$\xi = 1 - \beta_t \cdot \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \quad (2.43)$$

Em que:

$\beta_t$  é um coeficiente que leva em consideração a duração da carga ( $\beta_t = 1,0$  para carregamento de curta duração e  $\beta_t = 0,5$  para carregamentos de longa duração);

$M_{cr}$  é o momento de fissuração da peça calculado pela Equação 2.44 (calculado considerando a combinação quase-permanente de serviço);

$M_a$  é o momento fletor máximo ao longo do vão da peça descrito pela Equação 2.45 (calculado considerando a combinação quase-permanente de serviço).

$$M_{cr} = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_1}{y_t} \quad (2.44)$$

$$M_a = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (2.45)$$

Em que:

$\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta.  $\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

$f_{ct}$  é a resistência do concreto à tração direta:

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ para deformação excessiva;}$$

$I_1$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto:  $I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12}$ ;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada:  $y_t = \frac{h}{2}$ ;

$L$  é o vão da viga analisada;

$q$  é a carga distribuída máxima calculada levando em consideração a combinação quase-permanente.

Fazendo as simplificações, temos a Equação 2.46 para o momento de fissuração:

$$M_{cr} = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_1}{y_t} = \frac{1,5 \cdot 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} (b \cdot h^3) / 12}{h/2} = \frac{0,45 \cdot b \cdot h^2 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{6} \quad (2.46)$$

É notório que a máxima deflexão de uma viga biapoiada simples com carga  $q$  uniformemente distribuída é  $\left(\frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}\right)$ . Com base nisso, a equação para a deflexão máxima do elemento ( $\delta_{max}$ ) será dada pela Equação 2.47. Para o seu cálculo, faz-se necessária a determinação do módulo de deformação efetivo do concreto ( $E_{c,ef}$ ), por meio da Equação 2.48, além da determinação do momento de inércia no estágio II ( $I_2$ ) e da posição da linha neutra ( $x$ ), através da Equação 2.49 e da Equação 2.50, respectivamente.

$$\delta_{max} = \xi \delta_2 + (1 - \xi) \delta_1 = \xi \left( \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_{c,ef} \cdot I_2} \right) + (1 - \xi) \left( \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_{c,ef} \cdot I_1} \right) \quad (2.47)$$

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cs}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}} = \frac{\alpha_i E_{ci}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}} = \frac{\left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) 5600 \sqrt{f_{ck}}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}} \quad (2.48)$$

$$I_2 = \frac{b \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (2.49)$$

$$\frac{b \cdot x^2}{2} + \alpha_e \cdot A_s \cdot x - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0 \quad (2.50)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ci}} \quad (2.51)$$

Em que:

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade inicial do concreto;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$b$  e  $h$  são a base e altura da viga analisada;

$d$  é a altura útil da viga analisada;

$x$  é a posição da linha neutra, obtida por meio raiz positiva da Equação 2.50;

$A_s$  é a área efetiva de armadura tracionada da seção;

$\varphi_{(\infty, t_0)}$  é coeficiente de fluência do concreto e  $t_0$  é o tempo de início de aplicação do carregamento;

$I_2$  é o momento de inércia no estágio II.

### 2.7.1.1.Cálculo do Coeficiente de Fluência do Concreto

O coeficiente de fluência  $\varphi_{(\infty, t_0)}$ , válido também para a tração, é dado pela Equação 2.52 presente na NBR 6118:2014.

$$\varphi_{(\infty, t_0)} = \varphi_a + \varphi_{f_\infty} [\beta_f(\infty) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d_\infty} \beta_d \quad (2.52)$$

Em que:

$t_0$  é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias;

$\varphi_a$  é o coeficiente de fluência rápida, determinado pela expressão:

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C20 a C45.}$$

$$\varphi_a = 1,4 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C50 a C90.}$$

Em que:

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \frac{\beta_1(t_0)}{\beta_1(t_\infty)} \quad (2.53)$$

$$\beta_1 = e^{s[1-\sqrt{28/t}]} \quad (2.54)$$

Sendo:

$s = 0,38$  para concreto de cimento CPIII e IV;

$s = 0,25$  para concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$  para concreto de cimento CPV-ARI;

$t$  é a idade efetiva do concreto, expressa em dias.

$\varphi_{f_\infty} = \varphi_{1_c} \cdot \varphi_{2_c}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C20 a C45;

$\varphi_{f_\infty} = 0,45 \cdot \varphi_{1_c} \cdot \varphi_{2_c}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C50 a C90;

$\varphi_{1_c}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$ , expresso em porcentagem (%):

$$\varphi_{1_c} = 4,45 - 0,035U \text{ para abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e } U \leq 90 \text{ \%}.$$

$\varphi_{2_c}$  é o coeficiente dependente da espessura fictícia  $h_{fic}$  da peça, expressa em centímetros (cm), calculado a partir da Equação 2.55.

$$\varphi_{2_c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (2.55)$$

Já a espessura fictícia da peça é definida pela Equação 2.56:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (2.56)$$

$\beta_f(\infty)$  ou  $\beta_f(t_0)$  é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto, sendo  $\beta_f(\infty) = 1,0$ ;

$\varphi_{d\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível, que é considerado igual a 0,4;

$\beta_d(t)$  é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível em função do tempo ( $t - t_0$ ) decorrido após o carregamento, sendo  $\beta_d(\infty) = 1,0$ .

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (2.58)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (2.59)$$

Em que:

$$A = 42h_{fic}^3 - 350h_{fic}^2 + 588h_{fic} + 113$$

$$B = 768h_{fic}^3 - 3060h_{fic}^2 + 3234h_{fic} - 23$$

$$C = -200h_{fic}^3 + 13h_{fic}^2 + 1090h_{fic} + 183$$

$$D = 7579h_{fic}^3 - 31916h_{fic}^2 + 35343h_{fic} + 1931$$

Com a espessura fictícia  $h_{fic}$  sendo expressa em metros (m).

### 2.7.1.2.Cálculo da Idade Fictícia Para o Carregamento ( $t_0$ )

Para a determinação da idade fictícia para o carregamento das peças de concreto, é utilizada a Equação 2.60 descrita na seção A.2.4.1 da NBR 6118:2014. O cálculo da idade fictícia é adequada para ambientes com temperatura acima de 20°C, situação utilizada para calibração do equacionamento da norma.

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (2.60)$$

Em que:

$t$  é a idade fictícia, expressa em dias;

Em que:

$\gamma$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente ( $U\%$ ), obtido através da Equação 2.57.

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1U)} \quad (2.57)$$

$\alpha$  é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento. Para um concreto de cimento CPI ou II,  $\alpha = 2,0$ ;

$T_i$  é a temperatura média diária do ambiente, expressa em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ );

$\Delta t_{ef,i}$  é o período, expresso em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente,  $T_i$ , pode ser admitida constante.

Levando em conta que a temperatura média anual de Maceió fica entre  $25^{\circ}\text{C}$  e  $26^{\circ}\text{C}$ , as idades fictícias para diferentes dias de carregamento são mostradas na tabela 04:

**Tabela 04 - Idade fictícia para carregamento ( $t_0$ ).**

Dias	Idade Fictícia (Dias)
7	8,2
14	16,3
21	49,6
28	66,1

Fonte: Autor.

### 2.7.1.3. Equação para o Coeficiente de Fluência do Concreto

A função de crescimento da resistência do concreto com a idade (Eq. 2.54) para o projeto em questão foi calculada tendo em vista um concreto de cimento CPI ou II, ou seja,  $s = 0,25$ , além de uma idade efetiva de 21 dias para aplicação da carga no concreto.

Para  $t_0 = 21$  dias, têm-se:

$$\beta_1(21) = e^{0,25[1-\sqrt{28/21}]} = 0,962$$

Para  $t = \infty$  dias, têm-se:

$$\beta_1(21) = e^{0,25[1-\sqrt{28/\infty}]} = 1,284$$

Com isso, levando em conta o uso de um concreto de classe entre C25 e C40, o coeficiente de fluência rápida aplicada no projeto será:

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] = 0,8 \left[ 1 - \frac{0,962}{1,284} \right] = 0,201$$

A fim de estabelecer uma equação para o cálculo do coeficiente de fluência, visa-se determina-la de modo que esta fique em função das variáveis aleatórias do projeto. Tendo em vista que a umidade média anual é de 80% para a cidade de Maceió, com um abatimento para o concreto no intervalo de 5 cm a 9 cm e sendo considerado  $t_0 = 21$  dias para aplicação do carregamento, ou seja,  $t_{fic} = 49,6$  dias, têm-se:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1U)} = 1 + e^{(-7,8+0,1 \cdot 80)} = 2,221$$

$$h_{fic} = 2,221 \frac{2A_C}{u_{ar}} = \frac{4,443A_C}{u_{ar}}$$

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035 \cdot 80 = 1,65$$

$$\beta_f(t) = \frac{49,6^2 + 49,6 \cdot A + B}{49,6^2 + 49,6 \cdot C + D}$$

Portanto, a expressão utilizada para o cálculo do coeficiente de fluência das vigas será dada pela Equação 2.61.

$$\varphi_{(\infty, t_0)} = 0,201 + 1,65 \cdot \left( \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \right) \left[ 1,0 - \frac{49,6^2 + 49,6 \cdot A + B}{49,6^2 + 49,6 \cdot C + D} \right] + 0,4 \cdot 1,0 \quad (2.61)$$

Conforme pode ser visto na equação acima, o coeficiente de fluência está em função da espessura fictícia do elemento estrutural em análise, onde o mesmo é determinado em função da área da seção transversal da peça ( $A_C$ ) e do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar ( $u_{ar}$ ), ou seja, ambos em função da altura e largura da viga.

### 2.7.2. Abertura de Fissuras

O modelo utilizado como equação de estado limite para abertura de fissura foi o apresentado por McLeod (2019), o qual foi baseado nas formulações presentes na norma fib Model Code (2010), descrita pela Equação 2.62. Ademais, esse modelo leva em consideração os efeitos gerados pela retração do concreto nos valores de abertura de fissuras máximas. A falha para esse estado limite fica caracterizada quando a abertura da fissura ultrapassa o limite estabelecido por norma.

$$F(\mathbf{X}_{Fis}) = \omega_{lim} - \theta_{\omega} \omega_{max} \quad (2.62)$$

Em que:

$\mathbf{X}_{Fis} = [\theta_{\omega}, b, h, d', f_c, E_s, A_s, M_g, M_q, M_w]$  é o vetor de variáveis aleatórias do projeto associadas à avaliação de abertura de fissuras;

$\theta_{\omega}$  é a incerteza do modelo de abertura de fissura máxima da peça;

$b, h$  são a base e a altura da seção transversal da viga, respectivamente;

$d'$  é a distância entre o centro geométrico das barras tracionadas à fibra mais tracionada da seção transversal;

$f_c$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$A_s$  é a área efetiva de armadura tracionada da seção;

$M_g, M_q, M_w$  são os momentos solicitantes ocasionados pelas cargas permanente, pelas cargas acidentais e pelo vento, respectivamente;

$\omega_{lim}$  é o limite de abertura de fissura da peça;

$\omega_{max}$  é a abertura de fissura máxima do elemento para o período de referência (50 anos).

Para determinar a abertura de fissura máxima da peça, foi escolhida a formulação presente no Model Code 2010, sendo ela a que melhor estima esse parâmetro. Com isso,  $\omega_{max}$  é calculado com a Equação 2.63.

$$\omega_{max} = 2 \cdot l_{s,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \eta \cdot \varepsilon_{cs}) \quad (2.63)$$

Em que:

$l_{s,max}$  é o comprimento para que ocorra o deslizamento entre o concreto e o aço;

$\varepsilon_{sm}$  é a deformação média do aço para o comprimento  $l_{s,max}$ ;

$\varepsilon_{cm}$  é a deformação média do concreto para o comprimento  $l_{s,max}$ ;

$\varepsilon_{cs}$  é a deformação do concreto devido à retração.

O cálculo do comprimento  $l_{s,max}$  é dado pela Equação 2.64.

$$l_{s,max} = \kappa \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \quad (2.64)$$

Em que:

$\kappa$  é um parâmetro em função do cobrimento de concreto (no presente estudo,  $\kappa = 1,00$ );

$c$  é o cobrimento de concreto;

$f_{ctm}$  é a resistência do concreto à tração direta:

$$f_{ctm} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ para abertura de fissuras;}$$

$\tau_{bms}$  é a resistência média de adesão entre aço e concreto (no presente estudo,  $\tau_{bms} = 1,00$ );

$\phi_s$  é diâmetro nominal das barras de aço;

$\rho_{s,ef}$  é a razão entre a área de aço e a área efetiva de concreto, conforme a Equação 2.65.

$$\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} = \frac{A_s}{b \cdot \min\left(2,5 \cdot c; \frac{h}{2}; \frac{(h-x)}{3}\right)} \quad (2.65)$$

Sendo:

$A_s$  é a área efetiva de armadura tracionada da seção;

$b$  e  $h$  são a base e altura da viga analisada;

$x$  é a posição da linha neutra.

Por conseguinte, as deformações da equação 2.63 são definidas pela Equação 2.66.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \eta \cdot \varepsilon_{cs} = \frac{\sigma_s - \beta_t \cdot \sigma_{sr}}{E_s} - \eta \cdot \varepsilon_{cs} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(1 - \beta_t \cdot \frac{M_{cr}}{M_a}\right) - \eta \cdot \varepsilon_{cs} \quad (2.66)$$

Em que:

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$\eta$  é um coeficiente que leva em consideração a contribuição da retração (no presente estudo,  $\eta = 1,00$ );

$\beta_t$  é um coeficiente empírico que depende do tipo de carregamento (no presente estudo,  $\beta_t = 1,00$ );

$\sigma_s$  é a tensão do aço em uma trinca, calculada pela Equação 2.67.

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \frac{M_a}{I_2} \cdot (d - x) \quad (2.67)$$

Em que:

$I_2$  é o momento de inércia no estágio II;

$\alpha_e$  é a razão entre os módulos de elasticidade inicial do concreto e do aço:  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ci}}$ ;

$M_{cr}$  é o momento de fissuração da peça;

$M_a$  é o momento fletor máximo ao longo do vão da peça.

### 2.7.2.1. Cálculo da Deformação Devido à Retração

A retração final do concreto  $\varepsilon_{cs(\infty, t_0)}$ , segundo a NBR 6118:2014, depende de fatores como a umidade relativa do ambiente, consistência do concreto no lançamento e da espessura fictícia da peça. No tópico A.2.3 dos anexos da NBR 6118:2014 é apresentada a Equação 2.68, que

calcula essa deformação.

$$\varepsilon_{cs(\infty,t_0)} = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(\infty) - \beta_s(t_0)] \quad (2.68)$$

Em que:

$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s}$  é o valor final da retração;

$\varepsilon_{1s}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto:

$$\varepsilon_{1s} = \frac{-8,09 + (U/15) - (U^2/2\,284) - (U^3/133\,765) + (U^4/7\,608\,150)}{10^4}$$

para abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e  $U \leq 90\%$ ;

$\varepsilon_{2s}$  é o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33+2 \cdot h_{fic}}{20,8+3 \cdot h_{fic}}, \text{ sendo } h_{fic} \text{ a espessura fictícia, expressa em centímetros (Eq.}$$

2.56);

$\beta_s(t_0)$  ou  $\beta_s(t)$  é o coeficiente relativo à retração, no instante  $t_0$  ou  $t$ ;

$t$  é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias (neste caso no final da retração);

$t_0$  é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, expressa em dias.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (2.69)$$

Em que:

$$A = 40;$$

$$B = 116h_{fic}^3 - 282h_{fic}^2 + 220h_{fic} - 4,8;$$

$$C = 2,5h_{fic}^3 - 8,8h_{fic} + 40,7;$$

$$D = -75h_{fic}^3 + 585h_{fic}^2 + 496h_{fic} - 6,8;$$

$$E = -169h_{fic}^4 + 88h_{fic}^3 + 584h_{fic}^2 - 39h_{fic} + 0,8;$$

Com a espessura fictícia  $h_{fic}$  sendo expressa em metros (m).

### 2.7.2.2. Equação para a Deformação Devida à Retração

Para determinação da equação foi considerada uma umidade média anual de 80% para a cidade de Maceió, além de um abatimento no intervalo de 5 cm a 9 cm e sendo considerado  $t_0 = 7$  dias para o início do efeito de retração do concreto, ou seja,  $t_{fic} = 8,2$  dias. Com base nisso foram calculados os termos referentes à Equação 2.59:

$$\varepsilon_{1s} = \frac{-8,09 + (U/15) - (U^2/2\,284) - (U^3/133\,765) + (U^4/7\,608\,150)}{10^4}$$

$$\varepsilon_{1s} = \frac{-8,09 + (80/15) - (80^2/2\,284) - (80^3/133\,765) + (80^4/7\,608\,150)}{10^4} = -4 \cdot 10^4$$

O valor de  $\beta_s(\infty)$  é unitário. Considerando-se o início do efeito da retração no sétimo dia, têm-se:

$$\beta_s(8,2) = \frac{\left(\frac{8,2}{100}\right)^3 + A\left(\frac{8,2}{100}\right)^2 + B\left(\frac{8,2}{100}\right)}{\left(\frac{8,2}{100}\right)^3 + C\left(\frac{8,2}{100}\right)^2 + D\left(\frac{8,2}{100}\right) + E}$$

Portanto, a equação utilizada para o cálculo da retração do concreto das vigas será dada pela Equação 2.70.

$$\varepsilon_{cs(\infty, t_0)} = -4 \cdot 10^4 \cdot \left( \frac{33 + 2 \cdot h_{fic}}{20,8 + 3 \cdot h_{fic}} \right) \left[ 1,0 - \frac{\left(\frac{8,2}{100}\right)^3 + A\left(\frac{8,2}{100}\right)^2 + B\left(\frac{8,2}{100}\right)}{\left(\frac{8,2}{100}\right)^3 + C\left(\frac{8,2}{100}\right)^2 + D\left(\frac{8,2}{100}\right) + E} \right] \quad (2.70)$$

Observa-se que a equação acima está em função da espessura fictícia do elemento estrutural em análise, onde o mesmo é determinado em função da área da seção transversal da peça ( $A_C$ ) e do perímetro externo da seção transversal em contato com o ar ( $u_{ar}$ ), ou seja, ambos em função da altura e largura da viga.

### 2.7.3. Caracterização Estatística das Variáveis Aleatórias

Com relação à caracterização estatística das variáveis aleatórias do trabalho, foi adotada a metodologia utilizada por Honfi e Mårtensson (2011) e baseada na seção 7.4.3 do Eurocode (2004), em que foi considerado um coeficiente de variação de 10% tanto para a incerteza do modelo de resistência de deflexão como a incerteza do modelo de deformação total da peça. No que diz respeito à incerteza do modelo de abertura de fissura máxima, foi levada em conta a estimativa encontrada no trabalho de McLeod (2019), com um coeficiente de variação de 38%.

Quanto aos parâmetros geométricos, de resistência e de cargas, foram adotados como referência trabalhos nacionais, como os de Santos, Stucchi, e Beck (2014) e Santiago et al. (2020), alinhados com os dados presentes na JCSS (2001), trazendo maior proximidade com os dados da região onde será implantado o edifício. Os parâmetros estatísticos são apresentados na Tabela 05.

**Tabela 05** – Variáveis aleatórias utilizadas no trabalho.

<b>Categoria das V.A.</b>	<b>Variável Aleatória</b>	<b>Simb.</b>	<b>Unid.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Média (<math>\mu</math>)</b>	<b>COV</b>	<b>Fonte</b>
Incertezas do modelo	Erro do modelo de resistência de deflexão	$\theta_R$	-	Lognormal	1,00	0,1	(2)
	Erro do modelo de deflexão total	$\theta_E$	-	Lognormal	1,00	0,1	(2)
	Erro do modelo de abertura de Fissura	$\theta_\omega$	-	Lognormal	1,00	0,38	(4)
Ações	Permanente	$M_g$	KN.m	Normal	$1,06. M_g$	0,12	(1)
	Acidental	$M_q$	KN.m	Gumbel	$1,00. M_g$	0,40	(1)
	Vento	$M_w$	KN.m	Gumbel	$0,90. M_w$	0,34	(1)
	Concreto	$f_c$ (C30)	MPa	Normal	$1,22. f_{ck}$	0,15	(1)
	Módulo de deformação do aço	$E_s$	MPa	Normal	$1,00. E_{cs}$	0,04	(2)
Geometria	Largura da viga	$b$	cm	Normal	$1,00. b_n$	$4mm + 0,006. b_n$	(1)
	Altura da viga	$h$	cm	Normal	$1,00. h_n$	$4mm + 0,006. h_n$	(1)
	Distância do CG das barras à fibra mais tracionada	$d'$	cm	Lognormal	$1,00. d'_n$	0,27	(3)

**Tabela 05** – Variáveis aleatórias utilizadas no trabalho (continuação).

<b>Categoria das V.A.</b>	<b>Variável Aleatória</b>	<b>Simb.</b>	<b>Unid.</b>	<b>Distrib.</b>	<b>Média (<math>\mu</math>)</b>	<b>COV</b>	<b>Fonte</b>
Geometria	Área de armadura	$A_S$	cm <sup>2</sup>	Normal	$1,00 \cdot A_{Sn}$	0,02	(2)
(1) Santiago et al. (2020)							
(2) Honfi e Mårtensson (2011)							
(3) Santos, Stucchi, e Beck (2014)							
(4) McLeod (2019)							

Devido à carência de dados, e pelo fato desse não ser o foco do trabalho, não foi realizada a caracterização dos ventos de Maceió. A distribuição de Gumbel para máximos foi adotada como representativa das cargas acidentais e provenientes do vento, haja vista que ela possui boa aderência para caracterizar os extremos relativos à fenômenos naturais e por conta da grande variabilidade dessas cargas.

### 3. METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do presente Trabalho de Conclusão de Curso, foi adotada uma metodologia dividida em três etapas distintas e complementares entre si. Inicialmente, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os principais assuntos abordados no trabalho, por meio de buscas em plataformas de periódicos, dissertações e teses, além da leitura de normas brasileiras e internacionais sobre os temas: conceitos e aplicação da teoria da confiabilidade para análise do problema proposto; equações de estado limite para os modos de falha escolhidos (deformações excessivas e abertura de fissuras); estudo da linguagem de programação *Python*, para elaboração dos códigos computacionais necessários para as análises propostas; estudo das características das estruturas de concreto armado e dos procedimentos para concepção e análise estrutural do edifício modelo, baseado nos conceitos e indicações presentes na norma brasileira de Projeto de estruturas de concreto (NBR 6118: 2014).

Por conseguinte, foi realizado o lançamento, análise e dimensionamento dos elementos estruturais do edifício modelo, por meio do uso do software de cálculo estrutural TQS. Após isso, foram extraídos do software dados referentes à geometria dos elementos, as características dos materiais empregados e das solicitações aplicadas no edifício (esforços causados pelas cargas permanentes, acidentais e devidas ao vento). Em seguida, foram implementadas em linguagem *Python* as funções de falha correspondentes aos modos de falha escolhidos e os métodos de análise confiabilística.

Por fim, foram calculadas as probabilidades de falha das vigas dimensionadas, bem como dos índices de confiabilidade, por meio do uso do Método de transformação FORM, sendo o resultado validado e comparado com os obtidos por meio do Método de simulação de Monte Carlo. Com base nesses resultados, foi avaliado o nível de segurança dos elementos de viga da estrutura, sendo comparados os índices de confiabilidade obtidos com os valores alvos recomendados pelas normas internacionais.

#### 3.1. Projeto Estrutural do Edifício Modelo

No que diz respeito à elaboração de um projeto estrutural, podemos dividir em quatro principais etapas: Concepção Estrutural, Análise Estrutural, Dimensionamento e Detalhamento, Elaboração das Plantas. De forma simplificada, a etapa de concepção estrutural consiste na definição da geometria e das cargas atuantes na estrutura. Já a etapa de

análise estrutural compreende os cálculos e avaliações tanto dos esforços como das deformações da estrutura. A terceira etapa consiste no dimensionamento e detalhamento das armaduras dos elementos estruturais, sendo na última etapa organizadas as plantas e impressas para execução do projeto.

### **3.1.1. Concepção Estrutural**

Tendo em posse o projeto arquitetônico, inicia-se a etapa inicial de um projeto estrutural, que é a concepção. Nesse primeiro passo, o engenheiro calculista busca a obtenção de uma estrutura econômica, segura, atendendo aos requisitos arquitetônicos do projeto e aos requisitos de qualidade presentes nas normas técnicas. Dessa forma, podem ser utilizados diferentes sistemas e soluções estruturais, que dependem da experiência e do conhecimento técnico do profissional.

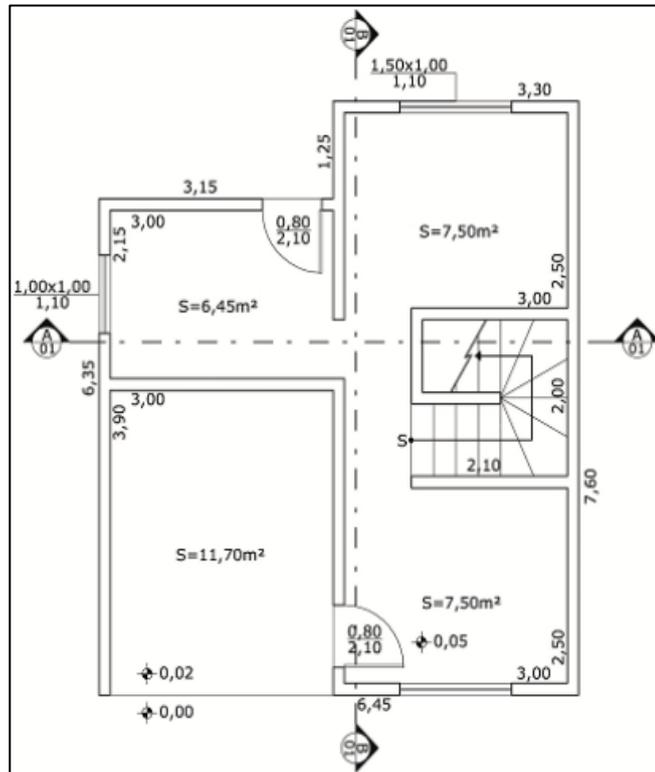
Essa fase é extremamente importante, em que são escolhidos os elementos que irão compor o sistema estrutural, bem como as suas respectivas posições e pré-dimensionamento, formando a parte resistente do edifício capaz de absorver os esforços e transmiti-los para o solo de modo seguro. Essa fase também contempla a definição das ações e combinações que atuarão na estrutura. Além disso, é necessária a compatibilização do projeto estrutural com os demais projetos complementares como, por exemplo, os projetos de instalações elétricas e hidráulicas, de prevenção e combate a incêndio, de cabeamento estruturado, dentre outros.

Para o trabalho em questão, foi utilizado de forma acadêmica o projeto arquitetônico residencial de um sobrado com aproximadamente 45 m<sup>2</sup> por pavimento, sendo que as plantas baixas dos pavimentos inferior (térreo) e superior podem ser visualizadas nas Figuras 06 e 07, respectivamente. O modelo é adotado pela empresa TQS (2020) para o treinamento de sua ferramenta.

Foram criados três pavimentos para o sobrado: térreo, pavimento superior e coberta. O pavimento Fundação foi criado com o intuito de lançar as fundações do sobrado e torna-lo mais próximo de um projeto estrutural real, sendo consideradas apenas as vigas baldrame nas análises de confiabilidade. Para a laje do pavimento superior foi escolhida o tipo maciça, com espessura de 9 centímetros e sem desnível entre elas. Já para a coberta foi escolhida a laje do tipo treliçada, com espessura de 12 centímetros. Todas as lajes foram apoiadas sobre vigas, com dimensões de 14 x 30 cm (base x altura), sendo elas o objeto de estudo do trabalho. Além disso, foram lançados pilares com dimensões de 14 x 30 cm (base x altura dependendo de sua

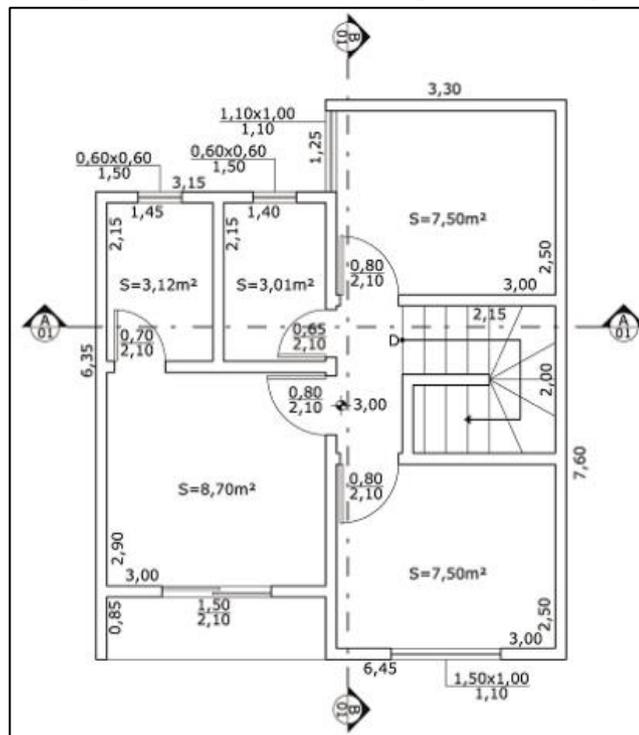
direção). A esquematização estrutural pode ser visualizada na fôrma do pavimento superior (Figura 08).

**Figura 06** – Planta baixa do pavimento inferior.



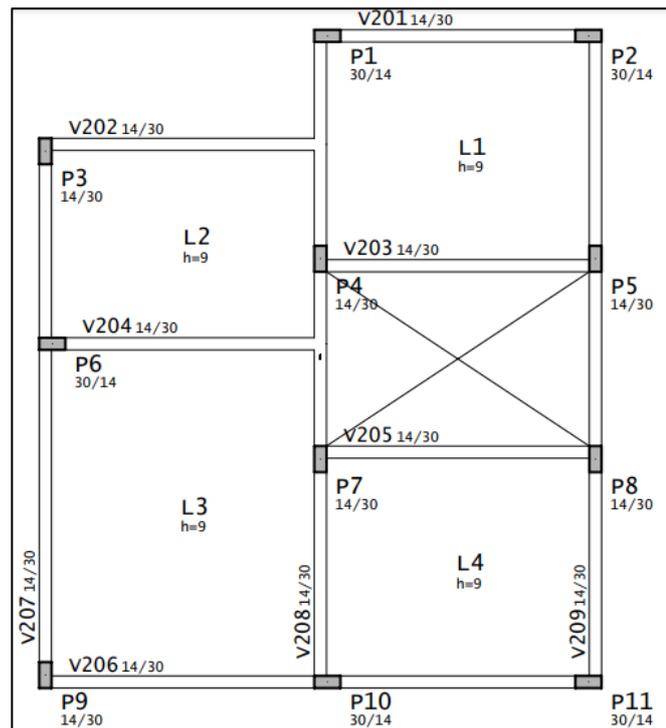
Fonte: TQS (2020)

**Figura 07** – Planta baixa do pavimento superior.



Fonte: TQS (2020)

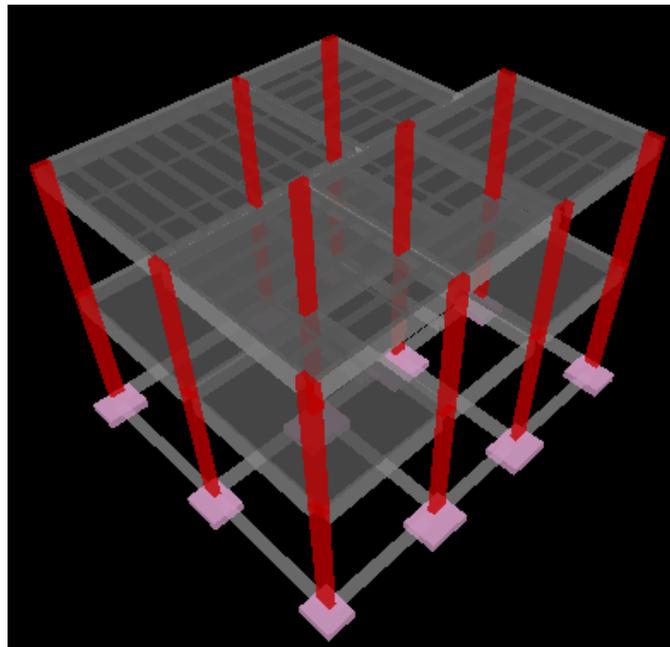
**Figura 08** – Fôrma do pavimento superior.



**Fonte:** Adaptado do TQS (2020)

Com o intuito de ter uma visão tridimensional da solução estrutural adotada para o edifício modelo, é apresentado na Figura 09 o esquema 3D do projeto.

**Figura 09** – Vista tridimensional da estrutura do edifício.



**Fonte:** Adaptado do TQS (2020)

### 3.1.2. Critérios de Projeto

A etapa de escolha dos critérios de projeto é inicial com relação às etapas de concepção e análise estrutural. Nessa fase são escolhidos os materiais utilizados e suas características, bem como os cobrimentos e as cargas e combinações atuantes no edifício. Sendo assim, essa etapa é essencial para garantir a qualidade dos resultados obtidos.

Com relação aos materiais, foi escolhido para o projeto o sistema estrutural de concreto armado. Logo, para o concreto deve ser estabelecida a sua classe de resistência e os cobrimentos, que dependem da agressividade ambiental do local de implantação do edifício. A NBR 6118:2014 apresenta quatro classes de agressividade ambiental, sendo elas classificadas em fraca, moderada, forte e muito forte. Na Tabela 06 são mostradas as informações da norma brasileira de concreto que sobre as classes de agressividade com a qualidade do concreto.

**Tabela 06** – Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40
<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655. <sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado. <sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

**Fonte:** Tabela 7.1 adaptada da NBR 6118:2014.

No que diz respeito à escolha da resistência do concreto, foi escolhida a classe de agressividade ambiental moderada (Classe II), em que foi considerada a implantação da edificação em um ambiente urbano com pequeno risco de deterioração. Dessa forma, foi adotado um concreto com classe de resistência de 30 MPa para vigas, lajes, fundações e pilares, ou seja, C30.

Com relação aos cobrimentos de concreto dos elementos estruturais, é extremamente importante sua escolha de forma adequada, servindo como uma camada que protege o aço da

agressividade do ambiente e impedindo a diminuição de sua resistência. Ademais, os cobrimentos impactam tanto na durabilidade e qualidade da estrutura como nos cálculos dos elementos, modificando a altura útil de vigas e lajes, por exemplo. Dessa forma, com base no ambiente de agressividade II, foram adotados os cobrimentos de 25 milímetros para lajes e de 30 milímetros para as vigas e pilares.

Ainda, devem ser definidas corretamente as cargas atuantes no edifício. Na inserção das ações no projeto, é necessário cuidado do engenheiro devido à possibilidade de superdimensionamento da estrutura nos casos de cargas elevadas e o subdimensionamento quando alguma carga relevante não é inserida no projeto. Para isso, a NBR 6120:2019 estabelece os valores das cargas que devem ser consideradas no projeto de estrutura de edificações, dependendo do seu uso. Sendo assim, foram utilizadas as seguintes cargas permanentes e acidentais no projeto:

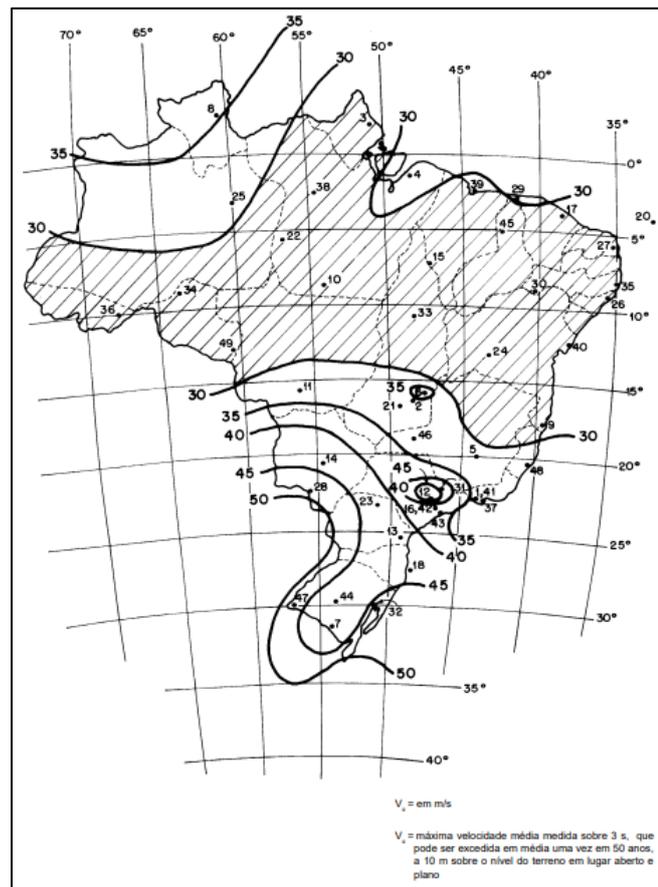
- Peso próprio dos elementos estruturais;
- Carga permanente devido ao revestimento, no valor de  $1,0 \text{ KN/m}^2$  em todos os pavimentos;
- Carga permanente de alvenarias de vedação com 14 cm, no valor de  $1,9 \text{ KN/m}^2$ ;
- Carga permanente de parapeito de sacada, no valor de  $1,0 \text{ KN/m}$ ;
- Carga permanente da cobertura, no valor de  $1,5 \text{ KN/m}^2$ ;
- Carga variável decorrente da manutenção da cobertura, no valor de  $1,0 \text{ KN/m}^2$ ;
- Carga variável decorrente do uso da edificação, no valor de  $1,5 \text{ KN/m}^2$  no pavimento térreo e superior;
- Cargas de vento.

As cargas devido ao vento, conforme a NBR 6123:1988, merecem atenção redobrada e devem ser obrigatoriamente adotadas nos projetos estruturais. Sua consideração torna as análises estruturais mais confiáveis, de modo que as ações do vento impactam diretamente nos esforços atuantes e principalmente na estabilidade das edificações (quanto mais altas, maior essa influência). Para a sua determinação, são utilizadas as recomendações presentes na NBR 6123:1988. Para estruturas de edifícios paralelepípedicos, leva-se em consideração as forças agindo de forma perpendicular em todas as fachadas e as excentricidades causadas por vento agindo obliquamente ou por efeitos de vizinhança.

Além disso, a norma prescreve o procedimento para a obtenção das ações devidas ao vento.

Inicialmente, determina-se a velocidade básica ( $v_0$ ) de acordo com a localização de implantação do edifício. Para a cidade de Maceió, de acordo com a Figura 10, fica definida uma velocidade básica de 30 m/s (uma rajada de 3 segundos, excedida em 50 anos a 10 metros acima do terreno, em campo aberto e plano).

**Figura 10** – Isopletas da velocidade básica  $v_0$  (m/s).



**Fonte:** Figura 1 da NBR 6123:1988

Para o cálculo da velocidade característica do vento ( $v_k$ ), utiliza-se a Equação 3.1.

$$v_k = v_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (3.1)$$

Em que:

$S_1$  é o fator topográfico;

$S_2$  é o fator de rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno;

$S_3$  é o fator estatístico.

Dessa forma, foi considerado o edifício sendo implantado em um terreno plano, ou seja, um fator igual a 1,0. Com relação ao fator de rugosidade, foi escolhida a categoria IV (terrenos com obstáculos numerosos e poucos espaçados) e definido como classe A para o empreendimento, resultando em um fator de 0,86. Por fim, foi determinado um fator estatístico de 1,0 (edificações em geral - residências), onde a velocidade característica do vento foi de 25,8 m/s.2

Após a definição da velocidade característica do vento, deve-se calcular pressão dinâmica atuante na edificação ( $\bar{q}$ ), obtida por meio da Equação 3.2.

$$\bar{q} = 0,613 \cdot v_k^2 \quad (3.2)$$

Logo, a pressão dinâmica será de 0,408 KN/m<sup>2</sup>. Ao multiplicar esse valor pela área e pelo coeficiente de arrasto de cada face do edifício ( $C_a$ ), obtêm-se as ações devidas ao vento. O software TQS calcula automaticamente esses coeficientes em função das dimensões em planta da edificação. Portanto, o TQS apresentou os seguintes coeficientes de arrasto para cada face (Tabela 07):

**Tabela 07** – Valores dos coeficientes de arrasto para cada direção de vento.

Vento	$C_a$
0°	1.11
90°	1.04
180°	1.11
270°	1.04

**Fonte:** Autor.

Ademais, o software utilizado para o cálculo estrutural do projeto possui critérios de cálculo e dimensionamento padrões, no qual são dimensionados elementos estruturais a favor da segurança. No entanto, a escolha dos critérios de projeto é de responsabilidade do engenheiro, sendo possível escolher os modelos de cálculo, os espaçamentos entre as grelhas, dentre outros. Com isso, são descritos os principais critérios adotados para o dimensionamento do projeto modelo:

a) Critérios de Grelha:

- O software utiliza o modelo clássico de grelha, composta por elementos lineares (barras),

conectadas por meio de nós com 3 graus de liberdades. Com isso, as vigas e lajes são representadas pelas barras, de modo que os pilares são considerados como apoios. Cada pilar é simulado como um apoio elástico, onde as vigas apoiam-se independentemente nos pilares;

- Para as vigas, pode-se considerar ou não a presença da mesa colaborante (laje) no dimensionamento. Logo, estes elementos podem ser calculados com seção “T”, sendo considerada a inércia resultante;
- No dimensionamento de lajes planas com analogia de grelha, as barras são alinhadas na direção principal e secundária, sendo possível definir o espaçamento entre elas.

#### b) Critérios de Pórtico:

- O pórtico espacial adotado pelo software consiste em um modelo tridimensional composto por elementos lineares (barras), conectadas por nós que possuem 6 graus de liberdade. Para as lajes, considera-se o efeito de diafragma rígido por meio do enrijecimento das vigas à flexão lateral;
- Na ligação viga-pilar foi definido o offset rígido, que consiste na adaptação de cálculo das rigidezes dos elementos que possuem o trecho rígido;
- Ainda com relação à ligação viga-pilar, foi utilizado sua rigidez efetiva por meio da incorporação de “molas” posicionadas nas extremidades das barras, flexibilizando as ligações;
- Com relação à estabilidade global, o empreendimento possui menos de 4 andares. Logo, não é possível adotar o coeficiente  $G_{mZ}$ ;
- Os coeficientes de não-linearidade física para a análise global da estrutura serão de 0,3 para as vigas, além de 0,6 para os pilares e 0,3 para as lajes;
- Os deslocamentos horizontais e verticais serão verificados de acordo com os limites para deslocamentos preconizados na NBR 6118:2014;
- Ainda de acordo com a NBR 6118:2014, será considerado o efeito do desaprumo global e comparado com os esforços gerados pela ação do vento.

### 3.2. Análise Estrutural

Após a concepção estrutural, a etapa de análise estrutural consiste no estudo e na previsão do comportamento da estrutura quando a mesma é solicitada pelas cargas atuantes. Com isso, são avaliados os esforços e deslocamentos que ocorrem na estrutura, com o intuito de otimizar os elementos da fase de concepção e dimensionar projetos estruturais mais econômicos e seguros.

Essa etapa é fundamental no processo de elaboração dos projetos estruturais, onde o conhecimento técnico do engenheiro se faz necessário, a fim de verificar a capacidade dos elementos estruturais em sua fase de utilização. Dessa forma, são obtidas por meio das análises as informações que subsidiarão o projetista durante o dimensionamento e detalhamento da estrutura, avaliando a coerência dos resultados provenientes dos softwares. Sendo assim, essa etapa não deve ser negligenciada pelo engenheiro, sendo essencial para a qualidade do projeto e para a diminuição dos custos.

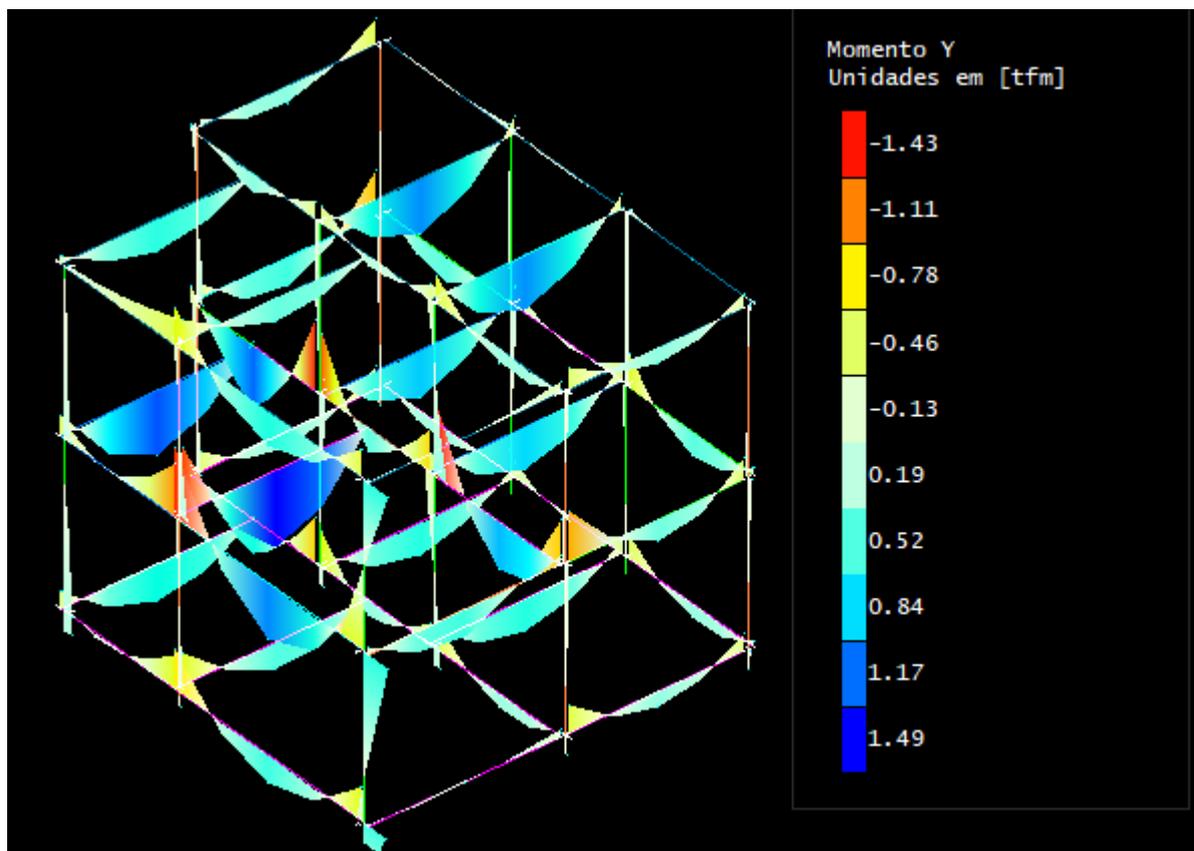
### **3.2.1. Modelo Estrutural do Edifício**

O modelo de cálculo utilizado para o dimensionamento do sobrado foi o Modelo IV do TQS, sendo os esforços solicitantes decorrentes da aplicação das ações verticais e horizontais calculados pelo pórtico espacial ELU, utilizado no dimensionamento das vigas, pilares e fundações do edifício. Além disso, o pórtico é composto por barras que simulam as vigas e pilares da estrutura, sendo incorporado o efeito de diafragma rígido das lajes. Conforme dito no tópico 3.1.2, os nós possuem 6 graus de liberdade, onde três deles são referentes às translações e os outros três correspondem às rotações, permitindo a determinação dos esforços e deslocamentos dos elementos que compõe o pórtico. Na Figura 11 é apresentado o diagrama de esforços de momento fletor para o pórtico espacial.

Além disso, no modelo escolhido as lajes são discretizadas por analogia de grelhas, sendo necessária a determinação do espaçamento entre as barras de lajes maciças. Dessa forma, para a laje maciça do pavimento superior foi determinado um espaçamento de 35 centímetros para as duas direções (principal e secundária).

Por meio dessas formulações, é possível calcular os esforços para as diferentes combinações de ações adotadas, obtendo as envoltórias necessárias para a etapa posterior do projeto estrutural, que é a etapa de dimensionamento e detalhamento.

**Figura 11** – Diagramas de momentos fletores do pórtico do edifício modelo.



Fonte: Adaptado do TQS.

### 3.2.2. Análise não-linear

A grande maioria das estruturas da engenharia apresentam um comportamento linear elástico quando submetidas às ações externas de serviço. Todavia, quando elas estão próximas de atingir o seu limite de resistência, as estruturas apresentam um comportamento não-linear. Logo, à medida que se carrega a edificação, o deslocamento não é proporcional ao acréscimo de carga, caracterizando o comportamento não-linear da estrutura. Com isso, negligenciar os efeitos ocasionados pela não linearidade das estruturas podem resultar em erros graves no dimensionamento do projeto.

Dentre os vários fatores que ocasionam o comportamento não-linear das estruturas, dois se destacam: a não-linearidade física (NLF) e a não-linearidade geométrica (NLG). A NLF é caracterizada pela alteração das propriedades dos materiais que compõem a estrutura, o comportamento do material não é elástico linear. Já na NLG é caracterizada pela modificação da geometria dos elementos estruturais, ocorrendo o aparecimento de esforços adicionais devidos à configuração deformada da estrutura.

O software TQS realiza de forma mais refinada as análises de flechas em vigas e lajes por meio da Grelha Não-linear de cada pavimento, levando em consideração a fissuração do concreto, a presença de armaduras e a fluência. Da mesma forma, o software analisa a fissuração considerando a deformação lenta ocasionada pelas cargas permanentes ao longo do tempo. O modelo escolhido para a análise não-linear adota um acréscimo de carga em 12 partes, sendo verificado o deslocamento e a fissuração etapa por etapa.

Após o processamento da estrutura é verificada sua configuração deformada, sendo comparados os resultados de deslocamentos e fissuração com as Tabelas 13.3 e 13.4 da NBR 6118:2014, respectivamente. Os deslocamentos e fissurações máximas das vigas e lajes do projeto em estudo são apresentados nas Tabelas 08 e 09.

**Tabela 08 – Deslocamentos das vigas e lajes do Edifício Modelo.**

<b>Pavimento</b>	<b>Viga/Laje</b>	<b>Vão</b>	<b>Deslocamento máximo (cm)</b>	<b>Deslocamento-limite (cm)</b>
<b>Fundação</b>	V101	1	0,07	1,17
	V102	1	0,26	1,25
	V103	1	0,20	1,23
	V104	1	0,14	1,21
	V105	1	0,20	1,23
	V106	1	0,01	1,28
		2	0,06	1,18
	V107	1	0,18	1,51
		2	0,01	0,87
	V108	1	0,04	1,01
		2	0,01	0,92
		3	0,07	1,01
	V109	1	0,05	1,01
		2	0,00	0,92
		3	0,05	1,01
<b>Superior</b>	V201	1	0,10	1,17
	V202	1	0,25	1,25
	V203	1	0,16	1,23

**Tabela 08** – Deslocamentos das vigas e lajes do Edifício Modelo (continuação).

<b>Pavimento</b>	<b>Viga/Laje</b>	<b>Vão</b>	<b>Deslocamento máximo (cm)</b>	<b>Deslocamento-limite (cm)</b>
<b>Superior</b>	V204	1	0,21	1,21
	V205	1	0,15	1,23
	V206	1	0,08	1,28
		2	0,06	1,18
	V207	1	0,23	1,51
		2	0,01	0,87
	V208	1	0,11	1,01
		2	0,03	0,92
		3	0,12	1,01
	V209	1	0,07	1,01
		2	0,01	0,92
		3	0,07	1,01
	L201	-	0,42	0,65
	L202	-	0,34	0,56
L203	-	0,29	0,52	
L204	-	0,92	1,08	
L205	-	0,41	0,65	
<b>Coberta</b>	V301	1	0,09	1,17
	V302	1	0,18	1,25
	V303	1	0,31	1,23
	V304	1	0,13	1,21
	V305	1	0,31	1,23
	V306	1	0,01	1,28
		2	0,07	1,18
	V307	1	0,23	1,51
		2	0,03	0,87
	V308	1	0,06	1,01
2		0,02	0,92	
3		0,03	1,01	

**Tabela 08** – Deslocamentos das vigas e lajes do Edifício Modelo (continuação).

<b>Pavimento</b>	<b>Viga/Laje</b>	<b>Vão</b>	<b>Deslocamento máximo (cm)</b>	<b>Deslocamento-limite (cm)</b>
<b>Coberta</b>	V309	1	0,01	1,01
		2	0,00	0,92
		3	0,01	1,01
	L301	-	0,29	0,96
	L302	-	0,30	0,80
	L303	-	0,52	1,06
	L304	-	0,22	0,76

Fonte: Autor.

**Tabela 09** – Fissuração das vigas do Edifício Modelo.

<b>Pavimento</b>	<b>Viga/Laje</b>	<b>Vão</b>	<b>Fissuração máxima (mm)</b>	<b>Fissuração-limite (mm)</b>
<b>Fundação</b>	V101	1	0,05	0,30
	V102	1	0,06	0,30
	V103	1	0,05	0,30
	V104	1	0,05	0,30
	V105	1	0,05	0,30
	V106	1	0,02	0,30
		2	0,04	0,30
	V107	1	0,04	0,30
		2	0,03	0,30
	V108	1	0,03	0,30
		2	0,03	0,30
		3	0,05	0,30
	V109	1	0,03	0,30
		2	0,02	0,30
		3	0,03	0,30
<b>Superior</b>	V201	1	0,07	0,30
	V202	1	0,08	0,30
	V203	1	0,08	0,30

**Tabela 09** – Fissuração das vigas do Edifício Modelo (continuação).

<b>Pavimento</b>	<b>Viga/Laje</b>	<b>Vão</b>	<b>Fissuração máxima (mm)</b>	<b>Fissuração-limite (mm)</b>
<b>Superior</b>	V204	1	0,10	0,30
	V205	1	0,07	0,30
	V206	1	0,05	0,30
		2	0,05	0,30
	V207	1	0,09	0,30
		2	0,06	0,30
	V208	1	0,10	0,30
		2	0,05	0,30
		3	0,09	0,30
	V209	1	0,06	0,30
		2	0,02	0,30
		3	0,06	0,30
<b>Coberta</b>	V301	1	0,04	0,30
	V302	1	0,06	0,30
	V303	1	0,09	0,30
	V304	1	0,06	0,30
	V305	1	0,09	0,30
	V306	1	0,02	0,30
		2	0,04	0,30
	V307	1	0,07	0,30
		2	0,04	0,30
	V308	1	0,04	0,30
		2	0,03	0,30
		3	0,03	0,30
	V309	1	0,00	0,30
		2	0,00	0,30
		3	0,00	0,30

**Fonte:** Autor.

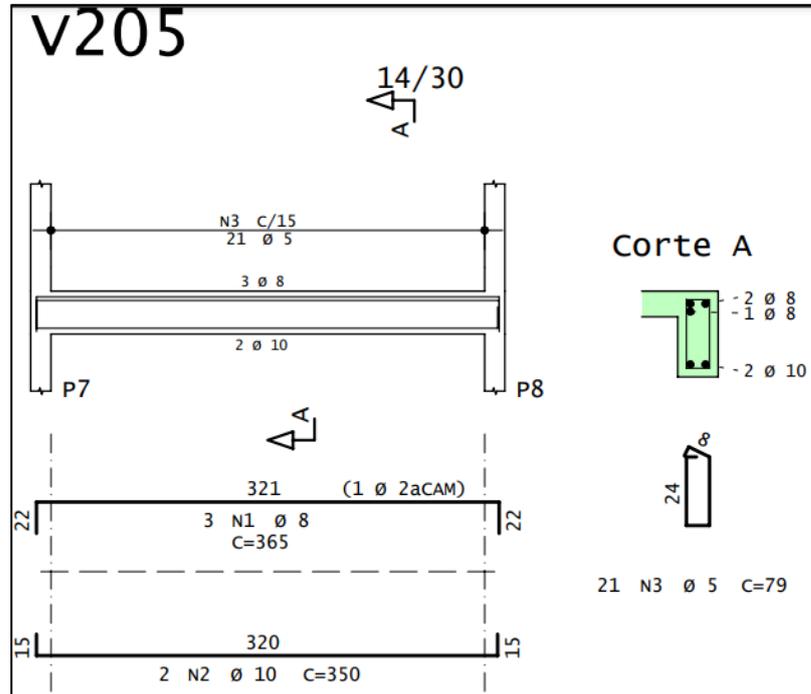
Por conseguinte, um dos requisitos para a elaboração de um projeto estrutural em concreto armado é a verificação de sua estabilidade global, que corresponde ao ELU de Instabilidade. Para essa avaliação são utilizados parâmetros de estabilidade, como o coeficiente  $\Gamma_{mZ}$  e o coeficiente  $\alpha$ . O grau de deslocabilidade da estrutura ocasiona o aparecimento de efeitos de 2ª ordem, de modo que quanto maior o deslocamento apresentados maiores serão esses efeitos. Com base nos valores dos coeficientes de estabilidade, a estrutura pode ser classificada como de nós fixos ou nós móveis, sendo que os efeitos globais de 2ª ordem podem ser desprezados caso a estrutura seja de nós fixos.

Como o edifício possui poucos pavimentos, o parâmetro  $\Gamma_{mZ}$  não é recomendado para ser utilizado na verificação da estabilidade global e no cálculo dos efeitos de 2ª ordem (majoração dos esforços horizontais). Ademais, o parâmetro  $\alpha$  é recomendado para edifícios que sejam simétricos, o que não é o caso do projeto utilizado neste trabalho. Como a versão estudantil do software utilizado para o dimensionamento estrutural não permite o uso do processo P- $\Delta$  na avaliação da estabilidade global da estrutura e o edifício não apresenta elevada altura, logo foi desconsiderada a verificação da estabilidade global e os efeitos de 2ª ordem.

### **3.3. Dimensionamento e Detalhamento**

Após a obtenção dos esforços durante a análise estrutural, a etapa seguinte é a de dimensionamento e detalhamento da estrutura. O dimensionamento consiste na definição das dimensões das peças estruturais, suas armaduras e ligações necessárias para resistir às cargas atuantes ao longo da vida útil da estrutura. Para isso, é utilizado o conceito de envoltórias de esforços, sendo considerada a pior situação para o dimensionamento. Com relação ao detalhamento, essa etapa consiste na definição precisa das posições, ligações e formas das armaduras, atendendo aos requisitos de espaçamento e de forma coerente aos esforços solicitantes. Além disso, é especificada a geometria, o comprimento, a quantidade e a bitola das armaduras de cada elemento estrutural. Um exemplo de detalhamento de viga pode ser visto na Figura 12.

Figura 12 – Detalhamento da viga V205.



Fonte: Adaptado do TQS.

## 4. RESULTADOS

Com a definição dos modos de falha, das equações de estado limite e com a caracterização das variáveis aleatórias, faz-se necessária a obtenção dos valores das variáveis aleatórias das vigas em análise. Para isso, foram extraídos os dados do dimensionamento e detalhamento do edifício em cada pavimento.

### 4.1. Resultados das análises de confiabilidade por pavimento

Os valores da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck} = 30\text{MPa}$ ), do módulo de elasticidade do aço ( $E_s = 210\text{GPa}$ ), da base ( $b = 14\text{cm}$ ) e da altura ( $h = 30\text{cm}$ ) das vigas são comuns em todas as funções de falha. Os valores das outras variáveis são informados nas tabelas abaixo, onde posteriormente são apresentados os resultados das análises de confiabilidade. Dessa forma, os valores das variáveis aleatórias das vigas do pavimento fundação são apresentados na Tabela 10 e Tabela 11:

**Tabela 10** – Valores das variáveis das vigas do pavimento fundação (Momento Positivo).

Viga	Vão	$M_g^+$ (KN.cm)	$M_q^+$ (KN.cm)	$M_w^+$ (KN.cm)	$A_s^+$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^+$ (cm)
V101	1	343,23	0,92	49,03	1	3,9
V102	1	725,69	0,41	9,80	1	3,9
V103	1	627,62	0,65	19,61	1	3,9
V104	1	490,33	0,28	29,42	1	3,9
V105	1	627,62	0,54	19,61	1	3,9
V106	1	58,84	0,13	39,22	1	3,9
	2	294,20	0,22	58,84	1	3,9
V107	1	539,36	0,37	19,61	1	3,9
	2	78,45	0,13	29,42	1	3,9
V108	1	264,78	0,39	19,61	1	3,9
	2	313,81	0,57	29,42	1	3,9
	3	686,46	0,87	19,61	1	3,9
V109	1	284,39	0,31	19,61	1	3,9
	2	107,87	0,25	29,42	1	3,9
	3	284,39	0,38	19,61	1	3,9

Fonte: Autor.

**Tabela 11** – Valores das variáveis das vigas do pavimento fundação (Momento Negativo).

Viga	Vão	$M_g^-$ (KN.cm)	$M_q^-$ (KN.cm)	$M_w^-$ (KN.cm)	$A_s^-$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^-$ (cm)
V101	1	441,30	9,81	49,03	1	3,9
V102	1	323,62	1,38	9,80	0,63	3,815
V103	1	264,78	1,76	19,61	0,63	3,815
V104	1	617,82	2,51	29,42	1	3,75
V105	1	264,78	1,44	19,61	0,63	3,815
V106	1	156,90	0,87	39,22	1	3,9
	2	519,75	2,01	58,84	1	3,9
V107	1	764,92	4,05	19,61	1	3,9
	2	647,24	1,63	29,42	1	3,9
V108	1	519,75	2,74	19,61	1	3,9
	2	686,46	3,21	29,42	1,6	4
	3	862,98	8,42	19,61	1,6	4
V109	1	460,91	3,87	19,61	0,63	3,815
	2	323,62	2,72	29,42	0,63	3,815
	3	460,91	3,87	19,61	0,63	3,815

**Fonte:** Autor.

Para o cálculo dos índices de confiabilidade e probabilidades de falha são utilizados o Método FORM e o Método de Simulação de Monte Carlo. Todavia, como as análises de confiabilidade serão realizadas para dois estados limites de serviço, as probabilidades de falha calculadas via FORM podem apresentar valores muito baixos, resultando em uma grande quantidade de cenários necessários para sua obtenção via Simulação de Monte Carlo e um elevado custo computacional. Além disso, devido às funções de falha apresentarem uma grande quantidade de variáveis aleatórias, as análises via o método semi-analítico FORM podem apresentar inconsistência numérica e valores imprecisos de probabilidade de falha.

Com isso, foi necessária a validação do algoritmo FORM por meio do cálculo do índice de confiabilidade das vigas V204, V208 e V303 para o momento positivo com ambos os métodos já citados, sendo analisados ambos os modos de falha. A probabilidade de falha calculada via FORM foi de 4,93E-3 (V204) e 6,55E-5 (V303) para deformação excessiva e de 1,98E-4 (V204) e 2,06E-6 (V208) para abertura de fissura. Adotando um COV igual a 2,5%,

valor adotado para estruturas residenciais, foi determinado o número de 322.944 (V204) e 24.425.881 (V303) simulações para a análise de deformação excessiva, conforme a Equação 2.38. Com relação ao estado limite de abertura de fissura, foi calculado um número de 8.079.209 (V204) e 776.697.430 (V208) cenários. Logo, foram determinados os valores dos índices de confiabilidade ( $\beta$ ) e probabilidade de falha ( $P_f$ ) para ambos os métodos, sendo comparados na Tabela 12:

**Tabela 12** – Comparação dos resultados de confiabilidade das vigas V204, V208 e V303 pelo método FORM e Simulação de Monte Carlo.

Modo de falha	Viga	FORM		Monte Carlo	
		$\beta$	$P_f$	$\beta$	$P_f$
Deformação Excessiva	V204	2,581	4,93E-03	2,584	4,88E-03
	V303	3,824	6,55E-05	3,827	6,49E-05
Abertura de Fissuras	V204	3,542	1,98E-4	3,548	1,94E-4
	V208	4,605	2,06E-6	4,609	2,02E-6

**Fonte:** Autor.

Conforme pode ser visto, ocorreu uma pequena variação dos resultados obtidos pelo Método FORM e Simulação de Monte Carlo, sendo de 1,02% para a viga V204 e 0,92% para a viga V303 para o estado limite de deformação excessiva. Já para abertura de fissuras, foi obtida uma variação de 1,98% para a viga V204 e 2,06% para a viga V208. Sendo assim, o algoritmo do FORM apresenta precisão satisfatória em comparação ao Método de Simulação de Monte Carlo.

Dessa forma, os índices de confiabilidade e probabilidade de falha via FORM do pavimento fundação são apresentados na Tabela 13 e Tabela 14:

**Tabela 13** – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento fundação.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$
V101	1	9,56	5,53E-22
V102	1	6,62	1,69E-11
V103	1	7,66	9,18E-15
V104	1	8,77	8,34E-19
V105	1	7,66	9,17E-15
V106	1	9,77	6,98E-23

**Tabela 13** – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento fundação (continuação).

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$
V106	2	9,73	1,09E-22
V107	1	8,45	1,43E-17
	2	10,18	1,10E-24
V108	1	9,94	1,31E-23
	2	9,75	8,89E-23
	3	6,34	1,09E-10
V109	1	9,87	2,62E-23
	2	10,25	5,58E-25
	3	9,87	2,62E-23

Fonte: Autor.

**Tabela 14** – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento fundação.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$	$\beta^-$	$P_f^-$
V101	1	6,82	4,37E-12	6,79	5,41E-12
V102	1	5,43	2,69E-08	7,67	8,26E-15
V103	1	6,69	1,1E-11	8,34	3,57E-17
V104	1	6,75	7,22E-12	6,96	1,7E-12
V105	1	6,68	1,12E-11	8,34	3,58E-17
V106	1	9,65	2,29E-22	8,78	7,54E-19
	2	8,23	8,92E-17	6,66	1,33E-11
V107	1	6,79	5,34E-12	5,33	4,85E-08
	2	9,38	3,2E-21	6,07	6,25E-10
V108	1	8,41	1,96E-17	6,48	4,4E-11
	2	7,35	9,21E-14	6,26	1,88E-10
	3	6,06	6,76E-10	4,37	6,21E-06
V109	1	7,8	3,01E-15	7,23	2,29E-13
	2	9,21	1,56E-20	7,35	9,84E-14
	3	8,25	7,29E-17	7,23	2,29E-13

Fonte: Autor.

Com relação ao pavimento superior, os valores das variáveis aleatórias das vigas são apresentados na Tabela 15 e Tabela 16:

**Tabela 15** – Valores das variáveis das vigas do pavimento superior (Momento Positivo).

Viga	Vão	$M_g^+$ (KN.cm)	$M_q^+$ (KN.cm)	$M_w^+$ (KN.cm)	$A_s^+$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^+$ (cm)
V201	1	470,72	68,65	225,55	1	3,9
V202	1	1137,58	88,26	58,84	2,4	4
V203	1	774,73	98,07	68,65	1,6	4
V204	1	1225,84	235,36	156,91	2,4	4
V205	1	745,31	78,45	68,65	1,6	4
V206	1	470,72	78,45	98,07	1	3,9
	2	294,20	49,03	196,13	1	3,9
V207	1	382,46	117,68	98,07	1,6	4
	2	19,61	0,86	127,49	1	3,9
V208	1	764,92	147,10	88,26	1,6	4
	2	402,07	49,03	107,87	1	3,9
	3	1039,51	117,68	88,26	1,6	4
V209	1	411,88	58,84	78,45	1	3,9
	2	88,26	0,43	88,26	1	3,9
	3	411,88	58,84	78,45	1	3,9

Fonte: Autor.

**Tabela 16** – Valores das variáveis das vigas do pavimento superior (Momento Negativo).

Viga	Vão	$M_g^-$ (KN.cm)	$M_q^-$ (KN.cm)	$M_w^-$ (KN.cm)	$A_s^-$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^-$ (cm)
V201	1	774,73	117,68	225,55	1,6	4
V202	1	362,85	29,42	58,84	1	3,9
V203	1	343,23	49,03	68,65	1	3,9
V204	1	1049,32	196,13	156,91	2,4	4
V205	1	304,01	49,03	68,65	1	3,9
V206	1	755,12	107,87	98,07	1,6	4
	2	686,47	117,68	196,13	1,6	4
V207	1	451,11	137,29	98,07	2,4	4

**Tabela 16** – Valores das variáveis das vigas do pavimento superior - Momento Negativo (continuação).

Viga	Vão	$M_g^-$ (KN.cm)	$M_q^-$ (KN.cm)	$M_w^-$ (KN.cm)	$A_s^-$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^-$ (cm)
V207	2	931,64	98,07	127,49	1,6	4
V208	1	1186,61	215,75	88,26	2,4	4
	2	1039,51	117,68	107,87	2,4	4
	3	1235,64	137,29	88,26	2,4	4
V209	1	568,79	49,03	78,45	1,6	4
	2	353,04	19,61	88,26	1,6	4
	3	588,40	58,84	78,45	1,6	4

**Fonte:** Autor.

Por conseguinte, os índices de confiabilidade e probabilidade de falha via FORM do pavimento superior são apresentados na Tabela 17 e Tabela 18:

**Tabela 17** – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento superior.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$
V201	1	6,66	1,36E-11
V202	1	2,65	3,93E-03
V203	1	3,27	5,33E-04
V204	1	2,58	4,93E-03
V205	1	3,62	1,46E-04
V206	1	7,61	1,29E-14
	2	8,2	1,2E-16
V207	1	5,68	6,45E-09
	2	10,75	2,71E-27
V208	1	3,16	7,88E-04
	2	8,11	2,42E-16
	3	2,88	1,95E-03
V209	1	8,45	1,34E-17
	2	8,65	2,53E-18
	3	8,45	1,34E-17

**Fonte:** Autor.

**Tabela 18** – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento superior.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$	$\beta^-$	$P_f^-$
V201	1	5,83	2,69E-09	4,75	9,8E-07
V202	1	4,66	1,55E-06	6,73	8,33E-12
V203	1	5,43	2,67E-08	6,75	7,11E-12
V204	1	3,54	1,98E-04	3,88	5,19E-05
V205	1	5,41	3,09E-08	7,15	4,14E-13
V206	1	6,16	3,45E-10	5,01	2,68E-07
	2	6,53	3,22E-11	5,32	5,06E-08
V207	1	6,08	5,85E-10	6	9,34E-10
	2	8,32	4,31E-17	4,87	5,42E-07
V208	1	5,12	1,47E-07	3,83	6,31E-05
	2	6,67	1,25E-11	4,61	1,92E-06
	3	4,6	2,06E-06	3,95	3,88E-05
V209	1	6,37	9,17E-11	6,02	8,55E-10
	2	8,28	6,11E-17	6,87	3,03E-12
	3	6,79	5,32E-12	5,83	2,66E-09

Fonte: Autor.

Por fim, para o pavimento coberta os valores das variáveis aleatórias das vigas foram:

**Tabela 19** – Valores das variáveis das vigas do pavimento coberta (Momento Positivo).

Viga	Vão	$M_g^+$ (KN.cm)	$M_q^+$ (KN.cm)	$M_w^+$ (KN.cm)	$A_s^+$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^+$ (cm)
V301	1	254,97	78,45	98,07	1	3,9
V302	1	480,53	127,49	19,61	1	3,9
V303	1	676,66	245,17	29,42	1,6	4
V304	1	343,23	98,07	58,84	1	3,9
V305	1	794,34	245,17	29,42	1,6	4
V306	1	49,03	0,87	39,23	1	3,9
	2	245,17	68,65	78,45	1	3,9
V307	1	500,14	147,10	39,23	1	3,9

**Tabela 19** – Valores das variáveis das vigas do pavimento coberta - Momento Positivo (continuação).

Viga	Vão	$M_g^+$ (KN.cm)	$M_q^+$ (KN.cm)	$M_w^+$ (KN.cm)	$A_s^+$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^+$ (cm)
V307	2	1,53	0,66	58,84	1	3,9
V308	1	205,94	58,84	29,42	1	3,9
	2	147,10	39,23	49,03	1	3,9
	3	274,59	58,84	29,42	1	3,9
V309	1	39,23	0,54	29,42	1	3,9
	2	29,42	9,81	39,23	1	3,9
	3	39,23	0,23	29,42	1	3,9

Fonte: Autor.

**Tabela 20** – Valores das variáveis das vigas do pavimento coberta (Momento Negativo).

Viga	Vão	$M_g^-$ (KN.cm)	$M_q^-$ (KN.cm)	$M_w^-$ (KN.cm)	$A_s^-$ (cm <sup>2</sup> )	$d'^-$ (cm)
V301	1	411,88	98,07	98,07	1	3,9
V302	1	137,29	29,42	19,61	1	3,9
V303	1	254,97	68,65	29,42	1	3,9
V304	1	333,43	88,26	58,84	1,6	4
V305	1	245,17	68,65	29,42	1	3,9
V306	1	166,71	29,42	39,23	1	3,9
	2	323,62	78,45	78,45	1	3,9
V307	1	558,98	156,91	39,23	1	3,9
	2	402,07	117,68	58,84	1,6	4
V308	1	441,30	117,68	29,42	1,6	4
	2	284,39	68,65	49,03	1,6	4
	3	284,39	58,84	29,42	1,6	4
V309	1	78,45	9,81	29,42	1	3,9
	2	39,23	0,98	39,23	1	3,9
	3	88,26	9,81	29,42	1	3,9

Fonte: Autor.

Ademais, os resultados das análises de confiabilidade das vigas do pavimento coberta são apresentados na Tabela 21 e Tabela 22:

**Tabela 21** – Resultados para o estado limite de deformação excessiva do pavimento coberta.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$
V301	1	8,74	1,11E-18
V302	1	7,25	1,95E-13
V303	1	3,82	6,55E-05
V304	1	8,39	2,4E-17
V305	1	3,21	6,63E-04
V306	1	9,09	4,71E-20
	2	8,99	1,2E-19
V307	1	6,65	1,41E-11
	2	10,78	1,96E-27
V308	1	9,36	3,78E-21
	2	9,54	6,89E-22
	3	9,19	1,88E-20
V309	1	9,2	1,79E-20
	2	7,99	6,23E-16
	3	9,2	1,79E-20

Fonte: Autor.

**Tabela 22** – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento coberta.

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$	$\beta^-$	$P_f^-$
V301	1	7,62	1,24E-14	6,38	8,31E-11
V302	1	6,45	5,47E-11	8,52	7,53E-18
V303	1	5,92	1,53E-09	7,73	5,3E-15
V304	1	7,04	9,06E-13	7,09	6,59E-13
V305	1	5,33	4,9E-08	7,79	3,28E-15
V306	1	9,45	1,55E-21	8,29	5,63E-17
	2	7,54	2,31E-14	7,08	7,02E-13

**Tabela 22** – Resultados para o estado limite de abertura de fissuras do pavimento coberta (continuação).

Viga	Vão	$\beta^+$	$P_f^+$	$\beta^-$	$P_f^-$
V307	1	6,34	1,08E-10	5,61	9,56E-09
	2	9,27	8,75E-21	6,52	3,29E-11
V308	1	8,17	1,51E-16	6,43	6,37E-11
	2	8,47	1,20E-17	7,78	3,61E-15
	3	7,74	4,63E-15	7,67	8,38E-15
V309	1	9,18	2,12E-20	8,76	9,65E-19
	2	9,25	1,03E-20	9,23	1,28E-20
	3	9,18	2,07E-20	8,67	2,04E-18

**Fonte:** Autor.

Primeiramente, é possível notar que a grande maioria das vigas apresentou resultados de probabilidade de falha baixos, principalmente as vigas do pavimento fundação e coberta. Isso se deve à variabilidade dos deslocamentos das vigas e da ocorrência de fissuras, que está atrelada à relação entre o momento fletor na seção crítica e o momento de fissuração da viga, sendo que esses pavimentos apresentaram os menores momentos fletores solicitantes.

Todavia, uma boa parte das vigas analisadas apresentou um razoável valor de probabilidade de falha como por exemplo, a viga V204 com 4,93E-03 e um índice de confiabilidade 2,58 (resultado mais crítico obtido nas análises). Os maiores índices de confiabilidade ocorreram para os deslocamentos onde os valores dos momentos fletores atuantes na seção crítica estavam próximos ou superavam os valores do momento de fissuração. Esse resultado era esperado devido ao fato do estado limite de serviço se caracterizar por uma probabilidade de ocorrência mais alta, em que seu evento não oferece um risco iminente de ruína a estrutura.

Além disso, foi observado que no pavimento fundação os valores de probabilidade de falha para os momentos negativos foram superiores aos dos momentos positivos. Tal fato é justificado pela baixa incidência dos carregamentos de vento nas vigas do pavimento e pela continuidade das vigas, onde os maiores momentos fletores são encontrados nos apoios, impactando nas probabilidades de falha dos vãos das vigas em análise.

Já no pavimento coberta, foram notados valores de probabilidade de falha maiores para os momentos positivos, sendo esses resultados influenciados pela configuração do edifício e

pelos carregamentos atuantes ao longo do pavimento. Por fim, o pavimento superior apresentou, de forma geral, os maiores valores de probabilidade de falha, tanto para o estado limite de deformação excessiva como para abertura de fissuras, sendo obtidos resultados parecidos para as análises dos momentos positivos e momentos negativos para o estado limite de abertura de fissuras. Isso se deve ao fato do pavimento superior ser o que recebe a maior quantidade de cargas verticais, principalmente os carregamentos acidentais devido ao uso do edifício. Ademais, as considerações de cálculo realizadas na análise estrutural contribuem para a obtenção desses resultados.

Outra característica observada é que a taxa de armadura influenciou diretamente nas probabilidades de falha das vigas, pois na ocorrência de momentos fletores mais elevados é necessária uma maior quantidade de área de aço para resistir a esses esforços e, por conseguinte, momentos fletores de maior magnitude aumentam a probabilidade de violação do momento de fissuração e da formação de fissuras.

#### **4.2. Valores de probabilidade de falha alvo**

A avaliação da segurança de uma estrutura pode ser expressa em termos do risco ao qual ela está submetida, da probabilidade de falha ou do índice de confiabilidade. Sendo assim, busca-se dimensionar a estrutura de tal forma que a sua probabilidade de falha seja inferior a um valor máximo previamente determinado para um dado período de tempo. Para esse critério de aceitação do risco estrutural dá-se o nome de probabilidade de falha ou índice de confiabilidade alvo. Os valores de probabilidade de falha alvo estão relacionados com o período de referência adotado, com as consequências da falha e com os custos relativos das medidas de segurança para adequação da estrutura.

Com relação as probabilidade de falha aceitáveis, podemos encontrar esses valores em documentos elaborados pelo Joint Committee on Structural Safety (JCSS), onde são referenciados códigos normativos que regulamentam as análises baseadas em confiabilidade estrutural. Um desses documentos é o *Probabilistic Model Code* (JCSS, 2000), que apresenta os índices de confiabilidade alvos ( $\beta_{alvo}$ ) relativos a um ano de período de referência e estados limites de serviço irreversíveis, conforme a Tabela 23.

**Tabela 23** – Índices de confiabilidade alvos recomendados pelo JCSS (2000) para o ELS.

Custo relativo da medida de segurança	Coefficiente $\beta_{alvo}$ para ELS irreversível
Alto	$\beta_{alvo} = 1,3$ ( $P_f \approx 0,1$ )
Normal	$\beta_{alvo} = 1,7$ ( $P_f \approx 0,05$ )
Baixo	$\beta_{alvo} = 2,3$ ( $P_f \approx 0,01$ )

Fonte: Probabilistic Model Code (JCSS, 2000).

A norma fib Model Code (2010) também recomenda valores de índices de confiabilidade alvo para novas estruturas, que são especificados na Tabela 24.

**Tabela 24** - Índices de confiabilidade alvos recomendados para novas estruturas de acordo com o período de referência - fib Model Code (2010).

Estados limites de serviços	Índice de confiabilidade alvo $\beta_{alvo}$	Período de referência
Reversível	$\beta_{alvo} = 0,0$ ( $P_f \approx 0,5$ )	Tempo de serviço
Irreversível	$\beta_{alvo} = 1,5$ ( $P_f \approx 0,065$ )	50 anos
Irreversível	$\beta_{alvo} = 3,0$ ( $P_f \approx 0,0015$ )	1 ano

Fonte: Norma fib Model Code (2010).

A partir dos valores de referência da Tabela 23 e 24, compara-se com os valores mínimos dos índices de confiabilidade e, respectivamente, os valores máximos de probabilidade de falha tanto para os momentos positivos como para os momentos negativos de cada pavimento.

**Tabela 25** – Índices mínimos de confiabilidade por pavimento para os momentos positivos.

Modo de falha	Viga	Vão	Índice de confiabilidade $\beta$
Deformação Excessiva	V108	3	6,34
	V204	1	2,58
	V305	1	3,21
Abertura de Fissuras	V102	1	5,43
	V204	1	3,54
	V305	1	5,33

Fonte: Autor.

**Tabela 26** – Índices mínimos de confiabilidade por pavimento para os momentos negativos.

<b>Modo de falha</b>	<b>Viga</b>	<b>Vão</b>	<b>Índice de confiabilidade <math>\beta</math></b>
Deformação Excessiva	V108	3	3,21
	V208	3	2,74
	V308	1	4,78
Abertura de Fissuras	V108	3	4,37
	V208	1	3,83
	V307	1	5,61

**Fonte:** Autor.

Ao se comparar os valores obtidos para os índices de confiabilidade das vigas analisadas com os valores de referência das Tabelas 23 e 24, nota-se que todas atenderam os requisitos mínimos, garantindo sua segurança em relação aos estados limites de deformação excessiva e abertura de fissuras. Dessa forma, a metodologia de dimensionamento adotada pela NBR 6118:2014 mostra resultados satisfatórios quanto à segurança das estruturas.

Entretanto, é perceptível que o edifício analisado apresentou valores de probabilidade de falha muito abaixo daqueles preconizados pelas normas citadas, configurando situações de superdimensionamento em relação aos estados limites avaliados. Tal fato se deve às características do edifício, que possui uma pequena quantidade de pavimentos, com baixa suscetibilidade aos efeitos das cargas de vento e com pequenas cargas acidentais e permanentes atuantes na estrutura. Além disso, o uso do método dos estados limites (semi-probabilístico) adotado pela NBR 6118:2014, que consiste na adoção de coeficientes parciais de segurança para ponderação das cargas e minoração das resistências, contribui para o distanciamento entre os valores de probabilidade de falha obtidos nas análises em relação aos limites recomendados pelas normas internacionais.

## 5. CONCLUSÕES

O presente estudo utilizou o método semi-analítico FORM, junto com simulações pelo Método de Monte Carlo, para analisar os estados limites de serviço de deformação excessiva e abertura de fissuras de vigas biapoiadas de concreto armado. Nas análises, foi considerada a fissuração da peça (quando o momento solicitante supera o momento de fissuração), sendo adotados nas funções de falha os efeitos da retração e da fluência do concreto. As vigas analisadas compõem um edifício modelo de pequeno porte e foram dimensionadas para atender aos estados limites últimos (ELU) e aos estados limites de serviço (ELS), obedecendo as prescrições definidas na norma brasileira NBR6118:2014.

Com relação aos requisitos necessários para a avaliação das probabilidades de falha, foi possível caracterizar todas as variáveis aleatórias de projeto, bem como estabelecer as equações de estado limite para os modos de falha escolhidos. Os métodos de confiabilidade estrutural foram comparados e validados, sendo obtidas respostas próximas tanto para o Método FORM como para a Simulação de Monte Carlo. Dessa forma, o primeiro objetivo do trabalho foi atingido, sendo possível realizar a verificação da probabilidade de falha das vigas em concreto armado para os estados limites de serviço de deformação excessiva e abertura de fissuras.

No que diz respeito aos resultados obtidos, foi verificada uma variação dos valores de probabilidade de falha para ambos os estados limites analisados. Essa observação se deve a razão entre o momento fletor na seção crítica e o momento de fissuração da viga, em que momentos solicitantes superiores ao momento de fissuração ocasionam a formação de fissuras, gerando um aumento dos deslocamentos totais e da abertura das fissuras. Dessa forma, ocorre um aumento da probabilidade de falha da estrutura para os modos de falha supracitados.

Outrossim, foram constatados razoáveis valores de probabilidade de falha nas vigas mais solicitadas, originados por momentos fletores solicitantes que superaram os momentos de fissuração. No entanto, esse resultado era previsto em virtude da violação de um estado limite de serviço não acarretar a ruína imediata da estrutura, onde sua possibilidade de ocorrência é mais alta em comparação aos estados limites últimos.

Todavia, os resultados se mostraram apropriados com os valores dos índices de confiabilidade alvo dos principais códigos normativos internacionais, como o fib Model Code (2010) e o

Probabilistic Model Code (JCSS, 2000), evidenciando a conformidade da norma brasileira NBR 6118:2014 no tocante ao dimensionamento de estruturas de concreto armado. Apesar disso, observou-se que em muitos casos as vigas consideradas neste trabalho apresentaram índices de confiabilidade bem inferiores aos índices de confiabilidade alvo, indicando cenários de grande distanciamento das situações das vigas em relação à função de falha para aos estados limites avaliados.

Recomenda-se para pesquisas futuras o estudo da confiabilidade de outros elementos estruturais, como as lajes e pilares, quanto aos seus respectivos estados limites de serviço. Além disso, é válida a determinação dos índices de importância das variáveis aleatórias referentes ao estado limite de abertura de fissuras e deformação excessiva, bem como implementação de análises confiabilísticas em série, com o intuito de obter mais informações sobre o comportamento das estruturas. Outro ponto importante de ser avaliado, são os estados limites de descompressão (ELS-D) e de compressão excessiva (ELS-CE) para vigas e lajes de concreto protendido, tendo em vista que essa técnica está sendo cada vez mais adotada como solução para os problemas de engenharia.

Ademais, o exercício prático de elaboração de um projeto estrutural em concreto armado, passando por todas as etapas necessárias para o seu desenvolvimento, como por exemplo as fases de concepção estrutural, escolha dos principais critérios de projeto, análise dos esforços atuantes na estrutura e dimensionamento e detalhamento das armaduras, foram de extrema importância para o desenvolvimento do discente, contribuindo para sua formação profissional e consolidação dos conhecimentos adquiridos ao longo da graduação.

Por fim, conclui-se que a avaliação probabilística oferece um arcabouço teórico sobre o comportamento da estrutura analisada ainda na fase de projeto, configurando uma ferramenta poderosa para auxiliar o engenheiro na tomada de decisão. Com isso, espera-se que os resultados obtidos no presente trabalho contribuam para o desenvolvimento de novos estudos sobre os estados limites de serviço, corroborando para a disseminação da filosofia probabilística nos projetos de estruturas de concreto armado.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANG, A. H-S.;TANG, W. H. *Probability concepts in engineering: emphasis on applications to civil and environmental engineering*. New York: Wiley. ISBN 9780471720645, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Ações e segurança nas estruturas – Procedimento*, NBR 8681. Rio de Janeiro, ABNT, 2003, 15p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 238p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Ações para o cálculo de estruturas de edificações*, NBR 6120. Rio de Janeiro, ABNT, 2019, 60p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Forças devidas ao vento em edificações - procedimentos*, NBR 6123. Rio de Janeiro, ABNT, 1988, 66p.

BADIMUENA, B. L. *Avaliação da Confiabilidade de Estruturas Existentes: Influência da Resistência à Compressão do Concreto*. 249 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, 2017.

BAROTH, J.; BREYSSE, D.; SCHOEFS, F. *Construction reliability: safety, variability and sustainability*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

BASTOS, P. S. *Fundamentos do Concreto Armado: notas de aula*. Universidade Estadual Paulista – UNESP, Bauru - SP, 2019.

BECK, A. T. *Confiabilidade e Segurança das Estruturas*. 1ª ed, Rio de Janeiro, Editora Elsevier, 2019.

CARVALHO, R. C. e FIGUEIREDO FILHO, J. R. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*. Vol. 1, 4ª Edição, Editora EdUFSCAR, 2015.

COELHO, J. D. *Confiabilidade de vigas de concreto armado no estado limite de serviço*. 272 p. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2011.

CORNELL, C.A. *A probability-based structural code*. ACI Journal, v.66, n.12, p. 974–985, 1969.

DINIZ, S. M. C. e FRANGOPOL, D. M. *Reliability bases for high-strength concrete columns*, Journal of Structural Engineering. V.123, No.10, pp.1375-1381, 1997.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – part 1-1: General rules and rules for buildings – BS EN 1992-1-1:2004*. European Committee for Standardization, 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (CEB-FIP). *MC 2010 : Model code 2010*. Lausanne, 2011.

FÜRST, A. *Erro de modelo e confiabilidade estrutural de vigas de concreto armado*. 108 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2020.

GILBERT, R., Ranzi, G. *Time-dependent Behaviour of Concrete Structures*. Spon Press, London. 426 p., 2011.

GILBERT, R. *The serviceability limit states in reinforced concrete design*. In: Procedia Engineering 14, pp. 385-395, 2011.

GOUVEIA, L. P. *Avaliação da confiabilidade em Tubos de Revestimento de Poços de Petróleo*. 125 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, 2014.

HONFI, D. *Design for Serviceability - A probabilistic approach*. PhD thesis, Lund University, Sweden, 2014.

HONFI, D. e MÅRTENSSON, A. *Structural reliability according to Eurocodes in serviceability limit state*. IABSE-IASS 2011 London Symposium Report, September, London, United Kingdom, 2011.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). *Probabilistic model code: Part 1 – Basis of design*. Disponível em < [https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/part\\_i.pdf](https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/part_i.pdf)>, 2000. Acesso em: 18 de dezembro de 2021.

MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N.C. *Methods of structural safety*. New York: Dover Publications, 1986.

MCLEOD, C.. *Model uncertainty in the prediction of crack widths in reinforced concrete*

*structures and reliability implications*. Dr of Eng Thesis, Stellenbosch University, South Africa, 2019.

MELCHERS, R. E. e BECK, A. T. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 3a. ed. Hoboken: John Willey & Sons, 506 p., 2018.

NATAF, A. *Statistique mathématique-determination des distributions de probabilites dont les marges sont donnees*. Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de L academie des Sciences, Gauthier-Villars/Editions Elsevier 23 Rue Linois, 75015 Paris, France, v. 255, n. 1, p. 42, 1962.

SAGRILO, L. V. S. *Confiabilidade estrutural: notas de aula*. Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia – UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.

SAKAMOTO, B. S. *Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método FORM com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento*. 99 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba - PR, 2016.

SANTIAGO, Wagner Carvalho et al. *Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes*. Latin American Journal of Solids and Structures [online], v. 17, n. 01, 2020.

SHINOZUKA, M. *Basic Analysis of Structural Safety*. Journal of Structural Engineering, v. 109, n. 3, p. 721–740, 1983.

SILVA, M. S. *Introducción a la confiabilidad y evaluación de riesgos: teoría y aplicaciones em ingeniería*. Bogotá: Universidad de Los Andes, 2010.

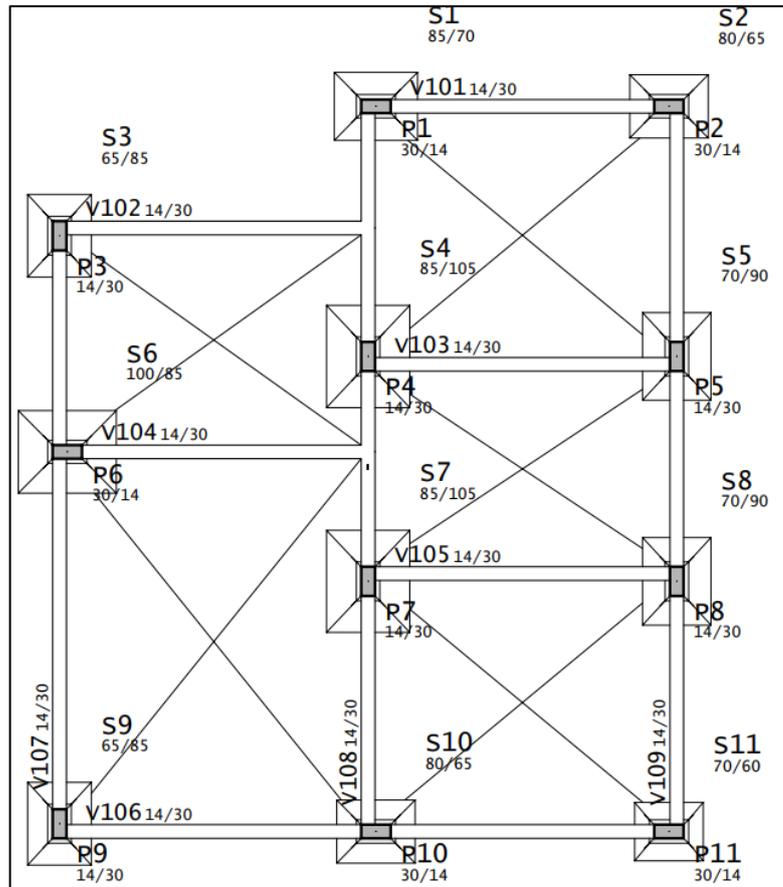
STEWART, M. G. *Serviceability reliability analysis of reinforced concrete structures*. J Struct Eng; 122(7):794–803, 1996.

STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C. *Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 Based on Reliability Analyses*. In: Joint IABSE fib Conference: Codes in Structural Engineering, Dubrovnik, 2010.

TQS Informática. *TQS - Versão V22*. TQS Informática Ltda.- São Paulo, 2020.

**ANEXO A – PLANTAS DE FÔRMA**

**Figura 13 – Forma do Pavimento Fundação.**



**Figura 14 – Forma do Pavimento Superior.**

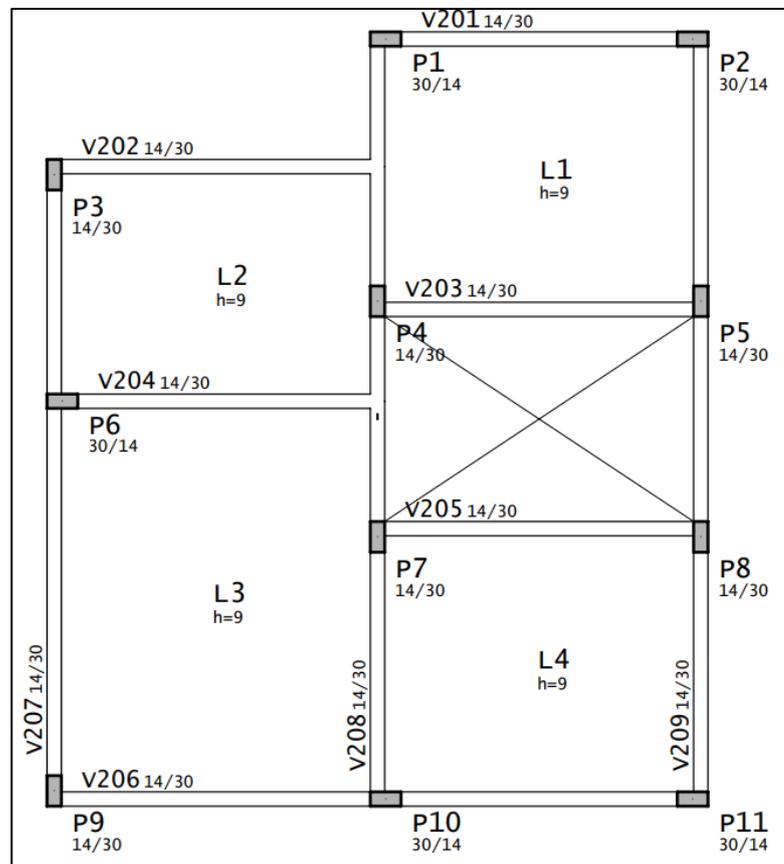
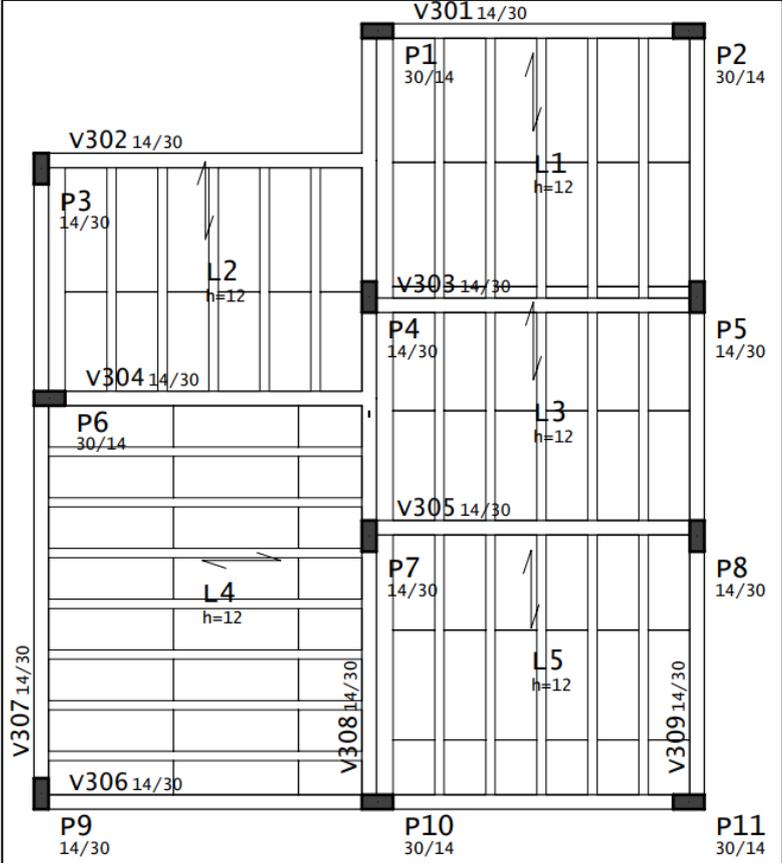


Figura 15 – Forma do Pavimento Coberta.



**ANEXO B – PLANTAS DE ARMAÇÃO DAS VIGAS ANALISADAS**



Figura 18 – Planta de Armação da viga V103.

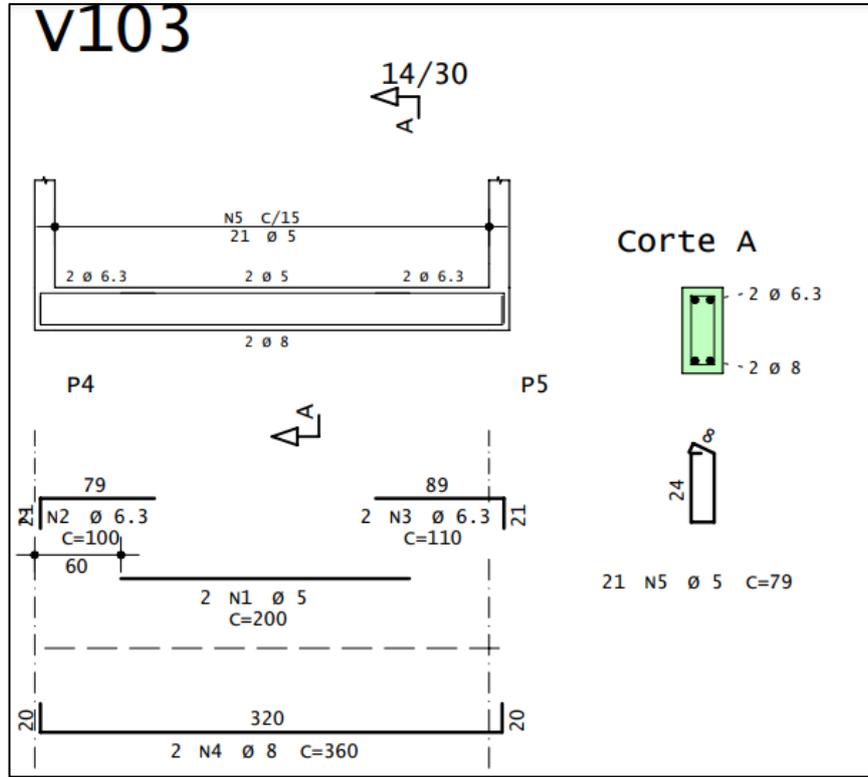


Figura 19 – Planta de Armação da viga V104.

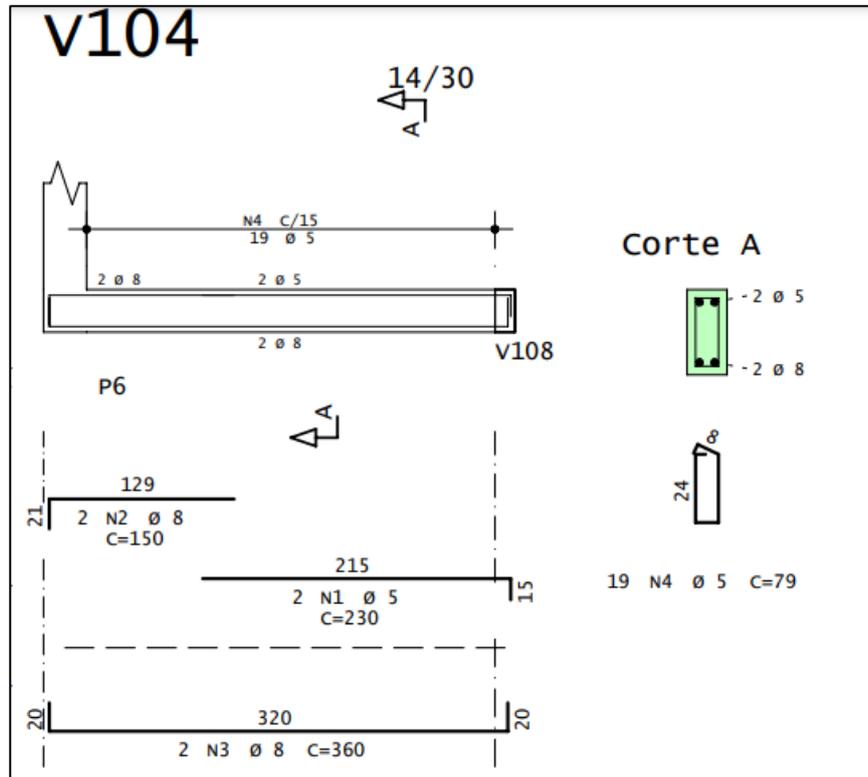


Figura 20 – Planta de Armação da viga V105.

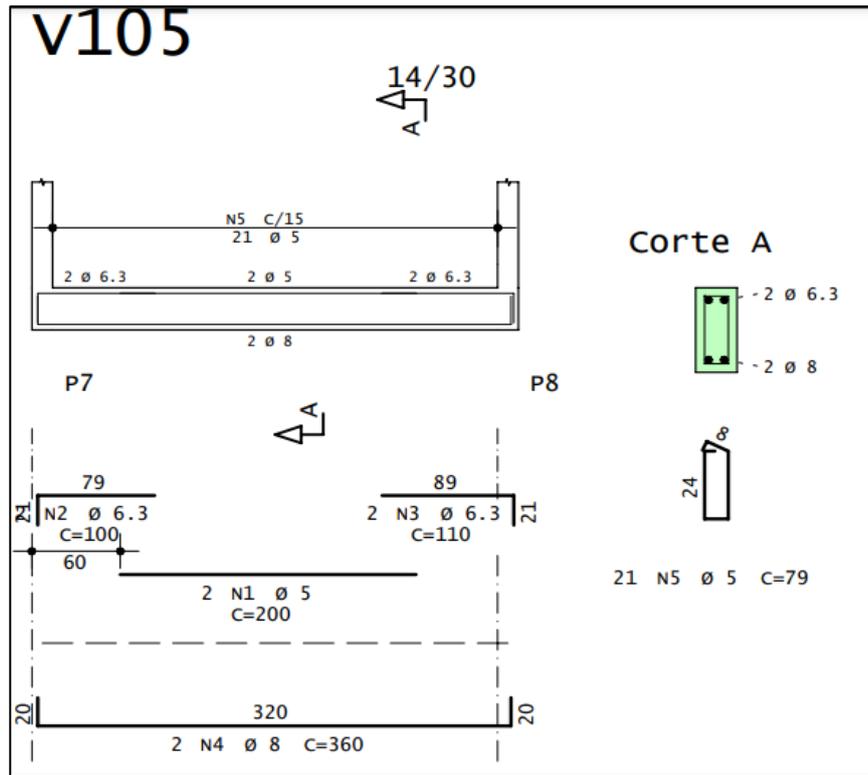


Figura 21 – Planta de Armação da viga V106.

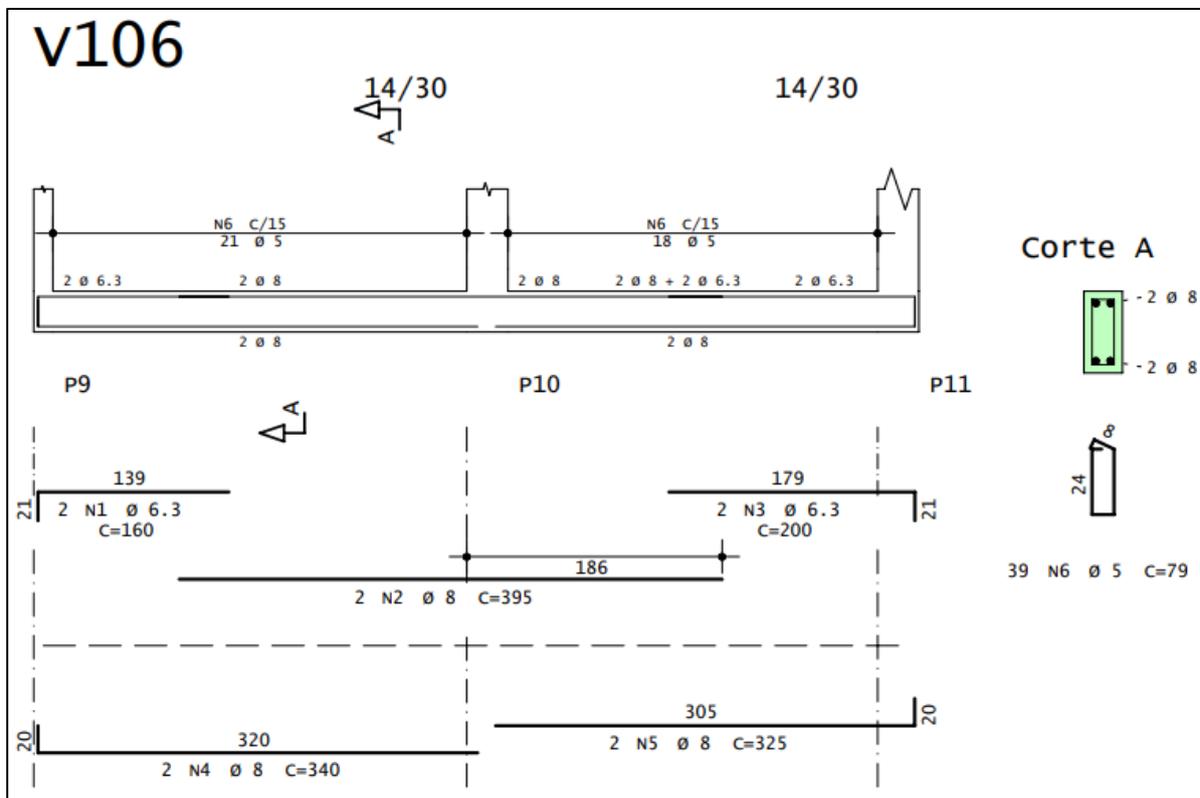


Figura 22 – Planta de Armação da viga V107.

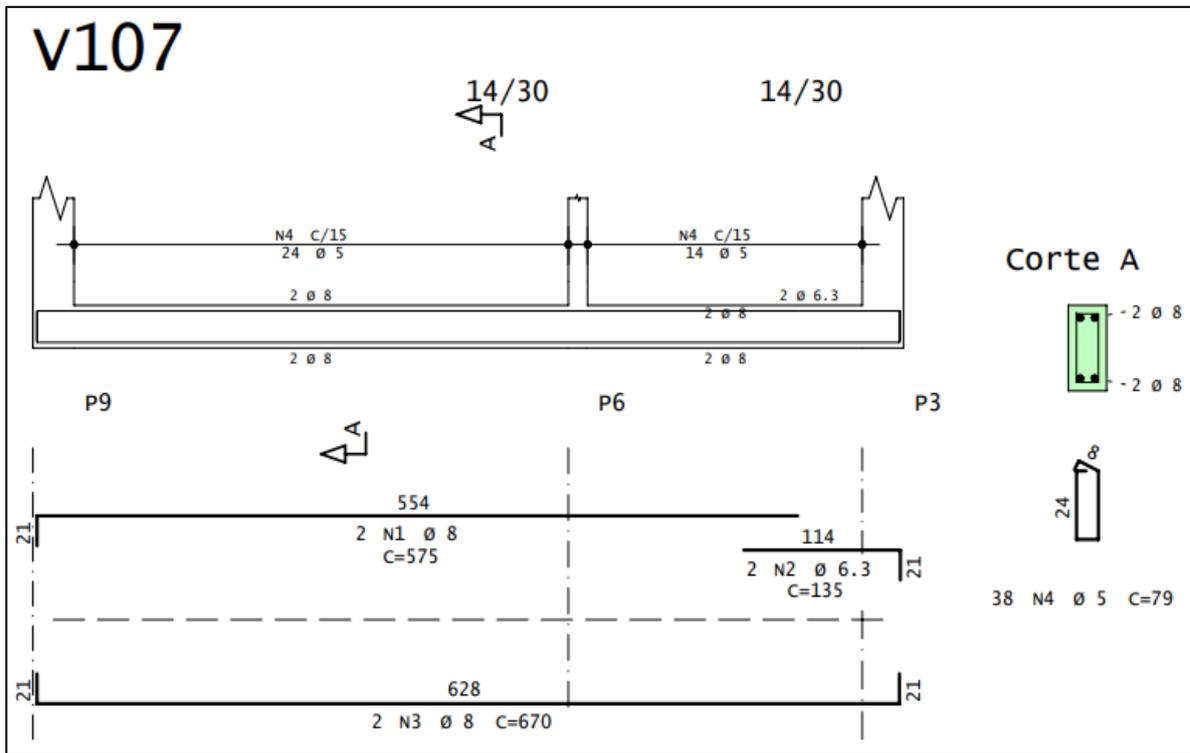


Figura 23 – Planta de Armação da viga V108.

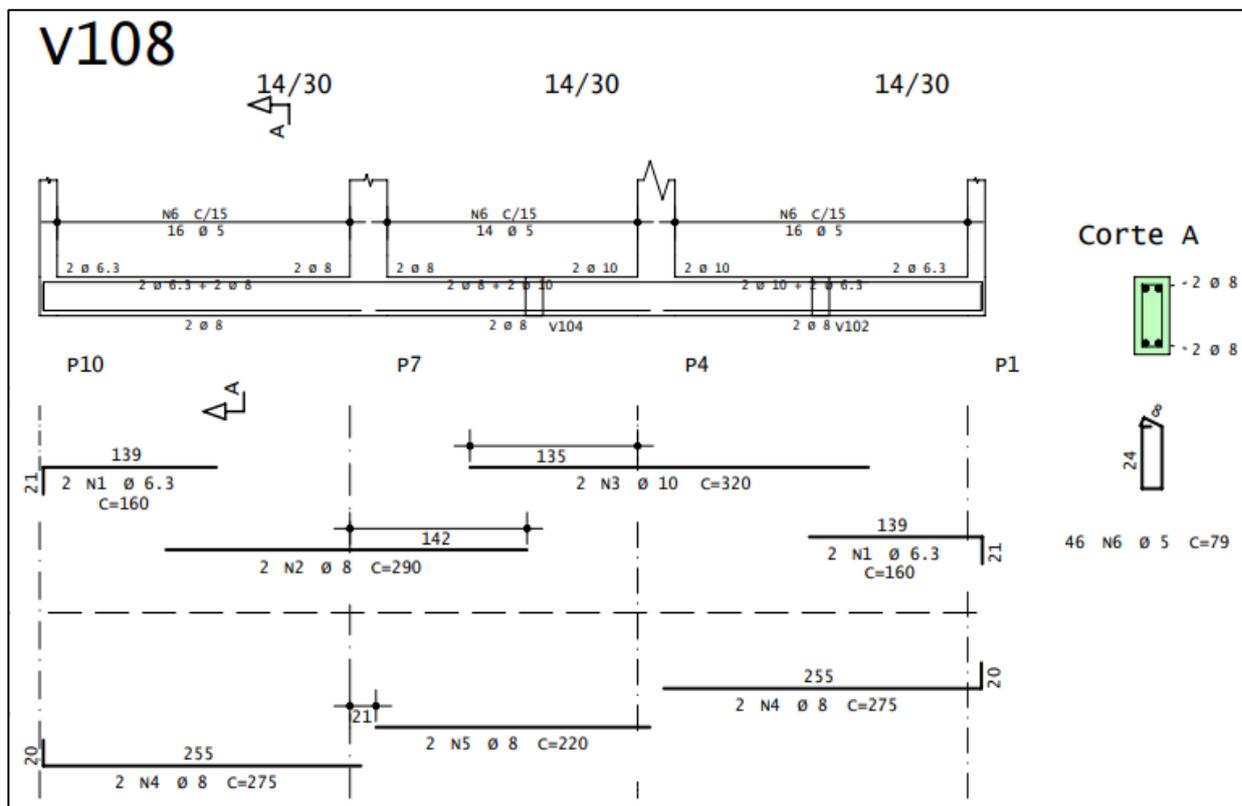


Figura 24 – Planta de Armação da viga V109.

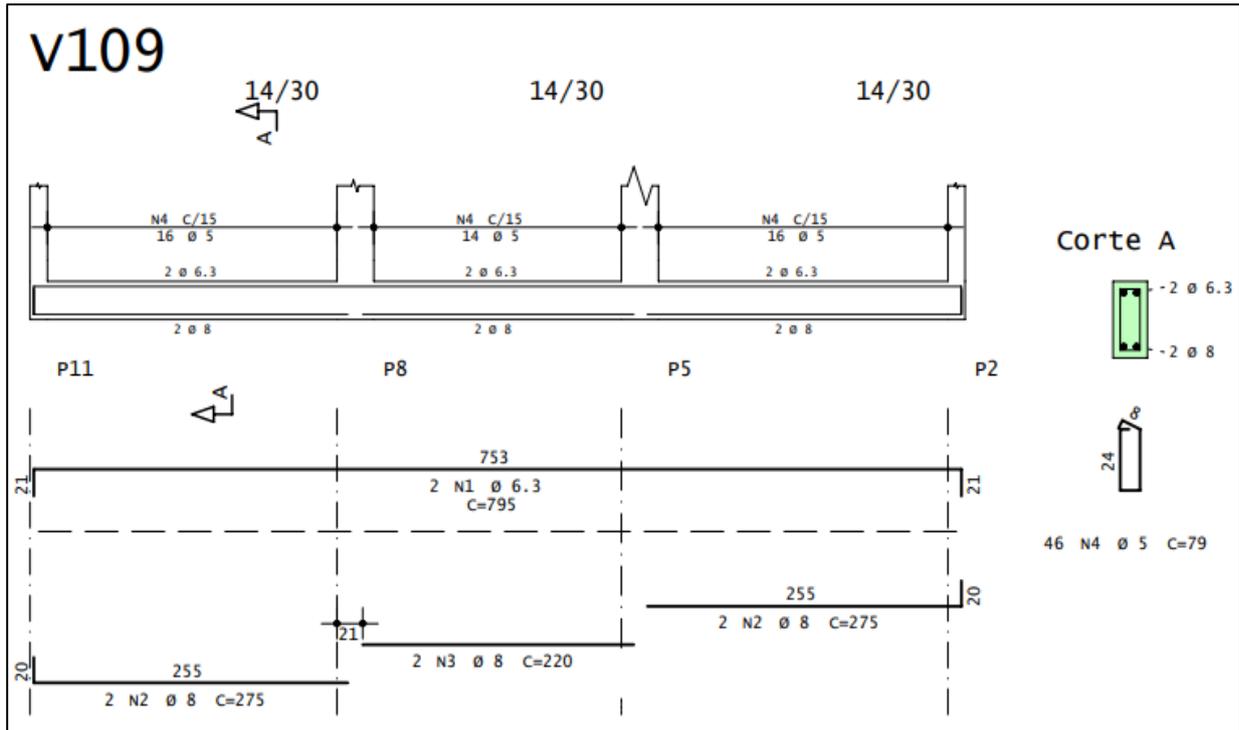


Figura 25 – Planta de Armação da viga V201.

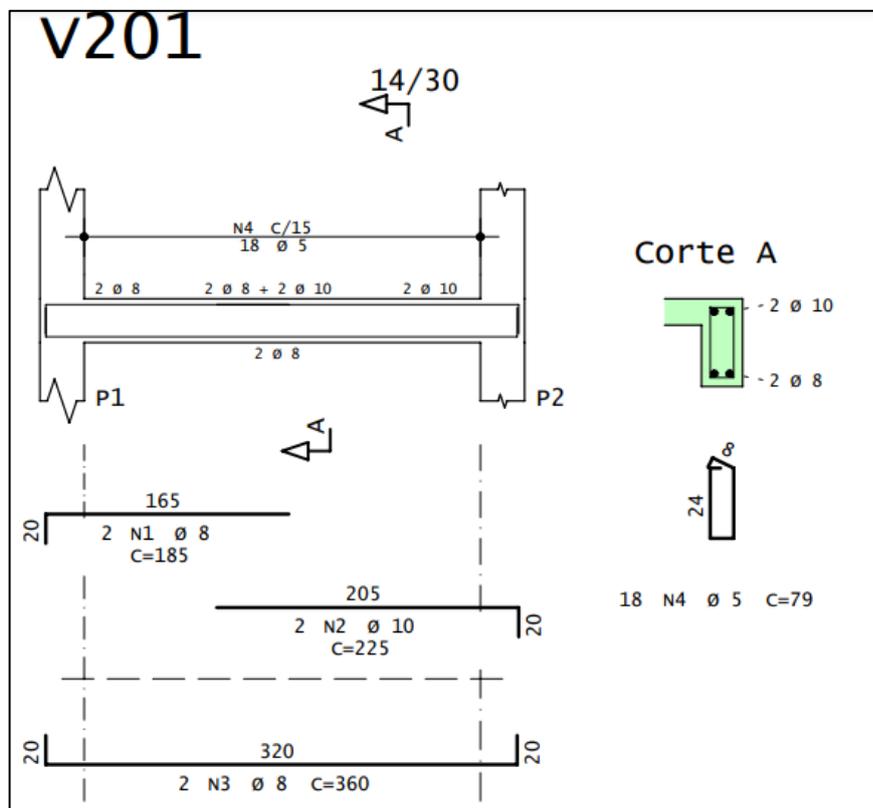


Figura 26 – Planta de Armação da viga V202.

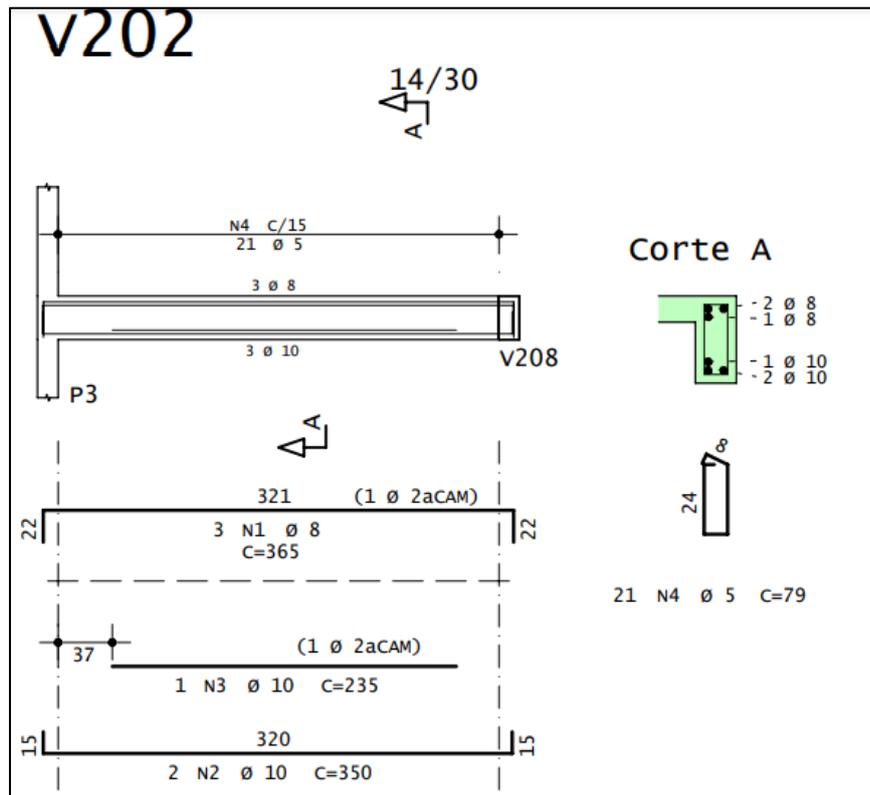


Figura 27 – Planta de Armação da viga V203.

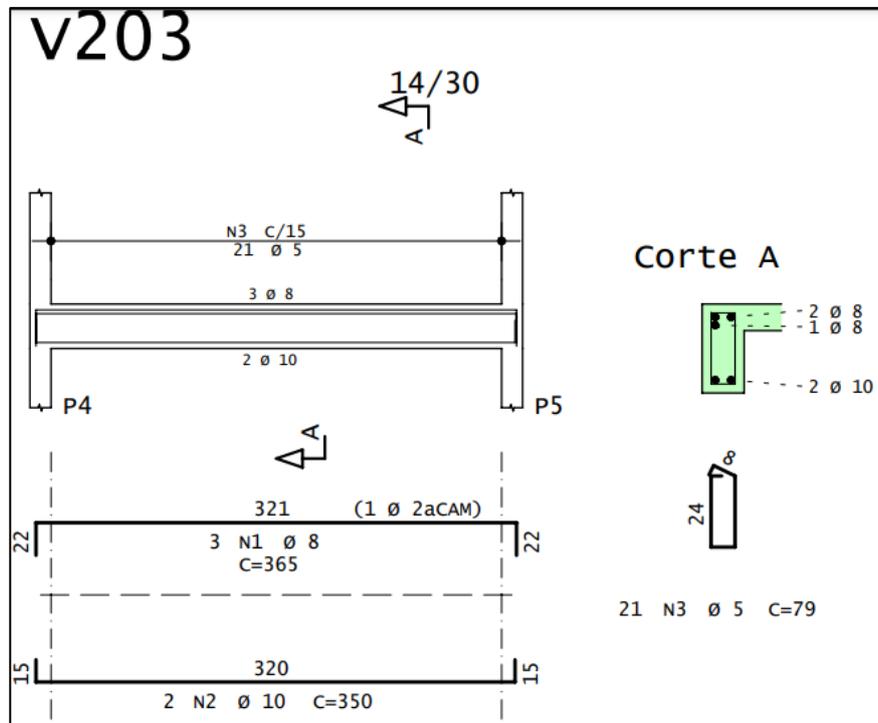


Figura 28 – Planta de Armação da viga V204.

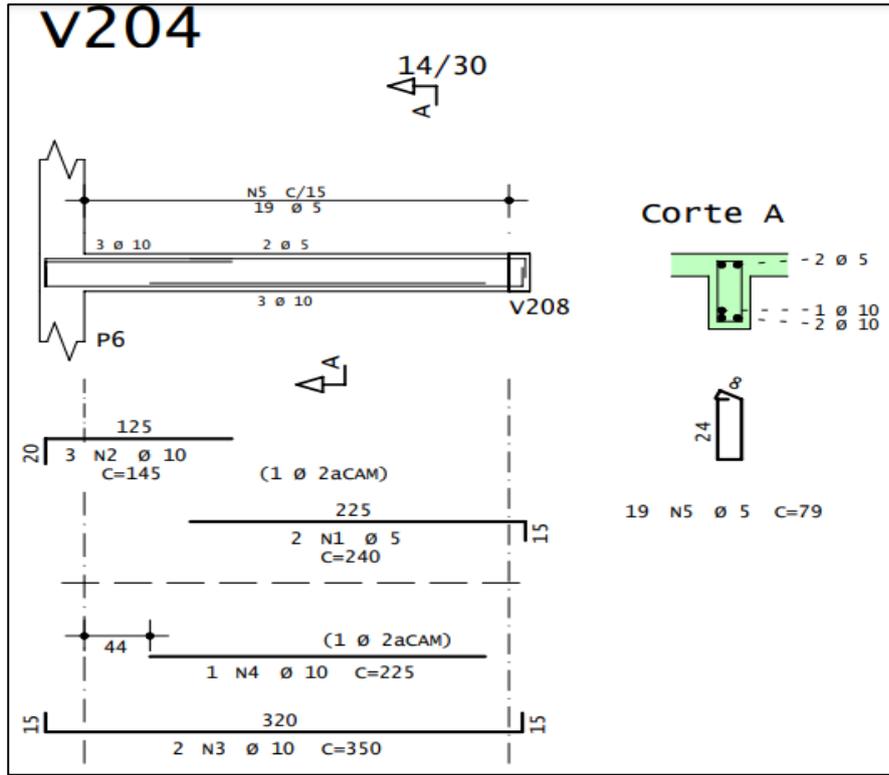


Figura 29 – Planta de Armação da viga V205.

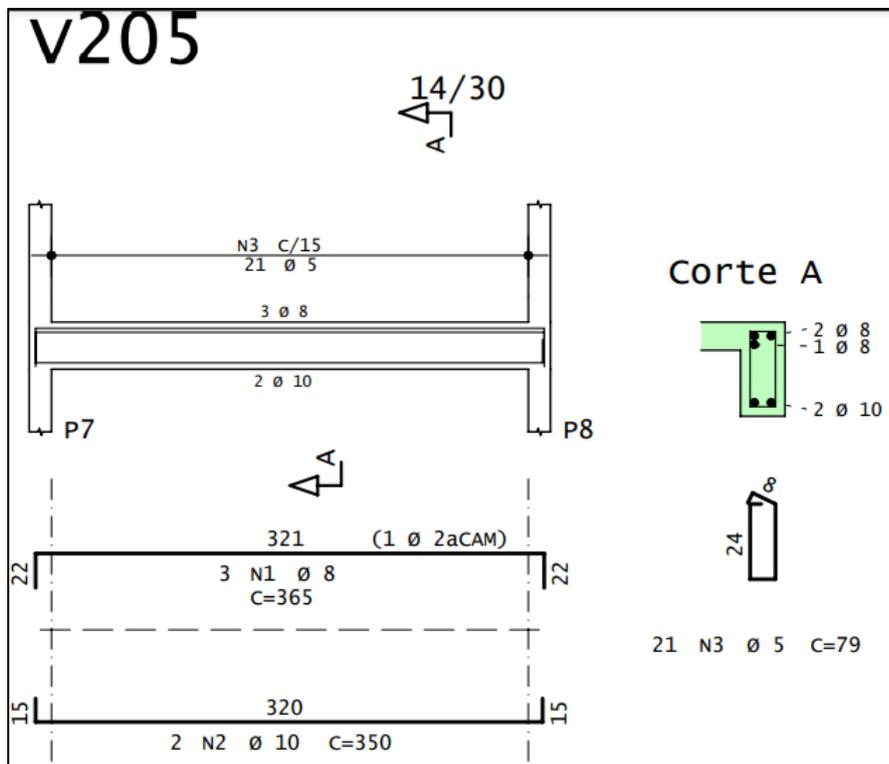




Figura 32 – Planta de Armação da viga V208.

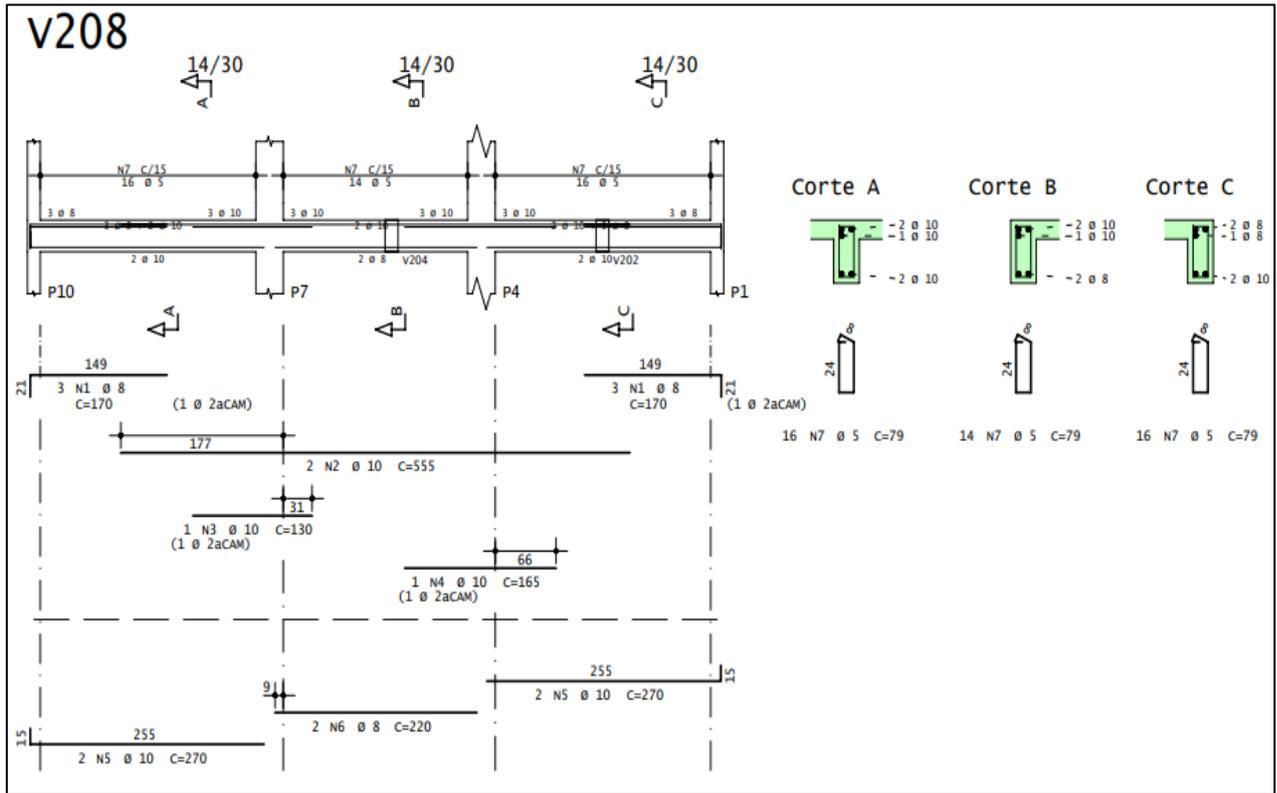


Figura 33 – Planta de Armação da viga V209.

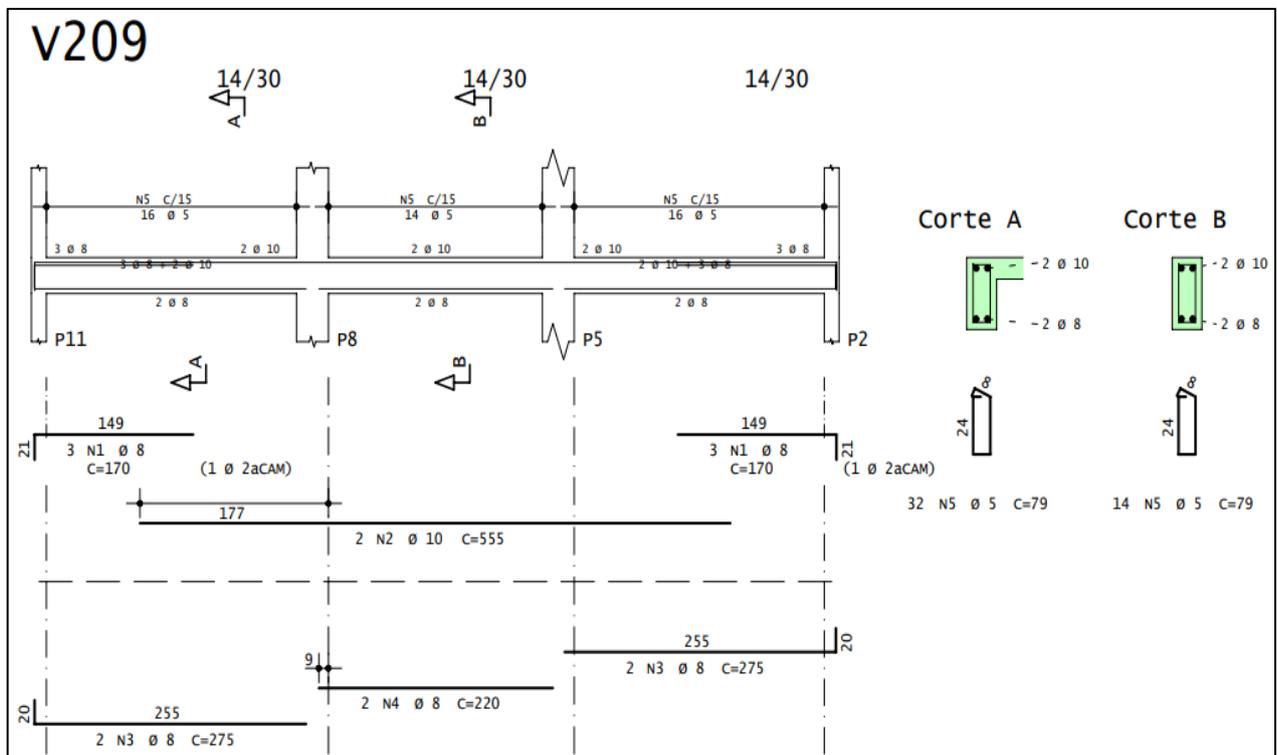


Figura 34 – Planta de Armação da viga V301.

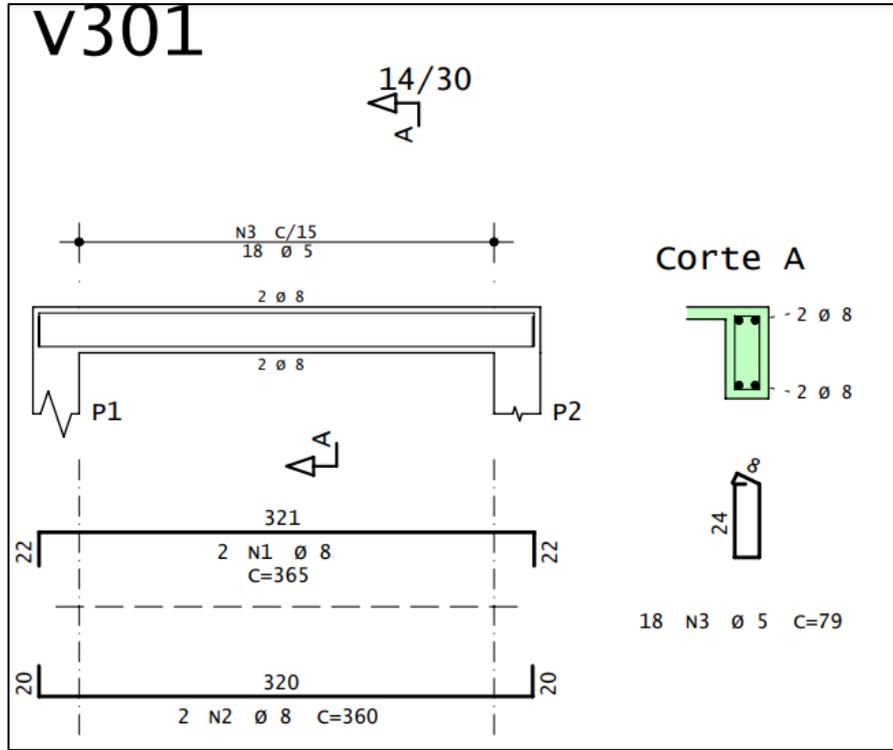


Figura 35 – Planta de Armação da viga V302.

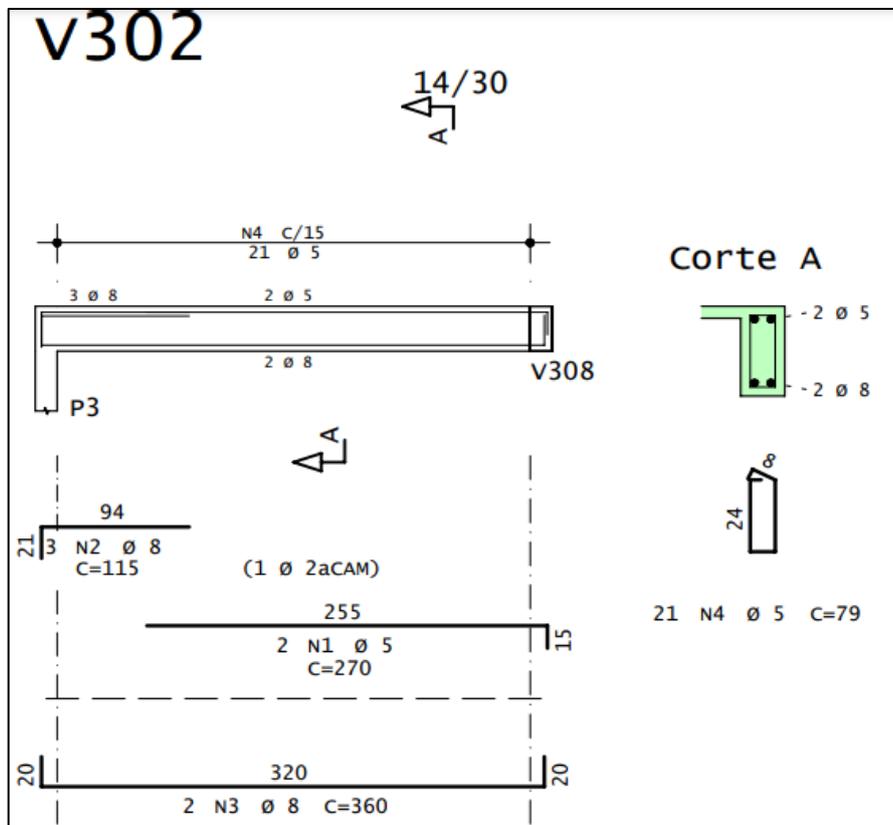


Figura 36 – Planta de Armação da viga V303.

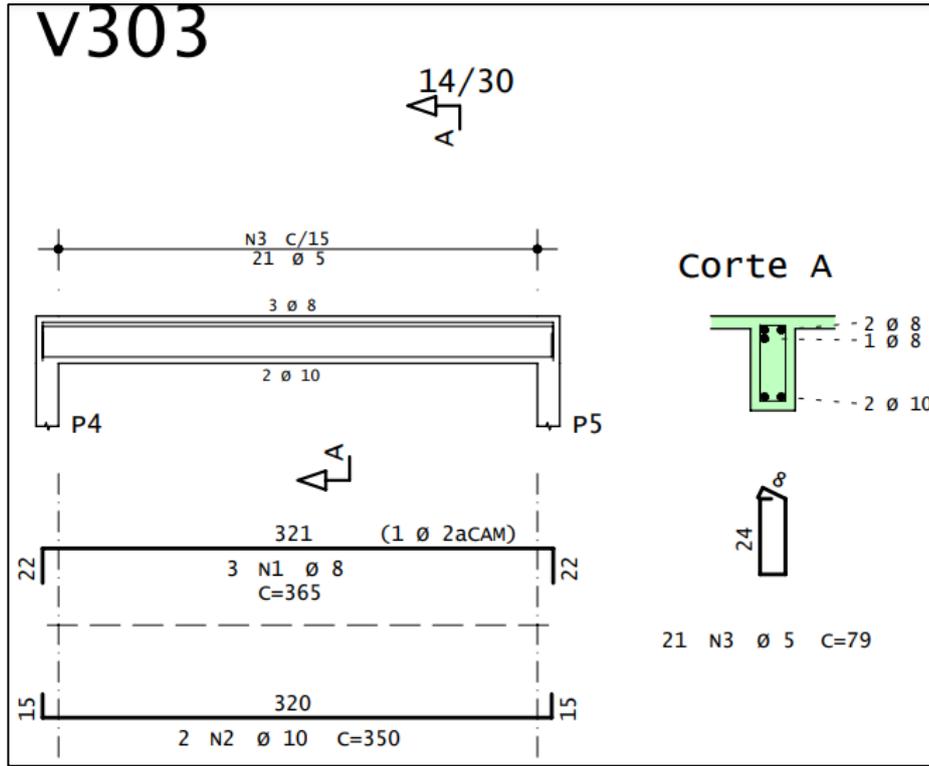


Figura 37 – Planta de Armação da viga V304.

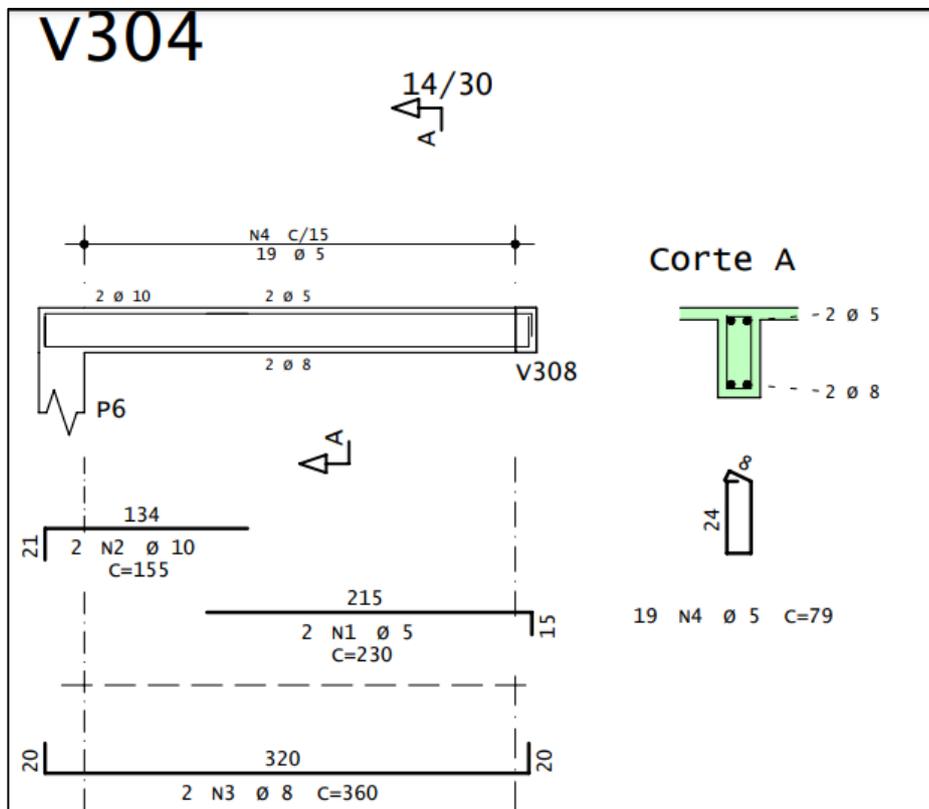


Figura 38 – Planta de Armação da viga V305.

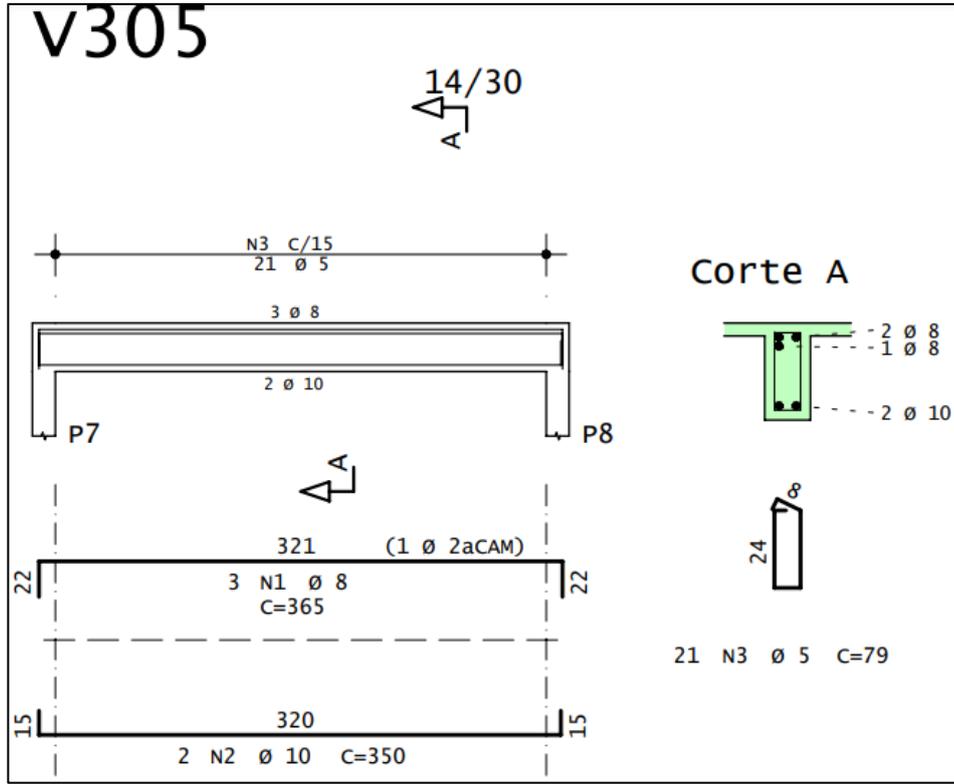


Figura 39 – Planta de Armação da viga V306.

